TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

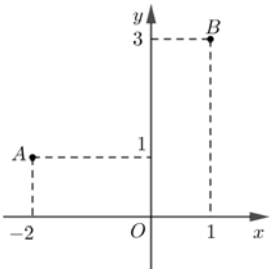
(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2018 – LẦN 1
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 132

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm A, B như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng AB biểu diễn số phức



A. $-\frac{1}{2}+2i$. **B.** $-1+2i$.

C. $2-i$. **D.** $2-\frac{1}{2}i$.

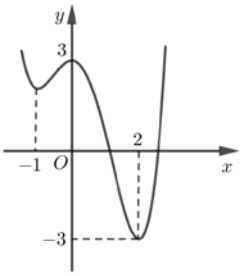
Câu 2: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$ là

A. $2\sin 2x+C$. **B.** $\sin 2x+C$. **C.** $\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 3: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA'=h$ và diện tích của tam giác ABC bằng S. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V=\frac{1}{3}Sh$. **B.** $V=\frac{2}{3}Sh$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=2Sh$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



A. Đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
B. Nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.
C. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
D. Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 5: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $R=h$. **B.** $R=2h$. **C.** $h=2R$. **D.** $h=\sqrt{2}R$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=-1+t\\z=1\end{cases}$ là

A. $\vec{m}(2;-1;1)$. **B.** $\vec{n}(-2;-1;0)$. **C.** $\vec{v}(2;-1;0)$. **D.** $\vec{u}(2;1;1)$.

Câu 7: Cho k, n $(k<n)$ là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $A_n^k=k!.C_n^k$. **B.** $C_n^k=\frac{n!}{k!.(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=C_n^{n-k}$. **D.** $A_n^k=n!.C_n^k$.

Câu 8: Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log(10ab)^2=(1+\log a+\log b)^2$. **B.** $\log(10ab)^2=2+2\log(ab)$.
C. $\log(10ab)^2=2(1+\log a+\log b)$. **D.** $\log(10ab)^2=2+\log(ab)^2$.

Câu 9: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. $y=|x|$. **B.** $y=\dfrac{x}{x+1}$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$.

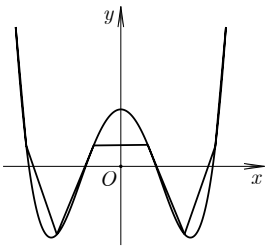
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-2		0		1		3
$f'(x)$	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$		

Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đã cho?

A. Đạt cực tiểu tại $x=-2$. **B.** Đạt cực đại tại $x=1$.
C. Đạt cực tiểu tại $x=3$. **D.** Đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 11: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^2-3x+1$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$.
C. $y=-x^4+3x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $P(1;0;3)$. **B.** $Q(0;2;0)$. **C.** $R(1;0;0)$. **D.** $S(0;0;3)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):x+2y-z-1=0$ và $(\beta):2x+4y-mz-2=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** Không tồn tại m.

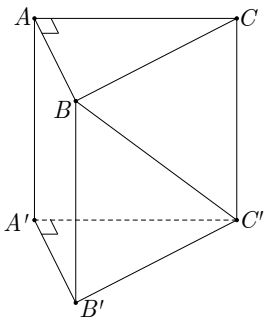
Câu 14: Phương trình $\ln\left(x^2+1\right).\ln\left(x^2-2018\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 15: Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x=0$, $x=1$, $y=0$ và $y=\sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V=\pi\int\limits_0^1\sqrt{2x+1}dx$. **B.** $V=\pi\int\limits_0^1(2x+1)dx$. **C.** $V=\int\limits_0^1(2x+1)dx$. **D.** $V=\int\limits_0^1\sqrt{2x+1}dx$.

Câu 16: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=AA'=a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tang của góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$.

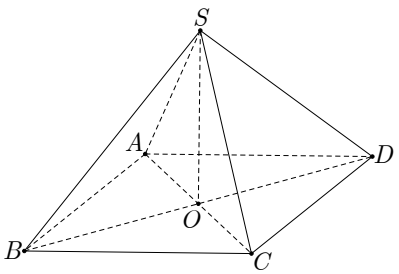


A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.
C. $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)=\log_3(2x+1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng

A. $\dfrac{2}{\ln 3}$. **B.** 0. **C.** $2\ln 3$. **D.** 2.

Câu 18: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tâm O, $SO=a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;\,0;\,-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $x+z=0$. **C.** $y+z+1=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Câu 20: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2-8z+25=0$. Giá trị của $|z_1-z_2|$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 21: Đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 22: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1+x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3;\,-1]$ bằng

A. 5. **B.** –4. **C.** –6. **D.** –5.

Câu 24: Tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=-2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;\,2)$. **B.** $(2;\,+\infty)$. **C.** $(-\infty;\,-2)$. **D.** $(-2;\,0)$.

Câu 26: Cho $(P):y=x^2$ và $A\left(-2;\,\frac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc (P). Khoảng cách MA bé nhất là

A. $\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 27: Cho khai triển $\left(3-2x+x^2\right)^9=a_0x^{18}+a_1x^{17}+a_2x^{16}+\cdots+a_{18}$. Giá trị của a_{15} bằng

A. 218700. **B.** 489888. **C.** –804816. **D.** –174960.

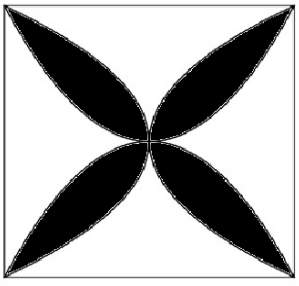
Câu 28: Biết rằng a là số thực dương để bất phương trình $a^x\ge 9x+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a\in\left(10^3;\,10^4\right]$. **B.** $a\in\left(10^2;\,10^3\right]$. **C.** $a\in\left(0;\,10^2\right]$. **D.** $a\in\left[10^4;\,+\infty\right)$.

Câu 29: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16$, $\int_0^1 f(2x)dx=2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x)dx$ bằng

A. 30. **B.** 28. **C.** 36. **D.** 16.

Câu 30: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng



A. 800cm^2. **B.** $\frac{800}{3}\text{cm}^2$.

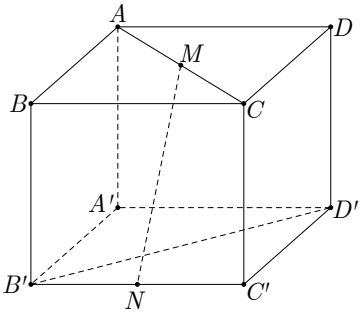
C. $\frac{400}{3}\text{cm}^2$. **D.** 250cm^2.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+y-z-2=0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d?

A. $\Delta_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z-4}{3}$. **B.** $\Delta_4:\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{1}$.

C. $\Delta_3:\frac{x-5}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-5}{1}$. **D.** $\Delta_1:\frac{x+2}{-3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z+4}{-1}$.

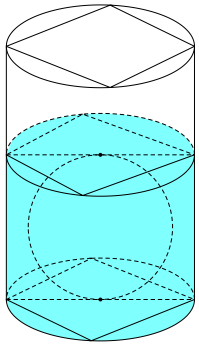
Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng



A. $\sqrt{5}a$. **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

C. $3a$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Câu 33: Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5\,\text{cm}$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4\,\text{cm}$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5\,\text{cm}$. Bán kính của viên billiards đó bằng



A. $2,7\,\text{cm}$. **B.** $4,2\,\text{cm}$. **C.** $3,6\,\text{cm}$. **D.** $2,6\,\text{cm}$.

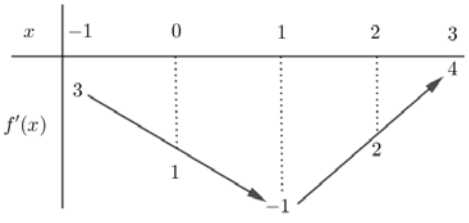
Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=m^2x^4-2(4m-1)x^2+1$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 15. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 16.

