

TRƯỜNG THPT LÊ QUÝ ĐÔN

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (1,0 điểm)Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số : $y = \frac{2-x}{x+2}$ **Câu 2.** (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất , giá trị nhỏ nhất của hàm số : $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x}{2} + 1$ trên $[1; 3]$ **Câu 3.** (1,0 điểm)1) Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức: $w = iz - \frac{1}{z}$ 2) Giải phương trình : $\log_2(2x-3)^2 - 2\log_2 x = 4$ **Câu 4.** (1,0 điểm) Tính tích phân : $I = \int_0^1 (x + \sqrt{e^x}) x dx$ **Câu 5.** (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $I(-1; 2; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình (P): $4x + y - z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P). Tìm tọa độ tiếp điểm M**Câu 6** (1,0 điểm)a). Giải phương trình lượng giác : $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

b) Một tổ có 12 học sinh nam và 3 học sinh nữ . Chia làm 3 nhóm mỗi nhóm có 5 học sinh . Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ

Câu 7. (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) . SC tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc 45° . Gọi E là trung điểm của BC . Tính Thể tích khối chóp SABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC**Câu 8.** (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD tâm I . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BI . Tìm tọa độ các điểm B, C, D biết A(1;2) đường thẳng MN có phương trình $x - 2y - 2 = 0$ và điểm M có tung độ âm**Câu 9.** (1,0 điểm) Giải hệ phương trình trên tập số thực

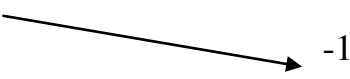
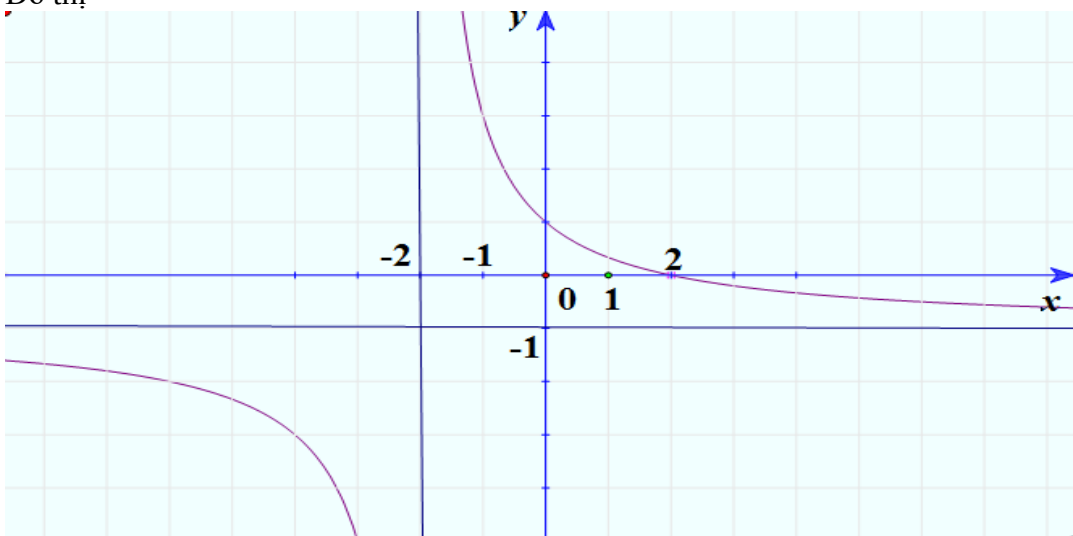
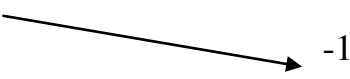
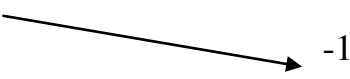
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+y+1}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = y^3 + 3x(y^2 + xy + x - 1) + 1 \\ \sqrt{2x^2 - x + y + 4} - \sqrt{21x + y - 16} + x^2 - x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{ab + \sqrt{a^4 + 4a^2b^2}}{3b^2 + a^2} + \frac{bc + \sqrt{b^4 + 4b^2c^2}}{3c^2 + b^2}$$

.....**Hết****Thí sinh không được sử dụng tài liệu . Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm**

