

Câu 1: Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 2: Tính tích phân $I = \int_1^{2^{2020}} \frac{dx}{x}$.

- A. $I = 2020 \cdot \ln 2 - 1$. B. $I = 2^{2020}$. C. $I = 2020 \cdot \ln 2$. D. $I = 2020$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị thực của a để có $\int_0^a (2x+5) dx = a - 4$

- A. 1. B. 0. C. 2. D. Vô số.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1; e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1$, $f(e) = 1$. Khi đó $I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx$ bằng

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 1$. D. $I = 0$.

Câu 5: Tính $I = \int_1^2 xe^x dx$.

- A. $I = e^2$. B. $I = -e^2$. C. $I = 3e^2 - 2e$. D. $I = e$.

Câu 6: Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u = 2x+1$, $dv = e^x dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$. B. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{2x} dx$.

C. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx$. D. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx$.

Câu 7: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \sin x dx$ bằng cách đặt $t = \cos x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_0^1 t^4 dt$. B. $I = -\int_0^1 t^4 dt$. C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^4 dt$. D. $I = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} t^4 dt$.

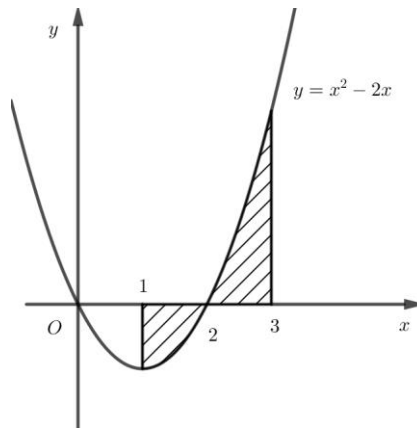
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^2 x \cdot f(x^2) dx = 2$, hãy tính $I = \int_0^4 f(x) dx$

- A. $I = 2$. B. $I = 1$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 4$.

Câu 9: Diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x + 1$, trục hoành, $x = 1$ và $x = 2$ là

- A. $S = \frac{31}{4}$. B. $S = \frac{49}{4}$. C. $S = \frac{21}{4}$. D. $S = \frac{39}{4}$.

Câu 10: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $\int_1^3 (x^2 - 2x) dx$. B. $\int_1^2 (x^2 - 2x) dx - \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$.
C. $\int_1^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$. D. $-\int_1^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$.

Câu 11: Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ và $y = -\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

- A. $V = \pi \int_0^\pi |\sin x| dx$. B. $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$. C. $V = \pi \left| \int_0^\pi (-\sin x) dx \right|$. D. $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$.

Câu 12: Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200(m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

- A. 500(m). B. 2000(m). C. $\frac{4000}{3}$ (m). D. $\frac{2500}{3}$ (m).

Câu 13: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = \pi + 1$. C. $V = \pi(\pi - 1)$. D. $V = \pi(\pi + 1)$.

- Câu 14:** Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là:
A. 2 và 1 **B.** 1 và $2i$. **C.** 1 và 2. **D.** 1 và i .
- Câu 15:** Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là
A. $1 + 2i$. **B.** $-1 - 2i$. **C.** $2 - i$. **D.** $-1 + 2i$.
- Câu 16:** Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của số phức z là:
A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.
- Câu 17:** Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:
A. $I(-2; -1); R = 4$. **B.** $I(-2; -1); R = 2$. **C.** $I(2; -1); R = 4$. **D.** $I(2; -1); R = 2$.
- Câu 18:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $-1 - 2i, 4 - 4i, -3i$. Số phức biểu diễn trọng tâm tam giác ABC là
A. $-1 - 3i$. **B.** $1 - 3i$. **C.** $-3 + 9i$. **D.** $3 - 9i$.
- Câu 19:** Cho số phức $z = 2 - 3i$. Môđun của số phức $w = (1 + i)z$
A. $|w| = \sqrt{26}$. **B.** $|w| = \sqrt{37}$. **C.** $|w| = 5$. **D.** $|w| = 4$.
- Câu 20:** Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{(2 - 3i)(4 - i)}{3 + 2i}$.
A. $(-1; -4)$. **B.** $(1; 4)$. **C.** $(1; -4)$. **D.** $(-1; 4)$.
- Câu 21:** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = -4 - 5i$. Tính $z = z_1 + z_2$.
A. $z = -2 - 2i$. **B.** $z = -2 + 2i$. **C.** $z = 2 + 2i$. **D.** $z = 2 - 2i$.
- Câu 22:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a - 3b$.
A. $S = -\frac{7}{3}$. **B.** $S = 3$. **C.** $S = -3$. **D.** $S = \frac{7}{3}$.
- Câu 23:** Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1 - i)\bar{z} = -2i$ bằng
A. 2. **B.** -2. **C.** 6. **D.** -6.
- Câu 24:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $z\bar{z} = 10$. Tính $P = a - b$.
A. $P = 4$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = -2$. **D.** $P = 2$.
- Câu 25:** Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng
A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.
- Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 4), B(6; 2; 2)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.
A. $\overrightarrow{AB} = (4; 3; 4)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (4; -1; -2)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 4)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (4; -1; 4)$.
- Câu 27:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1), B(-1; 3; 2), C(2; 4; -3)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ là
A. 2. **B.** -2. **C.** 10. **D.** -6.