Câu 35: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2=|z|^2+\overline{z}$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên khoảng



A. $(2;4)$. **B.** $(0;2)$.

C. $(-2;0)$. **D.** $(-4;-2)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-2z-2=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α), song song với d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left(f'(x)\right)^2+f(x).f''(x)=15x^4+12x,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=f'(0)=1$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y=x^3+(a+10)x^2-x+1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 8.

Câu 40: Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0;10), N(100;10)$ và $P(100;0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x;y), (x,y\in\mathbb{Z})$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A(x;y)\in S$. Xác suất để $x+y\le 90$ bằng

A. $\dfrac{169}{200}$. **B.** $\dfrac{845}{1111}$. **C.** $\dfrac{86}{101}$. **D.** $\dfrac{473}{500}$.

Câu 41: Giả sử a,b là các số thực sao cho $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x,y,z thỏa mãn $\log(x+y)=z$ và $\log(x^2+y^2)=z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $\dfrac{31}{2}$. **B.** $\dfrac{29}{2}$. **C.** $-\dfrac{31}{2}$. **D.** $-\dfrac{25}{2}$.

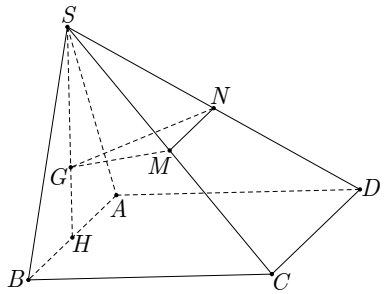
Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0)+f(1)=0$. Biết $\int\limits_0^1 f^2(x)dx=\dfrac{1}{2}$, $\int\limits_0^1 f'(x)\cos\pi x dx=\dfrac{\pi}{2}$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)dx$.

A. π. **B.** $\dfrac{1}{\pi}$. **C.** $\dfrac{2}{\pi}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{2}$.

Câu 43: Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2-x+2+a\ln\left(x^2-x+1\right)\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a\in(2;3]$. **B.** $a\in(8;+\infty)$. **C.** $a\in(6;7]$. **D.** $a\in(-6;-5]$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

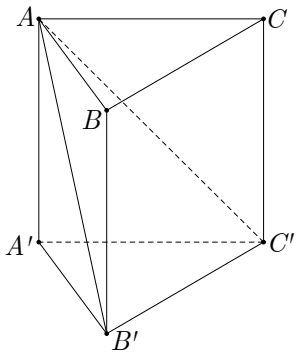


A. $\dfrac{2\sqrt{39}}{39}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 18.

Câu 46: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60^0 (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối chóp $B'.ACC'A'$ bằng



A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;6;-2)$, $B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 12 = 0$. Điểm M di động trên mặt phẳng (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

A. -4. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 2. **D.** 10.

Câu 48: Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b \in (-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$?

A. 2. **B.** 9. **C.** 17. **D.** 16.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - z - 3 = 0$ và điểm $M(1;1;1)$. Gọi A là điểm thuộc tia Oz, B là hình chiếu của A lên (α). Biết rằng tam giác MAB cân tại M. Diện tích của tam giác MAB bằng

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{123}}{2}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 50: Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn $\left|iz + \sqrt{2} - i\right| = 1$ và $\left|z_1 - z_2\right| = 2$. Giá trị lớn nhất của $\left|z_1\right| + \left|z_2\right|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

---------- HẾT ----------

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1 NĂM 2018
MÔN TOÁN

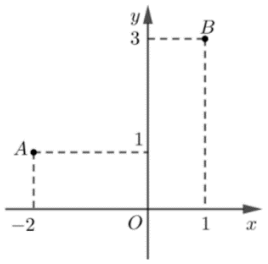
Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án
132	1	**A**	209	1	**A**	357	1	**A**	485	1	**B**
132	2	**C**	209	2	**C**	357	2	**D**	485	2	**D**
132	3	**D**	209	3	**D**	357	3	**D**	485	3	**B**
132	4	**C**	209	4	**D**	357	4	**C**	485	4	**D**
132	5	**A**	209	5	**B**	357	5	**B**	485	5	**C**
132	6	**B**	209	6	**D**	357	6	**B**	485	6	**C**
132	7	**D**	209	7	**B**	357	7	**B**	485	7	**B**
132	8	**A**	209	8	**B**	357	8	**C**	485	8	**A**
132	9	**B**	209	9	**D**	357	9	**A**	485	9	**C**
132	10	**D**	209	10	**B**	357	10	**C**	485	10	**B**
132	11	**B**	209	11	**D**	357	11	**B**	485	11	**D**
132	12	**B**	209	12	**B**	357	12	**D**	485	12	**B**
132	13	**D**	209	13	**D**	357	13	**B**	485	13	**C**
132	14	**D**	209	14	**B**	357	14	**D**	485	14	**B**
132	15	**B**	209	15	**B**	357	15	**D**	485	15	**C**
132	16	**A**	209	16	**D**	357	16	**C**	485	16	**D**
132	17	**A**	209	17	**A**	357	17	**C**	485	17	**D**
132	18	**B**	209	18	**A**	357	18	**D**	485	18	**C**
132	19	**A**	209	19	**C**	357	19	**B**	485	19	**B**
132	20	**C**	209	20	**A**	357	20	**B**	485	20	**A**
132	21	**B**	209	21	**B**	357	21	**D**	485	21	**A**
132	22	**A**	209	22	**A**	357	22	**C**	485	22	**B**
132	23	**B**	209	23	**D**	357	23	**B**	485	23	**A**
132	24	**D**	209	24	**D**	357	24	**A**	485	24	**C**
132	25	**A**	209	25	**B**	357	25	**C**	485	25	**A**
132	26	**D**	209	26	**C**	357	26	**C**	485	26	**A**
132	27	**C**	209	27	**B**	357	27	**C**	485	27	**C**
132	28	**A**	209	28	**A**	357	28	**A**	485	28	**C**
132	29	**B**	209	29	**D**	357	29	**C**	485	29	**A**
132	30	**C**	209	30	**C**	357	30	**A**	485	30	**A**
132	31	**C**	209	31	**A**	357	31	**A**	485	31	**D**
132	32	**D**	209	32	**A**	357	32	**D**	485	32	**C**
132	33	**A**	209	33	**C**	357	33	**B**	485	33	**B**
132	34	**D**	209	34	**B**	357	34	**D**	485	34	**D**
132	35	**D**	209	35	**D**	357	35	**D**	485	35	**B**
132	36	**D**	209	36	**B**	357	36	**A**	485	36	**A**
132	37	**A**	209	37	**A**	357	37	**A**	485	37	**A**
132	38	**D**	209	38	**B**	357	38	**B**	485	38	**D**
132	39	**B**	209	39	**C**	357	39	**D**	485	39	**A**
132	40	**C**	209	40	**C**	357	40	**D**	485	40	**A**
132	41	**B**	209	41	**D**	357	41	**B**	485	41	**C**
132	42	**C**	209	42	**C**	357	42	**C**	485	42	**B**
132	43	**C**	209	43	**C**	357	43	**B**	485	43	**B**
132	44	**C**	209	44	**A**	357	44	**A**	485	44	**D**
132	45	**A**	209	45	**B**	357	45	**A**	485	45	**C**
132	46	**A**	209	46	**A**	357	46	**A**	485	46	**D**
132	47	**C**	209	47	**C**	357	47	**A**	485	47	**D**
132	48	**C**	209	48	**C**	357	48	**C**	485	48	**B**
132	49	**B**	209	49	**C**	357	49	**D**	485	49	**B**
132	50	**A**	209	50	**A**	357	50	**D**	485	50	**D**

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA MÔN TOÁN

TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH – NGHỆ AN – LẦN 1 – NĂM 2018

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho các điểm *A*, *B* như hình vẽ bên. Trung điểm của đoạn thẳng *AB* biểu diễn số phức



