

Câu 1. Trong các hệ thức sau hệ thức nào đúng?

A. $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 1$

B. $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$

C. $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$

D. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Câu 2. Cho tam giác đều ABC với trọng tâm G. Cosin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{GA}$ và $\overrightarrow{GB}$ là

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $-\frac{1}{2}$

D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 3. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có $|\vec{a}| = 3$; $|\vec{b}| = 2$ và góc $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là kết quả nào sau đây?

A. $\sqrt{3}$

B. -3

C. 3

D. $-\sqrt{3}$

Câu 4. Trong các hệ thức sau, hệ thức nào đúng ?

A. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

B. $\sqrt{\vec{a}^2} = |\vec{a}|$

C. $\sqrt{\vec{a}^2} = \vec{a}$

D. $\vec{a} = \pm |\vec{a}|$

Câu 5. Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng a. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**:

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$

B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = -a^2$

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = a^2$

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

Câu 6. Gọi $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$ là tổng bình phương độ dài ba đường trung tuyến của tam giác ABC.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $S = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$

B. $S = a^2 + b^2 + c^2$

C. $S = 3(a^2 + b^2 + c^2)$

D. $S = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$

Câu 7. Tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng R. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$

B. $b = \frac{a \sin B}{\sin A}$

C. $c = 2R \sin(A + B)$

D. $b = R \sin A$

Câu 8: Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính $\tan \alpha$?

A. $\frac{5}{4}$

B. $-\frac{5}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 9. Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}$. Hỏi giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$ bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. -1

D. 0

Câu 10. Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.

A. $m = 9$

B. $m = 3$

C. $m = -3$

D. $m = \pm 3$

Câu 11: Cho $\vec{a} = (1; -2)$. Tìm y để $\vec{b} = (-3; y)$ vuông góc với $\vec{a}$:

A. 6

B. $-\frac{3}{2}$

C. -6

D. 3

Câu 12. Cho các điểm $A(1; 1)$, $B(2; 4)$, $C(10; -2)$. Khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng:

A. 30

B. 10

C. -10

D. -3

Câu 13. Cho tam giác ABC có $b=10, c=16$ và góc $A=60^\circ$. Độ dài cạnh BC là bao nhiêu ?

A. $2\sqrt{129}$

B. 14

C. 98

D. $2\sqrt{69}$

Câu 14. Cho tam giác ABC có $a=4, b=6, c=8$. Khi đó diện tích tam giác ABC là?

A. $9\sqrt{15}$

B. $3\sqrt{15}$

C. 105

D. $\frac{2}{3}\sqrt{15}$

Câu 15. Cho tam giác ABC có $a=5, b=3$ và $c=5$. Số đo của góc BAC nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây ?

A. 45°

B. 30°

C. $A > 60^\circ$

D. 60°

Câu 16. Cho tam giác ABC có $A(1; 3), B(5; -4), C(-3; -2)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Xác định tọa độ điểm H .

A. $H\left(\frac{5}{24}; \frac{-1}{6}\right)$

B. $H\left(\frac{-5}{24}; \frac{1}{6}\right)$

C. $H\left(\frac{3}{2}; \frac{-3}{2}\right)$

D. $H\left(\frac{35}{16}; \frac{-7}{4}\right)$

Câu 17. Cho tam giác ABC đều cạnh $AB=10$. Biết rằng $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC}$. Tính $|\vec{u}|$

A. $10\sqrt{7}$

B. $10\sqrt{13}$

C. 10

D. $\pm 10\sqrt{7}$

Câu 18. Cho điểm $A(2; 4)$, $B(1; 1)$. Tìm điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B .

A. $C(0; 4)$ và $C(2; -2)$

B. $C(16; -4)$

C. $C(-1; 5)$ và $C(5; 3)$

D. $C(4; 0)$ và $C(-2; 2)$

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=c, AC=b$, AD là phân giác trong của góc A . Độ dài của AD bằng :

A. $\frac{bc}{b+c}$

B. $\frac{bc\sqrt{2}}{b+c}$

C. $\frac{b+c}{bc}$

D. $\frac{b+c}{bc\sqrt{2}}$

Câu 20. Tam giác ABC có các cạnh thỏa hệ thức $(a+b+c)(a+b-c)=3ab$. Khi đó số đo của góc C là :

A. 120°

B. 30°

C. 90°

D. 60°

Câu 21. Cho 2 vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ với $|\vec{a}|=|\vec{b}|$. Tìm góc giữa chúng biết rằng $\vec{p} \perp \vec{q}$ biết $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b}, \vec{q} = 5\vec{a} - 4\vec{b}$

A. 60°

B. 30°

C. 120°

D. 0°

Câu 22. Tính $\hat{C}$ của $\triangle ABC$ có các cạnh a, b, c thỏa hệ thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$

A. 60°

B. 30°

C. 120°

D. Đáp án khác

Câu 23. Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $BC = 4$, $CA = 3$. Tính $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$

- A. $-\frac{29}{6}$ B. $-\frac{29}{3}$ C. $\frac{29}{6}$ D. $\frac{29}{3}$

Câu 24. Cho hình thang cân ABCD có đáy lớn $CD = 10$, đáy nhỏ bằng đường cao, đường chéo vuông góc với cạnh bên. Tính độ dài đường cao của hình thang.