- Câu 28:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;2;8)$, $N(0;1;3)$ và $P(2;m;4)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
- A. $m = 25$. B. $m = 4$. C. $m = -1$. D. $m = -10$.
- Câu 29:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết tọa độ $A(-3;2;1)$, $C(4;2;0)$, $B'(-2;1;1)$, $D'(3;5;4)$. Tìm tọa độ A' .
- A. $A'(-3;3;1)$. B. $A'(-3;3;3)$. C. $A'(-3;-3;-3)$. D. $A'(-3;-3;3)$.
- Câu 30:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.
- A. $I(-1;3;0); R=3$. B. $I(1;-3;0); R=9$. C. $I(1;-3;0); R=3$. D. $I(-1;3;0); R=9$.
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$ và $N(-1;2;-1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là
- A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 20$. B. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.
C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{20}$.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y-3z+3=0$ có một vector pháp tuyến là
- A. $(1;-2;3)$. B. $(1;2;-3)$. C. $(-1;2;-3)$. D. $(1;2;3)$.
- Câu 33:** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$.
- A. $Q(1;-2;2)$. B. $N(1;-1;-1)$. C. $P(2;-1;-1)$. D. $M(1;1;-1)$.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua đi A và vuông góc với AB có phương trình là
- A. $3x-y-z-6=0$. B. $3x-y-z+6=0$. C. $x+3y+z-5=0$. D. $x+3y+z-6=0$.
- Câu 35:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là
- A. $y-2z+2=0$. B. $x+2z-3=0$. C. $2y-z+1=0$. D. $x+y-z=0$.
- Câu 36:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, điều kiện của m để hai mặt phẳng $(P): 2x+2y-z=0$ và $(Q): x+y+mz+1=0$ cắt nhau là
- A. $m \neq -\frac{1}{2}$. B. $m \neq \frac{1}{2}$. C. $m \neq -1$. D. $m = -\frac{1}{2}$.
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2; -1; 2)$. **B.** $M(-1; -2; -3)$. **C.** $P(1; 2; 3)$. **D.** $N(-2; 1; -2)$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-7}{-7}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng chứa trục Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

A. $(-3; 2; 0)$. **B.** $(3; -2; 0)$. **C.** $(-1; 0; 0)$. **D.** $(1; 0; 0)$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Tính khoảng cách từ d đến mặt phẳng (P) .

A. $d(d; (P)) = \frac{1}{6}$. **B.** $d(d; (P)) = \sqrt{6}$. **C.** $d(d; (P)) = 1$. **D.** $d(d; (P)) = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

A. $\frac{11}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 1

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$ **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$ **D.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + m = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$.

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

- A. $P(1; 0; 3)$. B. $Q(0; 2; 0)$. C. $R(1; 0; 0)$. D. $S(0; 0; 3)$.

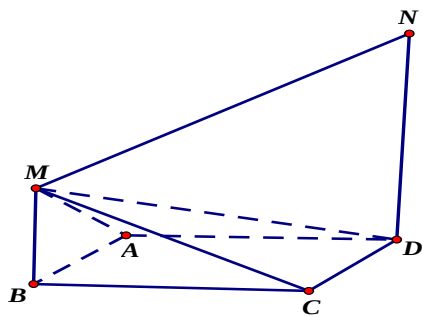
Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

- A. $N(0; -1; 2)$. B. $N(3; 1; -2)$. C. $N(-3; -1; 2)$. D. $N(0; 1; -2)$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5; 7; -13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) . Tọa độ điểm H là?