A. $-\frac{1}{2}+2i$. **B.** $-1+2i$.

C. $2-i$. **D.** $2-\frac{1}{2}i$.

Hướng dẫn giải

Nhìn vào trục tọa độ, ta có $A(-2;1)$; $B(1;3)$ nên trung điểm của *AB* có tọa độ $\left(\frac{-2+1}{2};\frac{1+3}{2}\right)$ hay $\left(-\frac{1}{2};2\right)$. **Chọn A.**

Câu 2: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$ là

A. $2\sin 2x+C$. **B.** $\sin 2x+C$. **C.** $\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Hướng dẫn giải

$\int \cos 2x dx=\frac{1}{2}\int \cos 2x d(2x)=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **Chọn C.**

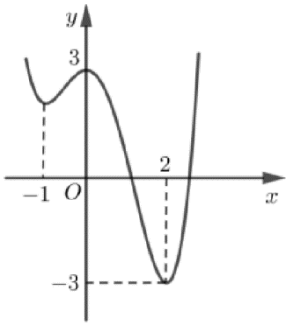
Câu 3: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA'=h$ và diện tích tam giác ABC bằng *S*. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V=\frac{1}{3}Sh$. **B.** $V=\frac{2}{3}Sh$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=2Sh$.

Hướng dẫn giải

$S_{ABCD}=2S_{ABC}=2S\Rightarrow V=S_{ABCD}.AA'=2Sh$. **Chọn D.**

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây là đúng về hàm số đó?

A. Đồng biến trên khoảng (0;2).

B. Nghịch biến trên khoảng (-3;0).

C. Đồng biến trên khoảng (-1;0).

D. Nghịch biến trên khoảng (0;3).

Hướng dẫn giải

Chú ý rằng $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số đi lên trên $(a;b)$. **Chọn C.**

Câu 5: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng *R*, chiều cao bằng *h*. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $R=h.$ **B.** $R=2h.$ **C.** $h=2R.$ **D.** $h=\sqrt{2}R.$

Hướng dẫn giải

$S_{tp}=S_{xq}+2S_d$, theo đề bài, $S_{tp}=2S_{xq}$, do đó $S_{xq}+2S_d=2S_{xq}\Rightarrow S_{xq}=2S_d\Rightarrow 2\pi Rh=2.\pi R^2\Leftrightarrow h=R$

Chọn A.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=-1+t\\z=1\end{cases}$ là

A. $\vec{m}(2;-1;1).$ **B.** $\vec{n}(-2;-1;0).$ **C.** $\vec{v}(2;-1;0).$ **D.** $\vec{u}(2;1;1).$

Hướng dẫn giải

Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ cùng phương với vectơ $(2;1;0)$.

Chọn B.

Câu 7: Cho k,n $(k<n)$ là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây là **sai?**

A. $A_n^k=k!.C_n^k.$ **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!.(n-k)!}.$ **C.** $C_n^k=C_n^{n-k}.$ **D.** $A_n^k=n!.C_n^k.$

Hướng dẫn giải

Chú ý các công thức: $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!};C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **Chọn D.**

Câu 8: Giả sử a,b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây là **sai?**

A. $\log(10ab)^2=(1+\log a+\log b)^2.$ **B.** $\log(10ab)^2=2+2\log(ab).$

C. $\log(10ab)^2=2(1+\log a+\log b).$ **D.** $\log(10ab)^2=2+\log(ab)^2.$

Hướng dẫn giải

$\log(10ab)^2=2\log 10ab=2(\log 10+\log a+\log b)=2(1+\log a+\log b)=2(1+\log ab)=2+\log(ab)^2$

Chọn A.

Câu 9: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không** liên tục trên *R*?

A. $y=|x|.$ **B.** $y=\dfrac{x}{x+1}.$ **C.** $y=\sin x.$ **D.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}.$

Hướng dẫn giải

Hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ không liên tục tại $x=-1$. **Chọn B.**

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;3]$ và có bảng xét dấu như hình bên.
Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đã cho?

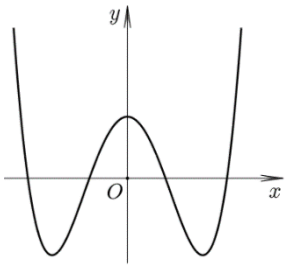
x	-2		0		1		3
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

A. Đạt cực tiểu tại $x=-2$.
B. Đạt cực đại tại $x=1$.
C. Đạt cực tiểu tại $x=3$.
D. Đạt cực đại tại $x=0$.

Hướng dẫn giải

$f(x)$ xác định tại $x=0$, không có đạo hàm tại $x=0$ và $f'(x)$ đổi dấu, $f'(x)>0$ khi $x\in(-2;0)$ và $f'(x)<0$ khi $x\in(0;1)$ nên $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$. **Chọn D.**

Câu 11: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^2-3x+1$.
B. $y=x^4-3x^2+1$.
C. $y=-x^4+3x+1$.
D. $y=x^3-3x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung nên hàm số là hàm chẵn. **Chọn B.**

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu của M lên trục Oy là điểm

A. $P(1;0;3)$.
B. $Q(0;2;0)$.
C. $R(1;0;0)$.
D. $S(0;0;3)$.

Hướng dẫn giải

Gọi điểm đó là $H(0;b;0)\in Oy$. Ta có $\overrightarrow{HM}=(1;2-b;3)$. Vectơ chỉ phương của $Oy:\vec{u}=(0;1;0)$
$\overrightarrow{HM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 1.0+(2-b).1+3.0=0\Leftrightarrow b=2$. Do đó $H(0;2;0)$. **Chọn B.**

Lưu ý: Hình chiếu vuông góc của điểm $M(a;b;c)$ lên trục Ox là $(a;0;0)$; Oy là $(0;b;0)$; Oz là $(0;0;c)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):x+2y-z-1=0$ và $(\beta):2x+4y-mz-2=0$.
Tìm m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau.

A. $m=1$.
B. $m=2$.
C. $m=-2$.
D. Không tồn tại m.

Hướng dẫn giải

Hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau khi và chỉ khi $\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{-m}{-1}\neq\frac{-2}{-1}$ (vô lý). **Chọn D.**

Câu 14: Phương trình $\ln(x^2+1).\ln(x^2-2018)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.
B. 4.
C. 3.
D. 2.

Hướng dẫn giải

ĐK: $x^2 > 2018$. Phương trình tương đương với: $\left[\begin{array}{l}\ln\left(x^2+1\right)=0\\ \ln\left(x^2-2018\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2+1=1\\ x^2-2018=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\sqrt{2019}\\ x=-\sqrt{2019}\end{array}\right.$

$x=0$ không thỏa mãn điều kiện. **Chọn D.**

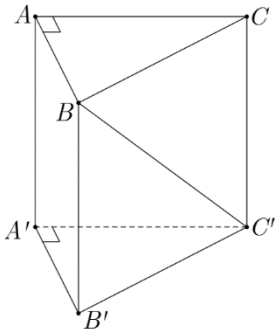
Câu 15: Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x=0, x=1, y=0$ và $y=\sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V=\pi\int_0^1\sqrt{2x+1}dx.$ **B.** $V=\pi\int_0^1(2x+1)dx.$ **C.** $V=\int_0^1(2x+1)dx.$ **D.** $V=\int_0^1\sqrt{2x+1}dx.$

Hướng dẫn giải

Lưu ý: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Khi đó thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=a; x=b$ là $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx$. **Chọn B.**

Câu 16: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=AA'=a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính tang của góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$.