Họ và tên thí sinhSố báo danh

Câu		NỘI DUNG	Điểm											
Câu1	1.Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số	$y = \frac{2-x}{x+2} = \frac{-x+2}{x+2}$	1 điểm											
	a)TXĐ: $D = R \setminus \{-2\}$ b)Sự biến thiên -Chiều biến thiên $y' = -\frac{4}{(x+2)^2}$ $y' < 0 \forall x \neq -2$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$ -Cực trị : Hàm số không có cực trị -Giới hạn và tiệm cận : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$ Đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-x+2}{x+2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} y = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x+2}{x+2} = -\infty$.Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>-1 </td><td>$+\infty$ </td><td>-1</td></tr></table> Đồ thị 	x	$-\infty$	-2	$+\infty$	y'	-		-	y	-1 	$+\infty$ 	-1	0.25
x	$-\infty$	-2	$+\infty$											
y'	-		-											
y	-1 	$+\infty$ 	-1											

Câu2 1.0đ	Tìm giá trị lớn nhất ,nhỏ nhất của hàm số sau $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{x}{2} + 1$ Trên $[1;3]$	1 điểm
	+Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $[1;3]$ + $f'(x) = \frac{-2}{x^2} + \frac{1}{2} = \frac{x^2 - 4}{2x^2}$ + $f'(x) = 0 \rightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1;3] \\ x = -2 \notin [1;3] \end{cases}$ Ta có $f(1) = \frac{7}{2}$; $f(3) = \frac{19}{6}$; $f(2) = 3$ $\underset{[1;3]}{Max} f(x) = \frac{7}{2}$ khi $x = 1$ $\underset{[1;3]}{min} f(x) = 3$ khi $x = 2$ Vậy + Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 3 khi $x = 2$ + Giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{7}{2}$ khi $x = 1$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu3	1)Cho số phức $z = 3 - 2i$.Tìm phần thực và phần ảo của số phức: $w = iz - \frac{1}{z}$ 2) Giải phương trình : $\log_2(2x-3)^2 - 2\log_2 x = 4$	1 điểm
	1)Cho số phức $z = 3 - 2i$.Tìm phần thực và phần ảo của số phức: $w = iz - \frac{1}{z}$ + Ta có $w = iz - \frac{1}{z} = i(3 - 2i) - \frac{1}{3 - 2i} = 2 + 3i - \frac{3 + 2i}{13}$ $w = \frac{23}{13} + \frac{37}{13}i$ + Số phức w + có phần thực $\frac{23}{13}$ + có phần ảo $\frac{37}{13}$ 2) Giải phương trình : $\log_2(2x-3)^2 - 2\log_2 x = 4$ (1) Điều Kiện $\begin{cases} x > 0 \\ (2x-3)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{3}{2} \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow \log_2(2x-3)^2 = 2\log_2 x + \log_2 16$ $\rightarrow \log_2(2x-3)^2 = \log_2 x^2 + \log_2 16$ $\Leftrightarrow \log_2(2x-3)^2 = \log_2 16x^2$ $\rightarrow (2x-3)^2 = 16x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 = 4x \\ 2x-3 = -4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \text{ (l)} \\ x = \frac{1}{2} \text{ (t/m)} \end{cases}$ Kết hợp điều kiện kiểm tra lại vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{1}{2}$	0.25 0.25 0.25 0.25