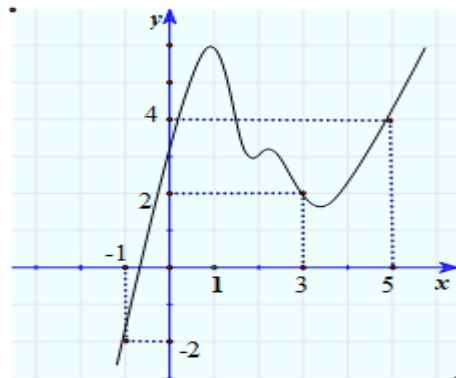
- A. $H(5; 0; -13)$. B. $H(0; 7; -13)$. C. $H(5; 7; 0)$. D. $H(0; -7; 13)$.

Câu 49: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên hai tia Bx , Dy vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cùng chiều lần lượt lấy hai điểm M , N sao cho $BM = \frac{a}{4}$; $DN = 2a$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (AMN) và (CMN) .



- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\varphi = 90^\circ$.

Câu 50: [4] Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $g(-1) < g(3) < g(5)$.
 B. $g(5) < g(-1) < g(3)$.
 C. $g(-1) < g(5) < g(3)$.
 D. $g(3) < g(5) < g(-1)$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D3-2.1-1] Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx = 4 \int_0^2 f(x) dx - 3 \int_0^2 dx = 4.3 - 3x \Big|_0^2 = 6.$$

Câu 2: [2D3-2.1-2] Tính tích phân $I = \int_1^{2^{2020}} \frac{dx}{x}$.

A. $I = 2020 \cdot \ln 2 - 1$.

B. $I = 2^{2020}$.

C. $I = 2020 \cdot \ln 2$.

D. $I = 2020$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } I = \ln |x| \Big|_1^{2^{2020}} = \ln(2^{2020}) - \ln 1 = 2020 \cdot \ln 2.$$

Câu 3: [2D3-2.1-2] Có bao nhiêu giá trị thực của a để có $\int_0^a (2x+5) dx = a-4$

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \int_0^a (2x+5) dx = a-4 \Leftrightarrow (x^2+5x) \Big|_0^a = a-4 \Leftrightarrow a^2+4a+4=0 \Leftrightarrow a=-2$$

Câu 4: [2D3-2.3-2] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1; e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1$, $f(e) = 1$. Khi đó

$$I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx \text{ bằng}$$

A. $I = 4$.

B. $I = 3$.

C. $I = 1$.

D. $I = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Cách 1: Ta có } I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx = f(x) \cdot \ln x \Big|_1^e - \int_1^e f(x) \cdot \frac{1}{x} dx = f(e) - 1 = 1 - 1 = 0.$$

Cách 2: Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = f(x) \end{cases}$.

Suy ra $I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx = f(x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = f(e) - 1 = 1 - 1 = 0$.

Câu 5: [2D3-2.3-2] Tính $I = \int_1^2 x e^x dx$.

A. $I = e^2$.

B. $I = -e^2$.

C. $I = 3e^2 - 2e$.

D. $I = e$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$.

Khi đó $I = x e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx = 2e^2 - e - e^x \Big|_1^2 = 2e^2 - e - e^2 + e = e^2$.

Câu 6: [2D3-2.2-1] Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$ bằng cách đặt $u = 2x+1$, $dv = e^x dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$.

B. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + \int_0^1 e^{2x} dx$.

C. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^{2x} dx$.

D. $I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx$.

Lời giải

Chọn A.

$I = \int_0^1 (2x+1)e^x dx$, đặt $u = 2x+1$, $dv = e^x dx \Rightarrow du = 2dx$, $v = e^x$.

$\Rightarrow I = (2x+1)e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 e^x dx$.

