

Họ và tên học sinh: SBD:

Câu 1: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tìm $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$ B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$ C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$ D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$

Câu 2: Hàm số $y = \pi^x$ có đạo hàm là:

- A. π^x B. $\frac{\pi^x}{\ln \pi}$ C. $\pi^x \ln \pi$ D. π^{x-1}

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 2z - 6 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $A(-1; -3; 4)$ là

- A. $4x + 3z + 16 = 0$. B. $2x - 6y + 3z - 28 = 0$.
C. $4x - 3z + 16 = 0$. D. $4x - 3y - 5 = 0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(4; -4; 2)$ và đi qua gốc tọa độ có phương trình là

- A. $(x+4)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 6$. B. $(x+4)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 36$.
C. $(x-4)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 36$. D. $(x-4)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 6$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

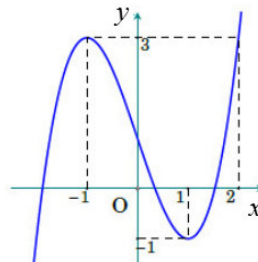
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. 1. C. -3. D. -4.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; 1), B(4; 3; 2), C(5; 2; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có dạng $ax + by + cz - 2 = 0$. Tính tổng $S = a - b + c$

- A. $S = 10$. B. $S = 2$. C. $S = -2$. D. $S = -10$.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới.



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 1 D. 3.

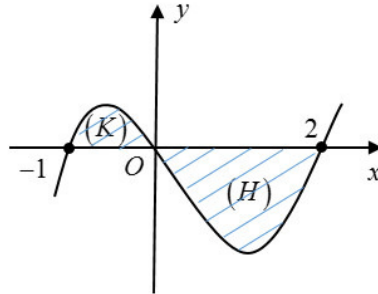
Câu 8: Tập nghiệm S của phương trình $\left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{x-1} = \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{x^2-x-9}$ là:

- A. $S = \{2; -4\}$ B. $S = \{-4\}$ C. $S = \{2\}$ D. $S = \{-2; 4\}$

Câu 9: Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = 3$ và $\int_2^5 f(t) dt = -2$ thì $\int_{-1}^5 f(s) ds$ bằng

- A. 1. B. 5. C. -5. D. -1.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích các hình phẳng $(K), (H)$ lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$. Tính $\int_{-1}^2 f(x) dx$

- A. $-\frac{37}{12}$ B. $-\frac{9}{4}$ C. $\frac{37}{12}$ D. $\frac{9}{4}$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-		+	0	+

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$ song song với nhau. Tính tổng $S = m + n$.

- A. $S = -8$. B. $S = -16$. C. $S = 8$. D. $S = 0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-3)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 25$. Mặt phẳng nào dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

- A. $3x - 4y + 5z - 18 = 0$. B. $4x - 3y + 5z - 18 + 20\sqrt{2} = 0$.
C. $2x + 2y - z + 2 = 0$. D. $x + y + z + 2 = 0$.

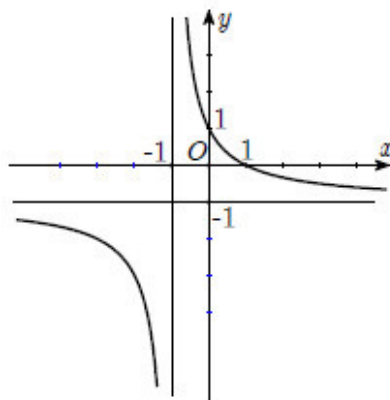
Câu 14: Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên do quay xung quanh trục Ox hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = (1-x)^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 2$.

- A. $\frac{2\pi}{5}$ B. $\frac{\pi}{5}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 15: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\ln(2x+1) \geq 1 + \ln(x-1)$ là:

- A. 5. B. Vô số. C. 6. D. 4.

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới



A. $y = \frac{-x+2}{x+1}$

B. $y = \frac{-2x+1}{x+1}$

C. $y = \frac{-x}{x+1}$

D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$

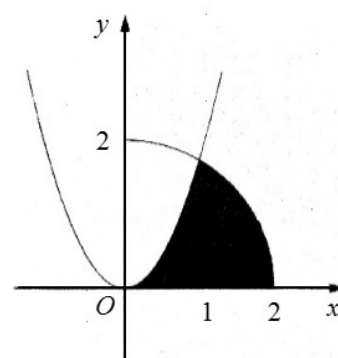
Câu 17: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi Parabol: $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Khối tròn xoay tạo ra khi (H) quay quanh Ox có thể tích V được xác định bằng công thức nào sau đây?

A. $V = \pi \int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx + \pi \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx$

B. $V = \pi - \int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx$

C. $V = \pi \int_0^2 (\sqrt{4-x^2} - \sqrt{3}x^2) dx$

D. $V = 3\pi \int_0^1 x^4 dx + \pi \int_1^2 (4-x^2) dx$



Câu 18: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a , M là trung điểm của CD . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AC, BM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 0

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, D , $AD = CD = a$; $AB = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi I là trung điểm của cạnh AB . Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SBC) .

A. a

B. $\frac{a}{3}$

C. $\frac{a}{2}$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 20: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 1}$ là:

A. 4

B. 2

C. 1

D. 3

Câu 21: Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một lớp gồm 35 học sinh?

A. A_{35}^3

B. C_{35}^3

C. 35^3

D. 3^{35}

Câu 22: Cho đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ (a, b, c là ba số dương khác 1 cho trước) được vẽ trong cùng một mặt phẳng tọa độ như hình bên.

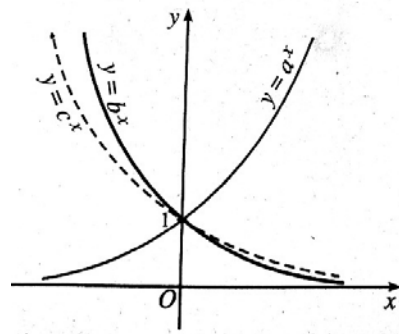
Chọn khẳng định đúng

A. $a > b > c$

B. $b > c > a$

C. $c > b > a$

D. $a > c > b$



Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 1. B. 33. C. 12. D. 0.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là

- A. $I(2; -1; 3); R = \sqrt{14}$. B. $I(-2; 1; -3); R = \sqrt{14}$. C. $I(2; -1; 3); R = 4$. D. $I(-2; 1; -3); R = 4$.

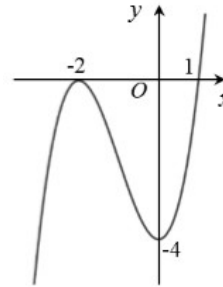
Câu 25: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = A.e^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017 dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt Nam năm 2030 là bao nhiêu người?

- A. 103.233.600. B. 104.919.600. C. 104.029.100. D. 104.073.200.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$.
B. $(1; +\infty)$.
C. $(-4; -2)$.
D. $(-2; 1)$.



Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng:

- A. 4. B. 3. C. 8. D. 12.

Câu 28: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ trên khoảng $(-2; +\infty)$ là:

- A. $x + 3\ln(x+2) + C$ B. $x - 3\ln(x+2) + C$ C. $x + \frac{3}{(x+2)^2} + C$ D. $x - \frac{3}{(x+2)^2} + C$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 5 = 0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng là:

- A. $\vec{n}_1(4; 2; -2)$ B. $\vec{n}_4(2; 1; 5)$ C. $\vec{n}_3(2; -1; -1)$ D. $\vec{n}_2(2; 1; 1)$

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu của M trên ba trục tọa độ là:

- A. $3x - 6y + 2z - 6 = 0$. B. $3x - 6y + 2z + 6 = 0$.
C. $3x + 6y + 2z - 6 = 0$. D. $-3x + 6y - 2z - 6 = 0$.

Câu 31: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng **không** có cùng tính chẵn lẻ bằng

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{4}{3}a^3$. B. $V = \frac{2}{3}a^3$. C. $V = 4a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 33: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình: $4^x - m2^{x+1} + 2m^2 - 27 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 11.