Câu4	Tính tích phân : $I = \int_0^1 (x + \sqrt{e^x}) x dx$	1 điểm
	Ta có $I = \int_0^1 (x + \sqrt{e^x}) x dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x \sqrt{e^x} dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx$ Xét $J = \int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$ Xét $K = \int_0^1 x \cdot e^{\frac{x}{2}} dx$ Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{\frac{x}{2}} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = 2e^{\frac{x}{2}} \end{cases}$ $K = 2x \cdot e^{\frac{x}{2}} \Big _0^1 - 2 \int_0^1 e^{\frac{x}{2}} dx = 2x \cdot e^{\frac{x}{2}} \Big _0^1 - 4e^{\frac{x}{2}} \Big _0^1 = 2\sqrt{e} - 4\sqrt{e} + 4 = 4 - 2\sqrt{e}$ $I = J + K = \frac{13 - 6\sqrt{e}}{3}$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu5	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $I(-1; 2; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình (P): $4x + y - z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P). Tìm tọa độ tiếp điểm M	1 điểm
	+ Ta có $d(I, (P)) = \frac{ 4 \cdot (-1) + 2 - 3 - 1 }{\sqrt{4^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \sqrt{2}$ + Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với (P) $\Leftrightarrow R = d(I, (P)) = \sqrt{2}$ + Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1; 2; 3)$ và tiếp xúc với (P): $4x + y - z - 1 = 0$ Là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$ + Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(4; 1; -1)$. Gọi đường thẳng d đi qua I và d vuông góc với (P) $\rightarrow$ đường thẳng d nhận $\vec{n}(4; 1; -1)$ là véc tơ chỉ phương Phương trình tham số của d $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$ Tiếp điểm M là giao của đường thẳng d và mặt phẳng (P) + Gọi $M(-1+4t; 2+t; 3-t) \in d$ Vì $M \in (P)$ nên ta có $4(-1+4t) + 2+t - 3-t - 1 = 0 \Leftrightarrow 18t - 6 = 0$ $\Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \rightarrow M\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}; \frac{8}{3}\right)$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu6	a). Giải phương trình lượng giác: $\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0$ b) Một tổ có 12 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia làm 3 nhóm mỗi nhóm có 5 học sinh. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ	1 điểm
	a). <u><i>Giai phương trình lượng giác</i></u>: $\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0$ (1) $(1) \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 x - (1 + 2 \cos x)(\cos x - \sin x) = 0$ $\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x - 1 - 2 \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)(\sin x - \cos x - 1) = 0$	

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 0 \\ \sin x - \cos x = 1 \end{cases}$ Với $\sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ Với $\sin x - \cos x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$ b) <u>Một tổ có 12 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia làm 3 nhóm mỗi nhóm có 5 học sinh. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ</u> +Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5$ +Gọi A là biến cố khi chia ngẫu nhiên “nhóm nào cũng có nữ” Số kết quả thuận lợi cho A là $n(A) = C_3^1 C_{12}^4 \cdot C_2^1 C_8^4 \cdot C_1^1 C_4^4$ +Xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{C_3^1 C_{12}^4 \cdot C_2^1 C_8^4 \cdot C_1^1 C_4^4}{C_{15}^5 \cdot C_{10}^5 \cdot C_5^5} = \frac{25}{91}$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu7	Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD) . SC tạo với mặt phẳng (ABCD) một góc 45° .Gọi E là trung điểm của BC .Tính Thể tích khối chóp SABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC	1 điểm
	Có $SA \perp (ABCD) \rightarrow SA$ là đường cao của chóp .AC là hình chiếu vuông góc của SC trên (ABCD) $\rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$ ABCD là hình vuông cạnh a nên $AB = BC = CD = AD = a, AC = a\sqrt{2}$ $S_{ABCD} = AB^2 = a^2$	0,25

