

BÀI GIẢNG LOGARIT

Định nghĩa

- Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và được kí hiệu là $\log_a b$. Nghĩa là: $a^\alpha = b \Leftrightarrow \alpha = \log_a b$.
- Lưu ý: Không có lôgarit của số âm và số 0.

Ví dụ 1.

- Tìm số nguyên x thỏa mãn $2^x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^x = 2^{-2} \Leftrightarrow x = -2$.
- Tìm số dương x thỏa mãn $\log_5 x = -3 \Leftrightarrow \log_5 x = -3 \Leftrightarrow x = 5^{-3} = \frac{1}{125}$.

Tính chất

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Ta có các tính chất sau:

- $\log_a 1 = 0$.
- $\log_a a = 1$.
- $a^{\log_a b} = b$.
- $\log_a (a)^\alpha = \alpha$.

Ví dụ 2. Không sử dụng máy tính bỏ túi, hãy tính:

- $A = 3^{2\log_3 5} = 3^{\log_3 5^2} = 5^2 = 25$
- $B = 4^{\log_2 \frac{1}{7}} = (2^2)^{\log_2 \frac{1}{7}} = \left(2^{\log_2 \frac{1}{7}}\right)^2 = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$
- $C = \log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{2^{-1}} 2^3 = \frac{3}{-1} \log_2 2 = -3$
- $D = \left(\frac{1}{25}\right)^{\log_5 \frac{1}{3}} = (5^{-2})^{-\log_5 3} = (5^{\log_5 3})^2 = 3^2 = 9$

Quy tắc tính lôgarit

1. Lôgarit của một tích

Định lý 1. Cho ba số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có: $\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$.

Ví dụ 3. Không sử dụng máy tính bỏ túi, hãy tính:

- $A = \log_6 9 + \log_6 4 = \log_6 (4 \cdot 9) = \log_6 6^2 = 2$
- $B = \log_{\frac{1}{2}} 2 + 2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{8} = \log_{\frac{1}{2}} \left(2 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{8}\right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{24}\right) = \log_2 (2^3 \cdot 3) = 3 + \log_2 3$

2. Lôgarit của một thương

Định lý 2. Cho ba số dương a, b_1, b_2 với $a \neq 1$, ta có: $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$.

Đặc biệt: $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b, (a > 0, b > 0, a \neq 1)$.

Ví dụ 4. Không sử dụng máy tính bỏ túi, hãy tính:

- $A = \log_7 49 - \log_7 343 = \log_7 49 - \log_7 343 = \log_7 \left(\frac{49}{343} \right) = \log_7 \frac{1}{7} = -\log_7 7 = -1$
- $B = 2 \log_{\frac{1}{3}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{3}} 400 + 3 \log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{45} = \log_{\frac{1}{3}} 6^2 - \log_{\frac{1}{3}} 20 + \log_{\frac{1}{3}} \left(\sqrt[3]{45} \right)^3$
 $= \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{36 \cdot 45}{20} \right) = \log_{3^{-1}} 3^4 = -4$

3. Lôgarit của một lũy thừa

Định lí 3. Cho hai số dương a, b , với $a \neq 1$. Với mọi α , ta có: $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Đặc biệt: $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b$.

Ví dụ 5. Không sử dụng máy tính bỏ túi, hãy tính:

- $A = \log_2 4^{\frac{1}{7}} = \log_2 2^{\frac{2}{7}} = \frac{2}{7} \log_2 2 = \frac{2}{7}$
- $B = \log_5 \sqrt{3} - \log_5 \sqrt{15} = \frac{1}{2} \left(\log_5 \frac{3}{15} \right) = \frac{1}{2} \log_5 5^{-1} = -\frac{1}{2} \log_5 5 = -\frac{1}{2}$

Ví dụ 6. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 101 câu 06) Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 0$. C. $I = -2$. D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2 \log_a a = 2$.

Ví dụ 7. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 103 câu 10) Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 2$. C. $I = -\frac{1}{2}$. D. $I = -2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right) = \log_{\frac{a}{2}} \left(\left(\frac{a}{2} \right)^2 \right) = 2 \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2} \right) = 2$.

Đổi cơ số

Cho ba số dương a, b, c , với $a \neq 1, c \neq 1$, ta có: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.

Đặc biệt: $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, ($b \neq 1$) và $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$, ($\alpha \neq 0$).

Ví dụ 8. Rút gọn $A = \log_{\frac{1}{3}} 7 + 2 \log_9 49 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{7} = \frac{\log_3 7}{\log_3 3^{-1}} + 2 \cdot \frac{\log_3 7^2}{\log_3 3^2} - \frac{\log_3 7^{-1}}{\log_3 3^{\frac{1}{2}}}$

$$= -\log_3 7 + 2 \log_3 7 + 2 \log_3 7 = 3 \log_3 7$$

Ví dụ 9. Cho $a = \log_2 20$. Tính $\log_{20} 5$ theo a .

Ta có $a = \log_2 20 \Leftrightarrow \log_2 (2^2 \cdot 5) = a \Leftrightarrow 2 + \log_2 5 = a \Leftrightarrow \log_2 5 = a - 2$

Khi đó $\log_{20} 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 20} = \frac{a - 2}{a}$.

Ví dụ 10. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 101 câu 42) Cho $\log_a x = 3$ và $\log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = \frac{7}{12}$. B. $P = \frac{1}{12}$. C. $P = 12$. D. $P = \frac{12}{7}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x(ab)} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x}} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}$

Ví dụ 11. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 103 câu 29) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

A. $P = 31$. B. $P = 13$. C. $P = 30$. D. $P = 108$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $P = \log_a (b^2 c^3) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13$.

Ví dụ 12. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 28) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2 \log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \frac{5}{4}$. B. $I = 4$. C. $I = 0$. D. $I = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $I = 2 \log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + \log_{2^{-2}} b^2 = 2 \log_3 (1 + \log_3 a) - \log_2 b$

$$\text{Mà } \log_3 a = 2 \text{ và } \log_2 b = \frac{1}{2} \text{ nên } I = 2\log_3 3 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Ví dụ 13. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 102 câu 37) Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x + 3y)}$.

A. $M = \frac{1}{4}$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{1}{2}$. D. $M = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow x^2 + 6xy + 9y^2 = 12xy \Leftrightarrow (x + 3y)^2 = 12xy$$

$$\Leftrightarrow \log_{12}(x + 3y)^2 = \log_{12}(12xy) \Leftrightarrow 2\log(x + 3y) = 1 + \log_{12} x + \log_{12} y$$

$$\text{Khi đó } M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x + 3y)} = \frac{2\log_{12}(x + 3y)}{2\log_{12}(x + 3y)} = 1.$$

Lôgarit thập phân – Lôgarit tự nhiên

1. Lôgarit thập phân

Lôgarit thập phân là lôgarit cơ số 10. Khi đó $\log_{10} b$ thường được viết là $\log b$ hoặc $\lg b$. Nghĩa là $\boxed{\log_{10} b = \log b = \lg b}$.

2. Lôgarit tự nhiên

Người ta chứng minh được $e = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2,718281828459045$. Khi đó lôgarit tự nhiên là lôgarit cơ số e , $\log_e b$ được viết là $\ln b$. Nghĩa là $\boxed{\ln b = \log_e b}$.

Ví dụ 14. Cho $x > 0$ thỏa $\log x = a$ và $\ln 10 = b$. Hãy biểu diễn $\log_{10e} x$ theo a, b .

A. $\log_{10e} x = \frac{a}{1+b}$. B. $\log_{10e} x = \frac{b}{1+b}$.
C. $\log_{10e} x = \frac{ab}{1+b}$. D. $\log_{10e} x = \frac{2ab}{1+b}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } ab = \ln 10 \cdot \log x = \ln x$$

$$\text{Khi đó } \log_{10e} x = \frac{\ln x}{\ln(10e)} = \frac{\ln x}{\ln 10 + \ln e} = \frac{ab}{b+1}.$$

TÓM TẮT CÔNG THỨC MŨ VÀ LÔGARIT CẦN NHỚCho $0 < a \neq 1$ và $b, c > 0$.

❶ $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$	❺ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
❷ $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$	❻ $\log_a b^n = \begin{cases} n \cdot \log_a b & \text{khi } \alpha \text{ lẻ} \\ n \cdot \log_a b & \text{khi } \alpha \text{ chẵn} \end{cases}$
❸ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	❼ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \Rightarrow \log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$
❹ $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$	❽ $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow b = a^{\log_a b}$
❺ $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$	❾ $\begin{cases} \ln b = \log_e b \\ \lg b = \log b = \log_{10} b \end{cases}$

Cho a và b là các số thực dương x và y là những số thực tùy ý.

❶ $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ số } a}$	❺ $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$
❷ $a^{x+y} = a^x \cdot a^y$	❻ $\sqrt[y]{a^x} = a^{\frac{x}{y}}, (y \geq 2; y \in \mathbb{Z}^+)$
❸ $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y} \Rightarrow a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	❼ $[u(x)]^0 = 1, \forall u(x) \neq 0$
❹ $a^{x \cdot y} = (a^x)^y = (a^y)^x$	❽ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} (n \geq 2; n \in \mathbb{Z}^+)$
❺ $a^x b^x = (ab)^x$	❾ $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT VÀ THÔNG HIỂU**DẠNG SỬ DỤNG CÔNG THỨC LOGARIT****Câu 1.** (THPT Trưng Vương Bình Định năm 2017) Cho $a > 0$, $a \neq 1$. Tìm mệnh đề **đúng** ?

A. $\log_a x$ có nghĩa với $\forall x$.

B. $\log_a 1 = a$ và $\log_a a = 0$.

C. $\log_a xy = \log_a x \cdot \log_a y$.

D. $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$, ($x > 0$, $\alpha \neq 0$).

Lời giải**Chọn D.****Câu 2.** (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai lần 1 năm 2017) Cho a là số dương khác 1, b là số dương và α là số thực bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.

B. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.

D. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.

Lời giải**Chọn B.****Câu 3.** (THPT Chuyên Hạ Long năm 2017) Cho $0 < a, b \neq 1$ và x, y là hai số thực dương. Tìm mệnh đề **đúng** ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

B. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

C. $\log_a (x + y) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$.

Lời giải**Chọn D.****Câu 4.** (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 102 câu 06) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** với mọi số thực dương x, y .

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải**Chọn A.**

Sử dụng tính chất logarit của một thương bằng hiệu hai logarit.

Câu 5. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 08) Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\log_2 a = \log_a 2$.

B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$.

C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$.

D. $\log_2 a = -\log_a 2$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 6. (THPT Phạm Văn Đồng – Phú Yên năm 2017) Với các số thực a, b dương, khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log(a + b) = \log a + \log b$.

B. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.

C. $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$.

D. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 7. (THPT Nguyễn Hữu Quang – Bình Định năm 2017) Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây sai ?

A. $\log_a(ab) = 1 + \log_a b$.

B. $\log_a \frac{a}{b} = 1 - \log_a b$.

C. $\log_a \frac{a}{b} = \frac{1}{\log_a b}$.

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \log_a \sqrt{b}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 8. (Sở GD & ĐT Hà Nội năm 2017) Với các số thực dương a, b bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log(ab) = \log(a + b)$.

B. $\log(ab) = \log a + \log b$.

C. $\log \frac{a}{b} = \log_b a$.

D. $\log \frac{a}{b} = \log(a - b)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 9. (THPT Ngô Quyền – Hải Phòng lần 2 năm 2017) Cho hàm số a, b, c là ba số thực dương, khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $\log_{a^c} b = c \log_a b$.

B. $\log_a b = \log_b c \cdot \log_c a$.

C. $a^{\log_b a} = b$.

D. $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \log_a b - 3$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$$\circ \log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \log_a b - \log_a a^3 = \log_a b - 3 \Rightarrow \text{chọn D.}$$

A. $\log_a x^{2016} = 2016 \log_a x$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$.

D. $\log_{\frac{1}{a}} x^2 = -4 \log_a^2 x$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_{\frac{1}{a}} x^2 = \left(\log_{a^{-1}} x^2\right)^2 = \left(-2 \log_a x\right)^2 = 4 \log_a^2 x \Rightarrow$ phương án D sai.

Câu 13. (Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc lần 2 năm 2017) Cho a, b là hai số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab^2) = \ln a + (\ln b)^2$.

B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

C. $\ln(ab^2) = \ln a + 2 \ln b$.

D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\ln(ab^2) = \ln a + \ln b^2 = \ln a + 2 \ln b$.

Câu 14. (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc lần 3 năm 2017) Cho $0 < a \neq 1$. Tìm đẳng thức đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{a}) = 2$.

B. $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{a}) = 1$.

C. $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{a}) = 0$.

D. $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{a}) = 3$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{a}) = \log_{a^{\frac{1}{2}}}\left(a^{\frac{3}{2}}\right) = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \log_a a = 3.$$

Câu 15. (THPT Đức Thọ – Hà Tĩnh năm 2017) Cho $1 \neq a > 0, x > 0, y > 0$. Hỏi khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$.

B. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_a x$.

C. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

○ $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x \Rightarrow$ phương án A đúng.

○ $\log_a \sqrt{x} = \log_a x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a x \Rightarrow$ phương án B đúng.

○ $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \Rightarrow$ phương án C đúng.

○ $\log_{\sqrt{a}} x = \log_{a^{\frac{1}{2}}} x = 2 \log_a x \Rightarrow$ phương án D sai.

Câu 16. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 101 câu 15) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $P = 9 \log_a b$. B. $P = 27 \log_a b$. C. $P = 15 \log_a b$. D. $P = 6 \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 3 \log_a b + 3 \log_a b = 6 \log_a b.$$

Câu 17. (THPT Chuyên KHTN Hà Nội năm 2017) Với $a, b, c > 0$, $a \neq 1$, $\alpha \neq 0$ bất kỳ. Tìm mệnh đề **sai**?

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.
C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$. D. $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b \Rightarrow$ phương án C sai.

Câu 18. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu – Đồng Tháp lần 1 năm 2017) Với các số thực dương x, y bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log_2 \left(\frac{x}{y} \right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$. B. $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$.
C. $\log_2 \left(\frac{x^2}{y} \right) = 2 \log_2 x - \log_2 y$. D. $\log_2(xy) = \log_2 x \cdot \log_2 y$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \log_2 \left(\frac{x^2}{y} \right) = \log_2 x^2 - \log_2 y = 2 \log_2 x - \log_2 y.$$

Câu 19. (THPT Chuyên ĐH Vinh lần 1 năm 2017) Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$. B. $\ln(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.
C. $\ln \left(\frac{a}{b} \right) = \ln |a| - \ln |b|$. D. $\ln \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$\circ \ln(\sqrt{ab}) = \ln(ab)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \ln(ab) = \frac{1}{2}(\ln|a| + \ln|b|) = \frac{1}{2}[\ln(-a) + \ln(-b)].$$

Câu 20. (THPT Phan Đình Phùng – Hà Nội năm 2017) Cho các số thực dương a, b, c với $c \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b.$

B. $\log_c \frac{a}{b} = \frac{\ln a - \ln b}{\ln c}.$

C. $\log_c^2 \left(\frac{a}{b} \right) = 4(\log_c a - \log_c b).$

D. $\log_{c^2} \frac{a}{b^2} = \frac{1}{2} \log_c a - \log_c b.$

Lời giải**Chọn C.**

$$\text{Ta có } \log_c^2 \left(\frac{a}{b} \right) = [2(\log_c a - \log_c b)]^2 = 4(\log_c a - \log_c b)^2.$$

Câu 21. (THPT Thanh Chương – Nghệ An lần 1 năm 2017) Với các số thực dương a, b bất kỳ và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. $b^{\log_a a} = a.$

B. $\log_a b = \ln a + \ln b.$

C. $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}.$

D. $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}.$

Lời giải**Chọn B.**

Câu 22. (Toán Học Bắc Trung Nam) Cho các số thực dương a và b , với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b.$

B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b.$

C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b.$

D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$

Lời giải**Chọn D.**

$$\text{Ta có } \log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2}(1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b.$$

Câu 23. (THPT Lê Quý Đôn – Bình Phước năm 2017) Cho a, b, c là những số thực dương khác 1. Tìm biểu thức **sai** ?

A. $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b.$

B. $\log_a bc = \log_a b + \log_b c.$

C. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

D. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 24. (THPT Quốc Học Quy Nhơn – Bình Định lần 1 năm 2017) Cho các số thực a, b với $ab > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. $\ln \left(\frac{a}{b} \right) = \ln |a| + \ln |b|^{-1}$.

B. $\log a^4 = 4 \log |a|$.

C. $\log(ab) = \log |a| + \log |b|$.

D. $\log(ab) = \log a + \log b$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log(ab) = \log |a| + \log |b| \Rightarrow D$ sai.

Câu 25. (Sở GD & ĐT Vũng Tàu năm 2017) Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\log_2(a+b) = \log_2 a \log_2 b$.

B. $\log_2(ab) = \log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2(a-b) = \log_2 a - \log_2 b$.

D. $\log_2(a-b) = \frac{\log_2 a}{\log_2 b}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 26. (THPT Hai Bà Trưng – Huế lần 1 năm 2017) Khẳng định nào sau đây là luôn luôn đúng với mọi a, b dương phân biệt khác 1 ?

A. $a^{\log b} = b^{\ln a}$.

B. $a^{2 \log b} = b^{2 \log a}$.

C. $a = \ln a^a$.

D. $\log_a b = \log_{10} b$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $a^{2 \log b} = b^{2 \log a} \Leftrightarrow \log a^{2 \log b} = \log b^{2 \log a} \Leftrightarrow 2 \log a \cdot \log b = 2 \log a \cdot \log b$.

Câu 27. (THPT Phan Đình Phùng – Hà Tĩnh năm 2017) Với a, b là các số thực dương và m, n là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $a^m a^n = a^{m+n}$

B. $\log a + \log b = \log(ab)$.

C. $\log a - \log b = \frac{\log a}{\log b}$.

D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 28. (THPT Chuyên Quang Trung – Bình Phước lần 3 năm 2017) Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a^{\ln b} = b^{\ln a}$.

B. $\ln^2(ab) = \ln a^2 + \ln b^2$.

C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$.

D. $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b})$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $a^{\ln b} = b^{\ln a} \Leftrightarrow \ln a^{\ln b} = \ln b^{\ln a} \Leftrightarrow \ln a \cdot \ln b = \ln b \cdot \ln a$.

Câu 29. (THPT Chuyên ĐH Vinh lần 2 năm 2017) Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$.

B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.

C. $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$.

D. $\log_2(x + y) = \log_2 x + \log_2 y$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 30. (THPT Nguyễn Thái Học – Vĩnh Phúc lần 1 năm 2017) Cho số dương a và số thực b với $a, b \neq 1$. Tìm phát biểu sai ?

A. $\log_a 1 = 0$.

B. $\log_a a = 1$.

C. $\log_{a^n} a = n$.

D. $a^{\log_a b} = b$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_{a^n} a = \frac{1}{n} \log_a a = \frac{1}{n}$.

Câu 31. (THPT Số 1 An Nhơn – Bình Định năm 2017) Cho $a, b > 0, a \neq 1, ab \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

A. $\log_{ab} a = \frac{1}{1 + \log_a b}$.

B. $\log_a \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(1 + \log_a b)$.

C. $\log_{a^2} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{4}(1 - \log_a b)$.

D. $\log_{\sqrt{a}}(ab^2) = 4(1 + \log_a b)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

○ $\log_{ab} a = \frac{1}{\log_a(ab)} = \frac{1}{\log_a a + \log_a b} = \frac{1}{1 + \log_a b}$. Vậy A đúng

○ $\log_a \sqrt{ab} = \frac{1}{2} \log_a(ab) = \frac{1}{2}(\log_a a + \log_a b) = \frac{1}{2}(1 + \log_a b)$. Vậy B đúng

$$\circ \log_{a^2} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \log_a \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{1}{4} (\log_a a - \log_a b) = \frac{1}{4} (1 - \log_a b). \text{ Vậy C đúng}$$

Câu 32. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu – Đồng Tháp lần 2 năm 2017) Với các số thực dương a, b bất kỳ. Hỏi mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\lg \frac{a}{b} = \frac{\lg a}{\lg b}$.

