

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

- Câu 1.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Hàm số $y = (x-1)^{-4}$ có tập xác là
 A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 1)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Câu 2.** (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình

$$\left(\frac{7}{11}\right)^{3x+2} \leq \left(\frac{11}{7}\right)^{x^2}$$

 A. $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq -2 \end{cases}$. B. $1 \leq x \leq 2$. C. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 1 \end{cases}$. D. $-2 \leq x \leq 1$.
- Câu 3.** (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?
 A. $\frac{1}{3}$. B. -3 . C. 3 . D. $-\frac{1}{3}$.
- Câu 4.** (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$. Với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
 A. $P = x^{\frac{7}{12}}$. B. $P = x^{\frac{15}{16}}$. C. $P = x^{\frac{15}{12}}$. D. $P = x^{\frac{5}{16}}$.
- Câu 5.** (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3-2x)$ là:
 A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $D = (-\infty; 0)$. D. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.
- Câu 6.** (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x)$ là
 A. $\frac{1}{(x^2 + x) \cdot \ln 3}$. B. $\frac{(2x+1) \cdot \ln 3}{x^2 + x}$. C. $\frac{2x+1}{(x^2 + x) \cdot \ln 3}$. D. $\frac{\ln 3}{x^2 + x}$.
- Câu 7.** (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Bất phương trình $3^{x^2+1} > 3^{2x+1}$ có tập nghiệm là
 A. $S = (0; 2)$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. D. $S = (-2; 0)$.
- Câu 8.** (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1) = 3$ là:
 A. $x = \frac{7}{3}$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{10}{3}$.
- Câu 9.** (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng
 A. $\frac{1}{3} \log_2 a$. B. $3 + \log_2 a$. C. $3 \log_2 a$. D. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.
- Câu 10.** (Chuyên KHTN - 2021) Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là:
 A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 11. (Chuyên KHTN - 2021) Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(\sqrt{x} + 1)$.

- A. $\frac{1}{x + \sqrt{x}}$. B. $\frac{1}{2x + 2\sqrt{x}}$. C. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$. D. $\frac{1}{\sqrt{x} + 1}$.

Câu 12. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 13. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Phương trình $\log_5(2x - 3) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 5$. D. $x = 3$.

Câu 14. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

- A. $x > -\frac{2}{3}$. B. $x > \frac{2}{3}$. C. $x < \frac{2}{3}$. D. $x > \frac{3}{2}$.

Câu 15. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^2)$ bằng

- A. $2\log_2(2a)$. B. $4\log_2(a)$. C. $1 + 2\log_2(a)$. D. $\frac{1}{2}\log_2(2a)$.

Câu 16. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1)$ là khoảng $(a; b)$. Giá trị $M = 2a - b$ bằng

- A. 8. B. 0. C. 4. D. -4.

Câu 17. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$

- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 18. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho ba số dương $a, b, c (a \neq 1, b \neq 1)$ và các số thực α khác 0. Đẳng thức nào sai?

- A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ B. $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
C. $\log_a c = \log_a b \log_b c$ D. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

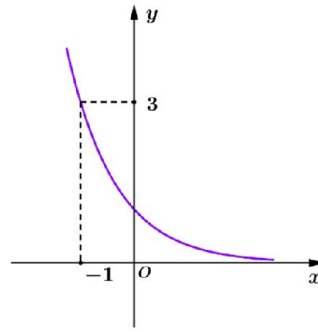
Câu 19. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Đạo hàm của hàm số $y = 2021^x$ là

- A. $y' = 2021^x \cdot \ln 2021$. B. $y' = 2021^x$. C. $y' = \frac{2021^x}{\ln 2021}$. D. $y' = x \cdot 2021^{x-1}$.

Câu 20. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho các số thực dương a, b khác 1. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $\log_a(b^2) = 2\log_a b$. B. $\log_a b = -\log_b a$. C. $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$. D. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$.

Câu 21. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Đồ thị dưới đây có thể là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = 3^x$. B. $y = (\sqrt{3})^x$. C. $y = \left(-\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

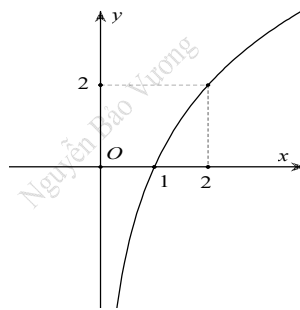
Câu 22. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^x < e^x$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 0)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 23. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_a b$ bằng

- A. $4 + \log_a b$. B. $\frac{1}{4} \log_a b$. C. $4 \log_a b$. D. $\frac{1}{4} + \log_a b$.

Câu 24. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Tìm a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên dưới:



- A. $a = \sqrt{2}$ B. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $a = \frac{1}{2}$ D. $a = 2$

Câu 25. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho $\log_a b > 0$ và a, b là các số thực với $a \in (0; 1)$.

Khi đó kết luận nào sau đây đúng?

- A. $0 < b < 1$. B. $b > 1$. C. $0 < b \neq 1$. D. $b > 0$.

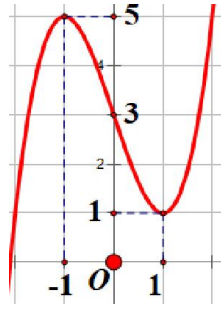
Câu 26. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

- A. $a^{\frac{2}{3}}$. B. $a^{\frac{3}{4}}$. C. $a^{\frac{4}{3}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 27. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{0,2} x$. B. $y = \log_{2018} x$. C. $y = \log_{\frac{5}{3}} x$. D. $y = \log_7 x$.

Câu 28. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \log 2021$ là:



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 29. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Nghiệm của phương trình $\log(3x-5)=2$

- A. $x=36$. B. $x=35$. C. $x=40$. D. $x=30$.

Câu 30. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Tập xác định của hàm số $y=\log(-3x-6)$ là

- A. $[-2;+\infty)$. B. $(-\infty;-2)$. C. $(-\infty;-2]$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 31. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho các số thực a, b, x khác 1, thỏa mãn $\alpha=\log_a x; 3\alpha=\log_b x$.

Giá trị của $\log_{x^3} a^2 b^3$ bằng:

- A. $\frac{3}{\alpha}$. B. $\frac{\alpha}{3}$. C. $\frac{1}{\alpha}$. D. $\frac{9}{\alpha}$.

Câu 32. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2-x)\leq 1$ là

- A. $[-1;0)\cup(1;2]$. B. $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.
C. $[-1;2]$. D. $(0;1)$.

Câu 33. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y=\log_5|x|$ là

- A. $(-\infty;+\infty)$. B. $(-\infty;0)\cap(0;+\infty)$.
C. $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 34. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=2$ là

- A. $x=10$. B. $x=9$. C. $x=8$. D. $x=11$.

Câu 35. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Tập xác định của hàm số $y=\log x+\log(3-x)$ là

- A. $(3;+\infty)$. B. $[0;3]$. C. $[3;+\infty)$. D. $(0;3)$.

Câu 36. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=8$ là

- A. $x=2$. B. $x=3$. C. $x=4$. D. $x=5$.

Câu 37. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho $x, y > 0, x \neq 1, \log_x y = 3$. Hãy tính giá trị của biểu thức $\log_{x^3} \sqrt{y^3}$

- A. $\frac{1}{9}$. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 38. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1) < 2$

- A. $S=(-\infty;5)$. B. $S=(5;+\infty)$. C. $S=\left[\frac{1}{2};5\right)$. D. $S=\left(\frac{1}{2};5\right)$.

Câu 39. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

- A. $\ln(2e^2) = 2 + \ln 2$. B. $\ln e = 1$. C. $\ln\left(\frac{2}{e}\right) = \ln 2 - 1$. D. $\ln \sqrt{4e} = 1 + \ln 2$.

Câu 40. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{e}{2}}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (3; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $D = [3; +\infty)$.

Câu 41. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Nghiệm của phương trình $5^{x+1} = 125$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 42. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3x - 6)$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 43. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^5$ bằng

- A. $\frac{1}{5} \log_3 a$. B. $5 \log_3 a$. C. $5 + \log_3 a$. D. $\frac{3}{5} \log_3 a$.

Câu 44. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x \geq -2$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 9)$. C. $(0; 9]$. D. $(9; +\infty)$.

Câu 45. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Đạo hàm của hàm số $y = 2^x + \log_2 x$ là

- A. $y' = x2^{x-1} + \frac{1}{x \ln 2}$. B. $y' = 2^x + \frac{1}{x \ln 2}$. C. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{\ln 2}{x}$. D. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x \ln 2}$.

Câu 46. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \log_2 x}$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $[0; 2]$. C. $(0; 1)$. D. $(0; 2]$.

Câu 47. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$. Tính $f'(1)$?

- A. $f'(1) = \frac{1}{2 \ln 2}$. B. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$. C. $f'(1) = \frac{1}{2}$. D. $f'(1) = 1$.

Câu 48. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho a là số thực dương tùy ý, $\ln \frac{e}{a^2}$ bằng

- A. $1 - 2 \ln a$ B. $2(1 + \ln a)$ C. $1 - \frac{1}{2} \ln a$ D. $2(1 - \ln a)$

Câu 49. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 2)$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 50. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$ là

- A. $x = \frac{10}{3}$. B. $x = 8$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Câu 51. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} \leq 243$ là

- A. $x < 7$. B. $x \leq 7$. C. $x \geq 7$. D. $2 \leq x \leq 7$.

Câu 52. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. -3 . D. 3 .

Câu 53. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$

- A. $x = 11$. B. $x = 21$. C. $x = 13$. D. $x = 3$.

Câu 54. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{5}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. $a^{\frac{1}{6}}$. D. a^5 .

Câu 55. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

- A. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$. B. $[2; 3]$. C. $(2; 3)$. D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 56. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. B. $y = \log_3 x$. C. $y = 3^x$. D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Câu 57. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-x+2}$

- A. $(-\infty; 1)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 58. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$.

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 59. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^3 + 4x^2)$ là:

- A. $(-\infty; 4) \setminus \{0\}$. B. $(-\infty; -4)$. C. $(4; +\infty)$. D. $\{0\} \cup (4; +\infty)$.

Câu 60. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Phương trình $\log_2(x+1) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = 5$ B. $x = 7$ C. $x = 8$ D. $x = 10$

Câu 61. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Tìm tập xác định của hàm số $y = \log x + 10$?

- A. $(-10; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\emptyset$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 62. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Số nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2(x^2 - x)$ là.

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Câu 63. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x$.

- A. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. B. $y' = 3^x \ln 3$. C. $y' = x \cdot 3^{x-1}$. D. $y' = \frac{\ln 3}{3^x}$.

Câu 64. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho số thực a dương. Rút gọn biểu thức $P = a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a}$ ta được biểu thức nào sau đây?

- A. $a^{\frac{1}{2}}$. B. $a^{\frac{3}{4}}$. C. $a^{\frac{9}{4}}$. D. $a^{\frac{1}{4}}$.

- Câu 65. (Sở Lào Cai - 2021)** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_8(a^6)$ bằng:
- A. $2 + \log_2 a$. B. $18 \log_2 a$. C. $3 \log_2 a$. D. $2 \log_2 a$.
- Câu 66. (Sở Lào Cai - 2021)** Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 8$ là
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 67. (Sở Lào Cai - 2021)** Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là
- A. $y' = \frac{x}{\ln 3}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. C. $y' = x \ln 3$. D. $y' = \frac{1}{x}$.
- Câu 68. (Sở Lào Cai - 2021)** Cho hai số thực x, y thỏa mãn $4^x = 5$ và $4^y = 3$. Giá trị của 4^{x+y} bằng
- A. 10. B. 2. C. 5. D. 15.
- Câu 69. (Sở Lào Cai - 2021)** Phương trình $\log_3(5x-1) = 2$ có nghiệm là
- A. 2. B. $\frac{9}{5}$. C. $\frac{11}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.
- Câu 70. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_a b$ bằng
- A. $\frac{1}{3} \log_a b$. B. $3 \log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. D. $3 + \log_a b$.
- Câu 71. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 9$ là
- A. $x = 4$. B. $x = 0$. C. $x = -4$. D. $x = 3$.
- Câu 72. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Tập xác định của hàm số $y = \log_6(x+1)$ là
- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $z = 2 + 2i$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.
- Câu 73. (Sở Yên Bái - 2021)** Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{2}{5}}$ là
- A. $[-2; +\infty)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- Câu 74. (Sở Yên Bái - 2021)** Với các số thực $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$ bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?
- A. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. B. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$.
C. $\log_{a^c} b = c \log_a b$. D. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$.
- Câu 75. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3} > 8$ là
- A. $(6; +\infty)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(3; 6)$.
- Câu 76. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Tập xác định của hàm số $y = x^{-2}$ là
- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Câu 77. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(a^4)$ bằng
- A. $\frac{1}{4} + \log_3 a$. B. $4 \log_3 a$. C. $\frac{1}{4} \log_3 a$. D. $4 + \log_3 a$.
- Câu 78. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Nghiệm của phương trình $3^{2x-4} = 9$.
- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.
- Câu 79. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Tập xác định của hàm số $y = (2x-4)^{\frac{2}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[2; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 80. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_4(2a^3)$ bằng

- A. $1 + \frac{3}{2} \log_2 a$. B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \log_2 a$. C. $\frac{1}{2} + 3 \log_2 a$. D. $2 + 6 \log_2 a$.

Câu 81. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = \frac{1}{27}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = -3$.

Câu 82. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_4(8-3x) = \frac{1}{2}$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -3$.

Câu 83. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho $a > 0$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = a^{\frac{5}{6}}$. B. $\sqrt[7]{a^5} = a^{\frac{7}{5}}$. C. $(a^2)^4 = a^6$. D. $\sqrt{a} \sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{a}$.

Câu 84. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2} - 9 \cdot 3^x < 0$ là

- A. $(-1; 2)$. B. $(0; 9)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 85. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (2x-4)^{\frac{1}{3}}$ là.

- A. $\mathbb{R}$. B. $(2; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 86. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Với a, b, c là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}} b$ bằng

- A. $2 \log_a b$. B. $\frac{1}{2} + \log_a b$. C. $\frac{1}{2} \log_a b$. D. $2 + \log_a b$.

Câu 87. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Với các số $a, b > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^2}(ab)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log_a b$. B. $1 + \frac{1}{2} \log_a b$. C. $2 + 2 \log_a b$. D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Câu 88. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Với số thực dương a , biểu thức $e^{2 \ln a}$ bằng

- A. $\frac{1}{a^2}$. B. $2a$. C. a^2 . D. $\frac{1}{2a}$.

Câu 89. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 + 2x - 3)$ là

- A. $D = [-3; 1]$. B. $D = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.
C. $D = (-3; 1)$. D. $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Câu 90. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

$$\text{C. } \log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}. \quad \text{D. } \log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

Câu 91. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7 a^2$ bằng:

$$\text{A. } \frac{1}{2} \log_7 a. \quad \text{B. } 2 + \log_7 a. \quad \text{C. } 2 \log_7 a. \quad \text{D. } \frac{1}{2} + \log_7 a.$$

Câu 92. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Phương trình $3^{2x-1} = 9$ có nghiệm là

$$\text{A. } x = 0. \quad \text{B. } x = \frac{1}{2}. \quad \text{C. } x = 1. \quad \text{D. } x = \frac{3}{2}.$$

Câu 93. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Tập xác định D của hàm số $y = (1-x)^\pi$ là

$$\text{A. } D = (-\infty; 1]. \quad \text{B. } D = (1; +\infty). \quad \text{C. } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}. \quad \text{D. } D = (-\infty; 1).$$

Câu 94. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-2) = 2$ là

$$\text{A. } x = \frac{2}{3}. \quad \text{B. } x = 2. \quad \text{C. } x = 1. \quad \text{D. } x = \frac{4}{3}.$$

Câu 95. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Với $a > 0, a \neq 1$, $\log_{a^3} a$ bằng

$$\text{A. } 3. \quad \text{B. } -3. \quad \text{C. } \frac{1}{3}. \quad \text{D. } -\frac{1}{3}.$$

Câu 96. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Nghiệm của phương trình $9^{2x+3} = 81$ là

$$\text{A. } x = -\frac{3}{2}. \quad \text{B. } x = \frac{1}{2}. \quad \text{C. } x = -\frac{1}{2}. \quad \text{D. } x = \frac{3}{2}.$$

Câu 97. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}$ là

$$\text{A. } (-1; 2). \quad \text{B. } (-\infty; 5). \quad \text{C. } [5; +\infty). \quad \text{D. } (-\infty; -1).$$

Câu 98. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là:

$$\text{A. } (-3; 2). \quad \text{B. } (-\infty; -3) \cup (2; +\infty). \\ \text{C. } \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}. \quad \text{D. } [-3; 2].$$

Câu 99. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

$$\text{A. } [1; +\infty). \quad \text{B. } (-\infty; +\infty). \quad \text{C. } (-\infty; 1). \quad \text{D. } (1; +\infty).$$

Câu 100. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Với a là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} a^3$ bằng?

$$\text{A. } \frac{3}{2}. \quad \text{B. } 5. \quad \text{C. } 6. \quad \text{D. } \frac{2}{3}.$$

Câu 101. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-3) = 3$ là

$$\text{A. } x = 12. \quad \text{B. } x = 24. \quad \text{C. } x = 30. \quad \text{D. } x = 6.$$

Câu 102. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $2\log_3 a + 3\log_3 b = 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } a^2 b^3 = 3. \quad \text{B. } 3a^2 = b^3. \quad \text{C. } a^2 = 3b^3. \quad \text{D. } a^2 b^3 = 1.$$

Câu 103. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $y = \ln x$. Giá trị của $y'(e)$ bằng

- A. $\frac{4}{e}$. B. $\frac{1}{e}$. C. $\frac{3}{e}$. D. $\frac{2}{e}$.

Câu 104. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của $\log_{\sqrt{a}} a$ bằng

- A. 2. B. $\frac{1}{2}$. C. 0. D. -2.

Câu 105. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$.

- A. $(0; 2)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 106. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Tập xác định hàm số $y = (x-5)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $(-\infty; 5)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. C. $[5; +\infty)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 107. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là:

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 4.

Câu 108. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0; a \neq 1$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 3. C. $-\frac{3}{2}$. D. -3.

Câu 109. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây:

- A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. B. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.
C. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. D. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Câu 110. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 + 2) \leq 3$ là

- A. $S = [-5; 5]$. B. $S = \mathbb{R}$.
C. $S = (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$. D. $S = \emptyset$.

Câu 111. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Tính đạo hàm của hàm số $y = 10^{2x+1}$.

- A. $y' = 20 \cdot 10^{2x} \ln 10$. B. $y' = \frac{(2x+1) \cdot 10^{2x+1}}{\ln 10}$.
C. $y' = 2 \cdot 10^{2x} \ln 10$. D. $y' = (2x+1) \cdot 10^{2x}$.

Câu 112. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho a là số dương, $a \neq 1$ và $\log_{\sqrt{a}} a^3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P = 3$. B. $P = 1$. C. $P = 9$. D. $P = \frac{1}{3}$.

Câu 113. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

- A. $\sqrt[3]{a^2}$ B. $a^{\frac{8}{3}}$ C. $a^{\frac{3}{8}}$ D. $\sqrt[6]{a}$

Câu 114. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y = [\ln(x-2)]^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(3; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 115. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Hàm số $y = \log_3(3-2x)$ có tập xác định là:

- A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 116. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 8$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 117. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 3$ là

- A. $(0; 8)$. B. $[0; 8)$. C. $[0; 8]$. D. $(0; 8]$.

Câu 118. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Số nghiệm của phương trình $7^{x-3} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1}$ là bao nhiêu

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

Câu 119. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (0,9)^x$. B. $y = \pi^x$. C. $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Câu 120. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Hàm số $y = (x-1)^{-2}$ có tập xác định là

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 121. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho $\log_6 4 = a$. Tính $\log_2 3$ theo a .

- A. $\frac{2-a}{a}$ B. $\frac{a+2}{a}$ C. $\frac{a-2}{a}$ D. $\frac{a}{2-a}$.

Câu 122. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(64a^4)$ bằng

- A. $6 + \frac{1}{4}\log_2 a$. B. $6 - 4\log_2 a$. C. $6 + 4\log_2 a$. D. $5 + 4\log_2 a$.

Câu 123. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 4$ là

- A. $[16; +\infty)$ B. $[2; +\infty)$. C. $(16; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 124. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- A. $x = 6$. B. $x = 21$. C. $x = 13$. D. $x = 9$.

Câu 125. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \ln(2-x)$ là

- A. $D = (2; +\infty]$. B. $D = (-\infty; 2)$. C. $D = [-\infty; 2)$. D. $D = (-\infty; 2]$

Câu 126. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(10-x) < 3$ là

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (4; 10)$. C. $S = (2; 10)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 127. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln(ab^4)$ bằng

- A. $\ln a + \ln(4b)$. B. $\ln a + 4 \ln b$. C. $\ln a \cdot \ln(4b)$. D. $4(\ln a + \ln b)$.

Câu 128. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Hàm số $f(x) = x \ln x$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = x \ln x + 1$. B. $f'(x) = x + \ln x$. C. $f'(x) = \ln x + 1$. D. $f'(x) = x + \frac{1}{x}$.

Câu 129. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Tập xác định D của hàm số $y = \log x$ là

- A. $D = (-\infty; 0)$. B. $D = (0; +\infty)$. C. $D = [0; +\infty)$. D. $D = (-\infty; +\infty)$.

Câu 130. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $2^x = 8$ là:

- A. $x = -4$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Câu 131. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = \frac{1}{8}$ là

- A. $x = -4$. B. $x = 2$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

Câu 132. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_5(1-x) = -2$ là

- A. $x = -24$. B. $x = \frac{26}{25}$. C. $x = \frac{24}{25}$. D. $x = 33$.

Câu 133. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Hàm số $y = 3^{2-x}$ có đạo hàm là

- A. $(2-x)3^{2-x}$. B. $\frac{3^{2-x}}{\ln 3}$. C. -3^{2-x} . D. $-3^{2-x} \cdot \ln 3$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.A	4.D	5.D	6.C	7.C	8.C	9.C	10.B
11.B	12.A	13.B	14.B	15.C	16.D	17.C	18.A	19.A	20.B
21.D	22.C	23.B	24.A	25.A	26.A	27.A	28.C	29.B	30.B
31.C	32.A	33.C	34.A	35.D	36.C	37.D	38.D	39.D	40.B
41.A	42.B	43.B	44.C	45.D	46.D	47.B	48.A	49.D	50.A
51.B	52.C	53.B	54.A	55.C	56.D	57.B	58.A	59.A	60.B
61.D	62.B	63.B	64.B	65.D	66.C	67.B	68.D	69.A	70.A
71.B	72.C	73.B	74.C	75.A	76.D	77.B	78.A	79.C	80.B
81.C	82.B	83.A	84.A	85.B	86.C	87.D	88.C	89.D	90.C
91.C	92.D	93.D	94.B	95.C	96.C	97.B	98.A	99.D	100.A
101.C	102.A	103.B	104.D	105.D	106.D	107.A	108.D	109.D	110.A
111.A	112.C	113.D	114.B	115.B	116.C	117.D	118.A	119.B	120.C
121.A	122.C	123.B	124.B	125.B	126.C	127.B	128.C	129.B	130.B
131.A	132.C	133.D							

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Hàm số $y = (x-1)^{-4}$ có tập xác định là

- A. $(1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 1)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = (x-1)^{-4}$ xác định khi $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 2. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình

$$\left(\frac{7}{11}\right)^{3x+2} \leq \left(\frac{11}{7}\right)^{x^2}$$

- A. $\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq -2 \end{cases}$. B. $1 \leq x \leq 2$. C. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 1 \end{cases}$. D. $-2 \leq x \leq 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \left(\frac{7}{11}\right)^{3x+2} \leq \left(\frac{11}{7}\right)^{x^2} \Leftrightarrow \left(\frac{7}{11}\right)^{3x+2} \leq \left(\frac{7}{11}\right)^{-x^2} \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq -2 \end{cases}.$$

Câu 3. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. -3 . C. 3 . D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } D = \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Câu 4. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$. Với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{7}{12}}$. B. $P = x^{\frac{15}{16}}$. C. $P = x^{\frac{15}{12}}$. D. $P = x^{\frac{5}{16}}$.

Lời giải

Chọn D

$$\diamond P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{2 \cdot 1}{4 \cdot 6}} \cdot x^{\frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 4 \cdot 6}} = x^{\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{16}} = x^{\frac{5}{16}}.$$

Câu 5. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3-2x)$ là:

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $D = (-\infty; 0)$. D. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 6. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x)$ là

- A. $\frac{1}{(x^2 + x) \cdot \ln 3}$. B. $\frac{(2x+1) \cdot \ln 3}{x^2 + x}$. C. $\frac{2x+1}{(x^2 + x) \cdot \ln 3}$. D. $\frac{\ln 3}{x^2 + x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = \log_3(x^2 + x) \Rightarrow y' = \frac{(x^2 + x)'}{(x^2 + x) \cdot \ln 3} = \frac{2x+1}{(x^2 + x) \cdot \ln 3}$.

Câu 7. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Bất phương trình $3^{x^2+1} > 3^{2x+1}$ có tập nghiệm là

- A. $S = (0; 2)$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$. D. $S = (-2; 0)$.

Lời giải

Chọn C

$$3^{x^2+1} > 3^{2x+1} \Leftrightarrow x^2 + 1 > 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Câu 8. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1) = 3$ là:

- A. $x = \frac{7}{3}$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

$$pt \Leftrightarrow 3x - 1 = 8 \Leftrightarrow x = 3(TM).$$

Câu 9. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_2 a$. B. $3 + \log_2 a$. C. $3 \log_2 a$. D. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có: $\log_2 a^3 = 3 \log_2 a$.

Câu 10. (Chuyên KHTN - 2021) Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là:

- A. $[1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

♦ Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

♦ Vậy tập xác định là: $D = (1; +\infty)$.

Câu 11. (Chuyên KHTN - 2021) Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(\sqrt{x} + 1)$.

- A. $\frac{1}{x + \sqrt{x}}$. B. $\frac{1}{2x + 2\sqrt{x}}$. C. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$. D. $\frac{1}{\sqrt{x} + 1}$.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có $y' = \frac{(\sqrt{x} + 1)'}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{2x + 2\sqrt{x}}$.

Câu 12. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Vì -2 là số nguyên âm nên tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 13. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Phương trình $\log_5(2x - 3) = 1$ có nghiệm là

- A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 5$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

♦ Điều kiện $x > \frac{3}{2}$, thu được $2x - 3 = 5 \Rightarrow x = 4$.

Câu 14. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

- A. $x > -\frac{2}{3}$. B. $x > \frac{2}{3}$. C. $x < \frac{2}{3}$. D. $x > \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{2x+1} > 3^{3-x} \Leftrightarrow 2x + 1 > 3 - x \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$.

Câu 15. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^2)$ bằng

- A. $2\log_2(2a)$. B. $4\log_2(a)$. C. $1 + 2\log_2(a)$. D. $\frac{1}{2}\log_2(2a)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có: $\log_2(2a^2) = \log_2 2 + \log_2 a^2 = 1 + 2\log_2 a$.

Câu 16. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1)$ là khoảng $(a; b)$. Giá trị $M = 2a - b$ bằng

- A. 8. B. 0. C. 4. D. -4.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x > -7 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1$.

$$\log_4(x+7) > \log_2(x+1) \Leftrightarrow \sqrt{x+7} > x+1 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$$

Kết hợp với điều kiện ta được miền nghiệm của bất phương trình $S = (-1; 2)$.

$$\text{Giá trị } M = 2a - b = 2 \cdot (-1) - 2 = -4.$$

Câu 17. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-3}$

- A. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: hàm số xác định khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1$.

$$\text{Vậy } D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}.$$

Câu 18. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho ba số dương a, b, c ($a \neq 1, b \neq 1$) và các số thực α khác 0. Đẳng thức nào sai?

- A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ B. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
C. $\log_a c = \log_a b \log_b c$ D. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa ta có $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Câu 19. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Đạo hàm của hàm số $y = 2021^x$ là

- A. $y' = 2021^x \cdot \ln 2021$. B. $y' = 2021^x$. C. $y' = \frac{2021^x}{\ln 2021}$. D. $y' = x \cdot 2021^{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Đạo hàm của hàm số $y = 2021^x$ là $y' = 2021^x \cdot \ln 2021$.

Câu 20. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho các số thực dương a, b khác 1. Khẳng định nào sau đây sai?

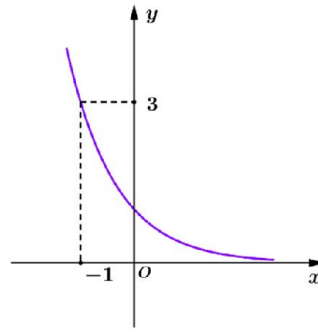
- A. $\log_a (b^2) = 2 \log_a b$. B. $\log_a b = -\log_b a$. C. $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$. D. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ nên $\log_a b = -\log_b a$ sai.

Câu 21. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Đồ thị dưới đây có thể là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = 3^x$. B. $y = (\sqrt{3})^x$. C. $y = \left(-\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát ĐTHS ta thấy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và đi qua điểm $(-1; 3)$ nên chọn **D**.

Câu 22. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội - 2021) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^x < e^x$.

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 0)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình đã cho tương đương với $\left(\frac{3}{e}\right)^x < 1 \Leftrightarrow x < \log_{\frac{3}{e}} 1 \Leftrightarrow x < 0$.

Câu 23. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^4} b$ bằng

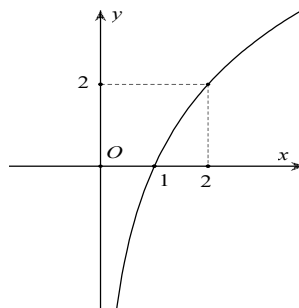
- A. $4 + \log_a b$. B. $\frac{1}{4} \log_a b$. C. $4 \log_a b$. D. $\frac{1}{4} + \log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^4} b = \frac{1}{4} \log_a b$.

Câu 24. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Tìm a để hàm số $y = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) có đồ thị là hình bên dưới:



- A. $a = \sqrt{2}$ B. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ C. $a = \frac{1}{2}$ D. $a = 2$

Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào đồ thị ta có: $\log_a 2 = 2 \Leftrightarrow a^2 = 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$

Câu 25. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho $\log_a b > 0$ và a, b là các số thực với $a \in (0; 1)$.

Khi đó kết luận nào sau đây đúng?

A. $0 < b < 1$.

B. $b > 1$.

C. $0 < b \neq 1$.

D. $b > 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\log_a b > 0$ và hàm số xác định khi $\begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

Khi đó $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a} > 0$

Với $a \in (0; 1)$ thì $\ln a < 0 \Rightarrow \ln b < 0 \Rightarrow 0 < b < 1$.

Câu 26. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho a là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là:

A. $a^{\frac{2}{3}}$.

B. $a^{\frac{3}{4}}$.

C. $a^{\frac{4}{3}}$.

D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a^8}} = a^{\frac{8}{3 \cdot 4}} = a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 27. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \log_{0,2} x$.

B. $y = \log_{2018} x$.

C. $y = \log_{\frac{5}{3}} x$.

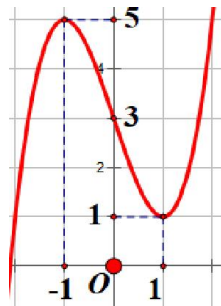
D. $y = \log_7 x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \log_{0,2} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó vì cơ số $a = 0,2 < 1$.

Câu 28. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \log 2021$ là:



A. 1

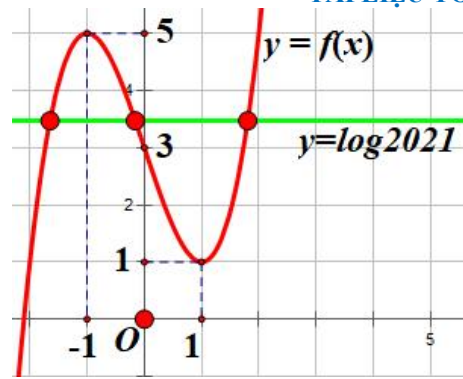
B. 2

C. 3

D. 0

Lời giải.

Chọn C



Quan sát vào đồ thị của 2 hàm số $y = f(x)$ và $y = \log 2021$ trên cùng 1 hệ trục tọa độ. Ta thấy 2 đồ thị của 2 hàm số cắt nhau tại 3 điểm. Vậy phương trình $f(x) = \log 2021$ có 3 nghiệm thực.

Câu 29. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Nghiệm của phương trình $\log(3x-5) = 2$

- A. $x = 36$. B. $x = 35$. C. $x = 40$. D. $x = 30$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Tập xác định: } D = \left(\frac{5}{3}; +\infty \right).$$

$$\text{Ta có: } \log(3x-5) = 2 \Leftrightarrow 3x-5 = 10^2 \Leftrightarrow x = 35.$$

Câu 30. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log(-3x-6)$ là

- A. $[-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-\infty; -2]$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện xác định } -3x-6 > 0 \Leftrightarrow x < -2.$$

$$\text{Tập xác định } D = (-\infty; -2).$$

Câu 31. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Cho các số thực a, b, x khác 1, thỏa mãn $\alpha = \log_a x$; $3\alpha = \log_b x$.

Giá trị của $\log_{x^3} a^2 b^3$ bằng:

- A. $\frac{3}{\alpha}$. B. $\frac{\alpha}{3}$. C. $\frac{1}{\alpha}$. D. $\frac{9}{\alpha}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_{x^3} a^2 b^3 = \frac{1}{3}(2\log_x a + 3\log_x b) = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{\log_a x} + \frac{3}{\log_b x}\right) = \frac{1}{\alpha}$$

Câu 32. (Chuyên ĐHSP Hà Nội - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - x) \leq 1$ là

- A. $[-1; 0) \cup (1; 2]$. B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.
C. $[-1; 2]$. D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2 - x > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

Ta có: $\log_2(x^2 - x) \leq 1 \Leftrightarrow x^2 - x \leq 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 2]$.

Đổi chiều điều kiện, nghiệm bất phương trình là $x \in [-1; 0) \cup (1; 2]$

Câu 33. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_5 |x|$ là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-\infty; 0) \cap (0; +\infty)$.
C. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_5 |x|$ xác định khi $|x| > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Câu 34. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 9$. C. $x = 8$. D. $x = 11$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình xác định $\Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Khi đó: $\log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 3^2 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 10$ (thỏa mãn)

Vậy nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là $x = 10$.

Câu 35. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log x + \log(3-x)$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $[0; 3]$. C. $[3; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x > 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (0; 3)$.

Câu 36. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 8$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn C

$2^{x-1} = 8 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 37. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho $x, y > 0$, $x \neq 1$, $\log_x y = 3$. Hãy tính giá trị của

biểu thức $\log_{x^3} \sqrt{y^3}$

- A. $\frac{1}{9}$. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{x^3} \sqrt{y^3} = \log_{x^3} y^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_x y = \frac{3}{2}$.

Câu 38. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1) < 2$

- A. $S = (-\infty; 5)$. B. $S = (5; +\infty)$. C. $S = \left[\frac{1}{2}; 5\right)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_3(2x-1) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 < 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; 5\right).$$

Câu 39. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

- A. $\ln(2e^2) = 2 + \ln 2$. B. $\ln e = 1$. C. $\ln\left(\frac{2}{e}\right) = \ln 2 - 1$. D. $\ln \sqrt{4e} = 1 + \ln 2$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \ln \sqrt{4e} = \frac{1}{2} \ln(4e) = \frac{1}{2} \ln 4 + \frac{1}{2} \ln e = \ln 2 + \frac{1}{2}.$$

Câu 40. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{e}{2}}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (3; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $D = [3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } \frac{e}{2} \notin \mathbb{Z} \text{ nên hàm số } y = (x^3 - 27)^{\frac{e}{2}} \text{ xác định khi } x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

$$\text{Vậy } D = (3; +\infty).$$

Câu 41. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Nghiệm của phương trình $5^{x+1} = 125$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 5^{x+1} = 125 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình là: } x = 2.$$

Câu 42. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3x-6)$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow 3x-6 > 0 \Leftrightarrow x > 2.$$

$$\text{Vậy } D = (2; +\infty).$$

Câu 43. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^5$ bằng

- A. $\frac{1}{5} \log_3 a$. B. $5 \log_3 a$. C. $5 + \log_3 a$. D. $\frac{3}{5} \log_3 a$.

Lời giải

Chọn B

Có $\log_3 a^5 = 5 \cdot \log_3 a$ nên chọn đáp án B

Câu 44. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x \geq -2$

là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 9)$. C. $(0; 9]$. D. $(9; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{3}} x \geq -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} x \geq \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 9]$$

Câu 45. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Đạo hàm của hàm số $y = 2^x + \log_2 x$ là

- A. $y' = x2^{x-1} + \frac{1}{x \ln 2}$. B. $y' = 2^x + \frac{1}{x \ln 2}$. C. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{\ln 2}{x}$. D. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x \ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x \ln 2}.$$

Câu 46. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \log_2 x}$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $[0; 2]$. C. $(0; 1)$. D. $(0; 2]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Hàm số } y = \sqrt{1 - \log_2 x} \text{ xác định khi } 1 - \log_2 x \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 x \leq 1 \Leftrightarrow 0 < x \leq 2.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $(0; 2]$.

Câu 47. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$. Tính $f'(1)$?

- A. $f'(1) = \frac{1}{2 \ln 2}$. B. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$. C. $f'(1) = \frac{1}{2}$. D. $f(1) = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{\ln 2}.$$

Câu 48. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho a là số thực dương tùy ý, $\ln \frac{e}{a^2}$ bằng

- A. $1 - 2 \ln a$ B. $2(1 + \ln a)$ C. $1 - \frac{1}{2} \ln a$ D. $2(1 - \ln a)$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \ln \frac{e}{a^2} = \ln e - \ln a^2 = 1 - 2 \ln a.$$

Câu 49. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số xác định khi $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy TXĐ: $D = (2; +\infty)$.

Câu 50. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-2) = 3$ là

- A. $x = \frac{10}{3}$. B. $x = 8$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(3x-2) = 3 \Leftrightarrow 3x-2 = 8 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$.

Vậy $S = \left\{ \frac{10}{3} \right\}$.

Câu 51. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} \leq 243$ là

- A. $x < 7$. B. $x \leq 7$. C. $x \geq 7$. D. $2 \leq x \leq 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{x-2} \leq 243 \Leftrightarrow 3^{x-2} \leq 3^5 \Leftrightarrow x-2 \leq 5 \Leftrightarrow x \leq 7$.

Câu 52. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. -3 . D. 3 .

Lời giải

Chọn C

Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có: $\log_a \frac{1}{a^3} = \log_a a^{-3} = -3$.

Câu 53. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$

- A. $x = 11$. B. $x = 21$. C. $x = 13$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > 5$

$\log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow x-5 = 2^4 \Leftrightarrow x = 21$.

Câu 54. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu

thức $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{5}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. $a^{\frac{1}{6}}$. D. a^5 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 55. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

- A. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$. B. $[2; 3]$. C. $(2; 3)$. D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow -x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Vậy tập xác định: $D = (2; 3)$.

Câu 56. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. B. $y = \log_3 x$. C. $y = 3^x$. D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm logarit có tập xác định $D = (0; +\infty)$ nên loại phương án A và B

Hàm mũ $y = a^x$ ($x \in \mathbb{R}$) nghịch biến khi cơ số $0 < a < 1$.

Vậy hàm $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 57. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-x+2}$

- A. $(-\infty; 1)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1]$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Do $0 < \frac{1}{3} < 1$ nên $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-x+2} \Leftrightarrow x \geq -x + 2 \Leftrightarrow x \geq 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[1; +\infty)$

Câu 58. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$.

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\frac{3}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên để hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{5}}$ xác định $\Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (1; +\infty)$.

Câu 59. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^3 + 4x^2)$ là:

- A. $(-\infty; 4) \setminus \{0\}$. B. $(-\infty; -4)$. C. $(4; +\infty)$. D. $\{0\} \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \ln(-x^3 + 4x^2)$ xác định $\Leftrightarrow -x^3 + 4x^2 > 0 \Leftrightarrow (-\infty; 4) \setminus \{0\}$.

Câu 60. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Phương trình $\log_2(x+1) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = 5$ B. $x = 7$ C. $x = 8$ D. $x = 10$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow x+1 = 8 \Leftrightarrow x = 7$.

Câu 61. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Tìm tập xác định của hàm số $y = \log x + 10$?

- A. $(-10; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $\emptyset$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 62. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Số nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2(x^2 - x)$ là.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 x = \log_2(x^2 - x) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = x^2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 = x - 1 \end{cases} \Rightarrow x = 2$.

Câu 63. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x$.

- A. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. B. $y' = 3^x \ln 3$. C. $y' = x \cdot 3^{x-1}$. D. $y' = \frac{\ln 3}{3^x}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = 3^x \ln 3$.

Câu 64. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho số thực a dương. Rút gọn biểu thức $P = a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a}$ ta được biểu thức nào sau đây?

- A. $a^{\frac{1}{2}}$. B. $a^{\frac{3}{4}}$. C. $a^{\frac{9}{4}}$. D. $a^{\frac{1}{4}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P = a^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{3}{4}}$

Câu 65. (Sở Lào Cai - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_8(a^6)$ bằng:

- A. $2 + \log_2 a$. B. $18 \log_2 a$. C. $3 \log_2 a$. D. $2 \log_2 a$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_8(a^6) = \frac{6}{3} \log_2 a = 2 \log_2 a$.

Câu 66. (Sở Lào Cai - 2021) Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 8$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 67. (Sở Lào Cai - 2021) Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \frac{x}{\ln 3}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. C. $y' = x \ln 3$. D. $y' = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn B

$$(\log_3 x)' = \frac{1}{x \ln 3}.$$

Câu 68. (Sở Lào Cai - 2021) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $4^x = 5$ và $4^y = 3$. Giá trị của 4^{x+y} bằng

- A. 10. B. 2. C. 5. D. 15.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4^{x+y} = 4^x \cdot 4^y = 5 \cdot 3 = 15$.

Câu 69. (Sở Lào Cai - 2021) Phương trình $\log_3(5x-1) = 2$ có nghiệm là

- A. 2. B. $\frac{9}{5}$. C. $\frac{11}{5}$. D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có : } \log_3(5x-1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ 5x-1 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ x = 2 \text{ (tm)} \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm: $x = 2$.

Câu 70. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_a b$. B. $3 \log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. D. $3 + \log_a b$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b.$$

Câu 71. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 9$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 0$. C. $x = -4$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 3^{x+2} = 9 \Leftrightarrow 3^x \cdot 3^2 = 9 \Leftrightarrow 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Câu 72. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_6(x+1)$ là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $z = 2 + 2i$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_6(x+1)$ xác định khi và chỉ khi $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy tập xác định $D = (-1; +\infty)$.

Câu 73. (Sở Yên Bái - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{2}{5}}$ là

- A. $[-2; +\infty)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $a = \frac{2}{5} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$ hàm số xác định $x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$.

Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{2}{5}}$ là $D = (-2; +\infty)$.

Câu 74. (Sở Yên Bái - 2021) Với các số thực $a, b, c > 0$ và $a, b \neq 1$ bất kì. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. B. $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$.
C. $\log_{a^c} b = c \log_a b$. D. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$.

Câu 75. (Sở Tuyên Quang - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3} > 8$ là

- A. $(6; +\infty)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(3; 6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x-3} > 8 \Leftrightarrow 2^{x-3} > 2^3 \Leftrightarrow x-3 > 3 \Leftrightarrow x > 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (6; +\infty)$.

Câu 76. (Sở Tuyên Quang - 2021) Tập xác định của hàm số $y = x^{-2}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Chọn D

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x \neq 0$.

Tập xác định của hàm số $y = x^{-2}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 77. (Sở Tuyên Quang - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(a^4)$ bằng

- A. $\frac{1}{4} + \log_3 a$. B. $4 \log_3 a$. C. $\frac{1}{4} \log_3 a$. D. $4 + \log_3 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_3(a^4) = 4 \log_3 a$.

Câu 78. (Sở Tuyên Quang - 2021) Nghiệm của phương trình $3^{2x-4} = 9$.

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{2x-4} = 9 \Leftrightarrow 2x-4 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$.

Câu 79. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (2x-4)^{-\frac{2}{3}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[2; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $2x-4 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2; +\infty)$

Câu 80. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, khi đó $\log_4(2a^3)$ bằng

- A. $1 + \frac{3}{2} \log_2 a$. B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \log_2 a$. C. $\frac{1}{2} + 3 \log_2 a$. D. $2 + 6 \log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_4(2a^3) = \log_{2^2}(2a^3) = \frac{1}{2}(\log_2 2 + \log_2 a^3) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \log_2 a.$$

Câu 81. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = \frac{1}{27}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn C

$$\diamond 3^{2x+1} = \frac{1}{27} = 3^{-3} \Leftrightarrow 2x+1 = -3 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2.$$

♦ Vậy nghiệm của phương trình là $x = -2$.

Câu 82. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_4(8-3x) = \frac{1}{2}$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_4(8-3x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 8-3x = 4^{\frac{1}{2}} = 2 \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 83. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho $a > 0$. Đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = a^{\frac{5}{6}}$. B. $\sqrt[7]{a^5} = a^{\frac{7}{5}}$. C. $(a^2)^4 = a^6$. D. $\sqrt{a} \sqrt[3]{a} = \sqrt[4]{a}$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}} = a^{\frac{5}{6}}.$$

Câu 84. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2} - 9 \cdot 3^x < 0$ là

- A.** $(-1; 2)$. **B.** $(0; 9)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^{x^2} - 9 \cdot 3^x < 0 \Leftrightarrow 3^{x^2} < 3^{x+2} \Leftrightarrow x^2 < x+2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$.

Vậy tập nghiệm là $S = (-1; 2)$.

Câu 85. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Tập xác định của hàm số $y = (2x - 4)^{\frac{1}{3}}$ là.

- A.** $\mathbb{R}$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **D.** $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

♦ Hàm số xác định khi $2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

♦ Tập xác định của hàm số $y = (2x - 4)^{\frac{1}{3}}$ là: $D = (2; +\infty)$.

Câu 86. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Với a, b, c là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}} b$ bằng

- A.** $2 \log_a b$. **B.** $\frac{1}{2} + \log_a b$. **C.** $\frac{1}{2} \log_a b$. **D.** $2 + \log_a b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} b = \log_{a^{1/2}} b = 2 \log_a b$

Câu 87. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Với các số $a, b > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^2}(ab)$ bằng

- A.** $\frac{1}{2} \log_a b$. **B.** $1 + \frac{1}{2} \log_a b$. **C.** $2 + 2 \log_a b$. **D.** $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2}(1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 88. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Với số thực dương a , biểu thức $e^{2 \ln a}$ bằng

- A.** $\frac{1}{a^2}$. **B.** $2a$. **C.** a^2 . **D.** $\frac{1}{2a}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $e^{2 \ln a} = (e^{\ln a})^2 = a^2$.