	Tam giác ΔSAC vuông cân tại A $\rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$ +Thể tích khối chóp S.ABCD $V = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ Cách 1: +Có DE và SC là hai đường thẳng chéo nhau +Trong (ABCD) kẻ $CF \parallel DE$ cắt AD kéo dài tại F AK vuông góc với CF cắt ED tại H và CF tại K Ta có $\begin{cases} DE \parallel CF \subset (SCF) \\ DE \not\subset (SCF) \\ SC \subset (SCF) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} DE \parallel (SCF) \\ d(SC, DE) = d(DE, (SCF)) = d(H, (SCF)) \end{cases}$ tứ giác CEDF là hình bình hành từ giả thiết $CE = DF = \frac{a}{2}, AF = AD + DF = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$ $DE = CF = \sqrt{CD^2 + CE^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ $S_{\Delta ACF} = \frac{1}{2} AF.CD = \frac{1}{2} AK.CF \rightarrow AK = \frac{AF.CD}{CF} = \frac{\frac{3}{2}a.a}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{3\sqrt{5}a}{5}$ Trong tam giác AFK ta có $\frac{AH}{AK} = \frac{AD}{AF} = \frac{a}{\frac{3a}{2}} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{HK}{AK} = \frac{1}{3} \rightarrow d(H, (SCF)) = \frac{1}{3} d(A, (SCF))$ Có $\begin{cases} CF \perp AK \\ CF \perp SA \end{cases} \rightarrow CF \perp (SAK)$ Trong tam giác vuông ΔSAK kẻ đường cao AI ta có $\begin{cases} AI \perp SK \\ AI \perp CF \end{cases} \rightarrow AI \perp (SCF) \rightarrow AI = d(A, (SCF))$ $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{5}{9a^2} = \frac{19}{18a^2} \rightarrow AI = \frac{3\sqrt{38}a}{19} \rightarrow d(SC; DE) = \frac{\sqrt{38}a}{19}$	0.25 0.25 0.25
	Cách 2: Chọn hệ trục tọa độ Oxyz : Sao cho $A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), D(0; a; 0), S(0; 0; a\sqrt{2})$ ($a > 0$) Đưa về bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau Tìm tọa độ $C(a; a; 0), E(a; \frac{a}{2}; 0)$ $\overrightarrow{DE}(a; -\frac{a}{2}; 0), \overrightarrow{SC}(a; a; -a\sqrt{2}), \overrightarrow{EC}(0; \frac{a}{2}; 0)$ Ta có $[\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{SC}] = (\frac{a^2\sqrt{2}}{2}; a^2\sqrt{2}; \frac{3a^2}{2})$ $d(DE, SC) = \frac{ [\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{SC}] \cdot \overrightarrow{EC} }{ [\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{SC}] } = \frac{ \frac{a^3\sqrt{2}}{2} }{\sqrt{\frac{2a^4}{4} + 2a^4 + \frac{9a^4}{4}}} = \frac{a\sqrt{38}}{19}$	0.25 0.25

Câu8	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD tâm I. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và BI. Tìm tọa độ các điểm B, C, D biết A(1;2) đường thẳng MN có phương trình $x - 2y - 2 = 0$ và điểm M có tung độ âm	1 điểm
	+Gọi J là trung điểm của AI $\rightarrow$ Tứ giác DMNJ là hình bình hành +Xét tam giác $\triangle ADN$ có J là giao điểm của hai đường cao AI và NJ nên J là trực tâm $\rightarrow AN \perp DJ \rightarrow AN \perp MN \rightarrow N$ là hình chiếu của A trên MN +Phương trình đường thẳng AN : $2x + y - 4 = 0$ +Tọa độ của N là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y - 2 = 0 \\ 2x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow N(2;0)$ +ADMN là tứ giác nội tiếp $\rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ADN} = 45^\circ \rightarrow \triangle AMN$ vuông cân tại N $MN = AN = \sqrt{5}$. Gọi $M(2t+2; t) \in MN$ có $MN = \sqrt{5} \rightarrow MN^2 = 5$ Tìm được $M(0; -1)$ +Gọi K là giao điểm AM và BD $\rightarrow K$ là trọng tâm của tam giác $\triangle ADC$ $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. Tìm được $K(\frac{1}{3}; 0)$ + Ta có $NI = \frac{1}{2}BI$, B, N, I, K thẳng hàng và $KI = \frac{1}{3}DI \rightarrow \overrightarrow{NI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{NK}$ Từ đó tìm được $I(1;0)$ +I là trung điểm AC nên tìm được $C(1; -2)$ +M là trung điểm CD nên tìm được $D(-1;0)$ +I là trung điểm BD nên tìm được $B(3;0)$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu9	Giải hệ phương trình trên tập số thực $\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+y+1}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = y^3 + 3x(y^2 + xy + x - 1) + 1 \\ \sqrt{2x^2 - x + y + 4} - \sqrt{21x + y - 16} + x^2 - x + y + 1 = 0 \end{cases}$	1 điểm
	$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x+y+1}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = y^3 + 3x(y^2 + xy + x - 1) + 1 & (1) \\ \sqrt{2x^2 - x + y + 4} - \sqrt{21x + y - 16} + x^2 - x + y + 1 = 0 & (2) \end{cases}$ Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x + y + 1 > 0 \\ 2x^2 - x + y + 4 > 0 \\ 21x + y - 16 > 0 \end{cases}$ Từ phương trình (1)	