Câu 34: Cho tam giác đều ABC cạnh bằng 4. Gọi H là trung điểm cạnh BC . Diện tích xung quanh của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH là

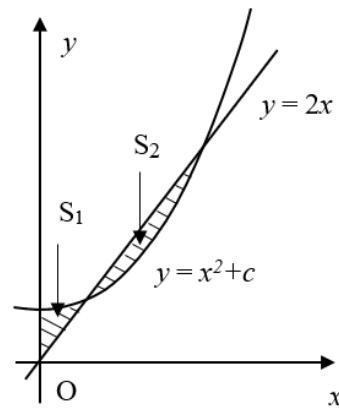
- A. $S = 16\pi$. B. $S = 4\pi$. C. $S = 8\pi$. D. $S = 32\pi$.

Câu 35: Cho đường thẳng $y = 2x$ và Parabol $y = x^2 + c$ (c là tham số thực dương).

Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.

Khi $S_1 = S_2$ thì c gần với số nào nhất sau đây?

- A. 3. B. 2.
C. 0. D. 1.



Câu 36: Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{2}{x}$, $y = 3x - 1$, $x = 3$ là

- A. $10 - 3\ln 2$ B. $10 - 2\ln 3$. C. $10 - \ln 3$ D. $\frac{2}{3} + 2\ln 3$

Câu 37: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 1, AC = 2, AA' = 2\sqrt{5}$. Gọi D là trung điểm của cạnh CC' và góc $\widehat{BDA'} = 90^\circ$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = 2\sqrt{15}$ B. $V = \sqrt{15}$ C. $V = 3\sqrt{15}$ D. $V = \frac{\sqrt{15}}{2}$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Hình chiếu của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là H sao cho $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AH}$. Góc giữa cạnh SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.HCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$ B. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{9}$ C. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$ D. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{18}$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$; $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$; cạnh bên SA tạo với mặt phẳng đáy góc 60° . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = 5\pi a^2$. B. $S = 3\pi a^2$. C. $S = \frac{5}{4}\pi a^2$. D. $S = \frac{5}{3}\pi a^2$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{2021^{-x} + 2}{2021^{-x} - m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

- A. 11. B. 3. C. 13. D. 2.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 1]$ thỏa mãn $f(x) - 1 = \int_{-1}^1 (x + e^t) f(t) dt$. Tích phân

$I = \int_{-1}^1 e^x f(x) dx$ bằng

- A. $I = \frac{e+3}{-e^2+e-3}$. B. $I = \frac{e^2+3}{e^2-e+3}$. C. $I = \frac{e^2+3}{-e^2+e-3}$. D. $I = \frac{-2e}{e^2-e+3}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{x-1} + 2) = m$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. 3 B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 43: Cho $F(x) = x^\pi$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cdot \pi^x$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot \pi^x$

A. $\int f'(x) \cdot \pi^x dx = -x^\pi + x^{\pi-1} + C.$

B. $\int f'(x) \cdot \pi^x dx = -x^\pi \ln \pi + \pi x^{\pi-1} + C.$

C. $\int f'(x) \cdot \pi^x dx = x^\pi \ln \pi - \pi x^{\pi-1} + C.$

D. $\int f'(x) \cdot \pi^x dx = -x^\pi + \pi x^{\pi-1} + C.$

Câu 44: Một bạn sinh viên muốn có một khoản tiền để mua xe máy làm phương tiện đi làm sau khi ra trường. Bạn lên kế hoạch làm thêm và gửi tiết kiệm trong 2 năm cuối đại học. Vào mỗi đầu tháng bạn đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T (đồng) theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,56% mỗi tháng. Biết đến cuối tháng thứ 24 thì bạn đó có số tiền là 30 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau?

A. 1.139.450 đồng.

B. 1.219.000 đồng.

C. 1.116.000 đồng.

D. 1.164.850 đồng.

Câu 45: Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2^{8x+2^{x+1}+1} - 4^{3x-y+2^{x+2}} + 2x + 2y - 3 \geq 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 6x + 4y$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 6.

B. 7.

C. 9.

D. 8.

Câu 46: Cho vật thể có đáy là một hình tròn giới hạn bởi $x^2 + y^2 = R^2$. Biết rằng khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-R \leq x \leq R$) thì được thiết diện là một hình vuông. Để thể tích V của vật thể đó bằng 2021 (đơn vị thể tích) thì R thuộc khoảng nào sau đây?

A. (6;7).

B. (7;8).

C. (9;10).

D. (8;9).

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[-2;2]$ thỏa mãn

$$\int_{-2}^2 [f^2(x) - 2f(x)(x+2)] dx = -\frac{64}{3}. \text{ Tính } I = \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1} dx.$$

A. $I = \frac{\pi - 2 \ln 2}{2}.$

B. $I = \frac{\pi - \ln 2}{2}.$

C. $I = \frac{\pi + \ln 2}{2}.$

D. $I = \frac{\pi + 2 \ln 2}{2}.$

Câu 48: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (0; 2021]$ sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^{2022} + \sqrt{x-2}}{x^2 - (m-2)x + 2}$$
 có đúng một tiệm cận đứng?

A. 2021.

B. 2015.

C. 2017.

D. 2016.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(|f(x)|)$ là:

A. 2.

B. 0

C. 1.

D. 3.

Câu 50: Cho hai đường thẳng $x'x, y'y$ chéo nhau và vuông góc với nhau. Trên $x'x$ lấy cố định điểm A , trên $y'y$ lấy cố định điểm B sao cho AB cùng vuông góc với Ax, By và $AB = 2020cm$. Gọi C, D là hai điểm lần lượt di chuyển trên hai tia Ax, By sao cho $AC + BD = CD$. Hỏi bán kính R của mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có giá trị nhỏ nhất thuộc khoảng nào sau đây?

A. (1009;1011)

B. (1427;1429)

C. (2855;2857)

D. (2019;2021)

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ LẦN 2, MÔN TOÁN NĂM HỌC 2020-2021

Mã 001		Mã 002		Mã 003		Mã 004	
1	A	1	C	1	D	1	D
2	C	2	B	2	D	2	D
3	C	3	D	3	A	3	A
4	C	4	A	4	C	4	A
5	C	5	D	5	C	5	D
6	A	6	A	6	A	6	D
7	C	7	A	7	A	7	C
8	D	8	C	8	B	8	D
9	A	9	A	9	B	9	A
10	B	10	D	10	A	10	B
11	B	11	B	11	C	11	D
12	D	12	C	12	A	12	A
13	B	13	D	13	D	13	D
14	A	14	A	14	C	14	C
15	D	15	C	15	B	15	B
16	D	16	D	16	C	16	D
17	D	17	D	17	D	17	C
18	A	18	B	18	B	18	B
19	C	19	C	19	A	19	B
20	B	20	B	20	B	20	A
21	B	21	D	21	D	21	C
22	D	22	B	22	B	22	C
23	A	23	A	23	C	23	B
24	C	24	B	24	C	24	C
25	D	25	C	25	C	25	B
26	A	26	C	26	B	26	C
27	B	27	A	27	B	27	A
28	B	28	B	28	A	28	A
29	A	29	A	29	D	29	B
30	A	30	A	30	D	30	A
31	B	31	C	31	B	31	C
32	A	32	D	32	B	32	B
33	C	33	C	33	A	33	B
34	C	34	D	34	D	34	D
35	D	35	B	35	C	35	A
36	B	36	A	36	A	36	B
37	B	37	B	37	B	37	C
38	D	38	A	38	D	38	A
39	A	39	C	39	C	39	D
40	B	40	C	40	D	40	B
41	C	41	D	41	A	41	B
42	A	42	A	42	C	42	C
43	B	43	D	43	D	43	D
44	D	44	B	44	C	44	B
45	D	45	A	45	A	45	A
46	B	46	C	46	B	46	A
47	C	47	A	47	D	47	C
48	C	48	A	48	A	48	A
49	A	49	B	49	B	49	D
50	B	50	C	50	A	50	A

1-A	2-C	3-C	4-C	5-C	6-A	7-C	8-D	9-A	10-B
11-B	12-D	13-B	14-A	15-D	16-D	17-D	18-A	19-C	20-B
21-B	22-D	23-A	24-C	25-D	26-D	27-B	28-B	29-A	30-A
31-A	32-A	33-C	34-C	35-D	36-B	37-B	38-D	39-A	40-B
	42-A	43-B	44-D	45-D	46-B	47-C	48-C	49-A	50-B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 (TH)

Phương pháp:

Tính nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến, đặt $t = \sin x$.