Câu 89. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 + 2x - 3)$ là

- A.** $D = [-3; 1]$. **B.** $D = (-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.
C. $D = (-3; 1)$. **D.** $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \log_2(x^2 + 2x - 3)$ xác định $\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow (x+3)(x-1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -3 \end{cases}$

Vậy $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

Câu 90. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

C. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.

D. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ sai.

Câu 91. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7 a^2$ bằng:

A. $\frac{1}{2} \log_7 a$.

B. $2 + \log_7 a$.

C. $2 \log_7 a$.

D. $\frac{1}{2} + \log_7 a$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$ ($a, b > 0, a \neq 1$) ta có $\log_7 a^2 = 2 \log_7 a$.

Câu 92. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Phương trình $3^{2x-1} = 9$ có nghiệm là

A. $x = 0$.

B. $x = \frac{1}{2}$.

C. $x = 1$.

D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có $3^{2x-1} = 9 \Leftrightarrow 2x-1 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

♦ Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{3}{2}$.

Câu 93. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Tập xác định D của hàm số $y = (1-x)^\pi$ là

A. $D = (-\infty; 1]$.

B. $D = (1; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $D = (-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi: $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; 1)$.

Câu 94. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-2) = 2$ là

A. $x = \frac{2}{3}$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

- ♦ Ta có $3x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{3}$.
- ♦ $\log_2(3x - 2) = 2 \Leftrightarrow 3x - 2 = 4 \Leftrightarrow x = 2$ (Thỏa mãn điều kiện).
- ♦ Vậy phương trình có 1 nghiệm $x = 2$.

Câu 95. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Với $a > 0, a \neq 1$, $\log_{a^3} a$ bằng

- A. 3. B. -3. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Câu 96. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Nghiệm của phương trình $9^{2x+3} = 81$ là

- A. $x = -\frac{3}{2}$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$9^{2x+3} = 81 \Leftrightarrow 9^{2x+3} = 9^2 \Leftrightarrow 2x+3 = 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Câu 97. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}$ là

- A. $(-1; 2)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $[5; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{♦ Ta có: } \left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} \Leftrightarrow 2x-4 < x+1 \Leftrightarrow x < 5.$$

$$\text{♦ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: } S = (-\infty; 5).$$

Câu 98. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là:

- A. $(-3; 2)$. B. $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$. D. $[-3; 2]$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ \frac{x+3}{2-x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 2$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số } y = \log_2 \frac{x+3}{2-x} \text{ là: } D = (-3; 2).$$

Câu 99. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$y = \log_2(x-1)$ xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy TXĐ $D = (1; +\infty)$.

Câu 100. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Với a là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} a^3$ bằng?

A. $\frac{3}{2}$.

B. 5.

C. 6.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{a^2} a^3 = \frac{3}{2} \log_a a = \frac{3}{2}$.

Câu 101. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-3) = 3$ là

A. $x = 12$.

B. $x = 24$.

C. $x = 30$.

D. $x = 6$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có: $\log_3(x-3) = 3 \Leftrightarrow x-3 = 3^3 \Leftrightarrow x = 27+3 = 30$.

Câu 102. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $2\log_3 a + 3\log_3 b = 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a^2 b^3 = 3$.

B. $3a^2 = b^3$.

C. $a^2 = 3b^3$.

D. $a^2 b^3 = 1$.

Lời giải

Chọn A

♦ $2\log_3 a + 3\log_3 b = 1 \Leftrightarrow \log_3(a^2 b^3) = 1 \Leftrightarrow a^2 b^3 = 3$.

Câu 103. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hàm số $y = \ln x$. Giá trị của $y'(e)$ bằng

A. $\frac{4}{e}$.

B. $\frac{1}{e}$.

C. $\frac{3}{e}$.

D. $\frac{2}{e}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = (\ln x)' = \frac{1}{x}$, suy ra: $y'(e) = \frac{1}{e}$.

Câu 104. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho a là số thực dương khác 1. Giá trị của $\log_{\sqrt{a}} a$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 0.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\sqrt{a}} a = 2$.

Câu 105. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$.

A. $(0; 2)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \log_3(x-2)$ xác định khi $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(2; +\infty)$.

Câu 106. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Tập xác định hàm số $y = (x-5)^{\sqrt{3}}$ là

- A. $(-\infty; 5)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. C. $[5; +\infty)$. D. $(5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $x-5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (5; +\infty)$.

Câu 107. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là:

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

Khi đó $\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x-1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 5$.

Câu 108. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Giá trị của $\log_a \frac{1}{a^3}$ với $a > 0; a \neq 1$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. 3. C. $-\frac{3}{2}$. D. -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a \frac{1}{a^3} = \log_a a^{-3} = -3$.

Câu 109. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho các số thực dương a, b, c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây:

- A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. B. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$.
C. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. D. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề đúng là $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ (công thức đổi cơ số).

Câu 110. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2+2) \leq 3$ là

- A. $S = [-5; 5]$. B. $S = \mathbb{R}$.
C. $S = (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$. D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$

Ta có: $\log_3(x^2 + 2) \leq 3 \Leftrightarrow x^2 + 2 \leq 3^3 \Leftrightarrow x^2 + 2 \leq 27 \Leftrightarrow x^2 \leq 25 \Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2 + 2) \leq 3$ là $S = [-5; 5]$.

Câu 111. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Tính đạo hàm của hàm số $y = 10^{2x+1}$.

A. $y' = 20 \cdot 10^{2x} \ln 10$. **B.** $y' = \frac{(2x+1) \cdot 10^{2x+1}}{\ln 10}$.

C. $y' = 2 \cdot 10^{2x} \ln 10$. **D.** $y' = (2x+1) \cdot 10^{2x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (10^{2x+1})' = 10^{2x+1} \cdot (2x+1)' \cdot \ln 10 = 2 \cdot 10^{2x+1} \cdot \ln 10 = 20 \cdot 10^{2x} \ln 10$.

Câu 112. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho a là số dương, $a \neq 1$ và $\log_{\sqrt{a}} a^3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P = 3$.

B. $P = 1$.

C. $P = 9$.

D. $P = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} a^3 = 9 \log_a a = 9$

Câu 113. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$

B. $a^{\frac{8}{3}}$

C. $a^{\frac{3}{8}}$

D. $\sqrt[6]{a}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{2}{12}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$

Câu 114. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Tập xác định của hàm số $y = [\ln(x-2)]^\pi$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} \ln(x-2) > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 1 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 3 \Rightarrow D = (3; +\infty)$.

Câu 115. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Hàm số $y = \log_3(3-2x)$ có tập xác định là:

A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $3-2x > 0 \Leftrightarrow -2x > -3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$.

Câu 116. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 8$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 3$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 117. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 3$ là

A. $(0; 8)$.

B. $[0; 8)$.

C. $[0; 8]$.

D. $(0; 8]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > 0$

$$\text{Khi đó } \log_2 x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 2^3 \Leftrightarrow x \leq 8$$

$$\text{Vậy } S = (0; 8].$$

Câu 118. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Số nghiệm của phương trình $7^{x-3} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1}$ là bao

hiệu

A. 1

B. 2

C. 3

D. 0

Lời giải

Chọn A

$$\text{♦ Phương trình đưa về } 7^{x-3} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} \Leftrightarrow 7^{x-3} = 7^{-x-1} \Rightarrow x-3 = -x-1 \Rightarrow x = 1.$$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Câu 119. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = (0,9)^x$.

B. $y = \pi^x$.

C. $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Vì $\pi > 1 \Rightarrow \pi^x$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 120. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Hàm số $y = (x-1)^{-2}$ có tập xác định là

A. $(1; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Hàm số } y = (x-1)^{-2} \text{ xác định khi } x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1.$$

$$\text{Tập xác định là } \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

Câu 121. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Cho $\log_6 4 = a$. Tính $\log_2 3$ theo a .

A. $\frac{2-a}{a}$.

B. $\frac{a+2}{a}$.

C. $\frac{a-2}{a}$.

D. $\frac{a}{2-a}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_6 4 = \log_{2.3} 2^2 = 2 \cdot \frac{1}{\log_2(2.3)} = \frac{2}{1 + \log_2 3} = a$

$\Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{2-a}{a}$.

Câu 122. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(64a^4)$ bằng

- A. $6 + \frac{1}{4}\log_2 a$. B. $6 - 4\log_2 a$. C. $6 + 4\log_2 a$. D. $5 + 4\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

$\log_2(64.a^4) = \log_2(2^6.a^4) = \log_2 2^6 + \log_2 a^4 = 6 + \log_2 a^4 = 6 + 4\log_2 a$

Câu 123. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 4$ là

- A. $[16; +\infty)$ B. $[2; +\infty)$. C. $(16; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$2^x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[2; +\infty)$.

Câu 124. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- A. $x = 6$. B. $x = 21$. C. $x = 13$. D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 > 0 \\ x-5 = 2^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x = 21 \end{cases} \Leftrightarrow x = 21$.

Câu 125. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tập xác định của hàm số $y = \ln(2-x)$ là

- A. $D = (2; +\infty]$. B. $D = (-\infty; 2)$. C. $D = [-\infty; 2)$. D. $D = (-\infty; 2]$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định là: $2-x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Tập xác định của hàm số đã cho là: $D = (-\infty; 2)$.

Câu 126. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(10-x) < 3$ là

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (4; 10)$. C. $S = (2; 10)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2(10-x) < 3 \Leftrightarrow 0 < 10-x < 8 \Leftrightarrow 2 < x < 10$.

Câu 127. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\ln(ab^4)$ bằng

- A. $\ln a + \ln(4b)$. B. $\ln a + 4\ln b$. C. $\ln a \cdot \ln(4b)$. D. $4(\ln a + \ln b)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\ln(ab^4) = \ln a + \ln b^4 = \ln a + 4 \ln b$.

Câu 128. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Hàm số $f(x) = x \ln x$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = x \ln x + 1$. B. $f'(x) = x + \ln x$. C. $f'(x) = \ln x + 1$. D. $f'(x) = x + \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc tính đạo hàm, ta có:

$$f'(x) = (x \ln x)' = x' \ln x + x (\ln x)' = \ln x + 1.$$

Câu 129. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Tập xác định D của hàm số $y = \log x$ là

- A. $D = (-\infty; 0)$. B. $D = (0; +\infty)$. C. $D = [0; +\infty)$. D. $D = (-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x > 0$. Vậy TXĐ: $D = (0; +\infty)$.

Câu 130. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $2^x = 8$ là:

- A. $x = -4$. B. $x = 3$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3 \Leftrightarrow x = 3$

Câu 131. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = \frac{1}{8}$ là

- A. $x = -4$. B. $x = 2$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

$$2^{x+1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^{-3} \Leftrightarrow x+1 = -3 \Leftrightarrow x = -4.$$

Câu 132. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_5(1-x) = -2$ là

- A. $x = -24$. B. $x = \frac{26}{25}$. C. $x = \frac{24}{25}$. D. $x = 33$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = (-\infty; 1)$

$$\text{Ta có: } \log_5(1-x) = -2 \Leftrightarrow 1-x = 5^{-2} \Leftrightarrow 1-x = \frac{1}{25} \Leftrightarrow x = \frac{24}{25} (TM).$$

Câu 133. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Hàm số $y = 3^{2-x}$ có đạo hàm là

- A. $(2-x)3^{2-x}$. B. $\frac{3^{2-x}}{\ln 3}$. C. -3^{2-x} . D. $-3^{2-x} \cdot \ln 3$.

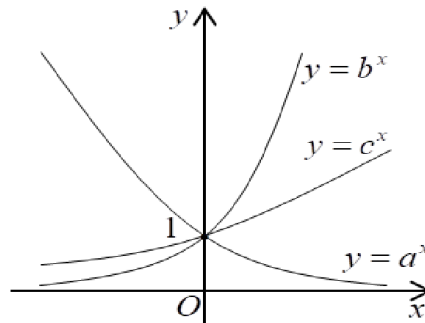
Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = (2-x)' 3^{2-x} \cdot \ln 3 = -3^{2-x} \cdot \ln 3.$$

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

- Câu 1.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$, tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là:
A. 25. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 27.
- Câu 2.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2 < 2 \ln(4x+4)$ là:
A. $(-1; +\infty) \setminus \{0\}$. **B.** $\left(-\frac{4}{5}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{4}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$. **D.** $\left(-\frac{4}{5}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.
- Câu 3.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 6) = \log_2(x - 2) + 1$ là:
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 4.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Phương trình $\frac{36}{2^{x-2}} = 10 + 4^{\frac{x}{2}}$ có số nghiệm là
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.
- Câu 5.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} = a$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\log_2 \frac{1}{5} + \log_2 \frac{1}{25} = 3a$. **B.** $\log_5 4 = -\frac{2}{a}$.
C. $\log_2 25 + \log_2 \sqrt{5} = \frac{5a}{2}$. **D.** $\log_2 5 = -a$.
- Câu 6.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho ba số thực dương a, b, c khác 1.



- Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ được cho như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $1 < a < b < c$. **B.** $1 < a < c < b$. **C.** $0 < a < 1 < b < c$. **D.** $0 < a < 1 < c < b$.
- Câu 7.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm của bất phương $10^{x^2} < e^x$ là
A. $(0; \sqrt[10]{e})$. **B.** $(0; e)$. **C.** $(0; \lg e)$. **D.** $(0; \ln 10)$.
- Câu 8.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho các số thực $a, b > 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
A. $\log_2(2ab)^2 = (1 + \log_2 a + \log_2 b)^2$. **B.** $\log_2(2ab)^2 = 2 + \log_2(ab)^2$.

C. $\log_2(2ab)^2 = 2(1 + \log_2 a + \log_2 b)$. D. $\log_2(2ab)^2 = 2 + \log_2(ab)$.

Câu 9. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho $\log_5 \frac{2}{x} = 8 \log_{25} a - 9 \log_{125} b$, $(a, b, x > 0)$. Khi đó giá trị của x là

A. $x = \frac{2b^3}{a^4}$. B. $x = 2a^4 - b^3$. C. $x = 2a^4 b^3$. D. $x = \frac{b^3}{2a^4}$.

Câu 10. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = \log(x^2 + 2019)$. Khi đó $f'(x)$ bằng

A. $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 2019}$. B. $f'(x) = \frac{x}{(x^2 + 2019) \ln 10}$.
C. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 2019) \ln 10}$. D. $f'(x) = \frac{x}{(x + 2019) \ln 10}$.

Câu 11. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (1 - 2x)^{\sqrt{3}-1}$.

A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. C. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $D = (0; +\infty)$.

Câu 12. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 + 3x) \leq 2$ là:

A. $(-4; 1)$. B. $(-4; -3) \cup (0; 1)$. C. $[-4; -3) \cup (0; 1]$. D. $[-4; 1]$.

Câu 13. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính $\log_{\sqrt{a}} a^2 b^3$?

A. 24. B. 25. C. 22. D. 23.

Câu 14. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho số thực x thỏa mãn: $25^x - 5^{1+x} - 6 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = 5 - 5^x$.

A. $T = 5$. B. $T = -1$. C. $T = 6$. D. $T = \frac{5}{6}$.

Câu 15. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_{16}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^3$. B. $a^4 = b$. C. $a = b^4$. D. $a^3 = b$.

Câu 16. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Ông A gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 10 năm, nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà ông A nhận được gồm cả gốc lẫn lãi tính theo công thức nào dưới đây?

A. $10^8(1+0,7)^{10}$ (đồng). B. $10^8(1+0,07)^{10}$ (đồng).
C. $10^8 \cdot 0,07^{10}$ (đồng) D. $10^8(1+0,007)^{10}$ (đồng).

Câu 17. (Chuyên KHTN - 2021) Phương trình $2^x = 3^{x^2}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 18. (Chuyên KHTN - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x \leq \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(2x-1)$ là

A. $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$. B. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. C. $\left(\frac{1}{4}; 1\right]$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 19. (Chuyên KHTN - 2021) Biết rằng $\log_2(3) = a; \log_2(5) = b$. Tính $\log_{45}(4)$ theo a và b .

- A. $\frac{2a+b}{2}$. B. $\frac{2b+a}{2}$. C. $\frac{2}{2a+b}$. D. $2ab$.

Câu 20. (Chuyên KHTN - 2021) Có a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{ab}}(a^3\sqrt{b}) = 3$. Tính $\log_{\sqrt{ab}}(b^3\sqrt{a})$.

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. 3 . D. $-\frac{1}{3}$.

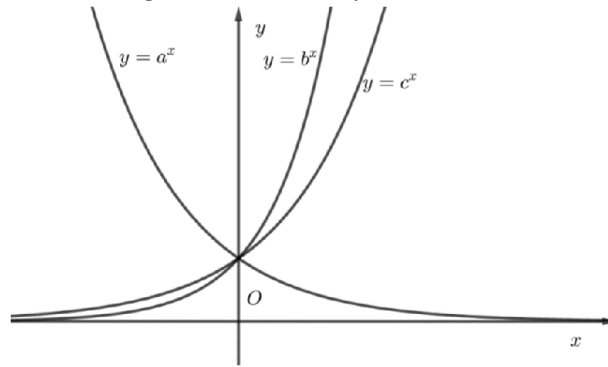
Câu 21. (Chuyên KHTN - 2021) Số nghiệm thực của phương trình $\log_4 x^2 = \log_2(x^2 - 2)$ là

- A. 0 . B. 2 . C. 4 . D. 1 .

Câu 22. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x - \log(x^2 + 1)$

- A. $y' = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x^2 + 1}{\ln 10}$. B. $y' = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{(x^2 + 1)\ln 10}$.
C. $y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x \ln 10}{x^2 + 1}$. D. $y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 10}$.

Câu 23. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $c < a < b$. B. $b < c < a$. C. $a < c < b$. D. $a < b < c$.

Câu 24. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 6 \leq 0$ là $S = [a; b]$. Tính $2a + b$.

- A. -8 . B. 8 . C. 16 . D. 7 .

Câu 25. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 1 tháng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm, biết rằng ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn?

- A. 21 tháng. B. 24 tháng. C. 22 tháng. D. 30 tháng.

Câu 26. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2021}(x-1)^2 + \log_{2020}(4-x^2)$.

- A. $D = (-2; 2) \setminus \{1\}$ B. $D = (1; 2)$ C. $D = (-2; 1)$ D. $D = [-2; 2]$

Câu 27. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8$ bằng:

- A. -2 B. 1 C. 2 D. -3

Câu 28. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình:

$\log_2 x + \log_2 (x+1) \leq 1$ là

- A. $(0;1]$ B. $[1;+\infty)$ C. $(-\infty;-2] \cup [1;+\infty)$ D. $(-2;1]$

Câu 29. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Phương trình $5^{x^2-x+7} = 125^{2x-1}$ có tích các nghiệm bằng

- A. 5. B. 10. C. 8. D. 7.

Câu 30. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho hai số thực a, b dương khác 1 thỏa mãn

$$\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^n} b} = \frac{1}{\log_{a^8} b}.$$

- A. $\frac{1}{2}$. B. 3. C. 5. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 31. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $(2+\sqrt{3})^{-2020} < (2+\sqrt{3})^{-2021}$. B. $(2-\sqrt{3})^{2021} > (2-\sqrt{3})^{2020}$.
C. $(2+\sqrt{3})^{2020} > (2+\sqrt{3})^{2021}$. D. $(2-\sqrt{3})^{2020} > (2-\sqrt{3})^{2021}$.

Câu 32. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^x \ln x$ trên $[1; e]$.

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. Không tồn tại giá trị hữu hạn của M . B. M là số hữu tỉ.
C. $M > 16$. D. $14 < M < 16$.

Câu 33. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x + \log_5 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_5 x$ là

- A. 2. B. Vô số. C. 3. D. 4.

Câu 34. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Nếu $\log_2 x = 5 \log_2 a + 4 \log_2 b$ ($a, b > 0$) thì x bằng

- A. $a^5 b^4$. B. $a^4 b^5$. C. $5a + 4b$. D. $4a + 5b$.

Câu 35. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Nghiệm của phương trình $5^{x-2} = \frac{1}{125}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 36. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $(0,125)^{x^2-5} > 64$ là

- A. $\{-1; 0; 1\}$. B. $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$. C. $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$. D. $(-3; 3)$.

Câu 37. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b})$ bằng

- A. $2 + \log_a b$. B. $\frac{1}{2} - \log_a b$. C. $\frac{1}{2} + \log_a b$. D. $2 - \log_a b$.

Câu 38. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Một người gửi tiền vào ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 12 tháng, lãi suất 5,6% một năm theo hình thức lãi kép (sau 1 năm sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 2 năm, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Cho

biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T = A(1+r)^n$ trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau đúng 5 năm kể từ khi gửi tiền lần thứ nhất (số tiền lấy theo đơn vị triệu đồng, làm tròn 3 chữ số thập phân).

- A. 381,329 triệu đồng B. 380,391 triệu đồng.
C. 385,392 triệu đồng D. 380,329 triệu đồng.

Câu 39. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Nghiệm của phương trình $4^{x+3} = 2^{2020}$ là

- A. $x = 2013$. B. $x = 2023$. C. $x = 1007$. D. $x = 2017$.

Câu 40. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$\sqrt{2x^2 - 16} (x^2 - 5x + 4) \leq 0 \text{ là:}$$

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 41. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Một người gửi tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng.

- A. 8 (năm). B. 9 (năm). C. 10 (năm). D. 11 (năm).

Câu 42. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Gọi S là tập hợp các giá trị của x để 3 số $\log_8(4x)$; $1 + \log_4 x$; $\log_2 x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Số phần tử của S là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

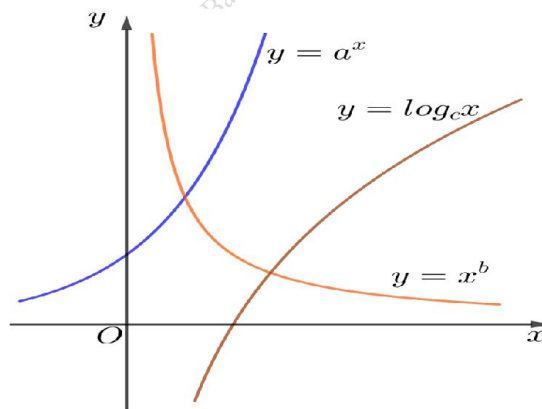
Câu 43. (Chuyên ĐHSPT Vinh - Nghệ An - 2021) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2(a+b) = 3 + \log_2(ab)$. Giá trị $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{8}$. D. 8.

Câu 44. (Chuyên ĐHSPT Vinh - Nghệ An - 2021) Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ là

- A. $\frac{2^x \ln 2}{(2^x + 1)^2}$. B. $\frac{2^x}{(2^x + 1)^2}$. C. $\frac{2^{x+1}}{(2^x + 1)^2}$. D. $\frac{2^{x+1} \ln 2}{(2^x + 1)^2}$.

Câu 45. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hai số a, c dương và khác 1. Các hàm số $y = a^x$, $y = x^b$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $c < b < a$. B. $b < a < c$. C. $b < c < a$. D. $a < c < b$.

Câu 46. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Phương trình $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Tính $x_1 x_2$.

- A. 6. B. -2. C. -5. D. -6.

Câu 47. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho $a > 0$, $b > 0$ và a khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$; $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

- A. 32. B. 16. C. 18. D. 10.

Câu 48. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1} \right) \leq 0$$

- A. $(-\infty; -1)$. B. $[3; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$. D. $(-1; 3]$.

Câu 49. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = \ln(x^2 + 4x + 7)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 50. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Biết phương trình $4^x - 5 \cdot 2^x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$.

- A. 3. B. $\log_2 3$. C. 5. D. $\log_2 5$.

Câu 51. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Số nghiệm của phương trình $9^x + 3^{x+2} - 1 = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 52. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

- A. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$. C. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$. D. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Câu 53. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x+4) = 4$ là

- A. $S = \{12\}$. B. $S = \{-4, 12\}$. C. $S = \{4\}$. D. $S = \{4, 8\}$.

Câu 54. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Phương trình $\log_2(x+1) = 4$ có nghiệm là

- A. $x = 4$. B. $x = 15$. C. $x = 3$. D. $x = 6$.

Câu 55. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1$ là

- A. $(3; 4)$. B. $[1; 4]$. C. $(1; 4)$. D. $(3; 4]$.

Câu 56. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x} \leq 16$ là

- A. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. B. $[-1; +\infty)$. C. $(-\infty; 4]$. D. $[-1; 4]$.

Câu 57. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hai số dương a và b thỏa mãn đẳng thức $\log_3 a + \log_{\sqrt{3}} b = -2$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $9(a + \sqrt{b}) = 1$. B. $9a^2b = 1$. C. $9(a + b^2) = 1$. D. $a\sqrt{b} = \frac{1}{9}$.

Câu 58. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $3^{3x-4} = 9^{x-2}$ là

- A. $x = 2$ B. $x = 3$ C. $x = 0$ D. $x = 1$

Câu 59. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Đặt $\ln 3 = a, \log_2 27 = b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln 72 = \frac{4ab+3a}{b}$. B. $\ln 72 = \frac{2ab+9a}{b}$.
C. $\ln 72 = \frac{2ab+3a}{b}$. D. $\ln 72 = \frac{4ab+9a}{b}$.

Câu 60. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Tổng các nghiệm của phương trình: $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ bằng

- A. 3. B. 32. C. 12. D. 5.

Câu 61. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác Năm đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng với số tiền là 100 triệu đồng với lãi suất là $x\%$ trên một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi năm trước sẽ được tính làm vốn để sinh

lãi cho năm sau. Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác đã thành toán hợp đồng ngân hàng với số tiền là 129512000 đồng. Giá trị của x là (làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. $x \approx 12$. B. $x \approx 13$. C. $x \approx 14$. D. $x \approx 15$.

Câu 62. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Gọi P là tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x-1} + 2^{2-x} = 3$. Khi đó, P bằng

- A. $P = 3$. B. $P = 5$. C. $P = 9$. D. $P = 1$.

Câu 63. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1| = 2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 2 nghiệm. B. Vô nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 1 nghiệm.

Câu 64. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 65. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{3}{5}}$ có tập xác định là tập hợp nào sau đây?

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. C. $(-2; 2)$. D. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 66. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0$ là tập nào sau đây?

- A. $S = \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right]$. B. $S = \left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$.
C. $S = [0; 3]$. D. $S = \emptyset$.

Câu 67. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \log_5(2x^2 + 3x + 1)$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

- A. $y = \frac{3x+1}{\ln 5}$. B. $y = \frac{3x-2}{\ln 5}$. C. $y = \frac{3x}{\ln 5}$. D. $y = \frac{x}{2\ln 5}$.

Câu 68. (Sở Lào Cai - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-4} > \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2-3x+2}$ là

- A. $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$. B. $(-\infty; -6) \cup (1; +\infty)$.
C. $(-1; 6)$. D. $(-6; 1)$.

Câu 69. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2} < 16$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 70. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(x+2) = 2$ là

- A. $x = 9$. B. $x = 7$. C. $x = 8$. D. $x = 6$.

Câu 71. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn: $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 12.

Câu 72. (Sở Yên Bái - 2021) Biết $9^x + 9^{-x} = 23$, tính giá trị biểu thức $P = 3^x + 3^{-x}$

- A. 23 B. 25 C. $\sqrt{23}$ D. 5

Câu 73. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho các số thực $a > 0; b > 0$ và $\ln \frac{a+b}{3} = \frac{2\ln a + \ln b}{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a^3 + b^3 = 8a^2b - ab^2$. B. $a^3 + b^3 = 3(a^2b - ab^2)$.

C. $a^3 + b^3 = 3(8a^2b - ab^2)$.

D. $a^3 + b^3 = 3(8a^2b + ab^2)$.

Câu 74. (Sở Tuyên Quang - 2021) Năm 2014, một người đã tiết kiệm được A triệu đồng và dùng số tiền đó để mua nhà, nhưng trên thực tế giá trị của ngôi nhà là $1,55A$ triệu đồng. Người đó quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là $6,9\%$ / năm theo hình thức lãi kép và không rút trước kỳ hạn. Hỏi năm nào người đó mua được căn nhà đó (giả sử rằng giá bán căn nhà đó không thay đổi).

A. Năm 2020.

B. Năm 2022.

C. Năm 2021.

D. Năm 2019.

Câu 75. (Sở Yên Bái - 2021) Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -1$ là

A. $1 \leq x \leq 3$.

B. $1 < x \leq 3$.

C. $x \leq 3$.

D. $1 \leq x < 3$.

Câu 76. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Với _____ là các số thực dương tùy ý thỏa mãn _____, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. _____.

B. _____.

C. _____.

D. _____.

Câu 77. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình

là

A. _____.

B. _____.

C. _____.

D. _____.

Câu 78. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Một người gửi _____ triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất không đổi trong thời gian gửi là _____ /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Sau 5 năm người đó rút số tiền (cả vốn ban đầu và tiền lãi) để mua một chiếc xe máy giá 20 triệu đồng. Số tiền còn thừa hoặc thiếu khi người đó mua xe máy là

A. thiếu _____ đồng.

B. thừa _____ đồng.

C. thừa _____ đồng.

D. thiếu _____ đồng.

Câu 79. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} - 5 \cdot 2^x + 1 \leq 0$ là:

A. $[-2; 0]$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-2; 0)$.

D. _____.

Câu 80. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Nghiệm của phương trình $(\sqrt{2})^{2x^2+6} = 1024$ là

A. $x = \pm\sqrt{3}$.

B. $x = \pm\sqrt{7}$.

C. $x = \sqrt{7}$.

D. $x = \sqrt{3}$.

Câu 81. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+167) = 7$ là

A. $x = 2020$.

B. $x = 1010$.

C. $x = 2019$.

D. $x = 2021$.

Câu 82. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho $\log_a x = \frac{1}{2} \log_a 4 - \log_a 3 + \log_a 5$ ($a > 0, a \neq 1$). Tìm x .

A. $x = \frac{29}{3}$.

B. $x = \frac{10}{3}$.

C. $x = \frac{12}{5}$.

D. $x = 30$.

Câu 83. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Nghiệm của phương trình $3^{3x+6} = \frac{1}{27}$ là

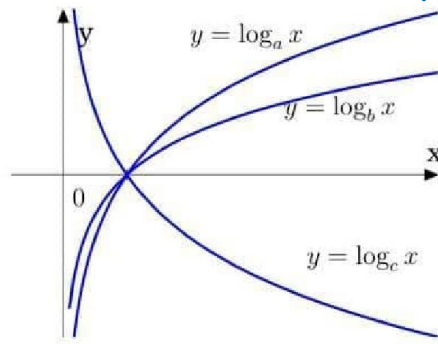
A. $x = 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = 9$.

D. $x = \frac{1}{9}$.

Câu 84. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho các số $a, b, c > 0$ và $a, b, c \neq 1$. Đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ đồng cho bởi hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A. $c < b < a$. B. $b < a < c$. C. $c < a < b$. D. $a < b < c$.

Câu 85. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Có bao nhiêu số nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình $\log_{2021}(2x-3) < 1$

- A. 1009. B. 1010. C. 1011. D. 2021.

Câu 86. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$ tương đương với bất phương trình nào dưới đây?

- A. $2^x < 32$. B. $2^{x+5} < 1$.
C. $2^x > \frac{1}{32}$. D. $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^x > \log_{\frac{1}{2}} 32$.

Câu 87. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 27$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 4 - 6i|$.

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(-\infty; -3]$. C. $(3; +\infty)$. D. $[3; +\infty)$.

Câu 88. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $5\log_3 a + \log_3 b + 3\log_3 c = 2$. Giá trị của biểu thức $a^5 bc^3$ bằng

- A. 9. B. 6. C. -9. D. 3.

Câu 89. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $25^x - 6.5^x + 5 \leq 0$ là

- A. $(0; 1)$. B. $[0; 1]$. C. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Câu 90. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Nghiệm của bất phương trình $4^x < 2^{x+1} + 3$ là

- A. $\log_2 3 < x < 5$. B. $1 < x < 3$. C. $2 < x < 4$. D. $x < \log_2 3$.

Câu 91. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho các số dương a, b, c . Tính $S = \log_2 \frac{a}{b} + \log_2 \frac{b}{c} + \log_2 \frac{c}{a}$.

- A. $S = 2$. B. $S = 0$. C. $S = \log_2(abc)$. D. $S = 1$.

Câu 92. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau $Q(t) = Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}})$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa.

- A. $t \approx 1,63$ giờ. B. $t \approx 1,50$ giờ. C. $t \approx 1,65$ giờ. D. $t \approx 1,61$ giờ.

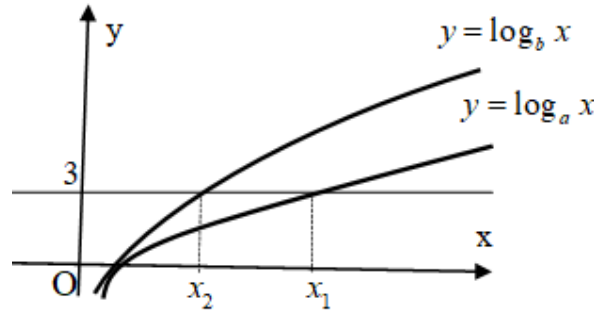
Câu 93. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho $\log_a b > 0$ và a, b là các số thực với $a \in (0; 1)$. Khi đó kết luận nào sau đây đúng?

- A. $0 < b < 1$. B. $b > 1$. C. $0 < b \neq 1$. D. $b > 0$.

Câu 94. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Tính giá trị của $A = 2x_1 + 3x_2$

- A. $A = 4 \log_3 2$ B. $A = 2$ C. $A = 0$ D. $A = 3 \log_3 2$

Câu 95. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là x_1 và x_2 . Biết rằng $x_1 = 2x_2$ khi đó giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

- A. 2. B. $\sqrt[3]{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 96. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{1}{2}}$, $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < 1, b > 1$. B. $a > 1, 0 < b < 1$. C. $a > 1, b > 1$. D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Câu 97. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với $a; b$ là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = ab$ bằng:

- A. 0. B. 3. C. 9. D. 6.

Câu 98. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27}(a^2 \sqrt{b})$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Câu 99. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Phương trình $\log_3^2 x - 2 \log_{\sqrt{3}} x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0$

có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức $P = \log_3 x_1 + \log_{27} x_2$, biết $x_1 < x_2$

- A. $P = \frac{1}{3}$. B. $P = 0$. C. $P = \frac{8}{3}$. D. $P = 1$.

Câu 100. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,6% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó lĩnh được số tiền lớn hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A. 17 tháng. B. 18 tháng. C. 16 tháng. D. 15 tháng.

Câu 101. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_3 \frac{4}{81}$ bằng

- A. $\left(\frac{1}{2}(a-2)\right)^2$. B. $\frac{2}{4}(a-2)$. C. $2a-4$. D. $2a-3$.

Câu 102. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(5x - 2x^2 + 7) > 2$ là

- A. $\left(-1; \frac{7}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.
C. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Câu 103. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho số thực dương x thỏa mãn $\sqrt{x^7} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{a}{b}}$, với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $T = a + b$ bằng

- A. 29. B. 13. C. 31. D. 10.

Câu 104. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho các số thực dương a, b, x khác 1 thỏa mãn $\log_a x = 5$;

$\log_x b = 2$. Khi đó $\log_a \left(\frac{x^4}{b}\right)$ bằng

- A. 10. B. 18. C. 2. D. 40.

Câu 105. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $4^x - 20 \cdot 2^x + 64 = 0$. Giá trị của biểu thức $T = x_1 + x_2$ bằng

- A. 20. B. 64. C. 6. D. 5.

Câu 106. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5^2 x - 3 \log_5 x + 2 = 0$ bằng?

- A. 50. B. 125. C. 2. D. 25.

Câu 107. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 \geq 0$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $[4; +\infty]$. C. $[2; +\infty]$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 108. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\log_5(5^a \cdot 125^b) = \log_{25} 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2a + 6b = 1$. B. $6ab = 1$. C. $6a + 2b = 1$. D. $a + 3b = 2$.

Câu 109. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_6(x^2 - x) \leq 1$ là

- A. $[-2; 3]$. B. $[-3; 2]$. C. $(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$. D. $[-2; 0) \cup (1; 3]$.

Câu 110. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho $\log_2 a = 3$ và $\log_2 b = -4$. Giá trị của biểu thức $\log_2(a^{-2}b^3)$ bằng

- A. $-\frac{9}{64}$. B. 17. C. -18. D. $-\frac{64}{9}$.

Câu 111. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Với a là số thực dương bất kì thì giá trị của biểu thức

$\frac{1}{a^4} : \sqrt{a^{2021}}$ bằng

- A. $a^{-\frac{2029}{2}}$. B. $\frac{-1013}{a}$. C. $a^{\frac{2021}{8}}$. D. $a^{-\frac{8}{2021}}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.D	4.B	5.C	6.D	7.C	8.A	9.A	10.C
11.A	12.C	13.C	14.B	15.D	16.B	17.A	18.D	19.C	20.D
21.B	22.D	23.C	24.C	25.A	26.A	27.A	28.A	29.B	30.C
31.D	32.D	33.D	34.A	35.A	36.C	37.A	38.B	39.C	40.A
41.B	42.A	43.D	44.D	45.C	46.D	47.C	48.C	49.B	50.B
51.C	52.A	53.A	54.B	55.D	56.D	57.B	58.C	59.B	60.D

61.C	62.B	63.A	64.D	65.C	66.A	67.C	68.D	69.C	70.B
71.B	72.D	73.C	74.C	75.B	76.C	77.A	78.D	79.A	80.B
81.B	82.B	83.B	84.C	85.B	86.B	87.D	88.A	89.B	90.D
91.B	92.A	93.A	94.D	95.B	96.B	97.D	98.D	99.B	100.C
101.C	102.B	103.A	104.A	105.C	106.B	107.C	108.A	109.D	110.C
111.A									

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 1. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$, tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là:

- A. 25. B. 28. C. 26. D. 27.

Lời giải

Chọn B

$$3^{x^2-4x+5} = 9 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 5 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy tổng lập phương các nghiệm thực của phương trình là: 28.

Câu 2. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2 < 2 \ln(4x+4)$ là:

- A. $(-1; +\infty) \setminus \{0\}$. B. $\left(-\frac{4}{5}; +\infty\right)$. C. $\left(-\frac{4}{3}; +\infty\right) \setminus \{0\}$. D. $\left(-\frac{4}{5}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq 0 \\ 4x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -1 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \ln x^2 < 2 \ln(4x+4) \Leftrightarrow \ln x^2 < \ln(4x+4)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 < 16x^2 + 32x + 16 \Leftrightarrow 15x^2 + 32x + 16 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{4}{5} \\ x < -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2 < 2 \ln(4x+4)$ là:

$$\left(-\frac{4}{5}; +\infty\right) \setminus \{0\}.$$

Câu 3. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 6) = \log_2(x - 2) + 1$ là:

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 2$.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } \log_2(x^2 - 6) = \log_2(x - 2) + \log_3 3.$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 6) = \log_2[3(x - 2)] \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 6) = \log_2(3x - 6).$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6 = 3x - 6 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (KTM)} \\ x = 3 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm là $x = 3$.

- Câu 4.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Phương trình $\frac{36}{2^{x-2}} = 10 + 4^{\frac{x}{2}}$ có số nghiệm là
- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \frac{36}{2^{x-2}} = 10 + 4^{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow \frac{36}{2^{x-2}} = 10 + 2^{\frac{2x}{2}} \Leftrightarrow \frac{36}{2^{x-2}} = 10 + 2^x$$

$$\Leftrightarrow \frac{144}{2^x} = 10 + 2^x (*)$$

$$\text{Đặt } 2^x = t (t > 0), \text{ khi đó phương trình } (*) \Leftrightarrow \frac{144}{t} = 10 + t \Leftrightarrow 144 = 10t + t^2 \Leftrightarrow t^2 + 10t - 144 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 8(TM) \\ t = -18(L) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 8 \Rightarrow 2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

- Câu 5.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} = a$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_2 \frac{1}{5} + \log_2 \frac{1}{25} = 3a$.

B. $\log_5 4 = -\frac{2}{a}$.

C. $\log_2 25 + \log_2 \sqrt{5} = \frac{5a}{2}$.

D. $\log_2 5 = -a$.

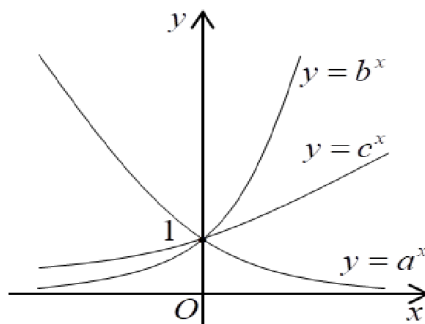
Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{5} = a \Leftrightarrow \log_2 5 = a.$$

$$\text{Từ đó } \log_2 25 + \log_2 \sqrt{5} = 2\log_2 5 + \frac{1}{2}\log_2 5 = 2a + \frac{a}{2} = \frac{5a}{2}.$$

- Câu 6.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho ba số thực dương a, b, c khác 1.



Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ được cho như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1 < a < b < c$.

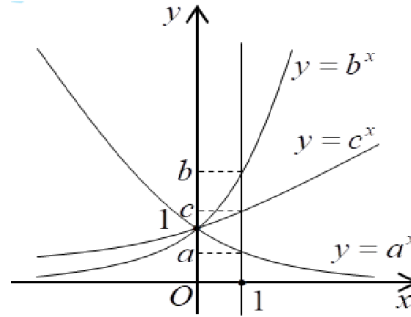
B. $1 < a < c < b$.

C. $0 < a < 1 < b < c$.

D. $0 < a < 1 < c < b$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị các hàm số tại các điểm tương ứng a, b, c .

Từ đồ thị ta có: $0 < a < 1 < c < b$.

Câu 7. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm của bất phương $10^{x^2} < e^x$ là

A. $(0; \sqrt[10]{e})$.

B. $(0; e)$.

C. $(0; \lg e)$.

D. $(0; \ln 10)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $10^{x^2} < e^x \Leftrightarrow x^2 < \lg e^x$

$\Leftrightarrow x^2 - x \lg e < 0$

$\Leftrightarrow x \in (0; \lg e)$.

♦ Vậy tập nghiệm của bất phương $10^{x^2} < e^x$ là $S = (0; \lg e)$.

Câu 8. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho các số thực $a, b > 0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\log_2 (2ab)^2 = (1 + \log_2 a + \log_2 b)^2$.

B. $\log_2 (2ab)^2 = 2 + \log_2 (ab)^2$.

C. $\log_2 (2ab)^2 = 2(1 + \log_2 a + \log_2 b)$.

D. $\log_2 (2ab)^2 = 2 + \log_2 (ab)$.

Lời giải

Chọn A

♦ $\log_2 (2ab)^2 = 2 \log_2 (2ab) = 2 [\log_2 2 + \log_2 (ab)] = 2 [1 + \log_2 a + \log_2 b]$

Vậy A là đáp án sai

Câu 9. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho $\log_5 \frac{2}{x} = 8 \log_{25} a - 9 \log_{125} b$, $(a, b, x > 0)$. Khi đó giá trị của x là

A. $x = \frac{2b^3}{a^4}$.

B. $x = 2a^4 - b^3$.

C. $x = 2a^4 b^3$.

D. $x = \frac{b^3}{2a^4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_5 \frac{2}{x} = 8 \log_{25} a - 9 \log_{125} b \Leftrightarrow \log_5 \frac{2}{x} = 4 \log_5 a - 3 \log_5 b$
 $\Leftrightarrow \log_5 \frac{2}{x} = \log_5 \frac{a^4}{b^3} \Leftrightarrow \frac{2}{x} = \frac{a^4}{b^3} \Leftrightarrow x = \frac{2b^3}{a^4}.$

Câu 10. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x) = \log(x^2 + 2019)$. Khi đó $f'(x)$ bằng

A. $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 2019}$. **B.** $f'(x) = \frac{x}{(x^2 + 2019) \ln 10}$.
C. $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 2019) \ln 10}$. **D.** $f'(x) = \frac{x}{(x + 2019) \ln 10}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = [\log(x^2 + 2019)]' = \frac{(x^2 + 2019)'}{(x^2 + 2019) \ln 10} = \frac{2x}{(x^2 + 2019) \ln 10}.$

Câu 11. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (1 - 2x)^{\sqrt{3}-1}$.

A. $D = (-\infty; \frac{1}{2})$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$. **C.** $D = (\frac{1}{2}; +\infty)$. **D.** $D = (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $1 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}.$

Tập xác định $D = (-\infty; \frac{1}{2}).$

Câu 12. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 + 3x) \leq 2$ là:

A. $(-4; 1)$. **B.** $(-4; -3) \cup (0; 1)$. **C.** $[-4; -3) \cup (0; 1]$. **D.** $[-4; 1]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2 + 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -3 \end{cases}.$

Bất phương trình đã cho tương đương với:

$\log_2(x^2 + 3x) \leq \log_2 4 \Rightarrow x^2 + 3x \leq 4 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 1.$

Kết hợp điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $[-4; -3) \cup (0; 1].$

Câu 13. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính $\log_{\sqrt{a}} a^2 b^3$

A. 24. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 23.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} a^2 b^3 = \log_a a^4 + \log_a b^6 = 4 + 6 \log_a b = 4 + 6 \times 3 = 22$.

Câu 14. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho số thực x thỏa mãn: $25^x - 5^{1+x} - 6 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = 5 - 5^x$.

A. $T = 5$.

B. $T = -1$.

C. $T = 6$.

D. $T = \frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 25^x - 5^{1+x} - 6 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 5 \cdot 5^x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = -1 \text{ (VN)} \\ 5^x = 6 \end{cases}$$

$$\text{Với } 5^x = 6 \Rightarrow T = 5 - 5^x = 5 - 6 = -1.$$

Câu 15. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_{16}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^3$.

B. $a^4 = b$.

C. $a = b^4$.

D. $a^3 = b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_2 a = \log_{16}(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{4} \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow 4 \log_2 a = \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a^4 = \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow a^4 = ab$$

$$\Leftrightarrow a^3 = b$$

Câu 16. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Ông A gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 10 năm, nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà ông A nhận được gồm cả gốc lẫn lãi tính theo công thức nào dưới đây?

A. $10^8(1+0,7)^{10}$ (đồng). **B.** $10^8 \cdot (1+0,07)^{10}$ (đồng).

C. $10^8 \cdot 0,07^{10}$ (đồng) **D.** $10^8 \cdot (1+0,007)^{10}$ (đồng).

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính lãi kép: $N = A(1+r\%)^n$,

trong đó A là số tiền vốn, $r\%$ là lãi suất theo kì hạn, n số kì hạn.

Suy ra, số tiền có được là $N = 10^8(1+0,07)^{10}$.

Câu 17. (Chuyên KHTN - 2021) Phương trình $2^x = 3^{x^2}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Lấy lôgarit cơ số 3 cả hai vế của phương trình ta được

$$\log_3(2^x) = \log_3(3^{x^2}) \Leftrightarrow x \cdot \log_3 2 = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực.

