

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI 2018

ĐỀ SỐ 5

(Thời gian làm bài: 90 phút)

Câu 1. Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

A. 1260. B. 40320. C. 120. D. 1728.

Câu 2. Phương trình $\sqrt{3}\cos x + \sin x = -2$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[0; 4035\pi]$?

A. 2016. B. 2017. C. 2011. D. 2018.

Câu 3. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất?

A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$. B. $y = \frac{1-x}{1+x}$.

C. $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$. D. $y = -x^3 + 3x - 2$.

Câu 4. Cho các số thực a, b thỏa mãn $\sqrt[3]{a^{14}} > \sqrt[4]{a^7}$, $\log_b(2\sqrt{a+1}) < \log_b(\sqrt{a} + \sqrt{a+2})$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > 1, b > 1$. B. $0 < a < 1 < b$.

C. $0 < b < 1 < a$. D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.

Câu 5. Một sợi dây kim loại dài a (cm). Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn, đoạn có độ dài x (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông ($a > x > 0$). Tìm x để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

A. $x = \frac{a}{\pi+4}$ (cm). B. $x = \frac{2a}{\pi+4}$ (cm).

C. $x = \frac{\pi a}{\pi+4}$ (cm). D. $x = \frac{4a}{\pi+4}$ (cm).

Câu 6. Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất một lần. Giả sử con xúc sắc xuất hiện mặt k chấm. Xét phương trình

$$-x^3 + 3x^2 - x = k.$$

Tính xác suất để phương trình trên có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 7. Áp suất không khí P (mmHg) được tính theo công thức $P = P_0 \cdot e^{kx}$ (mmHg), trong đó x là độ cao (đo bằng mét), $\left| \frac{z-1}{z-1} \right| = \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$ mmHg là áp suất ở mức nước biển ($x=0$), k là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m thì áp suất của không khí bằng 672,71mmHg. Tính áp suất của không khí ở độ cao 3000m.

A. 527,06mmHg.

B. 530,23mmHg.

C. 530,73mmHg.

D. 545,01mmHg.

Câu 8. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có chiều cao h và bán kính mặt cầu nội tiếp r ($h > 2r > 0$).

A. $V = \frac{4h^2r^2}{3(h+2r)}$. B. $V = \frac{4h^2r^2}{h-2r}$.

C. $V = \frac{4h^2r^2}{3(h-2r)}$. D. $V = \frac{3h^2r^2}{4(h-2r)}$.

Câu 9. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn

$$\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 ?$$

A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 10. Cho số thực α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính

$$(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha.$$

A. $\frac{25}{128}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{255}{128}$. D. $\frac{225}{128}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z = 1$. Gọi N là hình chiếu vuông góc của M trên (P) . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn MN .

A. $x - 2y + 2z + 3 = 0$.

B. $x - 2y + 2z + 1 = 0$.

C. $x - 2y + 2z - 3 = 0$.

D. $x - 2y + 2z + 2 = 0$.

Câu 12. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m sao cho đường thẳng $d: y = mx - m - 3$ cắt đồ thị

$(C): y = 2x^3 - 3x^2 - 2$ tại ba điểm phân biệt $A, B, I(1; -3)$ mà tiếp tuyến với (C) tại A và tại B vuông góc với nhau. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. -1. B. 1. C. 2. D. 5.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị m sao cho đồ thị $y = x^4 + (m+1)x^2 - 2m - 1$ có ba điểm cực trị là ba

đỉnh của một tam giác có một góc bằng 120° .

A. $m = -1 - \frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $m = -1 - \frac{2}{\sqrt{3}}$, $m = -1$.

C. $m = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $m < -1$.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị m để hàm số sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\ln x} & \text{khi } x > 1 \\ m.e^{x-1} + 1 - 2mx^2 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$$

A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 0$.

Câu 16. Trên đồ thị $(C): y = \frac{x-1}{x-2}$ có bao nhiêu điểm M mà tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d: x + y = 1$?