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Hình chiếu vuông góc của điểm C' lên mặt phẳng $(ABB'A')$ là điểm A'. Do đó góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$ là góc $C'BA'$. Tam giác $C'BA'$ vuông tại A' nên

$\tan C'BA'=\frac{C'A'}{BA'}=\frac{a}{a\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **Chọn A.**

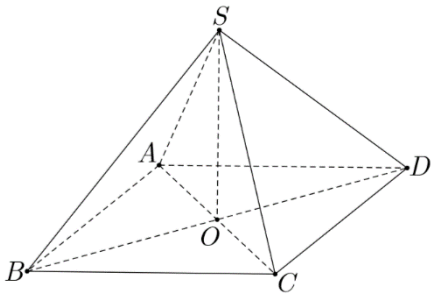
Câu 17: Cho hàm số $f(x)=\log_3(2x+1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng

A. $\frac{2}{\ln 3}$. **B.** 0. **C.** $2\ln 3$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

$f'(x)=\frac{2}{(2x+1)\ln 3}\Rightarrow f'(0)=\frac{2}{\ln 3}$. **Chọn A.**

Câu 18: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tâm O, $SO=a$ (tham khảo hình vẽ bên).
Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Hướng dẫn giải

OS, OC, OD là các đường thẳng đôi một vuông góc. Do đó:

$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OC^2}+\frac{1}{OD^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{2a^2}=\frac{2}{a^2}\Rightarrow h=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;-1)$, mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $x+z=0$. **C.** $y+z+1=0$. **D.** $x+y+z=0$.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{OM}=(1;0;-1);\vec{u}_{Ox}=(1;0;0)\Rightarrow\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\overrightarrow{OM};\vec{u}_{Ox}\right]=(0;-1;0)$. Ngoài ra (α) đi qua $O(0;0;0)$ nên phương trình mặt phẳng (α): $0(x-0)-1(y-0)+0(z-0)=0\Leftrightarrow y=0$. **Chọn A.**

Chú ý: Trục Ox có phương trình $\begin{cases}y=0\\z=0\end{cases}$ nên mặt phẳng (α) chứa trục Ox có phương trình $by+cz=0$ ($b^2+c^2>0$). Thay tọa độ điểm M vào phương trình, ta tìm được $c=0$. Chọn $b=1$ ra được phương trình mặt phẳng $(\alpha):y=0$.

Câu 20: Gọi z_1,z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2-8z+25=0$. Giá trị của $|z_1-z_2|$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z^2-8z+25=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=4+3i\\z=4-3i\end{array}\right.$. Do đó $|z_1-z_2|=|6i|=6$. **Chọn C.**

Câu 21: Đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

TXĐ: $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

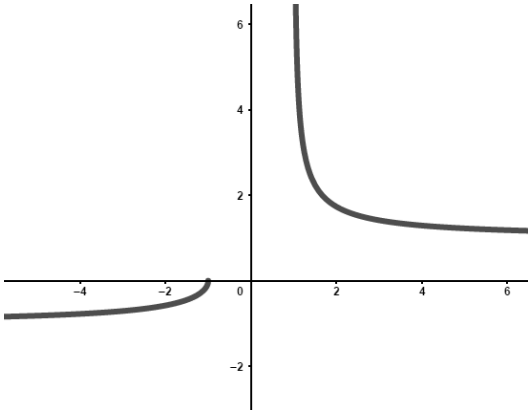
$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-1+\frac{1}{-x}}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}=-1$ nên $y=-1$ là 1 đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=1$ nên $y=1$ là 1 đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{x+1}{\sqrt{-x+1}.\sqrt{-x-1}}=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{-\sqrt{-x-1}}{\sqrt{-x+1}}=0$ nên $x=-1$ không phải là đường tiệm cận.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=+\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng. **Chọn B.**

Lưu ý: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có dạng như hình bên dưới.



Câu 22: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

b là số chấm xuất hiện trên mặt súc sắc nên $b\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta=b^2-8>0\Leftrightarrow b^2>8$. Do đó $b\in\{3;4;5;6\}$. Xác suất cần tính là: $P=4.\dfrac{1}{6}=\dfrac{2}{3}$. **Chọn A.**

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1+x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

A. 5. **B.** −4. **C.** −6. **D.** −5.

Hướng dẫn giải

Hàm số liên tục trên $[-3;-1]$ có $y'=1-\dfrac{4}{x^2}=\dfrac{(x-2)(x+2)}{x^2}$, trên $[-3;-1]$, $y'=0\Leftrightarrow x=-2$. Do đó $Miny=Min\{y(-3);y(-2);y(-1)\}=y(-1)=-4$. **Chọn B.**

Câu 24: Tích phân $\int\limits_0^1\dfrac{dx}{\sqrt{3x+1}}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

$\frac{1}{3}\int_0^1 (3x+1)^{-\frac{1}{2}}\, d(3x+1) = \frac{1}{3}\int_0^4 t^{-\frac{1}{2}} dt = \frac{1}{3}.\frac{t^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\Big|_0^4 = \frac{2}{3}$. **Chọn D.**

Lưu ý: Dùng máy tính để giải nhanh hơn.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 2x,\ \forall x \in R$. Hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\left[-2f(x)\right]' = -2f'(x) = -2x(x-2)$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$\left[-2f(x)\right]'$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Do đó hàm số $y = -2f(x)$ đồng biến trên $(0;2)$. **Chọn A.**

Câu 26: Cho $(P): y = x^2$ và $A\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. Gọi M là 1 điểm bất kỳ thuộc (P). Khoảng cách MA bé nhất là

A. $\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Giả sử $M\left(a;a^2\right)$ là điểm thuộc mp(P). Ta có:

$$AM = \sqrt{(a+2)^2 + \left(a^2 - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + 4a + 4 + a^4 - a^2 + \frac{1}{4}} = \sqrt{a^4 + 4a + \frac{17}{4}}$$

$$= \sqrt{a^4 - 2a^2 + 1 + 2a^2 + 4a + 2 + \frac{5}{4}} = \sqrt{(a^2-1)^2 + 2(a+1)^2 + \frac{5}{4}} \ge \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = -1$, hay $M(-1;1)$. **Chọn D.**

Lưu ý: Để tìm giá trị nhỏ nhất của AM, có thể khảo sát hàm số $f(a) = a^4 + 4a + \frac{17}{4}$ trên R.

Câu 27: Cho khai triển $(3 - 2x + x^2)^9 = a_0x^{18} + a_1x^{17} + a_2x^{16} + ... + a_{18}$. Giá trị của a_{15} bằng

A. 218700. **B.** 489888. **C.** –804816. **D.** –174960.

Hướng dẫn giải

Dễ thấy a_{15} là hệ số của x^3 trong khai triển $(3 - 2x + x^2)^9$.

$\left(3-2x+x^2\right)^9=\sum_{k=0}^{9}C_9^k.3^{9-k}\left(x^2-2x\right)^k=\sum_{k=0}^{9}C_9^k.3^{9-k}.\sum_{i=0}^{k}C_k^i.\left(x^2\right)^{k-i}.(-2)^i.x^i=\sum_{k=0}^{9}.\sum_{i=0}^{k}C_9^k.3^{9-k}.C_k^i.(-2)^i.x^{2k-i}$

Ta cần tìm các bộ số $(i;k)$ thỏa mãn $i,k\in N$, $0\le i\le k\le 9$ và $2k-i=3$.

Ta có $3=2k-i\ge i$, ngoài ra $2k$ chẵn nên i lẻ, do đó $i=1$ hoặc $i=3$.

$i=1\Rightarrow k=2; i=3\Rightarrow k=3$. Hệ số của x^3 là: $C_9^2.3^{9-2}.C_2^1.(-2)^1+C_9^3.3^{9-3}.C_3^3.(-2)^3=-804816$. **Chọn C.**

Câu 28: Biết rằng a là số thực dương để bất phương trình $a^x\ge 9x+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in R$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a\in\left(10^3;10^4\right]$. **B.** $a\in\left(10^2;10^3\right]$. **C.** $a\in\left(0;10^2\right]$. **D.** $a\in\left[10^4;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Lưu ý: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$, do đó $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\ln a^x}-1}{x}=\ln a.\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\ln a^x}-1}{x\ln a}=\ln a.\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\ln a^x}-1}{\ln a^x}=\ln a$

Giả sử a là số thực dương để bất phương trình $a^x\ge 9x+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in R$.