Câu 18. (Chuyên KHTN - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x \leq \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(2x-1)$ là

- A. $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$. B. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. C. $\left(\frac{1}{4}; 1\right]$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{\frac{1}{2}} x \leq \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt{x} \leq \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(2x-1) \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - 2x + 1 \geq 0 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq \sqrt{x} \leq 1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 1$$

Câu 19. (Chuyên KHTN - 2021) Biết rằng $\log_2(3) = a; \log_2(5) = b$. Tính $\log_{45}(4)$ theo a và b .

- A. $\frac{2a+b}{2}$. B. $\frac{2b+a}{2}$. C. $\frac{2}{2a+b}$. D. $2ab$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $\log_{45}(4) = 2 \log_{45}(2) = \frac{2}{\log_2(45)}$

$$= \frac{2}{\log_2(5) + 2 \log_2(3)} = \frac{2}{b + 2a}.$$

♦ Vậy $\log_{45}(4) = \frac{2}{2a+b}$.

Câu 20. (Chuyên KHTN - 2021) Có a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{ab}}(a^3\sqrt{b}) = 3$. Tính $\log_{\sqrt{ab}}(b^3\sqrt{a})$.

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. 3 . D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt{ab}}(a^3\sqrt{b}) + \log_{\sqrt{ab}}(b^3\sqrt{a}) = \log_{\sqrt{ab}}(ab)^{\frac{4}{3}} = \frac{8}{3}$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{ab}}(b^3\sqrt{a}) = \frac{8}{3} - \log_{\sqrt{ab}}(a^3\sqrt{b}) = \frac{8}{3} - 3 = -\frac{1}{3}$$

Chọn D

Câu 21. (Chuyên KHTN - 2021) Số nghiệm thực của phương trình $\log_4 x^2 = \log_2(x^2 - 2)$ là

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_4 x^2 = \log_2 (x^2 - 2) &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2 \\ \log_4 x^2 = \log_4 (x^2 - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2 \\ x^2 = (x^2 - 2)^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2 \\ x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 > 2 \\ x^2 = 1 (l) \\ x^2 = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm thực $x = \pm 2$.

Câu 22. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x - \log(x^2 + 1)$

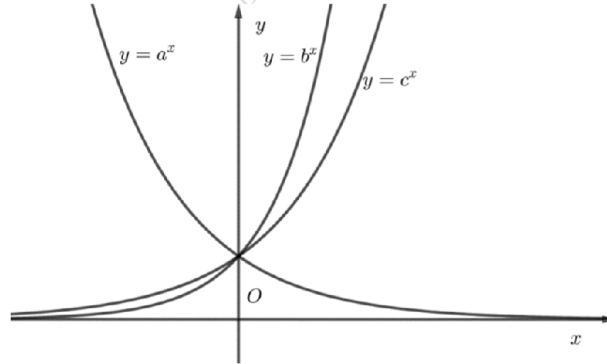
A. $y' = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{x^2 + 1}{\ln 10}$. **B.** $y' = \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{(x^2 + 1)\ln 10}$.
C. $y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x \ln 10}{x^2 + 1}$. **D.** $y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3^x \ln 3 - \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 10}$

Câu 23. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A.** $c < a < b$. **B.** $b < c < a$. **C.** $a < c < b$. **D.** $a < b < c$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$. Hai hàm số còn lại đồng biến nên $b > 1; c > 1$.

Xét $x = 2 \Rightarrow b^2 > c^2 \Rightarrow b > c$. Như vậy $b > c > a$.

Câu 24. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 6 \leq 0$ là

$S = [a; b]$. Tính $2a + b$.

- A.** -8. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện của bất phương trình: $x > 0$.

Đặt: $t = \log_2 x$, bất phương trình trở thành: $t^2 - 5t + 6 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq t \leq 3$.

Suy ra: $2 \leq \log_2 x \leq 3 \Leftrightarrow 4 \leq x \leq 8$.

$$\text{Vậy: } S = [4; 8] \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 16.$$

Câu 25. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 1 tháng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản tiết kiệm, biết rằng ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn?

- A.** 21 tháng. **B.** 24 tháng. **C.** 22 tháng. **D.** 30 tháng.

Lời giải

Chọn A

Theo hình thức lãi kép, sau n tháng tổng số tiền cả gốc lẫn lãi mà người đó nhận được trong tài khoản là $A = 200(1 + 0,58\%)^n = 200 \cdot (1,0058)^n$ (triệu đồng).

$$\text{Theo bài ra thì: } A \geq 225 \Leftrightarrow 200 \cdot 1,0058^n \geq 225 \Leftrightarrow 1,0058^n \geq \frac{9}{8}.$$

$$\Leftrightarrow n \geq \log_{1,0058} \frac{9}{8} \approx 20,37.$$

Vì ngân hàng chỉ tính lãi khi đến kì hạn nên phải sau ít nhất 21 tháng người đó mới có tối thiểu 225 triệu đồng trong tài khoản.

Câu 26. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2021}(x-1)^2 + \log_{2020}(4-x^2)$.

- A.** $D = (-2; 2) \setminus \{1\}$ **B.** $D = (1; 2)$ **C.** $D = (-2; 1)$ **D.** $D = [-2; 2]$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} (x-1)^2 > 0 \\ 4-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ -2 < x < 2 \end{cases}$$

Suy ra tập xác định của hàm số là $D = (-2; 2) \setminus \{1\}$.

Câu 27. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8$ bằng:

- A.** -2 **B.** 1 **C.** 2 **D.** -3

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } 2^{x^2+2x} = 8 \Leftrightarrow 2^{x^2+2x} = 2^3 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{3} \\ x = -1 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $(-1 + \sqrt{3}) + (-1 - \sqrt{3}) = -2$

Câu 28. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2 x + \log_2(x+1) \leq 1$ là

- A.** $(0; 1]$ **B.** $[1; +\infty)$ **C.** $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$ **D.** $(-2; 1]$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} x > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0 \quad (*)$$

$$\text{Ta có } \log_2 x + \log_2 (x+1) \leq 1 \Leftrightarrow \log_2 x(x+1) \leq 1 \Leftrightarrow x(x+1) \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1.$$

So với điều kiện, suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1]$.

Câu 29. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Phương trình $5^{x^2-x+7} = 125^{2x-1}$ có tích các nghiệm bằng

A. 5.

B. 10.

C. 8.

D. 7.

Lời giải**Chọn B**

$$5^{x^2-x+7} = 125^{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow 5^{x^2-x+7} = (5^3)^{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow 5^{x^2-x+7} = 5^{6x-3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 7 = 6x - 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \quad (1).$$

Dễ thấy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, khi đó tích các nghiệm của (1) là

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 10.$$

Câu 30. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho hai số thực a, b dương khác 1 thỏa mãn

$$\frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^n} b} = \frac{1}{\log_{a^8} b}. \text{ Giá trị của } n \text{ là}$$

A. $\frac{1}{2}$.

B. 3.

C. 5.

D. $\frac{1}{4}$.**Lời giải****Chọn C**

$$\text{Vì } a, b \text{ dương khác 1 nên ta có: } \frac{1}{\log_a b} + \frac{1}{\log_{a^2} b} + \frac{1}{\log_{a^n} b} = \frac{1}{\log_{a^8} b}$$

$$\Leftrightarrow \log_b a + \log_b a^2 + \log_b a^n = \log_b a^8$$

$$\Leftrightarrow (1+2+n-8)\log_b a = 0 \quad (1)$$

Vì hai số thực a, b dương khác 1 nên $\log_b a \neq 0$.

Do đó từ (1) suy ra $1+2+n-8=0 \Leftrightarrow n=5$.

Câu 31. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $(2+\sqrt{3})^{-2020} < (2+\sqrt{3})^{-2021}$.

B. $(2-\sqrt{3})^{2021} > (2-\sqrt{3})^{2020}$.

C. $(2+\sqrt{3})^{2020} > (2+\sqrt{3})^{2021}$.

D. $(2-\sqrt{3})^{2020} > (2-\sqrt{3})^{2021}$.

Lời giải**Chọn D**

♦ Do $0 < 2-\sqrt{3} < 1$ nên ta có $(2-\sqrt{3})^{2020} > (2-\sqrt{3})^{2021}$.

Câu 32. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = e^x \ln x$ trên $[1; e]$.

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. Không tồn tại giá trị hữu hạn của M . B. M là số hữu tỉ.
C. $M > 16$. D. $14 < M < 16$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = e^x \ln x + e^x \cdot \frac{1}{x} = e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right) > 0, \forall x \in [1; e]$$

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$.

$$\Rightarrow \max_{[1; e]} f(x) = f(e) = e^e \approx 15,15 \Rightarrow 14 < M < 16.$$

Câu 33. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x + \log_5 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_5 x$ là

- A. 2. B. Vô số. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2 x + \log_5 x \geq 1 + \log_2 x \cdot \log_5 x$ (điều kiện $x > 0$)

$$\Leftrightarrow (1 - \log_2 x)(\log_5 x - 1) \geq 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x \Rightarrow x = 2^t.$$

$$(1) \Leftrightarrow (1 - t)(t \log_5 2 - 1) \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq \log_2 5 \Leftrightarrow 1 \leq \log_2 x \leq \log_2 5 \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 5.$$

$$\text{Do } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{2; 3; 4; 5\}.$$

Câu 34. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Nếu $\log_2 x = 5 \log_2 a + 4 \log_2 b$ ($a, b > 0$) thì x bằng

- A. $a^5 b^4$. B. $a^4 b^5$. C. $5a + 4b$. D. $4a + 5b$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_2 x = 5 \log_2 a + 4 \log_2 b \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 b^4 \Leftrightarrow x = a^5 b^4.$$

Câu 35. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Nghiệm của phương trình $5^{x-2} = \frac{1}{125}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Tâm } 5^{x-2} = \frac{1}{125} \Leftrightarrow 5^{x-2} = 5^{-3} \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 36. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $(0,125)^{x^2-5} > 64$ là

- A. $\{-1; 0; 1\}$. B. $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$. C. $(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$. D. $(-3; 3)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } (0,125)^{x^2-5} > 64 \Leftrightarrow 8^{5-x^2} > 8^2 \Leftrightarrow 5-x^2 > 2 \Leftrightarrow x^2 < 3 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình } (0,125)^{x^2-5} > 64 \text{ là } (-\sqrt{3}; \sqrt{3}).$$

Câu 37. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b})$ bằng

- A.** $2 + \log_a b$. **B.** $\frac{1}{2} - \log_a b$. **C.** $\frac{1}{2} + \log_a b$. **D.** $2 - \log_a b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{b}) = 2\log_a(a\sqrt{b}) = 2(1 + \log_a \sqrt{b}) = 2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 2 + \log_a b$.

Vậy ta chọn phương án **A**.

Câu 38. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Một người gửi tiền vào ngân hàng 200 triệu đồng với kì hạn 12 tháng, lãi suất 5,6% một năm theo hình thức lãi kép (sau 1 năm sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 2 năm, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Cho

biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T = A(1+r)^n$ trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau đúng 5 năm kể từ khi gửi tiền lần thứ nhất (số tiền lấy theo đơn vị triệu đồng, làm tròn 3 chữ số thập phân).

- A.** 381,329 triệu đồng **B.** 380,391 triệu đồng.
C. 385,392 triệu đồng. **D.** 380,329 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

Tổng số tiền người đó nhận được sau 5 năm là:

$$T = (200 \cdot (1 + 5,6\%)^2 + 100)(1 + 5,6\%)^3 = 380,391 \text{ triệu đồng}$$

Câu 39. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Nghiệm của phương trình $4^{x+3} = 2^{2020}$ là

- A.** $x = 2013$. **B.** $x = 2023$. **C.** $x = 1007$. **D.** $x = 2017$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$4^{x+3} = 2^{2020}$$

$$\Leftrightarrow 2^{2(x+3)} = 2^{2020}$$

$$\Leftrightarrow 2(x+3) = 2020$$

$$\Leftrightarrow x = 1010 - 3 = 1007$$

Câu 40. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$\sqrt{2x^2 - 16(x^2 - 5x + 4)} \leq 0 \text{ là:}$$

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐK: } 2x^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } \sqrt{2x^2 - 16}(x^2 - 5x + 4) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 16 = 0 \\ 2x^2 - 16 > 0 \\ (x^2 - 5x + 4) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases} \\ (x^2 - 5x + 4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases} \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = 3 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy bất phương trình $\sqrt{2x^2 - 16}(x^2 - 5x + 4) \leq 0$ có 4 nghiệm nguyên.

Câu 41. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Một người gửi tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng.

- A. 8 (năm). B. 9 (năm). C. 10 (năm). D. 11 (năm).

Lời giải

Chọn B

Số tiền người đó nhận được sau n năm là $A = 200.1,05^n$ (triệu đồng)

Để nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng $\Rightarrow A = 200.1,05^n > 300$

$\Rightarrow 1,05^n > 1,5 \Leftrightarrow n > \log_{1,05} 1,5 \Leftrightarrow n > 8,3$ (năm).

Vậy sau ít nhất 9 năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng.

Câu 42. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Gọi S là tập hợp các giá trị của x để 3 số $\log_8(4x)$; $1 + \log_4 x$; $\log_2 x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Số phần tử của S là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Với $x > 0$, ta có: $\log_8(4x) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}\log_2 x$; $1 + \log_4 x = 1 + \frac{1}{2}\log_2 x$.

Do đó, yêu cầu bài toán tương đương với: $(1 + \log_4 x)^2 = \log_8(4x) \cdot \log_2 x$

$$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{1}{2}\log_2 x\right)^2 = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\log_2 x\right) \cdot \log_2 x$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - 4\log_2 x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 6 \\ \log_2 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^6 \\ x = 2^{-2} \end{cases}$$

Vậy tập S có 2 phần tử.

Câu 43. (Chuyên ĐHTT Vinh - Nghệ An - 2021) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2(a+b) = 3 + \log_2(ab)$. Giá trị $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{8}$. D. 8.

Lời giải

Chọn D

Với $a, b > 0$ ta có $\log_2(a+b) = 3 + \log_2(ab) \Leftrightarrow \log_2 \frac{a+b}{ab} = 3$

$$\Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} = 2^3 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 8.$$

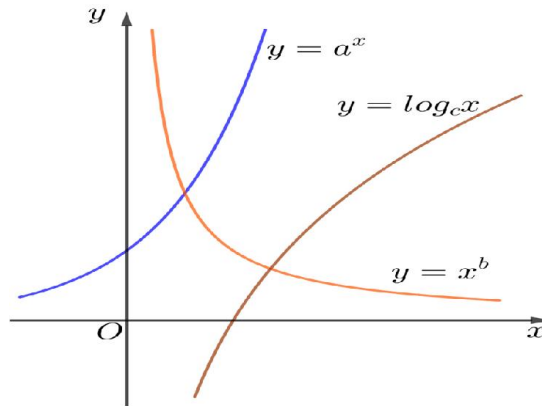
Câu 44. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$ là

- A. $\frac{2^x \ln 2}{(2^x + 1)^2}$. B. $\frac{2^x}{(2^x + 1)^2}$. C. $\frac{2^{x+1}}{(2^x + 1)^2}$. D. $\frac{2^{x+1} \ln 2}{(2^x + 1)^2}$.

Lời giải**Chọn D**

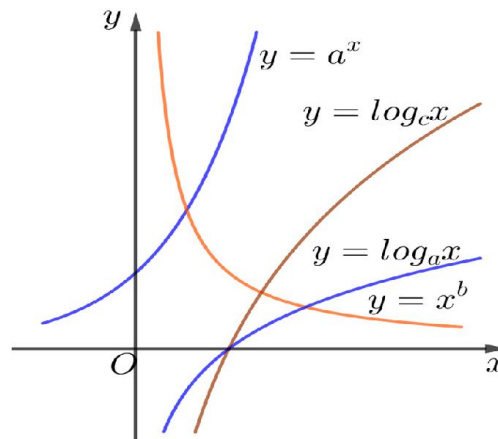
$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(2^x + 1)2^x \ln 2 - (2^x - 1)2^x \ln 2}{(2^x + 1)^2} = \frac{2^{x+1} \ln 2}{(2^x + 1)^2}.$$

Câu 45. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho hai số a, c dương và khác 1. Các hàm số $y = a^x, y = x^b, y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $c < b < a$. B. $b < a < c$. C. $b < c < a$. D. $a < c < b$.

Lời giải**Chọn C**

Từ đồ thị hàm số $y = x^b$ suy ra $b < 0$.

Ta có đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ qua đường thẳng $y = x$.

Theo đồ thị hàm số $y = \log_a x, y = \log_c x$ ta có $\log_a x < \log_c x$ và $a, c > 1$ suy ra $1 < c < a$.

Vậy $b < c < a$.

Câu 46. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Phương trình $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 .

Tính $x_1 x_2$.

A. 6.

B. -2.

C. -5.

D. -6.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1} \Leftrightarrow 3^{x^2-4} = (3)^{-2(3x-1)} \Leftrightarrow 3^{x^2-4} = 3^{-6x+2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = -6x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 6 = 0. \text{ Suy ra } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-6}{1} = -6.$$

Câu 47. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho $a > 0, b > 0$ và a khác 1 thỏa mãn

$$\log_a b = \frac{b}{4}; \log_2 a = \frac{16}{b}. \text{ Tính tổng } a + b.$$

A. 32.

B. 16.

C. 18.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2 a = \frac{16}{b} \Leftrightarrow a = 2^{\frac{16}{b}}.$$

$$\text{Suy ra } \log_a b = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \log_{2^{\frac{16}{b}}} b = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \frac{b}{16} \log_2 b = \frac{b}{4} \Leftrightarrow \log_2 b = 4 \Leftrightarrow b = 16.$$

$$\Rightarrow a = 2.$$

$$\text{Vậy } a + b = 18.$$

Câu 48. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1} \right) \leq 0$$

A. $(-\infty; -1)$.

B. $[3; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$.

D. $(-1; 3]$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_2 \frac{3x-1}{x+1} \right) \leq 0 \Leftrightarrow \log_2 \frac{3x-1}{x+1} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-1}{x+1} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x-3}{x+1} \geq 0 \Rightarrow S = (-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$$

Câu 49. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Cho hàm số $y = \ln(x^2 + 4x + 7)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $x^2 + 4x + 7 = (x + 2)^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = \frac{2x + 4}{x^2 + 4x + 7}$.

Xét $y' < 0 \Leftrightarrow 2x + 4 < 0 \Leftrightarrow x < -2$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 50. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Biết phương trình $4^x - 5 \cdot 2^x + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$.

A. 3.

B. $\log_2 3$.

C. 5.

D. $\log_2 5$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2^x, t > 0$, ta có phương trình $t^2 - 5t + 3 = 0$.

Khi đó, $t_1 t_2 = 3 \Rightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 3 \Leftrightarrow 2^{x_1 + x_2} = 3 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = \log_2 3$.

Vậy $x_1 + x_2 = \log_2 3$.

Câu 51. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Số nghiệm của phương trình $9^x + 3^{x+2} - 1 = 0$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 3^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 + 9t - 1 = 0, t > 0$. Ta có $t_1 t_2 = -1 < 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt trái dấu. Do đó, phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 52. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình

$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

A. $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right]$.

C. $\left(-\infty; \frac{2}{5}\right]$.

D. $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} \leq \left(\frac{3}{2}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x \leq 2-x \Leftrightarrow x \geq -\frac{2}{3}$.

Câu 53. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x+4) = 4$ là

A. $S = \{12\}$.

B. $S = \{-4, 12\}$.

C. $S = \{4\}$.

D. $S = \{4, 8\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(x+4) = 4 \Leftrightarrow x+4 = 16 \Leftrightarrow x = 12$.

Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x+4) = 4$ là $S = \{12\}$.

Câu 54. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Phương trình $\log_2(x+1) = 4$ có nghiệm là

- A. $x = 4$. B. $x = 15$. C. $x = 3$. D. $x = 6$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

Ta có: $\log_2(x+1) = 4 \Leftrightarrow x+1 = 2^4 \Leftrightarrow x = 15$

Câu 55. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1$ là

- A. $(3; 4)$. B. $[1; 4]$. C. $(1; 4)$. D. $(3; 4]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Ta

có

$$\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1 \Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-2)] \leq 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 \leq 2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4.$$

So sánh với điều kiện ta có $3 < x \leq 4 \Rightarrow$ tập nghiệm của bất phương trình là $(3; 4]$.

Câu 56. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x} \leq 16$ là

- A. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. B. $[-1; +\infty)$. C. $(-\infty; 4]$. D. $[-1; 4]$.

Lời giải

Chọn D

$$2^{x^2-3x} \leq 16 \Leftrightarrow 2^{x^2-3x} \leq 2^4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4.$$

Câu 57. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho hai số dương a và b thỏa mãn đẳng thức $\log_3 a + \log_{\sqrt{3}} b = -2$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $9(a + \sqrt{b}) = 1$. B. $9a^2b = 1$. C. $9(a + b^2) = 1$. D. $a\sqrt{b} = \frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3 a + \log_{\sqrt{3}} b = -2 \Leftrightarrow \log_3 a + 2\log_3 b = -2 \Leftrightarrow \log_3 a + \log_3 b^2 = -2$

$$\Leftrightarrow \log_3(ab^2) = -2 \Leftrightarrow ab^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 9ab^2 = 1$$

Câu 58. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Nghiệm của phương trình $3^{3x-4} = 9^{x-2}$ là

- A. $x = 2$ B. $x = 3$ C. $x = 0$ D. $x = 1$

Lời giải

Chọn C

Phương trình đưa về dạng $3^{3x-4} = 9^{x-2} \Rightarrow 3^{3x-4} = 3^{2x-4} \Rightarrow 3x-4 = 2x-4 \Rightarrow x = 0$.

Phương trình có duy nhất nghiệm.

Câu 59. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Đặt $\ln 3 = a, \log_2 27 = b$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

$$\begin{aligned} \text{A. } \ln 72 &= \frac{4ab+3a}{b}. & \text{B. } \ln 72 &= \frac{2ab+9a}{b}. \\ \text{C. } \ln 72 &= \frac{2ab+3a}{b}. & \text{D. } \ln 72 &= \frac{4ab+9a}{b}. \end{aligned}$$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_2 27 = \frac{\ln 27}{\ln 2} = \frac{3 \ln 3}{\ln 2} = b \Leftrightarrow \ln 2 = \frac{3a}{b}.$$

$$\ln 72 = 3 \ln 2 + 2 \ln 3 = \frac{9a}{b} + 2a = \frac{2ab+9a}{b}.$$

Câu 60. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Tổng các nghiệm của phương trình: $4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$ bằng

- A. 3. B. 32. C. 12. D. 5.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2^x, t > 0$$

$$\text{Pt trở thành: } t^2 - 12t + 32 = 0$$

Áp dụng Viet:

$$t_1 \cdot t_2 = 32$$

$$\Leftrightarrow 2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 32$$

$$\Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 32$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = \log_2 32 = 5$$

Câu 61. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Để đầu tư dự án trồng rau sạch theo công nghệ mới, bác Năm đã làm hợp đồng xin vay vốn ngân hàng với số tiền là 100 triệu đồng với lãi suất là $x\%$ trên một năm. Điều kiện kèm theo của hợp đồng là số tiền lãi năm trước sẽ được tính làm vốn để sinh lãi cho năm sau. Sau hai năm thành công với dự án rau sạch của mình, bác đã thành toán hợp đồng ngân hàng với số tiền là 129512000 đồng. Giá trị của x là (làm tròn đến hàng đơn vị)

- A. $x \approx 12$. B. $x \approx 13$. C. $x \approx 14$. D. $x \approx 15$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A = 100$ triệu đồng, $r = x\% / \text{năm}$, $n = 2$ năm, $S = 129512000$ triệu đồng.

$$S = A(1+r)^n \Rightarrow x \approx 14$$

Câu 62. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Gọi P là tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x-1} + 2^{2-x} = 3$. Khi đó, P bằng

- A. $P = 3$. B. $P = 5$. C. $P = 9$. D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 2^{x-1} + 2^{2-x} = 3 \Leftrightarrow \frac{2^x}{2} + \frac{2^2}{2^x} = 3 \Leftrightarrow (2^x)^2 + 8 - 6 \cdot 2^x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó tổng bình phương của 2 nghiệm là: } P = 2^2 + 1^2 = 5.$$

Câu 63. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Phương trình $\log_{\sqrt{3}} |x+1| = 2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 2 nghiệm.

B. Vô nghiệm.

C. 3 nghiệm.

D. 1 nghiệm.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{3}} |x+1| = 2 \Leftrightarrow |x+1| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=3 \\ x+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-4 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 64. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm } y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2}. \text{ Cho } y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		$-$	$+$
y			

Do đó hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 65. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{3}{5}}$ có tập xác định là tập hợp nào sau đây?

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Hàm số } y = (4 - x^2)^{\frac{3}{5}} \text{ xác định } \Leftrightarrow 4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-2; 2)$.

Câu 66. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0$ là tập nào sau đây?

A. $S = \left[0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 3\right]$.

B. $S = \left[\frac{3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right]$.

C. $S = [0; 3]$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_2(x^2 - 3x + 1) \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x^2 - 3x + 1 \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\infty; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; +\infty\right) \\ x \in [0; 3] \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[0; \frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 3\right].$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) \cup \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; 3\right]$.

Câu 67. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \log_5(2x^2 + 3x + 1)$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

- A. $y = \frac{3x+1}{\ln 5}$. B. $y = \frac{3x-2}{\ln 5}$. C. $y = \frac{3x}{\ln 5}$. D. $y = \frac{x}{2\ln 5}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Ta có $y' = \frac{4x+3}{(2x^2+3x+1) \cdot \ln 5} \Rightarrow y'(0) = \frac{3}{\ln 5}$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 0 là

$$y = y'(0)(x-0) + y(0) = \frac{3x}{\ln 5}.$$

Câu 68. (Sở Lào Cai - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-4} > \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2-3x+2}$ là

- A. $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$. B. $(-\infty; -6) \cup (1; +\infty)$.
C. $(-1; 6)$. D. $(-6; 1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-4} > \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2-3x+2} \Leftrightarrow 2x-4 < -x^2-3x+2 \Leftrightarrow x^2+5x-6 < 0 \Leftrightarrow -6 < x < 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (-6; 1)$.

Câu 69. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2} < 16$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } 4^{x^2-2} < 16 \Leftrightarrow 4^{x^2-2} < 4^2 \Leftrightarrow x^2-2 < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2} < 16$ là: $(-2; 2)$

Câu 70. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(x+2) = 2$ là

- A. $x = 9$. B. $x = 7$. C. $x = 8$. D. $x = 6$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐK: } x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$$

Ta có: $\log_3(x+2) = 2 \Leftrightarrow x+2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 7(tm)$

Câu 71. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn: $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 12.

Lời giải

Chọn B

$$4^{\log_2(ab)} = 3a \Leftrightarrow 2^{2\log_2(ab)} = 3a \Leftrightarrow 2^{\log_2(a^2b^2)} = 3a \Leftrightarrow a^2b^2 = 3a \Leftrightarrow ab^2 = 3.$$

Câu 72. (Sở Yên Bái - 2021) Biết $9^x + 9^{-x} = 23$, tính giá trị biểu thức $P = 3^x + 3^{-x}$

- A. 23 B. 25 C. $\sqrt{23}$ D. 5

Lời giải

Chọn D.

$$Ta \text{ có } 9^x + 9^{-x} = 23 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 25 \Rightarrow 3^x + 3^{-x} = 5 \text{ hay } P = 3^x + 3^{-x} = 5.$$

Câu 73. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho các số thực $a > 0; b > 0$ và $\ln \frac{a+b}{3} = \frac{2\ln a + \ln b}{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $a^3 + b^3 = 8a^2b - ab^2$. B. $a^3 + b^3 = 3(a^2b - ab^2)$.
C. $a^3 + b^3 = 3(8a^2b - ab^2)$. D. $a^3 + b^3 = 3(8a^2b + ab^2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\ln \frac{a+b}{3} = \frac{2\ln a + \ln b}{3} \Leftrightarrow \frac{a+b}{3} = \sqrt[3]{a^2b} \Leftrightarrow a+b = 3\sqrt[3]{a^2b}$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) = 27a^2b - 3a^2b - 3ab^2 = 24a^2b - 3ab^2 = 3(8a^2b - ab^2).$$

Câu 74. (Sở Tuyên Quang - 2021) Năm 2014, một người đã tiết kiệm được A triệu đồng và dùng số tiền đó để mua nhà, nhưng trên thực tế giá trị của ngôi nhà là $1,55A$ triệu đồng. Người đó quyết định gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất là $6,9\%$ / năm theo hình thức lãi kép và không rút trước kỳ hạn. Hỏi năm nào người đó mua được căn nhà đó (giả sử rằng giá bán căn nhà đó không thay đổi).

- A. Năm 2020. B. Năm 2022. C. Năm 2021. D. Năm 2019.

Lời giải

Chọn C

Gọi n là số năm người đó gửi ngân hàng để đủ số tiền mua nhà. Ta có:

$$1,55A = A(1 + 6,9\%)^n \Leftrightarrow 1,55 = (1 + 6,9\%)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,069} 1,55 \Leftrightarrow n \approx 7 \text{ (năm)}$$

Do đó, đến năm: $2014 + 7 = 2021$ thì người đó mua được ngôi nhà muốn mua.

Câu 75. (Sở Yên Bái - 2021) Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -1$ là

- A. $1 \leq x \leq 3$. B. $1 < x \leq 3$. C. $x \leq 3$. D. $1 \leq x < 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x-1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 3.$$

Câu 76. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Với là các số thực dương tùy ý thỏa mãn , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. . B. . C. . D. .

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có: .

Câu 77. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình

là

- A. . B. . C. . D. .

Lời giải

Chọn A

Ta có: .

Vậy bất phương trình có tập nghiệm .

Câu 78. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Một người gửi triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất không đổi trong thời gian gửi là /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Sau 5 năm người đó rút số tiền (cả vốn ban đầu và tiền lãi) để mua một chiếc xe máy giá 20 triệu đồng. Số tiền còn thừa hoặc thiếu khi người đó mua xe máy là

- A. thiếu đồng. B. thừa đồng.
C. thừa đồng. D. thiếu đồng.

Lời giải

Chọn D

♦ Sau 5 năm người đó rút ra số tiền là

(đồng).

♦ Vậy khi mua xe máy người đó còn thiếu số tiền là

(đồng).

Câu 79. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} - 5 \cdot 2^x + 1 \leq 0$ là:

A. $[-2; 0]$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-2; 0)$.

D. .

Lời giải

Chọn A

♦ TXĐ:

♦ $\Leftrightarrow \Leftrightarrow \Leftrightarrow$.

Câu 80. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Nghiệm của phương trình $(\sqrt{2})^{2x^2+6} = 1024$ là

A. $x = \pm\sqrt{3}$.

B. $x = \pm\sqrt{7}$.

C. $x = \sqrt{7}$.

D. $x = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(\sqrt{2})^{2x^2+6} = 1024 \Leftrightarrow 2^{x^2+3} = 2^{10} \Leftrightarrow x^2 + 3 = 10 \Leftrightarrow x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{7}$.

Câu 81. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+167) = 7$ là

A. $x = 2020$.

B. $x = 1010$.

C. $x = 2019$.

D. $x = 2021$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3(2x+167) = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+167 > 0 \\ 2x+167 = 3^7 \end{cases} \Leftrightarrow 2x+167 = 3^7 \Leftrightarrow x = 1010$.

Câu 82. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho $\log_a x = \frac{1}{2}\log_a 4 - \log_a 3 + \log_a 5$ ($a > 0, a \neq 1$). Tìm x .

A. $x = \frac{29}{3}$.

B. $x = \frac{10}{3}$.

C. $x = \frac{12}{5}$.

D. $x = 30$.

Lời giải

Chọn B

$\log_a x = \frac{1}{2}\log_a 4 - \log_a 3 + \log_a 5 = \log_a 2 - \log_a 3 + \log_a 5 = \log_a \frac{2 \cdot 5}{3} = \log_a \frac{10}{3} \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$.

Câu 83. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Nghiệm của phương trình $3^{3x+6} = \frac{1}{27}$ là

A. $x = 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = 9$.

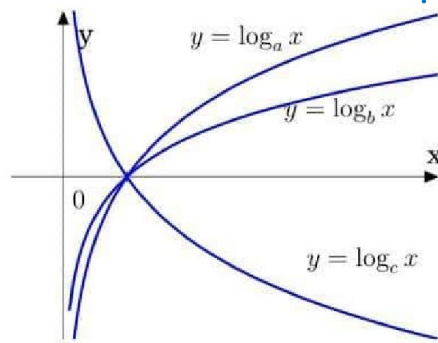
D. $x = \frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{3x+6} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^{3x+6} = 3^{-3} \Leftrightarrow 3x+6 = -3 \Leftrightarrow x = -3$.

Câu 84. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Cho các số $a, b, c > 0$ và $a, b, c \neq 1$. Đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ đồng cho bởi hình vẽ



Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $c < b < a$.

B. $b < a < c$.

C. $c < a < b$.

D. $a < b < c$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(\log_t x)' = \frac{1}{x \cdot \ln t}$

Dựa vào đồ thị ta thấy, $y = \log_c x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$ và $y = \log_a x, y = \log_b x$ đồng biến nên $a, b > 1$.

Mặt khác, ta thấy đồ thị $y = \log_a x$ nằm trên $y = \log_b x$ nên $a < b$

Vậy $c < a < b$.

Câu 85. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Có bao nhiêu số nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình $\log_{2021}(2x-3) < 1$

A. 1009.

B. 1010.

C. 1011.

D. 2021.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có $\log_{2021}(2x-3) < 1 \Leftrightarrow 0 < 2x-3 < 2021 \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x < 1012$.

♦ Vì $x \in \mathbb{N}^* \Rightarrow x \in \{2; 3; 4; \dots; 1011\}$. Vậy có 1010 giá trị nguyên dương của x thỏa mãn bất phương trình đã cho.

Câu 86. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32$ tương đương với bất phương trình nào dưới đây?

A. $2^x < 32$.

B. $2^{x+5} < 1$.

C. $2^x > \frac{1}{32}$.

D. $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^x > \log_{\frac{1}{2}} 32$.

Lời giải

Chọn B

$\left(\frac{1}{2}\right)^x > 32 \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^5 \Leftrightarrow 2^x < 2^{-5} \Leftrightarrow 2^{x+5} < 2^{-5} \cdot 2^5 \Leftrightarrow 2^{x+5} < 1$.

Câu 87. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 27$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 4 - 6i|$.

A. $(-\infty; -3)$.

B. $(-\infty; -3]$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $[3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^x \geq 27 \Leftrightarrow 3^x \geq 3^3 \Leftrightarrow x \geq 3$.

Câu 88. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $5\log_3 a + \log_3 b + 3\log_3 c = 2$. Giá trị của biểu thức a^5bc^3 bằng

- A.** 9. **B.** 6. **C.** -9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$$5\log_3 a + \log_3 b + 3\log_3 c = 2 \Leftrightarrow \log_3 a^5 + \log_3 b + \log_3 c^3 = 2 \Leftrightarrow \log_3 (a^5bc^3) = 2 \Leftrightarrow a^5bc^3 = 9.$$

Câu 89. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $25^x - 6.5^x + 5 \leq 0$ là

- A.** $(0;1)$. **B.** $[0;1]$. **C.** $(-\infty;0) \cup (1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0] \cup [1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 5^x$ ($t > 0$)

Bất phương trình trở thành $t^2 - 6t + 5 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq t \leq 5 \Rightarrow 1 \leq 5^x \leq 5 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0;1]$

Câu 90. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Nghiệm của bất phương trình $4^x < 2^{x+1} + 3$ là

- A.** $\log_2 3 < x < 5$. **B.** $1 < x < 3$. **C.** $2 < x < 4$. **D.** $x < \log_2 3$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$. Ta có: $4^x < 2^{x+1} + 3 \Leftrightarrow 2^{2x} - 2.2^x - 3 < 0$

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$ ta được bất phương trình: $t^2 - 2t - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < t < 3$

Đổi chiếu điều kiện suy ra $0 < t < 3 \Rightarrow 0 < 2^x < 3 \Rightarrow x < \log_2 3$

Vậy nghiệm của bất phương trình $4^x < 2^{x+1} + 3$ là $x < \log_2 3$.

Câu 91. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho các số dương a, b, c . Tính

$$S = \log_2 \frac{a}{b} + \log_2 \frac{b}{c} + \log_2 \frac{c}{a}.$$

- A.** $S = 2$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = \log_2 (abc)$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } S = \log_2 \frac{a}{b} + \log_2 \frac{b}{c} + \log_2 \frac{c}{a} = \log_2 \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{a} \right) = \log_2 1 = 0$$

Vậy $S = 0$.

Câu 92. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Một điện thoại đang nạp pin, dung lượng pin nạp được tính theo công thức mũ như sau $Q(t) = Q_0 \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}})$, với t là khoảng thời gian tính bằng giờ và Q_0 là dung lượng nạp tối đa. Hãy tính thời gian nạp pin của điện thoại tính từ lúc cạn pin cho đến khi điện thoại đạt được 90% dung lượng pin tối đa.

- A.** $t \approx 1,63$ giờ. **B.** $t \approx 1,50$ giờ. **C.** $t \approx 1,65$ giờ. **D.** $t \approx 1,61$ giờ.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có phương trình: $\frac{90}{100}Q_o = Q_o \cdot (1 - e^{-t\sqrt{2}}) \Rightarrow e^{t\sqrt{2}} = 10 \Rightarrow t \approx 1,63$ giờ.

Câu 93. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho $\log_a b > 0$ và a, b là các số thực với $a \in (0; 1)$. Khi đó kết luận nào sau đây đúng?

A. $0 < b < 1$.

B. $b > 1$.

C. $0 < b \neq 1$.

D. $b > 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\log_a b > 0$ và hàm số xác định khi $\begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$

Khi đó $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a} > 0$

Với $a \in (0; 1)$ thì $\ln a < 0 \Rightarrow \ln b < 0 \Rightarrow 0 < b < 1$

Câu 94. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Tính giá trị của $A = 2x_1 + 3x_2$

A. $A = 4 \log_3 2$

B. $A = 2$

C. $A = 0$

D. $A = 3 \log_3 2$

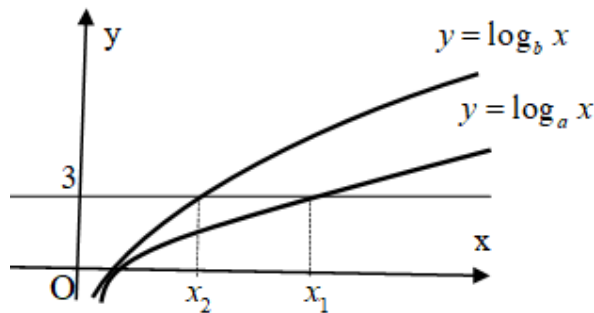
Lời giải

Chọn D

Đặt $3^x = t, (t > 0)$ thì phương trình trở thành $t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases}$

Vì $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 0; x_2 = \log_3 2$. Do đó $A = 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot \log_3 2 = 3 \log_3 2$.

Câu 95. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình vẽ



Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là x_1 và x_2 . Biết rằng $x_1 = 2x_2$ khi đó giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

A. 2.

B. $\sqrt[3]{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a x_1 = 3 \Leftrightarrow x_1 = a^3 \Leftrightarrow 2x_2 = a^3$.

Lại có $\log_b x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = b^3$.

Do đó $\left(\frac{a}{b}\right)^3 = 2$.

Vậy $\frac{a}{b} = \sqrt[3]{2}$.

Câu 96. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{1}{2}}$, $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < 1, b > 1$. B. $a > 1, 0 < b < 1$. C. $a > 1, b > 1$. D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$, do đó $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{1}{2}}$ khi $a > 1$.

Lại có $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$, do đó $b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$ khi $0 < b < 1$.

Vậy $a > 1, 0 < b < 1$.

Câu 97. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với $a; b$ là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = ab$ bằng:

- A. 0. B. 3. C. 9. D. 6.

Lời giải

Chọn D

ĐKXD: $2 < x \neq 4$

Ta có: $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow 2\log_3(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$

$\Leftrightarrow \log_3(x-2)^2 + \log_3(x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow \log_3[(x-2)^2(x-4)^2] = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2(x-4)^2 = 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-4) = 1 \\ (x-2)(x-4) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 7 = 0 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \text{ (thỏa mãn)} \\ x = 3 - \sqrt{2} \text{ (loại)} \\ x = 3 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 3$ và $x = 3 + \sqrt{2}$.

Khi đó $S = 6 + \sqrt{2} \Rightarrow a = 6; b = 1 \Rightarrow Q = ab = 6$.

Câu 98. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27}(a^2\sqrt{b})$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $a, b > 0$. Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3 a &= \log_{27}(a^2\sqrt{b}) \Leftrightarrow \log_3 a = \frac{1}{3}\log_3(a^2\sqrt{b}) \\ \Leftrightarrow 3\log_3 a &= \log_3(a^2\sqrt{b}) \Leftrightarrow \log_3 a^3 = \log_3(a^2\sqrt{b}) \\ \Leftrightarrow a^3 &= a^2\sqrt{b} \Leftrightarrow a = \sqrt{b} \Leftrightarrow a^2 = b. \end{aligned}$$

Câu 99. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Phương trình

$\log_3^2 x - 2\log_{\sqrt{3}} x - 2\log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức

$P = \log_3 x_1 + \log_{27} x_2$, biết $x_1 < x_2$

A. $P = \frac{1}{3}$.

B. $P = 0$.

C. $P = \frac{8}{3}$.

D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x > 0$

$$\log_3^2 x - 2\log_{\sqrt{3}} x - 2\log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - 4\log_3 x + 2\log_3 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 2\log_3 x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = -1 \\ \log_3 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 27 \end{cases}$$

Câu 100. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,6% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó lĩnh được số tiền lớn hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 17 tháng.

B. 18 tháng.

C. 16 tháng.

D. 15 tháng.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } A_n = A(1+r)^n > 110 \Leftrightarrow 100\left(1+\frac{0,6}{100}\right)^n > 110 \Leftrightarrow n > \log_{\left(1+\frac{0,6}{100}\right)}\left(\frac{110}{100}\right).$$

$$\Leftrightarrow n > 15,9326.$$

Câu 101. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_3 \frac{4}{81}$ bằng

A. $\left(\frac{1}{2}(a-2)\right)^2$.

B. $\frac{2}{4}(a-2)$.

C. $2a-4$.

D. $2a-3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \log_3 \frac{4}{81} = \log_3 4 - \log_3 81 = 2\log_3 2 - 4 = 2a - 4.$$

Câu 102. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 (5x - 2x^2 + 7) > 2$ là

A. $\left(-1; \frac{7}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

C. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\log_3(5x - 2x^2 + 7) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 2x^2 + 7 > 0 \\ 5x - 2x^2 + 7 > 9 \end{cases} \Rightarrow 5x - 2x^2 + 7 > 9$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2.$$

Câu 103. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho số thực dương x thỏa mãn $\sqrt{x^7} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{a}{b}}$, với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $T = a + b$ bằng

- A.** 29. **B.** 13. **C.** 31. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \sqrt{x^7} \cdot \sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{7}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{7}{2} + \frac{2}{3}} = x^{\frac{23}{6}}.$$

Suy ra $a = 23, b = 6$.

Vậy $T = 23 + 6 = 29$.

Câu 104. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho các số thực dương a, b, x khác 1 thỏa mãn $\log_a x = 5$;

$\log_x b = 2$. Khi đó $\log_a \left(\frac{x^4}{b} \right)$ bằng

- A.** 10. **B.** 18. **C.** 2. **D.** 40.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_a \frac{x^4}{b} = 4 \log_a x - \log_a b = 4 \log_a x - \log_a x \cdot \log_x b = 4.5 - 5.2 = 10.$$

Câu 105. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $4^x - 20.2^x + 64 = 0$. Giá trị của biểu thức $T = x_1 + x_2$ bằng

- A.** 20. **B.** 64. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $2^x = t (t > 0)$.

$$\text{Khi đó phương trình đã cho có dạng } t^2 - 20t + 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Vậy $T = x_1 + x_2 = 6$.

Câu 106. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5^2 x - 3 \log_5 x + 2 = 0$ bằng?

- A.** 50. **B.** 125. **C.** 2. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_5^2 x - 3 \log_5 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 1 \\ \log_5 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 25 \end{cases} \Rightarrow T = 125$$

Câu 107. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Tập nghiệm bất phương trình $4^x - 3.2^x - 4 \geq 0$ là

- A.** $(4; +\infty)$. **B.** $[4; +\infty]$. **C.** $[2; +\infty]$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } 2^x = t (t > 0) \text{ BPT } 4^x - 3 \cdot 2^x - 4 \geq 0 \Rightarrow t^2 - 3t - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -1 \\ t \geq 4 \end{cases}.$$

Kết hợp với $t > 0$ ta được $t \geq 4 \Rightarrow 2^x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $[2; +\infty)$.

Câu 108. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Xét các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $\log_5(5^a \cdot 125^b) = \log_{25} 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $2a + 6b = 1$. **B.** $6ab = 1$. **C.** $6a + 2b = 1$. **D.** $a + 3b = 2$.

Lời giải**Chọn A**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_5(5^a \cdot 125^b) &= \log_{25} 5 \Leftrightarrow \log_5 5^a + \log_5 5^{3b} = \log_{5^2} 5 \Leftrightarrow a \log_5 5 + 3b \log_5 5 = \frac{1}{2} \log_5 5 \\ &\Leftrightarrow a + 3b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a + 6b = 1. \end{aligned}$$

Câu 109. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_6(x^2 - x) \leq 1$ là

- A.** $[-2; 3]$. **B.** $[-3; 2]$. **C.** $(-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$. **D.** $[-2; 0) \cup (1; 3]$.

Lời giải**Chọn D**

$$\log_6(x^2 - x) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x > 0 \\ x^2 - x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 0 \\ 1 < x \leq 3 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-2; 0) \cup (1; 3]$.

Câu 110. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Cho $\log_2 a = 3$ và $\log_2 b = -4$. Giá trị của biểu thức $\log_2(a^{-2}b^3)$ bằng

- A.** $-\frac{9}{64}$. **B.** 17. **C.** -18. **D.** $-\frac{64}{9}$.