A. 0 B. 1 C. 2. D. 4.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = -t' \\ z = 2t' \end{cases} \quad (t, t' \in \mathbb{R}).$$

Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$. D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 18. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển

$$f(x) = (1 - 3x + 2x^3)^{10} \text{ thành đa thức.}$$

A. 204120. B. -262440.

C. -4320. D. -62640.

Câu 19. Với mỗi số nguyên dương n ta kí hiệu

$$I_n = \int_0^1 x^2 (1-x^2)^n dx. \text{ Tính } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{I_{n+1}}{I_n}.$$

A. 1 B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 20. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $AA' = h$ ($a, h > 0$). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB', BC' .

A. $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + h^2}}$. B. $\frac{ah}{\sqrt{5a^2 + h^2}}$.

C. $\frac{ah}{\sqrt{2a^2 + h^2}}$. D. $\frac{ah}{\sqrt{a^2 + 5h^2}}$.

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(2; -1)$.

Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = \sin 3x$. Phép vị tự tâm $I(2; -1)$, tỉ số $k = -\frac{1}{2}$ biến (C) thành (C') .

Viết phương trình đường cong (C') .

A. $y = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(6x + 18)$.

B. $y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x + 18)$.

C. $y = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \sin(6x - 18)$.

D. $y = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \sin(6x - 18)$.

Câu 22. Đường thẳng $y = m$ tiếp xúc với đồ thị $(C): y = -2x^4 + 4x^2 - 1$ tại hai điểm phân biệt. Tìm tung độ tiếp điểm.

A. 1. B. -1. C. 0. D. 3.

Câu 23. Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

A. 20 B. 42. C. 21. D. 17.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón đỉnh

$$S\left(\frac{17}{18}; -\frac{11}{9}; \frac{17}{18}\right) \text{ có đường tròn đáy đi qua ba điểm}$$

$A(1; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; 1)$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \frac{\sqrt{86}}{6}$. B. $l = \frac{\sqrt{194}}{6}$.

C. $l = \frac{\sqrt{94}}{6}$. D. $l = \frac{5\sqrt{2}}{6}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có

$$f'(x) = x^{2017} \cdot (x-1)^{2018} \cdot (x+1), \forall x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 26. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{mx+1}{2m+1-x}$ cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 3. Tìm m .

A. $m = 1, m = \frac{3}{2}$. B. $m = -1, m = -\frac{3}{2}$.

C. $m = 1, m = -\frac{3}{2}$.

D. $m = -1, m = 3$.

Câu 27. Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật, biết rằng ba mặt của hình này có diện tích là 20cm^2 , 10cm^2 , 8cm^2 .

A. 40cm^3 .

B. 1600cm^3 .

C. 80cm^3 .

D. 200cm^3 .

Câu 28. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = -t^3 + 3t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và S tính bằng mét. Tính vận tốc của chuyển động tại thời điểm gia tốc triệt tiêu.

A. 12m/s . B. 0m/s . C. 11m/s . D. 6m/s .

Câu 29. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm

số $f(x) = \frac{8}{1+2x} + x$ trên đoạn $[1; 2]$ lần lượt là

A. $\frac{11}{3}, \frac{7}{2}$. B. $\frac{11}{3}, \frac{18}{5}$. C. $\frac{13}{3}, \frac{7}{2}$. D. $\frac{18}{5}, \frac{3}{2}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; -2)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC . Viết phương trình mặt cầu tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (α) .

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 81$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = 1, BC = \sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB, SC .

A. 45° . B. 120° . C. 30° . D. 60° .

Câu 32. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai

điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$.

A. $y = 2x + 2$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = 2x + 1$.

D. $y = 1 - x$.

Câu 33. Từ phương trình

$$(3 + 2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2} - 1)^x = 3$$

đặt $t = (\sqrt{2} - 1)^x$ ta thu được phương trình nào sau đây?

A. $t^3 - 3t - 2 = 0$. B. $2t^3 + 3t^2 - 1 = 0$.

C. $2t^3 + 3t - 1 = 0$. D. $2t^2 + 3t - 1 = 0$.

Câu 34. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có $AB = a, AC = 2a, \widehat{BAC} = 120^\circ, SA \perp (ABC)$, góc giữa (SBC) và (ABC) là 60° .