B. $\lg \frac{a}{b} = \lg b - \lg a$.

C. $\lg(ab) = \lg a + \lg b$.

D. $\lg(ab) = \lg a \cdot \lg b$.

Lời giải

Chọn C

Câu 33. (THPT Chuyên Thái Bình lần 3 năm 2017) Cho a, b, c, d là các số thực dương, khác 1 bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{c}{d}$.

B. $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}$.

C. $a^c = b^d \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{c}{d}$.

D. $a^c = b^d \Leftrightarrow \ln \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{d}{c}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } a^c = b^d \Leftrightarrow \ln a^c = \ln b^d \Leftrightarrow c \cdot \ln a = d \cdot \ln b \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} = \frac{d}{c}.$$

Câu 34. (THPT Chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017) Cho a, b, x là các số thực dương và khác 1. Xét các mệnh đề sau:

Mệnh đề (I): $\log_{a^b} x^b = \log_a x$. Mệnh đề (II): $\log_a \left(\frac{ab}{x} \right) = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}$.

Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. (II) đúng, (I) sai. **B.** (I) đúng, (II) sai. **C.** (I), (II) đều sai. **D.** (I), (II) đều đúng.

Lời giải

Chọn D.

$$\circ \log_{a^b} x^b = \frac{b}{b} \log_a b = \log_a x.$$

$$\circ \log_a \left(\frac{ab}{x} \right) = \frac{\log_b \left(\frac{ab}{x} \right)}{\log_b a} = \frac{\log_b(ab) - \log_b x}{\log_b a} = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}.$$

Câu 35. (Sở GD & ĐT Bình Phước năm 2017) Cho a, b là các số thực dương và khác 1. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. $a^{\frac{1}{\log_b a^2}} = b^2$.

B. $a^{\frac{1}{\log_b a^2}} = a\sqrt{b}$.

C. $a^{\frac{1}{\log_b a^2}} = b\sqrt{a}$.

D. $a^{\frac{1}{\log_b a^2}} = \sqrt{b}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\circ a^{\frac{1}{\log_b a^2}} = b^2 \Leftrightarrow a^{\log_a b^{\frac{1}{2}}} = b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{b}.$$

Câu 36. (Đề minh họa lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2017) Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b.$

B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b.$

C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b.$

D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b.$

Lời giải**Chọn A**

$$\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b.$$

Câu 37. (Sở GD & ĐT Quảng Nam năm 2017) Cho a là số thực dương. Tìm mệnh đề **đúng** ?

A. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a - 2.$

B. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a + 2.$

C. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a - \frac{1}{2}.$

D. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a + \frac{1}{2}.$

Lời giải**Chọn C**

$$\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = \log_3 a^2 - \log_3 3^{\frac{1}{2}} = 2\log_3 a - \frac{1}{2}.$$

Câu 38. (THPT Thanh Chương – Nghệ An lần 1 năm 2017) Với các số thực a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. $\log_2 \frac{9a^2}{b^3} = 2 + 2\log_2 a - 3\log_2 b.$

B. $\ln \frac{9a^2}{b^3} = 2\ln 3 + 2\ln a - 3\ln b.$

C. $\log \frac{9a^2}{b^3} = 2\log 3 + 2\log a - 3\log b.$

D. $\log_3 \frac{9a^2}{b^3} = 2 + 2\log_3 a - 3\log_3 b.$

Lời giải**Chọn A**

$$\log_2 \frac{9a^2}{b^3} = \log_2 9 + \log_2 a^2 - \log_2 b^3 \neq 2 + 2\log_2 a - 3\log_2 b.$$

Câu 39. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn – Đà Nẵng lần 2 năm học 2017) Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $\log_a (a^3 b^2) = \frac{3}{2} + \log_a b.$

B. $\log_a (a^3 b^2) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\log_a b.$

C. $\log_a (a^3 b^2) = 3 + \log_a b.$

D. $\log_a (a^3 b^2) = 3 + 2\log_a b.$

Lời giải**Chọn D**

$$\log_a(a^3b^2) = \log_a a^3 + \log_a b^2 = 3 + 2\log_a b.$$

Câu 40. (THPT Quốc Học Quy Nhơn – Bình Định lần 1 năm 2017) Cho hai số thực dương a, b bất kỳ. Hỏi mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $\log_3^2(a^2b) = \log_3 a^4 + 2\log_3 a^2 \log_3 b + \log_3 b^2.$

B. $\log_3^2(a^2b) = 4\log_3^2 a^{-1} - \log_3 a^{-2} \log_3 b^2 + \log_3^2 b.$

C. $\log_3^2(a^2b) = 4\log_3 a^2 - 4\log_3 a^{-1} \log_3 b^{-1} + \log_3 b^2.$

D. $\log_3^2(a^2b) = \log_3 a^4 + \log_3 b^2.$

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned}\log_3^2(a^2b) &= (2\log_3 a + \log_3 b)^2 = 4\log_3^2 a + 4\log_3 a \log_3 b + \log_3^2 b \\ &= 4\log_3^2 a^{-1} - \log_3 a^{-2} \log_3 b^2 + \log_3^2 b.\end{aligned}$$

Câu 41. (THPT Chuyên Biên Hòa – Hà Nam lần 2 năm 2017) Với ba số thực dương a, b, c bất kỳ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\log_2 \frac{8a^{b^2}}{c} = 3 + 2b \log_2 a - \log_2 c.$

B. $\log_2 \frac{8a^{b^2}}{c} = 3 + b^2 \log_2 a - \log_2 c.$

C. $\log_2 \frac{8a^{b^2}}{c} = 3 + \frac{1}{b^2} \log_2 a - \log_2 c.$

D. $\log_2 \frac{8a^{b^2}}{c} = 3 + b^2 \log_2 a + \log_2 c.$

Lời giải

Chọn B

$$\log_2 \frac{8a^{b^2}}{c} = \log_2 8 + \log_2 a^{b^2} - \log_2 c = 3 + b^2 \log_2 a - \log_2 c.$$

Câu 42. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 103 câu 43) Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề dưới đây **đúng** ?

A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b).$

B. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b.$

C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b).$

D. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b.$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 = 8ab &\Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab \Leftrightarrow \log(a+b)^2 = \log(10ab) \\ &\Leftrightarrow 2\log(a+b) = 1 + \log a + \log b\end{aligned}$$

Câu 43. (THPT Số 3 An Nhơn – Bình Định năm 2017) Giả sử ta có hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$ với a, b là các số dương. Hệ thức nào sau đây là **đúng** ?

A. $2\log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b.$

B. $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b.$

C. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2(\log_2 a + \log_2 b).$

D. $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b.$

Lời giải

Chọn B

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a + b}{3}\right)^2 = ab$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{a + b}{3}\right)^2 = \log_2 a + \log_2 b \Leftrightarrow 2 \log_2 \left(\frac{a + b}{3}\right) = \log_2 a + \log_2 b$$

Câu 44. (THPT Trưng Vương – Bình Định năm 2017) Giả sử ta có hệ thức $a^2 + 4b^2 = 12ab$ với a, b là các số dương. Hệ thức nào sau đây là **đúng** ?

A. $\log_3(a + 2b) - 2 \log_3 2 = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b).$

B. $2 \log_3(a + 2b) - \log_3 2 = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b).$

C. $\log_3(a - 2b) - 2 \log_3 2 = \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b).$

D. $\log_3(a + 2b) - 2 \log_3 2 = \frac{1}{4}(\log_3 a + \log_3 b).$

Lời giải

Chọn A

$$a^2 + 4b^2 = 12ab \Leftrightarrow (a + 2b)^2 = 16ab \Leftrightarrow \left(\frac{a + 2b}{4}\right)^2 = ab$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{a + 2b}{4}\right)^2 = \log_3(ab) \Leftrightarrow 2(\log_3(a + 2b) - \log_3 4) = \log_3 a + \log_3 b$$

Câu 45. (THPT Tiên Lãng – Hải Phòng năm 2017) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

A. $\ln \frac{a + b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}.$

B. $2 \log_2(a + b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b.$

C. $2 \log_4(a + b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b.$

D. $2 \log \frac{a + b}{4} = \log a + \log b.$

Lời giải

Chọn C

$$a^2 + b^2 = 14ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 16ab \Leftrightarrow \log_4(a + b)^2 = \log_4(16ab)$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_4(a + b) = 2 + \log_4 a + \log_4 b$$

Câu 46. (Sở GD & ĐT Bình Phước lần 2 năm 2017) Cho $a, b > 0$ thỏa $a + b = 2\sqrt{ab}$. Chọn mệnh đề đúng ?

A. $\ln \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2} = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b).$

B. $\ln(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b).$

C. $\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b} = \frac{1}{4}(\ln a + \ln b).$

D. $\ln(a + b) = 2 \ln(ab).$

Lời giải

Chọn A

$$a + b = 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2} \right)^4 = ab \Leftrightarrow \ln \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2} \right)^4 = \ln a + \ln b$$

$$\Leftrightarrow 4 \ln \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2} \right) = \ln a + \ln b$$

Câu 47. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tìm mệnh đề **sai** ?

A. $\log_a 1 = 0$.

B. $\log_a a = 1$.

C. $\log_a a^b = b$.

D. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_a b^2 = 2 \log_a |b| \Rightarrow \text{D sai}$$

Câu 48. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 29) Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $x = 3a + 5b$.

B. $x = 5a + 3b$.

C. $x = a^5 + b^3$.

D. $x = a^5 b^3$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2 (a^5 b^3) \Rightarrow x = a^5 b^3.$$

Câu 49. Cho $a, b, x > 0$. Tìm x , biết $\log_2 x = 5 \log_2 a + 4 \log_2 b$.

A. $x = a^5 b^4$.

B. $x = a^4 b^5$.

C. $x = 5a + 4b$.

D. $x = 4a + 5b$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_2 x = 5 \log_2 a + 4 \log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^4 = \log_2 (a^5 b^4) \Rightarrow x = a^5 b^4.$$

Câu 50. Cho $a, b, x > 0$. Tìm x , biết $\log_7 x = 8 \log_7 (ab^2) - 2 \log_7 (a^3 b)$.

A. $x = a^4 b^6$.

B. $x = a^2 b^{14}$.

C. $x = a^6 b^{12}$.

D. $x = a^8 b^{14}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_7 x = 8 \log_7 (ab^2) - 2 \log_7 (a^3 b) = \log_7 (a^8 b^{16}) - \log_7 (a^6 b^2) = \log_7 (a^2 b^{14}) \Rightarrow x = a^2 b^{14}.$$

DẠNG: RÚT GỌN HOẶC TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC LÔGARIT**Câu 51.** (THPT Minh Hà – Hà Tĩnh năm 2017) Cho số thực $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^2}.$$

A. $P = -\frac{4}{3}.$

B. $P = \frac{1}{2}.$

C. $P = \frac{3}{2}.$

D. $P = -\frac{1}{2}.$

Lời giải**Chọn D**

$$P = \log_a \frac{\sqrt{a^3}}{a^2} = \log_a a^{\frac{3}{2}} - \log_a a^2 = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}.$$

Câu 52. (THPT Lục Ngạn Số 3 – Bắc Giang lần 1 năm 2017) Cho số thực $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}.$

A. $P = \frac{7}{3}.$

B. $P = \frac{5}{3}.$

C. $P = -\frac{7}{3}.$

D. $P = \frac{2}{3}.$

Lời giải**Chọn C**

$$P = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7} = -\log_a a^{\frac{7}{3}} = -\frac{7}{3}.$$

Câu 53. (THPT Chu Văn An – Hà Nội lần 2 năm học 2016 – 2017) Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{1}{a^2};$ với $a > 0$ và $a \neq 1$.

A. $A = -2.$

B. $A = -\frac{1}{2}.$

C. $A = 2.$

D. $A = \frac{1}{2}.$

Lời giải**Chọn A**

$$A = \log_a \frac{1}{a^2} = \log_a 1 - \log_a a^2 = -2.$$

Câu 54. (Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc lần 2 năm 2017) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3}.$

A. $P = \sqrt{3}.$

B. $P = 6.$

C. $P = 9.$

D. $P = 3.$

Lời giải**Chọn C**

$$P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3} = a^{\frac{\log_{\frac{1}{2}} 3}{a^2}} = a^{2 \log_a 3} = a^{\log_a 9} = 9.$$

Câu 55. (THPT Tiên Du Số 1 – Bắc Ninh lần 1 năm 2017) Cho số thực a thỏa $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right).$

A. $T = 3.$

B. $T = \frac{12}{5}.$

C. $T = \frac{9}{5}.$

D. $T = 2.$

Lời giải

Chọn A

$$T = \log_a \left(\frac{a^2 \sqrt[3]{a^2} \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a a^{2 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{15}} = \frac{30 + 10 + 12 - 7}{15} = 3.$$

Câu 56. (THPT Chuyên Tuyên Quang năm 2017) Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^{4 \log_a 2 \sqrt{5}}$.

- A. $P = 5$. B. $P = 5^{14}$. C. $P = 7\sqrt{5}$. D. $P = 5^7$.

Lời giải**Chọn A**

$$P = a^{4 \log_a 2 \sqrt{5}} = a^{\log_a 5} = 5.$$

Câu 57. (THPT Hậu Lộc 1 – Thanh Hóa lần 1 năm 2017) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a \neq 1$. Rút gọn biểu thức $T = a^{3-2 \log_a b}$.

- A. $T = a^3 b$. B. $T = a^2 b^3$. C. $T = a^3 b^{-2}$. D. $T = ab^2$.

Lời giải**Chọn C**

$$T = a^{3-2 \log_a b} = \frac{a^3}{a^{\log_a b^2}} = a^3 b^{-2}.$$

Câu 58. (THPT Lương Đắc Bằng – Thanh Hóa năm 2017) Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $M = a^{2016 \log_a 2^{2017}}$.

- A. $M = 1008^{2017}$. B. $M = 2017^{2016}$. C. $M = 2016^{2017}$. D. $M = 2017^{1008}$.

Lời giải**Chọn D**

$$M = a^{2016 \log_a 2^{2017}} = a^{1008 \log_a 2017} = a^{\log_a 2017^{1008}} = 2017^{1008}.$$

Câu 59. (THPT DTNT – Bình Định năm 2017) Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị biểu thức $P = (\sqrt{a})^{\log_a 4}$.

- A. $P = 2$. B. $P = 16$. C. $P = 4$. D. $P = \sqrt{2}$.

Lời giải**Chọn A**

$$P = (\sqrt{a})^{\log_a 4} = a^{\frac{1}{2} \log_a 4} = a^{\log_a 2} = 2.$$

Câu 60. (THPT Chuyên Phan Bội Châu – Nghệ An lần 1 năm 2017) Tính giá trị của biểu thức

$$P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2} \text{ với } 0 < a \neq 1 \text{ và } 0 < b \neq 1.$$

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \sqrt{3}$. D. $P = \sqrt{2}$.

Lời giải**Chọn B**

$$\begin{aligned} P &= \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2} = \log_a (a^5 b) + \log_a \left(\frac{a^2}{b} \right) + \log_b b^{-6} \\ &= \log_a (a^7) - 6 = 1 \end{aligned}$$

Câu 61. (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai lần 1 năm 2017) Cho số dương $a \neq 1$ và biểu thức $P = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e$. Tìm mệnh đề đúng ?

- A. $P = 2\ln^2 a + 1$. B. $P = 2\ln^2 a + 2$. C. $P = 2\ln^2 a$. D. $P = \ln^2 a + 2$.

Lời giải

Chọn B

$$P = (\ln a + \log_a e)^2 + \ln^2 a - \log_a^2 e = \ln^2 a + 2\ln a \cdot \frac{1}{\ln a} + \log_a^2 e + \ln^2 a - \log_a^2 e = 2\ln^2 a + 2.$$

Câu 62. (Sở GD & ĐT Bắc Ninh năm 2017) Cho số thực $a > 0$ và khác 1. Tính giá trị của biểu thức sau $P = \log_{\frac{1}{a}}^2 a^2 + \log_{a^2} a^{\frac{1}{2}}$.

- A. $P = \frac{17}{4}$. B. $P = \frac{13}{4}$. C. $P = -\frac{11}{4}$. D. $P = -\frac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$P = \log_{\frac{1}{a}}^2 a^2 + \log_{a^2} a^{\frac{1}{2}} = 4\log_a^2 a + \frac{1}{4}\log_a a = \frac{17}{4}.$$

Câu 63. (THPT Trần Phú – Hải Phòng lần 1 năm 2017) Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $\log_a \frac{1}{\sqrt[3]{a}} = -\frac{1}{3}$. B. $9^{\log_3 a} = 2a$. C. $\log_a \frac{1}{a} = -1$. D. $(0,125)^{\log_{0,5} 1} = 1$.

Lời giải

Chọn B

$$\circ \log_a \frac{1}{\sqrt[3]{a}} = \log_a a^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow A \text{ đúng.}$$

$$\circ 9^{\log_3 a} = \left(3^{\log_3 a}\right)^2 = a^2 \Rightarrow B \text{ sai.}$$

Câu 64. (THPT Chuyên KHTN Hà Nội lần 1 năm 2017) Cho $n > 1$ là một số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$.

- A. $P = 0$. B. $P = n$. C. $P = n!$. D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn D

$$P = \frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!} = \log_{n!} 2 + \log_{n!} 3 + \dots + \log_{n!} n = \log_{n!} (1.2.3 \dots n) = \log_{n!} n! = 1$$

Câu 65. (TT. LTĐH Diệu Hiền – Cần Thơ T3/2017) Cho các số dương a, b, c, d . Tính giá trị của biểu thức $P = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$.

- A. $P = 1$. B. $P = \ln(abcd)$.

C. $P = 0$.

D. $P = \ln \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right)$.

Lời giải

Chọn C

$$P = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{a} \right) = \ln 1 = 0.$$

Câu 66. (THPT Chuyên KHTN Hà Nội lần 4 năm 2017) Với các số thực $a, b > 0$ bất kì, rút gọn biểu thức $P = 2 \log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2$.

A. $P = \log_2 \left(\frac{a}{b} \right)^2$. B. $P = \log_2 (ab)^2$. C. $P = \log_2 \left(\frac{2a}{b^2} \right)$. D. $P = \log_2 (2ab^2)$.

Lời giải

Chọn B

$$P = 2 \log_2 a - \log_{\frac{1}{2}} b^2 = \log_2 a^2 + \log_2 b^2 = \log_a (ab)^2.$$

Câu 67. (THPT Trần Hưng Đạo - Nam Định năm 2017) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ và $b > 0$. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2 \log b}{\log a} - 1}$.

A. $P = |\log_a b + 1|$. B. $P = |\log_a b - 1|$. C. $P = |\log_a b|$. D. $P = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$P = \sqrt{\log_a^2(ab) - \frac{2 \log b}{\log a} - 1} = \sqrt{(\log_a a + \log_a b)^2 - 2 \log_a b - 1}$$

$$= \sqrt{1 + 2 \log_a b + \log_a^2 b - 2 \log_a b - 1} = |\log_a b|.$$

DẠNG: BIỂU DIỄN BIỂU THỨC LÔGARIT THEO BIỂU THỨC CHO TRƯỚC**Câu 68.** (THPT Lạc Hồng – Tp. Hồ Chí Minh 2017) Cho $\log 3 = a$. Tính $\log 9000$ theo a .

A. $\log 9000 = a^2 + 3$.

B. $\log 9000 = 3 + 2a$.

C. $\log 9000 = 3a^2$.

D. $\log 9000 = a^2$.

Lời giải**Chọn B**

$$\log 9000 = \log(3^2 \cdot 10^3) = 2\log 3 + 3 = 2a + 3$$

Câu 69. Cho $\log 4 = a$. Tính $\log 4000$ theo a .

A. $\log 4000 = 4 + 2a$.

B. $\log 4000 = 3 + a$.

C. $\log 4000 = 3 + 2a$.

D. $\log 4000 = 4 + a$.

Lời giải**Chọn B**

$$\log 4000 = \log(4 \cdot 10^3) = \log 4 + 3 = a + 3$$

Câu 70. (THPT DTNT – Bình Định năm 2017) Cho $\log 5 = a$. Tính $\log 20$ theo a .

A. $\log 20 = 2 - a$.

B. $\log 20 = 2 + 3a$.

C. $\log 20 = 1 - a$.

D. $\log 20 = 5 - 2a$.

Lời giải**Chọn A**

$$\log 20 = \log \frac{100}{5} = \log 100 - \log 5 = 2 - a$$

Câu 71. (THPT A Hải Hậu – Nam Định lần 1 năm 2017) Cho $\log 5 = a$. Tính $\log \frac{1}{64}$ theo a .