Ta có: $a^x\ge 9x+1$ đúng với mọi $x>0\Leftrightarrow\dfrac{a^x-1}{x}\ge 9$ đúng với mọi $x>0$. Mà $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{a^x-1}{x}=\ln a$, do đó

$\ln a\ge 9\Rightarrow a\ge e^9$. (1)

Lại có: $a^x\ge 9x+1$ đúng với mọi $x<0\Leftrightarrow\dfrac{a^x-1}{x}\le 9$ đúng với mọi $x<0$. Mà $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{a^x-1}{x}=\ln a$, do đó

$\ln a\le 9\Rightarrow a\le e^9$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a=e^9$. Thay $a=e^9$ vào, bất phương trình tương đương với $e^{9x}\ge 9x+1$ (3).

Đặt $9x=t$, bất phương trình tương đương với $e^t-t-1\ge 0$ (4).

Xét $f(t)=e^t-t-1$, $f'(t)=e^t-1$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=0$. Ta có bảng biến thiên:

t	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Qua đó ta thấy $f(t)\ge 0\ \ \forall t\in R$. Vậy $a=e^9$ là giá trị duy nhất thỏa mãn điều kiện đề bài. **Chọn A.**

Câu 29: Cho $f(x)$ liên tục trên R và $f(2)=16$, $\int\limits_0^1 f(2x)dx=2$. Tích phân $\int\limits_0^2 xf'(x)dx$ bằng

A. 30. **B.** 28. **C.** 36. **D.** 16.

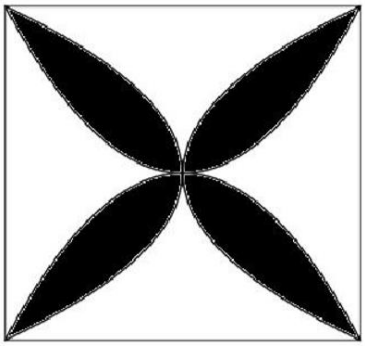
Hướng dẫn giải

Theo đề bài: $\int\limits_0^1 f(2x)dx=2$, đặt $2x=t\Rightarrow dx=\dfrac{dt}{2}$. Do đó $\dfrac{1}{2}\int\limits_0^2 f(t)dt=2\Leftrightarrow\int\limits_0^2 f(t)dt=4\Leftrightarrow\int\limits_0^2 f(x)dx=4$

Sử dụng phương pháp tích phân từng phần:

$\int\limits_0^2 xf'(x)dx=\int\limits_0^2 xd\left(f(x)\right)=xf(x)\Big|_0^2-\int\limits_0^2 f(x)dx=2f(2)-\int\limits_0^2 f(x)dx=2.16-4=28$. **Chọn B.**

Câu 30: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cạnh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng



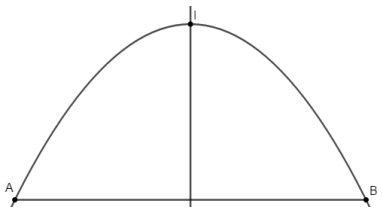
A. $800cm^2$. **B.** $\frac{800}{3}cm^2$.

C. $\frac{400}{3}cm^2$. **D.** $250cm^2$.

Hướng dẫn giải

Gọi một cạnh hình vuông là *AB (A, B* là các đỉnh). *I* là tâm hình vuông. *O* là trung điểm của *AB*.

Xét hệ trục tọa độ *Oxy* với gốc tọa độ *O*, $A(-20;0)$, $B(20;0)$, $I(0;20)$.



Parabol (P) đi qua 3 điểm *A, B, I* cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ là -20 và 20 nên phương trình $(P): a(x-20)(x+20) = a(x^2-400)$. Vì (P) qua $I(0;20)$ nên $-400a = 20 \Rightarrow a = -\frac{1}{20}$. Do đó $(P): 20 - \frac{1}{20}x^2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và *AB*: $S = \int_{-20}^{20}\left(20 - \frac{1}{20}x^2\right)dx = \frac{1600}{3}$

Tổng diện tích phần tô đậm bằng tổng diện tích của 4 hình tạo bởi 4 parabol và các cạnh hình vuông, trừ đi diện tích hình vuông. Do đó: $S_{\text{tô đậm}} = 4S - 40^2 = 4.\frac{1600}{3} - 1600 = \frac{1600}{3}$ (cm^2)

Diện tích mỗi cánh hoa: $S = \frac{1}{4}S_{\text{tô đậm}} = \frac{400}{3}$ $\left(cm^2\right)$. **Chọn C.**

Câu 31: Trong không gian *Oxyz* cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-2=0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng *d*?

A. $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$. **B.** $\Delta_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

C. $\Delta_3: \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$. **D.** $\Delta_1: \frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

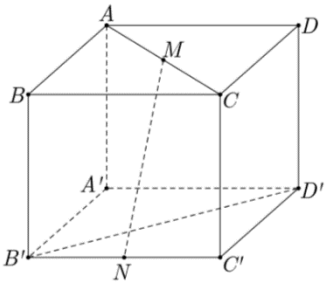
Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc với (d) có vectơ chỉ phương:

$\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right] = \left[(1;2;1);(1;1;-1)\right] = (-3;2;-1)$, loại đáp án A.

Gọi giao điểm của Δ với d là $A(1+t;2+2t;3+t)$. Vì

$A \in (\alpha) \Rightarrow (1+t)+(2+2t)-(3+t)-2=0 \Leftrightarrow t=1$. Do đó $A(2;4;4)$. Điểm *A* này thuộc Δ_3 và không thuộc Δ_1 và Δ_4. **Chọn C.**

Câu 32: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và $B'C'$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ bằng



A. $\sqrt{5}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

C. $3a$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Hướng dẫn giải

Lưu ý: Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}$, đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{v}$. M là điểm bất kỳ thuộc d_1, N là điểm bất kỳ thuộc d_2. Khi đó, khoảng cách giữa d_1 và d_2 là: $\Delta = \dfrac{\left|\left[d_1;d_2\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|\left[d_1;d_2\right]\right|}$.

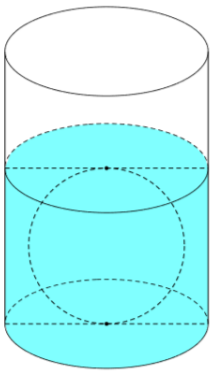
Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và CD chéo nhau là: $\Delta = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right]\right|}$

Trở lại bài toán, giả sử $a=1$, xét hệ tọa độ $Oxyz$ với $A'(0;0;0); D'(1;0;0); B'(0;1;0); A(0;0;1)$.

Khi đó: $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};1\right); N\left(\dfrac{1}{2};1;0\right)$. Ta có: $\overrightarrow{B'D'}=(1;-1;0)$; $\overrightarrow{MN}=\left(0;\dfrac{1}{2};-1\right)$; $\overrightarrow{MD'}=\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2};-1\right)$

Khoảng cách giữa MN và $B'D'$ được tính bằng công thức: $d=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN};\overrightarrow{B'D'}\right].\overrightarrow{MD'}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{MN};\overrightarrow{B'D'}\right]\right|}=\dfrac{1}{3}$. **Chọn D.**

Câu 33: Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5cm$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4cm$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5cm$. Bán kính của viên billiards đó bằng



A. $2,7cm$. **B.** $4,2cm$.

C. $3,6cm$. **D.** $2,6cm$.

Hướng dẫn giải

Gọi bán kính của khối cầu là r (cm). Theo đề bài: $0<r<4,5$.

Thể tích phần nước có trong cốc: $V_1=\pi R^2h=\pi.5,4^2.4,5=131,22\pi\ \left(cm^3\right)$.