A. $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$.

B. $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$.

C. $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$.

D. $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $81^{2x - \sqrt{x}} = m$ có nghiệm.

A. $m \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $m \geq 0$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq -\frac{1}{8}$.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị dương của m để

$$\int_0^3 x(3-x)^m dx = -f'\left(\frac{10}{9}\right), \text{ với } f(x) = \ln x^{15}.$$

A. $m = 20$. B. $m = 4$. C. $m = 5$. D. $m = 3$.

Câu 37. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(P): y = x^2 - 4x + 5$ và các tiếp tuyến với (P) tại $A(1; 2)$ và $B(4; 5)$.

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 38. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tại A', B', C', D' tương ứng, sao cho $AA' = 3, BB' = 5, CC' = 4$. Tính DD' .

A. 4. B. 6. C. 2. D. 12.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a . Tính khoảng cách giữa SC và AB biết rằng $SO = a$ và vuông góc với mặt đáy của hình chóp.

A. a .

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2a}{5}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 40. Cho tam giác ABC vuông tại A, AH vuông góc với BC tại $H, HB = 3,6\text{ cm}, HC = 6,4\text{ cm}$. Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $205,89\text{cm}^3$.

B. $617,66\text{cm}^3$.

C. $65,14\text{cm}^3$.

D. $65,54\text{cm}^3$.

Câu 41. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết rằng $AB = CD = a, BC = AD = b, AC = BD = c$.

A. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

B. $\sqrt{2(a^2 + b^2 + c^2)}$.

C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. D. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 42. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \sqrt{n+2018} - \sqrt{n+2017}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Dãy số (u_n) là dãy tăng. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

C. $0 < u_n < \frac{1}{2\sqrt{2018}}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 1$.

Câu 43. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{3x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 1. B. 2. C. 0. D. 4.

Câu 44. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của m để phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0$ có nghiệm. Tập S

có bao nhiêu tập con?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz) . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

A. $4x - 2z - 3 = 0$. B. $4x - 2y - 3 = 0$.
C. $4x - 2z + 3 = 0$. D. $4x + 2z + 3 = 0$.

Câu 46. Cho tích phân $\int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \cos 2x \cos 4x dx = a + b\sqrt{3}$, trong đó a, b là các hằng số hữu tỉ. Tính $e^a + \log_2 |b|$.

A. -2. B. -3. C. $\frac{1}{8}$. D. 0.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T và T' . Tìm tọa độ trung điểm H của TT' .

A. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$. B. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$.

C. $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$. D. $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{7}{6}\right)$.

Câu 48. Cho các số phức z_1, z_2 với $z_1 \neq 0$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 \cdot z + z_2$ là đường tròn tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng 1. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường nào sau đây?

A. Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $|z_1|$.

B. Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức $-\frac{z_2}{z_1}$,

bán kính bằng $\frac{1}{|z_1|}$.

C. Đường tròn tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $\frac{1}{|z_1|}$.

D. Đường tròn tâm là điểm biểu diễn số phức $\frac{z_2}{z_1}$,

bán kính bằng $\frac{1}{|z_1|}$.

Câu 49. Tính đạo hàm cấp n ($n \in \mathbb{N}^*$) của hàm số $y = \ln|2x-3|$.

A. $y^{(n)} = (-1)^{n-1}(n-1)! \left(\frac{2}{2x-3}\right)^n$.

B. $y^{(n)} = (n-1)! \left(\frac{2}{2x-3}\right)^n$.

C. $y^{(n)} = (-1)^n(n-1)! \left(\frac{2}{2x-3}\right)^n$.

D. $y^{(n)} = (-1)^{n-1}(n-1)! \left(\frac{1}{2x-3}\right)^n$.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} + 3m-2$ đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$.

A. $-9 \leq m < 3$. B. $m \leq 3$. C. $m \leq -9$. D. $m < -9$.

NGUYỄN VĂN XÁ
(GV THPT Yên Phong số 2 – Bắc Ninh)

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 5

1A	2B	3A	4C	5C	6A	7A	8C	9B	10D
11A	12A	13B	14A	15D	16B	17A	18D	19A	20D
21D	22A	23A	24A	25C	26C	27A	28A	29A	30C
31D	32B	33B	34A	35A	36D	37A	38C	39D	40A
41C	42A	43B	44D	45A	46A	47A	48B	49A	50C

Câu 1. $\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$. Chọn A.