A. $\log \frac{1}{64} = 1 - 6a$.

B. $\log \frac{1}{64} = 6(a - 1)$.

C. $\log \frac{1}{64} = 4 - 3a$.

D. $\log \frac{1}{64} = 2 + 5a$.

Lời giải**Chọn B**

$$\log \frac{1}{64} = -\log 2^6 = -6\log \left(\frac{10}{5}\right) = -6(\log 10 - \log 5) = 6(a - 1)$$

Câu 72. (THPT Vĩnh Thạnh – Bình Định năm 2017) Cho $\log 2 = a$. Tính $\log \frac{125}{4}$ theo a .

A. $\log \frac{125}{4} = 3 - 5a$.

B. $\log \frac{125}{4} = 2(a + 5)$.

C. $\log \frac{125}{4} = 4(1 + a)$.

D. $\log \frac{125}{4} = 6 + 7a$.

Lời giải**Chọn A**

$$\log \frac{125}{4} = \log 5^3 - \log 2^2 = 3\log 5 - 2\log 2 = 3\log \frac{10}{2} - 2\log 2$$

$$= 3(\log 10 - \log 2) - 2 \log 2 = 3 - 5a$$

Câu 73. (THPT Chuyên Hùng Vương - Bình Định năm 2017) Biết rằng $\log_2 14 = m$. Hãy tính giá trị của biểu thức $N = \log_{49} 32$ theo m .

A. $N = 3m + 1$. B. $N = 3m - 2$. C. $N = \frac{5}{2m-2}$. D. $N = \frac{1}{m-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $m = \log_2 14 = 1 + \log_2 7$.

$$N = \log_{49} 32 = \log_{7^2} 2^5 = \frac{5}{2} \log_7 2 = \frac{5}{2(\log_2 7)} = \frac{5}{2(m-1)}$$

Câu 74. (THPT Quy Nhơn - Bình Định năm 2017) Cho $a = \log_{15} 3$. Tính $\log_{25} 15$ theo a .

A. $\log_{25} 15 = \frac{3}{5(1-a)}$. B. $\log_{25} 15 = \frac{5}{3(1-a)}$.
C. $\log_{25} 15 = \frac{1}{2(1-a)}$. D. $\log_{25} 15 = \frac{1}{5(1-a)}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $a = \log_{15} 3 = \frac{1}{\log_3 (3.5)} = \frac{1}{1 + \log_3 5} \Rightarrow \log_3 5 = \frac{1}{a} - 1$.

$$\log_{25} 15 = \frac{1}{2} \log_5 (3.5) = \frac{1}{2} (\log_5 3 + 1) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\frac{1}{a} - 1} + 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{1-a} + 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-a} \right)$$

Câu 75. (THPT Chuyên Nguyễn Bình Khiêm - Vĩnh Long năm 2017) Đặt $\log_5 20 = a$, biểu diễn $\log_2 5$ theo a .

A. $\log_2 5 = \frac{2}{a+1}$. B. $\log_2 5 = \frac{2}{a-1}$. C. $\log_2 5 = \frac{a-1}{2}$. D. $\log_2 5 = 2(a-1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a = \log_5 20 = \log_5 (2^2 \cdot 5) = 2 \log_5 2 + 1 \Rightarrow \log_5 2 = \frac{a-1}{2}$,

Câu 76. (THPT Lục Ngạn số 1 - Bắc Giang năm 2017) Cho $\log_2 5 = a$. Tính $\log_{32} 40$ theo a .

A. $\log_{32} 40 = \frac{2+a}{2}$. B. $\log_{32} 40 = \frac{3a+1}{2}$.
C. $\log_{32} 40 = \frac{a+2}{9}$. D. $\log_{32} 40 = \frac{3+a}{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{32} 40 = \log_{2^5} (2^3 \cdot 5) = \frac{1}{5} (\log_2 2^3 + \log_2 5) = \frac{1}{5} (3 + \log_2 5) = \frac{3+a}{5}$$

Câu 77. (Sở GD & ĐT Cần Thơ năm 2017) Cho $\log_{12} 27 = a$. Tính $\log_6 16$ theo a .

A. $\log_6 16 = \frac{3-a}{3+a}$.

B. $\log_6 16 = \frac{a+3}{4(3-a)}$.

C. $\log_6 16 = \frac{a+3}{a-3}$.

D. $\log_6 16 = \frac{4(3-a)}{3+a}$.

Lời giải

Chọn D

$$a = \log_{12} 27 = 3 \log_{12} 3 = \frac{3}{\log_3 (3 \cdot 2^2)} = \frac{3}{1 + 2 \log_3 2} \Rightarrow \log_3 2 = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{a} - 1 \right) = \frac{3-a}{2a}.$$

$$\log_6 16 = 4 \log_6 2 = \frac{4}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{4}{1 + \log_2 3} = \frac{4}{1 + \frac{2a}{3-a}} = \frac{4(3-a)}{3+a}$$

Câu 78. (Cơ sở BDVH Lý Tự Trọng - TP. Hồ Chí Minh năm 2017) Đặt $\log_2 6 = m$. Hãy biểu diễn $\log_9 6$ theo m .

A. $\log_9 6 = \frac{m}{2(m+1)}$.

B. $\log_9 6 = \frac{m}{2(m-1)}$.

C. $\log_9 6 = \frac{m}{m+1}$.

D. $\log_9 6 = \frac{m}{m-1}$.

Lời giải

Chọn B

$$m = \log_2 6 = \log_2 (2 \cdot 3) = 1 + \log_2 3.$$

$$\log_9 6 = \frac{1}{2} \log_3 (2 \cdot 3) = \frac{1}{2} (\log_3 2 + 1) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{m-1} + 1 \right) = \frac{m}{2(m-1)}$$

Câu 79. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn - Quảng Trị lần 1 năm 2017) Biết $\log_6 \sqrt{a} = 3$, với $a > 0$ và $a \neq 1$. Tính giá trị của $\log_a \sqrt{6}$.

A. $\log_a \sqrt{6} = \frac{1}{3}$.

B. $\log_a \sqrt{6} = \frac{1}{12}$.

C. $\log_a \sqrt{6} = 3$.

D. $\log_a \sqrt{6} = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$3 = \log_6 \sqrt{a} \Rightarrow \sqrt{a} = 6^3 \Rightarrow a = 6^6, \log_a \sqrt{6} = \log_{6^6} 6^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{12}.$$

Câu 80. (THPT Bắc Yên Thành - Nghệ An năm 2017) Cho $\log_3 5 = a$. Tính $\log_{15} 75$ theo a .

A. $\log_{15} 75 = \frac{1+a}{2+a}$.

B. $\log_{15} 75 = \frac{1-2a}{1+a}$.

C. $\log_{15} 75 = \frac{1+2a}{1+a}$.

D. $\log_{15} 75 = \frac{1-a}{1+a}$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned}\log_{15} 75 &= \log_{15} (5^2 \cdot 3) = 2 \log_{15} 5 + \log_{15} 3 = \frac{2}{\log_5 (3.5)} + \frac{1}{\log_3 (3.5)} \\ &= \frac{2}{1 + \log_5 3} + \frac{1}{1 + \log_3 5} = \frac{2}{1 + \frac{1}{a}} + \frac{1}{1 + a} = \frac{2a + 1}{a + 1}\end{aligned}$$

Câu 81. (THPT Lương Tâm - Hậu Giang lần 1 năm 2016 - 2017) Đặt $\log_{12} 6 = a$, $\log_{12} 7 = b$. Tính giá trị của $\log_2 7$ theo a .

A. $\log_2 7 = \frac{a}{a-1}$. **B.** $\log_2 7 = \frac{a}{1-b}$. **C.** $\log_2 7 = \frac{a}{1+b}$. **D.** $\log_2 7 = \frac{b}{1-a}$.

Lời giải**Chọn D**

$$\log_2 7 = \log_2 12 \cdot \log_{12} 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 12 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}$$

Câu 82. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai năm 2017) Cho $P = \log_m 16m$ và $a = \log_2 m$ với m là số dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 3 - a^2$. **B.** $P = \frac{4+a}{a}$. **C.** $P = \frac{3+a}{a}$. **D.** $P = 3 + a\sqrt{a}$.

Lời giải**Chọn B**

$$P = \log_m 16m = \log_m 2^4 + \log_m m = \frac{4}{\log_2 m} + 1 = \frac{4+a}{a}$$

Câu 83. (Sở GD & ĐT Quảng Ninh năm 2017) Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$. **B.** $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$.
C. $\log_m 8m = (3-a)a$. **D.** $\log_m 8m = (3+a)a$.

Lời giải**Chọn A**

$$\log_m 8m = \log_m 2^3 + \log_m m = \frac{3}{\log_2 m} + 1 = \frac{3+a}{a}$$

Câu 84. (THPT Lạc Hồng - TP. Hồ Chí Minh năm 2017) Cho $a = \log_2 3$ và $b = \log_2 5$. Tính giá trị của biểu thức $\log_2 \sqrt[6]{360}$ theo a, b .

A. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}a + \frac{1}{6}b$. **B.** $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}a + \frac{1}{3}b$.
C. $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b$. **D.** $\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b$.

Lời giải**Chọn C**

$$\log_2 \sqrt[6]{360} = \frac{1}{6} \log_2 (2^3 \cdot 3^2 \cdot 5) = \frac{1}{6} (3 + 2 \log_2 3 + \log_2 5) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b$$

Câu 85. (THPT Chuyên Biên Hòa – Hà Nam lần 1 năm 2017) Cho $a = \log_4 3$, $b = \log_{25} 2$. Hãy tính $\log_{60} \sqrt{150}$ theo a , b .

A. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 + 2b + ab}{1 + 4b + 2ab}.$

B. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1 + b + 2ab}{1 + 4b + 4ab}.$

C. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 + b + 2ab}{1 + 4b + 2ab}.$

D. $\log_{60} \sqrt{150} = 4 \cdot \frac{1 + b + 2ab}{1 + 4b + 4ab}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có

○ $a = \log_4 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 3 = a \Leftrightarrow \log_2 3 = 2a$

○ $b = \log_{25} 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_5 2 = b \Leftrightarrow \log_5 2 = 2b.$

$\Rightarrow \log_5 2 \cdot \log_2 3 = 4ab \Leftrightarrow \log_5 3 = 4ab.$

Khi đó: $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{\log_5 (2 \cdot 3 \cdot 5^2)}{2 \log_5 (2^2 \cdot 3 \cdot 5)} = \frac{\log_5 2 + \log_5 3 + 2}{2(2 \log_5 2 + \log_5 3 + 1)}$
 $= \frac{2b + 4ab + 2}{2(4b + 4ab + 1)} = \frac{1 + b + 2ab}{1 + 4b + 4ab}.$

Câu 86. (Sở GD & ĐT Hưng Yên lần 1 năm 2017) Đặt $a = \log_3 15$, $b = \log_3 10$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

A. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a + b - 1).$

B. $\log_{\sqrt{3}} 50 = a + b - 1.$

C. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a + b - 1).$

D. $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a + b - 1).$

Lời giải

Chọn C

$\log_{\sqrt{3}} 50 = 2 \log_3 \left(\frac{15 \cdot 10}{3} \right) = 2(\log_3 15 + \log_3 10 - \log_3 3) = 2(a + b - 1).$

Câu 87. (THPT Chuyên Thái Bình lần 2 năm 2017) Đặt $a = \log_7 11$, $b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn biểu thức $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8}$ theo a và b .

A. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a - \frac{9}{b}.$

B. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = \frac{2}{3}a - \frac{9}{b}.$

C. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a + \frac{9}{b}.$

D. $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 6a - 9b.$

Lời giải

Chọn A

$\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8} = 3 \log_7 \left(\frac{11^2}{2^3} \right) = 3 \left(2 \log_7 11 - \frac{3}{\log_2 7} \right) = 6a - \frac{9}{b}.$

Câu 88. (THPT Nguyễn Hữu Quang – Bình Định năm 2017) Cho $\log_{25} 7 = a$, $\log_2 5 = b$. Hãy tính

$$\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8} \text{ theo } a \text{ và } b.$$

A. $\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8} = 12a - \frac{9}{b}$.

B. $\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8} = 6a - \frac{9}{b}$.

C. $\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8} = 6a + \frac{9}{b}$.

D. $\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8} = 12a + \frac{9}{b}$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8} = 3(2\log_5 7 - 3\log_5 2) = 12a - \frac{9}{b}.$$

Câu 89. (THPT Trần Hưng Đạo – Nam Định năm 2017) Cho a, b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$.

A. $T = 1$.

B. $T = 4$.

C. $T = -1$.

D. $T = -4$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} T &= \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b^{\frac{1}{3}} - \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b - \frac{1}{2} \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\log_b b^{\frac{1}{2}} - \log_b a} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\log_a b^{\frac{1}{2}} - \log_a a} = \frac{1}{3} \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2} - 1} = 1 \end{aligned}$$

Câu 90. (Sở GD & ĐT Vũng Tàu năm 2017) Cho a là số thực dương khác 1 và $b > 0$ thỏa $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \log_{ab^2} \frac{a}{b^2}$.

A. $A = \frac{4\sqrt{3} - 13}{11}$.

B. $A = \frac{13 - 4\sqrt{3}}{11}$.

C. $A = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

D. $A = \frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} A &= \log_{ab^2} \frac{a}{b^2} = \log_{ab^2} a - 2\log_{ab^2} b = \frac{1}{1 + 2\log_a b} - \frac{2}{\log_a a + 2} \\ &= \frac{1}{1 + 2\log_a b} - \frac{2\log_a b}{1 + 2\log_a b} = \frac{1 - 2\log_a b}{1 + 2\log_a b} = \frac{1 - 2\sqrt{3}}{1 + 2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3} - 13}{11}. \end{aligned}$$

Câu 91. (THPT Nguyễn Thái Học – Vĩnh Phúc lần 1 năm 2017) Cho $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$.

A. $T = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 2}$.

B. $T = \sqrt{3} - 1$.

C. $T = \sqrt{3} + 1$.

D. $T = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}
 T &= \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{1}{2} \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} b - \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} a \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\frac{1}{2} - \log_b a} - \frac{1}{\frac{1}{2} \log_a b - 1} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\frac{1}{2} - \log_a b} - \frac{1}{\frac{1}{2} \log_a b - 1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{2 \log_a b}{\log_a b - 2} - \frac{2}{\log_a b - 2} \right) = \frac{\log_a b - 1}{\log_a b - 2} \\
 &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2}.
 \end{aligned}$$

Câu 92. (THPT Chuyên Quốc Học Huế lần 2 năm 2017) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} (a\sqrt[3]{b})$.

A. $T = -\frac{10}{9}$. **B.** $T = \frac{2}{3}$. **C.** $T = -\frac{2}{9}$. **D.** $T = \frac{2}{15}$.

Lời giải**Chọn A**

$$\begin{aligned}
 T &= \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} (a\sqrt[3]{b}) = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} a + \frac{1}{3} \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} b = \frac{1}{\log_a a^{\frac{1}{2}} - \log_a b} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\log_b a^{\frac{1}{2}} - 1} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{2} - \log_a b} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\frac{1}{2 \cdot \log_a b} - 1} = \frac{2}{1 - 2 \log_a b} + \frac{2 \log_a b}{3(1 - 2 \log_a b)} = \frac{6 + 2 \log_a b}{3(1 - 2 \log_a b)} = -\frac{10}{9}
 \end{aligned}$$

Câu 93. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa lần 2 năm 2017) Cho a, b là các số thực dương và $ab \neq 1$ thỏa mãn $\log_{ab} a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$.

A. $T = \frac{3}{8}$. **B.** $T = \frac{3}{2}$. **C.** $T = \frac{8}{3}$. **D.** $T = 1$.

Lời giải**Chọn D**

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } 3 &= \log_{ab} a^2 = 2 \log_{ab} a = \frac{2}{1 + \log_a b} \Rightarrow \log_a b = -\frac{1}{3}. \\
 T &= \log_{ab} \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{1}{3} \cdot (\log_{ab} a - \log_{ab} b) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{1 + \log_a b} - \frac{1}{1 + \log_b a} \right) \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \log_a b}{1 + \log_a b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 1
 \end{aligned}$$

Câu 94. (Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc lần 2 năm 2017) Cho a, b là hai số thực dương, khác 1. Đặt $\log_a b = m$. Tính theo m giá trị của $T = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$.

$$\text{A. } T = \frac{4m^2 - 3}{2m}. \quad \text{B. } T = \frac{m^2 - 12}{2m}. \quad \text{C. } T = \frac{m^2 - 12}{m}. \quad \text{D. } T = \frac{m^2 - 3}{2m}.$$

Lời giải

Chọn B

$$T = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3 = \frac{1}{2} \log_a b - 6 \log_b a = \frac{1}{2} m - \frac{6}{m} = \frac{m^2 - 12}{2m}.$$

Câu 95. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 43) Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right). & \text{B. } \log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta. \\ \text{C. } \log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right). & \text{D. } \log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta. \end{array}$$

Lời giải

Chọn D

$$\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \log_3 x^{\frac{1}{2}} - \log_3 y = \frac{1}{2} \alpha - \beta.$$

Câu 96. (THPT Lạng Giang Số 2 – Bắc Giang lần 1 năm 2017) Cho $\log 3 = m, \ln 3 = n$. Hãy biểu diễn $\ln 30$ theo m và n .

$$\text{A. } \ln 30 = \frac{n}{m} + 1. \quad \text{B. } \ln 30 = \frac{m}{n} + n. \quad \text{C. } \ln 30 = \frac{n+m}{n}. \quad \text{D. } \ln 30 = \frac{n}{m} + n.$$

Lời giải

Chọn D

$$\ln 30 = \ln(10 \cdot 3) = \ln 10 + \ln 3 = \frac{\ln 3}{\log 3} + \ln 3 = \frac{n}{m} + n$$

Câu 97. Cho $a = \ln 2$ và $b = \ln 3$. Biểu diễn $\ln \frac{27}{16}$ theo a và b .

$$\text{A. } \ln \frac{27}{16} = b^3 - a^4. \quad \text{B. } \ln \frac{27}{16} = 4a - 3b. \quad \text{C. } \ln \frac{27}{16} = 3b - 2a. \quad \text{D. } \ln \frac{27}{16} = 3b - 4a.$$

Lời giải

Chọn D

$$\ln \frac{27}{16} = \ln 3^3 - \ln 2^4 = 3b - 4a$$

Câu 98. (THPT Phù Cát 1 – Bình Định năm 2017) Cho $a = \log_2 3, b = \log_2 5$. Biểu diễn $\log 30$ theo a và b .

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \log 30 = \frac{1+a+b}{1+b}. & \text{B. } \log 30 = \frac{2a+b}{1+b}. \\ \text{C. } \log 30 = \frac{2a+b}{2b}. & \text{D. } \log 30 = \frac{a+2b}{2b}. \end{array}$$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}\log 30 &= \log(3 \cdot 10) = \log 3 + 1 = \frac{1}{\log_3(2.5)} + 1 = \frac{1}{\log_3 2 + \log_2 5} + 1 \\ &= \frac{1}{\frac{1}{a} + b} + 1 = \frac{a}{1+b} + 1 = \frac{1+a+b}{1+b}.\end{aligned}$$

Câu 99. (Sở GD & ĐT Bình Phước lần 2 năm 2017) Biết $\lg 5 = a$, $\lg 3 = b$. Tính giá trị của biểu thức $\log_{30} 8$ theo a, b .

- A. $\log_{30} 8 = \frac{3-a}{1+b}$. B. $\log_{30} 8 = \frac{1-3a}{1+b}$.
C. $\log_{30} 8 = \frac{1-a}{3+3b}$. D. $\log_{30} 8 = \frac{3(1-a)}{1+b}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}\log_{30} 8 &= 3 \log_{30} 2 = 3(\log_{30} 30 - \log_{30} 5 - \log_{30} 3) \\ &= 3(1 - \log_{30} 10 \cdot \log 5 - \log_{30} 10 \cdot \log 3) = 3\left(1 - \frac{\log 5}{\log 30} - \frac{\log 3}{\log 30}\right) \\ &= 3\left(1 - \frac{\log 5}{\log 3 + 1} - \frac{\log 3}{\log 3 + 1}\right) = \frac{3(1-a)}{1+b}.\end{aligned}$$

Câu 100. (THPT An Lão - Bình Định năm 2017) Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_3 5$. Tính $\log 75$.