Câu 7: [2D3-2.2-2] Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \sin x dx$ bằng cách đặt $t = \cos x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_0^1 t^4 dt.$

B. $I = -\int_0^1 t^4 dt.$

C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^4 dt.$

D. $I = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} t^4 dt.$

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -dt.$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0.$

Khi đó $I = \int_1^0 t^4 (-dt) = \int_0^1 t^4 dt.$

Câu 8: [2D3-2.2-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^2 x \cdot f(x^2) dx = 2$, hãy tính $I = \int_0^4 f(x) dx$

A. $I = 2.$

B. $I = 1.$

C. $I = \frac{1}{2}.$

D. $I = 4.$

Lời giải

Chọn D.

Xét tích phân $\int_0^2 x \cdot f(x^2) dx = 2$, ta có

Đặt $x^2 = t \Rightarrow x dx = \frac{dt}{2}$. Đổi cận: Khi $x = 0$ thì $t = 0$; Khi $x = 2$ thì $t = 4$.

Do đó $\int_0^2 x \cdot f(x^2) dx = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt = 2 \Leftrightarrow \int_0^4 f(t) dt = 4 \Rightarrow \int_0^4 f(x) dx = 4$ hay $I = 4$.

Câu 9: [2D3-3.1-1] Diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x + 1$, trục hoành, $x = 1$ và $x = 2$ là

A. $S = \frac{31}{4}.$

B. $S = \frac{49}{4}.$

C. $S = \frac{21}{4}.$

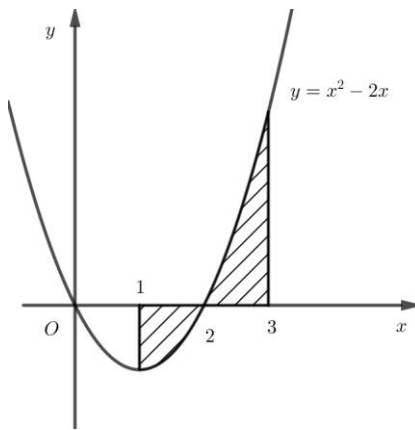
D. $S = \frac{39}{4}.$

Lời giải

Chọn A.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_1^2 |x^3 + 2x + 1| dx = \frac{31}{4}.$

Câu 10: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_1^3 (x^2 - 2x) dx$.

B. $\int_1^2 (x^2 - 2x) dx - \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$.

C. $\int_1^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$.

D. $-\int_1^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích phần gạch chéo là: $S = -\int_1^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$.

Câu 11: [2D3-3.3-1] Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=\pi$, $y=0$ và $y=-\sin x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_0^\pi |\sin x| dx$.

B. $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$.

C. $V = \pi \left| \int_0^\pi (-\sin x) dx \right|$.

D.

$V = \int_0^\pi \sin^2 x dx$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có thể tích của khối tròn xoay cần tính là $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$.

Câu 12: [2D3-3.5-2] Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200(m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

A. 500(m).

B. 2000(m).

C. $\frac{4000}{3}$ (m).

D. $\frac{2500}{3}$ (m).

Lời giải

Chọn D.

- Thời điểm máy bay đạt vận tốc 200(m/s) là nghiệm của phương trình:

$$t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow t^2 + 10t - 200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -20 \end{cases} \Rightarrow t = 10(s).$$

- Quãng đường máy bay di chuyển trên đường băng là:

$$s = \int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \left(\frac{t^3}{3} + 5t^2 \right) \Big|_0^{10} = \frac{2500}{3} (m).$$

Câu 13: [2D3-3.3-2] Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \pi - 1$.

B. $V = \pi + 1$.

C. $V = \pi(\pi - 1)$.

D. $V = \pi(\pi + 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích khối tròn xoay khi quay D quanh trục hoành có thể tích là:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} y^2 dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 + \cos x) dx = \pi (2x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

Câu 14: [2D4-1.1-1] Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là:

A. 2 và 1

B. 1 và $2i$.

C. 1 và 2.

D. 1 và i .

Lời giải

Chọn C.

Số phức $z = 1 + 2i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là 1 và 2.

Câu 15: [2D4-1.1-1] Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

A. $1 + 2i$.

B. $-1 - 2i$.

C. $2 - i$.

D. $-1 + 2i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là $\bar{z} = 1 + 2i$.

Câu 16: [2D4-1.1-1] Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của số phức z là:

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } |z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 17: [2D4-1.2-2]. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là:

A. $I(-2; -1); R = 4$. **B.** $I(-2; -1); R = 2$. **C.** $I(2; -1); R = 4$. **D.** $I(2; -1); I(2; -1)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số phức $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

Ta có:

$$|\bar{z} + 2 - i| = 4 \Leftrightarrow |(x+2) + (-y-1)i| = 4 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 16$$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm $I(-2; -1)$ và có bán kính $R = 4$.