Cách giải:

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dx = \cos x dx$.

$$\Rightarrow F(x) = \int \sin^3 x \cdot \cos x dx = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\sin^4 x}{4} + C.$$

Mà $F(0) = \pi \Rightarrow C = \pi$.

$$F(x) = \frac{1}{4} \sin^4 x + \pi.$$

$$\text{Vậy } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} \sin^4 \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{1}{4} + \pi.$$

Chọn A.

Câu 2 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm số mũ: $(a^x)' = a^x \ln a$.

Cách giải:

$$y = \pi^x \Rightarrow y' = \pi^x \ln \pi.$$

Chọn C.

Câu 3 (TH)

Phương pháp:

- Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

- Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $A(-1; -3; 4)$ nhận $\overline{IA}$ là 1 VTPT.

- Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Cách giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -3; 1)$, bán kính $R = \sqrt{3^2 + (-3)^2 + 1^2 + 6} = 5$.

Vì (P) tiếp xúc với mặt cầu tại điểm $A(-1; -3; 4)$ nên $IA \perp (P) \Rightarrow (P)$ nhận $\overrightarrow{IA} = (-4; 0; 3)$ làm 1 VTPT.

$\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng $(P): -4(x + 1) + 3(z - 4) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3z + 16 = 0$.

Chọn C.

Câu 4 (TH)

Phương pháp:

- Tính bán kính mặt cầu $R = IO = \sqrt{x_I^2 + y_I^2 + z_I^2}$.

- Mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính R có phương trình là $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$.

Cách giải:

Bán kính mặt cầu là $R = IO = \sqrt{x_I^2 + y_I^2 + z_I^2} = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 2^2} = 6$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x - 4)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 36$.

Chọn C.

Câu 5 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào BBT xác định giá trị cực đại của hàm số là giá trị của hàm số tại điểm cực đại – điểm mà qua đó hàm số liên tục và đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Cách giải:

Dựa vào BBT $\Rightarrow y_{CD} = y(0) = -3$.

Chọn C.

Câu 6 (TH)

Phương pháp:

- Mặt phẳng (ABC) có 1 VTPT là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$.

- Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Cách giải:

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (3; 2; 1) \\ \overrightarrow{AC} = (4; 1; 0) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 4; -5).$

$\Rightarrow (ABC)$ có 1 VTPT là $\vec{n} = -[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; -4; 5).$

$\Rightarrow$ Phương trình $mp(ABC): 1(x-1) - 4(y-1) + 5(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 4y + 5z - 2 = 0.$

$\Rightarrow a = 1, b = -4, c = 5.$ Vậy $S = a - b + c = 1 - (-4) + 5 = 10.$

Chọn A.

Câu 7 (NB)

Phương pháp:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ song song với trục hoành.

Cách giải:

Ta có: $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3} \Rightarrow$ Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$ song song với trục hoành.

Đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 1 điểm.

Vậy phương trình $3f(x) + 4 = 0$ có 1 nghiệm thực duy nhất.

Chọn C.

Câu 8 (TH)

Phương pháp:

Giải phương trình mũ: $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x).$

Cách giải:

$$\left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{x-1} = \left(\sin \frac{\pi}{12}\right)^{x^2-x-9}$$

$$\Leftrightarrow x-1 = x^2 - x - 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2; 4\}.$

Chọn D.

Câu 9 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng tính chất tích phân: $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(s) ds \dots, \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned}\int_{-1}^5 f(s) ds &= \int_{-1}^5 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx \\ &= \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^5 f(t) dt = 3 + (-2) = 1.\end{aligned}$$

Chọn A.

Câu 10 (TH)

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_{(K)} = \int_{-1}^0 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 f(x) dx = \frac{5}{12} \\ S_{(H)} = \int_0^2 |f(x)| dx = -\int_0^2 f(x) dx = \frac{8}{3} \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = \frac{5}{12} - \frac{8}{3} = -\frac{9}{4}.$$

Chọn B.

Câu 11 (NB)

Phương pháp:

Điểm cực tiểu của hàm số là điểm mà qua đó hàm số liên tục và đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương.

Cách giải:

Dựa vào BXD ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$. Vậy hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Chọn B.

Câu 12 (NB)**Phương pháp:**

Hai mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(Q): A'x + B'y + C'z + D' = 0$ song song với nhau khi và chỉ khi

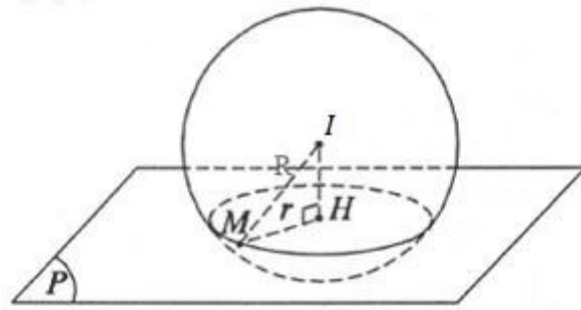
$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}.$$
Cách giải:

Hai mặt phẳng $(P): 2x + mt + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 8y - 6z + 2 = 0$ song song với nhau khi và chỉ khi

$$\frac{n}{2} = \frac{-8}{m} = \frac{-6}{3} \neq \frac{2}{-5} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = -4 \end{cases}.$$

Vậy $S = m + n = 0$.

Chọn D.

Câu 13 (TH)**Phương pháp:**

Áp dụng định lý Pytago: $R^2 = r^2 + d^2$ với R là bán kính hình cầu, r là bán kính hình tròn, $d = d(I, (P))$ với I là tâm mặt cầu.

Cách giải:

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 0)$, bán kính $R = 5$. Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến $\Rightarrow r = 3$.

Gọi $d = d(I, (P))$, áp dụng định lý Ta-lét ta có $R^2 = r^2 + d^2 \Rightarrow d = 4$

Xét các đáp án chỉ có đáp án B thỏa mãn $d(I, (P)) = \frac{|4 \cdot 3 - 4 \cdot (-2) - 18 + 20\sqrt{2}|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + 5^2}} = \frac{20\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} = 4$.

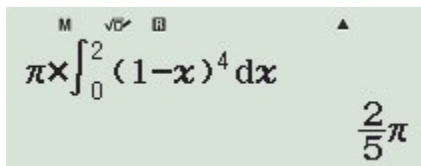
Chọn B.

Câu 14 (NB)**Phương pháp:**

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$ xung quanh trục Ox là: $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$.

Cách giải:

Thể tích cần tính là: $V = \pi \int_0^2 (1-x)^4 dx = \frac{2\pi}{5}$.



Chọn A.

Câu 15 (TH)

Phương pháp:

- Tìm ĐKXĐ.

- Sử dụng công thức $\ln a - \ln b = \ln \frac{a}{b} (a, b > 0)$

- Giải bất phương trình $\ln x > a \Leftrightarrow x > e^a$.

Cách giải:

$$\text{ĐKXĐ} \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\ln(2x+1) \geq 1 + \ln(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{2x+1}{x-1} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1} \geq e$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 \geq ex-1$$

$$\Leftrightarrow (2-e)x \geq -e-1$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{-e-1}{2-e}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta có } x \in \left(1; \frac{-e-1}{2-e}\right]$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{2; 3; 4; 5\}.$$

Chọn D.