- A. $5 - \sqrt{5}$ B. $-5 + \sqrt{5}$ C. $5\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{5}$

Câu 25. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn $(O; R)$, $AB = x$. Tìm x để diện tích tam giác ABC lớn nhất.

- A. $R\sqrt{3}$ B. $R\sqrt{2}$ C. R D. Đáp án khác

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 16. Cho tam giác ABC có $A(1; 3)$, $B(5; -4)$, $C(-3; -2)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Xác định tọa độ điểm H.

- A. $H\left(\frac{5}{24}; \frac{-1}{6}\right)$ B. $H\left(\frac{-5}{24}; \frac{1}{6}\right)$ C. $H\left(\frac{3}{2}; \frac{-3}{2}\right)$ D. $H\left(\frac{35}{16}; \frac{-7}{4}\right)$

HD: Gọi $H(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{AH}(x-1; y-3), \overrightarrow{BH}(x-5; y+4)$

Ta có $\overrightarrow{BC}(-8; 2), \overrightarrow{AC}(-4; -5)$. Do $\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{5}{24}, y = \frac{-1}{6} \Rightarrow H\left(\frac{5}{24}; \frac{-1}{6}\right)$

Phương án nhiễu

- B. Giải nhầm hệ
C. Nhầm trực tâm với trọng tâm
D. Tính nhầm tọa độ $\overrightarrow{BC}$

Câu 17. Cho tam giác ABC đều cạnh $AB = 10$. Biết rằng $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC}$. Tính $|\vec{u}|$

- A. $10\sqrt{7}$ B. $10\sqrt{13}$ C. 10 D. $\pm 10\sqrt{7}$

HD: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -50 \Rightarrow \vec{u}^2 = 700 \Rightarrow |\vec{u}| = 10\sqrt{7}$

Phương án nhiễu

- B. Tính sai $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 50$

C. Tính sai $\vec{u}^2$

D. Tính nhầm $|\vec{u}|$

Câu 18. Cho điểm A(2;4), B(1;1). Tìm điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B.

A. C(0;4) và C(2; -2) B. C(16; -4) C. C(-1;5) và C(5;3) D. C(4;0) và C(-2;2)

HD: Gọi C(x;y), ta có $\overrightarrow{BA}(1;3)$, $\overrightarrow{BC}(x-1; y-1)$

$$\text{Tam giác ABC vuông cân tại B} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ BA = BC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1+3(y-1)=0 \\ 10=(x-1)^2+(y-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4, y=0 \\ x=-2, y=2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ C(4;0) và C(-2;2)

Phương án nhiễu

A. Nhầm hoành độ với tung độ

B. Tính sai $BC = (x-1) + (y-1)$

C. Nhầm sang điều kiện tam giác ABC vuông cân tại A

Câu 19. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = c$, $AC = b$, AD là phân giác trong của góc A. Độ dài của AD bằng :

A. $\frac{bc}{b+c}$

B. $\frac{bc\sqrt{2}}{b+c}$

C. $\frac{b+c}{bc}$

D. $\frac{b+c}{bc\sqrt{2}}$

HD: Trong $\triangle ABD$ có $\frac{AD}{\sin B} = \frac{BD}{\sin \widehat{BAD}} = \frac{BD}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}BD \Rightarrow AD = \sqrt{2}BD \sin B$

$$\text{Mà } \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{BC} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{2}bBD}{BC} = \frac{\sqrt{2}bc}{b+c}$$

Phương án nhiễu

A. Tính nhầm $AD = BD \sin B$

C. Tính nhầm $AD = \frac{BD}{\sin B}$

D. Nhầm kết quả

Câu 20. Tam giác ABC có các cạnh thỏa hệ thức $(a+b+c)(a+b-c)=3ab$. Khi đó số đo của góc C là :

A. 120°

B. 30°

C. 90°

D. 60°

HD: $(a+b+c)(a+b-c)=3ab \Leftrightarrow a^2+b^2-c^2=ab \Leftrightarrow \cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ$

Phương án nhiễu

A. Biến đổi nhằm thành $a^2 + b^2 - c^2 = -ab$

B. Tính nhằm góc C

C. Tính sai $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{ab} = 1$ và nhớ sai giá trị lượng giác của góc 90°

Câu 21. Cho 2 vecto $\vec{a}, \vec{b}$ với $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Tìm góc giữa chúng biết rằng $\vec{p} \perp \vec{q}$ biết $\vec{p} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{q} = 5\vec{a} - 4\vec{b}$

A. 60°

B. 30°

C. 120°

D. 0°

HD: $\vec{p} \perp \vec{q} \Leftrightarrow \vec{p} \cdot \vec{q} = 0 \Leftrightarrow (\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 4\vec{b}) = 3|\vec{a}|^2 + 6\vec{a}\vec{b} = 0 \Leftrightarrow \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 60^\circ$