Câu 2. $PT \Leftrightarrow x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ta thấy

$$0 \leq -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 4035\pi \Leftrightarrow \frac{5}{12} \leq k \leq \frac{24215}{12} \approx 2017,9.$$

Mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{1, 2, 3, \dots, 2017\}$. Vậy trên đoạn $[0; 4035\pi]$ phương trình $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -2$ có 2017 nghiệm. Chọn B.

Câu 4. Vì $\sqrt[3]{a^{14}} > \sqrt[4]{a^7}$ nên $a > 1$. Với $a > 1$ thì $2\sqrt{a+1} > \sqrt{a} + \sqrt{a+2} \Leftrightarrow a+1 > \sqrt{a^2+2a} \Leftrightarrow 1 > 0$ (luôn đúng).

Mặt khác $\log_b(2\sqrt{a+1}) < \log_b(\sqrt{a} + \sqrt{a+1})$ nên $0 < b < 1$. Chọn C.

Câu 5. Tổng diện tích

$$S = \pi \left(\frac{x}{2\pi} \right)^2 + \left(\frac{a-x}{4} \right)^2 = \frac{\pi+4}{16\pi} x^2 - \frac{a}{8} x + \frac{a^2}{16}$$

nhỏ nhất khi $x = \frac{a\pi}{\pi+4}$. Chọn C.

Câu 6. $n(\Omega) = 6$, gọi A là biến cố cần tính xác suất thì $n(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$. Chọn A.

Câu 7. Xin đính chính đề bài ở câu này: Đã viết:

$$\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \text{ mmHg, sửa lại: } P_0 = 760 \text{ mmHg}$$

Khi đó: $P = 760 \cdot e^{\frac{3000}{1000} \ln \frac{672,71}{760}} \approx 527,06 \text{ (mmHg)}$.

Chọn A.

Câu 8. Gọi khối chóp đã cho là $S.ABCD$, gọi M, N, H lần lượt là trung điểm của AD, BC, MN , thì $SH = h$ và SMN là tam giác cân tại S . Gọi O là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$ và gọi

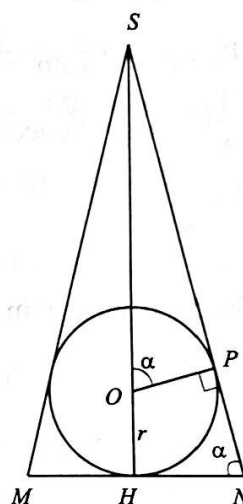
P là tiếp điểm của mặt cầu đó với mặt phẳng (SBC) . Do $\triangle SOP \sim \triangle SNH \Rightarrow SN = \frac{h-r}{r} HN$.

Lại có:

$$SN^2 = h^2 + HN^2. \text{ Suy ra } HN^2 = \frac{hr^2}{h-2r}. \text{ Ta có}$$

$$S_{ABCD} = 4 \cdot HN^2 = \frac{4hr^2}{h-2r}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{h}{3} \cdot S_{ABCD} = \frac{4h^2r^2}{3(h-2r)}. \text{ Chọn C.}$$



Câu 9. Gọi A_1, A_2 là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2 ($z_1 \neq z_2$) thì tập hợp những điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-z_1}{z-z_2} \right| = 1$ là đường trung trực của đoạn thẳng A_1A_2 . Tìm ra $z = 1+i$.

Câu 12. Phương trình hoành độ điểm chung của (C) và d là $mx - m - 3 = 2x^3 - 3x^2 - 2$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x^2 - x - 1 - m) = 0.$$

Với $\begin{cases} m > -\frac{9}{8} \\ m \neq 0 \end{cases}$ thì d cắt (C) tại ba điểm phân biệt

$A(x_1; mx_1 - m - 3), B(x_2; mx_2 - m - 3), I(1; -3)$, trong đó

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ x_1 x_2 = -\frac{m+1}{2} \end{cases} \cdot \text{Tiếp tuyến với } (C) \text{ tại } A, B \text{ vuông}$$

góc với nhau khi $(6x_1^2 - 6x_1)(6x_2^2 - 6x_2) = -1$

$$\Leftrightarrow 36x_1x_2(x_1x_2 + 1 - x_1 - x_2) = -1$$

$$\text{hay } 9m(m+1) = -1 \Leftrightarrow 9m^2 + 9m + 1 = 0.$$

Tập S gồm hai giá trị của m có tổng bằng -1 .