Câu 16 (TH)

Phương pháp:

Dựa vào TCN và TCD của đồ thị hàm số và các điểm thuộc đồ thị hàm số.

Cách giải:

Đồ thị hàm số có TCN $y = -1$ nên loại đáp án B.

Đồ thị hàm số có TCD $x = -1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ nên loại đáp án A và C.

Chọn D.

Câu 17 (TH)

Phương pháp:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$

xung quanh trục Ox là: $V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow x = 1$.

Thể tích cần tính: $V = \pi \int_0^1 (\sqrt{3}x^2)^2 dx + \pi \int_1^2 (\sqrt{4-x^2})^2 dx = 3\pi \int_0^1 x^4 dx + \pi \int_1^2 (4-x^2) dx$.

Chọn D.

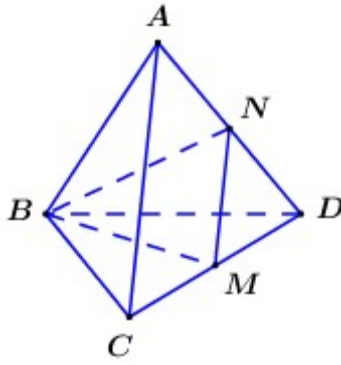
Câu 18 (TH)

Phương pháp:

- Gọi N là trung điểm của AD , chứng minh $\angle(AC; BM) = \angle(MN; BM)$

- Tính các cạnh của tam giác BMN , sử dụng định lí Co-sin trong tam giác: $\cos \angle BMN = \frac{BM^2 + MN^2 - BN^2}{2BM \cdot MN}$

Cách giải:



Gọi N là trung điểm của AD , ta có $MN \parallel AC$ (MN là đường trung bình của $\triangle ACD$)

$$\Rightarrow \angle(AC; BM) = \angle(MN; BM).$$

$\triangle ABD, \triangle BCD$ là các tam giác đều cạnh a nên $BM = BN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

MN là đường trung bình của $\triangle ACD$ nên $MN = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}$.

$$\text{Áp dụng định lí Co-sin trong tam giác } BMN : \cos \angle BMN = \frac{BM^2 + MN^2 - BN^2}{2BM \cdot MN} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

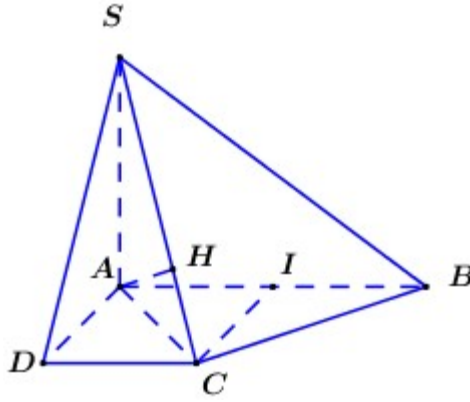
Chọn A.

Câu 19 (TH)

Phương pháp:

- Chứng minh $\frac{d(I; (SBC))}{d(A; (SBC))} = \frac{IB}{AB} = \frac{1}{2}$.
- Chứng minh $ADCI$ là hình vuông và $BC \perp (SAC)$.
- Trong (SAC) kẻ $AH \perp SC$, chứng minh $AH \perp (SBC)$.
- Sử dụng tính chất tam giác vuông cân tính AH .

Cách giải:



Ta có $IA \cap (SBC) = B \Rightarrow \frac{d(I; (SBC))}{d(A; (SBC))} = \frac{IB}{AB} = \frac{1}{2}.$

Vì $ADCI$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow CI = a = \frac{1}{2} AB.$

$\Rightarrow \Delta ACB$ vuông tại $C \Rightarrow AC \perp BC.$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC).$

Trong (SAC) kẻ $AH \perp SC$ ta có $\begin{cases} AH \perp SC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$

$\Rightarrow d(I; (ABC)) = \frac{1}{2} AH.$

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$

$\Rightarrow \angle(SC; (ABCD)) = \angle(SC; AC) = \angle SCA = 45^\circ$

$\Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow AH = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a.$

Vậy $d(I; (SBC)) = \frac{a}{2}.$

Chọn C.

Câu 20 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số: Cho hàm số $y = f(x).$

- Đường thẳng $y = y_0$ là TCN của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = y_0$ hoặc

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = y_0.$

- Đường thẳng $x = x_0$ là TCD của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0} y = +\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow x_0} y = -\infty$.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 1} = 3 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 1} = 3 \end{cases} \Rightarrow y = 3 \text{ là TCN của đồ thị hàm số.}$$

$$\frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(3x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{3x+1}{x+1} \text{ nên } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = -1 \text{ là TCD của đồ thị hàm số.}$$

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - 1}$ là 2.

Chọn B.

Câu 21 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng tổ hợp.

Cách giải:

Số cách chọn 3 học sinh từ một lớp gồm 35 học sinh là C_{35}^3 .

Chọn B.

Câu 22 (NB)

Phương pháp:

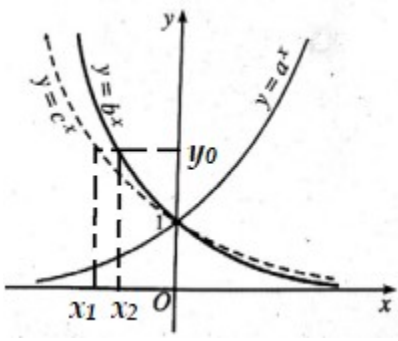
- Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$ và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $0 < a < 1$.

- So sánh: $\begin{cases} \log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x > y \text{ khi } a > 1 \\ \log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x < y \text{ khi } 0 < a < 1 \end{cases}$

Cách giải:

Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $a > 1$.

Hàm số $y = b^x, y = c^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $\begin{cases} 0 < b < 1 \\ 0 < c < 1 \end{cases}$.



Với cùng giá trị $y_0 > 1$ ta thấy $\begin{cases} b^{x_2} = y_0 \\ c^{x_1} = y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \log_b y_0 \\ x_1 = \log_c y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{y_0} b = \frac{1}{x_2} \\ \log_{y_0} c = \frac{1}{x_1} \end{cases}.$

Vì $x_1 < x_2 < 0 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \Rightarrow \log_{y_0} c > \log_{y_0} b$. Mà $y_0 > 1$ nên $c > b$.

Vậy $a > c > b$.

Chọn D.

Câu 23 (TH)

Phương pháp:

- Tính $f'(x)$, xác định các nghiệm $x_i \in [-1; 2]$ của phương trình $f'(x) = 0$.
- Tính $f(-1), f(2), f(x_i)$.
- KL: $\min_{[-1; 2]} f(x) = \min \{f(-1); f(2); f(x_i)\}, \max_{[-1; 2]} f(x) = \max \{f(-1); f(2); f(x_i)\}$

Cách giải:

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $[-1; 2]$.

$$\text{Ta có } f'(x) = -4x^3 + 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 2] \\ x = \pm\sqrt{6} \notin [-1; 2] \end{cases}.$$

$$\text{Mà } f(-1) = 12, f(2) = 33, f(0) = 1.$$

$$\text{Vậy } \min_{[-1; 2]} f(x) = f(0) = 1.$$

Chọn A.

Câu 24 (NB)

Phương pháp:

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ có tâm $I(-a; -b; -c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Cách giải:

Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$ có tâm $I(2; -1; 3)$, bán kính $R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 3^2 - (-2)} = 4$.

Chọn C.

Câu 25 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức $S = A.e^{nr}$ với $A = 93.671.600, n = 2030 - 2017 = 13, r = 0,81\%$.

Cách giải:

Dự báo dân số Việt Nam năm 2030 là: $S = 93.671.600.e^{13.08.1\%} = 104.073.257$ người.

Chọn D.