Vì khối cầu tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng nên chiều cao mực nước sau khi dâng: $h'=2r$. Do đó tổng thể tích của nước và khối cầu: $V_2=\pi R^2h'=\pi.5,4^2.2r=58,32\pi r\ \left(cm^3\right)$.

Thể tích khối cầu: $V=V_2-V_1=58,32\pi r-131,22\pi$. Ngoài ra $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$, do đó ta có phương trình:

$\dfrac{4}{3}\pi r^3=58,32\pi r-131,22\pi \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}r^3-58,32r+131,22=0$, giải ra, ta thấy chỉ có nghiệm $r=2,7$ thỏa mãn điều kiện $0<r<4,5$. **Chọn A.**

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = m^2x^4 - 2(4m-1)x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 15. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

$y' = 4m^2x^3 - 4(4m-1)x = 4x\left[m^2x^2 - (4m-1)\right]$. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $y' \ge 0$ với mọi $x \in (1;+\infty)$ và chỉ bằng 0 tại các điểm hữu hạn.

$\Leftrightarrow m^2x^2 - (4m-1) \ge 0$ với mọi $x \in (1;+\infty)$ (1)

- Với $m = 0$, thỏa mãn.
- Với $m \ne 0$, $(1) \Leftrightarrow x^2 \ge \dfrac{4m-1}{m^2}$ với mọi $x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow \dfrac{4m-1}{m^2} \le 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 1 \ge 0 \\ m \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 2+\sqrt{3} \\ m \le 2-\sqrt{3} \end{cases}$$

Mà $m \in (-10;10)$ và m nguyên nên $m \in \{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0;4;5;6;7;8;9\}$. **Chọn D.**

Câu 35: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

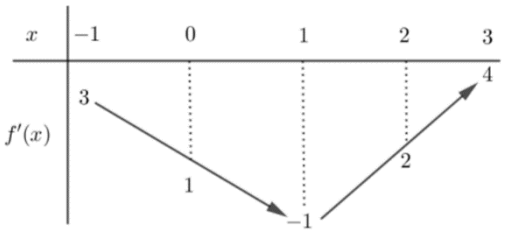
Lưu ý: Với $z = a + bi$, ta có: $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$; $|z|^2 = a^2 + b^2$; $\bar{z} = a - bi$.

Ta có: $z^2 = |z|^2 + \bar{z} \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = a^2 + b^2 + a - bi \Leftrightarrow 2b^2 + a - i(2ab + b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b^2 = 0 \\ b(2a+1) = 0 \end{cases}$

Nếu $b = 0$, ta có $a = 0 \Rightarrow z = 0$.

Nếu $a = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b = \dfrac{1}{2} \\ b = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$, ta có 2 số phức z thỏa mãn. **Chọn D.**

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f\left(1 - \dfrac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng



A. $(2;4)$. **B.** $(0;2)$.

C. $(-2;0)$. **D.** $(-4;-2)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\left[f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x\right]'=f'\left(1-\frac{x}{2}\right).\left(-\frac{1}{2}\right)+1=1-\frac{1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)$. Do đó

$\left[f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x\right]'<0\Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)<0\Leftrightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2$.

Nhận thấy với $x\in(-4;-2), 1-\frac{x}{2}\in(2;3)$ nên $f\left(1-\frac{x}{2}\right)>2$, do đó với $x\in(-4;-2)$ thì hàm số $y=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến. **Chọn D.**

Câu 37: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y-2z-2=0$, đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\frac{1}{2};1;1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α), song song với *d* đồng thời cách *d* một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm *B*. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Lưu ý: Cho đường thẳng *d* có vectơ chỉ phương $\vec{u}$ và đi qua điểm M. Khoảng cách từ điểm S tới đường thẳng d được tính theo công thức: $d_{S/(d)}=\frac{\left|\left[\overrightarrow{SM};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$.

Lời giải:

Vì B thuộc $mp(Oxy)$, giả sử $B(a;b;0)$. $B\in\Delta\Rightarrow B\in mp(\alpha)\Rightarrow 2a+b-2=0\Rightarrow b=2-2a$

Điểm $M(0;0;-1)$ là 1 điểm thuộc đường thẳng *d*.

$\overrightarrow{MB}=(a;b;1)$. Theo đề bài, $M\in\Delta\Rightarrow d_{M/(d)}=3\Rightarrow\frac{\left|\left[\overrightarrow{MB};\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=3$

$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{(2b-2)^2+(1-2a)^2+(2a-b)^2}}{3}=3\Leftrightarrow(2b-2)^2+(1-2a)^2+(2a-b)^2=81$. Thế $b=2-2a$ vào, ta có $(1-2a)^2=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-2a=3\\1-2a=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=2\end{array}\right.$. Với $a=-1\Rightarrow b=4\Rightarrow B(-1;4;0)$. Với $a=2\Rightarrow b=-2$

$\Rightarrow B(2;-2;0)$. Do đó $AB=\frac{7}{2}$. **Chọn A.**

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left(f'(x)\right)^2+f(x).f''(x)=15x^4+12x,\ \forall x\in R$ và $f(0)=f'(0)=1$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 10. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Xét $\int f(x).f''(x)dx = \int f(x).d\left(f'(x)\right) = f(x).f'(x) - \int f'(x).d\left(f(x)\right) = f(x).f'(x) - \int \left[f'(x)\right]^2 dx$

Do đó $\int f(x)f''(x)dx + \int \left[f'(x)\right]^2 dx = f(x).f'(x) + C \Leftrightarrow \int \left[f(x)f''(x) + \left[f'(x)\right]^2\right] = f(x).f'(x) + C$

Mà $\int \left[f(x)f''(x) + \left[f'(x)\right]^2\right] = \int \left(15x^4 + 12x\right)dx = 3x^5 + 6x^2 + C$. Do đó $f(x).f'(x) = 3x^5 + 6x^2 + C$

Thay $x = 0$ vào, ta có $f(0).f'(0) = C \Rightarrow C = 1$. Do đó $f(x).f'(x) = 3x^5 + 6x^2 + 1$.

Xét $\int_0^1 f(x).f'(x)dx = \int_0^1 f(x).d\left(f(x)\right) = \dfrac{f^2(x)}{2}\Big|_0^1 = \dfrac{f^2(1) - f^2(0)}{2} = \dfrac{1}{2}f^2(1) - \dfrac{1}{2}$.

Mà $\int_0^1 f(x).f'(x)dx = \int_0^1 \left(3x^5 + 6x^2 + 1\right)dx = \dfrac{7}{2}$. Do đó $\dfrac{1}{2}f^2(1) - \dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{2} \Leftrightarrow f^2(1) = 8$. **Chọn D.**

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y = x^3 + \left(a+10\right)x^2 - x + 1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Lưu ý: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

Ta có: $x^3 + \left(a+10\right)x^2 - x + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 10x^2 - x + 1 = -ax^2 \Leftrightarrow x + 10 - \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} = -a$ (do $x = 0$ không là nghiệm).

Xét hàm số $f(x) = x + 10 - \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$; $f'(x) = 1 + \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2}{x^3} = \dfrac{x^3 + x - 2}{x^3} = \dfrac{(x-1)\left(x^2 + x + 2\right)}{x^3}$

Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	11	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(x) = -a$ có đúng một nghiệm khi và chỉ khi $-a < 11 \Leftrightarrow a > -11$

Mà a là số nguyên âm nên $a \in \{-10; -9; -8; ...; -1\}$. **Chọn B.**

Câu 40: Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M\left(0;10\right), N\left(100;10\right)$ và $P\left(100;0\right)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A\left(x;y\right)$, $\left(x, y \in Z\right)$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A\left(x;y\right) \in S$. Xác suất để $x + y \le 90$ bằng

A. $\dfrac{169}{200}$. **B.** $\dfrac{845}{1111}$. **C.** $\dfrac{86}{101}$. **D.** $\dfrac{473}{500}$.

Hướng dẫn giải

Theo đề bài, ta có $x,y\in Z;0\le x\le 100;0\le y\le 10$. Do đó x có 101 cách chọn, y có 11 cách chọn nên không gian mẫu: $n(\Omega)=101.11=1111$.