- A. $\log 75 = \frac{a+2ab}{ab+b}$. B. $\log 75 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$.
C. $\log 75 = \frac{a+ab}{ab}$. D. $\log 75 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned}\log 75 &= \log(5^2 \cdot 3) = \frac{2}{\log_5(5 \cdot 2)} + \frac{1}{\log_3(2 \cdot 5)} = \frac{2}{1 + \log_5 2} + \frac{1}{\log_3 2 + \log_3 5} \\ &= \frac{2}{1 + \frac{1}{a}} + \frac{1}{\frac{b}{a} + b} = \frac{2a}{1+a} + \frac{a}{b(1+a)} = \frac{a+2ab}{ab+b}.\end{aligned}$$

Câu 101. Cho $x > 0$ thỏa $\log x = a$ và $\ln 10 = b$. Hãy biểu diễn $\log_{10e} x$ theo a, b .

- A. $\log_{10e} x = \frac{a}{1+b}$. B. $\log_{10e} x = \frac{b}{1+b}$.
C. $\log_{10e} x = \frac{ab}{1+b}$. D. $\log_{10e} x = \frac{2ab}{1+b}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_{10e} x = \frac{1}{\log_x 10 + \log_x e} = \frac{1}{\frac{1}{\log x} + \frac{1}{\ln x}} = \frac{1}{\frac{1}{\log x} + \frac{1}{\ln 10 \cdot \log x}} = \frac{ab}{1+b}.$$

Câu 102. (THPT Trưng Vương - Bình Định năm 2017) Cho $\log_{30} 3 = a$, $\log_{30} 5 = b$. Tính giá trị của biểu thức $\log_{30} 1350$ theo a, b .

A. $\log_{30} 1350 = 2a + b$.

B. $\log_{30} 1350 = 2a + b - 1$.

C. $\log_{30} 1350 = 2a + b + 1$.

D. $\log_{30} 1350 = a + b - 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_{30} 1350 = \log_{30} (30 \cdot 3^2 \cdot 5) = 1 + 2\log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 2a + b + 1.$$

Câu 103. (Sở GD & ĐT Bình Phước lần 1 năm 2017) Cho $\log_2 5 = m$, $\log_3 5 = n$. Tính giá trị của biểu thức $\log_6 5$ tính theo m và n .

A. $\log_6 5 = \frac{1}{m+n}$.

B. $\log_6 5 = \frac{mn}{m+n}$.

C. $\log_6 5 = m+n$.

D. $\log_6 5 = m^2 + n^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 (2 \cdot 3)} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} = \frac{mn}{m+n}.$$

Câu 104. (Sở GD & ĐT Cần Thơ năm 2017) Cho $a = \log_2 5$ và $b = \log_2 3$. Tính giá trị của biểu thức $\log_3 675$ theo a và b .

A. $\log_3 675 = \frac{2a}{b} + 3$.

B. $\log_3 675 = \frac{2b}{a}$.

C. $\log_3 675 = 2ab + 3$.

D. $\log_3 675 = 2ab - 3$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_3 675 = \log_3 (3^3 \cdot 5^2) = 3 + 2\log_3 5 = 3 + 2\log_3 2 \cdot \log_2 5 = \frac{2a}{b} + 3.$$

Câu 105. (Sở GD & ĐT Hà Nội năm 2017) Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. Tính $\log_6 45$ theo a , b .

A. $\log_6 45 = \frac{2a+b}{1+a}$.

B. $\log_6 45 = \frac{a+2b}{2(1+a)}$.

C. $\log_6 45 = a + b - 1$.

D. $\log_6 45 = 2a + b$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_6 45 = \log_6 (3^2 \cdot 5) = 2 \cdot \frac{1}{\log_3 (3 \cdot 2)} + \frac{1}{\log_5 (3 \cdot 2)} = \frac{2}{1 + \log_3 2} + \frac{1}{\log_5 3 + \log_5 2} = \frac{2a+b}{1+a}.$$

Câu 106. (THPT Trần Hưng Đạo - Tp. Hồ Chí Minh năm 2017) Cho $\log_2 3 = a$, $\log_5 3 = b$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$.

B. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$.

C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$.

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_6 45 = \log_6 (3^2 \cdot 5) = \frac{2}{\log_3 (2 \cdot 3)} + \frac{1}{\log_5 (2 \cdot 3)} = \frac{2}{1 + \log_3 2} + \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{a + 2ab}{ab + b}.$$

Câu 107. (THPT Lạng Giang 1 – Bắc Giang lần 3 năm 2017) Cho $a = \log_8 3$, $b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{10} 3$ theo a , b .

A. $\log_{10} 3 = 3a + b$.

B. $\log_{10} 3 = ab$.

C. $\log_{10} 3 = \frac{1}{3a + b}$.

D. $\log_{10} 3 = \frac{3a}{1 + 3ab}$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{10} 3 = \frac{1}{\log_3 (2 \cdot 5)} = \frac{1}{\log_3 2 + \log_3 5} = \frac{1}{\frac{1}{3a} + b} = \frac{3a}{1 + 3ab}.$$

Câu 108. (THPT Nguyễn Trãi – Hải Dương lần 2 năm 2017) Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 7 = b$. Biểu diễn $\log_2 2016$ theo a và b .

A. $\log_2 2016 = 5 + 2a + b$.

B. $\log_2 2016 = 5 + 3a + 2b$.

C. $\log_2 2016 = 2 + 2a + 3b$.

D. $\log_2 2016 = 2 + 3a + 2b$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_2 2016 = \log_2 (2^5 \cdot 3^2 \cdot 7) = \log_2 2^5 + \log_2 3^2 + \log_2 7 = 5 + 2a + b.$$

Câu 109. (THPT Chuyên KHTN Hà Nội lần 5 năm 2017) Đặt $\log_2 3 = a$ và $\log_2 5 = b$. Hãy biểu diễn $\log_3 240$ theo a và b .

A. $\log_3 240 = \frac{2a + b + 3}{a}$.

B. $\log_3 240 = \frac{a + b + 4}{a}$.

C. $\log_3 240 = \frac{a + b + 3}{a}$.

D. $\log_3 240 = \frac{a + 2b + 3}{a}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_3 240 = \log_3 (2^4 \cdot 3 \cdot 5) = 4 \log_3 2 + \log_3 5 + 1 = \frac{4}{a} + \frac{b}{a} + 1 = \frac{a + b + 4}{a}.$$

Câu 110. (THPT chuyên KHTN Hà Nội lần 4 năm 2017) Đặt $\log_2 60 = a$ và $\log_5 15 = b$. Biểu diễn $\log_2 12$ theo a và b .

A. $\log_2 12 = \frac{ab + 2a + 2}{b}$.

B. $\log_2 12 = \frac{ab + a - 2}{b}$.

C. $\log_2 12 = \frac{ab + a - 2}{b}$.

D. $\log_2 12 = \frac{ab - a + 2}{b}$.

Lời giải

Chọn D

$$b = \log_5 15 = 1 + \log_5 3. a = \log_2 60 = \log_2 (2^2 \cdot 3 \cdot 5) = 2 + \log_2 3 + \log_2 5 = 2 + \log_2 3 + \frac{\log_2 3}{\log_5 3}$$

$$= 2 + \log_2 3 + \frac{\log_2 3}{b-1} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{a-2}{1 + \frac{1}{b-1}} = \frac{(b-1)(a-2)}{b}$$

$$\log_2 12 = \log_2 (2^2 \cdot 3) = 2 + \log_2 3 = 2 + \frac{(b-1)(a-2)}{b} = \frac{ab - a + 2}{b}.$$

Câu 111. (THPT Gia Lộc 2 - Hải Dương lần 1 năm 2016 - 2017) Cho $a = \log_2 3, b = \log_2 5$. Tính theo a, b biểu thức $P = \log_2 30$.

- A. $P = 1 + ab$. B. $P = a + b$. C. $P = 1 + a + b$. D. $P = ab$.

Lời giải

Chọn C

$$P = \log_2 30 = \log_2 (2 \cdot 3 \cdot 5) = 1 + a + b.$$

Câu 112. (THPT Kim Liên - Hà Nội lần 1 năm 2017) Cho $a = \log_{49} 32, b = \log_2 14$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $a = \frac{5}{2b-2}$. B. $a = \frac{1}{b-1}$. C. $a = 3b - 2$. D. $a = 3b + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\circ a = \log_{49} 32 \Leftrightarrow a = \frac{\log_2 2^5}{\log_2 7^2} = \frac{5}{2 \log_2 7} \Leftrightarrow \log_2 7 = \frac{5}{2a} \quad (1).$$

$$\circ b = \log_2 14 \Leftrightarrow 1 + \log_2 7 = b \Leftrightarrow \log_2 7 = b - 1 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \frac{5}{2a} = b - 1 \Leftrightarrow a = \frac{5}{2(b-1)} = \frac{5}{2b-2}.$$

Câu 113. (THPT Lục Ngạn số 1 - Bắc Giang lần 1 năm 2017) Cho $\log_2 5 = a, \log_3 5 = b$. Tính $\log_6 1080$ theo a và b .

A. $\log_6 1080 = \frac{ab+1}{a+b}$. B. $\log_6 1080 = \frac{2a+2b+ab}{a+b}$.

C. $\log_6 1080 = \frac{3a+3b+ab}{a+b}$. D. $\log_6 1080 = \frac{2a-2b+ab}{a+b}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_6 1080 = \log_6 (6^3 \cdot 5) = 3 + \log_6 5 = 3 + \frac{1}{\log_5 (2 \cdot 3)}$$

$$= 3 + \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = 3 + \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{3a+3b+ab}{a+b}.$$

Câu 114. (THPT Ngô Mây – Bình Định năm 2017) Cho $\log 2 = a$, $\log 3 = b$. Hãy biểu diễn $\log_{15} 20$ theo a và b .

A. $\log_{15} 20 = \frac{1 + 3a}{1 - 2b - a}$.

B. $\log_{15} 20 = \frac{1 + a}{1 + b - a}$.

C. $\log_{15} 20 = \frac{1 + b}{1 + a - b}$.

D. $\log_{15} 20 = \frac{1 + 3a}{1 - 2a + b}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{15} 20 = \log_{15} 10 \cdot \log(10.2) = \frac{1 + \log 2}{1 - \log 2 + \log 3} = \frac{1 + a}{1 + b - a}.$$

Câu 115. (THPT Lương Văn Chánh – Phú Yên lần 1 năm 2017) Cho a, b là các số thực dương và a khác 1. Nếu $\log_a b = p$ thì $\log_a a^2 b^4$ bằng bao nhiêu ?

A. $\log_a a^2 b^4 = 4p + 2$.

B. $\log_a a^2 b^4 = 4p + 2a$.

C. $\log_a a^2 b^4 = a^2 p^4$.

D. $\log_a a^2 b^4 = p^4 + 2a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a a^2 b^4 = 2 + 4 \log_a b = 4p + 2$.

Câu 116. (THPT Chuyên Hạ Long năm 2017) Đặt $a = \log_3 15$ và $b = \log_3 10$. Hãy biểu diễn $\log_3 50$ theo a và b .

A. $\log_3 50 = 3a + b - 1$.

B. $\log_3 50 = 4a + b - 1$.

C. $\log_3 50 = a + b - 1$.

D. $\log_3 50 = 2a + b - 1$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_3 50 = \log_3 \left(\frac{10 \cdot 15}{3} \right) = \log_3 15 + \log_3 10 - \log_3 3 = a + b - 1.$$

Câu 117. (THPT Hà Trung – Thanh Hóa năm 2017) Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{18} 42$ theo a và b .

A. $\log_{18} 42 = \frac{1 + a + b}{2a}$.

B. $\log_{18} 42 = \frac{1 + ab}{1 + a}$.

C. $\log_{18} 42 = \frac{a + b}{1 + 2a}$.

D. $\log_{18} 42 = \frac{1 + a + b}{1 + 2a}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \log_{18} 42 &= \log_{18} (2 \cdot 3 \cdot 7) = \frac{1}{\log_2 (3^2 \cdot 2)} + \frac{1}{\log_3 (3^2 \cdot 2)} + \frac{1}{\log_7 (3^2 \cdot 2)} \\ &= \frac{1}{1 + 2a} + \frac{1}{2 + \frac{1}{a}} + \frac{1}{\frac{2a}{b} + \frac{1}{b}} = \frac{1 + a + b}{1 + 2a}. \end{aligned}$$

Câu 118. (THPT Hậu Lộc 1 – Thanh Hóa lần 1 năm 2017) Cho $\log_{12} 6 = a$ và $\log_{12} 7 = b$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .

A. $\log_2 7 = \frac{a}{b+1}$. B. $\log_2 7 = \frac{a}{b-1}$. C. $\log_2 7 = \frac{b}{a-1}$. D. $\log_2 7 = \frac{b}{1-a}$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_2 7 = \frac{1}{\log_7 2} = \frac{1}{\log_7 12 - \log_7 6} = \frac{1}{\log_7 12 - \log_7 12 \cdot \log_{12} 6} = \frac{1}{\frac{1}{b} - \frac{a}{b}} = \frac{b}{1-a}.$$

Câu 119. (THPT Thanh Chương – Nghệ An lần 1 năm học 2017) Cho $\log_2 3 = a$ và $\log_3 5 = b$. Tính $\log_5 30$ theo a và b .

A. $\log_5 30 = \frac{ab - b + 1}{ab}$. B. $\log_5 30 = \frac{ab + a + 1}{ab}$.
C. $\log_5 30 = \frac{ab + b + 1}{ab}$. D. $\log_5 30 = \frac{ab - a + 1}{ab}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \log_5 30 &= \log_5 (2 \cdot 3 \cdot 5) = \log_5 2 + \log_5 3 + 1 = \log_5 3 \cdot \log_3 2 + \log_5 3 + 1 \\ &= \frac{1}{ab} + \frac{1}{b} + 1 = \frac{ab + a + 1}{ab}. \end{aligned}$$

Câu 120. (Sở GD & ĐT Cần Thơ năm 2017) Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$, $c = \log_7 2$. Biểu diễn $\log_{140} 63$ theo a , b và c .

A. $\log_{140} 63 = \frac{2ac + 1}{abc + 2c + 1}$. B. $\log_{140} 63 = \frac{2ac + 1}{abc + 2c - 1}$.
C. $\log_{140} 63 = \frac{2ac + 1}{abc - 2c + 1}$. D. $\log_{140} 63 = \frac{2ac - 1}{abc + 2c + 1}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \log_{140} 63 &= \log_{140} (3^2 \cdot 7) = 2 \log_{140} 3 + \log_{140} 7 = \frac{2}{\log_3 (2^2 \cdot 5 \cdot 7)} + \frac{1}{\log_7 (2^2 \cdot 5 \cdot 7)} \\ &= \frac{2}{2 \log_3 2 + \log_3 5 + \log_3 7} + \frac{1}{2 \log_7 2 + \log_7 5 + 1} \\ &= \frac{2}{\frac{2}{a} + b + \frac{1}{ac}} + \frac{1}{2c + abc + 1} = \frac{2ac}{2c + abc + 1} + \frac{ac}{2c + abc + 1} = \frac{2ac + 1}{abc + 2c + 1}. \end{aligned}$$

Câu 121. (THPT Tiên Lãng – Hải Phòng năm 2017) Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_2 5$, $c = \log_2 7$. Biểu thức biểu diễn $\log_{60} 1050$ theo a , b và c .

A. $\log_{60} 1050 = \frac{1+a+b+2c}{1+2a+b}$. B. $\log_{60} 1050 = \frac{1+2a+b+c}{2+a+b}$.

$$\text{C. } \log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{1+2a+b}.$$

$$\text{D. } \log_{60} 1050 = \frac{1+a+2b+c}{2+a+b}.$$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \log_{60} 1050 &= \log_{60} (5^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7) = \frac{2}{\log_5 (5 \cdot 2^2 \cdot 3)} + \frac{1}{\log_2 (5 \cdot 2^2 \cdot 3)} + \frac{1}{\log_3 (5 \cdot 2^2 \cdot 3)} + \frac{1}{\log_7 (5 \cdot 2^2 \cdot 3)} \\ &= \frac{2}{1+2\log_5 2 + \log_5 3} + \frac{1}{2+\log_2 5 + \log_2 3} + \frac{1}{1+\log_3 5 + 2\log_3 2} + \frac{1}{\log_7 5 + \log_7 3 + 2\log_7 2} \\ &= \frac{2}{1+\frac{2}{b}+\frac{a}{b}} + \frac{1}{2+b+a} + \frac{1}{1+\frac{b}{a}+\frac{2}{a}} + \frac{1}{\frac{b}{c}+\frac{a}{c}+\frac{2}{c}} \\ &= \frac{2b}{a+b+2} + \frac{1}{a+b+2} + \frac{a}{a+b+2} + \frac{c}{a+b+2} = \frac{1+a+2b+c}{2+a+b}. \end{aligned}$$

Câu 122. (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu - Đồng Tháp lần 1 năm 2017) Biết $\log_{27} 5 = a$, $\log_8 7 = b$, $\log_2 3 = c$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 35$ theo a , b và c .

$$\text{A. } \log_{12} 35 = \frac{3(b+ac)}{c+2}.$$

$$\text{B. } \log_{12} 35 = \frac{3b+2ac}{c+1}.$$

$$\text{C. } \log_{12} 35 = \frac{3b+2ac}{c+2}.$$

$$\text{D. } \log_{12} 35 = \frac{3(b+ac)}{c+1}.$$

Lời giải

Chọn A

$$a = \log_{27} 5 = \frac{1}{3} \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = 3a,$$

$$b = \log_8 7 = \frac{1}{3} \log_2 7 \Rightarrow \log_2 7 = 3b, \log_2 3 = c.$$

$$\begin{aligned} \log_{12} 35 &= \log_{12} (5 \cdot 7) = \frac{1}{\log_5 (2^2 \cdot 3)} + \frac{1}{\log_7 (2^2 \cdot 3)} \\ &= \frac{1}{2\log_5 2 + \log_5 3} + \frac{1}{2\log_7 2 + \log_7 3} \\ &= \frac{1}{\frac{2}{3ac} + \frac{1}{3a}} + \frac{1}{\frac{2}{3b} + \frac{c}{3b}} = \frac{3ac}{2+c} + \frac{3b}{2+c} = \frac{3(b+ac)}{c+2}. \end{aligned}$$

Câu 123. (THPT Chuyên Quốc Học Huế lần 1 năm 2017) Cho $\log_b a = x$, $\log_b c = y$. Hãy biểu diễn $\log_{a^2} (\sqrt[3]{b^5 c^4})$ theo x và y .

$$\text{A. } \log_{a^2} (\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{5+4y}{6x}.$$

$$\text{B. } \log_{a^2} (\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{20y}{3x}.$$

$$\text{C. } \log_{a^2} (\sqrt[3]{b^5 c^4}) = \frac{5+3y^4}{3x^2}.$$

$$\text{D. } \log_{a^2} (\sqrt[3]{b^5 c^4}) = 2x + \frac{20y}{3}.$$

Lời giải

Chọn A

$$\log_{a^2}(\sqrt[3]{b^5c^4}) = \frac{1}{2}\log_a\left(b^{\frac{5}{3}}c^{\frac{4}{3}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{3}\log_a b + \frac{4}{3}\log_a c\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{3x} + \frac{4}{3xy}\right) = \frac{5+4y}{6x}.$$

Câu 124. (THPT Lương Đắc Bằng – Thanh Hóa năm 2017) Biết $\log_a b = 2$, $\log_a c = 3$ với a, b, c là các số dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_a \frac{a^2 \sqrt[3]{b}}{c}$.

- A. $T = -\frac{1}{3}$. B. $T = 5$. C. $T = 6$. D. $T = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$T = \log_a \frac{a^2 \sqrt[3]{b}}{c} = \log_a a^2 + \log_a b^{\frac{1}{3}} - \log_a c = 2 + \frac{2}{3} - 3 = -\frac{1}{3}.$$

Câu 125. (THPT Trung Giã – Hà Nội lần 1 năm 2017) Cho $\log_a b = 6$, $\log_c a = 3$ (giả sử điều kiện được xác định). Tính $T = \log_{a^2} \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3}$.

- A. $T = \frac{5}{2}$. B. $T = 3$. C. $T = \frac{2}{5}$. D. $T = -3$.