Câu 26 (NB)

Phương pháp:

Xác định các khoảng mà hàm số đi xuống theo chiều từ trái sang phải.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-2; 1)$.

Chọn D.

Câu 27 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức SHTQ của CSN: $u_n = u_1 q^{n-1}$.

Cách giải:

Ta có $u_2 = u_1 q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Chọn B

Câu 28 (TH)

Phương pháp:

- Chia tử cho mẫu.

- Sử dụng bảng nguyên hàm: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C (n \neq -1), \int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$.

- Sử dụng điều kiện $x \in (-2; +\infty)$ để phá trị tuyệt đối.

Cách giải:

Ta có $f(x) = \frac{x-1}{x+2} = \frac{x+2-3}{x+2} = 1 - \frac{3}{x+2}$.

$\Rightarrow \int f(x) dx = \int \left(1 - \frac{3}{x+2}\right) dx = x - 3 \ln|x+2| + C$.

Vì $x \in (-2; +\infty) \Rightarrow x+2 > 0$.

Vậy $\Rightarrow \int f(x) dx = x - 3 \ln(x+2) + C$,

Chọn B.

Câu 29 (NB)

Phương pháp:

- Mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ có 1 VTPT là $\vec{n} = (A; B; C)$.
- Mọi vector cùng phương với $\vec{n}$ đều là 1 VTPT của (P) .

Cách giải:

Mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 5 = 0$ có 1 VTPT là $\vec{n} = (2; 1; -1) \Rightarrow \vec{n}_1 = 2\vec{n} = (4; 2; -2)$ cũng là 1 VTPT của mặt phẳng (P) .

Chọn A.

Câu 30 (TH)

Phương pháp:

- Hình chiếu của điểm $M(a; b; c)$ lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt là $(a; 0; 0), (0; b; 0), (0; 0; c)$.
- Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $(a; 0; 0), (0; b; 0), (0; 0; c)$ là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Cách giải:

Hình chiếu của điểm $M(2; -1; 3)$ lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt là $(2; 0; 0), (0; -1; 0), (0; 0; 3)$.

Phương trình mặt phẳng qua các hình chiếu của M trên ba trục tọa độ là:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x - 6y + 2z - 6 = 0.$$

Chọn A.

Câu 31 (VD)

Phương pháp:

- Tính số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau $\Rightarrow$ Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)$.

- Gọi A là biến cố: “số đó có hai chữ số tận cùng **không** có cùng tính chẵn lẻ”, tìm số cách chọn 2 chữ số tận cùng, số cách chọn 3 chữ số còn lại và áp dụng quy tắc nhân tìm số phần tử của biến cố A.

- Tính xác suất của biến cố A.

Cách giải:

Gọi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là $\overline{abcde}$.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau là $A_{10}^5 - A_9^4 = 27216$.

Chọn ngẫu nhiên một số thuộc $S \Rightarrow$ Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{27216}^1 = 27216$.

Gọi A là biến cố: “số đó có hai chữ số tận cùng **không** có cùng tính chẵn lẻ”.

TH1: d, e không cùng tính chẵn lẻ, $de \neq 0$.

$\Rightarrow$ Số cách chọn d, e là $4.5.2! = 40$ cách.

Số cách chọn a, b, c là $A_8^3 - A_7^2 = 294$.

$\Rightarrow$ TH1 có $40.294 = 11760$ số thỏa mãn.

TH2: d, e không cùng tính chẵn lẻ, $de = 0$.

Chọn 1 số lẻ có 5 cách $\Rightarrow$ Số cách chọn d, e là $5.2 = 10$ cách.

Số cách chọn a, b, c là $A_8^3 = 336$.

$\Rightarrow$ TH2 có $10.336 = 3360$ số thỏa mãn.

$\Rightarrow n(A) = 11760 + 3360 = 15120$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15120}{27216} = \frac{5}{9}$.

Chọn A.

Câu 32 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức $V_{chop} = \frac{1}{3} S_{day} \cdot h$.

Cách giải:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot (a\sqrt{2})^2 = \frac{4}{3} a^3.$$

Chọn A.

Câu 33 (TH)

Phương pháp:

- Đặt ẩn phụ $t = 2^x > 0$, đưa phương trình về phương trình bậc hai ẩn t .
- Để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt thì phương trình bậc hai ẩn t có 2 nghiệm dương phân biệt.
- Sử dụng định lý Vi-ét

Cách giải:

Đặt $t = 2^x > 0$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt + 2m^2 - 27 = 0(*)$.

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m^2 + 27 > 0 \\ S = 2m > 0 \\ P = 2m^2 - 27 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{3} < m < 3\sqrt{3} \\ m > 0 \\ \begin{cases} m > \frac{3\sqrt{6}}{2} \\ m < -\frac{3\sqrt{6}}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{6}}{2} < m < 3\sqrt{3}.$$

Mà S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m nên $S = \{4; 5\}$.

Vậy S có 2 phần tử.

Chọn C.

Câu 34 (TH)

Phương pháp:

- Khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH ta được hình nón có chiều cao $h = AH, r = \frac{BC}{2}$.
- Tính độ dài đường sinh của hình nón $l = \sqrt{h^2 + r^2}$.
- Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l , bán kính đáy r là $S_{xq} = \pi rl$.

Cách giải:

Khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH ta được hình nón có chiều cao $h = AH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$,

$$r = \frac{BC}{2} = \frac{4}{2} = 2.$$

$$\text{Độ dài đường sinh của hình nón } l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón tạo thành là: } S = \pi rl = \pi \cdot 2 \cdot 4 = 8\pi.$$

Chọn C.

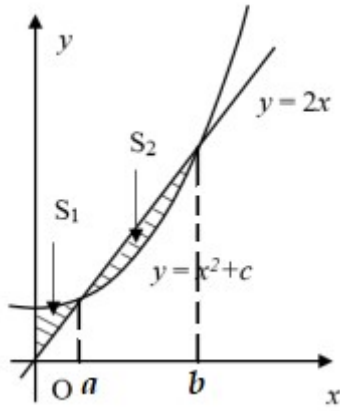
Câu 35 (VD)**Phương pháp:**

- Giả sử nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm là $x^2 + c = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = a > 0 \\ x = b > 0 \end{cases}$.

- Sử dụng: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx \text{ để tính } S_1, S_2.$$

- Giải phương trình $S_1 = S_2$ và thế $c = 2b - b^2$, giải phương trình tìm b sau đó tìm c .

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + c = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = a > 0 \\ x = b > 0 \end{cases}$.

Ta có

$$S_1 = \int_0^a (x^2 + c - 2x) dx = \left(\frac{x^3}{3} + cx - x^2 \right) \Big|_0^a = \frac{a^3}{3} + ca - a^2.$$

$$S_2 = \int_a^b (2x - x^2 - c) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} - cx \right) \Big|_a^b = b^2 - \frac{b^3}{3} - cb - a^2 + \frac{a^3}{3} + ca$$

Vì $S_1 = S_2$ nên ta có:

$$\frac{a^3}{3} + ca - a^2 = b^2 - \frac{b^3}{3} - cb - a^2 + \frac{a^3}{3} + ca$$

$$\Leftrightarrow b^2 - \frac{b^3}{3} - cb = 0$$

$$\Leftrightarrow b - \frac{b^2}{3} - c = 0 \text{ (do } b > 0 \text{)}$$

Vì b là nghiệm của phương trình $x^2 + c = 2x \Rightarrow b^2 + c = 2b \Rightarrow c = 2b - b^2$.

$$\Rightarrow b - \frac{b^2}{3} - 2b + b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{3}{2} (tm) \\ b = 0 (ktm) \end{cases}$$

Vậy $c = 2b - b^2 = \frac{3}{4}$ gần với 1 nhất.

Chọn D.