Câu 18: [2D4-1.2-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $-1-2i, 4-4i, -3i$. Số phức biểu diễn trọng tâm tam giác ABC là

A. $-1-3i$. **B.** $1-3i$. **C.** $-3+9i$. **D.** $3-9i$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $A(-1; -2), B(4; -4), C(0; -3)$ nên trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là $G(1; -3)$. Do đó, số phức biểu diễn điểm G là $1-3i$.

Câu 19: [2D4-2.2-1] Cho số phức $z = 2-3i$. Môđun của số phức $w = (1+i)z$

A. $|w| = \sqrt{26}$. **B.** $|w| = \sqrt{37}$. **C.** $|w| = 5$. **D.** $|w| = 4$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } w = (1+i)z = (1+i)(2-3i) = 5-i, |w| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}.$$

Câu 20: [2D4-2.2-1] Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$.

A. $(-1; -4)$. **B.** $(1; 4)$. **C.** $(1; -4)$. **D.** $(-1; 4)$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } z = \frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i} = \frac{5-14i}{3+2i} = \frac{(5-14i)(3-2i)}{13} = \frac{-13-52i}{13} = -1-4i.$$

Do đó điểm biểu diễn cho số phức z có tọa độ $(-1; -4)$.

Câu 21: [2D4-2.1-1] Cho hai số phức $z_1 = 2+3i, z_2 = -4-5i$. Tính $z = z_1 + z_2$.

A. $z = -2-2i$. **B.** $z = -2+2i$. **C.** $z = 2+2i$. **D.** $z = 2-2i$.

Lời giải

Chọn A.

$$z = z_1 + z_2 = 2 + 3i + (-4 - 5i) = -2 - 2i.$$

Câu 22: [2D4-2.3-2] Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a - 3b$.

A. $S = -\frac{7}{3}$.

B. $S = 3$.

C. $S = -3$.

D. $S = \frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$\text{Ta có phương trình: } (a + bi) + 1 + 3i - \sqrt{a^2 + b^2}i = 0 \Leftrightarrow (a + 1) + (b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$$

$$\begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } S = -1 + 3 \cdot \frac{4}{3} = 3.$$

Câu 23: [2D4-2.3-2] Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1 - i)\bar{z} = -2i$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. 6.

D. -6.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $iz + (1 - i)\bar{z} = -2i \Leftrightarrow i(x + yi) + (1 - i)(x - yi) = -2i$

$$\Leftrightarrow (x - 2y) - yi = -2i \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}, \text{ suy ra } x + y = 6.$$

Câu 24: [2D4-2.2-3] Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $z\bar{z} = 10$. Tính $P = a - b$.

A. $P = 4$.

B. $P = -4$.

C. $P = -2$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Từ giả thiết } |z - 1 + 2i| = 5 \text{ và } z\bar{z} = 10 \text{ ta có hệ phương trình } \begin{cases} (a - 1)^2 + (b + 2)^2 = 25 \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a + 2b = 5 \\ a^2 + b^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b - 5 \\ (2b - 5)^2 + b^2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } P = -2.$$

Câu 25: [2D4-4.1-2] Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Xét phương trình } z^2 - 8z + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 4 + 3i \\ z_2 = 4 - 3i \end{cases} \Rightarrow |z_1 - z_2| = |(4 + 3i) - (4 - 3i)| = |6i| = 6.$$

Câu 26: [2H3-1.1-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 4)$, $B(6; 2; 2)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (4; 3; 4)$. B. $\overrightarrow{AB} = (4; -1; -2)$. C. $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 4)$. D. $\overrightarrow{AB} = (4; -1; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; -1; -2)$.

Câu 27: [2H3-1.2-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(2; 4; -3)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ là

A. 2. B. -2. C. 10. D. -6.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-4; 1; 1)$ và $\overrightarrow{AC} = (-1; 2; -4)$. Vậy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 + 2 - 4 = 2$.