Lời giải

Chọn A

$$T = \log_{a^2} \frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^3} = \frac{1}{2}\left(4\log_a a + \frac{1}{3}\log_a b - 3\log_a c\right) = \frac{1}{2}(4 + 2 - 1) = \frac{5}{2}.$$

Câu 126. (THPT Chuyên KHTN Hà Nội lần 1 năm 2017) Cho a, b là các số không âm thỏa mãn đồng thời $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$. Tính ab .

- A. $ab = 2^9$. B. $ab = 2^{18}$. C. $ab = 8$. D. $ab = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_8 a + \log_4 b^2 = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2(\sqrt[3]{a}b) = 5 \Leftrightarrow \sqrt[3]{a}b = 2^5$$

$$\log_4 a^2 + \log_8 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 a + \frac{1}{3}\log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2(a\sqrt[3]{b}) = 7 \Leftrightarrow a\sqrt[3]{b} = 2^7.$$

Từ đó suy ra

$$\sqrt[3]{ab} \cdot a\sqrt[3]{b} = 2^{12} \Leftrightarrow (ab)^4 = 2^{36} \Leftrightarrow ab = 2^9$$

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG (*)

Câu 127. (Sở GD & ĐT Nam Định lần 1 năm 2017) Biết $\log_{42} 2 = 1 + m \log_{42} 3 + n \log_{42} 7$ với m và n là các số nguyên. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $m.n = 2$. B. $m.n = -1$. C. $m.n = -2$. D. $m.n = 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{42} 2 = 1 + m \log_{42} 3 + n \log_{42} 7 \Leftrightarrow \log_{42} 2 = \log_{42} (42.3^m.7^n)$$

$$\Leftrightarrow 2 = 42.3^m.7^n \Leftrightarrow 3^m.7^n = 3^{-1}.7^{-1} \Leftrightarrow m.n = 1$$

Câu 128. (THPT Chuyên Ngoại Ngữ – Hà Nội lần 1 năm 2017) Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $\log_3 x = 2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b$. Tính x theo a và b .

- A. $x = 4a - b$. B. $x = \frac{a^4}{b}$. C. $x = a^4 - b$. D. $x = \frac{a}{b}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_3 x = 2 \log_{\sqrt{3}} a + \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 \frac{a^4}{b}$$

Câu 129. (THPT Chuyên Sơn La lần 2 năm 2017) Cho a, b, x là các số thực dương. Biết $\log_7 x = \log_7 ab^2 - \log_7 a^3b$. Tính x theo a và b .

- A. $x = a^2b$. B. $x = ab^2$. C. $x = a^2b^2$. D. $x = a^{-2}b$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_7 x = \log_7 ab^2 - \log_7 a^3b \Leftrightarrow \log_7 x = \log_7 \frac{ab^2}{a^3b} \Leftrightarrow x = a^{-2}b$$

Câu 130. (THPT Chuyên Thái Bình lần 3 năm 2017) Cho số thực x và ba số dương a, b, c thỏa $\log x = \frac{1}{2} \log 3a - 2 \log b + 3 \log \sqrt{c}$. Hãy biểu diễn x theo a, b, c .

- A. $x = \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$. B. $x = \frac{\sqrt{3a}}{b^2c^3}$. C. $x = \frac{\sqrt{3a}c^3}{b^2}$. D. $x = \frac{\sqrt{3ac}}{b^2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log x = \frac{1}{2} \log 3a - 2 \log b + 3 \log \sqrt{c} \Leftrightarrow \log x = \log \left(\frac{\sqrt{3a} \cdot \sqrt{c^3}}{b^2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \log x = \log \left(\frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2} \right) \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$$

Câu 131. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Tính giá trị biểu thức $T = a^{\log_3^2 7} + b^{\log_7^2 11} + c^{\log_{11}^2 25}$.

- A. $T = 31141$. B. $T = 76 + \sqrt{11}$. C. $T = 2017$. D. $T = 469$.

Lời giải

Chọn D

$$a^{\log_3 7} = 27 \Leftrightarrow 7^{\log_3 a} = 27 \Leftrightarrow \log_3 a = \log_7 27 \Leftrightarrow a = 3^{\log_7 27}$$

$$b^{\log_7 11} = 49 \Leftrightarrow 11^{\log_7 b} = 49 \Leftrightarrow b = 7^{\log_{11} 49},$$

$$c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11} \Leftrightarrow 25^{\log_{11} c} = \sqrt{11} \Leftrightarrow c = 11^{\log_{25} \sqrt{11}}.$$

$$\begin{aligned} T &= a^{\log_3 7} + b^{\log_7 11} + c^{\log_{11} 25} = \left(3^{\log_7 27}\right)^{\log_3^2 7} + \left(7^{\log_{11} 49}\right)^{\log_7^2 11} + \left(11^{\log_{25} \sqrt{11}}\right)^{\log_{11}^2 25} \\ &= 3^{\log_3 7 \cdot \log_7 27 \cdot \log_3 7} + 7^{\log_7 11 \cdot \log_{11} 49 \cdot \log_7 11} + 11^{\log_{11} 25 \cdot \log_{25} \sqrt{11} \cdot \log_{11} 25} \\ &= 3^{\log_3 7^3} + 7^{\log_7 11^2} + 11^{\log_{11} 25^{\frac{1}{2}}} = 469. \end{aligned}$$

Câu 132. (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình lần 1 năm 2017) Xét các số thực dương a, b thỏa $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{15}(a+b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{a}{b} \in (2; 3)$. B. $\frac{a}{b} \in (3; 9)$. C. $\frac{a}{b} \in (0; 2)$. D. $\frac{a}{b} \in (9; 16)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt

$$\log_9 a = \log_{12} b = \log_{15}(a+b) = t.$$

$$a = 9^t; b = 12^t; a+b = 15^t \Rightarrow 9^t + 12^t = 15^t \rightarrow t = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \left(\frac{9}{12}\right)^2$$

Câu 133. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn – Đà Nẵng lần 2 năm 2016 – 2017) Cho hai số thực dương a, b thỏa $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b)$. Tính $T = \frac{a}{b}$.

- A. $T = \frac{1}{2}$. B. $T = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. C. $T = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. D. $T = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b) = t \Rightarrow a = 4^t; b = 6^t; 4^t + 6^t = 9^t$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 134. (Sở GD & ĐT Cần Thơ năm 2017) Giả sử p, q là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 p = \log_{12} q = \log_{16}(p+q)$. Tìm giá trị của $\frac{p}{q}$.

- A. $\frac{p}{q} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{p}{q} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{p}{q} = \frac{4}{3}$. D. $\frac{p}{q} = \frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$t = \log_9 p = \log_{12} q = \log_{16} (p + q) \Rightarrow \begin{cases} p = 9^t \\ q = 12^t \\ 9^t + 12^t = 16^t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t - 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Câu 135. (THPT Chuyên Ngoại Ngữ Hà Nội lần 1 năm 2017) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn

$$\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a - b}{3}. \text{ Tính tỉ số } T = \frac{a}{b}.$$

A. $T = \frac{5}{4}.$

B. $T = \frac{2}{3}.$

C. $T = \frac{3}{2}.$

D. $T = \frac{4}{5}.$

Lời giải

Chọn C

$$\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a - b}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} a = 16^t \\ b = 20^t \\ \frac{2a - b}{3} = 25^t \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 16^t - 20^t = 3 \cdot 25^t \Rightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2t} - \left(\frac{4}{5}\right)^t - 3 = 0 \Rightarrow \left(\frac{4}{5}\right)^t = \frac{3}{2}.$$

Câu 136. Cho $\log_{\sqrt{10}} x = \log_{\sqrt{15}} y = \log_5 (x + y)$. Tính $\frac{y}{x}$?

A. $\frac{y}{x} = \frac{3}{2}.$

B. $\frac{y}{x} = \frac{1}{3}.$

C. $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}.$

D. $\frac{y}{x} = \frac{2}{3}.$

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\sqrt{10}} x = \log_{\sqrt{15}} y = \log_5 (x + y) = t \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10}^t \\ y = \sqrt{15}^t \\ x + y = 5^t \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{10}^t + \sqrt{15}^t = 5^t \Rightarrow t = 2 \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{3}{2}.$$

Câu 137. (THPT Chuyên Lê Quý Đôn - Đà Nẵng lần 2 năm 2017) Cho $a, b > 0$ và $a, b \neq 1$ thỏa mãn $\log_a^2 b - 8 \log_b (a \cdot \sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3}$. Tính $P = \log_a (a \cdot \sqrt[3]{ab}) + 2017$.

A. $P = 2020.$

B. $P = 2019.$

C. $P = 2017.$

D. $P = 2016.$

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\log_a^2 b - 8 \log_b (a \cdot \sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3} \Leftrightarrow \log_a^2 b - 8 \left(\log_b a + \frac{1}{3} \right) = -\frac{8}{3}$$

$$\Leftrightarrow \log_a^2 b - \frac{8}{\log_a b} = 0 \Leftrightarrow \log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2.$$

$$P = \log_a (a \cdot \sqrt[3]{ab}) + 2017 = \log_a (a^2) + 2017 = 2019.$$

Câu 138. (Sở GD & ĐT Vũng Tàu năm 2017) Cho các số thực x, y, z, t, a, b, c thỏa mãn

$$\frac{\ln x}{a} = \frac{\ln y}{b} = \frac{\ln z}{c} = \ln t \text{ và } xy = z^2 t^2. \text{ Tính giá trị của biểu thức } P = a + b - 2c.$$

A. $P = 4.$

B. $P = \frac{1}{2}.$

C. $P = -2.$

D. $P = 2.$

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có: $\frac{\ln x}{a} = \frac{\ln y}{b} = \frac{\ln z}{c} = \ln t \Leftrightarrow \frac{\ln x}{a} = \frac{\ln y}{b} = \frac{\ln z^{-2}}{-2c} = \ln t.$

$$\Leftrightarrow \frac{\ln x + \ln y + \ln z^{-2}}{a + b - 2c} = \ln t \Leftrightarrow \frac{\ln \left(\frac{xy}{z^2} \right)}{\ln t} = a + b - 2c \Leftrightarrow \log_t \left(\frac{xy}{z^2} \right) = a + b - 2c$$

Mà $xy = z^2 t^2$ nên $\log_t \left(\frac{xy}{z^2} \right) = a + b - 2c \Leftrightarrow \log_t \left(\frac{z^2 t^2}{z^2} \right) = a + b - 2c$

$$\Leftrightarrow a + b - 2c = 2$$

Cách 2:

Ta có

$$\circ \frac{\ln x}{a} = \ln t \Leftrightarrow a = \frac{\ln x}{\ln t} \Leftrightarrow a = \log_t x.$$

$$\circ \frac{\ln y}{b} = \ln t \Leftrightarrow b = \frac{\ln y}{\ln t} \Leftrightarrow b = \log_t y.$$

$$\circ \frac{\ln z}{c} = \ln t \Leftrightarrow c = \frac{\ln z}{\ln t} \Leftrightarrow c = \log_t z.$$

Khi đó $a + b - 2c = \log_t x + \log_t y + \log_t z^{-2}$

$$\Leftrightarrow a + b - 2c = \log_t \left(\frac{xy}{z^2} \right) = \log_t \left(\frac{z^2 t^2}{z^2} \right) \Leftrightarrow a + b - 2c = \log_t t^2 = 2.$$

Câu 139. (THPT chuyên Quốc Học - Huế lần 1 năm 2017) Giả sử a và b là các số thực thỏa mãn

$$3 \cdot 2^a + 2^b = 7\sqrt{2} \text{ và } 5 \cdot 2^a - 2^b = 9\sqrt{2}. \text{ Tính } S = a + b.$$

A. $S = 3.$

B. $S = 2.$

C. $S = 4.$

D. $S = 1.$

Lời giải

Chọn B

Xét hệ phương trình
$$\begin{cases} 3 \cdot 2^a + 2^b = 7\sqrt{2} \\ 5 \cdot 2^a - 2^b = 9\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^a = 2\sqrt{2} \\ 2^b = \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b = 2.$$

Câu 140. (THPT Trung Giã – Hà Nội lần 1 năm 2017) Với x, y, z là các số nguyên dương thỏa $x \log_{2016} 2 + y \log_{2016} 3 + z \log_{2016} 7 = 1$. Tính giá trị biểu thức $Q = x + y + z$.

- A. $Q = 2017$. B. $Q = 10$. C. $Q = 2016$. D. $Q = 8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x \log_{2016} 2 + y \log_{2016} 3 + z \log_{2016} 7 = 1 \Leftrightarrow \log_{2016} 2^x + \log_{2016} 3^y + \log_{2016} 7^z = 1$.

$$\Leftrightarrow \log_{2016} (2^x \cdot 3^y \cdot 7^z) = 1 \Leftrightarrow 2^x \cdot 3^y \cdot 7^z = 2016 \Leftrightarrow 2^x \cdot 3^y \cdot 7^z = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$

Khi đó $x + y + z = 8$.

Câu 141. (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình lần 1 năm 2017) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy = 10^{3a}$, $yz = 10^{2b}$, $zx = 10^c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log x + \log y + \log z$ theo a, b, c .

- A. $P = \frac{3a + 2b + c}{2}$. B. $P = 3a + 2b + c$.
C. $P = 6abc$. D. $P = 3abc$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$xy = 10^{3a}; yz = 10^{2b}; zx = 10^c \Rightarrow (xyz)^2 = 10^{3a+2b+c}.$$

$$\Leftrightarrow \log (xyz)^2 = \log 10^{3a+2b+c} \Leftrightarrow 2(\log x + \log y + \log z) = 3a + 2b + c$$

$$\Leftrightarrow \log x + \log y + \log z = \frac{3a + 2b + c}{2}.$$

Câu 142. (THPT Chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa năm 2017) Cho x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Tính giá trị biểu thức $M = xy + yz + zx$.

- A. $M = 3$. B. $M = 6$. C. $M = 0$. D. $M = 1$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

$$\text{Đặt } 2^x = 3^y = 6^{-z} = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 a \\ y = \log_3 a \\ z = -\log_6 a \end{cases}$$

Khi đó

$$M = \log_2 a \cdot \log_3 a - \log_3 a \cdot \log_6 a - \log_2 a \cdot \log_6 a$$

$$\Leftrightarrow M = \frac{\log_2^2 a}{\log_2 3} - \frac{\log_2^2 a}{\log_2 3 \cdot \log_2 6} - \frac{\log_2^2 a}{\log_2 6} = \log_2^2 a (\log_3 2 - \log_3 2 \cdot \log_6 2 - \log_6 2)$$

$$\Leftrightarrow M = \log_2^2 a (\log_3 2 \cdot \log_6 3 - \log_6 2) = \log_2^2 a (\log_6 2 - \log_6 2) = 0.$$

Cách 2:

$$\text{Ta có } 2^x = 3^y \Rightarrow y = \frac{x \ln 2}{\ln 3}; 2^x = 6^{-z} \Rightarrow z = -\frac{x \ln 2}{\ln 6}.$$

$$\begin{aligned} \text{Xét } M &= xy + yz + zx = x^2 \left(\frac{\ln 2}{\ln 3} - \frac{\ln^2 2}{\ln 3 \cdot \ln 6} - \frac{\ln 2}{\ln 6} \right) \\ &= x^2 \left(\frac{\ln 2 \cdot \ln 6 - \ln^2 2 - \ln 2 \cdot \ln 3}{\ln 3 \cdot \ln 6} \right) \\ &= x^2 \cdot \frac{\ln 2 (\ln 6 - \ln 2 - \ln 3)}{\ln 3 \cdot \ln 6} = 0. \end{aligned}$$

Câu 143. (THPT Kim Liên - Hà Nội lần 1 năm 2017) Cho x, y, z là những số thực thỏa mãn $3^x = 5^y = 15^{-z}$. Tính giá trị của biểu thức $P = xy + yz + zx$.

A. $P = 1$.

B. $P = 0$.

C. $P = 2016$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } 3^x = 5^y = 15^{-z} = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 a \\ y = \log_5 a \\ z = -\log_{15} a \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } P = \log_3 a \cdot \log_5 a - \log_5 a \cdot \log_{15} a - \log_{15} a \cdot \log_3 a$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{\log_3^2 a}{\log_3 5} - \frac{\log_3^2 a}{\log_3 5 \cdot \log_3 15} - \frac{\log_3^2 a}{\log_3 15} = \log_3^2 a (\log_5 3 - \log_5 3 \cdot \log_{15} 3 - \log_{15} 3)$$

$$\Leftrightarrow P = \log_3^2 a (\log_5 3 \cdot \log_{15} 5 - \log_{15} 3) = \log_3^2 a (\log_{15} 3 - \log_{15} 3) = 0.$$

Câu 144. (Sở GD & ĐT Vĩnh Phúc lần 2 năm 2017) Cho x, y, z là ba số thực khác 0 thỏa mãn $2^x = 5^y = 10^{-z}$. Giá trị của biểu thức $P = xy + yz + zx$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } 2^x = 5^y = 10^{-z} = a \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2 a \\ y = \log_5 a \\ z = -\log_{10} a \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } P = \log_2 a \cdot \log_5 a - \log_5 a \cdot \log_{10} a - \log_{10} a \cdot \log_2 a$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{\log_2^2 a}{\log_2 5} - \frac{\log_2^2 a}{\log_2 5 \cdot \log_2 10} - \frac{\log_2^2 a}{\log_2 10} = \log_2^2 a (\log_5 2 - \log_5 2 \cdot \log_{10} 2 - \log_{10} 2)$$

$$\Leftrightarrow P = \log_2^2 a (\log_5 2 \cdot \log_{10} 5 - \log_{10} 2) = \log_2^2 a (\log_{10} 2 - \log_{10} 2) = 0.$$

Câu 145. Đặt $x = 1000 \log_{2^{1000}}(a^2 + b^2)$ và $y = \frac{1}{1000} \log_2(a + b)^{1000}$ với a, b là hai số dương tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** $x - 2y \geq -1$. **B.** $x - 2y \leq -1$. **C.** $x - 2y > -1$. **D.** $x - 2y < -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\circ x = 1000 \log_{2^{1000}}(a^2 + b^2) \Leftrightarrow x = \log_2(a^2 + b^2) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2^x.$$

$$\circ y = \frac{1}{1000} \log_2(a + b)^{1000} \Leftrightarrow y = \log_2(a + b) \Leftrightarrow 2y = \log_2(a + b)^2 \Leftrightarrow (a + b)^2 = 2^{2y}.$$

$$\text{Mà } \frac{(a+b)^2}{2} \leq a^2 + b^2 \text{ nên } \frac{2^{2y}}{2} \leq 2^x \Leftrightarrow \frac{2^x}{2^{2y}} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{x-2y} \geq 2^{-1} \Leftrightarrow x - 2y \geq -1.$$

Câu 146. Biết $a = \log_{30} 10$, $b = \log_{30} 150$ và $\log_{2000} 15000 = \frac{x_1 a + y_1 b + z_1}{x_2 a + y_2 b + z_2}$ với $x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$ là

các số nguyên, tính $S = \frac{x_1}{x_2}$.