Câu 36 (VD)

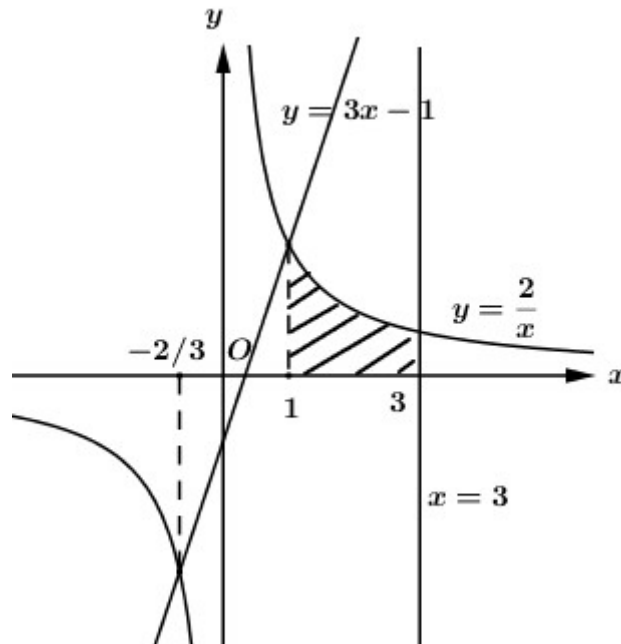
Phương pháp:

- Giải phương trình hoành độ giao điểm.
- Vẽ đồ thị để xác định miền cần tính diện tích.
- Sử dụng: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ là

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2}{x} = 3x - 1 (x \neq 0) \Leftrightarrow 3x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$



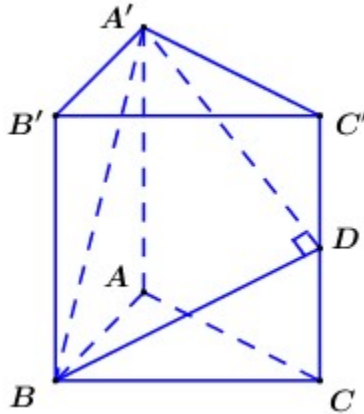
Dựa vào đồ thị ta thấy diện tích cần tính là

$$S = \int_1^3 \left(3x - 1 - \frac{2}{x} \right) dx = \left(\frac{3x^2}{2} - x - 2 \ln|x| \right) \Big|_1^3 = \frac{21}{2} - 2 \ln 3 - \frac{1}{2} = 10 - 2 \ln 3$$

Chọn B.

Câu 37 (VD)**Phương pháp:**

- Áp dụng định lý Pytago tính $A'B, A'D$.
- Áp dụng định lý Pytago tính BD , tiếp tục áp dụng định lý Pytago tính BC .
- Sử dụng công thức Hê-rong tính diện tích tam giác $ABC: S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}$, với p là nửa chu vi tam giác ABC .
- Tính thể tích $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC}$.

Cách giải:

Áp dụng định lý Pytago ta có:

$$A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = \sqrt{20 + 1} = \sqrt{21}$$

$$A'D = \sqrt{A'C'^2 + C'D^2} = \sqrt{4 + 5} = 3$$

Vì $\Delta A'BD$ vuông tại D nên $BD = \sqrt{A'B^2 - A'D^2} = \sqrt{21 - 9} = 2\sqrt{3}$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông BCD ta có $BC = \sqrt{BD^2 - CD^2} = \sqrt{12 - 5} = \sqrt{7}$.

Gọi p là chu vi tam giác ABC ta có $p = \frac{1 + 2 + \sqrt{7}}{2}$.

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

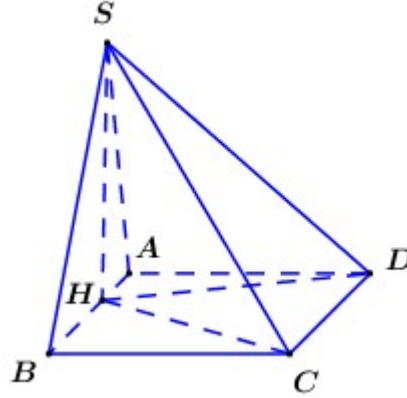
$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{15}.$$

Chọn B.

Câu 38 (VD)**Phương pháp:**

- Xác định góc giữa SD và $(ABCD)$ là góc giữa SD và hình chiếu của SD lên $(ABCD)$.
- Sử dụng tính chất tam giác vuông cân tính SH .
- Tính $S_{\Delta HCD} = S_{ABCD} - S_{\Delta AHD} - S_{\Delta BCH}$.
- Tính $V_{S.HCD} = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta HCD}$.

Cách giải:



Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HD$ là hình chiếu vuông góc của SD lên $(ABCD)$.

$$\Rightarrow \angle(SD; (ABCD)) = \angle(SD; HD) = \angle SDH = 45^\circ.$$

$$\Rightarrow \Delta SHD \text{ vuông cân tại } H \Rightarrow SH = HD = \sqrt{AD^2 + AH^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{3}.$$

$$\text{Ta có } S_{\Delta HCD} = S_{ABCD} - S_{\Delta AHD} - S_{\Delta BCH} = a^2 - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{3} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.HCD} = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta HCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{10}}{18}.$$

Chọn D.

Câu 39 (VDC)

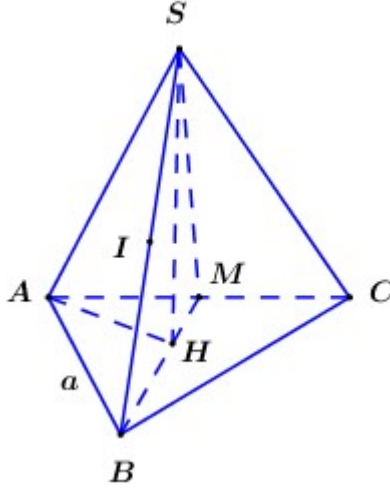
Phương pháp:

- Gọi I là trung điểm SB . Chứng minh I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.
- Xác định góc giữa SA và (ABC) .
- Đặt $SB = x (x > a)$, tính SA, SM, SH theo x .
- Tính $S_{\Delta SBM} = \sqrt{p(p-SB)(p-BM)(p-SM)}$ với p là nửa chu vi tam giác SBM .

- Giải phương trình $\sqrt{p(p-SB)(p-BM)(p-SM)} = \frac{1}{2}SH.BM$ tìm x theo a và suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

- Diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Cách giải:



Gọi I là trung điểm của SB .

Vì $\angle SAB = \angle SCB = 90^\circ$ nên $IA = IC = \frac{1}{2}SB = IS = IB \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

Gọi M là trung điểm của AC ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại $B \Rightarrow BM \perp AC$.

Lại có $\triangle SAB = \triangle SCB$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow SA = SC$.

$\Rightarrow \triangle SAC$ vuông tại $S \Rightarrow SM \perp AC$,

$\Rightarrow AC \perp (SMB)$.

Trong (SBM) kẻ $SH \perp BM$ ta có: $\begin{cases} SH \perp BM \\ SH \perp AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

$\Rightarrow HA$ là hình chiếu vuông góc của SA lên $(ABC) \Rightarrow \angle(SA; (ABC)) = \angle(SA; HA) = \angle SAH = 60^\circ$,

Đặt $SB = x (x > a)$ ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{x^2 - a^2}$.

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại B có $AB = a$ nên $AC = a\sqrt{2}, BM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow SM = \sqrt{SA^2 - AM^2} = \sqrt{x^2 - a^2 - \frac{a^2}{2}} = \sqrt{x^2 - \frac{3a^2}{2}}$.

Gọi p là nửa chu vi tam giác SBM ta có $p = \frac{SB + BM + SM}{2} = \frac{x + \frac{a\sqrt{2}}{2} + \sqrt{x^2 - \frac{3a^2}{2}}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAH ta có $SH = SA \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{x^2 - a^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow S_{\Delta SBM} = \sqrt{p(p-SB)(p-BM)(p-SM)} = \frac{1}{2} SH \cdot BM$$

$$\Rightarrow \sqrt{p(p-SB)(p-BM)(p-SM)} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x^2 - a^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 8\sqrt{p(p-SB)(p-BM)(p-SM)} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{x^2 - a^2}$$

$$\Leftrightarrow 64p(p-SB)(p-BM)(p-SM) = 6(x^2 - a^2)$$

$$\Leftrightarrow x = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp là } R = \frac{1}{2} SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)^2 = 5\pi a^2.$$

Chọn A.

