

Câu 1: (2 điểm)

1 / Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x - 2$

2/ Tìm tọa độ của điểm M trên (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng (d): $9x - y - 18 = 0$

Câu 2: a/ (0,5 điểm) Giải phương trình sau $\log_3(2x-1) - 4\log_9(5x+2) + 4 = 0$

b/ (0.5 điểm) Giải phương trình $\cos 3x + 2 \sin 2x - \cos x = 0$

Câu 3: (1 điểm) Tính tích phân $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$.

Câu 4: a/ (0.5 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt{5-x}$

b/ (0.5 điểm) Biết trong số 10 vé xổ số còn lại trên bàn vé có 2 vé trúng thưởng. Khi đó một người khách rút ngẫu nhiên 5 vé. Hãy tính xác suất sao cho trong 5 vé được rút ra có ít nhất một vé trúng thưởng

Câu 5: (1 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh 2a, mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABCD), tam giác SAB vuông tại S, $SA = a$ Hãy tính thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, SC theo a

Câu 6: (1 điểm) Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z - 1 = 0$ và điểm $A(1; -1; 0)$

a/ Hãy viết phương trình mp(α) qua điểm A và song song với mặt phẳng (P)

b/ Tìm tọa độ điểm M thuộc mp (P) sao cho MA vuông góc với mp (P)

Câu 7: (1 điểm) Trong mặt phẳng Oxy cho hình vuông ABCD có đường chéo AC phương trình là $x + y - 10 = 0$. Tìm tọa độ điểm B biết rằng đường thẳng CD qua điểm M (6; 2) và đường thẳng AB qua điểm N(5; 8)

Câu 8: (1 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 7 \\ x^2 - xy - 2y^2 = -x + 2y \end{cases}$$

Câu 9: (1 điểm) Cho các số thực không âm x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + (3x-2)(y-1) = 0$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x + y + 8\sqrt{4-x-y}$

-----Hết-----

Đáp án

Câu	Nội dung	Điểm
1a	+ TXĐ $D=R$ + $y' = 3x^2 - 3$ $y'=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$ + $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0.25
1 đ	+ BBT: Đúng chiều biến thiên Đúng các giới hạn và cực trị	0.25
	+ KL: Hs đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; nghịch biến trong khoảng $(-1; 1)$; đạt cực đại bằng 0 tại $x=-1$; đạt cực tiểu bằng -4 tại $x=1$	0.25
	+ Điểm đặc biệt: đồ thị hàm số cắt trục hoành tại các điểm $(2; 0)$ và $(-1; 0)$ có điểm uốn $(0; 2)$ + Đồ thị: Vẽ đúng đồ thị qua các điểm cực trị, điểm đặc biệt và đúng dạng	0.25
1b	+ Đường thẳng $9x - y - 18 = 0$ có hệ số góc bằng 9 + Gọi $M_0(x_0; y_0)$ là điểm mà tại đó tiếp tuyến song song đường thẳng $9x - y - 18 = 0 \Rightarrow f'(x_0) = 9$ $\Rightarrow 3x_0^2 - 3 = 9$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = -2 \end{cases}$	0.25
1 đ	+ Với $x_0 = 2 \rightarrow y_0 = 0 \rightarrow M_0(2; 0)$ $x_0 = -2 \rightarrow y_0 = -4 \rightarrow M_0(-2; -4)$ + Kiểm tra lại $M_0(2, 0) \rightarrow$ tiếp tuyến tại M_0 có pt là $y = 9(x - 2) \Leftrightarrow 9x - y - 18 = 0$ (loại) $M_0(-2; -4) \rightarrow$ tiếp tuyến tại M_0 có pt là $y = 9(x + 2) - 4 \Leftrightarrow 9x - y + 14 = 0$ (nhận)	0.25 0.25
2a	a/ + Đk: $x > \frac{1}{2}$ $\log_3(2x-1) - 4\log_3(5x+2) + 4 = 0$ $\Leftrightarrow \log_3(2x-1) - 2\log_3(5x+2) = -4$ $\Leftrightarrow \log_3(2x-1) - \log_3(5x+2)^2 = -4$ $\Leftrightarrow \log_3 \frac{2x-1}{(5x+2)^2} = -4$ $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{(5x+2)^2} = 3^{-4}$ $\Leftrightarrow 25x^2 - 142x + 85 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{17}{25} \end{cases}$ So với đk ta nhận $x=5$ và $x = \frac{17}{25}$	0.25
2b 0.5	b/ $2\sin 2x + \cos 3x - \cos x = 0$ $\Leftrightarrow 2\sin 2x - 2\sin 2x \cdot \sin x = 0$	0.25