Lời giải**Chọn C**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_2 a = 3 \\ \log_2 b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = \frac{1}{16} \end{cases}.$$

$$\text{Thay vào biểu thức ta có } \log_2(a^{-2}b^3) = \log_2 a^{-2} + \log_2 b^3 = \log_2 8^{-2} + \log_2 \left(\frac{1}{16}\right)^3 = -18.$$

Câu 111. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Với a là số thực dương bất kì thì giá trị của biểu thức

$$\frac{1}{a^4} : \sqrt{a^{2021}} \text{ bằng}$$

- A.** $a^{-\frac{2029}{2}}$. **B.** $\frac{-1013}{a}$. **C.** $a^{\frac{2021}{8}}$. **D.** $a^{-\frac{8}{2021}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{1}{a^4} : \sqrt{a^{2021}} = \frac{1}{a^4 \cdot \sqrt{a^{2021}}} = \frac{1}{a^4 \cdot a^{\frac{2021}{2}}} = \frac{1}{a^{\frac{2029}{2}}} = a^{-\frac{2029}{2}}.$$

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

- Câu 1.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau có nghiệm $m \log_{3-\sqrt{4-x}} 3 \geq x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}$.
- A. $m \geq 2\sqrt{3}$. B. $m \geq 12 \log_3 5$. C. $m > 0$. D. $2\sqrt{3} \leq m \leq 12 \log_3 5$.
- Câu 2.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Đường thẳng $x = k$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_5 x$ và đồ thị hàm số $y = \log_5(x+4)$. Khoảng cách giữa các giao điểm là $\frac{1}{2}$. Biết $k = a + \sqrt{b}$, trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tổng $a + b$ bằng
- A. 5. B. 8. C. 7. D. 6.
- Câu 3.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Ba em Sơn, Tuấn và Minh cùng vay tiền ở một ngân hàng với lãi suất 0,7% /tháng, tổng số tiền vay của cả ba người là 1 tỷ đồng. Biết rằng mỗi tháng ba người đều trả cho ngân hàng một số tiền như nhau để trừ vào tiền gốc và lãi. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì Sơn cần 10 tháng, Tuấn cần 15 tháng và Minh cần 25 tháng. Số tiền trả đều đặn cho ngân hàng mỗi tháng gần nhất với số tiền nào dưới đây?
- A. 21900000 đồng. B. 21090000 đồng. C. 21422000 đồng. D. 21400000 đồng.
- Câu 4.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tính giá trị của $P = x_1 + x_2$.
- A. 2. B. $\log_2(6 - 4\sqrt{2})$. C. 12. D. $6 + 4\sqrt{2}$.
- Câu 5.** (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) - (m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + m - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm thực thuộc khoảng $(2; 4)$:
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.
- Câu 6.** (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho phương trình $\log_2 3^x \cdot \log_2(2^m \cdot 3^x) = 2$, với m là tham số thực. Tính giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3^{x_1+x_2} = 0,5$.
- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 0$.
- Câu 7.** (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho phương trình $\log_3^2(3x) - (m+2)\log_3 x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[9; 27]$ là
- A. $[4; 5]$. B. $(4; 5]$. C. $[2; 3]$. D. $[2; 3)$.
- Câu 8.** (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho các số thực dương a, b khác 1 thỏa mãn $\log_2 a = \log_b 16$ và $ab = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2$ bằng
- A. $\frac{25}{2}$. B. 20. C. 25. D. 32.
- Câu 9.** (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m không vượt quá 2021 để phương trình $4^{x+3} - m \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$ có nghiệm?
- A. 2018. B. 2017. C. 2021. D. 2019.

- Câu 10. (Chuyên KHTN - 2021)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^2 + 8 \ln 2x - mx$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?
- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.
- Câu 11. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021)** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-m) + \log_3(2-x) = 0$ (m là tham số) có nghiệm?
- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.
- Câu 12. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021)** Giả sử x_0 là nghiệm thực của phương trình $2021 \cdot 2^{-\cos x} = \log_{\pi} x^{2021} + \log_x \pi^{2021}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- A. $x_0 \in (-2\pi; 0)$. B. $x_0 \in (2\pi; 4\pi)$. C. $x_0 \in (0; 2\pi)$. D. $x_0 \in (4\pi; 6\pi)$.
- Câu 13. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021)** Để lắp đặt hệ thống năng lượng mặt trời 50KWP, gia đình bạn A vay ngân hàng một số tiền là 600 triệu đồng với lãi suất 0,6%/tháng. Sau đúng một tháng kể từ ngày lắp đặt, gia đình bạn A bắt đầu đưa vào vận hành hòa lưới thì mỗi tháng công ty điện lực trả cho gia đình bạn A 16 triệu đồng. Nên sau đúng một tháng kể từ khi vay, gia đình bạn A bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ cách nhau đúng một tháng, mỗi tháng hoàn nợ đúng một số tiền là 16 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng, gia đình bạn A trả hết nợ.
- A. 43. B. 42. C. 41. D. 44.
- Câu 14. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021)** Biết $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b$. Giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a và b là
- A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$. B. $\frac{ab-1}{a(8+5b)}$. C. $\frac{2ab+1}{8a-5b}$. D. $\frac{2ab+1}{8a+5b}$.
- Câu 15. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $6^x - 2^x - 3^x = \frac{a}{5}$ có hai nghiệm thực phân biệt?
- A. 1. B. 5. C. Vô số. D. 4.
- Câu 16. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2} = 4^{x+y}$
- A. Vô số. B. 5. C. 2. D. 1.
- Câu 17. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Cho a là số thực dương sao cho $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $a \in (14; 16]$. B. $a \in (16; 18]$. C. $a \in (12; 14]$. D. $a \in (10; 12]$.
- Câu 18. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - (m+2)2^{x+1} + 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.
- A. $\frac{5}{3} < m < 8$. B. $m > \frac{5}{3}$. C. $m < 8$. D. $-2 < m < 8$.
- Câu 19. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $7 \cdot 10^6$ mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong khu rừng đó là 4% mỗi năm. Nếu hàng năm không khai thác thì sau 6 năm khu rừng đó có bao nhiêu mét khối gỗ?
- A. $7 \cdot 14^6$. B. $7 \cdot 14^5$. C. $7 \cdot (10,4)^5$. D. $7 \cdot (10,4)^6$.
- Câu 20. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021)** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{2}+1)^x - (\sqrt{2}-1)^{x-2} \leq 2(\sqrt{2}+1)$.
- A. $(-\infty; \sqrt{2}]$. B. $[-2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $[-1; 1]$.

Câu 21. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Tính tổng các nghiệm của phương trình

$$\log_2 \sqrt{\frac{x^2 + x + 1}{5x - 1}} + x^2 - 4x + 2 = 0.$$

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 22. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện:

$$5^a = 7^b = 35^{-c}. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = (a - 2)^2 + (b - 2)^2 + (c - 2)^2$$

- A. 18. B. $\log_2 35$. C. $\log_2 5$. D. 8.

Câu 23. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình

$$\log_2 \left(\frac{2x^2 + 1}{2x} \right) + 2^{\left(x + \frac{1}{2x} \right)} = 5.$$

- A. 1. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 24. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Một người gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 6,1% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc và tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được số tiền lãi ít nhất bằng số tiền gửi ban đầu, giả định trong thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 12 năm. B. 11 năm. C. 10 năm. D. 13 năm.

Câu 25. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho x, y là hai số nguyên không âm thỏa mãn $\log_2(x + y) = \log_3(x - y)$. Hỏi tổng $x + y$ là bao nhiêu?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 7.

Câu 26. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Ba năm trước, An tốt nghiệp Đại học với tấm bằng loại giỏi và xin được việc làm ngay sau khi ra trường. Sau 3 năm ra trường, An tiết kiệm được khoản tiền 600 triệu đồng. An quyết định vay thêm 400 triệu đồng từ ngân hàng để mở công ty riêng với hợp đồng thỏa thuận là đều đặn hàng tháng sau khi ngân hàng giải ngân cho vay 1 tháng An sẽ bắt đầu trả một khoản tiền cố định hàng tháng cho ngân hàng, mức lãi suất 0,6% tháng (lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình vay tiền) và trả hết nợ sau đúng 5 năm (60 tháng). Hỏi số tiền An cần trả hàng tháng cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào sau đây?

- A. 7,9018 triệu đồng. B. 7,8530 triệu đồng.
C. 7,9582 triệu đồng. D. 7,8030 triệu đồng.

Câu 27. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2 + y^2 + 2}(2x - 4y + 3) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3x + 4y$ có dạng $5\sqrt{M} + m$ với $M, m \in \mathbb{Z}$. Tính $M + m$?

- A. -2. B. 11. C. 1. D. 4.

Câu 28. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Biết phương trình $\log_2^2(x^2 + 1) - m \log_2(x^2 + 1) + 8 - m = 0$ có đúng ba nghiệm phân biệt. Hỏi m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(21; 28)$. B. $(1; 9)$. C. $(-10; 1)$. D. $(15; 21)$.

Câu 29. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Số 2021^m (với m là số tự nhiên) viết trong hệ thập phân có 6678 chữ số. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $2010 < m < 2015$. B. $m < 2010$. C. $m > 2025$. D. $2015 < m < 2025$.

Câu 30. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m \geq 0$. B. $m \geq -9$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 9$.

Câu 31. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho phương trình $4^x - 2m \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 7]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 7. B. 8. C. 6. D. 9.

Câu 32. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	$\frac{\pi}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	3	1	$+\infty$

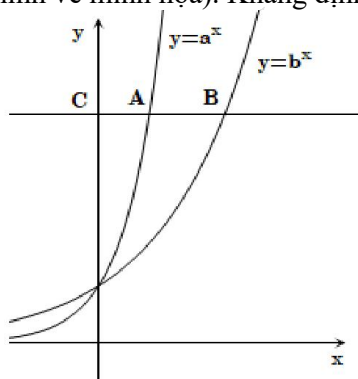
Bất phương trình $f(x) < \cos^2 x + 3m$ đúng với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

- A. $m \geq \frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{6}$. B. $m > \frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{2}\right)$. C. $m \geq \frac{1}{3}[f(0) - 1]$. D. $m \geq \frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 33. (Sở Tuyên Quang - 2021) Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_2(2x+m) - 2\log_2 x = x^2 - 4x - 2m - 1$ có 2 nghiệm thực phân biệt?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 34. (Sở Yên Bái - 2021) Cho a, b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục hoành mà cắt các đồ thị $y = a^x$, $y = b^x$ và trục tung lần lượt tại A , B , C phân biệt ta đều có $2CB = 5CA$ (hình vẽ minh họa). Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $2b = 5a$. B. $2a = 5b$. C. $a^2 = b^5$. D. $b^2 = a^5$.

Câu 35. (Sở Yên Bái - 2021) Cho hàm số $f(x) = \log_{0,2}(x^2 - 6x)$. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$. Số các nghiệm nguyên thuộc nửa khoảng $(-2021; 2021]$ của tập S là

- A. 2023. B. 2019. C. 2020. D. 2022.

Câu 36. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Tất cả các giá trị của m để bất phương trình: $2020^x + 21^x \geq m \cdot 2022^x$ có nghiệm không âm là:

- A. $m \leq 2$. B. $m \geq 1$. C. $m \leq 3$. D. $m \leq 4$.

Câu 37. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Xét a, b là hai số thực dương tùy ý. Đặt $x = 2020 \log_{2020}(a^2 + b^2)$, $y = \frac{1}{2021} \log_2(a + b)^{2021}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x - 2y \geq -1$. B. $x - 2y \leq -1$. C. $x - 2y > -1$. D. $x - 2y < -1$.

Câu 38. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $A = 2 \cdot 3^y + \frac{1}{24} \cdot 3^{2x}$ là

- A. $A_{\min} = 2$. B. $A_{\min} = \frac{81}{8}$. C. $A_{\min} = \frac{9}{2}$. D. $A_{\min} = \frac{51}{8}$.
- Câu 39. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021)** Cho hàm số $f(x) = e^x - e^{-x} + 2020x$. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho ứng với mỗi m có đúng 10 số nguyên dương x thỏa mãn bất phương trình $f(mx+1) + f(2x-2021) < 0$?
- A. 2018. B. 19. C. 18. D. 2019.
- Câu 40. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Biết rằng phương trình $\log_2 x + \log_3 x = 1 + \log_2 x \log_3 x$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Giá trị của $x_1^2 + x_2^2$ bằng
- A. 13. B. 2. C. 5. D. 25.
- Câu 41. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - (2m-2) \cdot 3^x - m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?
- A. 3. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 42. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Cho phương trình $x^{\log_{2020}(x^3)-a} = 2021$, với a là số thực dương. Biết tích các nghiệm của phương trình là 32. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. $1 \leq a \leq 2$. B. $3 \leq a \leq 4$. C. $4 < a \leq 5$. D. $2 \leq a < 3$.
- Câu 43. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để phương trình $\log_3 x + \log_3(m-x) = 2$ có nghiệm thực
- A. 15. B. 14. C. 24. D. 23.
- Câu 44. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Cho phương trình $\log_3^2(9x) - 5\log_{\sqrt{3}} x + m = 7$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa mãn $x_2 - 81x_1 < 0$?
- A. 7. B. 3. C. 4. D. 11.
- Câu 45. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Để người đó nhận được số tiền 300 triệu đồng (cả tiền gốc và lãi) thì cần gửi ít nhất bao nhiêu năm, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?
- A. 14 năm. B. 15 năm. C. 16 năm. D. 10 năm.
- Câu 46. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Tỷ lệ tăng dân số hằng năm của một quốc gia X là 0,2%. Năm 1998 dân số của quốc gia X là 125500000 người. Hỏi sau bao nhiêu năm thì dân số của quốc gia X là 140000000 người?
- A. 54 năm. B. 6 năm. C. 55 năm. D. 5 năm.
- Câu 47. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Theo số liệu của Tổng cục thống kê, dân số Việt Nam tính đến hết tháng 6 năm 2020 khoảng $97,3$ triệu người. Giả sử tỷ lệ gia tăng dân số hằng năm của Việt Nam trong giai đoạn 2020 đến 2025 ở mức không đổi $1,14\%$. Hỏi đến năm nào dân số Việt Nam đạt mức $120,5$ triệu người?
- A. 2039. B. 2042. C. 2043. D. 2037.
- Câu 48. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Cho phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x + m - 3 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 > x_2 > 1$?
- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 49. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn

$$2 + 2\log_2 x = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} y. \text{ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = 10x^2 - 2(x+y) - 3 \text{ là}$$

- A. -3 . B. $-\frac{1}{9}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{7}{2}$.

Câu 50. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m để phương trình $9^{x^2} - 3m \cdot 3^{x^2} + 2m^2 = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 51. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2020^{2x} - 3 \cdot 2020^x + 1 = 0$ là:

- A. 3. B. 1. C. 0. D. -1 .

Câu 52. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Bác Hải gửi 100 triệu đồng vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất 8%/năm. Sau 5 năm bác rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại bác tiếp tục gửi vào ngân hàng. Tính số tiền lãi bác Hải thu được sau 10 năm.

- A. 46,933 triệu. B. 82,453 triệu. C. 34,480 triệu. D. 81,413 triệu.

Câu 53. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m lớn hơn -10 để phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m+2)9^x = 0$ có nghiệm dương?

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 54. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Phương trình $\ln(x^2 - 1) \cdot \ln(x+2) \cdot \ln(x+3) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 55. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn ba giá trị $\log_2 x$; $\log_4 x$; 3 là độ dài ba cạnh của một tam giác?

- A. 59. B. 62. C. 61. D. 58.

Câu 56. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho các số thực dương $x \neq 1, y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$

và tích $xy = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{x}{y}\right)^2$ là

- A. 20. B. 25. C. $\frac{45}{2}$. D. $\frac{25}{2}$.

Câu 57. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Một sinh viên mới ra trường, đi làm, dự định mua xe máy SH trị giá 80 triệu đồng bằng cách đầu mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng số tiền 6 triệu đồng với lãi suất 0,5% trên mỗi tháng theo thể thức lãi kép. Hỏi sau thời gian ít nhất bao lâu sinh viên đủ số tiền để mua xe máy SH nói trên?

- A. 12 tháng. B. 11 tháng. C. 13 tháng. D. 14 tháng.

Câu 58. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
		-4	0	$-\infty$

Bất phương trình $e^{f(x)} - 4x > m + \cos(\pi x)$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi

- A. $m \leq e^{f(1)} - 3$. B. $m < e^{f(-1)} + 5$. C. $m < e^{f(1)} - 3$. D. $m \leq e^{f(-1)} + 5$.

Câu 59. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Một sinh viên giỏi X được một công ty trao quỹ học bổng 60 triệu đồng, số tiền đó được công ty gửi vào ngân hàng với lãi suất 0,5% mỗi tháng, cuối mỗi tháng sinh viên đó được rút đều đặn số tiền 4 triệu đồng. Hỏi tháng cuối cùng sinh viên đó rút bao nhiêu tiền thì hết quỹ học bổng trên?

A. 2,35 triệu đồng. B. 2,53 triệu đồng. C. 3,53 triệu đồng. D. 1,53 triệu đồng.

Câu 60. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình $\frac{1}{\ln(x+2)} + \frac{7}{2^x - 2} = |x| + m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. 2. B. 8. C. 10. D. 4.

Câu 61. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{2x+1} + 2 \cdot 3^x - 1)(3^x - y) \leq 0$

A. 9. B. 27. C. 81. D. 3.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.C	4.A	5.B	6.A	7.B	8.B	9.A	10.A
11.D	12.C	13.A	14.A	15.D	16.C	17.B	18.A	19.D	20.C
21.B	22.D	23.C	24.A	25.A	26.C	27.C	28.C	29.D	30.D
31.C	32.D	33.A	34.C	35.C	36.A	37.A	38.C	39.C	40.A
41.B	42.A	43.B	44.B	45.B	46.C	47.A	48.A	49.D	50.D
51.C	52.D	53.B	54.D	55.A	56.A	57.C	58.A	59.B	60.D
61.C									

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 1. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau có nghiệm $m \log_{3-\sqrt{4-x}} 3 \geq x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}$.

A. $m \geq 2\sqrt{3}$.

B. $m \geq 12 \log_3 5$.

C. $m > 0$.

D. $2\sqrt{3} \leq m \leq 12 \log_3 5$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 3 - \sqrt{4-x} > 0 \\ 3 - \sqrt{4-x} \neq 1 \\ x \geq 0 \\ x+12 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4.$$

Nhận xét: $3 - \sqrt{4-x} > 3 - \sqrt{4-0} = 1 \Rightarrow \log_{3-\sqrt{4-x}} 3 > \log_{3-\sqrt{4-x}} 1 = 0$.

$$m \log_{3-\sqrt{4-x}} 3 \geq x\sqrt{x} + \sqrt{x+12} \Leftrightarrow m \geq \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}}{\log_{3-\sqrt{4-x}} 3} \Leftrightarrow m \geq (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \log_3 (3 - \sqrt{4-x})$$

Đặt $f(x) = (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \log_3 (3 - \sqrt{4-x})$

$$f'(x) = \left(\frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{2}{2\sqrt{x+12}} \right) \log_3 (3 - \sqrt{4-x}) + (x\sqrt{x} + \sqrt{x+12}) \cdot \frac{1}{(3 - \sqrt{4-x}) \ln 3 \cdot 2\sqrt{4-x}}$$

Vì $f'(x) > 0, \forall x \in (0; 4) \Rightarrow f(x)$ tăng trên $(0; 4) \Rightarrow$ tập giá trị của $f(x)$ là $(0; 12)$.

Vậy bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m > 0$.

Câu 2. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Đường thẳng $x = k$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_5 x$ và đồ thị hàm số $y = \log_5 (x+4)$. Khoảng cách giữa các giao điểm là $\frac{1}{2}$. Biết

$k = a + \sqrt{b}$, trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tổng $a + b$ bằng

A. 5.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng $x = k$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_5 x$ và đồ thị hàm số $y = \log_5 (x+4)$.

Ta có $A(k; \log_5 x), B(k; \log_5 (x+4)), (k > 0)$.

$$\text{Ta có } AB = \frac{1}{2} \Leftrightarrow |\log_5 x - \log_5 (x+4)| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| \log_5 \frac{x}{x+4} \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 \frac{x}{x+4} = \frac{1}{2} \\ \log_5 \frac{x}{x+4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+4} = \sqrt{5} \\ \frac{x}{x+4} = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -5 - \sqrt{5} \\ k = 1 + \sqrt{5} \end{cases}.$$

Đổi chiều điều kiện suy ra $k = 1 + \sqrt{5} \Rightarrow a = 1; b = 5$. Vậy $a + b = 6$.

Câu 3. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Ba em Sơn, Tuấn và Minh cùng vay tiền ở một ngân hàng với lãi suất $0,7\%$ /tháng, tổng số tiền vay của cả ba người là 1 tỷ đồng. Biết rằng mỗi tháng ba người đều trả cho ngân hàng một số tiền như nhau để trừ vào tiền gốc và lãi. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì Sơn cần 10 tháng, Tuấn cần 15 tháng và Minh cần 25 tháng. Số tiền trả đều đặn cho ngân hàng mỗi tháng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 21900000 đồng. B. 21090000 đồng. C. 21422000 đồng. D. 21400000 đồng.

Lời giải

Chọn C

♦ Bài toán gốc: Một người vay ngân hàng số tiền là N đồng, lãi suất hàng tháng là r . Số tiền A người đó phải trả hàng tháng để sau n tháng hết nợ.

- Sau 1 tháng, người đó nợ $N + Nr = N(1+r)$, người đó trả được A đồng nên còn nợ

$$N(1+r) - A \text{ đồng}$$

- Sau hai tháng số tiền còn nợ là

$$[N(1+r) - A](1+r) - A = N(1+r)^2 - A(1+r) - A$$

- Sau ba tháng số tiền còn nợ là

$$N(1+r)^3 - A(1+r)^2 - A(1+r) - A$$

- Vậy sau n tháng, người đó hết nợ

$$N(1+r)^n - [A(1+r)^{n-1} + A(1+r)^{n-2} + \dots + A] = 0$$

$$\Leftrightarrow N(1+r)^n - A \frac{(1+r)^n - 1}{1+r-1} = 0 \Leftrightarrow N(1+r)^n = A \frac{(1+r)^n - 1}{r} \Leftrightarrow \frac{N(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1} = A$$

$$\Leftrightarrow N = \frac{A[(1+r)^n - 1]}{(1+r)^n \cdot r}$$

♦ Gọi số tiền Sơn, Tuấn, Minh cần trả hàng tháng lần lượt là a (đồng)

$$\bullet \text{ Ta có } 1.10^9 = \frac{a \left[\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^{10} - 1 \right]}{\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^{10} \cdot \frac{0,7}{100}} + \frac{a \left[\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^{15} - 1 \right]}{\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^{15} \cdot \frac{0,7}{100}} + \frac{a \left[\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^{25} - 1 \right]}{\left(1 + \frac{0,7}{100}\right)^{25} \cdot \frac{0,7}{100}} \Leftrightarrow a \approx 21422719$$

Câu 4. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tính giá trị của $P = x_1 + x_2$.

A. 2. B. $\log_2(6 - 4\sqrt{2})$. C. 12. D. $6 + 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

♦ Điều kiện: $3 \cdot 2^x - 1 > 0$

♦ Ta có: $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1 \Rightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 4^{x-1}$.

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = \frac{2^{2x}}{4} \Leftrightarrow 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 4 = 0.$$

♦ Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$), phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 12t + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 6 + 4\sqrt{2} \text{ (tm)} \\ t_2 = 6 - 4\sqrt{2} \text{ (tm)} \end{cases}$

♦ Khi đó: phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn: $2^{x_1} = 6 + 4\sqrt{2}; 2^{x_2} = 6 - 4\sqrt{2}$

♦ Hay: $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = (6 + 4\sqrt{2})(6 - 4\sqrt{2}) \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 = 2$.

Câu 5. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) - (m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + m - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm thực thuộc khoảng $(2; 4)$:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) = t (t > -1)$. Phương trình đã cho trở thành:

$$(m-1)t^2 - (m-5)t + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$ trên $(-1; +\infty)$

$$f'(t) = \frac{4t^2 - 4}{(t^2 - t + 1)^2}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{4t^2 - 4}{(t^2 - t + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1 (do t > -1)$$

Bảng biến thiên:

t	-1	1	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$\frac{7}{3}$	-3	1

Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực thuộc khoảng $(2; 4)$

$\Leftrightarrow$ Phương trình $m = f(t)$ có đúng hai nghiệm thực thuộc khoảng $(-1; +\infty)$

$\Leftrightarrow -3 < m < 1$

Mà m nguyên nên $m \in \{-2; -1; 0\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 6. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho phương trình $\log_2 3^x \cdot \log_2 (2^m \cdot 3^x) = 2$, với m là tham số thực. Tính giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $3^{x_1+x_2} = 0,5$.

A. $m = 1$.B. $m = 2$.C. $m = 3$.D. $m = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 3^x \cdot \log_2 (2^m \cdot 3^x) = 2 \Leftrightarrow \log_2 3^x \cdot [\log_2 3^x + m] = 2 \Leftrightarrow \log_2^2 3^x + m \cdot \log_2 3^x - 2 = 0$ (*)

Phương trình (*) là phương trình bậc hai ẩn $\log_2 3^x$ có $ac < 0$ nên luôn có hai nghiệm trái dấu.

Theo định lý Vi-ét ta có: $\log_2 3^{x_1} + \log_2 3^{x_2} = -m$

$$\text{Mặt khác: } 3^{x_1+x_2} = 0,5 \Leftrightarrow 3^{x_1} 3^{x_2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_2 3^{x_1} + \log_2 3^{x_2} = \log_2 \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_2 3^{x_1} + \log_2 3^{x_2} = -1.$$

Vậy $-m = -1 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 7. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho phương trình $\log_3^2(3x) - (m+2)\log_3 x + 2m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[9; 27]$ là

A. $[4;5]$.

B. $(4;5)$.

C. $[2;3]$.

D. $[2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$

$$\log_3^2(3x) - (m+2)\log_3 x + 2m - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 + \log_3 x)^2 - (m+2)\log_3 x + 2m - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - m\log_3 x + 2m - 4 = 0 \quad (1)$$

Đặt $\log_3 x = t$. Vì $x \in [9;27] \Rightarrow t \in [2;3]$

PT (1) trở thành: $t^2 - mt + 2m - 4 = 0$ (2)

$$\Delta_{(2)} = m^2 - 4(2m - 4) = (m - 4)^2$$

Bài toán đưa về tìm m để PT (2) có 2 nghiệm phân biệt $t \in [2;3]$

Khi đó: $\Delta_{(2)} > 0 \Leftrightarrow m \neq 4$

$$t_1 = \frac{m - (m - 4)}{2} = 2 \in [2;3]$$

$$t_2 = \frac{m + (m - 4)}{2} = m - 2 \in [2;3]$$

Suy ra $2 \leq m - 2 \leq 3 \Leftrightarrow 4 \leq m \leq 5$

Vậy $4 < m \leq 5$

Câu 8. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho các số thực dương a, b khác 1 thỏa mãn

$\log_2 a = \log_b 16$ và $ab = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2$ bằng

A. $\frac{25}{2}$.

B. 20.

C. 25.

D. 32.

Lời giải

Chọn B

$$\bullet \log_2 a = \log_b 16 \Leftrightarrow \log_2 \frac{64}{b} = 4\log_b 2 \Leftrightarrow 6 - \log_2 b = \frac{4}{\log_2 b}$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 b)^2 - 6\log_2 b + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 b = 3 - \sqrt{5} \\ \log_2 b = 3 + \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Với: } \log_2 b = 3 - \sqrt{5} \Rightarrow \log_2 a = 6 - (3 - \sqrt{5}) = 3 + \sqrt{5}$$

$$\log_2 \frac{a}{b} = \log_2 a - \log_2 b = 3 + \sqrt{5} - (3 - \sqrt{5}) = 2\sqrt{5} \Rightarrow \left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2 = 20$$

$$\bullet \text{ Với: } \log_2 b = 3 + \sqrt{5} \Rightarrow \log_2 a = 6 - (3 + \sqrt{5}) = 3 - \sqrt{5}$$

$$\log_2 \frac{a}{b} = \log_2 a - \log_2 b = 3 - \sqrt{5} - (3 + \sqrt{5}) = -2\sqrt{5} \Rightarrow \left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2 = 20$$

Vậy với các số a, b thỏa mãn ycbt thì ta luôn có: $\left(\log_2 \frac{a}{b}\right)^2 = 20$.

Câu 9. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m không vượt quá 2021 để phương trình $4^{x+3} - m \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$ có nghiệm?

A. 2018.

B. 2017.

C. 2021.

D. 2019.

Lời giải

Chọn A

$$4^{x+3} - m \cdot 2^{x+2} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4^{x+3} + 1}{2^{x+2}} = m$$

$$\Leftrightarrow \frac{2^{2x+6}}{2^{x+2}} + \frac{1}{2^{x+2}} = m$$

$$\Leftrightarrow 2^{x+4} + \frac{1}{2^{x+2}} = m(1)$$

$$\text{Ta có: } 2^{x+4} + \frac{1}{2^{x+2}} = 2^2 \cdot 2^{x+2} + \frac{1}{2^{x+2}} \geq 2\sqrt{2^2 \cdot 2^{x+2} \cdot \frac{1}{2^{x+2}}} = 2\sqrt{2^2} = 4$$

Để phương trình $4^{x+3} - m \cdot 2^{x+2} + 1 = 0$ có nghiệm

$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm

$$\Leftrightarrow m \geq 4$$

Vì m không vượt quá 2021 nên $m \in [4; 2021] \Rightarrow$ Có 2018 số m .

Câu 10. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^2 + 8 \ln 2x - mx$ đồng biến trên $(0; +\infty)$?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

♦ Tập xác định $D = (0; +\infty)$

$$y' = 2x + \frac{8}{x} - m$$

Để hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \leq 2x + \frac{8}{x}, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\text{Đặt } f(x) = 2x + \frac{8}{x}, f'(x) = 2 - \frac{8}{x^2} = \frac{2x^2 - 8}{x^2}$$

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$+\infty$	8	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $m \leq 8$

Vậy $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

Câu 11. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-m) + \log_3(2-x) = 0$ (m là tham số) có nghiệm?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{3}}(x-m) + \log_3(2-x) = 0 \Leftrightarrow \log_3(2-x) = \log_3(x-m) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x > 0 \\ 2-x = x-m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x = \frac{2+m}{2} \end{cases}$$

Do đó để phương trình đã cho có nghiệm thì: $\frac{2+m}{2} < 2 \Leftrightarrow m < 2$ mà $m > 0$ nên $0 < m < 2$.

Lại có: $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 1$. Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 12. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Giả sử x_0 là nghiệm thực của phương trình $2021.2^{-\cos x} = \log_{\pi} x^{2021} + \log_x \pi^{2021}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. $x_0 \in (-2\pi; 0)$. B. $x_0 \in (2\pi; 4\pi)$. C. $x_0 \in (0; 2\pi)$. D. $x_0 \in (4\pi; 6\pi)$.

Lời giải

Chọn C

♦ Với $0 < x \neq 1$, ta có: $-1 \leq -\cos x \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 2^{-\cos x} \leq 2 \Rightarrow 2021.2^{-\cos x} \leq 4042$.

♦ Vì $2021.2^{-\cos x} > 0, \forall x$ nên $2021.\log_{\pi} x + \frac{2021}{\log_{\pi} x} > 0, \forall x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$

$\Rightarrow \log_{\pi} x > 0, \forall x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$

Do đó:

$$\log_{\pi} x^{2021} + \log_x \pi^{2021} = 2021.\log_{\pi} x + \frac{2021}{\log_{\pi} x} \geq 2.2021.$$

♦ Do đó $2021.2^{-\cos x} = \log_{\pi} x^{2021} + \log_x \pi^{2021} \Leftrightarrow \begin{cases} 2021.2^{-\cos x} = 4042 \\ \log_{\pi} x^{2021} + \log_x \pi^{2021} = 4042 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{-\cos x} = 2 \\ \log_{\pi} x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ x = \pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \pi \in (0; 2\pi).$$

Câu 13. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Để lắp đặt hệ thống năng lượng mặt trời $50KWP$, gia đình bạn A vay ngân hàng một số tiền là 600 triệu đồng với lãi suất $0,6\%/tháng$. Sau đúng một tháng kể từ ngày lắp đặt, gia đình bạn A bắt đầu đưa vào vận hành hòa lưới thì mỗi tháng công ty điện lực trả cho gia đình bạn A 16 triệu đồng. Nên sau đúng một tháng kể từ khi vay, gia đình bạn A bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ cách nhau đúng một tháng, mỗi tháng hoàn nợ đúng một số tiền là 16 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng, gia đình bạn A trả hết nợ.

- A. 43. B. 42. C. 41. D. 44.

Lời giải

Chọn A

♦ Gọi n là số tháng mà nhà bạn A hoàn trả hết nợ. ($n > 0$).

♦ Để sau n tháng thì gia đình bạn A trả hết nợ thì

$$600(1+0,6\%)^n - \frac{16}{0,6\%}[(1+0,6\%)^n - 1] = 0$$

$$\text{Ta có: } 600(1+0,6\%)^n - \frac{16}{0,6\%}[(1+0,6\%)^n - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6200}{3}(1+0,6\%)^n = \frac{8000}{3}$$

$$\Leftrightarrow (1+0,6\%)^n = \frac{40}{31}$$

$$\Leftrightarrow n = 42,6$$

Vậy gia đình An sau 43 tháng thì sẽ trả hết nợ.

Câu 14. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Biết $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b$. Giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a và b là

- A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$. B. $\frac{ab-1}{a(8+5b)}$. C. $\frac{2ab+1}{8a-5b}$. D. $\frac{2ab+1}{8a+5b}$.

Lời giải

Chọn A

Do $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b \Rightarrow a, b > 0$

$$\bullet \log_7 12 = a \Leftrightarrow \log_7 (2^2 \cdot 3) = a \Leftrightarrow 2\log_7 2 + \log_7 3 = a \quad (1)$$

$$\bullet \log_{12} 24 = b \Leftrightarrow \frac{\log_7 24}{\log_7 12} = b \Leftrightarrow \frac{3\log_7 2 + \log_7 3}{a} = b \Leftrightarrow 3\log_7 2 + \log_7 3 = ab \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\log_7 2 + \log_7 3 = a \\ 3\log_7 2 + \log_7 3 = ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_7 2 = ab - a \\ \log_7 3 = 3a - 2ab \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } \log_{54} 168 = \frac{\log_7 168}{\log_7 54} = \frac{\log_7 (2^3 \cdot 3 \cdot 7)}{\log_7 (2 \cdot 3^3)} = \frac{3\log_7 2 + \log_7 3 + 1}{\log_7 2 + 3\log_7 3}$$

$$\Rightarrow \log_{54} 168 = \frac{3(ab - a) + 3a - 2ab + 1}{ab - a + 3(3a - 2ab)} = \frac{3ab - 3a + 3a - 2ab + 1}{ab - a + 9a - 6ab} = \frac{ab + 1}{8a - 5ab} = \frac{ab + 1}{a(8 - 5b)}$$

$$\text{Vậy } \log_{54} 168 = \frac{ab + 1}{a(8 - 5b)}.$$

Câu 15. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình

$$6^x - 2^x - 3^x = \frac{a}{5}$$

có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 1.

B. 5.

C. Vô số.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = 6^x - 2^x - 3^x$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 6^x \ln 6 - 2^x \ln 2 - 3^x \ln 3$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6^x \ln 6 - 2^x \ln 2 - 3^x \ln 3 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x \ln 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 3 = \ln 6.$$

Dễ thấy, $x = 0$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f'(x) = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	0	-1	$+\infty$

Nhận xét: Số nghiệm của phương trình $6^x - 2^x - 3^x = \frac{a}{5}$ là số giao điểm của đường thẳng $y = \frac{a}{5}$

với đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Do vậy, phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -1 < \frac{a}{5} < 0 \Leftrightarrow -5 < a < 0$.

Vậy $a \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

Câu 16. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y

$$\text{thỏa mãn } 3^{x^2+y^2} = 4^{x+y}$$

A. Vô số.

B. 5.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$3^{x^2+y^2} = 4^{x+y} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \log_3 4^{x+y} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = (x+y) \log_3 4$$

$$\Leftrightarrow y^2 - y \log_3 4 + x^2 - x \log_3 4 = 0, (*)$$

Ta xem phương trình (*) là phương trình ẩn y , tham số x .

Phương trình (*) có nghiệm thực $y \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (-\log_3 4)^2 - 4(x^2 - x \log_3 4) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-\sqrt{2})\log_3 4}{2} \leq x \leq \frac{(1+\sqrt{2})\log_3 4}{2}, (*').$$

Do đó có hai số nguyên $x=0$ và $x=1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 17. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho a là số thực dương sao cho $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \in (14; 16]$. B. $a \in (16; 18]$. C. $a \in (12; 14]$. D. $a \in (10; 12]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^x + a^x \geq 6^x + 9^x \Leftrightarrow a^x - 18^x \geq 6^x + 9^x - 3^x - 18^x \Leftrightarrow a^x - 18^x \geq -3^x(2^x - 1)(3^x - 1) (*)$.

VP $(*) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $(*)$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$a^x - 18^x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \left(\frac{a}{18}\right)^x \geq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow a = 18.$$

Câu 18. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^x - (m+2)2^{x+1} + 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $\frac{5}{3} < m < 8$. B. $m > \frac{5}{3}$. C. $m < 8$. D. $-2 < m < 8$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2^x, t > 0$ ta được phương trình $t^2 - 2(m+2)t + 3m - 5 = 0 (*)$.

Vì $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow 0 < t_1 = 2^{x_1} < 1 < 2^{x_2} = t_2$, bài toán trở thành: Tìm tham số m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt thỏa $t_1 < 1 < t_2$.

$$\text{Điều kiện để } (*) \text{ có hai nghiệm dương phân biệt là } \begin{cases} \Delta' = (m+2)^2 - (3m-5) > 0 \\ P = 3m-5 > 0 \\ S = 2(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{5}{3}.$$

Khi đó $t_1 < 1 < t_2 \Rightarrow (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0$

$$\Leftrightarrow t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 < 0 \Leftrightarrow 3m - 5 - 2(m+2) + 1 < 0 \Leftrightarrow m < 8.$$

Vậy $\frac{5}{3} < m < 8$ là các giá trị cần tìm.

Câu 19. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $7 \cdot 10^6$ mét khối. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong khu rừng đó là 4% mỗi năm. Nếu hàng năm không khai thác thì sau 6 năm khu rừng đó có bao nhiêu mét khối gỗ?

- A. $7 \cdot 14^6$. B. $7 \cdot 14^5$. C. $7 \cdot (10,4)^5$. D. $7 \cdot (10,4)^6$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức “lãi kép”: $A = a(1+r)^n$

Trong đó: A là trữ lượng gỗ của khu rừng sau n năm, a là trữ lượng gỗ ban đầu, r là tốc độ sinh trưởng hàng năm.

Vậy sau 6 năm không khai thác, khu rừng đó có số mét khối gỗ là:

$$A = 7 \cdot 10^6 \cdot (1+4\%)^6 = 7 \cdot (10+40\%)^6 = 7 \cdot (10,4)^6.$$

Câu 20. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Tìm tập nghiệm của bất phương trình

$$(\sqrt{2}+1)^x - (\sqrt{2}-1)^{x-2} \leq 2(\sqrt{2}+1).$$

A. $(-\infty; \sqrt{2}]$.

B. $[-2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 2]$.

D. $[-1; 1]$.

Lời giải

Chọn CĐặt $t = (\sqrt{2} + 1)^x, t > 0$ ta có bất phương trình:

$$t - \frac{(\sqrt{2} + 1)^2}{t} \leq 2(\sqrt{2} + 1) \Leftrightarrow t^2 - 2(\sqrt{2} + 1)t - (3 + 2\sqrt{2}) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq t \leq 3 + 2\sqrt{2}.$$

Kết hợp điều kiện có $0 < t \leq 3 + 2\sqrt{2}$ hay $(\sqrt{2} + 1)^x \leq 3 + 2\sqrt{2} \Leftrightarrow x \leq 2$.**Lời bình:** Học sinh có thể dùng máy tính cầm tay để chọn đáp án theo 2 cách sau:

Cách 1: Dùng chức năng CALC để thử và loại nghiệm.

Cách 2: Lập bảng (TABLE) để chọn nghiệm.

Câu 21. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Tính tổng các nghiệm của phương trình

$$\log_2 \sqrt{\frac{x^2 + x + 1}{5x - 1}} + x^2 - 4x + 2 = 0.$$

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn BVới điều kiện: $x > \frac{1}{5}$, ta có:

$$\log_2 \sqrt{\frac{x^2 + x + 1}{5x - 1}} + x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 (x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) = \frac{1}{2} \log_2 (5x - 1) + (5x - 1).$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{2} \log_2 t + t; f'(t) = \frac{1}{2t \ln 2} + 1 > 0$ với $\forall t \in (0; +\infty)$.

$$f(x^2 + x + 1) = f(5x - 1) \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 5x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{cases} \text{ (tmdk)}.$$

Vậy tổng 2 nghiệm của phương trình là 4.

Lời bình: Học sinh có thể dùng máy tính cầm tay, sử dụng lệnh SHIFT SOLVE để tìm ra 2 nghiệm và tính tổng.**Câu 22. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021)** Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện:

$$5^a = 7^b = 35^{-c}. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = (a - 2)^2 + (b - 2)^2 + (c - 2)^2$$

A. 18.

B. $\log_2 35$.

C. $\log_2 5$.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } 5^a = 7^b = 35^{-c} = t \Rightarrow \begin{cases} 5^a = t \\ 7^b = t \\ 35^{-c} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = t^{\frac{1}{a}} \\ 7 = t^{\frac{1}{b}} \\ 35 = t^{-\frac{1}{c}} \end{cases} \Rightarrow t^{\frac{1}{a}} \cdot t^{\frac{1}{b}} = t^{-\frac{1}{c}} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow ab + bc + ca = 0$$

Ta có:

$$P = (a - 2)^2 + (b - 2)^2 + (c - 2)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 4(a + b + c) + 12$$

$$= (a + b + c)^2 - 4(a + b + c) - 2(ab + bc + ca) + 12$$

$$= (a + b + c)^2 - 4(a + b + c) + 12 = (a + b + c - 2)^2 + 8 \geq 8$$

$$\Rightarrow P_{\min} = 8 \text{ khi}$$

$$\begin{cases} ab + bc + ca = 0 \\ a + b + c = 2 \\ 3^a = 5^b = 35^{-c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + a \log_5 3 - a \log_{35} 3 = 2 \\ b \log_3 5 + b - b \log_{35} 5 = 2 \\ -c \log_{35} 3 - c \log_{35} 5 + c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{1 + \log_5 3 - \log_{35} 3} \\ b = \frac{2}{1 + \log_3 5 - \log_{35} 5} \\ c = \frac{2}{1 - \log_{35} 5 - \log_{35} 3} \end{cases}$$

Câu 23. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình

$$\log_2 \left(\frac{2x^2 + 1}{2x} \right) + 2^{\left(x + \frac{1}{2x}\right)} = 5.$$

A. 1.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Đặt } t = \frac{2x^2 + 1}{2x} \geq \frac{2\sqrt{2x^2}}{2x} = \sqrt{2}.$$

Phương trình có dạng: $\log_2 t + 2^t = 5$ (*).

Hàm số $f(t) = \log_2 t + 2^t$ có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2^t \ln 2 > 0 \quad \forall t \geq \sqrt{2}$ là hàm số đơn điệu nên phương trình (*) có nhiều nhất một nghiệm.

Mặt khác $f(2) = \log_2 2 + 2^2 = 5$, suy ra $t = 2$ là nghiệm duy nhất của phương trình (*).

$$\text{Với } t = 2, \text{ ta có: } \frac{2x^2 + 1}{2x} = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 (**).$$

Phương trình (**) có $\Delta' = 4 - 2 > 0$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt và tích $x_1 x_2 = \frac{1}{2}$.

Câu 24. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Một người gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 6,1% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc và tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được số tiền lãi ít nhất bằng số tiền gửi ban đầu, giả định trong thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A. 12 năm.

B. 11 năm.

C. 10 năm.

D. 13 năm.

Lời giải

Chọn A

Số tiền gửi ban đầu là A thì số tiền nhận được (cả gốc và lãi) sau n năm là $S = A(1 + 0,061)^n$

Theo đề bài số tiền lãi ít nhất bằng số tiền vốn ban đầu nên ta có:

$$S \geq 2A$$

$$\Rightarrow A(1 + 0,061)^n \geq 2A$$

$$\Leftrightarrow (1,061)^n \geq 2$$

$$\Leftrightarrow n \geq \log_{1,061} 2 \approx 11,7062$$

Vậy sau ít nhất 12 năm người đó sẽ thu được số tiền lãi ít nhất bằng số tiền gửi ban đầu.

Câu 25. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho x, y là hai số nguyên không âm thỏa mãn $\log_2(x + y) = \log_3(x - y)$. Hỏi tổng $x + y$ là bao nhiêu?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x - y > 0 \\ x, y \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x + y) = \log_3(x - y) \text{ ta có hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 2^t \\ x - y = 3^t \end{cases} \text{ suy ra } \frac{x + y}{x - y} = \left(\frac{2}{3}\right)^t.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x, y \in \mathbb{Z}_+ \\ x > y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y \geq x - y \\ x - y \geq 1 \end{cases} \text{ do vậy } \frac{x + y}{x - y} \geq 1 \text{ từ đây ta có } \left(\frac{2}{3}\right)^t \geq 1 \Leftrightarrow t \leq 0.$$

Mặt khác $x - y \geq 1$ do đó $t = \log_3(x - y) \geq 0$.

Từ đây $t = 0$ vậy $x + y = 1$.

Câu 26. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Ba năm trước, An tốt nghiệp Đại học với tấm bằng loại giỏi và xin được việc làm ngay sau khi ra trường. Sau 3 năm ra trường, An tiết kiệm được khoản tiền 600 triệu đồng. An quyết định vay thêm 400 triệu đồng từ ngân hàng để mở công ty riêng với hợp đồng thỏa thuận là đều đặn hàng tháng sau khi ngân hàng giải ngân cho vay 1 tháng An sẽ bắt đầu trả một khoản tiền cố định hàng tháng cho ngân hàng, mức lãi suất 0,6% tháng (lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình vay tiền) và trả hết nợ sau đúng 5 năm (60 tháng). Hỏi số tiền An cần trả hàng tháng cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào sau đây?

A. 7,9018 triệu đồng. B. 7,8530 triệu đồng.

C. 7,9582 triệu đồng. D. 7,8030 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C

An vay số tiền $A = 400$ triệu đồng, lãi suất $r = 0,6\%$. a (triệu đồng) là số tiền mà An trả hàng tháng.

Gọi T_n là số tiền mà An phải trả sau n tháng.