Câu 28: [2H3-1.2-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 2; 8)$, $N(0; 1; 3)$ và $P(2; m; 4)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = 25$. B. $m = 4$. C. $m = -1$. D. $m = -10$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{NM} = (3; 1; 5)$, $\overrightarrow{NP} = (2; m-1; 1)$.

Do tam giác MNP vuông tại N nên $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Rightarrow 6 + m - 1 + 5 = 0 \Rightarrow m = -10$.

Câu 29: [2H3-1.2-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết tọa độ $A(-3; 2; 1)$, $C(4; 2; 0)$, $B'(-2; 1; 1)$, $D'(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ A' .

A. $A'(-3; 3; 1)$. B. $A'(-3; 3; 3)$. C. $A'(-3; -3; -3)$. D. $A'(-3; -3; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $I\left(\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{2}\right)$ là trung điểm của AC và $I'\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của $B'D'$

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $AI \parallel A'I'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{A'I'} \Leftrightarrow A'(-3; 3; 3)$.

Câu 30: [2H3-1.3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- A. $I(-1; 3; 0); R=3$. B. $I(1; -3; 0); R=9$. C. $I(1; -3; 0); R=3$. D. $I(-1; 3; 0); R=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1; -3; 0)$ và bán kính $R=3$.

Câu 31: [2H3-1.3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 3)$ và $N(-1; 2; -1)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

- A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 20$. B. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$.
C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu đường kính MN có tâm $I(0; 2; 1)$ là trung điểm MN và bán kính $R = IM = \sqrt{5}$

Do đó mặt cầu này có phương trình $x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 32: [2H3-2.2-1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 2; -3)$.

Câu 33: [2H3-2.4-1] Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B.

Thay tọa độ các điểm Q, N, P, M lần lượt vào phương trình $(P): 2x - y + z - 2 = 0$ ta được:

$$2.1 - (-2) + 2 - 2 = 0 \Leftrightarrow 4 = 0 \text{ nên } Q \notin (P).$$

$$2.1 - (-1) - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \text{ nên } N \in (P).$$

$$2.2 - (-1) - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow 2 = 0 \text{ nên } P \notin (P).$$

$$2.1 - 1 - 1 - 2 = 0 \Leftrightarrow -2 = 0 \text{ nên } M \notin (P).$$

Câu 34: [2H3-2.3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua đi A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x - y - z - 6 = 0$. B. $3x - y - z + 6 = 0$. C. $x + 3y + z - 5 = 0$. D. $x + 3y + z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$.

Mặt phẳng cần tìm vuông góc với $\overrightarrow{AB}$ nên nhận $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$ làm vector pháp tuyến.

Do đó phương trình của mặt phẳng cần tìm là

$$3(x+1) - (y-2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0.$$

Câu 35: [2H3-2.3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y - 2z + 2 = 0$. B. $x + 2z - 3 = 0$. C. $2y - z + 1 = 0$. D. $x + y - z = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Do $(P) // Ox$ nên $(P): by + cz + d = 0$.

Do (P) chứa các điểm $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 2; 2)$ nên $\begin{cases} c + d = 0 \\ 2b + 2c + d = 0 \end{cases} \Rightarrow 2b + c = 0$.

Ta chọn $b = 1 \Rightarrow c = -2$. Khi đó $d = 2$.

Vậy phương trình $(P): y - 2z + 2 = 0$.

Câu 36: [2H3-2.7-1] Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, điều kiện của m để hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z = 0$ và $(Q): x + y + mz + 1 = 0$ cắt nhau là

A. $m \neq -\frac{1}{2}$. B. $m \neq \frac{1}{2}$. C. $m \neq -1$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\overrightarrow{n_p} = (2; 2; -1)$, Mặt phẳng (Q) có vector pháp tuyến $\overrightarrow{n_q} = (1; 1; m)$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau khi và chỉ khi hai vector pháp tuyến không cùng phương $\Leftrightarrow m \neq \frac{-1}{2}$.