Câu 40 (VD)

Phương pháp:

- Đặt $t = 2020^{-x}$.

- Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ nghịch biến trên $(m;n)$ khi $\begin{cases} y' < 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (m;n) \end{cases}$.

Cách giải:

Đặt $t = 2020^{-x}$, với $x \in (-\infty; 0)$ thì $t \in (1; +\infty)$, t, x ngược tính đơn điệu.

Bài toán trở thành: Tìm m để hàm số $y = \frac{t+2}{t-m}$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} y' = \frac{-m-2}{(t-m)^2} < 0 \\ m \notin (1; +\infty) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 1.$$

Kết hợp điều kiện $m \in [-10; 10]$ ta có $m \in (-2; 1]$. Lại có $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 41 (VDC)

Cách giải:

Ta có:

$$f(x)-1 = \int_{-1}^1 (x+e^t) f(t) dt \Leftrightarrow f(x)-1 = x \int_{-1}^1 f(t) dt + \int_{-1}^1 e^t f(t) dt \quad (*)$$

$$\text{Giả sử } \int_{-1}^1 f(t) dt = a, \int_{-1}^1 e^t f(t) dt = b \Rightarrow f(x)-1 = xa+b \Leftrightarrow f(x) = ax+b+1.$$

Thay vào (*) ta có:

$$ax+b = x \int_{-1}^1 (at+b+1) dt + \int_{-1}^1 e^t (at+b+1) dt$$

$$\Leftrightarrow ax+b = x \left(\frac{at^2}{2} + bt + t \right) \Big|_{-1}^1 + \int_{-1}^1 e^t (at+b+1) dt$$

$$\Leftrightarrow ax+b = x \left(\frac{a}{2} + b + 1 - \frac{a}{2} + b + 1 \right) + (at+b+1)e^t \Big|_{-1}^1 - a \int_{-1}^1 e^t dt$$

$$\Leftrightarrow ax+b = x(2b+2) + (a+b+1)e - (-a+b+1)e^{-1} - a(e - e^{-1})$$

$$\Leftrightarrow ax+b = x(2b+2) + (b+1)e + (2a-b-1)e^{-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2b+2 \\ b = (b+1)e + (2a-b-1)e^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b+2 \\ b = (b+1)e + (3b+3)e^{-1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b+2 \\ b = \left(e + \frac{3}{e}\right)b + e + \frac{3}{e} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2e^2}{e^2 - e - 1} \\ b = \frac{e + \frac{3}{e}}{1 - e - \frac{3}{e}} = \frac{e^2 + 3}{-e^2 + e - 3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \int_{-1}^1 e^t f(t) dt = \int_{-1}^1 e^x f(x) dx = \frac{e^2 + 3}{-e^2 + e - 3} = I.$$

Chọn C.

Câu 42 (VDC)**Phương pháp:**

- Đặt $t = \sqrt{x-1} + 2 \ (t \geq 2)$.

- Từ BBT suy ra $f'(x)$, tính $f(x) = \int f'(x) dx$, sử dụng $f(1) = 4, f(3) = -2$.

- Tính $f(2)$ với hàm $f(x)$ vừa tìm được, sau đó tìm điều kiện của m để phương trình có 2 nghiệm.

Cách giải:

Đặt $t = \sqrt{x-1} + 2 (t \geq 2)$. Khi đó ta có $f(t) = m$ có 2 nghiệm (ứng với mỗi nghiệm t cho ta một nghiệm x tương ứng).

Từ BBT ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị $x=1, x=3$ nên $f'(x) = a(x-1)(x-3) = a(x^2 - 4x + 3)$.

$$\Rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = \int a(x^2 - 4x + 3) dx = a \left(\frac{1}{3} x^3 - 2x^2 + 3x \right) + C.$$

$$\text{Có } \begin{cases} f(1) = 4 \\ f(3) = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}a + C = 4 \\ C = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = -2 \\ a = \frac{9}{2} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{2} \left(\frac{1}{3} x^3 - 2x^2 + 3x \right) - 2 = \frac{3}{2} x^3 - 9x^2 + \frac{27}{2} x - 2$$

$$\Rightarrow f(2) = 1.$$

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm $\Leftrightarrow -2 < m \leq 1$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 43 (VD)**Phương pháp:**

Sử dụng phương pháp tích phân từng phần, đặt $\begin{cases} u = \pi^x \\ dv = f'(x) dx \end{cases}$.

Cách giải:

$$\text{Đặt } I = \int f'(x) \pi^x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \pi^x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \pi^x \ln \pi \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \pi^x f(x) - \ln \pi \int \pi^x f(x) dx.$$

$$\text{Vì } F(x) = \pi^x \text{ là một nguyên hàm của hàm số } f(x) \pi^x \Rightarrow \begin{cases} F'(x) = f(x) \pi^x \\ \int f(x) \pi^x dx = F(x) + C = x^\pi + C. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \pi \cdot x^{\pi-1} = f(x) \cdot \pi^x \Rightarrow f(x) = \frac{\pi \cdot x^{\pi-1}}{\pi^x}$$

$$\Rightarrow I = \pi^x \frac{\pi x^{\pi-1}}{\pi^x} - x^\pi \ln \pi + C$$

$$\Rightarrow I = \pi . x^{\pi-1} - x^\pi \ln \pi + C$$

Chọn B.

Câu 44:

Phương pháp:

- Tính số tiền nhận được sau 1 tháng, 2 tháng và suy ra số tiền nhận được sau 24 tháng.
- Giải phương trình tìm T .

Cách giải:

Số tiền nhận được sau 1 tháng là $T_1 = T.(1 + 0,56\%)$ (đồng).

Số tiền nhận được sau 2 tháng là

$$\begin{aligned} T_2 &= (T_1 + T).(1 + 0,56\%) \\ &= [T.(1 + 0,56\%) + T](1 + 0,56\%) \\ &= T.(1 + 0,56\%)^2 + T(1 + 0,56\%) \end{aligned}$$

...

Số tiền nhận được sau 24 tháng là:

$$\begin{aligned} T_{24} &= T(1 + 0,56\%)^{24} + T(1 + 0,56\%)^{23} + \dots + T(1 + 0,56\%) \\ &= T(1 + 0,56\%) + \left[(1 + 0,56\%)^{23} + (1 + 0,56\%)^{22} + \dots + 1 \right] \\ &= T(1 + 0,56\%) \frac{1 - (1 + 0,56\%)^{24}}{1 - (1 + 0,56\%)} \\ &= T(1 + 0,56\%) \frac{(1 + 0,56\%)^{24} - 1}{0,56\%} \end{aligned}$$

Theo bài ra ta có:

$$T_{24} = 300000000$$

$$\Leftrightarrow T(1 + 0,56\%) \frac{(1 + 0,56\%)^{24} - 1}{0,56\%} = 300000000$$

$$\Leftrightarrow T = 1.164.849 \text{ (đồng).}$$

Chọn D.

Câu 45 (VDC)

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp xét tính đơn điệu của hàm số.