Ta có:

$$T_1 = 400 \cdot (1 + 0,6\%) - a.$$

$$T_2 = (400 \cdot (1 + 0,6\%) - a) \cdot (1 + 0,6\%) - a = 400 \cdot (1 + 0,6\%)^2 - a \cdot (1 + 0,6\%) - a.$$

$$T_3 = (400 \cdot (1 + 0,6\%)^2 - a \cdot (1 + 0,6\%) - a) \cdot (1 + 0,6\%) - a$$

$$= 400 \cdot (1 + 0,6\%)^3 - a \cdot (1 + 0,6\%)^2 - a \cdot (1 + 0,6\%) - a$$

$$\dots\dots\dots$$

$$T_n = 400 \cdot (1 + 0,6\%)^n - a \cdot (1 + 0,6\%)^{n-1} - a \cdot (1 + 0,6\%)^{n-2} - \dots - a$$

$$= 400 \cdot (1 + 0,6\%)^n - (a \cdot (1 + 0,6\%)^{n-1} + a \cdot (1 + 0,6\%)^{n-2} + \dots + a) = 400 \cdot (1 + 0,6\%)^n - a \frac{(1 + 0,6\%)^n - 1}{0,6\%}$$

$$\text{Theo đề bài } T_{60} = 0 \Leftrightarrow 400 \cdot (1 + 0,6\%)^{60} - a \frac{(1 + 0,6\%)^{60} - 1}{0,6\%} = 0 \Rightarrow a \approx 7,9582 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 27. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho các số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(2x-4y+3) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3x + 4y$ có dạng $5\sqrt{M} + m$ với $M, m \in \mathbb{Z}$. Tính $M + m$?

A. -2.

B. 11.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$\log_{x^2+y^2+2}(2x-4y+3) \geq 1 \Leftrightarrow 2x-4y+3 \geq x^2+y^2+2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 6.$$

$$P = 3x + 4y = 3(x-1) + 4(y+2) - 5.$$

$$\text{Ta có } (3(x-1) + 4(y+2))^2 \leq (3^2 + 4^2)((x-1)^2 + (y+2)^2) \leq 150$$

$$\text{Suy ra } P = 3(x-1) + 4(y+2) - 5 \leq 5\sqrt{6} - 5.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = \pm \frac{3\sqrt{6}}{5} + 1; y = \pm \frac{4\sqrt{6}}{5} - 2. \text{ Giá trị lớn nhất của } P \text{ bằng } 5\sqrt{6} - 5.$$

$$\text{Vậy } M + m = 6 - 5 = 1$$

Câu 28. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Biết phương trình $\log_2^2(x^2 + 1) - m \log_2(x^2 + 1) + 8 - m = 0$ có đúng ba nghiệm phân biệt. Hỏi m thuộc khoảng nào sau đây?

A. (21; 28).

B. (1; 9).

C. (-10; 1).

D. (15; 21).

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = \log_2(x^2 + 1), t \geq 0.$$

$$\text{Phương trình trở thành } t^2 - mt + 8 - m = 0 (*).$$

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt một nghiệm bằng 0 và một nghiệm dương

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m^2 - 4(8 - m) > 0 \\ 8 - m = 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 8.$$

Câu 29. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Số 2021^m (với m là số tự nhiên) viết trong hệ thập phân có 6678 chữ số. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $2010 < m < 2015$.

B. $m < 2010$.

C. $m > 2025$.

D. $2015 < m < 2025$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng lý thuyết số tự nhiên x^α có n chữ số thập phân thì $n = [\alpha \cdot \log x] + 1$ với $[\alpha \cdot \log x]$ là phần nguyên của $\alpha \cdot \log x$

$$\text{Vậy } [m \cdot \log 2021] = 6677 \Rightarrow m = 2020.$$

Câu 30. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \geq 0$.

B. $m \geq -9$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \geq 9$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0 \Rightarrow \text{bất phương trình đã cho tương đương } t^2 - 6t + m \geq 0 \text{ đúng với mọi } t \in (0; +\infty).$$

$$\Rightarrow m \geq -t^2 + 6t = f(t), \forall t \in (0; +\infty) \Rightarrow f'(t) = -2t + 6 = 0 \Rightarrow t = 3.$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$.

t	0	3	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	0	9	$-\infty$

$$\Rightarrow m \geq f(t), \forall t \in (0; +\infty) \Rightarrow m \geq \max f(t), \forall t \in (0; +\infty) \Rightarrow m \geq 9. \text{ Vậy } m \geq 9.$$

Câu 31. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho phương trình $4^x - 2m \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 7]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 7.

B. 8.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

$$4^x - 2m \cdot 6^x + 3 \cdot 9^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 2m \left(\frac{2}{3}\right)^x + 3 = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{2}{3}\right)^x \quad (t > 0).$$

$$\text{Phương trình đã cho trở thành: } t^2 - 2mt + 3 = 0 \Leftrightarrow 2m = t + \frac{3}{t} \quad (1)$$

$$\text{Xét } f(t) = t + \frac{3}{t}.$$

$$\text{Có: } f'(t) = 1 - \frac{3}{t^2}; \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{3}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(t) = t + \frac{3}{t}$ trên khoảng $(0; +\infty)$

t	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(t)$		0	+
$f(t)$	$+\infty$	$2\sqrt{3}$	$+\infty$

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm dương

$$\Leftrightarrow 2m \geq 2\sqrt{3} \Leftrightarrow m \geq \sqrt{3}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}; m \in [-10; 7] \Rightarrow m \in \{2; 3; \dots; 7\}$. Có 6 giá trị m thỏa mãn.

Câu 32. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	$\frac{\pi}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	3	1	$+\infty$

Bất phương trình $f(x) < \cos^2 x + 3m$ đúng với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq \frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{6}$. B. $m > \frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{2}\right)$. C. $m \geq \frac{1}{3}[f(0) - 1]$. D. $m \geq \frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

♦ Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) > 1, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

♦ Xét bất phương trình $f(x) < \cos^2 x + 3m$ với mọi $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow 3m > f(x) - \cos^2 x \text{ với mọi } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

♦ Xét hàm số $g(x) = f(x) - \cos^2 x$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ta có $g'(x) = f'(x) + 2 \cos x \sin x = f'(x) + \sin 2x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f(x) - \cos^2 x$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

x	0	$\frac{\pi}{2}$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$g(0)$	$g\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } 3m > g(x) \text{ với mọi } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) &\Leftrightarrow 3m \geq g\left(\frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 3m \geq f\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ &\Leftrightarrow 3m \geq f\left(\frac{\pi}{2}\right) - 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}f\left(\frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Câu 33. (Sở Tuyên Quang - 2021) Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_2(2x+m) - 2\log_2 x = x^2 - 4x - 2m - 1$ có 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 2x+m > 0 \\ x > 0 \end{cases}.$$

Với điều kiện trên ta có:

$$\log_2(2x+m) - 2\log_2 x = x^2 - 4x - 2m - 1 \Leftrightarrow \log_2(2x+m) + 2(2x+m) = \log_2 \frac{x^2}{2} + x^2.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \log_2(t) + 2t, f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0, \forall t > 0.$$

$$\text{Từ đó ta có: } f(2x+m) = f\left(\frac{x^2}{2}\right) \Leftrightarrow 2x+m = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow m = \frac{x^2}{2} - 2x.$$

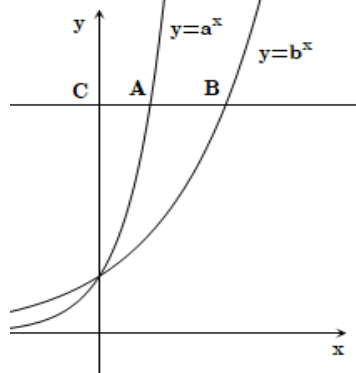
$$\text{Đặt } g(x) = \frac{x^2}{2} - 2x, x \in (0; +\infty). g'(x) = 2x - 2, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng biến thiên hàm số $g(x)$ trên $(0; +\infty)$:

x	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	0	$3/2$	$+\infty$

Phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt khi $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right)$. Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

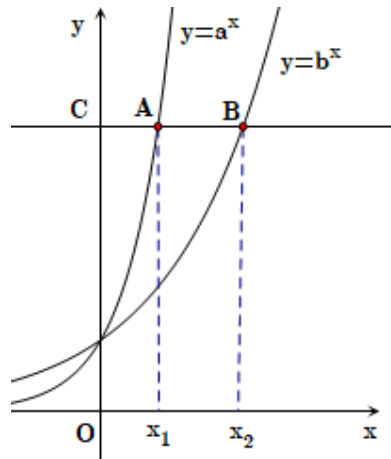
- Câu 34. (Sở Yên Bái - 2021)** Cho a, b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kỳ đường thẳng nào song song với trục hoành mà cắt các đồ thị $y = a^x$, $y = b^x$ và trục tung lần lượt tại A , B , C phân biệt ta đều có $2CB = 5CA$ (hình vẽ minh họa). Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $2b = 5a$. B. $2a = 5b$. C. $a^2 = b^5$. D. $b^2 = a^5$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử đường thẳng $y = t$ cắt các đồ thị $y = a^x$, $y = b^x$ và trục tung lần lượt tại A , B , C phân biệt khi đó $A(x_1; t)$, $B(x_2; t)$, $C(0; t)$.

$$\text{Ta có } CA = x_1, CB = x_2 \Rightarrow 2x_2 = 5x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{5}x_2.$$

$$\text{Mặt khác ta có } a^{x_1} = b^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2 \log_a b \Rightarrow \log_a b = \frac{2}{5} \Rightarrow b^5 = a^2.$$

- Câu 35. (Sở Yên Bái - 2021)** Cho hàm số $f(x) = \log_{0,2}(x^2 - 6x)$. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$. Số các nghiệm nguyên thuộc nửa khoảng $(-2021; 2021]$ của tập S là

- A. 2023. B. 2019. C. 2020. D. 2022.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x > 0 \\ \frac{2x - 6}{(x^2 - 6x) \cdot \ln 0,2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x > 0 \\ \frac{2x - 6}{(x^2 - 6x)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0. \text{ Do đó } S = (-\infty; 0).$$

Vậy có 2020 nghiệm nguyên thuộc nửa khoảng $(-2021; 2021]$ của tập S .

- Câu 36. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021)** Tất cả các giá trị của m để bất phương trình: $2020^x + 21^x \geq m \cdot 2022^x$ có nghiệm không âm là:

- A. $m \leq 2$. B. $m \geq 1$. C. $m \leq 3$. D. $m \leq 4$.

Lời giải

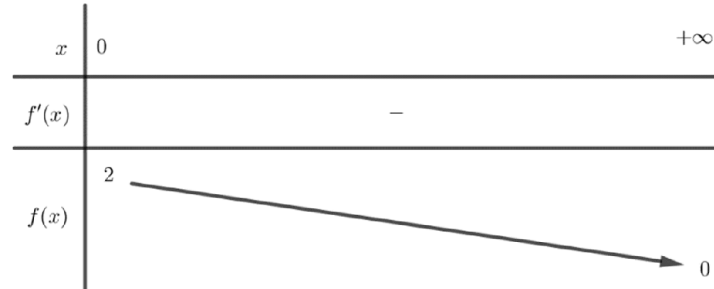
Chọn A

Ta có: $2020^x + 21^x \geq m \cdot 2022^x \Leftrightarrow m \leq \left(\frac{2020}{2022}\right)^x + \left(\frac{21}{2022}\right)^x$

Xét hàm số $f(x) = \left(\frac{2020}{2022}\right)^x + \left(\frac{21}{2022}\right)^x$ với $x \geq 0$ có $0 < \frac{2020}{2022}; \frac{21}{2022} < 1$ nên hàm số $f(x)$

nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

BBT



Vậy bất phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 37. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Xét a, b là hai số thực dương tùy ý. Đặt

$x = 2020 \log_{2020}(a^2 + b^2)$, $y = \frac{1}{2021} \log_2(a + b)^{2021}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x - 2y \geq -1$.

B. $x - 2y \leq -1$.

C. $x - 2y > -1$.

D. $x - 2y < -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\forall a, b > 0$ thì $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$,

$x = \log_2(a^2 + b^2)$, $y = \log_2(a + b) \Rightarrow x - 2y = \log_2(a^2 + b^2) - 2\log_2(a + b)$

$= \log_2\left(\frac{a^2 + b^2}{(a + b)^2}\right) \geq \log_2\frac{1}{2} \Rightarrow x - 2y \geq -1$.

Câu 38. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2$. Giá trị nhỏ

nhất của $A = 2 \cdot 3^y + \frac{1}{24} \cdot 3^{2x}$ là

A. $A_{\min} = 2$.

B. $A_{\min} = \frac{81}{8}$.

C. $A_{\min} = \frac{9}{2}$.

D. $A_{\min} = \frac{51}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x + y = 2 \Leftrightarrow y = 2 - x$.

Xét: $A = 2 \cdot 3^y + \frac{1}{24} \cdot 3^{2x} = 2 \cdot 3^{2-x} + \frac{1}{24} \cdot 3^{2x} = \frac{18}{3^x} + \frac{1}{24} \cdot (3^x)^2$.

Đặt $t = 3^x$, $t > 0$, khi đó $A = \frac{18}{t} + \frac{t^2}{24}$.

Xét: $A' = \frac{t}{12} - \frac{18}{t^2} = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Bảng biến thiên của hàm số $A = \frac{18}{t} + \frac{t^2}{24}$ trên $(0; +\infty)$.

x	0	6	$+\infty$
A'		-	0
A		-	+

Khi đó: A đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = 6 \Rightarrow A_{\min} = \frac{9}{2}$.

Câu 39. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Cho hàm số $f(x) = e^x - e^{-x} + 2020x$. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho ứng với mỗi m có đúng 10 số nguyên dương x thỏa mãn bất phương trình $f(mx+1) + f(2x-2021) < 0$?

A. 2018.

B. 19.

C. 18.

D. 2019.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f(-x) = e^{-x} - e^x - 2020x = -f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ.

Lại có: $f'(x) = e^x + e^{-x} + 2020 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó: $f(mx+1) + f(2x-2021) < 0 \Leftrightarrow f(mx+1) < f(2021-2x)$

$$\Leftrightarrow mx+1 < 2021-2x \Leftrightarrow (m+2)x < 2020 \Leftrightarrow x < \frac{2020}{m+2} \text{ (do } m > 0)$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow 10 < \frac{2020}{m+2} \leq 11 \Leftrightarrow \frac{1998}{11} \leq m < 200$$

Do m nguyên dương nên $m \in \{182; 183; \dots; 199\}$

Vậy có 18 số nguyên dương m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Biết rằng phương trình $\log_2 x + \log_3 x = 1 + \log_2 x \log_3 x$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Giá trị của $x_1^2 + x_2^2$ bằng

A. 13.

B. 2.

C. 5.

D. 25.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho xác định $\Leftrightarrow x > 0$

Khi đó: $\log_2 x + \log_3 x = 1 + \log_2 x \log_3 x \Leftrightarrow \log_2 x - \log_2 x \log_3 x + \log_3 x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \log_2 x(1 - \log_3 x) - (1 - \log_3 x) = 0 \Leftrightarrow (1 - \log_3 x)(\log_2 x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \log_3 x = 0 \\ \log_2 x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_3 x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định)}$$

Không mất tính tổng quát, giả sử $x_1 = 2; x_2 = 3 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

Vậy $x_1^2 + x_2^2 = 13$.

Câu 41. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^x - (2m-2) \cdot 3^x - m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B

♦ Đặt $t = 3^x > 0$, phương trình trở thành $t^2 - (2m-2)t - m + 4 = 0 (*)$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m-1)^2 + m - 4 > 0 \\ S = 2m - 2 > 0 \\ P = -m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 3 > 0 \\ m > 1 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1+\sqrt{13}}{2} \\ m < \frac{1-\sqrt{13}}{2} \\ m > 1 \\ m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1+\sqrt{13}}{2} < m < 4.$$

♦ Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 3$. Vậy có 1 giá trị nguyên m thỏa mãn ycbt.

- Câu 42. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Cho phương trình $x^{\log_{2020}(x^3)-a} = 2021$, với a là số thực dương. Biết tích các nghiệm của phương trình là 32. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?
A. $1 \leq a \leq 2$. **B.** $3 \leq a \leq 4$. **C.** $4 < a \leq 5$. **D.** $2 \leq a < 3$.

Lời giải

Chọn A

$$x^{\log_{2020}(x^3)-a} = 2021 \Leftrightarrow \log_{2020} \left[x^{\log_{2020}(x^3)-a} \right] = \log_{2020} 2021$$

$$\Leftrightarrow (3 \log_{2020} x - a) \log_{2020} x - \log_{2020} 2021 = 0 \Leftrightarrow 3(\log_{2020} x)^2 - a \log_{2020} x - \log_{2020} 2021 = 0 (*)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 32 \Rightarrow \log_{2020}(x_1 \cdot x_2) = \log_{2020} x_1 + \log_{2020} x_2 = \log_{2020} 32$$

$$\text{Mà } \log_{2020} x_1 + \log_{2020} x_2 = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 3 \cdot \log_{2020} 32.$$

- Câu 43. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để phương trình $\log_3 x + \log_3(m-x) = 2$ có nghiệm thực?
A. 15. **B.** 14. **C.** 24. **D.** 23.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đk: } \begin{cases} x > 0 \\ m > x \end{cases}$$

$$\text{Phương trình } \log_3 x + \log_3(m-x) = 2 \Leftrightarrow \log_3 x(m-x) = 2 \Leftrightarrow x^2 - mx + 9 = 0$$

$$\text{YCBT } \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 36 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 6$$

$$\text{Mà } m \in (-20; 20), m \in \mathbb{Z} \text{ nên } 6 \leq m \leq 19.$$

Vậy có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

- Câu 44. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Cho phương trình $\log_3^2(9x) - 5 \log_{\sqrt{3}} x + m = 7$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa mãn $x_2 - 81x_1 < 0$?
A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_3^2(9x) - 5 \log_{\sqrt{3}} x + m = 7 \Leftrightarrow (2 + \log_3 x)^2 - 10 \log_3 x + m - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - 6 \log_3 x + m - 3 = 0.$$

$$\text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - m + 3 > 0 \Leftrightarrow m < 12.$$

$$\text{Khi đó } x_2 - 81x_1 < 0 \Leftrightarrow x_2 < 81x_1 \Leftrightarrow \log_3 x_2 < \log_3(81x_1) \Leftrightarrow \log_3 x_2 - \log_3 x_1 < 4$$

$$\Leftrightarrow (\log_3 x_2 + \log_3 x_1)^2 - 4 \log_3 x_2 \cdot \log_3 x_1 < 16 \Leftrightarrow 36 - 4(m-3) < 16 \Leftrightarrow m > 8$$

$$\text{Vậy } 8 < m < 12 \xrightarrow{m \in \mathbb{N}} m \in \{9, 10, 11\}$$

Câu 45. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 8% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Để người đó nhận được số tiền 300 triệu đồng (cả tiền gốc và lãi) thì cần gửi ít nhất bao nhiêu năm, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- A. 14 năm. B. 15 năm. C. 16 năm. D. 10 năm.

Lời giải

Chọn B

♦ Theo dữ kiện bài toán: đây là hình thức gửi tiền vào ngân hàng theo lãi suất kép.

♦ Số tiền (cả tiền gốc và lãi) tại thời điểm nhận được tính theo công thức lãi kép là:

$$T_n = A \cdot (1+r)^n \Leftrightarrow 300000000 = 100000000 \cdot (1+8\%)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,08} 3 \approx 14,27 \text{ (năm)}.$$

Vậy người gửi tiền vào ngân hàng cần gửi ít nhất 15 năm.

Câu 46. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Tỷ lệ tăng dân số hằng năm của một quốc gia X là 0,2%. Năm 1998 dân số của quốc gia X là 125500000 người. Hỏi sau bao nhiêu năm thì dân số của quốc gia X là 140000000 người?

- A. 54 năm. B. 6 năm. C. 55 năm. D. 5 năm.

Lời giải

Chọn C

♦ Gọi A là số dân của quốc gia X tại thời điểm năm 1998.

Tỷ lệ tăng dân số hằng năm của quốc gia X là r .

A_n là số dân của quốc gia X sau n năm.

♦ Ta có: $A_1 = A + A \cdot r = A(1+r)$

$$A_2 = A_1 + A_1 \cdot r = A_1(1+r) = A(1+r)^2$$

$$A_3 = A_2 + A_2 \cdot r = A_2(1+r) = A(1+r)^3$$

...

$$A_n = A(1+r)^n = 125500000(1+0,002)^n = 125500000 \cdot (1,002)^n$$

♦ Từ đó suy ra: $125500000 \cdot (1,002)^n = 140000000 \Leftrightarrow (1,002)^n = \frac{280}{251}$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1,002} \frac{280}{251} \approx 54,72298215$$

♦ Vậy cần phải sau 55 năm.

Câu 47. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Theo số liệu của Tổng cục thống kê, dân số Việt Nam tính đến hết tháng 6 năm 2020 khoảng $97,3$ triệu người. Giả sử tỷ lệ gia tăng dân số hằng năm của Việt Nam trong giai đoạn 2020 đến 2025 ở mức không đổi $1,14\%$. Hỏi đến năm nào dân số Việt Nam đạt mức $120,5$ triệu người?

- A. 2039. B. 2042. C. 2043. D. 2037.

Lời giải

Chọn A

♦ Gọi A_n là dân số của Việt Nam sau n năm, tính từ năm 2020.

$$\text{Khi đó ta có } A_n = 97,3 \cdot (1+1,14\%)^n.$$

♦ Theo đề ta có: $97,3 \cdot (1+1,14\%)^n = 120,5 \Leftrightarrow n = \log_{1,0114} \frac{120,5}{97,3} \approx 18,86.$

♦ Vậy sau 19 năm, tức là đến năm 2039.

Câu 48. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Cho phương trình $\log_2^2 x - 4\log_2 x + m - 3 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 > x_2 > 1$?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_2 x = t$ ($t > 0$). Phương trình trở thành: $t^2 - 4t + m - 3 = 0$ (1)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - (m - 3) > 0 \\ 4 > 0 \text{ (luôn đúng)} \\ m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 7$$

Do m nguyên nên $m \in \{4; 5; 6\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2 + 2\log_2 x = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} y$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 10x^2 - 2(x + y) - 3$ là

A. -3.

B. $-\frac{1}{9}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2 + 2\log_2 x = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} y \Leftrightarrow \log_2 4 + \log_2 x^2 = \log_2 y \Leftrightarrow 4x^2 = y$.

Khi đó $P = 10x^2 - 2(x + y) - 3 = 10x^2 - 2(x + 4x^2) - 3 = 2x^2 - 2x - 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{2} \geq -\frac{7}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 10x^2 - 2(x + y) - 3$ là $-\frac{7}{2}$ khi $x = \frac{1}{2}; y = 1$

Câu 50. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m để phương trình $9^{x^2} - 3m \cdot 3^{x^2} + 2m^2 = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $9^{x^2} - 3m \cdot 3^{x^2} + 2m^2 = 0$

Đặt $t = 3^{x^2}$ ($t > 0$).

Suy ra phương trình có dạng: $t^2 - 3mt + 2m^2 = 0$ (*).

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

Pt(*) có nghiệm $t = 1$, suy ra $2m^2 - 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$

Với $m = 1 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Leftrightarrow 3^{x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0 \\ t = 2 \Leftrightarrow 3^{x^2} = 2 \Leftrightarrow x^2 = \log_3 2 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\log_3 2} \end{cases}$

Với $m = \frac{1}{2} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Leftrightarrow 3^{x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0 \\ t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3^{x^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 = \log_3 \frac{1}{2} < 0 \end{cases}$ (không thỏa ycbt)

Suy ra $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 51. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$2020^{2x} - 3 \cdot 2020^x + 1 = 0 \text{ là:}$$

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } 2020^x = t, (t > 0).$$

$$pt \Leftrightarrow t^2 - 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ t = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x_1 = \log_{2020} \frac{3 + \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Với } t = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x_2 = \log_{2020} \frac{3 - \sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Khi } x_1 + x_2 = \log_{2020} \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + \log_{2020} \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = 0.$$

Câu 52. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Bác Hải gửi 100 triệu đồng vào tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất 8%/năm. Sau 5 năm bác rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại bác tiếp tục gửi vào ngân hàng. Tính số tiền lãi bác Hải thu được sau 10 năm.

A. 46,933 triệu.

B. 82,453 triệu.

C. 34,480 triệu.

D. 81,413 triệu.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Số tiền nhận được của bác Hải sau 5 năm đầu gửi ngân hàng là: } T_1 = 100 \cdot 10^6 (1+r)^5.$$

$$\Rightarrow \text{Số tiền lãi thu được sau 5 năm là: } L_1 = T_1 - 100 \cdot 10^6 = 100 \cdot 10^6 [(1+r)^5 - 1].$$

$$\text{Số tiền thu được sau khi gửi vào ngân hàng 5 năm tiếp theo là: } T_2 = \left(\frac{T_1}{2}\right)(1+r)^5.$$

$$\Rightarrow \text{Số tiền lãi thu được sau khi gửi lần 2 là: } L_2 = T_2 - \frac{T_1}{2} = \frac{T_1}{2} [(1+r)^5 - 1].$$

$$= \frac{100 \cdot 10^6 (1+r)^5}{2} [(1+r)^5 - 1].$$

$$\text{Vậy tổng số tiền lãi của bác Hải sau 10 năm gửi ngân hàng là: } L_1 + L_2 \approx 81,413 \text{ triệu}$$

Câu 53. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m lớn hơn -10 để phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m+2)9^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

$$16^x - 2 \cdot 12^x + (m+2)9^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x + m+2 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{4}{3}\right)^x, \text{ với } t > 0. \text{ Khi đó, } (*) \text{ trở thành: } t^2 - 2t + m+2 = 0 \quad (1).$$

Để phương trình $(*)$ có nghiệm dương khi và chỉ khi (1) có nghiệm $t > 1$.

$$\text{Khi đó: } t^2 - 2t + m+2 = 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 = -1-m.$$

$$\text{Vì } t > 1 \text{ nên } -1-m > 0 \Leftrightarrow m < -1.$$

Vậy $m < -1$ thỏa yêu cầu đề bài.

Kết hợp với điều kiện bài toán ta được $-10 < m < -1$.

Mặt khác $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-9; -8; \dots; -2\}$. Vậy có 8 giá trị nguyên của m .

Câu 54. (THPT Quốc Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Phương trình $\ln(x^2 - 1) \cdot \ln(x + 2) \cdot \ln(x + 3) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 1 > 0 \\ x + 2 > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \\ x > -2 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < -1 \\ x > 1 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \ln(x^2 - 1) \cdot \ln(x + 2) \cdot \ln(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln(x^2 - 1) = 0 \\ \ln(x + 2) = 0 \\ \ln(x + 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 1 \\ x + 2 = 1 \\ x + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = -1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

So sánh với điều kiện ta có $x = \pm\sqrt{2}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình cho có 2 nghiệm.

Câu 55. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của x thỏa mãn ba giá trị $\log_2 x$; $\log_4 x$; 3 là độ dài ba cạnh của một tam giác?

A. 59.

B. 62.

C. 61.

D. 58.

Lời giải

Chọn A

Đề 3 giá trị $\log_2 x$; $\log_4 x$; 3 tạo thành một tam giác thì:

$$|\log_4 x - 3| < \log_2 x < \log_4 x + 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 x - 3 < \log_2 x, x \geq 64 \\ -\log_4 x + 3 < \log_2 x, x < 64 \\ \log_2 x < \log_4 x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \log_2 x - 3 < \log_2 x, x \geq 64 \\ -\frac{1}{2} \log_2 x + 3 < \log_2 x, x < 64 \\ \log_2 x < \frac{1}{2} \log_2 x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > -3, x \geq 64 \\ \log_2 x > 2, x < 64 \\ \log_2 x < 6 \Leftrightarrow x < 64 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{8}, x \geq 64 \\ x > 4, x < 64 \\ x < 64 \end{cases} \Rightarrow 4 < x < 64$$

Kết hợp với điều kiện: $\log_2 x > 0, \log_4 x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Ta được: $x \in \{5; 6; 7; \dots; 61; 62; 63\}$. Vậy có 59 giá trị cần tìm.

Câu 56. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho các số thực dương $x \neq 1, y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$

và tích $xy = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{x}{y}\right)^2$ là

A. 20.

B. 25.

C. $\frac{45}{2}$.

D. $\frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết $\log_2 x = \log_y 16$ ta suy ra $\log_2 x = \frac{4}{\log_2 y} \Leftrightarrow \log_2 x \cdot \log_2 y = 4$

Lại có $xy = 64$ suy ra $\log_2 x + \log_2 y = 6$

$$\left(\log_2 \frac{x}{y}\right)^2 = (\log_2 x - \log_2 y)^2 = (\log_2 x + \log_2 y)^2 - 4\log_2 x \cdot \log_2 y = 36 - 16 = 20$$

Câu 57. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Một sinh viên mới ra trường, đi làm, dự định mua xe máy SH trị giá 80 triệu đồng bằng cách đầu mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng số tiền 6 triệu đồng với lãi suất 0,5% trên mỗi tháng theo thể thức lãi kép. Hỏi sau thời gian ít nhất bao lâu sinh viên đó đủ số tiền để mua xe máy SH nói trên?

A. 12 tháng.

B. 11 tháng.

C. 13 tháng.

D. 14 tháng.

Lời giải

Chọn C

♦ Đặt $A_0 = 6$; $r = 0,005$. Gọi số tiền (cả gốc lẫn lãi) ở cuối tháng thứ n là T_n

♦ Ta có: $T_1 = A_0(1+r)$;

$$T_2 = (T_1 + A_0)(1+r) = A_0[(1+r)^2 + (1+r)];$$

$$T_3 = (T_2 + A_0)(1+r) = A_0[(1+r)^3 + (1+r)^2 + (1+r)];$$

Sử dụng chứng minh quy nạp ta có:

$$T_n = A_0[(1+r)^n + (1+r)^{n-1} + \dots + (1+r)] = A_0 \cdot (1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 6 \cdot 1,005 \cdot \frac{1,005^n - 1}{0,005}.$$

♦ Yêu cầu bài toán ta có: $T_n \geq 80 \Leftrightarrow 6 \cdot 1,005 \cdot \frac{1,005^n - 1}{0,005} \geq 80 \Leftrightarrow n \geq 12,87759257\dots$

♦ Vì $n \in \mathbb{Z}$ và n nhỏ nhất nên $n = 13$.

Câu 58. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-4	0	$-\infty$

Bất phương trình $e^{f(x)} - 4x > m + \cos(\pi x)$ có nghiệm trên khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi

A. $m \leq e^{f(1)} - 3$.

B. $m < e^{f(-1)} + 5$.

C. $m < e^{f(1)} - 3$.

D. $m \leq e^{f(-1)} + 5$.

Lời giải

Chọn A

♦ Ta có $e^{f(x)} - 4x > m + \cos(\pi x) \Leftrightarrow m < e^{f(x)} - 4x - \cos(\pi x)$.

♦ Xét $g(x) = e^{f(x)} - 4x - \cos(\pi x)$ trên $[-1;1]$.

♦ Theo BBT, ta

có: $g'(x) = f'(x)e^{f(x)} - 4 + \pi \sin(\pi x) < 0, \forall x \in (-1;1) \Rightarrow \min_{[-1;1]} g(x) = g(1) = e^{f(1)} - 3$.

♦ Theo yêu cầu bài toán: $m \leq g(1) = e^{f(1)} - 3$.

Câu 59. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Một sinh viên giỏi X được một công ty trao quỹ học bổng 60 triệu đồng, số tiền đó được công ty gửi vào ngân hàng với lãi suất 0,5% mỗi tháng, cuối mỗi tháng sinh viên đó được rút đều đặn số tiền 4 triệu đồng. Hỏi tháng cuối cùng sinh viên đó rút bao nhiêu tiền thì hết quỹ học bổng trên?

A. 2,35 triệu đồng. B. 2,53 triệu đồng. C. 3,53 triệu đồng. D. 1,53 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

♦ Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là:

$$P_1 = 60(1 + 0.5\%) - 4 = 60.1,005 - 4.$$

♦ Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là:

$$P_2 = P_1.1,005 - 4 = (60.1,005 - 4).1,005 - 4 = 60.(1,005)^2 - 4.1,005 - 4$$

♦ Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là:

$$P_n = 60.(1,005)^n - 4.(1,005^{n-1} + 1,005^{n-2} + \dots + 1) = 60.(1,005)^n - 4.\frac{1-1,005^n}{1-1,005}.$$

♦ Quỹ học bổng còn lại sau 16 tháng là:

$$P_{16} = 60.(1,005)^{16} - 4.\frac{1-1,005^{16}}{1-1,005} = -1,472651944 < 0.$$

♦ Quỹ học bổng còn lại sau 15 tháng là:

$$P_{15} = 60.(1,005)^{15} - 4.\frac{1-1,005^{15}}{1-1,005} = 2,514774185.$$

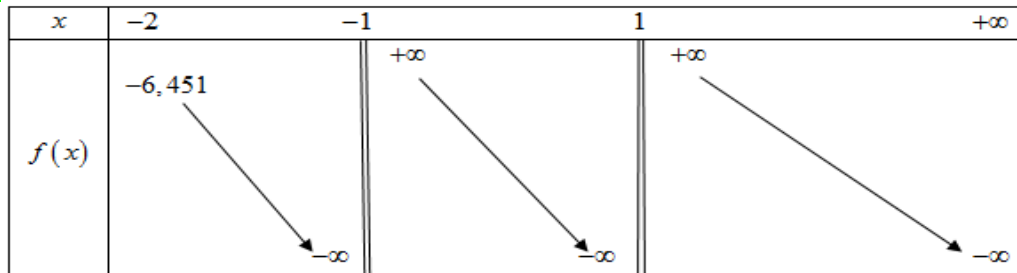
♦ Suy ra tháng cuối cùng sinh viên đó rút được 2,527348056 triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên.

Câu 60. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình $\frac{1}{\ln(x+2)} + \frac{7}{2^x - 2} = |x| + m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. 2. B. 8. C. 10. D. 4.

Lời giải

Chọn D



♦ Dựa vào đồ thị ta thấy để phương trình ban đầu có 3 nghiệm thì $m < -6,451$.

♦ Vậy $m \in \{-7; -8; -9; -10\}$

Câu 61. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{2x+1} + 2.3^x - 1)(3^x - y) \leq 0$

A. 9. B. 27. C. 81. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } (3^{2x+1} + 2.3^x - 1)(3^x - y) \leq 0 \Leftrightarrow [3.(3^x)^2 + 2.3^x - 1](3^x - y) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x + 1)(3.3^x - 1)(3^x - y) \leq 0 \Leftrightarrow (3^{x+1} - 1)(3^x - y) \leq 0 \text{ (do } 3^x + 1 > 0, \forall x).$$

TH1: $3^{x+1} - 1 \leq 0 \Rightarrow x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -1$ ta có $3^x - y \geq 0 \Rightarrow y \leq 3^x \leq 3^{-1} = \frac{1}{3}$ (vô lý vì y là số nguyên dương).

TH2: $3^{x+1} - 1 \geq 0 \Rightarrow x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ ta có $3^x - y \leq 0 \Rightarrow y \geq 3^x \geq 3^{-1} = \frac{1}{3}$ (luôn đúng vì y là số nguyên dương).

Đề ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình nên nghiệm x chỉ nằm trong khoảng $\{-1; 0; 1; 2; 3\} \Rightarrow y \leq 3^4 = 81$.

Vậy có 81 số nguyên dương y thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 1. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho các số thực không âm a, b, c thoả mãn $2^a + 4^b + 8^c = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + 2b + 3c$. Giá trị của biểu thức $4^M + \log_M m$ bằng

A. $\frac{2809}{500}$. B. $\frac{4096}{729}$. C. $\frac{281}{50}$. D. $\frac{14}{25}$.

Câu 2. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Biết rằng x, y là các số thực dương sao cho 3 số $u_1 = 8^{x+\log_2 y}$, $u_2 = 2^{x-\log_2 y}$, $u_3 = 5y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và một cấp số nhân. Khi đó, tích $2^x \cdot y^2$ có giá trị bằng:

A. 10. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. 1.

Câu 3. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$				1			0
					-4		

Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m > -\frac{4}{1011}$ B. $m \geq -\frac{2}{1011}$. C. $m \geq \frac{f(e)}{3e+2019}$. D. $m > \frac{f(e)}{3e+2019}$.

Câu 4. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho a, b là hai số thực thay đổi thoả mãn $1 < a < b \leq 2$, biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2 \cdot \log_a(b^2 + 4b - 4) + \log_{\frac{b}{a}} a$ là $m + 3\sqrt[n]{n}$ với m, n là số nguyên dương. Tính $S = m + n$.

A. $S = 9$. B. $S = 18$. C. $S = 54$. D. $S = 15$.

Câu 5. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Có bao nhiêu số nguyên $y \in (-20; 20)$ thoả mãn $2 + \log_{\sqrt{3}}(3x^2 + 1) \leq \log_{\sqrt{3}}(yx^2 - 6x + 2y)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 9. B. 11. C. 10. D. 8.

Câu 6. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình vuông $ABCD$ có các đỉnh A, B, C tương ứng nằm trên các đồ thị của các hàm số $y = \log_a x$, $y = 2 \log_a x$, $y = 3 \log_a x$. Biết rằng diện tích hình vuông bằng 36, cạnh AB song song với trục hoành. Khi đó a bằng

A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt[3]{3}$. C. $\sqrt[3]{6}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021) Cho a, b là số thực dương thoả mãn $2^{a+b+2ab-3} = \frac{1-ab}{a+b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $a^2 + b^2$ là:

A. $(\sqrt{5}-1)^2$. B. 2. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $3-\sqrt{5}$.

Câu 8. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $e^2 \cdot x - e^y = -\ln x + y - 2, (x > 0)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{y}{x}$ bằng:

A. e . B. $\frac{1}{e}$. C. $2 + \frac{1}{e}$. D. $2 - \frac{1}{e}$.

Câu 9. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Gọi S là tập hợp các cặp số thực (x, y) thỏa mãn đẳng thức sau đây $2^{2x-y+1} + 2^{-2x+y+1} + 3^{2x-y+1} + 3^{-2x+y+1} = 5^{2x-y+1} + 5^{-2x+y+1}$. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = y^2 + 2021x - 3$ với $(x, y) \in S$ đạt được tại (x_0, y_0) . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_0 \in (-300; -200)$ B. $x_0 \in (-200; -100)$
C. $x_0 \in (-100; 0)$ D. $x_0 \in (0; 100)$

Câu 10. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho phương trình $\left(\log_2^2 x - \log_2 \frac{x^3}{4}\right) \sqrt{e^x - m} = 0$.

Gọi S là tập hợp giá trị m nguyên với $m \in [-10; 10]$ để phương trình có đúng hai nghiệm. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

A. -28. B. -3. C. -27. D. -12.

Câu 11. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Số giá trị m nguyên, $m \in [-20; 20]$, sao cho

$\min_{x \in [0,3;1]} \left| \frac{\log_{0,3} x^m + 16}{\log_{0,3} x + m} \right| = 16$ là

A. 5. B. 1. C. 20. D. 40.

Câu 12. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho phương trình $\ln(x+m) - e^x + m = 0$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 2022. B. 4042. C. 2019. D. 2021.

Câu 13. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho các số thực x, y thỏa mãn $5 + 16 \cdot 4^{x^2-2y} = (5 + 16^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{10x+6y+26}{2x+2y+5}$. Tính $T = M + m$.

A. $T = 15$. B. $T = \frac{19}{2}$. C. $T = \frac{21}{2}$. D. $T = 10$.

Câu 14. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$(4xy + 7y)(2x - 1)(e^{2xy} - e^{4x+y+7}) = [2x(2 - y) + y + 7]e^y$$

A. 8. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 15. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho a, b, c là ba số thực dương đôi một phân biệt. Có bao nhiêu bộ $(a; b; c)$ thỏa mãn: $a^{b+2} \leq b^{a+2}; b^{c+2} \leq c^{b+2}; c^{a+2} \leq a^{c+2}$

A. 1. B. 3. C. 6. D. 0.

Câu 16. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Xét các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)}$ bằng

A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 17. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Xét tất cả các số thực dương x, y thỏa mãn

$$\frac{x+y}{10} + \log\left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2y}\right) = 1 + 2xy. \text{ Khi biểu thức } \frac{4}{x^2} + \frac{1}{y^2} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất, tích } xy \text{ bằng}$$

- A. $\frac{9}{200}$. B. $\frac{1}{64}$. C. $\frac{9}{100}$. D. $\frac{1}{32}$.

Câu 18. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho phương trình

$$\log_{2+\sqrt{3}}^2\left(\sqrt{x^2+1}+x\right) + (m^2-2)\log_{2-\sqrt{3}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right) - 1 = 0 \text{ với } m \text{ là tham số thực. Gọi } S \text{ là tập hợp tất cả các giá trị của } m \text{ để phương trình có 2 nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn}$$

$$\frac{\sqrt{x_1^2+1}-x_1}{\sqrt{x_2^2+1}+x_2} = 7+4\sqrt{3}. \text{ Tích các phần tử của } S \text{ bằng}$$

- A. -4 . B. 4 . C. 0 . D. 2 .

Câu 19. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a.4^x - b.2^x + 50 = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $9^x - b.3^x + 50a = 0$ (2) có hai nghiệm x_3, x_4 thỏa mãn điều kiện $x_3 + x_4 > x_1 + x_2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 3a + 4b$.

- A. 109. B. 51. C. 49. D. 87.

Câu 20. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn

$$\log_3[(x+1)(y+1)]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1). \text{ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = x + 2y \text{ là}$$

- A. $P_{\min} = \frac{11}{2}$. B. $P_{\min} = \frac{25}{7}$. C. $P_{\min} = -5 + 6\sqrt{3}$. D. $P_{\min} = -3 + 6\sqrt{2}$.

Câu 21. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn

$$\frac{\ln x}{x+1} + \frac{1}{x} > \frac{\ln x}{x-1} + \frac{m}{x}, \forall x > 0, x \neq 1?$$

- A. 2. B. 1. C. Vô số. D. 0.

Câu 22. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hai số thực $a; b$ thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$ và

$$\text{biểu thức } P = \log_a\left(\frac{3b-1}{4a^3}\right) + 12\log_{\frac{b}{a}}^2 a \text{ có giá trị nhỏ nhất. Tỷ số } \frac{b}{a} \text{ bằng:}$$

- A. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. B. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$. C. $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$. D. 2.

Câu 23. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng:

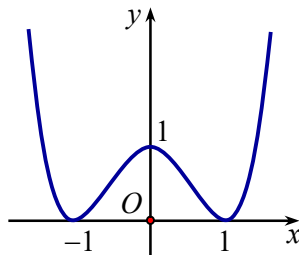
- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{9}{8}$. C. 9. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 24. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $1 > a > b > \frac{1}{4}$.

$$\text{Giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = \log_a\left(b - \frac{1}{4}\right) - \log_{\frac{a}{b}}\sqrt{b} \text{ thuộc tập hợp nào dưới đây?}$$

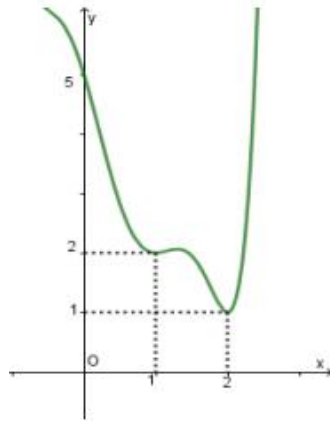
- A. $(0; 1)$. B. $\left(4; \frac{11}{2}\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; 4\right)$. D. $\left(1; \frac{5}{2}\right)$.

- Câu 25. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = (e^{2x} - 4e^x - m)^2$ xét trên đoạn $[0; \ln 4]$ thỏa mãn $\max f(x) \geq 3 \min f(x)$?
- A. 14. B. 15. C. 5. D. 10.
- Câu 26. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên y nằm trong khoảng $(-2021; +\infty)$ sao cho với mỗi giá trị của y tồn tại nhiều hơn hai số thực x thỏa mãn $x^2 + y + (x^2 - x) \cdot 2020^{x+y} = (2x^2 - x + y) \cdot 2020^{x-x^2}$?
- A. 2020. B. 2019. C. 2021. D. 2022.
- Câu 27. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021)** Cho phương trình $2 \log_3 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}-1} + 2(\sqrt{2x+1} - |y|) - 3^{2|y|} + 2x = 0$. Với các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn phương trình trên, giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{1}{3} \sqrt{2x+1} (2x+4) + 2x + \frac{7}{3} - 2 \cdot 3^{2|y|}$ thuộc khoảng nào sau đây?
- A. $(-4; -2)$. B. $(-11; -9,5)$. C. $(-6; -4)$. D. $(-9,5; -8)$.
- Câu 28. (Sở Lào Cai - 2021)** Cho số thực dương x bất kỳ và số thực dương $y \neq 1$ thỏa mãn $x^{\ln y - 1} \cdot y^{\sqrt{4 - \ln^2 x}} = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $\log_y x$. Giá trị $M \cdot m$ bằng
- A. $4\sqrt{2}$. B. $-4\sqrt{2}$. C. 4. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 29. (Sở Lào Cai - 2021)** Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình $e^{2x-a} - 2x - a = 0$ có nhiều nghiệm nhất?
- A. $a \geq 0$. B. $a > 1$. C. $a < e$. D. $a \geq -1$.
- Câu 30. (Sở Hà Tĩnh - 2021)** Cho hàm số bậc 4 có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m và $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình $\log \frac{f(x)}{mx^2} + x[f(x) - mx] = mx^3 - f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?



- A. 2022. B. 2020. C. 2019. D. 2021.
- Câu 31. (Sở Yên Bái - 2021)** Biết điều kiện cần và đủ của tham số m để phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (x+2)^2 + 4(m-5) \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x+2} - 8m + 4 = 0$ có nghiệm thuộc $\left[-\frac{3}{2}; 6\right]$ là $m \in (-\infty; a] \cup [b; +\infty)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b$.
- A. $T = -\frac{8}{3}$. B. $T = -\frac{22}{3}$. C. $T = \frac{8}{3}$. D. $T = \frac{22}{3}$.
- Câu 32. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 a = \log_2 \frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4a^3 + b^3 - 4 \log_2 (4a^3 + b^3)$ được viết dưới dạng $x - y \log_2 z$, với $x, y, z > 2$ là các số nguyên, z là số lẻ. Tổng $x + y + z$ bằng
- A. 11. B. 2. C. 1. D. 4.