Chọn A.

Câu 13. Ta có $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8},$

$$\frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SD'}{SD} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}.$$

và

$$V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'}$$

$$V_{S.ABCD} = V_{S.ABC} + V_{S.ADC}$$

nên

$$V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'D'C'}$$

$$= \frac{1}{8}(V_{S.ABC} + V_{S.ADC}) = \frac{1}{8}V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}.$$

Cũng có thể thấy phép vị tự tâm S tỉ số $\frac{1}{2}$ biến hình chóp $S.ABCD$ thành hình chóp

$$S.A'B'C'D', \text{ nên } \frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3. \text{ Chọn B.}$$

Câu 14. Với $m < -1$ thì đồ thị hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 - 2m - 1$ có ba điểm cực trị

$$A(0; -2m-1), B\left(\sqrt{\frac{-m-1}{2}}; \frac{-m^2-10m-5}{4}\right),$$

$$C\left(-\sqrt{\frac{-m-1}{2}}; \frac{-m^2-10m-5}{4}\right).$$

Ta có

$$\overline{AB} = \left(\sqrt{\frac{-m-1}{2}}; \frac{-m^2-2m-1}{4}\right),$$

$$\overline{AC} = \left(-\sqrt{\frac{-m-1}{2}}; \frac{-m^2-2m-1}{4}\right),$$

nên $AB^2 = AC^2 = \left(\frac{m+1}{2}\right)^4 - \frac{m+1}{2}$. Tam giác ABC cân tại A , do đó tam giác này có một góc bằng 120° khi

$$\cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{AB \cdot AC} = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\left(\frac{m+1}{2}\right)^4 + \frac{m+1}{2}\right) = \frac{m+1}{2} - \left(\frac{m+1}{2}\right)^4$$

$$\Leftrightarrow m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}.$$

(do $m < -1$). Chọn A.

Câu 17. Ta có $\Delta_1 \cap \Delta_2 = M(1; 0; 0)$, $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$,

và $\vec{u}_2 = (-1; -1; 2)$ là các VTCP của hai đường

thẳng đã cho, $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -5 < 0$, $|\vec{u}_1| = |\vec{u}_2| = \sqrt{6}$, nên

$\vec{u} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (2; 3; -3)$ là một VTCP của đường

phân giác Δ của góc nhọn tạo bởi Δ_1, Δ_2 . Vậy

$$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 18. Ta có

$$(1-3x+2x^3)^{10} = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^k C_{10}^k C_k^i 2^{10-k} (-3)^i x^{30-3k+i}.$$

Các cặp số nguyên (i, k) thỏa mãn $0 \leq i \leq k \leq 10$,

$30-3k+i=7$ là $(i, k) = (1, 8), (4, 9), (7, 10)$. Do đó

hệ số của x^7 trong khai triển đã cho là

$$C_{10}^8 C_8^1 2^2 (-3)^1 + C_{10}^9 C_9^4 2^1 (-3)^4 + C_{10}^{10} C_{10}^7 2^0 (-3)^7 = -62640.$$

Chọn D.

Câu 19. Với mỗi số nguyên dương n ta kí hiệu

$$I_n = \int_0^1 x^2 (1-x^2)^n dx. \text{ Khi đó}$$

$$I_{n+1} = \int_0^1 x^2 (1-x^2)^{n+1} dx = I_n - \int_0^1 x^3 x (1-x^2)^n dx.$$

Với tích phân $J = \int_0^1 x^3 \cdot x(1-x^2)^n dx$ ta đặt

$$\begin{cases} u = x^3 \\ v = -\frac{1}{2(n+1)}(1-x^2)^{n+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = 3x^2 \\ v' = x(1-x^2)^n \end{cases}$$