Câu 37: [2H3-3.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1).$

B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0).$

C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 1).$

D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0).$

Lời giải

Chọn A.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2; -1; 2).$

B. $M(-1; -2; -3).$

C. $P(1; 2; 3).$

D. $N(-2; 1; -2).$

Lời giải

Chọn C

Câu 39: Ta có: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \xrightarrow{t=0} \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow P(1; 2; 3) \in d.$ **[2H3-3.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng

đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}.$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-7}{-7}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}.$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}.$

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + 2y - 2z - 3 = 0$ nên có một

vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -2)$ có phương trình là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}.$

Câu 40: **[2H3-3.2-1]** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng chứa trục Oy có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1. \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t. \\ z = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 0. \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0. \\ z = t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Trục Oy qua $O(0; 0; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{j} = (0; 1; 0)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 0 \\ y = t. \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 41: **[2H3-3.3-2]** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

A. $(-3; 2; 0)$.

B. $(3; -2; 0)$.

C. $(-1; 0; 0)$.

D. $(1; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $(d): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - t, (Oxy): z = 0. \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của d và (Oxy) ứng với t thỏa mãn $4 + 2t = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của d và (Oxy) là $(1; 0; 0)$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-5}$.

Tính khoảng cách từ d đến mặt phẳng (P) .

A. $d(d; (P)) = \frac{1}{6}$.

B. $d(d; (P)) = \sqrt{6}$.

C. $d(d; (P)) = 1$.

D. $d(d; (P)) = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{n}_P \cdot \vec{u}_d = 0 \Rightarrow d \parallel (P)$

Lấy $M(0; 0; -2) \in d$, $d(d; (P)) = d(M; (P)) = \frac{|2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot (-2) + 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

Câu 43: [2H3-2.6-1] Trong không gian $Oxyz$ tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

A. $\frac{11}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 3.

D. 1

Lời giải

Chọn C.

Ta có $d(M, (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = \frac{9}{3} = 3$.

Câu 44: [2H3-2.6-2] Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Lời Giải

Chọn B

Ta có: $d(I; (P)) = \frac{|1-4+2-8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{9}{3} = 3.$

Do mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ có bán kính

$R = d(I; (P)) = 3$ nên có phương trình là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$

Câu 45: [2H3-2.7-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + m = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

(S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

Gọi H là hình chiếu của I lên (P) .

Khi đó $IH = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 - 2 \cdot 3 + m|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{|m - 6|}{3}.$

Đường tròn (T) có chu vi là $4\pi\sqrt{3}$ nên có bán kính là $r = \frac{4\pi\sqrt{3}}{2\pi} = 2\sqrt{3}.$

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi bằng $4\pi\sqrt{3}$

$$\Leftrightarrow IH = \sqrt{R^2 - r^2} \Leftrightarrow \frac{|m-6|}{3} = \sqrt{16-12} \Leftrightarrow |m-6| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m-6=6 \\ m-6=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=12 \\ m=0 \end{cases}.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 46: [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $P(1; 0; 3)$.

B. $Q(0; 2; 0)$.

C. $R(1; 0; 0)$.

D. $S(0; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Hình chiếu của $M(1; 2; 3)$ lên trục Oy là điểm $Q(0; 2; 0)$.

Câu 47: [2H3-1.1-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

- A. $N(0; -1; 2)$. B. $N(3; 1; -2)$. C. $N(-3; -1; 2)$. D. $N(0; 1; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vì N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) nên $N(-3; -1; 2)$.

Câu 48: [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5; 7; -13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) . Tọa độ điểm H là?

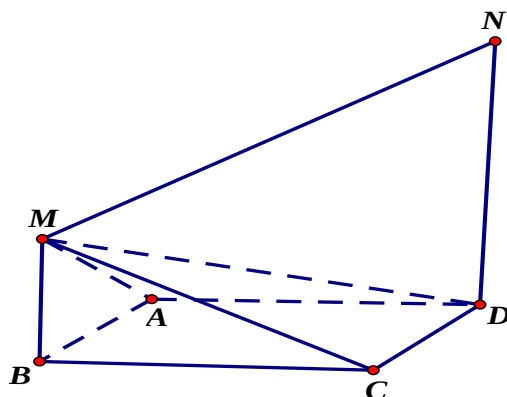
- A. $H(5; 0; -13)$. B. $H(0; 7; -13)$. C. $H(5; 7; 0)$. D. $H(0; -7; 13)$.

Lời giải

Chọn B.

Do H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng tọa độ (Oyz) nên $H(0; 7; -13)$.