- Câu 33. (Sở Yên Bái - 2021)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_3 \frac{x^2 - 4x + m}{x^2 + x + 2} \leq 2x^2 + 7x + 7 - m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 5]$?
- A. 11. B. 10. C. 9. D. 12.
- Câu 34. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021)** Cho ; là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + 2y^2}{x^2 + 4xy + y^2} + x^2 - 4xy + 3y^2 + 1 \leq 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức bằng:
- A. . B. . C. . D. .
- Câu 35. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021)** Xét các số thực x, y thỏa mãn $5^{(x+y)^2} + 25^{xy} (x^2 + y^2 - 1 - xy) - 5^{3xy+1} = 0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^4 + y^4 - x^2 y^2$. Khi đó $3m + 2M$ bằng
- A. $3m + 2M = 1$. B. $3m + 2M = \frac{7}{3}$. C. $3m + 2M = \frac{10}{3}$. D. $3m + 2M = -1$.
- Câu 36. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Cho các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{x-1} = b^y = \sqrt[3]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 4y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?
- A. $(7; 9]$. B. $(11; 13)$. C. $(1; 2)$. D. $[5; 7)$.
- Câu 37. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021)** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2; 3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 (x^2 + 1) > \log_5 (x^2 + 4x + m) - 1$
- A. $m \in [-12; 13]$. B. $m \in [-13; 12]$. C. $m \in [-13; -12]$. D. $m \in [12; 13]$.
- Câu 38. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên $x \in [-2021; 2021]$ để ứng với mỗi x có tối thiểu 64 số nguyên y thỏa mãn $\log_3 \sqrt{x^4 + y} \geq \log_2 (x + y)$?
- A. 3990. B. 3992. C. 3988. D. 3989.
- Câu 39. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho bất phương trình $3^{\frac{2 - \sqrt{x^2 - 2x + m}}{2}} + 3^{\frac{2}{\sqrt{x^2 - 2x + m} - 2}} > \frac{10}{3}$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 2]$.
- A. 15. B. 9. C. 10. D. 11.
- Câu 40. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Cho các số thực $a, b, c > 1$ và các số thực dương thay đổi x, y, z thỏa mãn $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{16}{x} + \frac{16}{y} - z^2$.
- A. 24. B. $24 - \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$. C. 20. D. $20 - \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$.
- Câu 41. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình

$$3.12^{f(x)} + (f^2(x) - 1).16^{f(x)} \geq (m^2 + 3m).3^{2f(x)}$$
 có nghiệm với mọi x .

- A. 6. B. Vô số. C. 5. D. 7.

Câu 42. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Xét bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x) - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$. Tất cả các giá trị của tham số m để

bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$ là $m \in \left(\frac{-a}{b}; +\infty\right)$ với a, b là các số tự

nhien và phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản. Khi đó $P = a + 2b$ bằng

- A. $P = 11$. B. $P = 5$. C. $P = 7$. D. $P = 13$.

Câu 43. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2 + 2y^2)$

- A. 3. B. 2. C. Vô số. D. 1.

Câu 44. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1; +\infty)$ và

$$\log_{\sqrt{a}} b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b}\right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b.$$
 Giá trị của biểu thức $\log_a b + \log_b c^2$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 3.

Câu 45. (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa - 2021) Gọi S là các cặp số thực (x, y) sao cho $\ln(x-y)^x - 2020x = \ln(x-y)^y - 2020y + e^{2021}$ và $x \in [-1; 1]$. Biết rằng giá trị lớn nhất của biểu thức $P = e^{2021x}(y+1) - 2021x^2$ với $(x, y) \in S$ đạt được tại $(x_0; y_0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $x_0 \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. B. $x_0 \in \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]$. C. $x_0 \in [-1; 0]$. D. $x_0 \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$.

Câu 46. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn

$$2x \cdot \log_2 \frac{x}{y+1} = y - 4x + 1.$$
 Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 - y^2$ là

- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $-\frac{1}{12}$.

Câu 47. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Có bao nhiêu cặp số x, y là các số nguyên không âm thỏa mãn:

$$2(1 + \sqrt{x+2y})^2 + \log_2(x+2y) = 2 \log_2(x^2 + y^2 + 2xy + x) + 2(x+y)^2 + 4x + 4y$$

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.
- Câu 48. (Trung Tâm Thanh Trường -2021)** Cho dãy số (u_n) có $u_{n+1} = 2u_n \forall n \geq 1, u_1 > 1$ và $\log_2(u_6) = u_1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 2020^{10}$
A. 107. B. 106. C. 105. D. 108.
- Câu 49. (Trung Tâm Thanh Trường -2021)** Cho hàm số $f(x) = 3^x - 3^{-x}$. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất n thỏa mãn $f(n) + f(e^n - 2021) > 0$.
A. 10. B. 8. C. 7. D. 9.
- Câu 50. (Trung Tâm Thanh Trường -2021)** Cho hai số thực $x, y \in (0; 3]$ thỏa mãn $\log \frac{x+y}{7-xy} + (x+1)(y+1) \geq 8$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y$ bằng
A. 10. B. 3. C. 4. D. $\frac{17}{3}$.
- Câu 51. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là:
A. 4. B. 8. C. 2. D. 1.
- Câu 52. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021)** Cho các số thực x, y thỏa mãn bất đẳng thức $\log_{4x^2+9y^2}(2x+3y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x+3y$ gần nhất với số nào trong các số sau?
A. 2. B. 1. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 53. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên $m \leq 2021$ để có nhiều hơn một cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+4}(4x-2y+m) \geq 1$ và $4x-3y+1=0$?
A. 2017. B. 2020. C. 2019. D. 2022.
- Câu 54. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên dương a nhỏ hơn 2021 sao cho tồn tại số nguyên x thỏa mãn $2^a(2^{x+3}-1) + a^2 = a(2^a + 2^{x+3}-1)$?
A. 12. B. 15. C. 10. D. 14.
- Câu 55.** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho với mỗi y không có quá 50 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình sau: $2^{y-3x} \geq \log_3(x+y^2)$?
A. 15 B. 11. C. 19. D. 13.
- Câu 56.** Có bao nhiêu số nguyên $m(m \geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $(m^{\ln x} + 4)^{\ln m} + 4 = x$?
A. 8. B. 9. C. 1. D. Vô số
- Câu 57.** Có bao nhiêu số tự nhiên y sao cho ứng với mỗi y có không quá 148 số nguyên x thỏa mãn $\frac{3^{x+2} - \frac{1}{3}}{y - \ln x} \geq 0$?
A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
- Câu 58.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m với $m > 1$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn: $(m^{\log_5 x} + 3)^{\log_5 m} = x - 3$ (1).
A. 4. B. 3. C. 5. D. 8.
- Câu 59.** Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 25 số nguyên x thỏa

$$\text{mãn } \frac{2^{x+1} - \frac{1}{4}}{y - 2^{\sqrt{x}}} \geq 0?$$

A. 30

B. 31

C. 32

D. 33

Câu 60. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\log_3(2x^2 + y^2) = \log_7(x^3 + 2y^3) = \log z$. Có bao giá trị nguyên của z để có đúng hai cặp (x, y) thỏa mãn đẳng thức trên.

A. 2.

B. 211.

C. 99.

D. 4.

Câu 61. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 2186 số nguyên x thỏa mãn $(\log_3 x - y)\sqrt{3^x - 9} \leq 0$?

A. 7.

B. 8.

C. 2186.

D. 6.

Câu 62. Tổng các nghiệm của phương trình sau $7^{x-1} = 6\log_7(6x-5) + 1$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 10.

Câu 63. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y luôn có ít hơn 2021 số nguyên x thỏa mãn $[\log_2(x+3) - 1] \cdot (\log_2 x - y) < 0$

A. 20.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Câu 64. Có bao nhiêu số tự nhiên a sao cho tồn tại số thực x thỏa $2021^{x^3 - a^{3\log(x+1)}}(x^3 + 2020) = a^{3\log(x+1)} + 2020$

A. 9.

B. 8.

C. 5.

D. 12

Câu 65. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(3^{x+1} - \sqrt{3})(3^x - y) < 0$?

A. 59149.

B. 59050.

C. 59049.

D. 59048.

Câu 66. Có bao nhiêu m nguyên $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình $6^x - 2m = \log_{\sqrt[3]{6}}(18(x+1) + 12m)$ có nghiệm?

A. 211.

B. 2020.

C. 2023.

D. 212.

Câu 67. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x, y) với $y \leq 2021$ thỏa mãn

$$\log \frac{x+1}{2y+1} \leq 4y^4 + 4y^3 - x^2y^2 - 2y^2x.$$

A. $2021(2021-1)$.

B. $2021(2022-1)$.

C. $2022(2022-1)$.

D. $2022(2022+1)$.

Câu 68. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\log_3(2x^2 + y^2) = \log_7(x^3 + 2y^3) = \log z$. Có bao giá trị nguyên của z để có đúng hai cặp (x, y) thỏa mãn đẳng thức trên.

A. 2.

B. 211.

C. 99.

D. 4.

Câu 69. Số giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $(2^{x+2} - \sqrt{2})(2^x - m) < 0$ có tập nghiệm chứa không quá 6 số nguyên là:

A. 62.

B. 33.

C. 32.

D. 31.

Câu 70. Cho phương trình $m.2^{x^2-4x-1} + m^2.2^{2x^2-8x-1} = 7\log_2(x^2 - 4x + \log_2 m) + 3$, (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho phương trình đã cho có nghiệm thực.

A. 31.

B. 63.

C. 32.

D. 64.

Câu 71. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{\ln(x^2+2x+m)} - \left(\frac{1}{7}\right)^{2\ln(2x-1)} < 0 \text{ chứa đúng ba số nguyên.}$$

A. 15.

B. 9.

C. 16.

D. 14.

Câu 72. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $3^{x-3+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 9x^2 + 24x + m) \cdot 3^{x-3} = 3^x + 1$ có 3 nghiệm phân biệt là

A. 45.

B. 34.

C. 27.

D. 38.

Câu 73. Có bao nhiêu số nguyên y trong đoạn $[-2021; 2021]$ sao cho bất phương trình

$$(10x)^{y+\frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10}\log x} \text{ đúng với mọi } x \text{ thuộc } (1; 100) :.$$

A. 2021.

B. 4026.

C. 2013.

D. 4036.

Câu 74. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để phương trình $7^x + m = 6 \log_7(6x - m)$ có nghiệm thực

A. 19.

B. 21.

C. 18.

D. 20.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.C	4.D	5.C	6.B	7.D	8.A	9.D	10.A
11.B	12.D	13.B	14.C	15.D	16.B	17.B	18.B	19.A	20.D
21.C	22.B	23.A	24.B	25.B	26.A	27.B	28.B	29.B	30.D
31.D	32.A	33.A	34.C	35.C	36.A	37.A	38.A	39.C	40.C
41.A	42.A	43.B	44.A	45.A	46	47.B	48.D	49.B	50.C
51.C	52.A	53.A	54.C	55.A	56.C	57.C	58.B	59.B	60.B
61.A	62.B	63.C	64.A	65.C	66.C	67.C	68.B	69.C	70.D
71.D	72.C	73.A	74.D						

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

- Câu 1.** (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho các số thực không âm a, b, c thoả mãn $2^a + 4^b + 8^c = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + 2b + 3c$. Giá trị của biểu thức $4^M + \log_M m$ bằng
- A. $\frac{2809}{500}$. B. $\frac{4096}{729}$. C. $\frac{281}{50}$. D. $\frac{14}{25}$.

Lời giải

Chọn BĐặt $a = \log_2 x, 2b = \log_2 y, 3c = \log_2 z$.Ta có $S = a + 2b + 3c = \log_2 x + \log_2 y + \log_2 z = \log_2 (xyz)$.Mà $2^a + 4^b + 8^c = 4 \Leftrightarrow x + y + z = 4$.Suy ra $4 = x + y + z \geq 3\sqrt[3]{xyz} \Rightarrow xyz \leq \left(\frac{4}{3}\right)^3 \Rightarrow S = \log_2 (xyz) \leq \log_2 \left(\frac{4}{3}\right)^3 = 3\log_2 \left(\frac{4}{3}\right)$.Do đó $M = \max S = 3\log_2 \left(\frac{4}{3}\right)$ khi $x = y = z = \frac{4}{3}$.Mặt khác, ta có $(x-1)(y-1) \geq 0 \Rightarrow xy \geq x + y + 1 = 3 - z \Rightarrow xyz \geq z(3-z) \geq 2$ (vì $z \in \left[1; \frac{4}{3}\right]$).Suy ra $S \geq 1$, do đó $m = \min S = 1$ khi $x = z = 1, y = 2$.Vậy $4^M + \log_M m = 4^{3\log_2 \left(\frac{4}{3}\right)} + \log_{3\log_2 \left(\frac{4}{3}\right)} 1 = \left(2^{\log_2 \left(\frac{4}{3}\right)}\right)^6 = \left(\frac{4}{3}\right)^6 = \frac{4096}{729}$.

- Câu 2.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Biết rằng x, y là các số thực dương sao cho 3 số $u_1 = 8^{x+\log_2 y}, u_2 = 2^{x-\log_2 y}, u_3 = 5y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và một cấp số nhân. Khi đó, tích $2^x \cdot y^2$ có giá trị bằng:

- A. 10. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. 1.

Lời giải

Chọn D♦ Điều kiện: $y > 0$;Theo đề bài, ta có:
$$\begin{cases} 2 \cdot 2^{(x-\log_2 y)} = 8^{x+\log_2 y} + 5y(1) \\ 2^{2(x-\log_2 y)} = 8^{x+\log_2 y} \cdot 5y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{(8^{x+\log_2 y} + 5y)^2}{4} = 8^{x+\log_2 y} \cdot 5y \Leftrightarrow (8^{x+\log_2 y} - 5y)^2 = 0 \Leftrightarrow 8^{x+\log_2 y} = 5y(2)$$

$$\Rightarrow \log_2 (8^{x+\log_2 y}) = \log_2 5y$$

$$\Leftrightarrow (x + \log_2 y) \cdot \log_2 8 = \log_2 5 + \log_2 y$$

$$\Leftrightarrow 3x + 3\log_2 y = \log_2 5 + \log_2 y$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2\log_2 y = \log_2 5$$

$$\Leftrightarrow 3x = \log_2 \frac{5}{y^2} (3)$$

Thay (2) vào (1) ta được:

$$2.2^{(x-\log_2 y)} = 5y + 5y \Leftrightarrow 2^{(x-\log_2 y)} = 5y \Leftrightarrow x - \log_2 y = \log_2 5y \Leftrightarrow x = \log_2 5y^2 \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \log_2 \frac{5}{y^2} = 3 \cdot \log_2 5y^2 \Rightarrow \frac{5}{y^2} = (5y^2)^3 \Leftrightarrow y^8 = \frac{1}{25} \Rightarrow y = \frac{1}{\sqrt[4]{5}}$$

$$\Rightarrow x = \log_2 5 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{5}}\right)^2 = \log_2 \sqrt{5} \Rightarrow 2^x \cdot y^2 = 2^{\log_2 \sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[4]{5}}\right)^2 = \sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 1$$

Câu 3. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$				1			0
					-4		

Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 1)$ khi và chỉ khi

A. $m > -\frac{4}{1011}$ B. $m \geq -\frac{2}{1011}$ C. $m \geq \frac{f(e)}{3e + 2019}$ D. $m > \frac{f(e)}{3e + 2019}$

Lời giải

Chọn C

♦ Đầu tiên, ta nhận thấy hàm số $y = e^x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ cho nên hàm số $f(x)$ và hàm số $f(e^x)$ có tính chất giống nhau nên từ bảng biến thiên đã cho ta có thể suy ra tính chất của hàm số $f(e^x)$.

Xét bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ (*). Đặt $t = e^x > 0$, với $x \in (0; 1) \Rightarrow t \in (1; e)$.

Ta được bất phương trình mới $f(t) < m(3t + 2019) \Leftrightarrow m > \frac{f(t)}{(3t + 2019)}$ (1)

Xét hàm số $g(t) = \frac{f(t)}{(3t + 2019)}$ trên $t \in (1; e)$, ta có $g'(t) = \frac{f'(t)(3t + 2019) - 3f(t)}{(3t + 2019)^2}$.

Do hàm số $f(x)$ và hàm số $f(e^x)$ có tính chất giống nhau nên trên khoảng đang được xét thì $f(t) < 0$ và $f'(t) > 0$ với mọi $t \in (1; e) \Rightarrow g'(t) > 0$ với mọi $t \in (1; e)$.

Như vậy ta có bảng biến thiên của hàm số $g(t) = \frac{f(t)}{(3t + 2019)}$ với $t \in (1; e)$ như sau:

t	1		e
$g'(t)$		+	
$g(t)$			$g(e)$
	$-\frac{2}{1011}$		

Suy ra, Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 1)$ khi và chỉ khi

$$(1) \text{ đúng với mọi } t \in (1; e) \Leftrightarrow m \geq \max_{[1; e]} g(t) \Leftrightarrow m \geq g(e) \Rightarrow m \geq \frac{f(e)}{3e + 2019}.$$

Câu 4. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho a, b là hai số thực thay đổi thỏa mãn $1 < a < b \leq 2$, biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2 \cdot \log_a(b^2 + 4b - 4) + \log_{\frac{b}{a}}^2 a$ là $m + 3\sqrt[n]{n}$ với m, n là số nguyên dương. Tính $S = m + n$.

A. $S = 9$.B. $S = 18$.C. $S = 54$.D. $S = 15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $b^2 + 4b - 4 \geq b^3 \Leftrightarrow (b-1)(b^2-4) \leq 0$ (điều này đúng vì $1 < b \leq 2$).

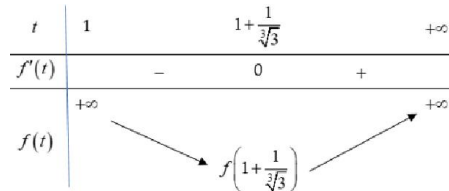
$$\text{Nên } P \geq 2 \cdot \log_a b^3 + \left(\frac{1}{\log_a b - 1} \right)^2 = 6 \log_a b + \left(\frac{1}{\log_a b - 1} \right)^2.$$

Đặt $t = \log_a b$. Với $1 < a < b \leq 2$ thì $t > 1$.

$$\text{Đặt } f(t) = 6t + \left(\frac{1}{t-1} \right)^2 \text{ với } t > 1 \text{ thì } P \geq f(t), t > 1.$$

$$\text{Ta có } f'(t) = 6 + 2 \left(\frac{1}{t-1} \right) \left(-\frac{1}{(t-1)^2} \right) = 6 - \frac{2}{(t-1)^3} = 2 \cdot \frac{3(t-1)^3 - 1}{(t-1)^3}.$$

$$f'(t) = 0 \Rightarrow t = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}.$$



$$\text{Ta có } f\left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right) = 6 + \frac{6}{\sqrt[3]{3}} + \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)} \right)^2 = 6 + 3\sqrt[3]{9}.$$

Vậy $m = 6, n = 9 \Rightarrow m + n = 15$.

Câu 5. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Có bao nhiêu số nguyên $y \in (-20; 20)$ thỏa mãn $2 + \log_{\sqrt{3}}(3x^2 + 1) \leq \log_{\sqrt{3}}(yx^2 - 6x + 2y)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 9.

B. 11.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2 + \log_{\sqrt{3}}(3x^2 + 1) \leq \log_{\sqrt{3}}(yx^2 - 6x + 2y)$ (1) với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\text{ĐKXD: } yx^2 - 6x + 2y > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 0 \\ \Delta' = 9 - 2y^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow y > \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$(1) \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(3(3x^2 + 1)) \leq \log_{\sqrt{3}}(yx^2 - 6x + 2y)$$

$$\Leftrightarrow 3(3x^2 + 1) \leq yx^2 - 6x + 2y \Leftrightarrow (y-9)x^2 - 6x + 2y - 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ bx + c \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 9 \\ -6x + 15 \geq 0 \forall x \in (\text{Loai}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y > 9 \\ -2y^2 + 21y - 18 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow y \geq \frac{21 + 3\sqrt{33}}{4}$$

$$\text{Do } \begin{cases} y \in (-20; 20) \\ y \in \mathbb{Z} \\ y > \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ y \geq \frac{21+3\sqrt{33}}{4} \end{cases} \Rightarrow y \in \{10; 11; \dots; 18; 19\}$$

Vậy có 10 số nguyên y thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 6. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho hình vuông $ABCD$ có các đỉnh A, B, C tương ứng nằm trên các đồ thị của các hàm số $y = \log_a x, y = 2 \log_a x, y = 3 \log_a x$. Biết rằng diện tích hình vuông bằng 36, cạnh AB song song với trục hoành. Khi đó a bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt[6]{3}$. C. $\sqrt[3]{6}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

♦ Từ giả thiết đã cho, ta có các đỉnh A, B, C của hình vuông $ABCD$ lần lượt nằm trên các đồ thị $y = \log_a x, y = 2 \log_a x, y = 3 \log_a x$.

♦ Do $AB // Ox, AB \perp BC$ nên suy ra $CB // Oy$

$$\text{Giả sử } A(a^{x_1}; x_1), B(a^{x_2}; 2x_2), C(a^{x_3}; 3x_3) \text{ ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (a^{x_2} - a^{x_1}; 2x_2 - x_1) \\ \overrightarrow{BC} = (a^{x_3} - a^{x_2}; 3x_3 - 2x_2) \end{cases}$$

$$\text{Do } \begin{cases} CB // Oy \\ AB // Ox \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} 2x_2 - x_1 = 0 \\ a^{x_3} - a^{x_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x_2 = x_1 = 2x_3 = 2k > 0$$

$$\text{Khi đó } A(a^{2k}; 2k), B(a^k; 2k), C(a^k; 3k) \Rightarrow \begin{cases} AB^2 = (a^k - a^{2k})^2 \\ BC^2 = k^2 \end{cases}$$

♦ Mà diện tích của hình vuông $ABCD$ bằng 36 nên

$$S_{ABCD} = AB^2 = BC^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} AB^2 = (a^k - a^{2k})^2 = 36 \\ BC^2 = k^2 = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^k - a^{2k} = -6 \\ a^k - a^{2k} = 6 \\ k = \mp 6, k > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^k - a^{2k} = -6 \\ a^k - a^{2k} = 6 \\ k = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^6 - a^{12} = -6 \\ a^6 - a^{12} = 6 \\ k = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^6 = 3 \\ a^6 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow a = \sqrt[6]{3}$$

Câu 7. (Chuyên KHTN - 2021) Cho a, b là số thực dương thỏa mãn $2^{a+b+2ab-3} = \frac{1-ab}{a+b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $a^2 + b^2$ là:

- A. $(\sqrt{5}-1)^2$. B. 2. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $3-\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\bullet 2^{a+b+2ab-3} = \frac{1-ab}{a+b} \quad (1) \text{ Điều kiện } ab < 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \left(2^{a+b+2ab-3} \right) = \log_2 \left(\frac{1-ab}{a+b} \right)$$

$$\Leftrightarrow a+b+2ab-3=\log_2(1-ab)-\log_2(a+b)$$

$$\Leftrightarrow (a+b)+\log_2(a+b)=1+\log_2(1-ab)+(2-2ab)$$

$$\Leftrightarrow (a+b)+\log_2(a+b)=(2-2ab)+\log_2(2-2ab) \quad (2)$$

♦ Xét hàm số đặt trung $f(t)=t+\log_2 t$ với $t>0$, ta có:

$$f'(t)=1+\frac{1}{t\ln 2}, \forall t>0 \text{ nên hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } (0;+\infty).$$

$$(2) \Leftrightarrow f(a+b)=f(2-2ab) \Leftrightarrow a+b=2-2ab.$$

♦ Để có a, b thỏa yêu cầu bài toán thì:

$$\begin{cases} (a+b)^2-4ab \geq 0 \\ 0 < ab < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-2ab)^2-4ab \geq 0 \\ 0 < ab < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2b^2-3ab+1 \geq 0 \\ 0 < ab < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < ab \leq \frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

♦ Ta có: $P=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(2-2ab)^2-2ab=4a^2b^2-10ab+4$

♦ Bảng biến thiên

ab	$-\infty$	0	$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
P	$+\infty$		$3-\sqrt{5}$		$+\infty$

♦ Từ bảng biến thiên ta có $\min P=3-\sqrt{5}$

Câu 8. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $e^2 \cdot x - e^y = -\ln x + y - 2, (x > 0)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{y}{x}$ bằng:

A. e .

B. $\frac{1}{e}$.

C. $2 + \frac{1}{e}$.

D. $2 - \frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn A

♦ $e^2 \cdot x - e^y = -\ln x + y - 2 \Leftrightarrow e^2 \cdot x - e^y = -\ln(e^2 \cdot x) + y \Leftrightarrow e^2 \cdot x + \ln(e^2 \cdot x) = e^y + \ln(e^y)$

Xét hàm số: $f(t)=t+\ln(t)$ với $t>0$; $f'(t)=1+\frac{1}{t}>0$ với $\forall t>0$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến với $\forall t>0 \Rightarrow e^2 \cdot x + \ln(e^2 \cdot x) = e^y + \ln(e^y) \Leftrightarrow e^2 \cdot x = e^y \Leftrightarrow x = \frac{e^y}{e^2}$

♦ $P = \frac{y}{x} = \frac{y}{\frac{e^y}{e^2}} = \frac{e^2 \cdot y}{e^y}$

Khảo sát hàm số: $P = \frac{e^2 \cdot y}{e^y}$; $P' = \frac{e^2 \cdot e^y - e^2 \cdot y \cdot e^y}{(e^y)^2} = \frac{e^2(1-y)}{e^y}$; $P' = 0 \Leftrightarrow y = 1$.

BBT:

y	$-\infty$	1	$+\infty$
P'	+	0	-
P	$-\infty$	e	0

Vậy: $\max P = e$; khi: $\begin{cases} y = 1 \\ x = \frac{1}{e} \end{cases}$.

Câu 9. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Gọi S là tập hợp các cặp số thực (x, y) thỏa mãn đẳng thức sau đây $2^{2x-y+1} + 2^{-2x+y+1} + 3^{2x-y+1} + 3^{-2x+y+1} = 5^{2x-y+1} + 5^{-2x+y+1}$. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = y^2 + 2021x - 3$ với $(x, y) \in S$ đạt được tại (x_0, y_0) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x_0 \in (-300; -200)$ B. $x_0 \in (-200; -100)$
 C. $x_0 \in (-100; 0)$ D. $x_0 \in (0; 100)$

Lời giải

Chọn D

Đặt $a = 2x - y$. Khi đó

$$2^{2x-y+1} + 2^{-2x+y+1} + 3^{2x-y+1} + 3^{-2x+y+1} = 5^{2x-y+1} + 5^{-2x+y+1}$$

$$\Leftrightarrow 2(2^a + 2^{-a}) + 3(3^a + 3^{-a}) = 5(5^a + 5^{-a})$$

$$\Leftrightarrow 2\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right) + 3\left(3^a + \frac{1}{3^a}\right) = 5\left(5^a + \frac{1}{5^a}\right) \quad (1)$$

Đặt $\sin \alpha = \frac{2^a + 2^{-a}}{5^a + 5^{-a}}$; $\cos \alpha = \frac{3^a + 3^{-a}}{5^a + 5^{-a}}$

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} 2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha = 5 \\ \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{2^a + 2^{-a} + 3^a + 3^{-a}}{5^a + 5^{-a}} \end{cases} \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 2 \cdot \frac{\frac{2^a + 3^a}{2} + \frac{2^{-a} + 3^{-a}}{2}}{5^a + 5^{-a}} \leq 2 \cdot \frac{\left(\frac{2+3}{2}\right)^a + \left(\frac{2+3}{2}\right)^{-a}}{5^a + 5^{-a}} = 2 \cdot \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^a + \left(\frac{5}{2}\right)^{-a}}{5^a + 5^{-a}}$$

$$= 2 \cdot \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^a + \left(\frac{5}{2}\right)^{-a}}{2^a \left(\frac{5}{2}\right)^a + 2^{-a} \left(\frac{5}{2}\right)^{-a}} \leq 4 \cdot \frac{\left[\left(\frac{5}{2}\right)^a + \left(\frac{5}{2}\right)^{-a}\right]}{\left[\left(\frac{5}{2}\right)^a + \left(\frac{5}{2}\right)^{-a}\right]} \cdot \frac{1}{2^a + 2^{-a}} = \frac{4}{2^a + 2^{-a}} \leq \frac{4}{2\sqrt{2^a \cdot 2^{-a}}} = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha = 5 \\ \sin \alpha + \cos \alpha \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \alpha = 1 \Rightarrow a = 0$$

$$\Rightarrow y = 2x.$$

Câu 10. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho phương trình $\left(\log_2^2 x - \log_2 \frac{x^3}{4}\right) \sqrt{e^x - m} = 0$.

Gọi S là tập hợp giá trị m nguyên với $m \in [-10; 10]$ để phương trình có đúng hai nghiệm. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

- A. -28. B. -3. C. -27. D. -12.

Lời giải

Chọn A

♦ Ta có: $\left(\log_2^2 x - \log_2 \frac{x^3}{4}\right) \sqrt{e^x - m} = 0$

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ m < e^x \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2^2 x - \log_2 \frac{x^3}{4} = 0 \\ \sqrt{e^x - m} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0 \\ e^x = m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \\ e^x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \\ e^x = m \end{cases}$$

♦ Ta có:

+ Trường hợp 1: $m \leq 0$.

Khi đó phương trình $e^x = m$ vô nghiệm.

+ Trường hợp 2: $m > 0$.

$$\left(\log_2^2 x - \log_2 \frac{x^3}{4}\right) \sqrt{e^x - m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \\ x = \ln m \\ x \geq \ln m \end{cases}$$

Để phương trình chỉ có hai nghiệm phân biệt thì: $\begin{cases} 2 \leq \ln(m) < 4 \\ \ln m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow e^2 \leq m < e^4$

Ngoài ra khi $m = 1$ thì $e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ (l).

Nên $m = 1, 8, 9, 10$.

Vậy $m \in \{-10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 1; 8; 9; 10\} \Rightarrow \sum m = -28$.

Chọn A.

Câu 11. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Số giá trị m nguyên, $m \in [-20; 20]$, sao cho

$$\min_{x \in [0, 3; 1]} \left| \frac{\log_{0,3} x^m + 16}{\log_{0,3} x + m} \right| = 16 \text{ là}$$

A. 5.

B. 1.

C. 20.

D. 40.

Lời giải

Chọn B

♦ Đặt $t = \log_{0,3} x$.

♦ Đặt $f(x) = \frac{m \log_{0,3} x + 16}{\log_{0,3} x + m} (x > 0)$.

♦ Khi đó: Xét $f(t) = \frac{mt + 16}{t + m}$ trên đoạn $[0; 1]$.

Từ đó $f'(t) = \frac{m^2 - 16}{(t + m)^2}$.

$$f(0) = \frac{16}{m}, f(1) = \frac{m + 16}{m + 1} \text{ (Điều kiện } m \neq 0, -1)$$

♦ Trường hợp 1: $m \in [-20; -4] \Rightarrow f'(t) = \frac{m^2 - 16}{(t+m)^2} > 0, \forall t \in [0; 1]$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Suy ra, $f(0) \leq f(t) \leq f(1) < 0$ nên $|f(0)| \geq |f(t)| \geq |f(1)| > 0, \forall t \in [0; 1]$.

Nên $\max_{t \in [0; 1]} f(t) = f(1) = \frac{m+16}{m+1} < 0 \Rightarrow \min_{t \in [0; 1]} |f(t)| = |f(1)| = \left| \frac{m+16}{m+1} \right| (m \neq -1)$.

Mà $\left| \frac{m+16}{m+1} \right| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 (l) \\ m = \frac{-32}{17} (l) \end{cases}$.

♦ Trường hợp 2: $m \in [-4; 0] \Rightarrow f'(t) = \frac{m^2 - 16}{(t+m)^2} < 0, \forall t \in [0; 1]$.

Nên hàm số nghịch biến trên đoạn $[0; 1]$.

Suy ra, $0 > f(0) \geq f(t) \geq f(1)$ nên $|f(1)| \geq |f(t)| \geq |f(0)| > 0, \forall t \in [0; 1]$.

Nên $\max_{x \in [0; 1]} f(x) = f(0) \Rightarrow \min_{x \in [0; 1]} |f(x)| = |f(0)| = \left| \frac{16}{m} \right| (m \neq 0)$.

Mà $\left| \frac{16}{m} \right| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 (l) \\ m = -1 (l) \end{cases}$.

♦ Trường hợp 3: $m \in [0; 4] \Rightarrow f'(t) = \frac{m^2 - 16}{(t+m)^2} < 0, \forall t \in [0; 1]$.

Nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Suy ra, $f(0) \geq f(t) \geq f(1) > 0$ nên $|f(1)| \geq |f(t)| \geq |f(0)| > 0, \forall t \in [0; 1]$.

Nên $\min_{x \in [0; 1]} f(t) = f(1) \Rightarrow \min_{x \in [0; 1]} |f(t)| = |f(1)| = \left| \frac{m+16}{m+1} \right| (m \neq -1)$.

Mà $\left| \frac{m+16}{m+1} \right| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 (n) \\ m = \frac{-32}{17} (l) \end{cases}$.

♦ Trường hợp 4: $m \in [4; 20] \Rightarrow f'(t) = \frac{m^2 - 16}{(t+m)^2} > 0, \forall t \in [0; 1]$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

Suy ra, $0 < f(0) \leq f(t) \leq f(1)$ nên $0 < |f(0)| \leq |f(t)| \leq |f(1)|, \forall t \in [0; 1]$.

Nên $\min_{x \in [0; 1]} f(t) = f(0) \Rightarrow \min_{x \in [0; 1]} |f(t)| = |f(0)| = \left| \frac{16}{m} \right| (m \neq 0)$.

Mà $\left| \frac{16}{m} \right| = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 (l) \\ m = -1 (l) \end{cases}$.

Vậy tổng hợp các trường hợp: $m = 1$ thì thỏa ycbt. Chọn B.

Câu 12. (Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội- 2021) Cho phương trình $\ln(x+m) - e^x + m = 0$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 2022.

B. 4042.

C. 2019.

D. 2021.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x+m > 0$.

Đặt $t = \ln(x+m) \Leftrightarrow x+m = e^t$, ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} x+m = e^t \\ t+m = e^x \end{cases}$$

Suy ra $x-t = e^t - e^x \Leftrightarrow e^x + x = e^t + t$ (*).

Xét hàm số $f(x) = e^x + x$, có $f'(x) = e^x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Ta thấy (*) có dạng $f(x) = f(t) \Leftrightarrow x = t$.

Khi đó ta có phương trình $x+m = e^x \Leftrightarrow m = e^x - x$

Xét hàm số $g(x) = e^x - x$, có $g'(x) = e^x - 1$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình đã cho có nghiệm khi $m \geq 1$.

Mà $\begin{cases} m \in [-2021; 2021] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$ nên ta có $m \in \{1; 2; \dots; 2020; 2021\}$. Tức là có 2021 số nguyên m thỏa mãn đề bài.

Câu 13. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Cho các số thực x, y thỏa mãn $5 + 16.4^{x^2-2y} = (5 + 16^{x^2-2y}).7^{2y-x^2+2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{10x+6y+26}{2x+2y+5}$. Tính $T = M + m$.

A. $T = 15$.

B. $T = \frac{19}{2}$.

C. $T = \frac{21}{2}$.

D. $T = 10$.

Lời giải

Chọn B

$$5 + 16.4^{x^2-2y} = (5 + 16^{x^2-2y}).7^{2y-x^2+2} \quad (1)$$

Đặt $t = x^2 - 2y$, khi đó phương trình (1) trở thành:

$$5 + 16.4^t = (5 + 16^t).7^{2-t}$$

$$\Leftrightarrow 5.7^t + 16.28^t = 49(5 + 16^t)$$

$$\Leftrightarrow 5(7^t - 49) + 16.28^t - 49.16^t = 0$$

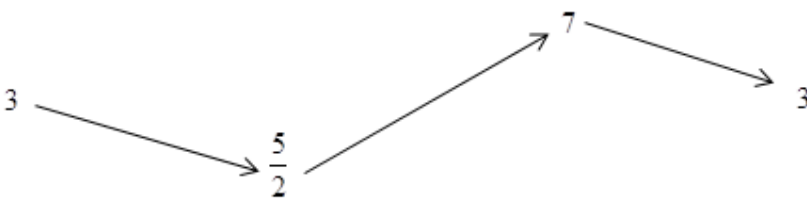
$$\Leftrightarrow 5(7^t - 7^2) + 4^{2t+2} \left[\left(\frac{7}{4} \right)^t - \left(\frac{7}{4} \right)^2 \right] = 0 \Rightarrow t = 2$$

Khi đó: $x^2 - 2y = 2 \Leftrightarrow 2y = x^2 - 2$, thế vào biểu thức P ta được:

$$P = \frac{10x + 3(x^2 - 2) + 26}{2x + x^2 - 2 + 5} = \frac{3x^2 + 10x + 20}{x^2 + 2x + 3} = f(x)$$

$$f'(x) = \frac{-4x^2 - 22x - 10}{(x^2 + 2x + 3)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^2 - 22x - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-5	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$					

Dựa vào BBT ta có: $M = 7; m = \frac{5}{2}$

Vậy $T = M + m = 7 + \frac{5}{2} = \frac{19}{2}$

Câu 14. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$(4xy + 7y)(2x - 1)(e^{2xy} - e^{4x+y+7}) = [2x(2 - y) + y + 7]e^y$$

A. 8.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(4xy + 7y)(2x - 1)(e^{2xy} - e^{4x+y+7}) = [2x(2 - y) + y + 7]e^y$

$$\Leftrightarrow (4x + 7)(2xy - y)(e^{2xy-y} - e^{4x+7}) = 2x(2 - y) + y + 7 \quad (\text{vì } e^y > 0 \forall y)$$

$$\Leftrightarrow (4x + 7)(2xy - y) \cdot (e^{2xy-y} - e^{4x+7}) = (4x + 7) - (2xy - y)$$

$$\Leftrightarrow (4x + 7) \cdot [(2xy - y)e^{2xy-y} - 1] = (2xy - y)[(4x + 7)e^{4x+7} - 1]$$

$$\Rightarrow \frac{(2xy - y)e^{2xy-y} - 1}{2xy - y} = \frac{(4x + 7)e^{4x+7} - 1}{4x + 7} \quad \text{với } x \neq -\frac{7}{4}; x \neq \frac{1}{2}; y \neq 0$$

$$\Leftrightarrow e^{2xy-y} - \frac{1}{2xy-y} = e^{4x+7} - \frac{1}{4x+7}.$$

$$\text{Xét } f(t) = e^t - \frac{1}{t} \quad (t \neq 0)$$

$$\Rightarrow f'(t) = e^t + \frac{1}{t^2} > 0 \quad \forall t \neq 0$$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên các khoảng xác định

$$\Rightarrow f(2xy - y) = f(4x + 7)$$

$$\square \text{ TH1: } (2xy - y) \cdot (4x + 7) < 0$$

Giả sử $2xy - y < 0$ và $4x + 7 > 0$. Do $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $2xy - y \leq -1$ và $4x + 7 \geq 1$.

$$\Rightarrow \begin{cases} f(2xy - y) \leq f(-1) = 1 - \frac{1}{e} < 1 \\ f(4x + 7) \geq f(1) = e - 1 > 1 \end{cases} \quad \text{Do đó, } f(2xy - y) \neq f(4x + 7).$$

$$\square \text{ TH2: } (2xy - y) \cdot (4x + 7) > 0$$

$$f(2xy - y) = f(4x + 7)$$

$$\Leftrightarrow 2xy - y = 4x + 7$$

$$\Rightarrow y = \frac{4x+7}{2x-1} = 2 + \frac{9}{2x-1}.$$

Theo bài, $y \in \mathbb{Z}$ nên $2x-1 \in \{\pm 1; \pm 3; \pm 9\} \Rightarrow x \in \{-4; -1; 0; 1; 2; 5\}$.

Câu 15. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Cho a, b, c là ba số thực dương đôi một phân biệt. Có bao nhiêu bộ $(a; b; c)$ thỏa mãn: $a^{b+2} \leq b^{a+2}; b^{c+2} \leq c^{b+2}; c^{a+2} \leq a^{c+2}$

A. 1.

B. 3.

C. 6.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x+2}$,

$$\text{Ta có: } a^{b+2} \leq b^{a+2} \Leftrightarrow (b+2)\ln a \leq (a+2)\ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{a+2} \leq \frac{\ln b}{b+2} \Leftrightarrow f(a) \leq f(b) \quad (1)$$

$$b^{c+2} \leq c^{b+2} \Leftrightarrow (c+2)\ln b \leq (b+2)\ln c \Leftrightarrow \frac{\ln b}{b+2} \leq \frac{\ln c}{c+2} \Leftrightarrow f(b) \leq f(c) \quad (2)$$

$$c^{a+2} \leq a^{c+2} \Leftrightarrow (a+2)\ln c \leq (c+2)\ln a \Leftrightarrow \frac{\ln c}{c+2} \leq \frac{\ln a}{a+2} \Leftrightarrow f(c) \leq f(a) \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $f(a) = f(b) = f(c)$

Mà a, b, c dương phân biệt nên để tồn tại bộ ba số $(a; b; c)$ thì phải tồn tại số thực m sao cho

đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x+2}$ tại ba điểm phân biệt hay phương trình

$\frac{\ln x}{x+2} = m$ (*) có ba nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1 + \frac{2}{x} - \ln x}{(x+2)^2} = \frac{1}{(x+2)^2} \left(1 + \frac{2}{x} - \ln x \right)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{2}{x} - \ln x = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{2}{x} = \ln x \quad (**)$$

Mặt khác trên $(0; +\infty)$ hàm số $g(x) = 1 + \frac{2}{x}$ là hàm nghịch biến, $h(x) = \ln x$ đồng biến nên

phương trình (**) có không quá một nghiệm, suy ra hàm số $f(x)$ có không quá một cực trị suy ra với mọi giá trị của m , đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ không quá hai điểm suy ra phương trình (*) có không quá hai nghiệm, hay không tồn tại bộ ba số $(a; b; c)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 16. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Xét các số thực dương a và b thỏa mãn

$$\log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a). \text{ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)} \text{ bằng}$$

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Cách 1

Điều kiện $b > a$.

$$\text{Ta có: } \log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a) \Leftrightarrow \log_3(1+ab) = \log_3 \sqrt{3}(b-a) \Leftrightarrow 1+ab = \sqrt{3}(b-a)$$

$$\Leftrightarrow 3(b-a)^2 = 1 + a^2b^2 + 2ab \geq 4ab \Leftrightarrow 3\left(\frac{b}{a} - 1\right)^2 \geq 4\frac{b}{a} \Leftrightarrow 3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 10\frac{b}{a} + 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} \geq 3 \\ \frac{b}{a} \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} \geq 3 \text{ (vì } b > a \Rightarrow \frac{b}{a} > 1).$$

$$P = \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)} = \frac{1+a^2b^2+(a+b)^2-2ab}{a(a+b)} = \frac{4(a+b)^2-16ab}{a(a+b)}$$

$$= \frac{4(a+b)}{a} - \frac{16b}{(a+b)} = 4\left(1+\frac{b}{a}\right) - \frac{16}{\left(\frac{a}{b}+1\right)}$$

Đặt $t = \frac{b}{a}$, $t \geq 3$. Ta có: $P = 4(1+t) - \frac{16}{\frac{1}{t}+1} = 4 + 4t - \frac{16t}{t+1}$.

Xét hàm số $f(t) = 4 + 4t - \frac{16t}{t+1}$ trên $[3; +\infty)$, ta có:

$$f'(t) = \frac{16}{(t+1)^2} - \frac{4}{t^2} = \frac{4[4t^2 - (t+1)^2]}{(t+1)^2} = \frac{4(t-1)(3t+1)}{(t+1)^2} > 0 \forall t \geq 3.$$

Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $[3; +\infty)$.

Vậy: $P_{\min} = \min_{[3; +\infty)} f(t) = f(3) = 4$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)} = 4 \\ b = 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(1+a^2)(1+9a^2)}{4a^2} = 4 \\ b = 3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}$.

Cách 2

Đặt $a = \tan \alpha$; $b = \tan \beta$ $\left(0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}\right)$.

Ta có: $\log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a) \Leftrightarrow \log_3(1+ab) = \log_3 \sqrt{3}(b-a)$

$$\Leftrightarrow 1+ab = \sqrt{3}(b-a) \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{b-a}{1+ab}$$

$$\Leftrightarrow \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha} = \tan(\beta - \alpha) \Leftrightarrow \beta - \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Khi đó: $P = \frac{(1+\tan^2 \alpha)(1+\tan^2 \beta)}{\tan \alpha (\tan \alpha + \tan \beta)} = \frac{1}{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta \tan \alpha (\tan \alpha + \tan \beta)}$

$$= \frac{1}{\sin \alpha \cos \beta (\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha)} = \frac{2}{[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)] \sin(\alpha + \beta)}$$

$$= \frac{2}{\left[\sin(\alpha + \beta) - \frac{1}{2}\right] \sin(\alpha + \beta)} = \frac{4}{2\sin^2(\alpha + \beta) - \sin(\alpha + \beta)}$$

Đặt $t = \sin(\alpha + \beta)$.

$$\text{Vi } \begin{cases} \beta = \alpha + \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha < \frac{\pi}{3} \\ \alpha + \beta = 2\alpha + \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \frac{\pi}{6} < \alpha + \beta < \frac{5\pi}{6}, \text{ suy ra } t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right]$$

$$\text{Suy ra } P = f(t) = \frac{4}{2t^2 - t}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{4}{2t^2 - t} \text{ trên } \left(\frac{1}{2}; 1\right], \text{ ta có: } f'(t) = \frac{4(1-4t)}{(2t^2 - t)^2} < 0 \quad \forall t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right]$$

$$\text{Suy ra: } f(t) \text{ nghịch biến trên } \left(\frac{1}{2}; 1\right].$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \min_{\left(\frac{1}{2}; 1\right]} f(t) = f(1) = 4.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi: } \begin{cases} 0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \beta - \alpha = \frac{\pi}{6} \\ \sin(\alpha + \beta) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2} \\ \beta - \alpha = \frac{\pi}{6} \\ \alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{\pi}{6} \\ \beta = \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}.$$

Cách 3

Điều kiện: $b > a > 0$.

$$\log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a) \Leftrightarrow 1+ab = \sqrt{3}(b-a) \Leftrightarrow 1+a^2b^2+2ab = 3(b-a)^2$$

$$\text{Mà } 1+a^2b^2 \geq 2ab \text{ nên } 3(b-a)^2 = 1+a^2b^2+2ab \geq 4ab \Rightarrow 3\left(\frac{b}{a}-1\right)^2 \geq 4\frac{b}{a}$$

$$\Leftrightarrow 3\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 10\frac{b}{a} + 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} \leq \frac{1}{3} \\ \frac{b}{a} \geq 3 \end{cases}. \text{ Vì } b > a \text{ nên } \frac{b}{a} > 1, \text{ do đó loại trường hợp } \frac{b}{a} \leq \frac{1}{3}.$$

$$\text{Ta có } P = \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)} = \frac{1+a^2b^2+a^2+b^2}{a(a+b)} \geq \frac{2ab+a^2+b^2}{a(a+b)} = \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} \geq 4.$$

$$\text{Vậy } \min P = 4 \text{ khi } \begin{cases} ab = 1 \\ \frac{b}{a} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}.$$

Câu 17. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Xét tất cả các số thực dương x, y thỏa mãn

$$\frac{x+y}{10} + \log\left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2y}\right) = 1 + 2xy. \text{ Khi biểu thức } \frac{4}{x^2} + \frac{1}{y^2} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất, tích } xy \text{ bằng}$$

A. $\frac{9}{200}$.

B. $\frac{1}{64}$.

C. $\frac{9}{100}$.

D. $\frac{1}{32}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \frac{x+y}{10} + \log\left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2y}\right) = 1 + 2xy$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+y}{10} + \log\left(\frac{x+y}{2xy}\right) = 1 + 2xy$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+y}{10} + \log(x+y) - 1 = 2xy + \log(2xy)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+y}{10} + \log\left(\frac{x+y}{10}\right) = 2xy + \log(2xy) \quad (1)$$

Xét hàm số: $f(t) = t + \log t \quad (t > 0)$

$f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 10} > 0, \forall t > 0$ nên hàm số f đồng biến trên $(0; +\infty)$

Vậy (1): $f\left(\frac{x+y}{10}\right) = f(2xy) \Leftrightarrow \frac{x+y}{10} = 2xy \Leftrightarrow y = \frac{x}{20x-1}$.