$$\Rightarrow J = \left(\frac{-x^3}{2(n+1)}(1-x^2)^{n+1} \right) \Big|_0^1 + \int_0^1 \frac{3x^2}{2(n+1)}(1-x^2)^{n+1} dx$$

$$\Rightarrow J = \frac{3}{2(n+1)} I_{n+1} \Rightarrow I_{n+1} = I_n - \frac{3}{2(n+1)} I_{n+1}$$

$$\Rightarrow \frac{I_{n+1}}{I_n} = \frac{2n+2}{2n+5}. \text{ Vậy } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{I_{n+1}}{I_n} = 1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 20. Chọn hệ tọa độ Oxyz sao cho $A(0;0;h)$,

$$B(a;0;h), B'(a;0;0), C'(0;a;0),$$

$$\overline{AB'} = (a;0;-h), \overline{BC'} = (-a;a;-h),$$

$$[\overline{AB'}, \overline{BC'}] = (ah; 2ah; a^2), \overline{AB} = (a;0;0).$$

$$\text{Vậy } d(AB', BC') = \frac{|\overline{AB'} \cdot \overline{BC'}|}{|\overline{AB'}|} = \frac{ah}{\sqrt{a^2 + 5h^2}}.$$

Chọn D.

Câu 21. Phép vị tự tâm $I(a;b)$ tỉ số $k \neq 0$ biến điểm $M(x;y) \in (C): y = f(x)$ thành điểm

$M'(x';y') \in (C')$ và biến (C) thành (C') . Ta có

$$\overline{IM'} = k \cdot \overline{IM}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' - a = k(x - a) \\ y' - b = k(y - b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{x' + ka - a}{k} \\ y = \frac{y' + kb - b}{k} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } M \in (C) \Leftrightarrow \frac{y' + kb - b}{k} = f\left(\frac{x' + ka - a}{k}\right)$$

$$\Leftrightarrow y' = k \cdot f\left(\frac{x' + ka - a}{k}\right) - kb + b$$

$$\Leftrightarrow M'(x';y') \in (C'): y = k \cdot f\left(\frac{x + ka - a}{k}\right) - kb + b.$$

Vậy phép vị tự tâm $I(a;b)$ tỉ số $k \neq 0$ biến đồ thị $(C): y = f(x)$ thành đồ thị

$$(C'): y = k \cdot f\left(\frac{x + ka - a}{k}\right) - kb + b.$$

Chọn D.

Câu 23. Gọi số hạng thứ hai của cấp số cộng là u_2 thì số hạng thứ 9 và thứ 44 của cấp số cộng này là $u_9 = u_2 + 7d, u_{44} = u_2 + 42d$ (d là công sai của cấp số cộng, $d \neq 0$ vì u_2, u_9, u_{44} phân biệt).

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 \cdot u_{44} = u_9^2 \\ u_2 + u_9 + u_{44} = 217 \end{cases}$$

$$\text{nên } \begin{cases} u_2 \cdot (u_2 + 42d) = (u_2 + 7d)^2 \\ u_2 + u_2 + 7d + u_2 + 42d = 217 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_2 = 7 \\ d = 4 \end{cases}$$

(do $d \neq 0$). Do đó $u_1 = u_2 - d = 3$ và

$$S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d) = n(2n+1).$$

Phương trình $n(2n+1) = 820$ có một nghiệm nguyên dương là $n = 20$. Chọn A.

Câu 24. Độ dài đường sinh của hình nón là

$$l = SA = SB = SC = \frac{\sqrt{86}}{6}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 30. Bán kính mặt cầu $R = OH = 3$. Chọn C.

Câu 31. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của

$$BC, AC, SA \text{ và } MN = NP = MP = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MNP} = 60^\circ.$$

Góc giữa AB, SC bằng 60° . Chọn D.

$$\text{Câu 34. Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}. \text{ Kẻ } AH \perp BC,$$

$H \in BC$ thì $\widehat{SHA} = 60^\circ$ và

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ = 7a^2,$$

$$AH = \frac{2 \cdot S_{\triangle ABC}}{BC} = a \sqrt{\frac{3}{7}} \Rightarrow SA = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{\sqrt{7}} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = a^3 \cdot \frac{\sqrt{21}}{14}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 37. Tiếp tuyến với (C) tại A, B là

$$d_1: y = -2x + 4, d_2: y = 4x - 11, d_1 \cap d_2 = M\left(\frac{5}{2}; -1\right).$$

Diện tích cần tính

$$S = \int_1^{\frac{5}{2}} [(x^2 - 4x + 5) - (-2x + 4)] dx + \int_{\frac{5}{2}}^4 [(x^2 - 4x + 5) - (4x - 11)] dx = \frac{9}{4} \quad (\text{đvdt})$$

Chọn A.