Gọi X là biến cố chọn được điểm A thỏa mãn điều kiện đề bài và thỏa mãn $x+y\le 90$.

Nhận với với $y=y_0\in[0;10]$, $x\le 90-y_0$ nên $x\in\{0;1;2;...;90-y_0\}$, do đó x có $91-y_0$ cách chọn.

Do đó: $n(A)=\sum_{0}^{10}(91-y_0)=91+90+89+...+81=946$.

Xác suất cần tính: $\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{946}{1111}=\frac{86}{101}$. **Chọn C.**

Câu 41: Giả sử a,b là các số thực sao cho $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x,y,z thỏa mãn $\log(x+y)=z$ và $\log(x^2+y^2)=z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $\frac{31}{2}$. **B.** $\frac{29}{2}$. **C.** $-\frac{31}{2}$. **D.** $-\frac{25}{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\begin{cases}\log(x+y)=z\\ \log(x^2+y^2)=z+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=10^z\\ x^2+y^2=10^{z+1}\end{cases}\Rightarrow 2xy=(x+y)^2-(x^2+y^2)=10^{2z}-10^{z+1}$

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=10^{3z}-3.\frac{10^{2z}-10^{z+1}}{2}.10^z=10^{3z}-\frac{3}{2}(10^{3z}-10^{2z+1})=-\frac{1}{2}.10^{3z}+\frac{3}{2}10^{2z+1}$

$=-\frac{1}{2}10^{3z}+15.10^{2z}$. Do đó $a=-\frac{1}{2};b=15$ nên $a+b=\frac{29}{2}$. **Chọn B.**

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $f(0)+f(1)=0$. Biết $\int_0^1 f^2(x)dx=\frac{1}{2}$, $\int_0^1 f'(x)\cos\pi x dx=\frac{\pi}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. π. **B.** $\frac{1}{\pi}$. **C.** $\frac{2}{\pi}$. **D.** $\frac{3\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Dùng phương pháp tích phân từng phần, ta có:

$\int_0^1 f'(x)\cos\pi x dx=\int_0^1\cos\pi x d(f(x))=f(x)\cos\pi x\Big|_0^1+\pi\int_0^1 f(x)\sin\pi x dx=-f(1)-f(0)+\pi\int_0^1 f(x)\sin\pi x dx$

$\Rightarrow\int_0^1 f(x)\sin\pi x dx=\frac{1}{2}$. Do đó:

$\int_0^1[f(x)-\sin\pi x]^2dx=\int_0^1[f(x)]^2dx-2\int_0^1 f(x)\sin\pi x dx+\int_0^1\sin^2(\pi x)dx=\frac{1}{2}-2.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$, mà

$[f(x)-\sin\pi x]^2\ge 0$ nên $\int_0^1[f(x)-\sin\pi x]^2\ge 0$. Dấu bằng phải xảy ra nên $f(x)=\sin\pi x$.

Do đó $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \sin \pi x dx = \frac{2}{\pi}$. **Chọn C.**

Câu 43: Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a\ln\left(x^2 - x + 1\right) \ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in R$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in (2;3]$ **B.** $a \in (8;+\infty)$. **C.** $a \in (6;7]$. **D.** $a \in (-6;-5]$.

Hướng dẫn giải

Đặt $x^2 - x + 1 = t$, ta có $t = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \ge \frac{3}{4}$ với mọi $x \in R$.

Ta có: $x^2 - x + 2 + a\ln\left(x^2 - x + 1\right) \ge 0$ (1) $\Leftrightarrow t + 1 + a\ln t \ge 0$ (2).

Để (1) đúng với mọi $x \in R$ thì (2) đúng với mọi $t \in \left[\frac{3}{4};+\infty\right)$. Xét hàm $f(t) = t + 1 + a\ln t$.

$f'(t) = 1 + \frac{a}{t} = \frac{t+a}{t}$

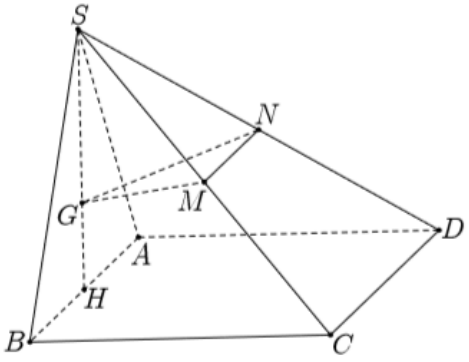
Nếu $a > 0$, ta có $f'(t) > 0$ với mọi $t \in \left[\frac{3}{4};+\infty\right)$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\left[\frac{3}{4};0\right)$. Do đó:

$f(t) \ge f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4} + 1 + a\ln\left(\frac{3}{4}\right)$. Để (2) đúng với mọi $t \in \left[\frac{3}{4};+\infty\right)$ thì $\frac{3}{4} + 1 + a\ln\left(\frac{3}{4}\right) \ge 0$

$\Leftrightarrow a\ln\left(\frac{3}{4}\right) \ge -\frac{7}{4} \Leftrightarrow a \le \frac{-\frac{7}{4}}{\ln\left(\frac{3}{4}\right)} \simeq 6,08$.

Giả thiết yêu cầu tìm số thực a lớn nhất nên $a \in (6;7]$. **Chọn C.**

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính côsin góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.



A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $SH \perp (ABCD)$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với $H(0;0;0)$;

$S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $A\left(-\frac{1}{2};0;0\right); B\left(\frac{1}{2};0;0\right); C\left(\frac{1}{2};1;0\right); D\left(-\frac{1}{2};1;0\right)$. Gọi $\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2}$ lần lượt là vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng $(GMN);(ABCD) \Rightarrow \cos\left((GMN);(ABCD)\right) = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}$

Dễ dàng tìm được $G\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{6}\right); M\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{4}\right); N\left(-\frac{1}{4};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \Rightarrow \overrightarrow{GM} = \left(\frac{1}{4};\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{12}\right); \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{1}{2};0;0\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{GM};\overrightarrow{MN}\right] = \left(0;-\frac{\sqrt{3}}{24};\frac{1}{4}\right)$. Ngoài ra $\overrightarrow{n_2} = (0;0;1) \Rightarrow \cos\left((GMN);(ABCD)\right) = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{2\sqrt{39}}{13}$

Chọn C.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với mọi $x \in R$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

$\left[f\left(x^2-8x+m\right)\right]' = f'\left(x^2-8x+m\right).(2x-8) = \left(x^2-8x+m-1\right)^2\left[\left(x^2-8x+m\right)^2-2\left(x^2-8x+m\right)\right].(2x-8)$

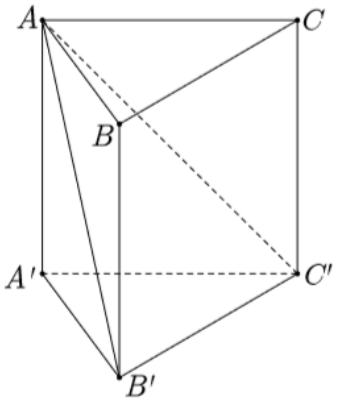
$= 2\left(x^2-8x+m-1\right)^2\left(x^2-8x+m\right)\left(x^2-8x+m-2\right)(x-4)$

Rõ ràng các phương trình $x^2-8x+m=0; x^2-8x+m-1=0; x^2-8x+m-2=0$ có các nghiệm khác nhau, do đó để hàm số $y = f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình $x^2-8x+m=0$ và $x^2-8x+m-2=0$ đều có 2 nghiệm phân biệt khác 4.

Điều này xảy ra khi: $\begin{cases}\Delta_1 = 4^2-m>0; 4^2-8.4+m\neq 0\\ \Delta_2 = 4^2-(m-2)>0; 4^2-8.4+m-2\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow m<16$

Mà m nguyên dương nên có 15 giá trị. **Chọn A.**

Câu 46: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60^o (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$ bằng



A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$.