Ta có: $\frac{4}{x^2} + \frac{1}{y^2} = \frac{4}{x^2} + \frac{(20x-1)^2}{x^2} = \frac{400x^2 - 40x + 5}{x^2} = 400 - \frac{40}{x} + \frac{5}{x^2} = 5\left(\frac{1}{x} - 4\right)^2 + 320 \geq 320$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{1}{4}; y = \frac{1}{16} \Rightarrow xy = \frac{1}{64}$.

Câu 18. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho phương trình $\log_{2+\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}+x) + (m^2-2)\log_{2-\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}-x) - 1 = 0$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn

$$\frac{\sqrt{x_1^2+1}-x_1}{\sqrt{x_2^2+1}+x_2} = 7+4\sqrt{3}. \text{ Tính các phần tử của } S \text{ bằng}$$

A. -4.

B. 4.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 1$ và $\sqrt{x^2+1}-x = \frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x} = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$.

$$\log_{2+\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}+x) + (m^2-2)\log_{2-\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}-x) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}+x) - (m^2-2)\log_{2+\sqrt{3}}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\right) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{2+\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}+x) + (m^2-2)\log_{2+\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}+x) - 1 = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = \log_{2+\sqrt{3}}(\sqrt{x^2+1}+x) \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}+x = (2+\sqrt{3})^t$, ta có

$$t' = \frac{1}{(\sqrt{x^2+1}+x)\ln(2+\sqrt{3})} \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + 1\right) = \frac{1}{\ln(2+\sqrt{3})\sqrt{x^2+1}} > 0; \forall x.$$

Khi đó phương trình (*) đã cho trở thành: $t^2 + (m^2-2)t - 1 = 0$.

Yêu cầu bài toán tương đương: Phương trình $t^2 + (m^2-2)t - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $t_1; t_2$

thỏa mãn $\frac{1}{(2+\sqrt{3})^{t_1}(2+\sqrt{3})^{t_2}} = 7+4\sqrt{3} \Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{-(t_1+t_2)} = (2+\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow t_1+t_2 = -2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 2-m^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m^2-2)^2 + 4 > 0 \\ m = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

Vậy $S = \{-2; 2\}$. Tích các phần tử của S là: -4 .

- Câu 19. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021)** Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a.4^x - b.2^x + 50 = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $9^x - b.3^x + 50a = 0$ (2) có hai nghiệm x_3, x_4 thỏa mãn điều kiện $x_3 + x_4 > x_1 + x_2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = 3a + 4b$.
- A.** 109. **B.** 51. **C.** 49. **D.** 87.

Lời giải

Chọn A

Đặt $u = 2^x > 0$ thì phương trình (1) trở thành $au^2 - bu + 50 = 0$ (3). Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 tương đương phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt dương u_1, u_2 ,

$$\text{nghĩa là } \begin{cases} b^2 - 200a > 0 \\ \frac{b}{a} > 0 \\ \frac{50}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow b^2 > 200a \text{ (vì } a, b \text{ là số nguyên dương).}$$

Đặt $v = 3^x > 0$ thì phương trình (2) trở thành $v^2 - b.v + 50a = 0$ (4). Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 tương đương với phương trình (4) có hai nghiệm phân biệt dương v_3, v_4 ,

$$\text{nghĩa là } \begin{cases} b^2 - 200a > 0 \\ b > 0 \\ 50a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow b^2 > 200a \text{ (vì } a, b \text{ là số nguyên dương).}$$

Ta có $x_3 + x_4 > x_1 + x_2 \Leftrightarrow \log_3 v_3 + \log_3 v_4 > \log_2 u_1 + \log_2 u_2 \Leftrightarrow \log_3 (v_3 v_4) > \log_2 (u_1 u_2)$

$$\Leftrightarrow \log_3 (50a) > \log_2 \left(\frac{50}{a} \right) \Leftrightarrow \log_3 a + \log_2 a > \log_2 50 - \log_3 50 \approx 2,08.$$

Mặt khác hàm số $f(a) = \log_3 a + \log_2 a$ ($a > 0$) là hàm số tăng, $f(2) \approx 1,63$ và $f(3) \approx 2,58$ nên $a \geq 3$. Từ đó ta có $b^2 > 200a \geq 600 \Rightarrow b \geq 25$. Vậy $\min S = 3.3 + 4.25 = 109$.

- Câu 20. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021)** Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 [(x+1)(y+1)]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + 2y$ là
- A.** $P_{\min} = \frac{11}{2}$. **B.** $P_{\min} = \frac{25}{7}$. **C.** $P_{\min} = -5 + 6\sqrt{3}$. **D.** $P_{\min} = -3 + 6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Với $x, y > 0$ ta có:

$$\log_3 [(x+1)(y+1)]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1) \Leftrightarrow (y+1) \log_3 [(x+1)(y+1)] = 9 - (x-1)(y+1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x+1) + \log_3 (y+1) = \frac{9}{y+1} - x + 1 \Leftrightarrow \log_3 (x+1) + (x+1) = 2 - \log_3 (y+1) + \frac{9}{y+1}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x+1) + (x+1) = \log_3 \frac{9}{y+1} + \frac{9}{y+1} \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$.

$$\text{Ta có: } f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0.$$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\text{Khi đó: } (1) \Leftrightarrow f(x+1) = f\left(\frac{9}{y+1}\right) \Leftrightarrow x+1 = \frac{9}{y+1}.$$

Từ đó suy ra $P = x + 2y = x + 1 + 2y - 1 = \frac{9}{y+1} + 2(y+1) - 3 \geq 2\sqrt{\frac{9}{y+1} \cdot 2(y+1)} - 3 = -3 + 6\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{9}{y+1} = 2(y+1) \Leftrightarrow (y+1)^2 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow y = \frac{3\sqrt{2}}{2} - 1 \Rightarrow x = \frac{-25 + 27\sqrt{2}}{7}$ (thỏa mãn điều kiện $x, y > 0$).

Vậy $P_{\min} = -3 + 6\sqrt{2}$ khi $x = \frac{-25 + 27\sqrt{2}}{7}$; $y = \frac{3\sqrt{2}}{2} - 1$.

Câu 21. (THPT Nguyễn Tất Thành - Hà Nội - 2021) Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn

$$\frac{\ln x}{x+1} + \frac{1}{x} > \frac{\ln x}{x-1} + \frac{m}{x}, \forall x > 0, x \neq 1?$$

A. 2.

B. 1.

C. Vô số.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Với $x > 0, x \neq 1$ ta có:

$$\frac{\ln x}{x+1} + \frac{1}{x} > \frac{\ln x}{x-1} + \frac{m}{x} \Leftrightarrow \frac{m}{x} < \ln x \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right) + \frac{1}{x} \Leftrightarrow m < -2 \frac{x \ln x}{x^2 - 1} + 1 = f(x)$$

* Xét hàm số: $f(x) = -2 \frac{x \ln x}{x^2 - 1} + 1$ với $x > 0, x \neq 0$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 2 \cdot \frac{x^2 \ln x + \ln x + 1 - x^2}{(x^2 - 1)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 \ln x + \ln x + 1 - x^2 = 0 \quad (1).$$

Xét hàm số $g(x) = x^2 \ln x + \ln x + 1 - x^2$ với $x > 0$

$$\text{Đạo hàm } g'(x) = 2x \ln x + \frac{1}{x} - x$$

$$g''(x) = 2 \ln x + 1 - \frac{1}{x^2}.$$

$$g'''(x) = \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} > 0, \forall x > 0 \Rightarrow \text{Hàm số } g''(x) \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

Từ đó suy ra phương trình $g''(x) = 0$ nếu có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất.

Lại có $g''(1) = 0$. Suy ra phương trình $g''(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = g'(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$g''(x)$		0	+
$g'(x)$		0	

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $g'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$		0	

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $g(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 1$.

Giới hạn:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(1 - 2 \cdot \frac{\ln x}{x-1} \cdot \frac{x}{x+1} \right) = 1 - 2 \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\ln x}{x-1} \cdot \frac{x}{x+1} \right) = 1 - 1 = 0.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$		0	

Bất phương trình $m < f(x)$ nghiệm đúng $\forall x > 0, x \neq 1 \Leftrightarrow m \leq 0$.

Vậy có vô số các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 22. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Cho hai số thực $a; b$ thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$ và

biểu thức $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4a^3} \right) + 12 \log_{\frac{2}{a}} a$ có giá trị nhỏ nhất. Tỷ số $\frac{b}{a}$ bằng:

A. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

C. $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $4b^3 - 3b + 1 = (2b-1)^2(b+1) \geq 0 \forall b \in \left(\frac{1}{3}; 1\right) \Rightarrow \frac{3b-1}{4} \leq b^3$

$\Rightarrow \log_a \left(\frac{3b-1}{4} \right) \geq \log_a b^3 = 3 \log_a b$ (Do $a \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$)

Từ gt $\Rightarrow \log_a b > 1$

Khi đó $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4a^3} \right) + 12 \log_{\frac{2}{a}} a = \log_a \left(\frac{3b-1}{4} \right) - \log_a a^3 + \frac{12}{\log_a \left(\frac{b}{a} \right)} =$

$\geq 3 \log_a b - 3 + \frac{12}{(\log_a b - 1)^2} = \frac{3}{2}(\log_a b - 1) + \frac{3}{2}(\log_a b - 1) + \frac{12}{(\log_a b - 1)^2}$

$\geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{2}(\log_a b - 1) \cdot \frac{3}{2}(\log_a b - 1) \cdot \frac{12}{(\log_a b - 1)^2}} = 9$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}(\log_a b - 1) = \frac{12}{(\log_a b - 1)^2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = 3 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a^3 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy $\frac{b}{a} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$.

Câu 23. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng:

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{9}{8}$. C. 9. D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: $x^2 + 2y^2 > 1$, bất phương trình trở thành

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \geq x^2+2y^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(y\sqrt{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \leq \frac{9}{8}$$

$$\text{Khi đó } T = 2(x-1) + \frac{1}{\sqrt{2}}\left(y\sqrt{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{9}{4} \leq \sqrt{\left(4 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left[(x-1)^2 + \left(y\sqrt{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2\right]} + \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow T \leq \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{9}{8}} + \frac{9}{4} \Leftrightarrow T \leq \frac{9}{2}$$

$$\text{Vậy } T_{\max} = \frac{9}{2} \text{ khi } x = 2; y = \frac{1}{2}.$$

Trường hợp 2: $x^2 + 2y^2 < 1$, bất phương trình trở thành

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \leq x^2+2y^2 < 1 \Rightarrow T < 1 \Rightarrow \text{trường hợp này không xảy ra.}$$

Câu 24. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $1 > a > b > \frac{1}{4}$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a\left(b - \frac{1}{4}\right) - \log_{\frac{a}{b}}\sqrt{b}$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $\left(4; \frac{11}{2}\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; 4\right)$. D. $\left(1; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_{\frac{a}{b}}\sqrt{b} = \frac{1}{\log_{\sqrt{b}}\frac{a}{b}} = \frac{1}{\log_{\sqrt{b}}a - \log_{\sqrt{b}}b} = \frac{1}{2(\log_b a - 1)} = \frac{1}{\frac{2}{\log_a b} - 2}.$$

$$\text{Đặt } t = \log_a\left(b - \frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow b - \frac{1}{4} = a^t \Leftrightarrow b = \frac{1}{4} + a^t.$$

Áp dụng BĐT Cô si ta có $\frac{1}{4} + a^t \geq 2\sqrt{\frac{1}{4} \cdot a^t} = a^{\frac{t}{2}}$, dấu bằng xảy ra khi chỉ khi $a^t = \frac{1}{4}$, do vậy ta

được $b \geq a^{\frac{t}{2}}$ lấy logarit cơ số $a < 1$ hai vế này ta có $\log_a b \leq \log_a a^{\frac{t}{2}} \Leftrightarrow \log_a b \leq \frac{t}{2}$.

Do $\frac{1}{4} < b < a < 1$ nên $\frac{t}{2} \geq \log_a b$ suy ra $t > 2$.

$$\text{Từ đây ta được } P = \log_a\left(b - \frac{1}{4}\right) - \log_{\frac{a}{b}}\sqrt{b} \geq t + \frac{1}{2 - \frac{4}{t}} = t + \frac{t}{2t - 4} = g(t) \text{ với } t > 2.$$

$$\text{Xét hàm số } g(t) = t + \frac{t}{2t - 4} \text{ có } g'(t) = 1 - \frac{4}{(2t - 4)^2},$$

$$\text{suy ra } g'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(2t-4)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(t) = t + \frac{t}{2t-4}$

t	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$g'(t)$			0	
$g(t)$		$+\infty$	$\frac{9}{2}$	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{9}{2}$.

Câu 25. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = (e^{2x} - 4e^x - m)^2$ xét trên đoạn $[0; \ln 4]$ thỏa mãn $\max f(x) \geq 3 \min f(x)$?

A. 14.

B. 15.

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = e^{2x} - 4e^x$, $x \in [0; \ln 4]$

Ta có $t' = 2e^{2x} - 4e^x = 0 \Leftrightarrow x = \ln 2$

x	0	$\ln 2$	$\ln 4$
t'		0	
t	-3	-4	0

Do đó, $t \in [-4; 0]$

Khi đó $f(t) = (t - m)^2$

t	$-\infty$	m	$+\infty$
$f'(t)$		0	
$f(t)$	$+\infty$	0	$+\infty$

+/- Nếu $m \geq 0$:

$$\min_{[0; \ln 4]} f(x) = \min_{[-4; 0]} f(t) = f(0) = m^2$$

$$\max_{[0; \ln 4]} f(x) = \max_{[-4; 0]} f(t) = f(-4) = (m+4)^2$$

$$\text{Khi đó: } \max f(x) \geq 3 \min f(x) \Leftrightarrow (m+4)^2 \geq 3m^2 \Leftrightarrow 2m^2 - 8m - 16 \leq 0 \Leftrightarrow 2 - 2\sqrt{3} \leq m \leq 2 + 2\sqrt{3}$$

Kết hợp điều kiện suy ra $0 \leq m \leq 2 + 2\sqrt{3}$. Nên có 6 giá trị m nguyên.

+/- Nếu $-4 < m < 0$:

$$\min_{[0; \ln 4]} f(x) = \min_{[-4; 0]} f(t) = f(m) = 0$$

$$\max_{[0; \ln 4]} f(x) = \max_{[-4; 0]} f(t) = \max \{f(-4), f(0)\} = \max \{(m+4)^2, m^2\} = (m+4)^2$$

Khi đó: $\max f(x) \geq 3 \min f(x) \Leftrightarrow (m+4)^2 \geq 0$ (luôn đúng)

Kết hợp điều kiện suy ra $-4 < m < 0$. Nên có 3 giá trị m nguyên.

+/- Nếu $m \leq -4$:

$$\min_{[0; \ln 4]} f(x) = \min_{[-4; 0]} f(t) = f(-4) = (m+4)^2$$

$$\max_{[0; \ln 4]} f(x) = \max_{[-4; 0]} f(t) = f(0) = m^2$$

Khi đó:

$$\max f(x) \geq 3 \min f(x) \Leftrightarrow m^2 \geq 3(m+4)^2 \Leftrightarrow 2m^2 + 24m + 48 \leq 0 \Leftrightarrow -6 - 2\sqrt{3} \leq m \leq -6 + 2\sqrt{3}$$

Kết hợp điều kiện suy ra $-6 - 2\sqrt{3} \leq m \leq -4$. Nên có 6 giá trị m nguyên.

Vậy có 15 giá trị nguyên của m cần tìm.

Câu 26. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Có bao nhiêu số nguyên y nằm trong khoảng $(-2021; +\infty)$ sao cho với mỗi giá trị của y tồn tại nhiều hơn hai số thực x thỏa mãn $x^2 + y + (x^2 - x) \cdot 2020^{x+y} = (2x^2 - x + y) \cdot 2020^{x-x^2}$?

A. 2020.

B. 2019.

C. 2021.

D. 2022.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } x^2 + y + (x^2 - x) \cdot 2020^{x+y} = (2x^2 - x + y) \cdot 2020^{x-x^2}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y) \cdot 2020^{x^2-x} + (x^2 - x) \cdot 2020^{x^2+y} = 2x^2 - x + y$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y) \cdot (2020^{x^2-x} - 1) + (x^2 - x) \cdot (2020^{x^2+y} - 1) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Nếu } (x^2 + y)(x^2 - x) \neq 0 \text{ thì } (1) \Leftrightarrow \frac{2020^{x^2-x} - 1}{x^2 - x} + \frac{2020^{x^2+y} - 1}{x^2 + y} = 0 \quad (2)$$

Dễ thấy vế trái của (2) luôn dương nên suy ra (1) không xảy ra.

$$\text{Do đó } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x^2 + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x^2 = -y \end{cases}$$

Với $y = -1$ thì có ba giá trị x thỏa mãn đề bài.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow -y > 0 \Leftrightarrow y < 0$$

Do y nguyên nằm trong khoảng $(-2021; +\infty)$ nên $y \in \{-2020; -2019; \dots; -1\}$.

Vậy có 2020 số nguyên y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Cho phương trình $2 \log_3 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}-1} + 2(\sqrt{2x+1} - |y|) - 3^{2|y|} + 2x = 0$. Với các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn phương trình

trên, giá trị nhỏ nhất của $T = \frac{1}{3}\sqrt{2x+1}(2x+4) + 2x + \frac{7}{3} - 2 \cdot 3^{2|y|}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-4; -2)$.

B. $(-11; -9, 5)$.

C. $(-6; -4)$.

D. $(-9, 5; -8)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > 0$.

$$\text{Ta có } 2 \log_3 \frac{6x}{\sqrt{2x+1}-1} + 2(\sqrt{2x+1} - |y|) - 3^{2|y|} + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_3 (3(\sqrt{2x+1} + 1)) + 2\sqrt{2x+1} - 2|y| - 3^{2|y|} + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 + 2 \log_3 (\sqrt{2x+1} + 1) + 2\sqrt{2x+1} - 2|y| - 3^{2|y|} + 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3\left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2 + 2x + 2 + 2\sqrt{2x+1} = 2|y| + 3^{2|y|}$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3\left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2 + \left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2 = \log_3 3^{2|y|} + 3^{2|y|} \quad (1)$$

Xét hàm số $y = f(t) = \log_3 t + t \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$.

Suy ra hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$\text{Từ (1)} \Leftrightarrow f\left(\left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2\right) = f\left(3^{2|y|}\right) \Leftrightarrow \left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2 = 3^{2|y|}.$$

$$\text{Do đó } T = \frac{1}{3}\sqrt{2x+1}(2x+4) + 2x + \frac{7}{3} - 2 \cdot 3^{2|y|} = \frac{1}{3}\sqrt{2x+1}(2x+4) + 2x + \frac{7}{3} - 2 \cdot \left(\sqrt{2x+1}+1\right)^2.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2x+1} > 1 \Rightarrow 2x = t^2 - 1.$$

$$\text{Suy ra } T = \frac{1}{3}t(t^2 - 1 + 4) + t^2 - 1 + \frac{7}{3} - 2(t+1)^2 = \frac{1}{3}t^3 - t^2 - 3t - \frac{2}{3}.$$

$$\text{Có } T' = t^2 - 2t - 3 \Rightarrow T' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

t	-1	1	3	$+\infty$	
T'	0		-	0	+
T			$-\frac{13}{3}$		$+\infty$
				$-\frac{29}{3}$	

Từ bảng biến thiên suy ra $\min T = -\frac{29}{3} \approx -9,67 \in (-11; -9,5)$.

Câu 28. (Sở Lào Cai - 2021) Cho số thực dương x bất kỳ và số thực dương $y \neq 1$ thỏa mãn $x^{\ln y - 1} \cdot y^{\sqrt{4 - \ln^2 x}} = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $\log_y x$. Giá trị $M \cdot m$ bằng

A. $4\sqrt{2}$.

B. $-4\sqrt{2}$.

C. 4.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } 4 - \ln^2 x \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{e^2} \leq x \leq e^2$$

Từ giả thiết ta có

$$x^{\ln y - 1} \cdot y^{\sqrt{4 - \ln^2 x}} = 1 \Leftrightarrow \log_y \left(x^{\ln y - 1} \cdot y^{\sqrt{4 - \ln^2 x}} \right) = 0 \Leftrightarrow (\ln y - 1) \log_y x + \sqrt{4 - \ln^2 x} = 0 \quad (*)$$

Xét $x = 1$ ta có $\begin{cases} VT = 2 \\ VP = 0 \end{cases}$ không thỏa mãn.

$$\text{Xét } \begin{cases} e^{-2} \leq x \leq e^2 \\ x \neq 1 \end{cases} (*) \Leftrightarrow \log_y x \cdot \left(\frac{\ln x}{\log_y x} - 1 \right) + \sqrt{4 - \ln^2 x} = 0 \Leftrightarrow \ln x - \log_y x + \sqrt{4 - \ln^2 x} = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_y x = \ln x + \sqrt{4 - \ln^2 x}.$$

Xét hàm số $g(x) = \ln x + \sqrt{4 - \ln^2 x}$ trên $D = [e^{-2}; e^2] \setminus \{1\}$.

$$g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x\sqrt{4 - \ln^2 x}}, \quad g'(x) = 0 \Rightarrow x = e^{\sqrt{2}} \Rightarrow g(e^{\sqrt{2}}) = 2\sqrt{2}.$$

Ta có BBT

x	e^{-2}	1	$e^{\sqrt{2}}$		e^2
$g'(x)$		+	0	-	
$g(x)$	-2	2	$2\sqrt{2}$		2

Do đó $M = 2\sqrt{2}$, $m = -2$. Vậy $M.m = -4\sqrt{2}$.

Câu 29. (Sở Lào Cai - 2021) Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình $e^{e^{2x}-a} - 2x - a = 0$ có nhiều nghiệm nhất?

A. $a \geq 0$.

B. $a > 1$.

C. $a < e$.

D. $a \geq -1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương với: $e^{e^{2x}-a} - 2x - a = 0$

$$\text{Đặt } t = e^{2x} - a, \text{ ta có hệ: } \begin{cases} e^t - 2x - a = 0 \\ e^{2x} - t - a = 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } e^t + t = e^{2x} + 2x \quad (*)$$

Xét hàm số $f(u) = e^u + u$, ta có: $f'(u) = e^u + 1 > 0 \quad \forall u \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } (*) \Leftrightarrow f(t) = f(2x) \Leftrightarrow t = 2x$$

$$\text{Với } t = 2x, \text{ suy ra: } a = e^{2x} - 2x.$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = e^{2x} - 2x, \quad g'(x) = 2e^{2x} - 2.$$

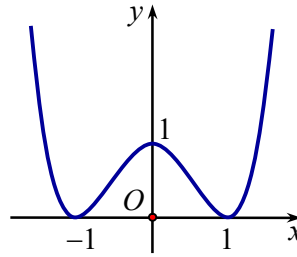
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2e^{2x} - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có nhiều nghiệm nhất bằng 2 khi $a > 1$.

Câu 30. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho hàm số bậc 4 có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m và $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình $\log \frac{f(x)}{mx^2} + x[f(x) - mx] = mx^3 - f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?



A. 2022.

B. 2020.

C. 2019.

D. 2021.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \frac{f(x)}{mx^2} > 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \notin \{-1; 0; 1\}.$$

$$\text{Xét: } \log \frac{f(x)}{mx^2} + x[f(x) - mx] = mx^3 - f(x)$$

$$\Leftrightarrow \log f(x) + \log(x+1) + xf(x) + f(x) = \log mx^2 + \log(x+1) + mx^3 + mx^2$$

$$\Leftrightarrow \log[(x+1)f(x)] + (x+1)f(x) = \log[mx^2(x+1)] + mx^2(x+1).$$

$$\text{Điều kiện bổ sung: } x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1.$$

$$\text{Xét hàm số } g(t) = \log t + t \text{ trên } (0; +\infty), \text{ khi đó: } g'(t) = \frac{1}{t \ln 10} + 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty).$$

Suy ra: g là hàm tăng trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Khi đó: } (x+1)f(x) = mx^2(x+1) \Leftrightarrow f(x) = mx^2.$$

Dựa vào đồ thị, để hàm số $y = f(x)$ và $y = mx^2$ cắt nhau có 2 điểm có hoành độ dương thì $m > 0$.

Kết hợp với đề bài: $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2021; 2021]$, ta được 2021 giá trị của m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 31. (Sở Yên Bái - 2021) Biết điều kiện cần và đủ của tham số m để phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}^2(x+2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x+2} - 8m + 4 = 0 \quad \text{có nghiệm thuộc } \left[-\frac{3}{2}; 6\right] \quad \text{là}$$

$$m \in (-\infty; a] \cup [b; +\infty). \text{ Tính giá trị biểu thức } T = a + b.$$

$$\text{A. } T = -\frac{8}{3}.$$

$$\text{B. } T = -\frac{22}{3}.$$

$$\text{C. } T = \frac{8}{3}.$$

$$\text{D. } T = \frac{22}{3}.$$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2.$$

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}^2(x+2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x+2} - 8m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\log_{\frac{1}{2}}^2(x+2) - 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x+2) - 8m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}^2(x+2) - (m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x+2) - 2m + 1 = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = \log_{\frac{1}{2}}(x+2), \text{ với } x \in \left[-\frac{3}{2}; 6\right] \Rightarrow t \in [-3; 1].$$

$$\text{Phương trình (1) trở thành } t^2 - (m-5)t - 2m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - mt + 5t - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow m(t+2) = t^2 + 5t + 1$$

$$\text{Nhận thấy } t = -2 \text{ không là nghiệm nên } \frac{t^2 + 5t + 1}{t+2} = m \quad (2).$$

$$\text{Xét hàm số } y(t) = \frac{t^2 + 5t + 1}{t+2} \text{ trên } [-3; 1].$$

Ta có $y'(t) = \frac{t^2 + 4t + 9}{(t+2)^2} > 0, \forall t \in [-3; 1] \setminus \{-2\}$.

Bảng biến thiên :

t	-3	-2	1
$y'(t)$	+		+
$y(t)$	5	$+\infty$	$\frac{7}{3}$

Để phương trình ban đầu có nghiệm thuộc $\left[-\frac{3}{2}; 6\right] \Rightarrow$ Phương trình (2) có nghiệm thuộc đoạn $[-3; 1]$.

Suy ra $m \in \left(-\infty; \frac{7}{3}\right] \cup [5; +\infty)$.

- Câu 32. (Sở Tuyên Quang - 2021)** Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{2}\log_2 a = \log_2 \frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4a^3 + b^3 - 4\log_2(4a^3 + b^3)$ được viết dưới dạng $x - y\log_2 z$, với $x, y, z > 2$ là các số nguyên, z là số lẻ. Tổng $x + y + z$ bằng
- A.** 11. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Do a, b là các số thực dương và $\frac{1}{2}\log_2 a = \log_2 \frac{2}{b} \Leftrightarrow \log_2 \sqrt{a} = \log_2 \frac{2}{b} \Leftrightarrow ab^2 = 4$.

Đặt $t = 4a^3 + b^3 = 4a^3 + \frac{b^3}{2} + \frac{b^3}{2} \geq 3\sqrt[3]{a^3 b^6} = 3ab^2 = 12$.

Khi đó $P = 4a^3 + b^3 - 4\log_2(4a^3 + b^3) = t - 4\log_2 t = f(t)$.

Ta có $f'(t) = 1 - \frac{4}{t \ln 2} > 0, \forall t \geq 12$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(t)$ là $f(12) = 12 - 4\log_2 12 = 12 - 4(2 + \log_2 3) = 4 - 4\log_2 3$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4a^3 + b^3 - 4\log_2(4a^3 + b^3)$ là $4 - 4\log_2 3$.

Từ đó ta có $x = y = 4, z = 3$. Tổng $x + y + z$ bằng 11.

- Câu 33. (Sở Yên Bái - 2021)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_3 \frac{x^2 - 4x + m}{x^2 + x + 2} \leq 2x^2 + 7x + 7 - m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 5]$?

A. 11.

B. 10.

C. 9.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2 - 4x + m > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 > 4 - m$. (1)

Với mọi $x \in [1; 5]$, suy ra: $1 \leq x \leq 5 \Leftrightarrow -1 \leq x-2 \leq 3 \Rightarrow 0 \leq (x-2)^2 \leq 9$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $4 - m < 0 \Leftrightarrow m > 4$ (*).

Ta có $\log_3 \frac{x^2 - 4x + m}{x^2 + x + 2} \leq 2x^2 + 7x + 7 - m$

$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 4x + m) - \log_3(x^2 + x + 2) \leq 2x^2 + 7x + 7 - m$

$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 4x + m) + x^2 - 4x + m \leq \log_3(x^2 + x + 2) + 3(x^2 + x + 2)$. (**)

Xét hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ trên $(0; +\infty)$, ta có:

$f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln t} > 0 \quad \forall t \in (0; +\infty)$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Ta có: $(**) \Leftrightarrow f(x^2 - 4x + m) \leq f(3x^2 + 3x + 6)$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + m \leq 3x^2 + 3x + 6$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 7x + 6 \geq m \quad (3).$$

Ta tìm điều kiện để bất phương trình (3) nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 5]$.

Xét hàm số $g(x) = 2x^2 + 7x + 6$ là hàm số bậc hai đồng biến trên $\left(-\frac{7}{4}; +\infty\right)$ nên đồng biến trên đoạn $x \in [1; 5]$, suy ra: $g(x) \geq g(1) = 15$.

Suy ra (3) nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 5] \Leftrightarrow m \leq \min_{[1; 5]} g(x) = g(1) = 15$.

Kết hợp điều kiện (*), suy ra $m \in \{5; 6; \dots; 14; 15\}$. Có 11 giá trị nguyên của m .

Câu 34. (THPT Thanh Chương 1- Nghệ An - 2021) Cho ; là các số thực dương thỏa mãn . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

bằng:

A. .

B. .

C. .

D. .

Lời giải

Chọn C

Ta có:

Xét hàm số

trên

Hàm số

đồng biến trên

Do đó

Khi đó:

Xét hàm số

trên

Ta có: ; ;

Câu 35. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Xét các số thực x, y thỏa mãn $5^{(x+y)^2} + 25^{xy}(x^2 + y^2 - 1 - xy) - 5^{3xy+1} = 0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^4 + y^4 - x^2y^2$. Khi đó $3m + 2M$ bằng

- A. $3m + 2M = 1$. B. $3m + 2M = \frac{7}{3}$. C. $3m + 2M = \frac{10}{3}$. D. $3m + 2M = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$5^{(x+y)^2} + 25^{xy}(x^2 + y^2 - 1 - xy) - 5^{3xy+1} = 0 \Leftrightarrow 5^{(x+y)^2 - 2xy} - 5^{xy+1} = -(x^2 + y^2) + (xy + 1)$$

$$\Leftrightarrow 5^{x^2 + y^2} + x^2 + y^2 = 5^{xy+1} + (xy + 1) \quad (1).$$

Xét hàm số $y = 5^t + t$ trên $[0; +\infty)$ có $y' = 5^t \ln 5 + 1 > 0, \forall t \in [0; +\infty)$.

$$\text{Phương trình (1)} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = xy + 1 \Rightarrow 2xy \leq xy + 1 = (x + y)^2 - 2xy \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq xy \leq 1.$$

$$\text{Ta có: } P = (x^2 + y^2)^2 - 3x^2y^2 = (xy + 1)^2 - 3x^2y^2 = -2(xy)^2 + 2xy + 1.$$

Xét hàm số $y = -2t^2 + 2t + 1$ trên $\left[-\frac{1}{3}; 1\right]$ có $y' = -4t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

$$\text{Ta có: } y\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}, y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}, y(1) = 1 \text{ suy ra } m = \frac{1}{9} \text{ và } M = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } 3m + 2M = 3 \cdot \frac{1}{9} + 2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{10}{3}.$$

Câu 36. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Cho các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{x-1} = b^y = \sqrt[3]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 4y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

- A. $(7; 9]$. B. $(11; 13)$. C. $(1; 2)$. D. $[5; 7)$.

Lời giải

Chọn A

$$a^{x-1} = b^y = \sqrt[3]{ab} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = y \cdot \log_a b \\ y = \frac{1}{3} \cdot (1 + \log_b a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_a b = \frac{x-1}{y} \\ \log_a b = \frac{1}{3y-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{x-1}{y} = \frac{1}{3y-1} \Leftrightarrow x = \frac{4y-1}{3y-1}$$

Vì $a > 1, b > 1$ nên $\log_a b > 0$. Suy ra $y > \frac{1}{3}$.

$$P = 3x + 4y = 3 \cdot \frac{4y-1}{3y-1} + 4y = \frac{12y^2 + 8y - 3}{3y-1}$$

Xét hàm số $f(y) = \frac{12y^2 + 8y - 3}{3y-1}; y > \frac{1}{3}$

$$f'(y) = \frac{36y^2 - 24y + 1}{(3y-1)^2} = 0 \Leftrightarrow y = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{6}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{2-\sqrt{3}}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2+\sqrt{3}}{6}$	$+\infty$
$f'(x)$	/ + 0 - -				
$f(x)$	$-\infty$ $-\infty$ $+\infty$ $f\left(\frac{2+\sqrt{3}}{6}\right)$ $+\infty$				

Từ bảng biến thiên, suy ra $P_{\min} = f\left(\frac{2+\sqrt{3}}{6}\right) \approx 7,64$.

Câu 37. (THPT Đào Duy Từ - Hà Nội - 2021) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x^2+1) > \log_5(x^2+4x+m)-1$

A. $m \in [-12;13]$. **B.** $m \in [-13;12]$. **C.** $m \in [-13;-12]$. **D.** $m \in [12;13]$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}
 & \log_5(x^2+1) > \log_5(x^2+4x+m)-1 \\
 \Leftrightarrow & \log_5(x^2+1)+1 > \log_5(x^2+4x+m) \\
 \Leftrightarrow & \log_5(5x^2+5) > \log_5(x^2+4x+m) \\
 \Leftrightarrow & \begin{cases} 5x^2+5 > x^2+4x+m \\ x^2+4x+m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2-4x+5-m > 0 \\ x^2+4x+m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4x^2-4x+5 \\ m > -x^2-4x \end{cases} (*)
 \end{aligned}$$

Vì khoảng $(2;3)$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình nên $(*)$ trở thành

$$\begin{cases} m < 4x^2-4x+5, & \forall x \in (2;3) & (1) \\ m > -x^2-4x, & \forall x \in (2;3) & (2) \end{cases}$$

Đặt $f(x) = 4x^2 - 4x + 5 \Rightarrow f'(x) = 8x - 4, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

x	2	3
$f'(x)$	+	
$f(x)$	13	29

Dựa vào bảng biến thiên ta có $(1) \Leftrightarrow m \geq 13$

Đặt $g(x) = -x^2 - 4x \Rightarrow g'(x) = -2x - 4, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$

x	2	3
$g'(x)$	-	
$g(x)$	-12	-21

Dựa vào bảng biến thiên ta có $(2) \Leftrightarrow m \geq -12$

Vậy (*) $\Leftrightarrow -12 \leq m \leq 13$. Chọn đáp án A

- Câu 38. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Có bao nhiêu số nguyên $x \in [-2021; 2021]$ để ứng với mỗi x có tối thiểu 64 số nguyên y thỏa mãn $\log_3 \sqrt{x^4 + y} \geq \log_2 (x + y)$?
- A. 3990. B. 3992. C. 3988. D. 3989.

Lời giải

Chọn A

♦ Xét bất phương trình $\log_3 \sqrt{x^4 + y} \geq \log_2 (x + y)$ (1)

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x^4 + y > 0 \\ x + y > 0 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y \geq 1 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}.$$

Đặt $t = x + y$ ta được $t \geq 1$. Bất phương trình (1) trở thành $\log_3 \sqrt{x^4 + t - x} \geq \log_2 t$ (2)

Với mỗi $(x \in \mathbb{Z})$ có tối thiểu 64 $(y \in \mathbb{Z})$ thỏa (1) nên có tối thiểu 64 số nguyên $t (t \geq 1)$ thỏa (2).

♦ Xét hàm số $y = f(t) = \log_3 \sqrt{x^4 + t - x} - \log_2 t = \frac{1}{2} \log_3 (x^4 + t - x) - \log_2 t$,

$$\text{vì } f'(t) = \frac{1}{2(x^4 + t - x) \ln 3} - \frac{1}{t \ln 2} < 0, \forall x, \forall t \geq 1 \text{ nên } f(t) \text{ nghịch biến trên } [1; +\infty).$$

♦ Ta nhận thấy $x^4 - x + 1 = x(x-1)(x^2 + x + 1) + 1 \geq 1$, do đó $\log_3 (x^4 - x + 1) \geq \log_3 1 = 0$.

Do đó phương trình (2) luôn nhận nghiệm $t = 1, \forall x \in \mathbb{Z}$.

Suy ra để mỗi $(x \in \mathbb{Z})$ có tối thiểu 64 $(y \in \mathbb{Z})$ thì

$$f(64) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_3 (x^4 - x + 64) - \log_2 64 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 - x + 64 \geq 3^{12} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 27 \\ x \leq -27 \end{cases} \text{ (do } x \in \mathbb{Z}).$$

Kết hợp $x \in [-2021; 2021]$ ta được $x \in [-2021; -27] \cup [27; 2021]$.

Vậy có 3990 số nguyên $x \in [-2021; 2022]$ thỏa mãn.

- Câu 39. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021)** Cho bất phương trình $3^{\frac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2}} + 3^{\frac{2}{\sqrt{x^2-2x+m-2}}} > \frac{10}{3}$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 2]$.

- A. 15. B. 9. C. 10. D. 11.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét phương trình } 3^{\frac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2}} + 3^{\frac{2}{\sqrt{x^2-2x+m-2}}} > \frac{10}{3}.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2} \Rightarrow \forall t \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}, \text{ bất phương trình trở thành } 3^t + 3^{\frac{1}{t}} > \frac{10}{3}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 3^x + 3^{\frac{1}{x}}, \forall x \in (-\infty; 1] \setminus \{0\}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$		$+\infty$	$\frac{10}{3}$

Từ bảng biến thiên suy ra

$$3^t + 3^{-t} > \frac{10}{3} \Leftrightarrow -1 < t < 0 \Leftrightarrow -1 < \frac{2 - \sqrt{x^2 - 2x + m}}{2} < 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - x^2 + 2x < m < 16 - x^2 + 2x \Leftrightarrow \max_{x \in [0; 2]} (4 - x^2 + 2x) < m < \min_{x \in [0; 2]} (16 - x^2 + 2x) \Leftrightarrow 5 < m < 16.$$

Câu 40. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho các số thực $a, b, c > 1$ và các số thực dương thay đổi x, y, z thỏa mãn $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{16}{x} + \frac{16}{y} - z^2$.

A. 24.

B. $24 - \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$.

C. 20.

D. $20 - \frac{3}{\sqrt[3]{4}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc} \Rightarrow x \log a = y \log b = z \log c = \frac{1}{2} \log(abc)$.

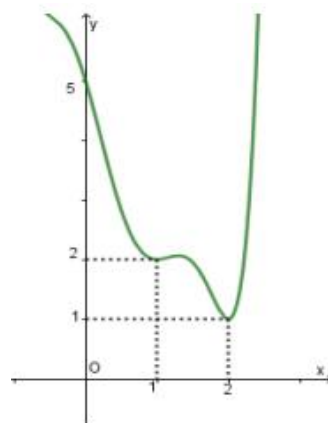
$$\begin{cases} \frac{16}{x} = \frac{32 \log a}{\log(abc)} \\ \frac{16}{y} = \frac{32 \log b}{\log(abc)} \end{cases} \Rightarrow \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = \frac{32 \log a + 32 \log b}{\log(abc)} = \frac{32 \log(abc) - 32 \log c}{\log(abc)} = 32 - \frac{16}{z}.$$

$$\text{Khi đó: } P = \frac{16}{x} + \frac{16}{y} - z^2 = 32 - \left(\frac{16}{z} + z^2 \right).$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức cosi ta có: } z^2 + \frac{16}{z} = z^2 + \frac{8}{z} + \frac{8}{z} \geq 3 \sqrt[3]{z^2 \cdot \frac{8}{z} \cdot \frac{8}{z}} = 12 \Rightarrow P \leq 32 - 12 = 20.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } z^2 = \frac{8}{z} \Leftrightarrow z = 2.$$

Câu 41. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình

$$3.12^{f(x)} + (f^2(x) - 1).16^{f(x)} \geq (m^2 + 3m).3^{2f(x)}$$
 có nghiệm với mọi x .

A. 6.

B. Vô số.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$3.12^{f(x)} + (f^2(x) - 1).16^{f(x)} \geq (m^2 + 3m).3^{2f(x)}$$

$$\Leftrightarrow 3.\left(\frac{4}{3}\right)^{f(x)} + (f^2(x) - 1).\left(\frac{4}{3}\right)^{2f(x)} \geq m^2 + 3m.$$

$$\text{Đặt } g(x) = 3.\left(\frac{4}{3}\right)^{f(x)} + (f^2(x) - 1).\left(\frac{4}{3}\right)^{2f(x)}.$$

$$\text{Vì } f(x) \geq 1 \text{ với } \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên } \begin{cases} 3.\left(\frac{4}{3}\right)^{f(x)} \geq 1 \\ (f^2(x) - 1).\left(\frac{4}{3}\right)^{2f(x)} \geq 0 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } 3.\left(\frac{4}{3}\right)^{f(x)} + (f^2(x) - 1).\left(\frac{4}{3}\right)^{2f(x)} \geq 3.\frac{4}{3} = 4.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$.

Để bất phương trình có nghiệm với mọi x thì $m^2 + 3m \leq \min g(x) \leq g(2) = 4 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 1$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1\}$.

Câu 42. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Xét bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x) - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$. Tất

cả các giá trị của tham số m để

bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $(\sqrt{2}; +\infty)$ là $m \in \left(\frac{-a}{b}; +\infty\right)$ với a, b là các số tự

nhien và phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản. Khi đó $P = a + 2b$ bằng

A. $P = 11$.

B. $P = 5$.

C. $P = 7$.

D. $P = 13$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x) - 2(m+1)\log_2 x - 2 < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - 2m.\log_2 x - 1 < 0$$

Đặt $t = \log_2 x$

$$\text{Vì } x \in (\sqrt{2}; +\infty) \Rightarrow t = \log_2 x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Bất phương trình trở thành: $t^2 - 2mt - 1 < 0$ với $t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

$$\Leftrightarrow \frac{t^2 - 1}{2t} < m \text{ với mọi } t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}t - \frac{1}{2t} < m \text{ với mọi } t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{2}t - \frac{1}{2t}$ với $t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$f'(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2t^2} > 0 \text{ với } t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

$$\Rightarrow f(t) \text{ đồng biến trên khoảng } \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Do đó để $f(t) < m$ có nghiệm $t \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) < m \Leftrightarrow m > \frac{-3}{4}$

$$\Leftrightarrow m \in \left(\frac{-3}{4}; +\infty\right) \Rightarrow a = 3, b = 4.$$

Do đó $a + 2b = 11$.

Câu 43. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2+2y^2)$

A. 3.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x+y > 0 \\ x^2+2y^2 > 0 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } \log_3(x+y) = \log_4(x^2+2y^2) = t \Rightarrow \begin{cases} x+y = 3^t \\ x^2+2y^2 = 4^t \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } (x+y)^2 \leq \left(1+\frac{1}{2}\right)(x^2+2y^2) \Leftrightarrow (3^t)^2 \leq \frac{3}{2} \cdot 4^t \Rightarrow t \leq \log_{\frac{9}{4}} \frac{3}{2} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } x^2 \leq 4^t \leq 4^{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}.$$

$$\text{Lại có } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1; 0; 1\}.$$

$$\text{Với } x = -1 \Rightarrow \begin{cases} y = 1+3^t \\ y^2 = 4^t - 1 \end{cases} \Rightarrow 4^t - 1 = (1+3^t)^2 \Leftrightarrow 9^t + 2 \cdot 3^t + 2 - 4^t = 0.$$

Xét hàm số $f(t) = 9^t + 2 \cdot 3^t + 2 - 4^t$. Khi đó $\begin{cases} t < 0 \Rightarrow 2 - 4^t > 0 \\ t \geq 0 \Rightarrow 9^t - 4^t > 0 \end{cases} \Rightarrow f(t) > 0, \forall t \Rightarrow f(t) = 0$ vô nghiệm.

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3^t \\ y^2 = 4^t \end{cases} \Rightarrow 9^t = 4^t \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ (thỏa mãn)}.$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 3^t - 1 \\ y^2 = 4^t - 1 \end{cases} \Rightarrow 4^t - 1 = (3^t - 1)^2 \Leftrightarrow 9^t - 2 \cdot 3^t + 2 - 4^t = 0$$

Phương trình có nghiệm $t = 0 \Rightarrow y = 0$ (thỏa mãn)

Vậy có 2 giá trị nguyên của x thỏa đề là $x = 0$ và $x = 1$.

Câu 44. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1; +\infty)$ và

$$\log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b}\right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b. \text{ Giá trị của biểu thức } \log_a b + \log_b c^2 \text{ bằng}$$

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_a b = x, \log_b c = y \Rightarrow \log_a c = xy$. Điều kiện: $x, y > 0$.

Bài toán trở thành:

$$\text{Cho } 4x^2 + y(2y-1) + 9xy - 4x = 0. \text{ Tính } P = x + 2y.$$

Rút $x = P - 2y$ thay vào giả thiết, ta có:

$$\begin{aligned} 4(P-2y)^2 + y(2y-1) + 9(P-2y)y - 4(P-2y) &= 0 \\ \Leftrightarrow 4P^2 - 7Py - 4P + 7y &= 0. \\ \Leftrightarrow (P-1)(4P-7y) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} P=1 \\ 4P-7y=0 \end{cases} \end{aligned}$$

Xét TH: $4P-7y=0 \Leftrightarrow 4x+y=0$, loại vì $x, y > 0$.

Vậy $P=1$.