- A.** $S = \frac{2}{3}$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\circ a = \log_{30} 10 \Leftrightarrow a = \frac{\log 10}{\log 30} = \frac{1}{1 + \log 3} \Leftrightarrow \log 3 = \frac{1-a}{a} \quad (1).$$

$$\circ b = \log_{30} 150 \Leftrightarrow b = \frac{\log(15 \cdot 10)}{\log(3 \cdot 10)} = \frac{1 + \log 15}{1 + \log 3} \Leftrightarrow \log 15 = \frac{b-a}{a} \quad (2).$$

$$\text{Khi đó: } \log_{2000} 15000 = \frac{\log(15 \cdot 10^3)}{\log(2 \cdot 10^3)} = \frac{3 + \log 15}{3 + \log 2} = \frac{3 + \log 15}{3 + \log(3 \cdot 10 : 15)} = \frac{3 + \log 15}{4 + \log 3 - \log 15} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có } \log_{2000} 15000 = \frac{2a + b}{4a - b + 1} \Rightarrow x_1 = 2; x_2 = 4.$$

$$\text{Vậy } \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 147. Rút gọn biểu thức $A = (\log_b^3 a + 2 \log_b^2 a + \log_b a)(\log_a b - \log_{ab} b) - \log_b a$, giả sử điều kiện được xác định.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } A = (\log_b^3 a + 2 \log_b^2 a + \log_b a)(\log_a b - \log_{ab} b) - \log_b a,$$

$$\Leftrightarrow A = \log_b a (\log_b^2 a + 2 \log_b a + 1) \left(\frac{1}{\log_b a} - \frac{1}{1 + \log_b a} \right) - \log_b a$$

$$\Leftrightarrow A = \log_b a (\log_b a + 1)^2 \cdot \frac{1}{\log_b a (1 + \log_b a)} - \log_b a$$

$$\Leftrightarrow A = 1 + \log_b a - \log_b a = 1.$$

PHIẾU BÀI TẬP RÈN LUYỆN

- Câu 1:** (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2017) Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.
- Câu 2:** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $P = 3$ B. $P = 1$ C. $P = 9$ D. $P = \frac{1}{3}$
- Câu 3:** (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log_2 a = \log_a 2$ B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$ C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$ D. $\log_2 a = -\log_a 2$
- Câu 4:** (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?
- A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$
 C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$ D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- Câu 5:** (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.
- A. $P = 108$ B. $P = 13$ C. $P = 31$ D. $P = 30$
- Câu 6:** (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:
- A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ B. $\ln(2a)$ C. $\ln \frac{5}{3}$ D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$
- Câu 7:** (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:
- A. $3\log_3 a$ B. $3 + \log_3 a$ C. $1 + \log_3 a$ D. $1 - \log_3 a$
- Câu 8:** (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng
- A. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$ B. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$ C. $\ln \frac{7}{3}$ D. $\ln(4a)$
- Câu 9:** (SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC LẦN 2 NĂM 2017) Cho a, b là hai số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\ln(ab^2) = \ln a + (\ln b)^2$ B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$
 C. $\ln(ab^2) = \ln a + 2\ln b$ D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$
- Câu 10:** (SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC LẦN 2 NĂM 2017) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$ bằng?
- A. $\sqrt{3}$ B. 6 C. 9 D. 3
- Câu 11:** (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2017) Với các số thực dương a, b bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab) = \log(a+b)$

B. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_b(a)$

C. $\log(ab) = \log a + \log b$

D. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a-b)$

Câu 12: (SỞ GD&ĐT THANH HÓA 2017) Số nào dưới đây lớn hơn 1?

A. $\log_3 2$

B. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$

C. $\log_\pi e$

D. $\ln 3$

Câu 13: (SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM NĂM 2017) Cho a là số thực dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a - 2$

B. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a + 2$

C. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a - \frac{1}{2}$

D. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a + \frac{1}{2}$

Câu 14: (SỞ GD&ĐT NAM ĐỊNH NĂM 2017) Xét hai số thực a, b dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(\ln a^b) = b \ln a$

B. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$

C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$

D. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$

Câu 15: (SỞ GD&ĐT BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2017-2018) Cho các số dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_a b + \log_a c = \log_a(b+c)$

B. $\log_a b + \log_a c = \log_a |b-c|$

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$

D. $\log_a b + \log_a c = \log_a(b-c)$

Câu 16: (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC LẦN 02 NĂM 2018) Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

B. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$

D. $\log_a(b+c) = \log_a b + \log_a c$

Câu 17: (SỞ GD&ĐT ĐÀ NẴNG NĂM 2018) Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

B. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$

C. $\log_a b^\alpha = \log_a^\alpha b$

D. $\log_a b^\alpha = (\alpha-1) \log_a b$

Câu 18: (SỞ GD&ĐT GIA LAI NĂM 2018) Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a(ab) = \log_a b$

B. $\log_a a^b = a^b$

C. $a^{\log_a b} = b$

D. $\log a = -\log_{10}$

Câu 19: (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018) Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

B. $\log a > \log b \Leftrightarrow a > b > 0$

C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

D. $\log a < \log b \Leftrightarrow 0 < a < b$

Câu 20: (SỞ GD&ĐT Lào Cai Năm 2017 - 2018) Cho a là số thực dương khác 1, b là số dương và α là số thực bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ B. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ D. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

Câu 21: (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH NĂM 2017-2018 LẦN 02) Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{e}{2}} a < \log_{\frac{e}{2}} b$ B. Nếu $0 < a < b$ thì $\log a < \log b$
 C. Nếu $0 < a < b$ thì $\ln a < \ln b$ D. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$

Câu 22: (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ LẦN 01 NĂM 2018) Cho a là số thực dương bất kỳ khác 1. Tính $S = \log_a (a^3 \cdot \sqrt[4]{a})$.

- A. $S = \frac{3}{4}$ B. $S = 7$ C. $S = 12$ D. $S = \frac{13}{4}$

Câu 23: (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ LẦN 02 NĂM 2017-2018) Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_5 (5a) = 5 + \log_5 a$ B. $\log_5 (5a) = 1 + a$
 C. $\log_5 (5a) = \log_5 a$ D. $\log_5 (5a) = 1 + \log_5 a$

Câu 24: (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ NĂM 2017-2018 LẦN 02) Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_3 3a = 1 + \log_3 a$ B. $\log_3 (3a) = 3 + \log_3 a$
 C. $\log_3 (3a) = 1 + a$ D. $\log_3 (3a) = \log_3 a$

Câu 25: (SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH NĂM 2018) Cho $0 < a, b \neq 1$; $n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b = \frac{\log a}{\log b}$ B. $\log_{\sqrt[n]{a}} b = n \log_a b$ C. $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \frac{1}{n} \log_a b$ D. $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_b a$

Câu 26: (SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM NĂM 2018) Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_3 a$ B. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - 2 \log_3 a$
 C. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 - 2 \log_3 a$ D. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 + 2 \log_3 a$

Câu 27: (SỞ GD&ĐT TIỀN GIANG NĂM 2018) Cho $a > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

Câu 28: (SỞ GD&ĐT YÊN BÁI NĂM 2018) Cho các số thực dương a, b khác 1 và $\frac{3}{a^4} > a^{\frac{4}{5}}$, $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a > 1, 0 < b < 1$ B. $a > 1, b > 1$ C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$ D. $0 < a < 1, b > 1$

Câu 29: (ĐỀ THỬ NGHIỆM MÃ ĐỀ 02) Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_3(3a) = 1 + a$ B. $\log_3(3a) = \log_3 a$
 C. $\log_3(3a) = 1 + \log_3 a$ D. $\log_3(3a) = 3 + \log_3 a$

Câu 30: (ĐỀ THỬ NGHIỆM MÃ ĐỀ 04) Cho $a > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_a a$ bằng:

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

Câu 31: (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH LẦN 01 NĂM 2017-2018) Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$ B. $\log(10ab)^2 = 2 + 2\log(ab)$
 C. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$ D. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$

Câu 32: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a b$ B. $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2\log_a b$
 C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4}\log_a b$ D. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$

Câu 33: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

- A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$ B. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$ C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$ D. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$

Câu 34: (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017). Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$ B. $1 < \log_a b < \log_b a$ C. $\log_b a < \log_a b < 1$ D. $\log_b a < 1 < \log_a b$

Câu 35: (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2017) Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$ B. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$
 C. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$ D. $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$

Câu 36: (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1$, $a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

- A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$ B. $P = -1 + \sqrt{3}$ C. $P = -1 - \sqrt{3}$ D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

Câu 37: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 3a + 5b$ B. $x = 5a + 3b$ C. $x = a^5 + b^3$ D. $x = a^5 b^3$

Câu 38: (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha$, $\log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)$

B. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$

C. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right)$

D. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$

Câu 39: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = 2$

C. $I = -\frac{1}{2}$

D. $I = -2$

Câu 40: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2 \log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = 0$

B. $I = 4$

C. $I = \frac{3}{2}$

D. $I = \frac{5}{4}$

Câu 41: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = 0$

C. $I = -2$

D. $I = 2$

Câu 42: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 9 \log_a b$

B. $P = 27 \log_a b$

C. $P = 15 \log_a b$

D. $P = 6 \log_a b$

Câu 43: (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = 3 \log a$

B. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$

C. $\log a^3 = 3 \log a$

D. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$

Câu 44: (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right)$ bằng:

A. $1 - \log_3 a$

B. $3 - \log_3 a$

C. $\frac{1}{\log_3 a}$

D. $1 + \log_3 a$

Câu 45: (SỞ GD&ĐT BẮC NINH THÁNG 2 - 2017) Cho $\log_2 b = 4, \log_2 c = -4$. Hãy tính $\log_2 (b^2 c)$.

A. 4

B. 7

C. 6

D. 8

Câu 46: (SỞ GD&ĐT BẮC NINH THÁNG 2 - 2017) Tính giá trị của biểu thức sau $\log_{\frac{1}{a}} a^2 + \log_{a^2} a^{\frac{1}{2}}$

với $1 \neq a > 0$

A. $\frac{17}{4}$

B. $\frac{13}{4}$

C. $-\frac{11}{4}$

D. $-\frac{15}{4}$

Câu 47: (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2017) Cho $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Tính $\log_6 45$ theo a, b .

A. $\log_6 45 = \frac{2a+b}{1+a}$

B. $\log_6 45 = 2a + b$

C. $\log_6 45 = a + b - 1$

D. $\log_6 45 = \frac{a+2b}{2(1+a)}$

Câu 48: (SỞ GD&ĐT QUẢNG NINH NĂM 2017) Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$ B. $\log_m 8m = (3-a)a$ C. $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$ D. $\log_m 8m = (3+a)a$

Câu 49: (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2017) Cho các số dương a, b thỏa mãn $4a^2 + 9b^2 = 13ab$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\log\left(\frac{2a+3b}{5}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $\frac{1}{4}\log(2a+3b) = 3\log a + 2\log b$.

C. $\log\sqrt{2a+3b} = \log\sqrt{a} + 2\log\sqrt{b}$. D. $\log\left(\frac{2a+3b}{4}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$.

Câu 50: (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2017) Đặt $a = \log_2 3; b = \log_3 5$ thì biểu diễn đúng của $\log_{20} 12$ theo a, b là

A. $\frac{a+1}{b-2}$. B. $\frac{a+2}{ab+2}$. C. $\frac{ab+1}{b-2}$. D. $\frac{a+b}{b+2}$.

Câu 51: (SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM NĂM 2017) Cho số thực x lớn hơn 1 và ba số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn điều kiện $\log_a x > \log_b x > 0 > \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $c > a > b$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $a > b > c$

Câu 52: (SỞ GD&ĐT NAM ĐỊNH NĂM 2017) Biết rằng $\log_{42} 2 = 1 + m\log_{42} 3 + n\log_{42} 7$ với m, n là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m.n = 2$ B. $m.n = -1$ C. $m.n = -2$ D. $m.n = 1$

Câu 53: (SỞ GD&ĐT HÀ TĨNH LẦN 1 NĂM 2017) Cho $0 < a \neq 1, x > 0, y > 0, \alpha \in \mathbb{R}$, khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2}\log_a x$ B. $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$

C. $\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y$ D. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2}\log_a x$

Câu 54: (SỞ GD&ĐT HÀ TĨNH LẦN 1 NĂM 2017) Cho các số thực $0 < a, b \neq 1$, biết $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{5}{6}}$ và $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{4}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $a > 1, b > 1$ B. $a > 1, 0 < b < 1$ C. $0 < a < 1, b > 1$ D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$

Câu 55: (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC 2017) Cho $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1, 0 < x \neq 1$ và các đẳng thức sau:

(I): $\log_{a^b} x^b = \log_a x$.

(II): $\log_a \frac{ab}{x} = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}$.

(III): $\log_a b \cdot \log_b x \cdot \log_x a = 1$.

Tìm đẳng thức đúng.

A. (I); (II) B. (I); (II); (III) C. (I); (III) D. (II); (III)

Câu 56: (SỞ GD&ĐT BÌNH DƯƠNG NĂM 2017) Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 4 + 2\log_a b$ B. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 4\log_a(a+b)$

C. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 2 + 2\log_a(a + b)$

D. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 1 + 4\log_a b$

Câu 57: (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ NĂM 2017) Đặt $\log_3 5 = a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{15} 75 = \frac{a+1}{2a+1}$

B. $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a+1}$

C. $\log_{15} 75 = \frac{2a-1}{a+1}$

D. $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a-1}$

Câu 58: (SỞ GD&ĐT BÀ RỊA VŨNG TÀU - ĐỀ 2 NĂM 2017- 2018) Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{3y}{8}$, $\log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y}$. Tính giá trị của $P = x^2 - y^2$.

A. $P = 120$

B. $P = 132$

C. $P = 240$

D. $P = 340$

Câu 59: (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG LẦN 01 NĂM 2018) Cho $P = \log_a b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $P = -2\log_a(-b)$

B. $P = 2\log_a(-b)$

C. $P = -\frac{1}{2}\log_a(-b)$

D. $P = \frac{1}{2}\log_a(-b)$

Câu 60: (SỞ GD&ĐT BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2017-2018) Đặt $a = \log_5 3$. Tính theo a giá trị của biểu thức $\log_9 1125$.

A. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{2a}$

B. $\log_9 1125 = 2 + \frac{3}{a}$

C. $\log_9 1125 = 2 + \frac{2}{3a}$

D. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{a}$

Câu 61: (SỞ GD&ĐT CẦN THƠ MĐ 302 NĂM 2017-2018) Với $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$, giá trị của $\log_{30} 675$ bằng:

A. $a^2 + b$

B. $a^2 b$

C. $3a + 2b$

D. $2ab$

Câu 62: (SỞ GD&ĐT CẦN THƠ MĐ 303 NĂM 2017-2018) Với $\log 2 = a$, giá trị của $\log \sqrt[3]{\frac{8}{5}}$ bằng

A. $4a + 1$

B. $4a - 1$

C. $\frac{2a-1}{3}$

D. $\frac{4a-1}{3}$

Câu 63: (SỞ GD&ĐT CẦN THƠ MĐ 304 NĂM 2018) Với $a = \log_2 5$ và $b = \log_3 5$, giá trị của $\log_6 5$ bằng

A. $\frac{ab}{a+b}$

B. $\frac{a+b}{ab}$

C. $\frac{1}{a+b}$

D. $a+b$

Câu 64: (SỞ GD&ĐT HÀ NAM NĂM 2018) Cho a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log \sqrt[3]{a} = \log \frac{1}{3} \cdot \log a$

B. $\log \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3} \log a$

C. $\log \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{\log a}$

D. $\log \sqrt[3]{a} = a \log \frac{1}{3}$

Câu 65: (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018) Cho các số a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < 1 < c < d$. Số lớn nhất trong 4 số $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$ là:

• A. $\log_a b$

B. $\log_b c$

C. $\log_c d$

D. $\log_d a$

Câu 66: (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018) Với mọi số thực dương a, b, x, y và a, b khác 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

D. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$

Câu 67: (SỞ GD&ĐT HẬU GIANG NĂM 2018) Cho a và b là các số thực dương bất kì. Chọn khẳng định sai.

A. $\ln ab = \ln a + \ln b$ B. $\ln a^2 + \ln \sqrt[3]{b} = 2 \ln a + \frac{1}{3} \ln b$

C. $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$ D. $\log(10ab)^2 = 2 + \log a + \log b$

Câu 68: (SỞ GD&ĐT SÓC TRĂNG NĂM 2018) Cho $n = \log_{20} 5$. Hãy biểu diễn $\log_2 20$ theo n .

A. $\log_2 20 = \frac{n+2}{n}$ B. $\log_2 20 = \frac{2}{1-n}$ C. $\log_2 20 = \frac{1-n}{2}$ D. $\log_2 20 = \frac{1}{1-n}$

Câu 69: (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2017-2018) Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|$ B. $\ln(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$

C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2)$ D. $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$

Câu 70: (SỞ GD&ĐT TRÀ VINH NĂM 2018) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Giá trị của biểu thức

$P = \log_a \left(\frac{b^2}{c^3} \right)$ bằng:

A. 36 B. $\frac{4}{9}$ C. -5 D. 13

Câu 71: (SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC LẦN 01 NĂM 2018) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn:

$a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$. Tính $T = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$.

A. $T = 469$ B. $T = -469$ C. $T = 43$ D. $T = 1323\sqrt{11}$

Câu 72: (SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC LẦN 01 NĂM 2018) Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau và $0 < a, b, c \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a^2 \frac{c}{b} \cdot \log_b^2 \frac{a}{c} \cdot \log_c^2 \frac{b}{a} = 2$ B. $\log_a^2 \frac{c}{b} \cdot \log_b^2 \frac{a}{c} \cdot \log_c^2 \frac{b}{a} > 1$

C. $\log_a^2 \frac{c}{b} \cdot \log_b^2 \frac{a}{c} \cdot \log_c^2 \frac{b}{a} = 1$ D. $\log_a^2 \frac{c}{b} \cdot \log_b^2 \frac{a}{c} \cdot \log_c^2 \frac{b}{a} > 2$

Câu 73: (SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC LẦN 02 (MĐ1) NĂM 2018) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $2 \log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$ B. $2 \log_2 (a+b) = \log_2 a + \log_2 b$

C. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2 \log_2 a + 2 \log_2 b$ D. $4 \log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$

Câu 74: (SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC LẦN 02 (MĐ2) NĂM 2018) Cho x, y, z là các số thực dương tùy ý khác 1 và xyz khác 1. Đặt $a = \log_x y, b = \log_z y$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab+2a}{a+b+1}$ B. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab+2b}{ab+a+b}$

C. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab+2b}{a+b+1}$ D. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab+2a}{ab+a+b}$

Câu 75: (ĐỀ THỬ NGHIỆM MÃ ĐỀ 03 NĂM 2018) Cho a là số dương bất kỳ, giá trị nào sau đây có cùng giá trị với $\log(2a^3)$?

- A. $2\log a^3$ B. $6\log a$ C. $\log 2 + 3\log a$ D. $a\log 2^3$

Câu 76: (ĐỀ THỬ NGHIỆM 05 NĂM 2017-2018) Cho a là số thực dương bất kỳ, giá trị nào dưới đây có cùng giá trị với $\log(3a^2)$?

- A. $3\log(a^2)$ B. $6\log a$ C. $\log 3 + 2\log a$ D. $\log 2 + 3\log a$

Câu 77: (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH LẦN 01 NĂM 2017-2018) Cho hàm số $f(x) = \log_3(2x+1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng?