Phương án nhiễu

B. Tính nhằm giá trị lượng giác

C. Tính nhằm thành $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = -\frac{1}{2}$

D. Tính nhằm thành $|\vec{a}|^2 = \vec{a}\vec{b}$

Câu 22. Tính $\hat{C}$ của $\triangle ABC$ có các cạnh a, b, c thỏa hệ thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$

A. 60°

B. 30°

C. 120°

D. Đáp án khác

HD. Biến đổi $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2) \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = bc \Rightarrow \cos C = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ$

Phương án nhiễu

B. Tính nhằm giá trị lượng giác

C. Tính nhằm thành $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = -\frac{1}{2}$

D. Nhầm lẫn trong quá trình tính toán

Câu 23. Cho tam giác ABC có AB = 2, BC = 4, CA = 3. Tính $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA}$

A. $-\frac{29}{6}$

B. $-\frac{29}{3}$

C. $\frac{29}{6}$

D. $\frac{29}{3}$

HD: Sử dụng công thức trung tuyến, tính được $GA = \frac{\sqrt{10}}{3}$, $GB = \frac{\sqrt{46}}{3}$, $GC = \frac{\sqrt{31}}{3}$

Ta có $0 = (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})^2 = GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2(\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA})$

$\Rightarrow \overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{GA} = -\frac{29}{6}$

Phương án nhiễu

B. Quên không chia cho 2

C. Nhầm dấu.

D. Nhầm dấu và quên chia cho 2

Câu 24. Cho hình thang cân ABCD có đáy lớn CD = 10, đáy nhỏ bằng đường cao, đường chéo vuông góc với cạnh bên. Tính độ dài đường cao của hình thang.

A. $5 - \sqrt{5}$

B. $-5 + \sqrt{5}$

C.

$5\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{5}$

HD: Ta có $BH^2 = DH \cdot CH \Leftrightarrow x^2 = (x + y)y$

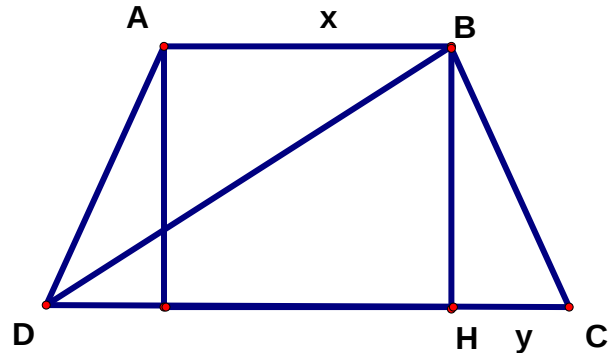
Mà $x + 2y = 10 \Rightarrow y = 5 - \sqrt{5}$ (vì $y \leq 5$) $\Rightarrow x = 2\sqrt{5}$

Phương án nhiễu

A. Nhầm x với y

B. Tính sai $CD = x + y$

C. Nhầm lẫn đáp án.



Câu 25. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O; R), AB = x. Tìm x để diện tích tam giác ABC lớn nhất.

A. $R\sqrt{3}$

B. $R\sqrt{2}$

C. R

D. Đáp án khác

HD: Trong ΔABO có $\frac{R}{\sin \frac{A}{2}} = \frac{x}{\sin O} = \frac{x}{\sin A} \Rightarrow \cos \frac{A}{2} = \frac{x}{2R}$

$\Rightarrow \sin \frac{A}{2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4R^2}}$. Khi đó diện tích ΔABC là:

$$S = \frac{1}{2} x^2 \sin A = \frac{x^3 \sqrt{4R^2 - x^2}}{4R^2} = 3\sqrt{3} \frac{\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^3 \sqrt{4R^2 - x^2}}{4R^2}$$

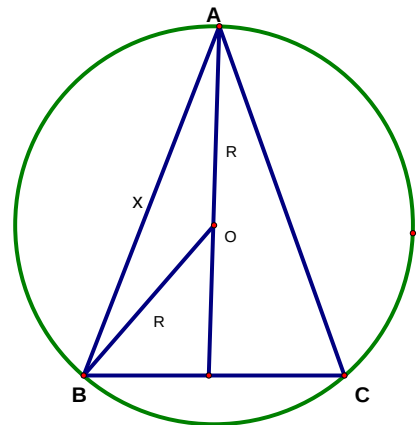
$$\text{Do } \left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^3 \sqrt{4R^2 - x^2} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{3x^2}{3} + 4R^2 - x^2\right)^2 = R^4 \Rightarrow S \leq \frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = R\sqrt{3}$

Phương án nhiễu

B. Cho điều kiện dấu bằng xảy ra sai ($x = \sqrt{4R^2 - x^2}$)

C. Cho điều kiện dấu bằng xảy ra sai ($x\sqrt{3} = \sqrt{4R^2 - x^2}$)



D. Nhầm lẫn trong đánh giá biểu thức S