Câu 45. (THPT Quảng Xương 1-Thanh Hóa - 2021) Gọi S là các cặp số thực (x, y) sao cho $\ln(x-y)^x - 2020x = \ln(x-y)^y - 2020y + e^{2021}$ và $x \in [-1; 1]$. Biết rằng giá trị lớn nhất của biểu thức $P = e^{2021x}(y+1) - 2021x^2$ với $(x, y) \in S$ đạt được tại $(x_0; y_0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $x_0 \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. **B.** $x_0 \in \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]$. **C.** $x_0 \in [-1; 0)$. **D.** $x_0 \in \left[0; \frac{1}{4}\right]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x-y > 0$

Ta có: $\ln(x-y)^x - 2020x = \ln(x-y)^y - 2020y + e^{2021}$

$$\Leftrightarrow (x-y)\ln(x-y) - 2020(x-y) = e^{2021} \Leftrightarrow \ln(x-y) - 2020 - \frac{e^{2021}}{x-y} = 0(*)$$

Xét hàm $f(t) = \ln t - 2020 - \frac{e^{2021}}{t}$, có $f'(t) = \frac{1}{t} + \frac{e^{2021}}{t^2} > 0, \forall t > 0$

Do đó $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Suy ra $(*) \Leftrightarrow f(x-y) = 0 = f(e^{2021}) \Leftrightarrow x-y = e^{2021} \Leftrightarrow y = x - e^{2021}$

Khi đó $P = e^{2021x}(1+x-e^{2021}) - 2021x^2 = g(x)$

$$g'(x) = e^{2021x}(2022 + 2021x - 2021e^{2021}) - 4042x$$

$$g''(x) = e^{2021x}(2021 \cdot 2022 + 2021^2 x - 2021^2 e^{2021}) - 4042$$

$$\leq e^{2021x}(2021 \cdot 2022 + 2021^2 x - 2021^2 e^{2021}) - 4042 < 0, \forall x \in [-1; 1]$$

Nên $g'(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-1; 1]$

Mà $g'(-1) = e^{-2021} + 2021 > 0, g'(0) = 2022 - 2021e^{2021} < 0$ nên tồn tại $x_0 \in (-1; 0)$ sao cho $g(x_0) = 0$ và

khi đó $\max_{[-1; 1]} g(x) = g(x_0)$. Vậy P lớn nhất tại $x_0 \in (-1; 0)$.

Câu 46. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn

$$2x \cdot \log_2 \frac{x}{y+1} = y - 4x + 1. \text{ Giá trị lớn nhất của biểu thức } P = x^2 - y^2 \text{ là}$$

- A.** $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $-\frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn E

$$\text{Đặt } t = \log_2 \frac{x}{y+1} \Rightarrow y+1 = \frac{x}{2^t}.$$

$$2x \cdot \log_2 \frac{x}{y+1} = y - 4x + 1 \text{ trở thành: } 2xt = \frac{x}{2^t} - 4x \Leftrightarrow 2t \cdot 2^t + 4 \cdot 2^t = 1 \Leftrightarrow 2^t(t+2) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = -1$$

$$\Rightarrow \log_2 \frac{x}{y+1} = -1 \Leftrightarrow \frac{x}{y+1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = 2x - 1.$$

$$\Rightarrow P = x^2 - (2x - 1)^2 = -3x^2 + 4x - 1 \Rightarrow P'(x) = -6x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow P\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}.$$

Bảng biến thiên của $P(x)$ trên $(0; +\infty)$:

x	0	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
P	-1	$\frac{1}{3}$	$-\infty$

Vậy $P_{\max} = \frac{1}{3}$ khi $x = \frac{2}{3}$ (Không có trong các phương án đưa ra)

Câu 47. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Có bao nhiêu cặp số x, y là các số nguyên không âm thỏa mãn:

$$2\left(1 + \sqrt{x+2y}\right)^2 + \log_2(x+2y) = 2\log_2(x^2 + y^2 + 2xy + x) + 2(x+y)^2 + 4x + 4y$$

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 2\left(1 + \sqrt{x+2y}\right)^2 + \log_2(x+2y) = 2\log_2(x^2 + y^2 + 2xy + x) + 2(x+y)^2 + 4x + 4y$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2\sqrt{x+2y} + x + 2y + \frac{1}{2}\log_2(x+2y) = \log_2[(x+y)^2 + x] + (x+y)^2 + 2x + 2y$$

$$\Leftrightarrow 1 + \log_2\sqrt{x+2y} + 2\sqrt{x+2y} = \log_2[(x+y)^2 + x] + (x+y)^2 + x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 2\sqrt{x+2y} + 2\sqrt{x+2y} = \log_2[(x+y)^2 + x] + [(x+y)^2 + x] \quad (1)$$

$$\text{Xét hàm số } g(t) = \log_2 t + t \text{ với } t > 0, \text{ có } g'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0.$$

$$\text{Suy ra hàm số } y = g(t) = \log_2 t + t \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

$$\text{Từ (1)} \Leftrightarrow g(2\sqrt{x+2y}) = g((x+y)^2 + x) \Leftrightarrow 2\sqrt{x+2y} = (x+y)^2 + x$$

$$\Leftrightarrow x + 2y + 2\sqrt{x+2y} = (x+y)^2 + 2(x+y) \quad (2)$$

$$\text{Xét hàm số } h(u) = u^2 + u \text{ với } u > 0, \text{ có } h'(u) = 2u + 1 > 0, \forall u > 0.$$

$$\text{Suy ra hàm số } y = h(u) = u^2 + u \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

$$\text{Từ (2)} \Leftrightarrow h(\sqrt{x+2y}) = h(x+y) \Leftrightarrow \sqrt{x+2y} = x+y \Leftrightarrow x+2y = (x+y)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x + 2y \Leftrightarrow y^2 + 2(x-1)y + x^2 - x = 0 \quad (3)$$

Ta coi phương trình (3) là phương trình bậc hai ẩn y , khi đó: Phương trình (3) có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta_y' \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 - (x^2 - x) \geq 0 \Leftrightarrow -x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1.$$

Do x là số nguyên không âm nên $x = 0$ hoặc $x = 1$.

$$+) \text{ Với } x = 0, \text{ suy ra (3)} \Leftrightarrow y^2 - 2y = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$+) \text{ Với } x = 1, \text{ suy ra (3)} \Leftrightarrow y^2 = 0 \Leftrightarrow y = 0 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy có 3 cặp $(x; y)$ thỏa mãn là $(0; 0), (0; 2), (1; 0)$.

Câu 48. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho dãy số (u_n) có $u_{n+1} = 2u_n \forall n \geq 1, u_1 > 1$ và $\log_2(u_6) = u_1$.

Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 2020^{10}$

A. 107.

B. 106.

C. 105.

D. 108.

Lời giải

Chọn D

+ Dãy số (u_n) có $u_{n+1} = 2u_n \forall n \geq 1, u_1 > 1$

$\Rightarrow (u_n)$ là CSN với $u_1 > 1, q = 2$.

$\Rightarrow u_6 = q^5 u_1 = 2^5 u_1$

+ $\log_2(u_6) = u_1$

$\Leftrightarrow \log_2(2^5 u_1) = u_1$

$\Leftrightarrow \log_2(2^5) + \log_2 u_1 = u_1$

$\Leftrightarrow 5 + \log_2 u_1 = u_1$

$\Leftrightarrow 5 + \log_2 u_1 - u_1 = 0$

+ Xét hàm số $y = 5 + \log_2 x - x (x > 1)$

$y' = \frac{1}{x \ln 2} - 1$

$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x \ln 2} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 2} > 1$

x	1	$\frac{1}{\ln 2}$	$+\infty$
y'		0	-
y	4	$\approx 4,086$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $5 + \log_2 x - x = 0 (x > 1)$ có nghiệm duy nhất.

Để nhận thấy $x = 8$ là nghiệm của phương trình.

Suy ra: $u_1 = 8$.

$u_n > 2020^{10} \Leftrightarrow q^{n-1} u_1 > 2020^{10}$

$\Leftrightarrow 2^{n-1} \cdot 2^3 > 2020^{10} \Leftrightarrow 2^{n+2} > 2020^{10}$

$\Leftrightarrow n + 2 > \log_2 2020^{10} \approx 109,8$

$\Leftrightarrow n > 107,8$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 108.

Câu 49. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hàm số $f(x) = 3^x - 3^{-x}$. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất n

thỏa mãn $f(n) + f(e^n - 2021) > 0$.

A. 10.

B. 8.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

♦ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

♦ Có $f'(x) = 3^x \ln 3 + 3^{-x} \ln 3 > 0$. Suy ra hàm số đơn điệu tăng trên tập xác định.

♦ Do $f(x)$ là hàm số lẻ nên $f(e^n - 2021) = -f(2021 - e^n)$.

♦ $f(n) + f(e^n - 2021) > 0 \Leftrightarrow f(n) - f(2021 - e^n) > 0 \Leftrightarrow f(n) > f(2021 - e^n)$

$$\Leftrightarrow n > 2021 - e^n \Leftrightarrow n + e^n > 2021 \Leftrightarrow n + e^n - 2021 > 0.$$

♦ Xét $g(n) = n + e^n - 2021$, với $n \in \mathbb{N}$.

♦ Có $g'(n) = 1 + e^n > 0$. Suy ra hàm số đơn điệu tăng trên tập xác định.

♦ Bảng biến thiên

n	1	$+\infty$
$g'(n)$		+
$g(n)$	$e - 2020$	$+\infty$

♦ Có $g(n) = n + e^n - 2021 = 0 \Leftrightarrow n \approx 7,60576$.

♦ Vậy $n = 8$ là giá trị cần tìm.

Câu 50. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho hai số thực $x, y \in (0; 3]$ thỏa mãn

$$\log \frac{x+y}{7-xy} + (x+1)(y+1) \geq 8. \text{ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = x^2 + y \text{ bằng}$$

A. 10.

B. 3.

C. 4.

D. $\frac{17}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log \frac{x+y}{7-xy} + (x+1)(y+1) \geq 8 \Leftrightarrow \log(x+y) + (x+y) \geq \log(7-xy) + (7-xy) \quad (1)$$

Xét hàm số: $y = \log t + t, \forall t > 0$.

$$y' = \frac{1}{t \ln 10} + 1 > 0, \forall t > 0.$$

Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Suy ra: } (1) \Rightarrow x+y \geq 7-xy \Leftrightarrow (x+1)(y+1) \geq 8 \Leftrightarrow y+1 \geq \frac{8}{x+1}.$$

Khi đó:

$$P = x^2 + y = x^2 - 1 + (y+1) \geq x^2 - 1 + \frac{8}{x+1} = (x-1)^2 + \left[2(x+1) + \frac{8}{x+1} \right] - 4 \geq 2\sqrt{2 \cdot 8} - 4 = 4.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi: } \begin{cases} x-1=0 \\ 2(x+1)=\frac{8}{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

$$\text{Suy ra: } y+1 \geq \frac{8}{1+1} = 4 \Rightarrow y=3.$$

Câu 51. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là:

A. 4.

B. 8.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } 4^x = t \ (t > 0). \text{ Phương trình trở thành: } (m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0 \quad (1)$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $t_1; t_2$ thỏa mãn $0 < t_1 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ \Delta' = -2m^2 - 23m + 4 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ 2m^2 + 23m - 4 < 0 \\ \frac{6m+5}{m+1} > 0 \\ \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ 2m^2 + 23m - 4 < 0 \\ \frac{6m+5}{m+1} > 0 \\ \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ \frac{6m+5}{m+1} - \frac{2(2m-3)}{m+1} + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 + 23m - 4 < 0 \\ (6m+5)(m+1) > 0 \\ (2m-3)(m+1) > 0 \\ (3m+12)(m+1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-23-\sqrt{561}}{4} < m < \frac{-23+\sqrt{561}}{4} \\ \begin{cases} m < -1 \\ m > -\frac{5}{6} \end{cases} \\ \begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{3}{2} \end{cases} \\ -4 < m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1$$

Do m nguyên nên $m \in \{-3; -2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 52. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho các số thực x, y thỏa mãn bất đẳng thức $\log_{4x^2+9y^2}(2x+3y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 3y$ gần nhất với số nào trong các số sau?

- A.** 2. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $2x + 3y > 0; 4x^2 + 9y^2 > 0$

Th1: Nếu $0 < 4x^2 + 9y^2 < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{2}; y < \frac{1}{3} \Rightarrow P = x + 3y < \frac{3}{2}$.

Th2: Nếu $4x^2 + 9y^2 > 1$

$$\log_{4x^2+9y^2}(2x+3y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+3y \geq 4x^2+9y^2 \Leftrightarrow \left(2x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(3y-\frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ta có } P = x + 3y = \frac{1}{2}\left(2x-\frac{1}{2}\right) + \left(3y-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} \leq \sqrt{\frac{5}{4}\left[\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(3y-\frac{1}{2}\right)^2\right]} + \frac{3}{4} \leq \frac{\sqrt{10}+3}{4}.$$

$$\begin{cases} 4x-1=3y-\frac{1}{2} \\ x+3y=\frac{\sqrt{10}+3}{4} \\ \left(2x-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(3y-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5+\sqrt{10}}{20} \\ y=\frac{5+2\sqrt{10}}{30} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \text{Max} P = \frac{3+\sqrt{10}}{4} \approx 1,54.$$

Câu 53. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Có bao nhiêu số nguyên $m \leq 2021$ để có nhiều hơn một cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+4}(4x-2y+m) \geq 1$ và $4x-3y+1=0$?

A. 2017.

B. 2020.

C. 2019.

D. 2022.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_{x^2+y^2+4}(4x-2y+m) \geq 1 \\ 4x-3y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2y+m \geq x^2+y^2+4 \\ 4x-3y+1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (y+1)^2 \leq m+1 & (1) \\ 4x-3y+1=0 & (2) \end{cases} (*)$$

$$\text{Xét (1): } (x-2)^2 + (y+1)^2 \leq m+1.$$

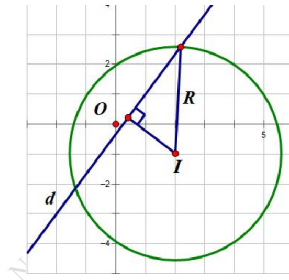
Khi $m+1 < 0 \Rightarrow (1)$ vô nghiệm nên $m < -1$ loại.

$$\text{Khi } m = -1 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 = 0 \\ (y+1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \text{ thay vào (2) không thỏa}$$

mãn nên $m = -1$ loại.

Khi $m > -1$ thì nghiệm của bất phương trình (1) là miền trong của đường tròn (C) có tâm

$I(2; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{m+1}$.



$$\text{Xét } d: 4x-3y+1=0.$$

$$\text{Khoảng cách từ tâm } I \text{ đến đường thẳng } d \text{ là: } d(I, d) = \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) + 1|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{12}{5}.$$

Hệ (*) có nhiều hơn một cặp số $(x; y) \Leftrightarrow d$ cắt đường tròn (C) tại 2 điểm phân biệt

$$d(I, d) < R \Leftrightarrow \frac{12}{5} < \sqrt{m+1} \Leftrightarrow m > \frac{119}{25}.$$

Mà m nguyên và $m \leq 2021 \Rightarrow m \in \{5; 6; \dots; 2021\}$.

Vậy có 2017 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 54. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Có bao nhiêu số nguyên dương a nhỏ hơn 2021 sao cho tồn tại số nguyên x thỏa mãn $2^a(2^{x+3}-1) + a^2 = a(2^a + 2^{x+3}-1)$?

A. 12.

B. 15.

C. 10.

D. 14.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2^a(2^{x+3}-1) + a^2 = a(2^a + 2^{x+3}-1) \Leftrightarrow (2^a - a)(2^{x+3}-1-a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^a - a = 0 \\ 2^{x+3} - 1 - a = 0 \end{cases}$$

+) Xét hàm số $f(a) = 2^a - a$

$$\text{Ta có } f'(a) = 2^a \ln 2 - 1; f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \log_2 \left(\frac{1}{\ln 2} \right) = a_0$$

Bảng biến thiên

a	0	a_0	$+\infty$
$f'(a)$	-	0	+
$f(a)$	1	$f(a_0)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra $f(a) \geq f(a_0) \approx 0,91 > 0$

Nên phương trình $2^a - a = 0$ vô nghiệm.

+) $2^{x+3} - 1 - a = 0 \Leftrightarrow a = 2^{x+3} - 1.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+3} - 1 > 0 \\ 2^{x+3} - 1 < 2021 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x < \log_2 \frac{1011}{4} \approx 7,9 \end{cases}$

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}.$

Ta có ứng với mỗi $x \in \mathbb{Z}$ thì có một giá trị $a \in \mathbb{Z}$ nên có 10 số nguyên a thỏa mãn yêu cầu.

Câu 55. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho với mỗi y không có quá 50 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình sau: $2^{y-3x} \geq \log_3(x+y^2)$?

A. 15

B. 11.

C. 19.

D. 13.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x + y^2 > 0$

Xét hàm số: $f(x) = 2^{y-3x} - \log_3(x+y^2)$ với $x \in (-y^2; +\infty)$

Ta có: $f'(x) = -3 \cdot 2^{y-3x} \ln 2 - \frac{1}{(x+y^2) \ln 3} < 0, \forall x \in (-y^2; +\infty)$

Bảng biến thiên

x	$-y^2$	x_0	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	$+\infty$	0	$-\infty$

Từ đó suy ra bất phương trình có nghiệm $x \in (-y^2; x_0]$

Để tập nghiệm của bất phương trình không chứa quá 50 số nguyên thì $f(-y^2 + 51) < 0$

$\Leftrightarrow 2^{y-3(-y^2+51)} < \log_3 51$

$\Leftrightarrow 3y^2 + y - 153 < \log_2(\log_3 51)$

$\Leftrightarrow -7,35 < y < 7,02$

Vì $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{-7; -6; \dots; 6; 7\}$

Câu 56. Có bao nhiêu số nguyên $m(m \geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $(m^{\ln x} + 4)^{\ln m} + 4 = x$?

A. 8.

B. 9.

C. 1.

D. Vô số

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x > 0$

Đặt $y = m^{\ln x} + 4 > 0$ thế vào phương trình ta có $y^{\ln m} + 4 = x \Leftrightarrow x = 4 + m^{\ln y}$ vì $m^{\ln y} = y^{\ln m}$

Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y = m^{\ln x} + 4 & (1) \\ x = m^{\ln y} + 4 & (2) \end{cases}$

Xét hàm số $f(t) = m^t + 4 \Rightarrow f'(t) = \ln m \cdot m^t > 0$ (Do $m \geq 2$). Nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó: $x = y$

Từ (2):

$$x = m^{\ln x} + 4 \Leftrightarrow x^{\ln m} = x - 4 \Leftrightarrow \ln(x^{\ln m}) = \ln(x - 4) \Leftrightarrow \ln m \cdot \ln x = \ln(x - 4) \Leftrightarrow \ln m = \frac{\ln(x - 4)}{\ln x}$$

$$\text{Do } x > 0 \text{ nên } x - 4 < x \Rightarrow \ln(x - 4) < \ln x \Rightarrow \frac{\ln(x - 4)}{\ln x} < 1$$

$$\text{Nên } \ln m < 1 \Leftrightarrow m < e \text{ hay } m \in \{2\}$$

Câu 57. Có bao nhiêu số tự nhiên y sao cho ứng với mỗi y có không quá 148 số nguyên x thỏa mãn

$$\frac{3^{x+2} - \frac{1}{3}}{y - \ln x} \geq 0?$$

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq e^y \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$+ \text{ Trường hợp 1: } \begin{cases} 3^{x+1} - \frac{1}{3} \leq 0 \\ y - \ln x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x > e^y \geq e^0 = 1 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset$$

$$+ \text{ Trường hợp 2: } \begin{cases} 3^{x+1} - \frac{1}{3} \geq 0 \\ y - \ln x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x < e^y \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $x > 0$; $e^y \geq e^0 = 1$. Ta có $0 < x < e^y$

Để có không quá 148 số nguyên x thì $1 \leq e^y \leq 149 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \ln 149 \approx 5,004$

$\Rightarrow y \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có 6 số nguyên y .

Câu 58. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m với $m > 1$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn:

$$(m^{\log_5 x} + 3)^{\log_5 m} = x - 3 \quad (1).$$

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$

Đặt $m^{\log_5 x} + 3 = u$ thay vào phương trình (1) ta được: $u^{\log_5 m} = x - 3 \Leftrightarrow x = u^{\log_5 m} + 3$.

$$\text{Vì } u^{\log_5 m} = m^{\log_5 u}. \text{ Từ đó ta có hệ Phương trình } \begin{cases} u = m^{\log_5 x} + 3 \\ x = u^{\log_5 m} + 3 \end{cases}$$

Xét hàm đặc trưng $f(t) = m^t + 3$ trên $\mathbb{R}$.

Do $m > 1$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, $f(\log_5 x) = f(\log_5 u) \Leftrightarrow x = u$.

Vì thế, ta đưa về xét phương trình: $x = m^{\log_5 x} + 3 \Leftrightarrow x = x^{\log_5 m} + 3 \Leftrightarrow x - 3 = x^{\log_5 m}$

$$\Leftrightarrow \log_5(x - 3) = \log_5(x^{\log_5 m}) \Leftrightarrow \log_5(x - 3) = \log_5 x \cdot \log_5 m \Leftrightarrow \log_5 m = \frac{\log_5(x - 3)}{\log_5 x}$$

Do $x > 0$ nên $x - 3 < x$ nên $\log_5 m = \frac{\log_5(x-3)}{\log_5 x} < 1 \Leftrightarrow m < 5$.

Suy ra $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ 1 < m < 5 \end{cases} \Rightarrow m \in \{2, 3, 4\}$.

Vậy, có 3 giá trị tham số m thỏa mãn.

Câu 59. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 25 số nguyên x thỏa

$$\text{mãn } \frac{2^{x+1} - 1}{y - 2^{\sqrt{x}}} \geq 0?$$

A. 30

B. 31

C. 32

D. 33

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 0 \\ y - 2^{\sqrt{x}} \neq 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

$$+ \text{ Trường hợp 1: } \begin{cases} 2^{x+1} - 1 \leq 0 \\ y - 2^{\sqrt{x}} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x > (\log_2 y)^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset$$

$$+ \text{ Trường hợp 2: } \begin{cases} 2^{x+1} - 1 \geq 0 \\ y - 2^{\sqrt{x}} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x < (\log_2 y)^2 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện: $x \geq 0$; $\log_2 y \geq \log_2 1 = 0$. Ta có: $0 \leq x < (\log_2 y)^2$

Để có không quá 25 số nguyên x thì $1 \leq (\log_2 y)^2 \leq 25 \Rightarrow 1 \leq \log_2 y \leq 5 \Leftrightarrow 2 \leq y \leq 32$

$\Rightarrow y \in \{2; 3; \dots; 32\}$. Có 31 số nguyên y .

Câu 60. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\log_3(2x^2 + y^2) = \log_7(x^3 + 2y^3) = \log z$. Có bao giá trị nguyên của z để có đúng hai cặp (x, y) thỏa mãn đẳng thức trên.

A. 2.

B. 211.

C. 99.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_3(2x^2 + y^2) = \log_7(x^3 + 2y^3) = \log z = t \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 3^t & (1) \\ x^3 + 2y^3 = 7^t & (2) \\ z = 10^t & (3) \end{cases}$$

+ Nếu $y = 0$ (2) $\Rightarrow x = 7^{\frac{t}{3}}$ thay vào (1) ta được $2 \cdot 7^{\frac{2t}{3}} = 3^t \Leftrightarrow t = \log_{\frac{3}{\sqrt[3]{49}}} 2$ do đó $z = 10^{\log_{\frac{3}{\sqrt[3]{49}}} 2}$.

+ Nếu $y \neq 0$

$$\text{Từ (1) \& (2) suy ra } \begin{cases} (2x^2 + y^2)^3 = 27^t \\ (x^3 + 2y^3)^2 = 49^t \end{cases} \Rightarrow \frac{(x^3 + 2y^3)^2}{(2x^2 + y^2)^3} = \left(\frac{49}{27}\right)^t \Leftrightarrow \frac{\left(\left(\frac{x}{y}\right)^3 + 2\right)^2}{\left(2\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 1\right)^3} = \left(\frac{49}{27}\right)^t, (*)$$

Đặt $\frac{x}{y} = u, u \neq -\sqrt[3]{2}$. Xét $f(u) = \frac{(u^3+2)^2}{(2u^2+1)^3} \Rightarrow f'(u) = \frac{6u(u^3+2)(u-4)}{(2u^2+1)^4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u=0 \\ u=-\sqrt[3]{2} \\ u=4 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

u	$-\infty$	$-\sqrt[3]{2}$	0	4	$+\infty$				
$f'(u)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(u)$	$\frac{1}{8}$		0	4		$\frac{4}{33}$		$\frac{1}{8}$	

Nhận xét với mỗi giá trị u tương ứng với duy nhất 1 cặp (x, y) thỏa mãn bài toán do đó

Yêu cầu bài toán tương đương $\begin{cases} \frac{1}{8} \leq \left(\frac{49}{27}\right)^t < 4 \\ 0 < \left(\frac{49}{27}\right)^t < \frac{4}{33} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10^{\log_{\frac{49}{27}}\left(\frac{1}{8}\right)} \leq z < 10^{\log_{\frac{49}{27}}4} \\ 0 < z < 10^{\log_{\frac{49}{27}}\left(\frac{4}{33}\right)} \end{cases}$.

Vì z là số nguyên nên có 211 giá trị thỏa mãn.

Câu 61. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 2186 số nguyên x thỏa mãn $(\log_3 x - y)\sqrt{3^x - 9} \leq 0$?

A. 7.

B. 8.

C. 2186.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(\log_3 x - y)\sqrt{3^x - 9} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3^x \geq 9 \\ \log_3 x \leq y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 3^y \end{cases}$

Nếu $3^y < 2$ thì bất phương trình vô nghiệm (không thỏa mãn).

Nếu $3^y = 2 \Leftrightarrow y = \log_3 2 \approx 0,631$ thì bất phương trình có tập nghiệm $T = \{2\}$

(không thỏa mãn vì y nguyên dương).

Nếu $3^y > 2 \Leftrightarrow y > \log_3 2 \approx 0,631$, khi đó bất phương trình có tập nghiệm $T = [2; 3^y]$

Để mỗi giá trị y , bất phương trình có không quá 2021 nghiệm nguyên x thì $3^y \leq 2187 \Leftrightarrow y \leq \log_3 2187 = 7$.

Kết hợp điều kiện y nguyên dương, $0,631 < y \leq 7$ suy ra có 7 số y thỏa mãn bài toán.

Câu 62. Tổng các nghiệm của phương trình sau $7^{x-1} = 6 \log_7(6x-5) + 1$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > \frac{5}{6}$.

Đặt $y-1 = \log_7(6x-5)$ thì ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 7^{x-1} = 6(y-1) + 1 \\ y-1 = \log_7(6x-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7^{x-1} = 6y-5 \\ 7^{y-1} = 6x-5 \end{cases} \Rightarrow 7^{x-1} + 6x = 7^{y-1} + 6y \quad (2)$$

Xét hàm số $f(t) = 7^{t-1} + 6t$ với $t > \frac{5}{6}$ thì $f'(t) = 7^{t-1} \ln 7 + 6 > 0, \forall t > \frac{5}{6} \Rightarrow f(t)$ đồng biến nên

$$(2) \Leftrightarrow f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y \text{ khi đó ta có phương trình } 7^{x-1} - 6x + 5 = 0. \quad (3)$$

Xét hàm số $g(x) = 7^{x-1} - 6x + 5$ với $x > \frac{5}{6}$ thì $g'(x) = 7^{x-1} \ln 7 - 6 \Rightarrow g''(x) = 7^{x-1} (\ln 7)^2 > 0$
 $\forall x > \frac{5}{6}$

nên suy ra phương trình $g(x) = 0$ có không quá hai nghiệm.

Mặt khác $g(1) = g(2) = 0$ nên $x = 1$ và $x = 2$ là 2 nghiệm của phương trình (3).

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm là $x = 1$ và $x = 2$.

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình là $1 + 2 = 3$.

Câu 63. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y luôn có ít hơn 2021 số nguyên x thỏa mãn $[\log_2(x+3)-1] \cdot (\log_2 x - y) < 0$

A. 20.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$

$$\begin{aligned} \text{Với điều kiện trên: } [\log_2(x+3)-1] \cdot (\log_2 x - y) < 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x+3)-1 < 0 \\ \log_2 x - y > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} \log_2(x+3)-1 > 0 \\ \log_2 x - y < 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x+3) < 1 \\ \log_2 x > y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 < 2 \\ x > 2^y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 2^y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^y < x < -1 \text{ (sai)} \\ -1 < x < 2^y \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x+3) > 1 \\ \log_2 x < y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 > 2 \\ x < 2^y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 2^y \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2^y \end{aligned}$$

So điều kiện ta được: $0 < x < 2^y$

Ứng với mỗi y luôn có ít hơn 2021 số nguyên $x \Leftrightarrow 2^y \leq 2021 \Leftrightarrow y \leq \log_2 2021$

Vì y là số nguyên dương nên $y \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

Câu 64. Có bao nhiêu số tự nhiên a sao cho tồn tại số thực x thỏa $2021^{x^3 - a^{3\log(x+1)}} (x^3 + 2020) = a^{3\log(x+1)} + 2020$

A. 9.

B. 8.

C. 5.

D. 12

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $2021^{x^3 - a^{3\log(x+1)}} = \frac{a^{3\log(x+1)} + 2020}{x^3 + 2020}$, điều kiện: $x > -1$,

$$\Leftrightarrow x^3 - a^{3\log(x+1)} = \log_{2021} (a^{3\log(x+1)} + 2020) - \log_{2021} (x^3 + 2020)$$

$$\Leftrightarrow x^3 + \log_{2021} (x^3 + 2020) = a^{3\log(x+1)} + \log_{2021} (a^{3\log(x+1)} + 2020) (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + \log_{2021}(t^3 + 2020)$, trên $(0; +\infty)$

$$f'(t) = 3t^2 + \frac{3t^2}{(t^3 + 2020)\ln 2021} > 0, \forall t > 0 \text{ nên hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } (0; +\infty)$$

Do đó (*) trở thành: $x = a^{\log(x+1)} \Leftrightarrow x = (x+1)^{\log a} \Leftrightarrow \log x = \log a \cdot \log(x+1)$

$$\Leftrightarrow \log a = \frac{\log x}{\log(x+1)} < 1, \forall x > -1 \text{ nên } a < 10 \Rightarrow a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Câu 65. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(3^{x+1} - \sqrt{3})(3^x - y) < 0$?

A. 59149.

B. 59050.

C. 59049.

D. 59048.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = 3^x > 0$ thì ta có bất phương trình $(3t - \sqrt{3})(t - y) < 0$ hay $(t - \frac{\sqrt{3}}{3})(t - y) < 0$ (*).

Vì $y \in \mathbb{Z}^+$ nên $y > \frac{\sqrt{3}}{3}$, do đó (*) $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} < t < y \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} < 3^x < y$ Do $y \in \mathbb{N}^*$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \log_3 y.$$

Do mỗi giá trị $y \in \mathbb{N}^*$ có không quá 10 giá trị nguyên của $x \in \left(-\frac{1}{2}; \log_3 y\right)$

nên $0 \leq \log_3 y \leq 10$ hay $\Leftrightarrow 1 \leq y \leq 3^{10} = 59049$, từ đó có $y \in \{1, 2, \dots, 59049\}$.

Vậy có 59049 giá trị nguyên dương của y .

Câu 66. Có bao nhiêu m nguyên $m \in [-2021; 2021]$ để phương trình $6^x - 2m = \log_{\sqrt[3]{6}}(18(x+1) + 12m)$ có nghiệm?

A. 211.

B. 2020.

C. 2023.

D. 212.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình } 6^x - 2m = \log_{\sqrt[3]{6}}(18(x+1) + 12m) \Leftrightarrow 6^x = 2m + 3 \log_6 [6(3x + 2m + 3)]$$

$$\Leftrightarrow 6^x = 2m + 3[1 + \log_6(3x + 2m + 3)]$$

$$\Leftrightarrow 6^x = 3 \log_6(3x + 2m + 3) + 2m + 3, (*)$$

$$\text{Đặt } y = \log_6(3x + 2m + 3) \Leftrightarrow 6^y = 3x + 2m + 3, (1)$$

$$\text{Mặt khác, PT(*) trở thành: } 6^x = 3y + 2m + 3, (2)$$

Lấy (1) trừ vế với vế cho (2), ta được

$$6^y - 6^x = 3x - 3y \Leftrightarrow 6^x + 3x = 6^y + 3y \quad (3)$$

Xét hàm số $f(t) = 6^t + 3t, t \in \mathbb{R}$.

Ta có $f'(t) = 6^t \ln 6 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Mà PT (3) $f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$.

Thay $y = x$ vào PT (1), ta được $6^x = 3x + 2m + 3 \Leftrightarrow 6^x - 3x = 2m + 3$.

Xét hàm số $g(x) = 6^x - 3x$, với $x \in \mathbb{R}$. Ta có $g'(x) = 6^x \ln 6 - 3 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_6 \left(\frac{3}{\ln 6} \right)$

BBT:

x	$-\infty$	$\log_6\left(\frac{3}{\ln 6}\right)$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	0,81	$+\infty$

Từ đó suy ra PT đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow 2m+3 \geq g\left(\log_6\frac{3}{\ln 6}\right) \approx 0,81 \Rightarrow m \geq -1,095$

Vậy có 2023 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 67. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $y \leq 2021$ thỏa mãn

$$\log \frac{x+1}{2y+1} \leq 4y^4 + 4y^3 - x^2y^2 - 2y^2x.$$

A. 2021(2021-1). B. 2021(2022-1). C. 2022(2022-1). D. 2022(2022+1).

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log \frac{x+1}{2y+1} \leq 4y^4 + 4y^3 - x^2y^2 - 2y^2x \Leftrightarrow \log \frac{xy+y}{2y^2+y} \leq (4y^4 + 4y^3 + y^2) - (x^2y^2 + 2y^2x + y^2)$$

$$\Leftrightarrow \log(xy+y) - \log(2y^2+y) \leq (2y^2+y)^2 - (xy+y)^2 \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = \log t + t^2$ với $t \in (0; +\infty)$.

Ta có: $f'(t) = \frac{1}{t \ln 10} + 2t > 0; \forall t \in (0; +\infty)$. Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên $t \in (0; +\infty)$.

Khi đó: $(1) \Leftrightarrow f(xy+y) \leq f(2y^2+y) \Leftrightarrow xy+y \leq 2y^2+y \Leftrightarrow x \leq 2y$.

Vì $y \in \mathbb{Z}^+$ và $y \leq 2021$ nên ta xét các trường hợp sau.

☐ $y = 1 \Rightarrow x \in \{1; 2\}$

☐ $y = 2 \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4\}$

☐

☐ $y = 2021 \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; \dots; 4042\}$

Vậy số cặp nghiệm thỏa mãn điều kiện bài toán là: $2 + 4 + 6 + \dots + 4042 = 2022 \cdot 2021$

Câu 68. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\log_3(2x^2 + y^2) = \log_7(x^3 + 2y^3) = \log z$. Có bao giá trị nguyên của z để có đúng hai cặp (x, y) thỏa mãn đẳng thức trên.

A. 2. B. 211. C. 99. D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_3(2x^2 + y^2) = \log_7(x^3 + 2y^3) = \log z = t \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + y^2 = 3^t & (1) \\ x^3 + 2y^3 = 7^t & (2) \\ z = 10^t & (3) \end{cases}$$

+ Nếu $y = 0$ (2) $\Rightarrow x = 7^{\frac{t}{3}}$ thay vào (1) ta được $2 \cdot 7^{\frac{2t}{3}} = 3^t \Leftrightarrow t = \log_{\frac{3}{\sqrt[3]{49}}} 2$ do đó $z = 10^{\log_{\frac{3}{\sqrt[3]{49}}} 2}$.

+ Nếu $y \neq 0$

Từ (1) & (2) suy ra
$$\begin{cases} (2x^2 + y^2)^3 = 27^t \\ (x^3 + 2y^3)^2 = 49^t \end{cases} \Rightarrow \frac{(x^3 + 2y^3)^2}{(2x^2 + y^2)^3} = \left(\frac{49}{27}\right)^t \Leftrightarrow \frac{\left(\left(\frac{x}{y}\right)^3 + 2\right)^2}{\left(2\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 1\right)^3} = \left(\frac{49}{27}\right)^t, (*)$$

Đặt $\frac{x}{y} = u, u \neq -\sqrt[3]{2}$. Xét $f(u) = \frac{(u^3 + 2)^2}{(2u^2 + 1)^3} \Rightarrow f'(u) = \frac{6u(u^3 + 2)(u - 4)}{(2u^2 + 1)^4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = 0 \\ u = -\sqrt[3]{2} \\ u = 4 \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

u	$-\infty$	$-\sqrt[3]{2}$	0	4	$+\infty$				
$f'(u)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(u)$	$\frac{1}{8}$		0	4		$\frac{4}{33}$		$\frac{1}{8}$	

Nhận xét với mỗi giá trị u tương ứng với duy nhất 1 cặp (x, y) thỏa mãn bài toán do đó

Yêu cầu bài toán tương đương
$$\begin{cases} \frac{1}{8} \leq \left(\frac{49}{27}\right)^t < 4 \\ 0 < \left(\frac{49}{27}\right)^t < \frac{4}{33} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10^{\frac{\log_{49}(\frac{1}{8})}{27}} \leq z < 10^{\frac{\log_{49} 4}{27}} \\ 0 < z < 10^{\frac{\log_{49}(\frac{4}{33})}{27}} \end{cases}$$

Vì z là số nguyên nên có 211 giá trị thỏa mãn.

Câu 69. Số giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $(2^{x+2} - \sqrt{2})(2^x - m) < 0$ có tập nghiệm chứa không quá 6 số nguyên là:

A. 62.

B. 33.

C. 32.

D. 31.

Lời giải

Chọn C

Ta có: bất phương trình $(2^{x+2} - \sqrt{2})(2^x - m) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2} - \sqrt{2} > 0 \\ 2^x - m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2} > \sqrt{2} \\ 2^x < m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 > \frac{1}{2} \\ x < \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x < \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \log_2 m.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2} - \sqrt{2} < 0 \\ 2^x - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2} < \sqrt{2} \\ 2^x > m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 < \frac{1}{2} \\ x > \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x > \log_2 m \end{cases} (*)$$

(Vì $m \geq 1 \Rightarrow \log_2 m \geq 0$ nên $(*)$ vô nghiệm).

Bất phương trình đã cho có tập nghiệm chứa không quá 6 số nguyên

$$\Leftrightarrow \log_2 m \leq 5 \Leftrightarrow m \leq 2^5 \Leftrightarrow m \leq 32$$

Mà m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 32\}$.

Vậy có 32 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 70. Cho phương trình $m \cdot 2^{x^2-4x-1} + m^2 \cdot 2^{2x^2-8x-1} = 7 \log_2(x^2 - 4x + \log_2 m) + 3$, (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho phương trình đã cho có nghiệm thực.

A. 31.

B. 63.

C. 32.

D. 64.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x^2 - 4x + \log_2 m > 0$

$$m \cdot 2^{x^2-4x-1} + m^2 \cdot 2^{2x^2-8x-1} = 7 \log_2 (x^2 - 4x + \log_2 m) + 3$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-4x+\log_2 m} + 4^{x^2-4x+\log_2 m} = 14 \log_2 (x^2 - 4x + \log_2 m) + 6$$

Đặt $x^2 - 4x + \log_2 m = t, (t > 0)$. Phương trình trở thành $2^t + 4^t = 14 \log_2 t + 6 (*)$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + 4^t - 14 \log_2 t - 6$ trên $(0; +\infty)$

$$\text{Ta có } f'(t) = 2^t \ln 2 + 4^t \ln 4 - \frac{14}{t \ln 2}$$

$$f''(t) = 2^t \ln^2 2 + 4^t \ln^2 4 + \frac{14}{t^2 \ln 2} > 0, \forall t \in (0; +\infty)$$

Suy ra hàm số $f'(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Do đó phương trình $f(t) = 0$ hay phương trình $(*)$ có nhiều nhất 2 nghiệm

$$\text{Ta thấy } t = 1, t = 2 \text{ thỏa mãn } (*). \text{ Do đó phương trình } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$t = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + \log_2 m = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 + \log_2 m = 0 \quad (1)$$

$$t = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + \log_2 m = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2 + \log_2 m = 0 \quad (2)$$

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi (1) hoặc (2) có nghiệm

(1) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4 - (\log_2 m - 1) \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 m \leq 5 \Leftrightarrow m \leq 32$.

(2) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4 - (\log_2 m - 2) \geq 0 \Leftrightarrow \log_2 m \leq 6 \Leftrightarrow m \leq 64$.

Do đó phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq 64$. kết hợp m nguyên dương. Vậy có 64 số

Câu 71. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{\ln(x^2+2x+m)} - \left(\frac{1}{7}\right)^{2\ln(2x-1)} < 0 \text{ chứa đúng ba số nguyên.}$$

A. 15.

B. 9.

C. 16.

D. 14.

Lời giải

Chọn D

$$\text{♦Điều kiện xác định: } \begin{cases} x^2 + 2x + m > 0 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ m > -\frac{5}{4} \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \end{cases}$$

$$\text{♦} \left(\frac{1}{7}\right)^{\ln(x^2+2x+m)} - \left(\frac{1}{7}\right)^{2\ln(2x-1)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^{\ln(x^2+2x+m)} < \left(\frac{1}{7}\right)^{2\ln(2x-1)}$$

$$\Leftrightarrow \ln(x^2 + 2x + m) > 2\ln(2x - 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + m > (2x - 1)^2 \Leftrightarrow m > 3x^2 - 6x + 1. \text{ Đặt } g(x) = 3x^2 - 6x + 1.$$

Câu 72. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình

$$3^{x-3+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 9x^2 + 24x + m) \cdot 3^{x-3} = 3^x + 1 \text{ có 3 nghiệm phân biệt là}$$

A. 45.

B. 34.

C. 27.

D. 38.

Lời giải

Chọn C

$$3^{x-3+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 9x^2 + 24x + m) \cdot 3^{x-3} = 3^x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3^{x-3+\sqrt[3]{m-3x}} + [(x-3)^3 + 27 + m - 3x] \cdot 3^{x-3} = 3^x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3^{\sqrt[3]{m-3x}} + (x-3)^3 + m - 3x + 27 = 3^3 + 3^{3-x} \quad (1)$$

$$a = 3 - x; b = \sqrt[3]{m-3x}$$

$$(1) \Leftrightarrow 3^b + 27 + b^3 - a^3 = 27 + 3^a \Leftrightarrow 3^b + b^3 = 3^a + a^3$$

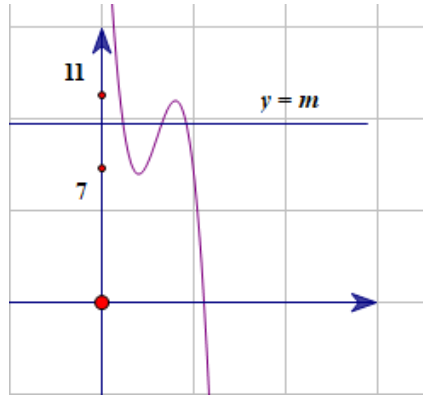
$$\text{Xét } f(t) = 3^t + t^3 \Rightarrow f'(t) = 3^t \cdot \ln 3 + 3t^2 \geq 0 \forall t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow f(a) = f(b) \Leftrightarrow a = b \Leftrightarrow 3 - x = \sqrt[3]{m-3x}$$

$$\Leftrightarrow m = (3-x)^3 + 3x = -x^3 + 9x^2 - 24x + 27$$

$$f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 27 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 18x - 24$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 4$$



Dựa vào đồ thị: $7 < m < 11 \Rightarrow m \in \{8; 9; 10\}$. Suy ra tổng các giá trị là 27.

Câu 73. Có bao nhiêu số nguyên y trong đoạn $[-2021; 2021]$ sao cho bất phương trình

$$(10x)^{y+\frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10} \log x} \text{ đúng với mọi } x \text{ thuộc } (1; 100) :.$$

A. 2021.

B. 4026.

C. 2013.

D. 4036.

Lời giải

Chọn A

$$(10x)^{y+\frac{\log x}{10}} \geq 10^{\frac{11}{10} \log x} \Leftrightarrow \left(y + \frac{\log x}{10}\right) \log(10x) \geq \frac{11}{10} \log x \Leftrightarrow \left(y + \frac{\log x}{10}\right) (1 + \log x) \geq \frac{11}{10} \log x \quad (1).$$

Đặt $\log x = t$. Ta có $x \in (1; 100) \Rightarrow \log x \in (0; 2) \Rightarrow t \in (0; 2)$. Bất phương trình trở thành

$$\left(y + \frac{t}{10}\right) (t+1) \geq \frac{11}{10} t \quad (2) \Leftrightarrow y(t+1) \geq \frac{-t^2 + 10t}{10} \Leftrightarrow \frac{-t^2 + 10t}{10(t+1)} \leq y \quad (2).$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{-t^2 + 10t}{10(t+1)} \text{ trên khoảng } (0; 2), \text{ ta có } f'(t) = \frac{-t^2 - 2t + 10}{10(t+1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(t) > 0, \forall t \in (0; 2) \Rightarrow f(0) < f(t) < f(2), \forall t \in (0; 2) \Leftrightarrow 0 < f(t) < \frac{8}{15}, \forall t \in (0; 2).$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow (2) \text{ đúng với mọi } t \in (0; 2) \Leftrightarrow f(t) \leq y, \forall t \in (0; 2) \Leftrightarrow y \geq \frac{8}{15}.$$

Kết hợp với điều kiện $y \in [-2021; 2021] \Rightarrow y \in \left[\frac{8}{15}; 2021\right]$. Vậy có tất cả 2021 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 74. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-20; 20)$ để phương trình $7^x + m = 6 \log_7(6x - m)$ có nghiệm thực

A. 19.

B. 21.

C. 18.

D. 20.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $t = \log_7(6x - m) \Leftrightarrow 6x - m = 7^t \Leftrightarrow 6x - 7^t = m$. Khi đó phương trình trở thành

$$7^x + (6x - 7^t) = 6t \Leftrightarrow 7^x + 6x = 7^t + 6t \Leftrightarrow x = t.$$

Khi đó ta có PT: $6x - 7^x = m$. Xét hàm số $f(x) = 6x - 7^x; x \in \mathbb{R}$

Có $f'(x) = 6 - 7^x \ln 7 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_7 \frac{6}{\ln 7} = x_0$. Ta có BBT

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
y'		0	
		+	-
y	$-\infty$	$y(x_0)$	$-\infty$

Từ BBT ta thấy PT có nghiệm

$$m \leq y(x_0) = 6 \log_7 \frac{6}{\ln 7} - 7^{\log_7 \frac{6}{\ln 7}} \approx 0,389;$$

Mà $m \in (-20; 20); m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-19; -18; \dots; 0\}$

Nguyễn Bảo Vương