- A. $\frac{2}{\ln 3}$ B. 0 C. $2\ln 3$ D. 2

Câu 78: (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$

- C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$ D. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$

Câu 79: (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

- A. $M = \frac{1}{2}$ B. $M = \frac{1}{3}$ C. $M = \frac{1}{4}$ D. $M = 1$

Câu 80: (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- A. $P = \frac{7}{12}$ B. $P = \frac{1}{12}$ C. $P = 12$ D. $P = \frac{12}{7}$

Câu 81: (SỞ GD&ĐT THANH HÓA 2017) Cho $\log_7 12 = x, \log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

- A. $S = 4$ B. $S = 19$ C. $S = 10$ D. $S = 15$

Câu 82: (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC 2017) Cho $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ thỏa mãn các điều kiện $\log_a \frac{1}{2016} < \log_a \frac{1}{2017}$ và $b^{\frac{1}{2016}} > b^{\frac{1}{2017}}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $0 < \log_b a < 1$ B. $\log_a b < 0$ C. $\log_b a > 1$ D. $0 < \log_a b < 1$

Câu 83: (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC 2017) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9(a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Câu 84: (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG LẦN 01 NĂM 2018) Cho x, y là các số thực thỏa mãn

$$\frac{\log_2 x}{\log_2(xy)+1} = \frac{\log_2 y}{\log_2(xy)-1} = \log_2 x + \log_2 y. \text{ Khi đó giá trị của } x+y \text{ bằng.}$$

A. $x+y = 2 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}.$ **B.** $x+y = 2$ hoặc $x+y = \sqrt[4]{8} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}.$

C. $x+y = 2.$ **D.** $x+y = \frac{1}{2}$ hoặc $x+y = 2.$

Câu 85: (SỞ GD&ĐT CẦN THƠ MĐ 301 NĂM 2017-2018) Với $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$ **B.** $\frac{(3a+b)c}{1+c}$ **C.** $\frac{(3a+b)c}{1+a}$ **D.** $\frac{(3b+a)c}{1+c}$

Câu 86: (SGD NINH BINH NAM 2017-2018 LAN 01) Cho biểu thức $A = \log\left(2017 + \log\left(2016 + \log\left(2015 + \log\left(\dots + \log(3 + \log 2)\dots\right)\right)\right)\right)$. Biểu thức A có giá trị thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(\log 2017; \log 2018)$ **B.** $(\log 2019; \log 2020)$

C. $(\log 2018; \log 2019)$ **D.** $(\log 2020; \log 2021)$

Câu 87: (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ LẦN 02 NĂM 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2000; 2000)$ để $2a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m\sqrt{\log_a b} + 1$ với mọi $a, b \in (1; +\infty)$

A. 2000 **B.** 1999 **C.** 2199 **D.** 2001

Câu 88: (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$ **B.** $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$ **C.** $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$ **D.** $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$

Câu 89: (SỞ GD&ĐT SÓC TRĂNG NĂM 2018) Cho tập hợp $A = \{2^k \mid k = \overline{1, \dots, 10}\}$ có 10 phần tử là các lũy thừa của 2. Chọn ngẫu nhiên từ tập A hai số khác nhau theo thứ tự a và b . Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

A. $\frac{17}{90}$ **B.** $\frac{3}{10}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{19}{90}$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.D	5.B	6.C	7.C	8.C	9.C	10.C
11.C	12.D	13.C	14	15.C	16.D	17.A	18.C	19.A	20.D
21.D	22.D	23.D	24.A	25.B	26.C	27.C	28.D	29.C	30.B
31.A	32.D	33.C	34.D	35.A	36.C	37.D	38.D	39.B	40.C
41.D	42.D	43.C	44.A	45.A	46.A	47.A	48.A	49.A	50.B
51.B	52	53.A	54.C	55.B	56.C	57.B	58.C	59.D	60.A
61.C	62.D	63.A	64.B	65.C	66.A	67.D	68.B	69.B	70.C
71.A	72.C	73.A	74.D	75.C	76.C	77.A	78.C	79.D	80.D
81.D	82.B	83.B	84.B	85.B	86.D	87.A	88.A	89.A	

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: [2D2-3.2-1] (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2017) Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của lôgarit: $\forall a > 0, b > 0 : \ln(ab) = \ln a + \ln b$

Câu 2: [2D2-3.1-1] (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P = 3$ B. $P = 1$ C. $P = 9$ D. $P = \frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn C

$$\log_{\sqrt[3]{a}} a^3 = \log_{\frac{1}{a^3}} a^3 = 9.$$

Câu 3: [2D2-3.2-1] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 a = \log_a 2$ B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$ C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$ D. $\log_2 a = -\log_a 2$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức đổi cơ số.

Câu 4: [2D2-3.2-1] (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

- A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$
 C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$ D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của logarit.

Câu 5: [2D2-3.1-1] (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

A. $P = 108$

B. $P = 13$

C. $P = 31$

D. $P = 30$

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $\log_a (b^2 c^3) = 2\log_a b + 3\log_a c = 2.2 + 3.3 = 13$.

Câu 6: [2D2-3.2-1] (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:

A. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$

B. $\ln(2a)$

C. $\ln \frac{5}{3}$

D. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$

Lời giải

Chọn C.

$$\ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5}{3}.$$

Câu 7: [2D2-3.2-1] (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:

A. $3\log_3 a$

B. $3 + \log_3 a$

C. $1 + \log_3 a$

D. $1 - \log_3 a$

Lời giải**Chọn C**

Câu 8: [2D2-3.2-1] (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$

B. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$

C. $\ln \frac{7}{3}$

D. $\ln(4a)$

Lời giải**Chọn C**

$$\ln(7a) - \ln(3a) = \ln \left(\frac{7a}{3a} \right) = \ln \frac{7}{3}.$$

Câu 9: [2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC LẦN 2 NĂM 2017) Cho a, b là hai số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab^2) = \ln a + (\ln b)^2$

B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$

C. $\ln(ab^2) = \ln a + 2\ln b$

D. $\ln \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{\ln a}{\ln b}$

Lời giải**Chọn C**

Tính chất logarit:

$$\ln(ab^2) = \ln a + 2\ln b \text{ nên mệnh đề } \ln(ab^2) = \ln a + (\ln b)^2 \text{ sai.}$$

Câu 10: [2D2-3.1-1] (SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC LẦN 2 NĂM 2017) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$ bằng?

A. $\sqrt{3}$

B. 6

C. 9

D. 3

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } a^{\log_{\sqrt{a}} 3} = (\sqrt{a})^{2\log_{\sqrt{a}} 3} = (\sqrt{a})^{\log_{\sqrt{a}} 9} = 9$$

Câu 11: [2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2017) Với các số thực dương a, b bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab) = \log(a+b)$ **B.** $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_b(a)$

C. $\log(ab) = \log a + \log b$

D. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a-b)$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Do } a \text{ và } b \text{ đều dương nên } \log(ab) = \log a + \log b \text{ và } \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b.$$

Câu 12: [2D2-3.3-1] (SỞ GD&ĐT THANH HÓA 2017) Số nào dưới đây lớn hơn 1?

A. $\log_3 2$

B. $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$

C. $\log_{\pi} e$

D. $\ln 3$

Lời giải

Chọn D

$$\ln 3 > 1$$

Câu 13: [2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM NĂM 2017) Cho a là số thực dương. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a - 2.$

B. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a + 2.$

C. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a - \frac{1}{2}.$

D. $\log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = 2\log_3 a + \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_3 \frac{a^2}{\sqrt{3}} = \log_3 a^2 - \log_3 \sqrt{3} = 2\log_3 a - \log_3 3^{\frac{1}{2}} = 2\log_3 a - \frac{1}{2}\log_3 3 = 2\log_3 a - \frac{1}{2}.$$

Câu 14: [2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT NAM ĐỊNH NĂM 2017) Xét hai số thực a, b dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(\ln a^b) = b \ln a$ **B.** $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$

C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$ **D.** $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\log_m n^k = k \log_m n; (0 < m \neq 1; n > 0) \Rightarrow \ln a^b = b \ln a$.

Câu 15: **[2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2017-2018)** Cho các số dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b+c)$ **B.** $\log_a b + \log_a c = \log_a |b-c|$

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$ **D.** $\log_a b + \log_a c = \log_a (b-c)$

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất logarit ta có: $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$.

Câu 16: **[2D2-3.3-1] (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC LẦN 02 NĂM 2018)** Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$ **B.** $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$

C. $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$ **D.** $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$

Lời giải

Chọn D

Các công thức $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$; $\log_a \left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$; $\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c$ đúng.

Công thức $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$ sai.

Câu 17: **[2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT ĐÀ NẴNG NĂM 2018)** Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\alpha \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ **B.** $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$

C. $\log_a b^\alpha = \log_a^\alpha b$ **D.** $\log_a b^\alpha = (\alpha-1) \log_a b$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức cơ bản của logarit ta có $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Câu 18: **[2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT GIA LAI NĂM 2018)** Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a (ab) = \log_a b$ **B.** $\log_a a^b = a^b$ **C.** $a^{\log_a b} = b$ **D.** $\log a = -\log_a 10$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào tính chất của logarit, ta có $a^{\log_a b} = b$, với mọi số thực dương a, b và $a \neq 1$.

Câu 19: [2D2-3.3-1] (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018) Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ B. $\log a > \log b \Leftrightarrow a > b > 0$
 C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ D. $\log a < \log b \Leftrightarrow 0 < a < b$

Lời giải

Chọn A

Có $\ln x < 1 \Leftrightarrow \ln x < \ln e \Leftrightarrow 0 < x < e$.

Câu 20: [2D2-3.3-1] (SỞ GD&ĐT Lào Cai Năm 2017 - 2018) Cho a là số thực dương khác 1, b là số dương và α là số thực bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ B. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$ D. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

Lời giải

Chọn D

Phương án A, B sai công thức.

Phương án C sai nếu $\alpha = 0$.

Câu 21: [2D2-3.3-1] (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH NĂM 2017-2018 LẦN 02) Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{e}{2}} a < \log_{\frac{e}{2}} b$ B. Nếu $0 < a < b$ thì $\log a < \log b$
 C. Nếu $0 < a < b$ thì $\ln a < \ln b$ D. Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a < \log_{\frac{\pi}{4}} b$

Lời giải

Chọn D

Vì $\frac{\pi}{4} < 1$ nên: Nếu $0 < a < b$ thì $\log_{\frac{\pi}{4}} a > \log_{\frac{\pi}{4}} b$.

Câu 22: [2D2-3.1-1] (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ LẦN 01 NĂM 2018) Cho a là số thực dương bất kỳ khác 1. Tính $S = \log_a (a^3 \cdot \sqrt[4]{a})$.

- A. $S = \frac{3}{4}$ B. $S = 7$ C. $S = 12$ D. $S = \frac{13}{4}$

Lời giải

Chọn C

Do $S = \log_a (a^3 \cdot \sqrt[4]{a}) = \log_a a^3 \cdot a^{\frac{1}{4}} = \log_a a^{3+\frac{1}{4}} = \log_a a^{\frac{13}{4}} = \frac{13}{4}$.

Câu 23: [2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ LẦN 02 NĂM 2017-2018) Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_5 (5a) = 5 + \log_5 a$ B. $\log_5 (5a) = 1 + a$
 C. $\log_5 (5a) = \log_5 a$ D. $\log_5 (5a) = 1 + \log_5 a$

Lời giải

Chọn D

$$\log_5(5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a.$$

Câu 24: [2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ NĂM 2017-2018 LẦN 02) Cho a là số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3 3a = 1 + \log_3 a$ **B.** $\log_3(3a) = 3 + \log_3 a$

C. $\log_3(3a) = 1 + a$ **D.** $\log_3(3a) = \log_3 a$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Có } \log_3(3a) = \log_3 3 + \log_3 a = 1 + \log_3 a$$

Câu 25: [2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH NĂM 2018) Cho $0 < a, b \neq 1; n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b = \frac{\log a}{\log b}$ **B.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b = n \log_a b$ **C.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b = \frac{1}{n} \log_a b$ **D.** $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_b a$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_{\sqrt[n]{a}} b = \log_{\frac{1}{a^n}} b = \frac{1}{\frac{1}{n}} \log_a b = n \log_a b.$$

Câu 26: [2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM NĂM 2018) Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_3 a$ **B.** $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - 2 \log_3 a$

C. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 - 2 \log_3 a$ **D.** $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 + 2 \log_3 a$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có: } \log_3 \frac{3}{a^2} = \log_3 3 - \log_3 a^2 = 1 - 2 \log_3 a.$$

Câu 27: [2D2-3.1-1] (SỞ GD&ĐT TIỀN GIANG NĂM 2018) Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. -3 **B.** $\frac{-1}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 3

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}.$$

Câu 28: [2D2-3.2-1] (SỞ GD&ĐT YÊN BÁI NĂM 2018) Cho các số thực dương a, b khác 1 và $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$, $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $a > 1, 0 < b < 1$ **B.** $a > 1, b > 1$ **C.** $0 < a < 1, 0 < b < 1$ **D.** $0 < a < 1, b > 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ và $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ nên $0 < a < 1$

$\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$ và $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$ nên $b > 1$.

Câu 29: [2D2-3.2-1] (ĐỀ THỬ NGHIỆM MÃ ĐỀ 02) Cho a là số thực dương bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\log_3(3a) = 1 + a$ **B.** $\log_3(3a) = \log_3 a$
C. $\log_3(3a) = 1 + \log_3 a$ **D.** $\log_3(3a) = 3 + \log_3 a$

Lời giải

Chọn C

$\log_3(3a) = 1 + \log_3 a$

Câu 30: [2D2-3.1-1] (ĐỀ THỬ NGHIỆM MÃ ĐỀ 04) Cho $a > 0$, $a \neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng:

- A.** 3 **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $-\frac{1}{3}$ **D.** -3

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 31: [2D2-3.2-1] (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH LẦN 01 NĂM 2017-2018) Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$ **B.** $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab)$
C. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$ **D.** $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$ nên A sai.

Câu 32: [2D2-3.2-2] (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A.** $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} \log_a b$ **B.** $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2 \log_a b$
C. $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4} \log_a b$ **D.** $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^2}(ab) = \log_{a^2} a + \log_{a^2} b = \frac{1}{2} \cdot \log_a a + \frac{1}{2} \cdot \log_a b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \log_a b$.

Câu 33: [2D2-3.2-2] (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

- A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$ B. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$
 C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$ D. $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$

Lời giải

Chọn C

$$\log_6 45 = \frac{\log_2(3^2 \cdot 5)}{\log_2(2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{1 + a} = \frac{2a + \frac{\log_2 3}{\log_5 3}}{1 + a} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1 + a} = \frac{a + 2ab}{ab + b}$$

CASIO: Sto \ Gán $A = \log_2 3, B = \log_5 3$ bằng cách: Nhập $\log_2 3 \backslash \text{shift} \backslash \text{Sto} \backslash A$ tương tự B

Thử từng đáp án A: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 \approx 1,34$ (Loại)

Thử đáp án C: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 = 0$ (chọn).

Câu 34: [2D2-3.3-2] (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017). Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$ B. $1 < \log_a b < \log_b a$
 C. $\log_b a < \log_a b < 1$ D. $\log_b a < 1 < \log_a b$

Lời giải

Chọn D

Cách 1- Tự luận: Vì $b > a > 1 \Rightarrow \begin{cases} \log_a b > \log_a a \\ \log_b b > \log_b a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b > 1 \\ 1 > \log_b a \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$

Cách 2- Casio: Chọn $a = 2; b = 3 \Rightarrow \log_3 2 < 1 < \log_2 3 \Rightarrow$ **Đáp án D.**

Câu 35: [2D2-3.2-2] (ĐỀ THỬ NGHIỆM BGD&ĐT NĂM 2017) Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$ B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$
 C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$ D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 (b) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.

Câu 36: [2D2-3.1-2] (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a, b là các số thực dương thỏa

mãn $a \neq 1$, $a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$

B. $P = -1 + \sqrt{3}$

C. $P = -1 - \sqrt{3}$

D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\log_a \sqrt{b} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a = 2$, $b = 2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P = -1 - \sqrt{3}$.

Câu 37: [2D2-3.2-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = 3a + 5b$

B. $x = 5a + 3b$

C. $x = a^5 + b^3$

D. $x = a^5 b^3$

Lời giải

Chọn D

Có $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2 a^5 b^3 \Leftrightarrow x = a^5 b^3$.

Câu 38: [2D2-3.2-2] (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha$, $\log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)$

B. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$

C. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right)$

D. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$

Lời giải

Chọn D

$$\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{3}{2} \log_{27} x - 3 \log_{27} y = \frac{1}{2} \log_3 x - \log_3 y = \frac{\alpha}{2} - \beta.$$

Câu 39: [2D2-3.1-2] (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương khác 2. Tính

$$I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right).$$

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = 2$

C. $I = -\frac{1}{2}$

D. $I = -2$

Lời giải

Chọn B

$$I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right) = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2} \right)^2 = 2$$

Câu 40: [2D2-3.2-2] (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính

$$I = 2 \log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2.$$

A. $I = 0$

B. $I = 4$

C. $I = \frac{3}{2}$

D. $I = \frac{5}{4}$

Lời giải

Chọn C

$$I = 2 \log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = 2 \log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + 2 \log_{2^{-2}} b = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 41: [2D2-3.1-2] (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = 0$

C. $I = -2$

D. $I = 2$

Lời giải

Chọn D

Với a là số thực dương khác 1 ta được: $I = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2 \log_a a = 2$

Câu 42: [2D2-3.2-2] (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 9 \log_a b$

B. $P = 27 \log_a b$

C. $P = 15 \log_a b$

D. $P = 6 \log_a b$

Lời giải

Chọn D

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 6 \log_a b.$$

Câu 43: [2D2-3.2-2] (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = 3 \log a$

B. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$

C. $\log a^3 = 3 \log a$

D. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$

Lời giải

Chọn C

Câu 44: [2D2-3.2-2] (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right)$

bằng:

- A. $1 - \log_3 a$ B. $3 - \log_3 a$ C. $\frac{1}{\log_3 a}$ D. $1 + \log_3 a$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right) = \log_3 3 - \log_3 a = 1 - \log_3 a$.

Câu 45: [2D2-3.1-2] (SỞ GD&ĐT BẮC NINH THÁNG 2 - 2017) Cho $\log_2 b = 4, \log_2 c = -4$. Hãy tính $\log_2 (b^2 c)$.

- A. 4 B. 7 C. 6 D. 8

Lời giải

Chọn A

$\log_2 b = 4 \Leftrightarrow b = 2^4 = 16, \log_2 c = -4 \Leftrightarrow c = 2^{-4} = \frac{1}{16}$.

Vậy $\log_2 (b^2 c) = \log_2 \left(16^2 \cdot \frac{1}{16} \right) = 4$.

Câu 46: [2D2-3.1-2] (SỞ GD&ĐT BẮC NINH THÁNG 2 - 2017) Tính giá trị của biểu thức sau

$\log_{\frac{1}{a}}^2 a^2 + \log_{a^2} a^{\frac{1}{2}}$ với $1 \neq a > 0$

- A. $\frac{17}{4}$ B. $\frac{13}{4}$ C. $-\frac{11}{4}$ D. $-\frac{15}{4}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\frac{1}{a}}^2 a^2 + \log_{a^2} a^{\frac{1}{2}} = (-2 \log_a a)^2 + \frac{1}{4} \log_a a = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$

Câu 47: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2017) Cho $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Tính $\log_6 45$ theo a, b .

- A. $\log_6 45 = \frac{2a+b}{1+a}$ B. $\log_6 45 = 2a+b$ C. $\log_6 45 = a+b-1$ D. $\log_6 45 = \frac{a+2b}{2(1+a)}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{2 \log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a+b}{1+a}$.

Câu 48: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT QUẢNG NINH NĂM 2017) Cho $a = \log_2 m$ với $0 < m \neq 1$. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\log_m 8m = \frac{3+a}{a}$ B. $\log_m 8m = (3-a)a$ C. $\log_m 8m = \frac{3-a}{a}$ D. $\log_m 8m = (3+a)a$

Lời giải

Chọn A

$$\log_m 8m = \log_m m + \log_m 8 = 1 + \log_m 2^3 = 1 + 3\log_m 2 = 1 + \frac{3}{a} = \frac{3+a}{a}.$$

Câu 49: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2017) Cho các số dương a, b thỏa mãn $4a^2 + 9b^2 = 13ab$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\log\left(\frac{2a+3b}{5}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b).$

B. $\frac{1}{4}\log(2a+3b) = 3\log a + 2\log b.$

C. $\log\sqrt{2a+3b} = \log\sqrt{a} + 2\log\sqrt{b}.$

D. $\log\left(\frac{2a+3b}{4}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b).$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $4a^2 + 9b^2 = 13ab \Leftrightarrow (2a+3b)^2 = 25ab \Rightarrow 2a+3b = 5\sqrt{ab}.$

Lấy logarit thập phân $\log\left(\frac{2a+3b}{5}\right) = \log(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2}(\log a + \log b).$

Câu 50: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2017) Đặt $a = \log_2 3; b = \log_3 5$ thì biểu diễn đúng của $\log_{20} 12$ theo a, b là

A. $\frac{a+1}{b-2}.$

B. $\frac{a+2}{ab+2}.$

C. $\frac{ab+1}{b-2}.$

D. $\frac{a+b}{b+2}.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$\log_{20} 12 = \log_{20} 4 + \log_{20} 3 = 2\log_{20} 2 + \frac{1}{\log_3 20} = \frac{2\log_3 2}{\log_3 20} + \frac{1}{\log_3 20} = \frac{2\log_3 2 + 1}{\log_3 5 + 2\log_3 2}.$$

Theo đề bài $\log_2 3 = a \Rightarrow \frac{1}{a} = \log_3 2; \log_3 5 = b.$

Vậy $\log_{20} 12 = \frac{\frac{2}{a} + 1}{b + \frac{2}{a}} = \frac{a+2}{ab+2}.$

Câu 51: [2D2-3.3-2] (SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM NĂM 2017) Cho số thực x lớn hơn 1 và ba số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn điều kiện $\log_a x > \log_b x > 0 > \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $c > a > b$

B. $b > a > c$

C. $c > b > a$

D. $a > b > c$

Lời giải

Chọn B

☒ Do $\begin{cases} \log_c x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$ nên $0 < c < 1.$

$$\checkmark \text{ Do } \begin{cases} \log_a x > \log_b x > 0 \\ x > 1 \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} a > 1 \\ b > 1 \end{cases}.$$

$$\checkmark \text{ Do } \log_a x > \log_b x > 0 \text{ nên } \frac{1}{\log_x a} > \frac{1}{\log_x b} \Leftrightarrow \log_x b > \log_x a \Leftrightarrow b > a \text{ (do } x > 1).$$

Vậy $b > a > c$.