	$\frac{1}{\sqrt{x+y+1}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = y^3 + 3x(y^2 + xy + x - 1) + 1$ $\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x+y+1}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = (y^3 + 3xy^2 + 3x^2y + x^3) - (x^3 - 3x^2 + 3x - 1)$ $\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x+y+1}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = (x+y)^3 - (x-1)^3$ $\Leftrightarrow (x-1)^3 - \frac{1}{\sqrt{x}} = (x+y)^3 - \frac{1}{\sqrt{x+y+1}}$ Xét hàm số $f(t) = t^3 - \frac{1}{\sqrt{t+1}}$ trên $(0; +\infty)$ $f'(t) = 3t^2 + \frac{1}{2(\sqrt{t+1})^3} > 0 \quad \forall t > 0$ Hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $(0; +\infty)$ $f(x-1) = f(x+y) \Leftrightarrow x-1 = x+y \Leftrightarrow y = -1$ + Với $y = -1$ thay vào (2) ta được $\sqrt{2x^2 - x + 3} - \sqrt{21x - 17} + x^2 - x = 0 \quad (*)$ Điều kiện $x \geq \frac{21}{17}$ Phương trình $(*) \Leftrightarrow (\sqrt{2x^2 - x + 3} - x - 1) + (3x - 1 - \sqrt{21x - 17}) + x^2 - 3x + 2 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2) \left(\frac{1}{\sqrt{2x^2 - x + 3} + x + 1} + \frac{9}{3x - 1 + \sqrt{21x - 17}} + 1 \right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2x^2 - x + 3} + x + 1} + \frac{9}{3x - 1 + \sqrt{21x - 17}} + 1 = 0 \end{cases}$ + $\frac{1}{\sqrt{2x^2 - x + 3} + x + 1} + \frac{9}{3x - 1 + \sqrt{21x - 17}} + 1 = 0$ Vô nghiệm $\forall x > \frac{17}{21}$ + $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (t/m)} \\ x = 2 \text{ (t/m)} \end{cases}$ Kết hợp điều kiện kiểm tra lại vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu 10	Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{ab + \sqrt{a^4 + 4a^2b^2}}{3b^2 + a^2} + \frac{bc + \sqrt{b^4 + 4b^2c^2}}{3c^2 + b^2}$	1 điểm
	Đặt $A = \frac{ab + \sqrt{a^4 + 4a^2b^2}}{3b^2 + a^2}$; $B = \frac{bc + \sqrt{b^4 + 4b^2c^2}}{3c^2 + b^2}$ Xét $A = \frac{ab + \sqrt{a^4 + 4a^2b^2}}{3b^2 + a^2} = \frac{\frac{b}{a} + \sqrt{1 + 4(\frac{b}{a})^2}}{3(\frac{b}{a})^2 + 1}$ Đặt $t = \frac{b}{a} > 0 \rightarrow A = \frac{t + \sqrt{1 + 4t^2}}{3t^2 + 1} = \frac{3t^2 + 1}{(3t^2 + 1)(\sqrt{1 + 4t^2} - t)} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4t^2} - t}$	0.25 0.25

	Xét hàm số $f(t) = \sqrt{1+4t^2} - t$ Trên $(0; +\infty)$ $f'(t) = \frac{4t}{\sqrt{1+4t^2}} - 1 \rightarrow f'(t) = 0 \leftrightarrow t = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ Bảng biến thiên <table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2\sqrt{3}}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>f'(t)</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>f(t)</td><td>1</td><td>$\frac{\sqrt{3}}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	t	$-\infty$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	$+\infty$	f'(t)	-	0	+	f(t)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$	0.25
t	$-\infty$	$\frac{1}{2\sqrt{3}}$	$+\infty$											
f'(t)	-	0	+											
f(t)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$+\infty$											
	Từ bảng biến thiên suy ra $M_{\inf(t)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Khi $t = \frac{1}{2\sqrt{3}} \rightarrow MaxA = \frac{2}{\sqrt{3}}$ khi $a = 2\sqrt{3}b$ Tương tự $MaxB = \frac{2}{\sqrt{3}}$ khi $b = 2\sqrt{3}c$ Suy ra $MaxP = \frac{4}{\sqrt{3}}$ khi $\begin{cases} a = 2\sqrt{3}b \\ b = 2\sqrt{3}c \\ abc = 1 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{3} \\ b = 1 \\ c = \frac{1}{2\sqrt{3}} \end{cases}$	0.25												

Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định

.....Hết.....