Câu 49: P[2H3-4.1-4] Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên hai tia Bx , Dy vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cùng chiều lần lượt lấy hai điểm M , N sao cho $BM = \frac{a}{4}$; $DN = 2a$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (AMN) và (CMN) .



- A. $\varphi = 30^\circ$. B. $\varphi = 60^\circ$. C. $\varphi = 45^\circ$. D. $\varphi = 90^\circ$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1: Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:

Tacó: $\triangle AMN = \triangle CMN$ (c.c.c) nên kẻ $CH \perp MN$ tại H thì $AH \perp MN$.

Mà $(AMN) \cap (CMN) = MN$ nên góc φ giữa hai mặt phẳng (AMN) và (CMN) là góc giữa hai đường thẳng HA, HC .

$$\text{Ta có: } MC = \sqrt{BC^2 + MB^2} = \frac{a\sqrt{17}}{4}, \quad NC = \sqrt{CD^2 + ND^2} = a\sqrt{5},$$

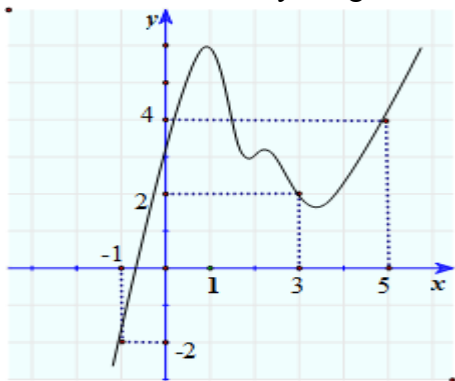
$$MN = \sqrt{ME^2 + EN^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{49a^2}{16}} = \frac{9a}{4}.$$

$$\cos MCN = \frac{MC^2 + NC^2 - MN^2}{MC \cdot NC} = \frac{2}{\sqrt{85}} \Rightarrow \sin MCN = \frac{9}{\sqrt{85}}. \Rightarrow S_{MCN} = \frac{1}{2} MC \cdot NC \cdot \sin MCN = \frac{9a^2}{8}.$$

Từ đó: $CH = \frac{2S_{MCN}}{MN} = a = AH$. Do $AH^2 + CH^2 = AC^2$ nên tam giác AHC vuông tại H .

Vậy góc giữa hai đường thẳng HA, HC bằng 90° .

Câu 50: [4] Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



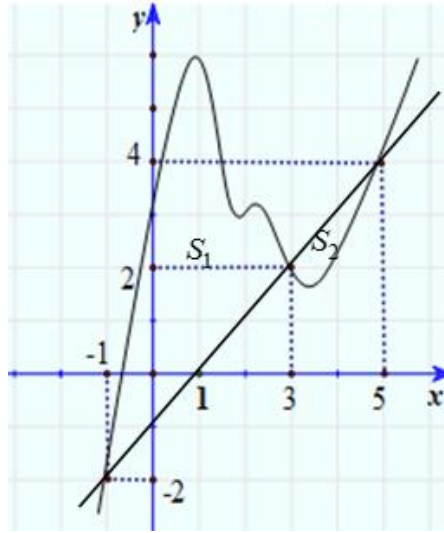
A. $g(-1) < g(3) < g(5)$.

B. $g(5) < g(-1) < g(3)$.

C. $g(-1) < g(5) < g(3)$.

D. $g(3) < g(5) < g(-1)$.

Lời giải



Chọn C.

Gọi S_1, S_2 là diện tích hai phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $f'(x)$ và đường thẳng $y = x - 1$ như hình vẽ.

$$2S_1 = 2 \int_{-1}^3 [f'(x) - (x-1)] dx = \int_{-1}^3 g'(x) dx = g(3) - g(-1) > 0 \Rightarrow g(3) > g(-1)$$

$$2S_2 = -2 \int_3^5 [f'(x) - (x-1)] dx = - \int_3^5 g'(x) dx = g(3) - g(5) > 0$$

$$\Rightarrow g(3) > g(5).$$

$$\text{Mặt khác từ đồ thị ta có } S_1 > S_2 \Rightarrow 2S_1 > 2S_2 \Rightarrow g(3) - g(-1) > g(3) - g(5) \Rightarrow g(-1) < g(5)$$

$$\text{Vậy } g(-1) < g(5) < g(3).$$