C. $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

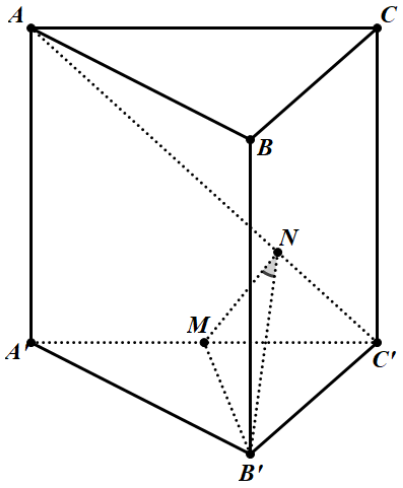
Hướng dẫn giải

Gọi V là thể tích khối lăng trụ, ta có: $V_{B'.ACC'A'} = V - V_{B'.ABC} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$.

Gọi M là trung điểm của $A'C' \Rightarrow B'M \perp A'C'$.

Gọi N là hình chiếu của M lên $AC' \Rightarrow AC' \perp (MNB')$.

Khi đó, góc giữa hai mặt phẳng *(AC'C)* và *(AB'C')* là góc MNB'.



Ta có: $B'M = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MN = \dfrac{B'M}{\tan MNB'} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$

$\Rightarrow \tan AC'A' = \dfrac{MN}{C'N} = \dfrac{MN}{\sqrt{MC'^2 - MN^2}} = \dfrac{a\dfrac{\sqrt{6}}{6}}{a\dfrac{\sqrt{3}}{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{AA'}{A'C'} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AA' = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.A'C' = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2}a = a$

$\Rightarrow V = AA'.S_{ABC} = a.\dfrac{a^2}{2} = \dfrac{a^3}{2}$. Do đó $V_{B'.ACC'A'} = \dfrac{2}{3}V = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a^3}{2} = \dfrac{a^3}{3}$

Chọn A.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(10;6;-1), B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y+z-12=0$. Điểm M di động trên mặt phẳng (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định . Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

A. -4. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 2. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A và B lên mặt phẳng (α). Ta có:

$AH = d(A;(P)) = \dfrac{|2.10+2.6-2-12|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 6; BK = d(B;(P)) = \dfrac{|2.5+2.10-9-12|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = 3$

Vì MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau nên $\sin AMH = \sin BMK \Rightarrow \dfrac{AH}{AM} = \dfrac{BK}{BM} \Rightarrow MA = 2MB$

Gọi I là 1 điểm bất kỳ. Khi đó:

$MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2 = MI^2 + IA^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA}$

$MB^2 = \overrightarrow{MB}^2 = \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2 = MI^2 + IB^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB}$

$\Rightarrow 4MB^2 - MA^2 = 3MI^2 + 4IB^2 - IA^2 + 2\overrightarrow{MI}\left(4\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IA}\right)$

Chọn điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} = 4\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow I\left(\dfrac{10}{3};\dfrac{34}{3};\dfrac{-34}{3}\right)$, ta có

$3MI^2 + 4IB^2 - IA^2 = 0 \Leftrightarrow MI^2 = \dfrac{IA^2 - 4IB^2}{3} = 40$. Mà $M \in (\alpha)$ nên M thuộc đường tròn giao của mặt cầu tâm I, bán kính $R = \sqrt{40}$ và mặt phẳng (α). Do đó tâm K của (C) là hình chiếu của I lên (α).

$K(2;10;-12)$. **Chọn C.**

Câu 48: Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b \in (-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$?

A. 2. **B.** 9. **C.** 17. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

$y'=3x^2-6x$. Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0 là:

$y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0=(3x_0^2-6x_0)(x-x_0)+x_0^3-3x_0^2$. Tiếp tuyến này đi qua điểm $B(0;b)$ khi và chỉ khi $b=(3x_0^2-6x_0).(-x_0)+x_0^3-3x_0^2 \Leftrightarrow 2x_0^3-3x_0^2=-b$ (1).

Cần tìm các giá trị nguyên $b\in(-10;10)$ để (1) có đúng 1 nghiệm x_0.

Xét hàm số $f(x)=2x^3-3x^2$; $f'(x)=6x^2-6x=6x(x-1)$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Để phương trình (1) có đúng 1 nghiệm x_0 thì $\left[\begin{array}{l}-b<-1\\-b>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b>1\\b<0\end{array}\right.$. Mà $b\in(-10;10)$ nên $b\in\{-9;-8;...;-1;2;3;4;...9\}$. **Chọn C.**

Câu 49: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha): x-z-3=0$ và điểm $M(1;1;1)$. Gọi *A* là điểm thuộc tia Oz, B là hình chiếu của *A* lên (α). Biết rằng tam giác MAB cân tại *M*. Diện tích của tam giác *MAB* bằng

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{123}}{2}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Giả sử $A(0;0;c)$, vì $A\in$ tia Oz nên $c\ge 0$; $B\in(\alpha)$ nên $B(a;b;a-3)$. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(a;b;a-c-3)$ và $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;0;-1)$.

Vì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{n}_{(\alpha)}$ nên ta có: $\begin{cases}\frac{a}{1}=\frac{a-c-3}{-1}\\b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2a-3\\b=0\end{cases}\Rightarrow a\ge\frac{3}{2}$

Do đó, $A(0;0;2a-3)$; $B(a;0;a-3)$.

$MA^2=1^2+1^2+(2a-3-1)^2=(2a-4)^2+2=4a^2-16a+16+2=4a^2-16a+18$

$MB^2=(a-1)^2+1^2+(a-4)^2=a^2-2a+1+1+a^2-8a+16=2a^2-10a+18$.

Theo đề bài, $MA=MB\Rightarrow 2a^2-6a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=3\end{array}\right.$. Vì $a\ge\frac{3}{2}\Rightarrow a=3$.

Do đó: $A(0;0;3); B(3;0;0)$, do đó $S_{MAB}=\frac{1}{2}\left[\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}\right]=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **Chọn B.**

Câu 50: Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|iz+\sqrt{2}-i|=1$ và $|z_1-z_2|=2$. Giá trị lớn nhất của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Lưu ý: *Gọi M là điểm biểu diễn số phức z, N là điểm biểu diễn số phức z'. Khi đó:* $OM=|z|;\ ON=|z'|;\ MN=|z-z'|$.

Theo đề bài: $|iz+\sqrt{2}-i|=1\Leftrightarrow|i|\left|\left(iz+\sqrt{2}-i\right)\right|=1\Leftrightarrow\left|-z+\sqrt{2}i+1\right|=1$.

Gọi $I\left(1;\sqrt{2}\right)$ là điểm biểu diễn số phức $1+\sqrt{2}i$; M là điểm biểu diễn số phức z. Ta có:

$IM=\left|1+\sqrt{2}i-z\right|=1$. Do đó M thuộc đường tròn tâm I, bán kính bằng 1.

Gọi M_1,M_2 lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1,z_2. Ta có: $|z_1-z_2|=2\Leftrightarrow M_1M_2=2$. Mà M_1 và M_2 là các điểm thuộc $(I;1)$, nên M_1M_2 là đường kính của đường tròn. Do đó I là trung điểm của M_1M_2. Áp dụng công thức đường trung tuyến:

$$OI^2=\frac{OM_1^2+OM_2^2}{2}-\frac{M_1M_2^2}{4}\Rightarrow OM_1^2+OM_2^2=2OI^2+\frac{1}{2}M_1M_2^2=2.3+\frac{1}{2}.2^2=8.$$

Do đó: $|z_1|+|z_2|=OM_1+OM_2\le\sqrt{2\left(OM_1^2+OM_2^2\right)}=\sqrt{2.8}=4$. **Chọn A.**

----------HẾT----------