Cách giải:

Ta có:

$$2^{8x+2^{x+1}+1} - 4^{3x-y+2^x+2} + 2x + 2y - 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{8x+2^{x+1}+1} - 2^{6x-2y+2^{x+1}+4} + 2x + 2y - 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{8x+2^{x+1}+1} + 8x + 2^{x+1} + 1 \geq 2^{6x-2y+2^{x+1}+4} + 6x - 2y + 2^{x+1} + 4 \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0 \forall t \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó

$$(*) \Leftrightarrow 8x + 2^{x+1} + 1 \geq 6x - 2y + 2^{x+1} + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2y - 3 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq \frac{3-2x}{2}$$

Khi đó ta có

$$P = x^2 + y^2 + 6x + 4y$$

$$\Leftrightarrow P \geq x^2 + \left(\frac{3-2x}{2}\right)^2 + 6x + 4 \cdot \frac{3-2x}{2}$$

$$\Leftrightarrow P \geq x^2 + \frac{4x^2 - 12x + 9}{4} + 6x + 6 - 4x$$

$$\Leftrightarrow P \geq 2x^2 - x + \frac{33}{4}$$

$$\Leftrightarrow P \geq 2\left(x^2 - 2x \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right) + \frac{65}{8}$$

$$\Leftrightarrow P \geq 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{65}{8} \geq \frac{65}{8} = 8,125$$

$$P_{\min} = 8,125 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}.$$

Chọn D.

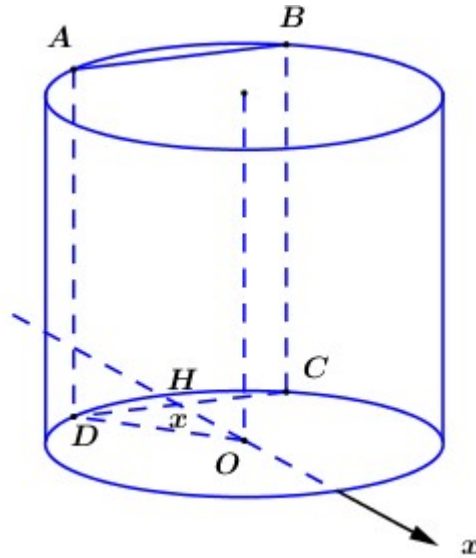
Câu 46 (VD)

Phương pháp:

Giả sử vật thể T giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=a, x=b$. Cắt vật thể T bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(a \leq x \leq b)$ được thiết diện có thể tích $S(x)$. Khi đó thể tích vật thể T là

$$V_T = \int_a^b S(x) dx.$$

Cách giải:



Giả sử vật thể là hình trụ $\Rightarrow$ Thiết diện $ABCD$ là hình vuông.

$$\text{Ta có } DH = \sqrt{OD^2 - OH^2} = \sqrt{R^2 - x^2} \Rightarrow CD = 2\sqrt{R^2 - x^2}.$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = CD^2 = 4(R^2 - x^2).$$

Khi đó thể tích vật thể là:

$$V = \int_{-R}^R 4(R^2 - x^2) dx = 4 \left(R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-R}^R$$

$$= 4 \left(R^3 - \frac{R^3}{3} + R^3 - \frac{R^3}{3} \right) = \frac{16R^3}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{16R^3}{3} = 2021 \Leftrightarrow R \approx 7,24 \in (7;8).$$

Chọn B.

Câu 47 (VDC)

Phương pháp:

- Nhận xét $\int_{-2}^2 (x+2)^2 dx = \frac{64}{3}$, áp dụng tính chất tích phân và đưa biểu thức dưới dấu tích phân về dạng bình phương.

- Sử dụng $\int_a^b f(x) dx = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$.

Cách giải:

Ta có $\int_{-2}^2 (x+2)^2 dx = \frac{64}{3}$ nên

$$\int_{-2}^2 [f^2(x) - 2f(x)(x+2)] dx = - \int_{-2}^2 (x+2)^2 dx$$

$$\Rightarrow \int_{-2}^2 [f^2(x) - 2f(x)(x+2) + (x+2)^2] dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_{-2}^2 [f(x) - x - 2]^2 dx = 0 \Leftrightarrow f(x) = x + 2$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^1 \frac{x+2}{x^2+1} dx = \frac{\pi + \ln 2}{2}.$$

Chọn C.

Câu 48 (VD)

Phương pháp:

- Tìm ĐK để phương trình mẫu có nghiệm thỏa mãn ĐKXD.
- Cô lập m , đưa phương trình về dạng $m = f(x)$.
- Lập BBT hàm số $y = f(x)$ và suy ra m .

Cách giải:

$$\text{ĐKXD: } x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2.$$

Để đồ thị có đúng 1 tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - (m-2)x + 2 = 0$ có 1 nghiệm $x \geq 2$.

$$\Leftrightarrow m - 2 = \frac{x^2 + 2}{x} = x + \frac{2}{x} \quad (\text{do } x \geq 2) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{2}{x} (x \geq 2)$ ta có $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2} > 0 \quad \forall x \geq 2$.

BBT:

x	2	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	3	$+\infty$

Để phương trình (*) có nghiệm $x \geq 2$ thì $m - 2 \geq 3 \Leftrightarrow m \geq 5$.

Kết hợp với điều kiện đề bài $\Rightarrow m \in [5; 2021]$. Vậy có 2017 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn C.

Câu 49 (VCD)

Cách giải:

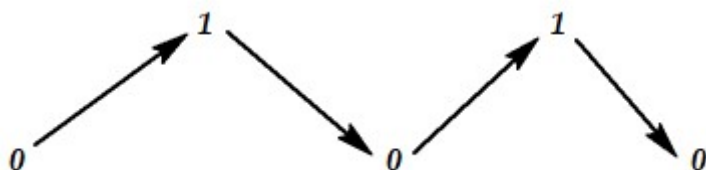
Đặt $t = |f(x)|$. Ta có BBT hàm số $t = |f(x)|$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
t	0	1	0	1	0

Dựa vào BBT hàm số $y = f(x)$ ta thấy:

$$\text{Với } \begin{cases} t \in (0; 1) \Rightarrow f(t) \in (0; 1) \\ t \in (1; 0) \Rightarrow f(t) \in (1; 0) \end{cases}$$

Từ đó ta mô phỏng được hình dáng hàm số $y = f(t)$ như sau:



Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.

Chọn A.

Câu 50 (VDC)

Phương pháp:

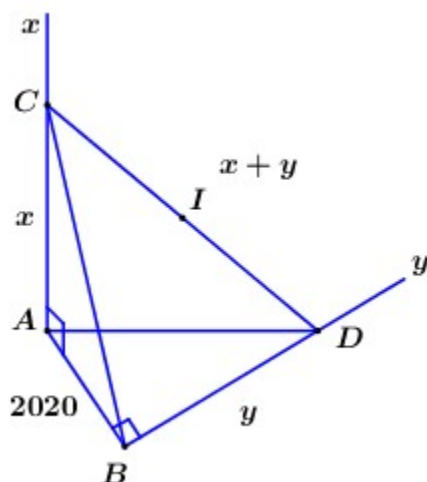
- Đặt $AC = x, BD = y (x, y > 0) \Rightarrow CD = x + y$.

- Sử dụng định lý Pytago tìm xy .

- Gọi I là trung điểm của CD . Chứng minh I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- Áp dụng BĐT Cô-si.

Cách giải:



Ta có: $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp AB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (ABD).$

Đặt $AC = x, BD = y (x, y > 0) \Rightarrow CD = x + y.$

Áp dụng định lý Pytago ta có:

$$AD^2 = 2020^2 + y^2$$

$$CD^2 = AC^2 + AD^2$$

$$\Rightarrow (x + y)^2 = x^2 + 2020^2 + y^2$$

$$\Rightarrow xy = \frac{2020^2}{2}$$

Gọi I là trung điểm của CD .

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AB \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ABC) \Rightarrow BD \perp BC.$

Vì $\triangle ACD, \triangle BCD$ là các tam giác vuông tại A, B nên $IA = IB = \frac{1}{2}CD = IC = ID \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp

khối chóp $ABCD$, bán kính $R = \frac{1}{2}CD$.

$$\text{Ta có } R = \frac{1}{2}CD = \frac{x + y}{2} \geq \sqrt{xy} = \sqrt{\frac{2020^2}{2}} \approx 1428,355.$$

Chọn B.

HẾT