	$\Leftrightarrow 2\sin 2x (1 - \sin x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi \end{cases}$	0.25
		0.25
3	$\int_0^1 \frac{(x+1)^2 dx}{x^2+1} = \int_0^1 \frac{x^2+2x+1}{x^2+1} .dx$ $= \int_0^1 \left(1 + \frac{2x}{x^2+1} \right) dx$ $= \int_0^1 1 .dx + \int_0^1 \frac{2x .dx}{x^2+1}$ $= x \Big _0^1 + \int_0^1 \frac{d(x^2+1)}{x^2+1}$ $= 1 + \ln x^2+1 \Big _0^1$ $= 1 + \ln 2$	0.25
1 đ		0.25
		0.25
		0.25
		0.25
4a	Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt{5-x}$ $+ x \in [0;5]$ $+ f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{5-x}}$ $+ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \in [0;5]$ $+ f(0) = \sqrt{5}; f(5) = 2\sqrt{5}; f(4) = 5$ $Max_{x \in [0;5]} f(x) = 5 = f(4)$ $+ \min_{x \in [0;5]} f(x) = \sqrt{5} = f(0)$	0.25
		0.25
4b	+ Số phần tử của không gian mẫu: $\Omega = C_{10}^5 = 252$ + Biến cố A: ‘Trong năm vé rút ra có ít nhất một vé trúng thưởng’ $\rightarrow$ biến cố $\bar{A}$: ‘Trong năm vé rút ra không có vé nào trúng thưởng’ $\rightarrow$ Số kết quả thuận lợi cho biến cố $\bar{A}$ là $C_8^5 = 56$ $\rightarrow \text{Xác suất của biến cố } \bar{A} \text{ là } P(\bar{A}) = \frac{56}{252}$ $\rightarrow \text{Xác suất của biến cố A là } P(A) = 1 - \frac{56}{252} = \frac{7}{9}$	0.25
		0.25
5	+ Trong mp(SAB), dựng $SH \perp AB$, do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ $\Rightarrow SH$ là chiều cao khối chóp $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} B.h$ + B= dt ABCD= $4a^2$ + h = SH	

1 đ	$SB = \sqrt{AB^2 - SA^2}$ $= a\sqrt{3}$ $h = SH = \frac{SB \cdot SA}{AB}$ $= \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow V_{S.ABCD} = 2a^3 \sqrt{3}$ • $d(AB, SC)$ Vì $AB \parallel DC$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SDC))$ $= d(A, (SDC))$ $= \frac{3V_{A.SDC}}{dtSDC}$ $= \frac{3 \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD}}{dtSDC}$ • $dtSDC = ?$ tgSAD vuông tại A nên $SD = a\sqrt{5}$ tgSBC vuông tại B nên $SC = a\sqrt{7}$, $DC = 2a$ $\Rightarrow dtSDC = \frac{\sqrt{19}}{2} a^2$ nên $d(A, (SDC)) = \frac{6a\sqrt{57}}{19}$	0.25 0.25 0.25 0.25
6a 0.5 đ	+ $M_p(\alpha)$ song song với (P) nên $m_p(\alpha)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -2; 1)$ mặt khác (α) qua điểm A $(1; -1; 0)$ nên : Pt của (α) là $2(x - 1) - 2(y + 1) + 1(z - 0) = 0$ $\Leftrightarrow 2x - 2y + z - 4 = 0$	0.25 0.25
6b 0.5 đ	+ Gọi M $(x; y; z)$ - Do $M \in (P) \Leftrightarrow 2x - 2y + z - 1 = 0$ - Do $MA \perp (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}$ cùng phương $\vec{n}$ Mà $\overrightarrow{MA} = (1 - x; -1 - y; -z)$ $\vec{n} = (2; -2; 1)$ nên $\frac{1-x}{2} = \frac{-1-y}{-2} = \frac{-z}{1}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ y + 2z = -1 \end{cases}$	0.25

<i>l đ</i>	Vì x,y không âm nên $(x+y)^2 - 3(x+y) + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x+y \leq 2$	0.25
	Đặt t = x+y khi đó $t \in [1; 2]$	
	Ta có $P = x^2 + y^2 + x + y + 8\sqrt{4-x-y} \leq (x+y)^2 + (x+y) + 8\sqrt{4-(x+y)}$	0.25
	$P \leq t^2 + t + 8\sqrt{4-t}$	
	+ Xét hàm $f(t) = t^2 + t + 8\sqrt{4-t}$ với $t \in [1; 2]$	
	ta có $f'(t) = 2t + 1 - \frac{4}{\sqrt{4-t}}$ với $t \in [1; 2] \Rightarrow f'(t) > 3 - \frac{4}{\sqrt{2}} > 0$ với $t \in [1; 2]$	
	và f(t) liên tục trên đoạn [1;2] nên f(t) đồng biến trên đoạn [1;2]	
	$\rightarrow \max_{[1;2]} f(t) = f(2) = 6 + 8\sqrt{2} \Rightarrow f(t) \leq 6 + 8\sqrt{2}$	0.25
	$\rightarrow P \leq 6 + 8\sqrt{2}$, P= $6 + 8\sqrt{2}$ khi $\begin{cases} x.y = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$	0.25
	KL: Giá trị lớn nhất của P là $6 + 8\sqrt{2}$ đạt được khi x = 2 và y = 0	