Câu 38. $AA' + CC' = BB' + DD'$. Chọn C.

Câu 39. Gọi K là trung điểm của DC và H là hình chiếu của O trên SK . Ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OK^2} = \frac{5}{a^2}$$

$$\Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{5}} \Rightarrow d(SC, AB) = 2.OH = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Chọn D.

Câu 40. Khối nón có chiều cao $h = AH = 4,8$ cm và bán kính đáy $r = HC = 6,4$ cm nên có thể tích

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \approx 205,89 \text{ cm}^3. \text{ Chọn A.}$$

Câu 41. Qua mỗi cạnh của tứ diện $ABCD$ dựng mặt phẳng song song với cạnh đối diện, ta được hình hộp $AMBN.QCPD$ ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Vì các cặp cạnh đối của $ABCD$ bằng nhau nên mỗi mặt của hình hộp nói trên là những hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau. Vì thế $AMBN.QCPD$ là hình hộp chữ nhật với các kích thước $AM = x, AN = y, AQ = z$ và $x^2 + y^2 = a^2, y^2 + z^2 = b^2, z^2 + x^2 = c^2$. Hình cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ chính là hình cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $AMBN.QCPD$ và có bán kính bằng

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 42. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+2018} + \sqrt{n+2017}}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$

Chọn A.

Câu 43. Ta thấy $3y - 2 = -\frac{11}{3x + 4}$, do đó nếu

$x, y \in \mathbb{Z}$ thì $3x + 4$ là ước của 11, tìm ra hai điểm

có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số đã cho là $A(-1; -3), B(-5; 1)$. Chọn B.

Câu 44. Tập $S = \{-1; 0\}$ có 4 tập con. Chọn D.

Câu 46. Đặt $t = \sin 2x$, tính ra $a = 0, b = -\frac{1}{8}$ nên $e^a + \log_2 |b| = -2$. Chọn A.

Câu 47. Gọi I và r lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S) , gọi A là hình chiếu của I trên d . Khi đó trung điểm H của TT' thỏa mãn $\overline{IH} \cdot \overline{IA} = r^2$ và $\overline{IH}, \overline{IA}$ cùng hướng. Chọn A.

Câu 48. Ta có

$$|w| = 1 \Leftrightarrow |z_1 \cdot z + z_2| = 1$$

$$\Leftrightarrow \left| z_1 \cdot \left(z + \frac{z_2}{z_1} \right) \right| = 1 \Leftrightarrow \left| z + \frac{z_2}{z_1} \right| = \frac{1}{|z_1|}.$$

Chọn B.

Câu 49. Đạo hàm cấp n ($n \in \mathbb{N}^*$) của hàm số $y = \ln|ax + b|$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) là

$$y^{(n)} = (-1)^{n-1} (n-1)! \left(\frac{a}{ax+b} \right)^n.$$

Chọn A.

Câu 50. Đặt $t = 2^{\cot x}$ thì $t = t(x) = 2^{\cot x}$ nghịch biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi \right)$ và tập giá trị của t là $(0; 2]$.

Bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t) = t^3 + (m-3)t + 3m - 2, t \in (0; 2]$, nghịch biến trên nửa khoảng $(0; 2]$. Ta có

$$f'(t) = 3t^2 + m - 3 \leq 0 \forall t \in (0; 2]$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m \geq 0 \\ -\sqrt{\frac{3-m}{3}} \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -9. \\ \sqrt{\frac{3-m}{3}} \geq 2 \end{cases}$$

Vậy với $m \leq -9$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4}; \pi \right)$. Chọn C.

NGUYỄN VĂN XÁ

(GV THPT Yên Phong số 2 – Bắc Ninh)