Câu 52: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT NAM ĐỊNH NĂM 2017) Biết rằng $\log_{42} 2 = 1 + m \log_{42} 3 + n \log_{42} 7$ với m, n là các số nguyên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m.n = 2$

B. $m.n = -1$

C. $m.n = -2$

D. $m.n = 1$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_{42} 2 = \log_{42} 42 + \log_{42} 3^m + \log_{42} 7^n = \log_{42} (42 \cdot 3^m \cdot 7^n)$$

$$\Leftrightarrow 42 \cdot 3^m \cdot 7^n = 2 \Leftrightarrow 3^m \cdot 7^n = \frac{1}{21} = 3^{-1} \cdot 7^{-1}.$$

$$\text{Mà } m, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -1 \end{cases} \Rightarrow mn = 1.$$

Câu 53: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT HÀ TĨNH LẦN 1 NĂM 2017) Cho $0 < a \neq 1, x > 0, y > 0, \alpha \in \mathbb{R}$, khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2} \log_a x$

B. $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$

C. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

D. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2} \log_a x$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt{a}} x = 2 \log_a x \neq \frac{1}{2} \log_a x \Rightarrow \text{A sai}$$

Câu 54: [2D2-3.3-2] (SỞ GD&ĐT HÀ TĨNH LẦN 1 NĂM 2017) Cho các số thực $0 < a, b \neq 1$, biết $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{5}{6}}$ và $\log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{4}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $a > 1, b > 1$

B. $a > 1, 0 < b < 1$

C. $0 < a < 1, b > 1$

D. $0 < a < 1, 0 < b < 1$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \frac{3}{4} < \frac{5}{6} \text{ mà } a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{5}{6}} \text{ nên } 0 < a < 1$$

$$\text{Ta có } \frac{2}{3} < \frac{3}{4} \text{ mà } \log_b \frac{2}{3} < \log_b \frac{3}{4} \text{ nên } b > 1$$

Câu 55: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC 2017) Cho $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1, 0 < x \neq 1$ và các đẳng thức sau:

(I): $\log_{a^b} x^b = \log_a x.$

$$(II): \log_a \frac{ab}{x} = \frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a}.$$

$$(III): \log_a b \cdot \log_b x \cdot \log_x a = 1.$$

Tìm đẳng thức đúng.

A. (I); (II)

B. (I); (II); (III)

C. (I); (III)

D. (II); (III)

Lời giải

Chọn B

Với mệnh đề (I): $\log_a x^b = \frac{1}{b} \cdot b \cdot \log_a x = \log_a x$. Đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề (II): $\frac{\log_b a + 1 - \log_b x}{\log_b a} = \frac{\log_b \frac{a}{x} + 1}{\log_b a} = \frac{\log_b \frac{ab}{x}}{\log_b a} = \log_a \frac{ab}{x}$. Đây là mệnh đề đúng.

Với mệnh đề (III): $\log_a b \cdot \log_b x \cdot \log_x a = \frac{\log_b b}{\log_b a} \cdot \log_b x \cdot \log_x a = \frac{\log_b x}{\log_b a} \cdot \log_x a = \log_a x \cdot \log_x a = 1$.

Đây cũng là mệnh đề đúng.

Câu 56: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT BÌNH DƯƠNG NĂM 2017) Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 4 + 2\log_a b$

B. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 4\log_a(a + b)$

C. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 2 + 2\log_a(a + b)$

D. $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 1 + 4\log_a b$

Lời giải

Chọn C

$$\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 2(\log_a a(a + b)) = 2(\log_a a + \log_a(a + b)) = 2 + 2\log_a(a + b)$$

Câu 57: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ NĂM 2017) Đặt $\log_3 5 = a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_{15} 75 = \frac{a+1}{2a+1}$

B. $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a+1}$

C. $\log_{15} 75 = \frac{2a-1}{a+1}$

D. $\log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a-1}$

Lời giải

Chọn B

$$\log_{15} 75 = \frac{\log_3 75}{\log_3 15} = \frac{\log_3(3 \cdot 5^2)}{\log_3(3 \cdot 5)} = \frac{\log_3 3 + \log_3(5^2)}{\log_3 3 + \log_3 5} = \frac{1 + 2a}{1 + a}$$

$$\text{Thu gọn ta có } \log_{15} 75 = \frac{2a+1}{a+1}.$$

Câu 58: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT BÀ RỊA VŨNG TÀU - ĐỀ 2 NĂM 2017-2018) Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt[3]{x}} y = \frac{3y}{8}$, $\log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y}$. Tính giá trị của $P = x^2 - y^2$.

A. $P = 120$

B. $P = 132$

C. $P = 240$

D. $P = 340$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_{\sqrt[3]{x}} y = \frac{3y}{8} \Leftrightarrow \log_x y = \frac{y}{8}; \log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y} \Leftrightarrow \log_2 x = \frac{16}{y}.$$

$$\text{Mà } \log_2 y = \log_2 x \cdot \log_x y = \frac{16}{y} \cdot \frac{y}{8} = 2 \Rightarrow y = 4.$$

$$\text{Suy ra: } \log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 16.$$

$$\text{Vậy } P = x^2 - y^2 = 16^2 - 4^2 = 240.$$

Câu 59: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG LẦN 01 NĂM 2018) Cho $P = \log_{a^4} b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $P = -2\log_a(-b)$ **B.** $P = 2\log_a(-b)$ **C.** $P = -\frac{1}{2}\log_a(-b)$ **D.** $P = \frac{1}{2}\log_a(-b)$

Lời giải

Chọn D

$$P = \log_{a^4} b^2 = 2 \cdot \frac{1}{4} \log_{|a|} |b| = \frac{1}{2} \log_a(-b) \text{ (Vì } 0 < a \neq 1 \text{ và } b < 0).$$

Câu 60: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT BẮC NINH LẦN 01 NĂM 2017-2018) Đặt $a = \log_5 3$. Tính theo a giá trị của biểu thức $\log_9 1125$.

A. $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{2a}$ **B.** $\log_9 1125 = 2 + \frac{3}{a}$ **C.** $\log_9 1125 = 2 + \frac{2}{3a}$ **D.** $\log_9 1125 = 1 + \frac{3}{a}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_9 1125 = \log_{3^2} (5^3 \cdot 3^2) = \log_{3^2} 5^3 + \log_{3^2} 3^2 = \frac{3}{2} \log_3 5 + 1 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_5 3} + 1 = 1 + \frac{3}{2a}.$$

Câu 61: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT CẦN THƠ MĐ 302 NĂM 2017-2018) Với $a = \log_{30} 3$ và $b = \log_{30} 5$, giá trị của $\log_{30} 675$ bằng:

A. $a^2 + b$ **B.** $a^2 b$ **C.** $3a + 2b$ **D.** $2ab$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_{30} 675 = \log_{30} (3^3 \cdot 5^2) = \log_{30} 3^3 + \log_{30} 5^2 = 3a + 2b.$$

Câu 62: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT CẦN THƠ MĐ 303 NĂM 2017-2018) Với $\log 2 = a$, giá trị của $\log \sqrt[3]{\frac{8}{5}}$ bằng

A. $4a + 1$ **B.** $4a - 1$ **C.** $\frac{2a - 1}{3}$ **D.** $\frac{4a - 1}{3}$

Lời giải

Chọn D

$$\log \sqrt[3]{\frac{8}{5}} = \frac{1}{3} \log \frac{16}{10} = \frac{1}{3} (4 \log 2 - 1) = \frac{4a - 1}{3}.$$

Câu 63: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT CẦN THƠ MÃI 304 NĂM 2018) Với $a = \log_2 5$ và $b = \log_3 5$, giá trị của $\log_6 5$ bằng

A. $\frac{ab}{a+b}$

B. $\frac{a+b}{ab}$

C. $\frac{1}{a+b}$

D. $a+b$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_3 5}} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay

Dựa vào giá trị của a, b ta kiểm tra 4 đáp án, đáp án nào có giá trị bằng với giá trị $\log_6 5$ là đáp án đúng.

Câu 64: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT HÀ NAM NĂM 2018) Cho a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log \sqrt[3]{a} = \log \frac{1}{3} \cdot \log a$

B. $\log \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3} \log a$

C. $\log \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{\log a}$

D. $\log \sqrt[3]{a} = a \log \frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có: } \log \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3} \log a$$

Câu 65: [2D2-3.3-2] (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018) Cho các số a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < 1 < c < d$. Số lớn nhất trong 4 số $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$ là:

• A. $\log_a b$ B. $\log_b c$ C. $\log_c d$ D. $\log_d a$

Lời giải

Chọn C

$$0 < a < b < 1 \text{ nên } \log_a b < \log_a a \Rightarrow \log_a b < 1$$

$$b < 1 < c \text{ nên } \log_b c < \log_b 1 \Rightarrow \log_b c < 0$$

$$1 < c < d \text{ nên } \log_c d > \log_c c \Rightarrow \log_c d > 1$$

$$a < 1 < d \text{ nên } \log_d a < \log_d 1 \Rightarrow \log_d a < 0$$

Vậy $\log_c d$ là số lớn nhất.

***Trắc nghiệm:** Cho a, b, c, d là các số thỏa mãn điều kiện ta thử được $\log_c d$ lớn nhất.

Câu 66: [2D2-3.3-2] (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018) Với mọi số thực dương a, b, x, y và a, b khác 1. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

D. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$ và hiển nhiên B, C, D đúng.

Câu 67: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT HẬU GIANG NĂM 2018) Cho a và b là các số thực dương bất kì. Chọn khẳng định sai.

A. $\ln ab = \ln a + \ln b$ **B.** $\ln a^2 + \ln \sqrt[3]{b} = 2 \ln a + \frac{1}{3} \ln b$

C. $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$ **D.** $\log(10ab)^2 = 2 + \log a + \log b$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log(10ab)^2 = 2 \log(10ab) = 2 + 2 \log a + 2 \log b$.

Câu 68: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT SÓC TRĂNG NĂM 2018) Cho $n = \log_{20} 5$. Hãy biểu diễn $\log_2 20$ theo n .

A. $\log_2 20 = \frac{n+2}{n}$ **B.** $\log_2 20 = \frac{2}{1-n}$ **C.** $\log_2 20 = \frac{1-n}{2}$ **D.** $\log_2 20 = \frac{1}{1-n}$

Lời giải

Chọn B

$$\log_2 20 = \frac{\log_{20} 20}{\log_{20} 2} = \frac{1}{\log_{20} 2} = \frac{1}{\frac{1}{2} \log_{20} \frac{20}{5}} = \frac{2}{1 - \log_{20} 5} = \frac{2}{1-n}.$$

Câu 69: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2017-2018) Cho các số thực $a < b < 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| - \ln|b|$ **B.** $\ln(\sqrt{ab}) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$

C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \ln(a^2) - \ln(b^2)$ **D.** $\ln(ab)^2 = \ln(a^2) + \ln(b^2)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $a < b < 0$ nên hai giá trị $\ln a$, $\ln b$ không xác định.

Câu 70: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT TRÀ VINH NĂM 2018) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Giá trị của

biểu thức $P = \log_a \left(\frac{b^2}{c^3} \right)$ bằng:

A. 36 **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** -5 **D.** 13

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } P = \log_a \left(\frac{b^2}{c^3} \right) \Leftrightarrow P = 2 \log_a b - 3 \log_a c \Leftrightarrow P = 2.2 - 3.3 = -5.$$

Câu 71: [2D2-3.1-2] (SỞ GD&ĐT VINH PHÚC LẦN 01 NĂM 2018) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn: $a^{\log_3 7} = 27, b^{\log_7 11} = 49, c^{\log_{11} 25} = \sqrt{11}$.

Tính $T = a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2}$.

- A. $T = 469$ B. $T = -469$ C. $T = 43$ D. $T = 1323\sqrt{11}$

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } T &= a^{(\log_3 7)^2} + b^{(\log_7 11)^2} + c^{(\log_{11} 25)^2} = \left[a^{(\log_3 7)} \right]^{\log_3 7} + \left[b^{(\log_7 11)} \right]^{\log_7 11} + \left[c^{(\log_{11} 25)} \right]^{\log_{11} 25} \\ &= 27^{\log_3 7} + 49^{\log_7 11} + \left(\sqrt{11} \right)^{\log_{11} 25} = 3^{3\log_3 7} + 7^{2\log_7 11} + 11^{\frac{1}{2}\log_{11} 25} = 3^{\log_3 7^3} + 7^{\log_7 11^2} + 11^{\log_{11} 5} \\ &= 7^3 + 11^2 + 5 = 469. \end{aligned}$$

Câu 72: [2D2-3.1-2] (SỞ GD&ĐT VINH PHÚC LẦN 01 NĂM 2018) Cho các số thực a, b, c đôi một khác nhau và $0 < a, b, c \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b} \cdot \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c} \cdot \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} = 2$ B. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b} \cdot \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c} \cdot \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > 1$
C. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b} \cdot \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c} \cdot \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} = 1$ D. $\log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b} \cdot \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c} \cdot \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} > 2$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{a}{b}}^2 \frac{c}{b} \cdot \log_{\frac{b}{c}}^2 \frac{a}{c} \cdot \log_{\frac{c}{a}}^2 \frac{b}{a} = \left(\log_{\frac{a}{b}} \frac{c}{b} \cdot \log_{\frac{b}{c}} \frac{a}{c} \cdot \log_{\frac{c}{a}} \frac{b}{a} \right)^2 = \left(\log_{\frac{a}{b}} \frac{b}{a} \right)^2 = (-1)^2 = 1.$$

Câu 73: [2D2-3.2-2] (SỞ GD&ĐT VINH PHÚC LẦN 02 (MĐ1) NĂM 2018) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b$ B. $2\log_2 (a+b) = \log_2 a + \log_2 b$
C. $\log_2 \frac{a+b}{3} = 2\log_2 a + 2\log_2 b$ D. $4\log_2 \frac{a+b}{6} = \log_2 a + \log_2 b$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab \Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3} \right)^2 = ab \Leftrightarrow 2\log_2 \frac{a+b}{3} = \log_2 a + \log_2 b.$$

Câu 74: [2D2-3.3-2] (SỞ GD&ĐT VINH PHÚC LẦN 02 (MĐ2) NĂM 2018) Cho x, y, z là các số thực dương tùy ý khác 1 và xyz khác 1. Đặt $a = \log_x y, b = \log_z y$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{a + b + 1}$ B. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{ab + a + b}$
C. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2b}{a + b + 1}$ D. $\log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{3ab + 2a}{ab + a + b}$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_{xyz} (y^3 z^2) = \frac{\log_y (y^3 z^2)}{\log_y (xyz)} = \frac{3 + 2\log_y z}{1 + \log_y x + \log_y z} = \frac{3 + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{3ab + 2a}{ab + a + b}.$$

Câu 75: [2D2-3.2-2] (ĐỀ THỬ NGHIỆM MÃ ĐỀ 03 NĂM 2018) Cho a là số dương bất kỳ, giá trị nào sau đây có cùng giá trị với $\log(2a^3)$?

- A. $2\log a^3$ B. $6\log a$ C. $\log 2 + 3\log a$ D. $a\log 2^3$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_a b + \log_a c = \log_a (bc) \Rightarrow \log 2 + 3\log a = \log 2 + \log a^3 = \log 2a^3.$$

Câu 76: [2D2-3.2-2] (ĐỀ THỬ NGHIỆM 05 NĂM 2017-2018) Cho a là số thực dương bất kỳ, giá trị nào dưới đây có cùng giá trị với $\log(3a^2)$?

- A. $3\log(a^2)$ B. $6\log a$ C. $\log 3 + 2\log a$ D. $\log 2 + 3\log a$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log(3a^2) = \log 3 + \log(a^2) = \log 3 + 2\log a$$

Câu 77: [2D2-3.1-2] (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH LẦN 01 NĂM 2017-2018) Cho hàm số $f(x) = \log_3(2x+1)$. Giá trị của $f'(0)$ bằng?

- A. $\frac{2}{\ln 3}$ B. 0 C. $2\ln 3$ D. 2

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có. } f(x) = \log_3(2x+1) \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{(2x+1)\ln 3} \Rightarrow f'(0) = \frac{2}{\ln 3}.$$

Câu 78: [2D2-3.2-3] (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$
 C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$ D. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$

Lời giải:

Chọn C

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab.$$

$$\text{Lấy log cơ số 10 hai vế ta được: } \log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 10 + \log a + \log b.$$

Hay $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$.

Câu 79: [2D2-3.1-3] (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn

$$x^2 + 9y^2 = 6xy. \text{ Tính } M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x+3y)}.$$

A. $M = \frac{1}{2}$.

B. $M = \frac{1}{3}$.

C. $M = \frac{1}{4}$.

D. $M = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x-3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y$.

Khi đó $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x+3y)} = \frac{\log_{12}(12xy)}{\log_{12}(x+3y)^2} = \frac{\log_{12}(36y^2)}{\log_{12}(36y^2)} = 1$.

Câu 80: [2D2-3.2-3] (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = \frac{7}{12}$

B. $P = \frac{1}{12}$

C. $P = 12$

D. $P = \frac{12}{7}$

Lời giải

Chọn D

$$P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}$$

Câu 81: [2D2-3.2-3] (SỞ GD&ĐT THANH HÓA 2017) Cho $\log_7 12 = x, \log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b + 3c$.

A. $S = 4$

B. $S = 19$

C. $S = 10$

D. $S = 15$

Lời giải

Chọn D

$$\log_7 12 = x \Leftrightarrow \log_7 3 + 2\log_7 2 = x \quad (1)$$

$$xy = \log_7 12 \cdot \log_{12} 24 = \log_7 24 \Rightarrow \log_7 3 + 3\log_7 2 = xy \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta suy ra $\log_7 2 = xy - x, \log_7 3 = 3x - 2xy$.

$$\text{Do đó } \log_{54} 168 = \frac{\log_7 168}{\log_7 54} = \frac{\log_7 (2^3 \cdot 3 \cdot 7)}{\log_7 (3^3 \cdot 2)} = \frac{3\log_7 2 + \log_7 3 + 1}{\log_7 2 + 3\log_7 3} = \frac{xy + 1}{-5xy + 8x}.$$

Do đó $a = 1, b = -5, c = 8 \Rightarrow S = 15$

Câu 82: [2D2-3.3-3] (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC 2017) Cho $a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1$ thỏa mãn các điều kiện $\log_a \frac{1}{2016} < \log_a \frac{1}{2017}$ và $b^{\frac{1}{2016}} > b^{\frac{1}{2017}}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $0 < \log_b a < 1$

B. $\log_a b < 0$

C. $\log_b a > 1$

D. $0 < \log_a b < 1$

Lời giải

Chọn **B.**

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{1}{2016} > \frac{1}{2017} \\ \log_a \frac{1}{2016} < \log_a \frac{1}{2017} \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 1.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{1}{2016} > \frac{1}{2017} \\ b^{\frac{1}{2016}} > b^{\frac{1}{2017}} \end{cases} \Rightarrow b > 1.$$

Ta có $0 < a < 1, b > 1 \Rightarrow \log_b a < \log_b 1 = 0 \Rightarrow A$ sai và C sai.Ta có $0 < a < 1, b > 1 \Rightarrow \log_a b < \log_a 1 = 0 \Rightarrow B$ đúng và D sai.

Câu 83: [2D2-3.2-3] (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC 2017) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

D. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn **B**Đặt $t = \log_4 a = \log_6 b = \log_9 (a+b)$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4^t \\ b = 6^t \\ a+b = 9^t \end{cases} \Rightarrow 4^t + 6^t = 9^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{2}{3}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} (L) \end{cases}.$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4^t}{6^t} = \left(\frac{2}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 84: [2D2-3.1-3] (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG LẦN 01 NĂM 2018) Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\frac{\log_2 x}{\log_2 (xy)+1} = \frac{\log_2 y}{\log_2 (xy)-1} = \log_2 x + \log_2 y$. Khi đó giá trị của $x+y$ bằng.

A. $x+y = 2 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

B. $x+y = 2$ hoặc $x+y = \sqrt[4]{8} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

C. $x+y = 2$

D. $x+y = \frac{1}{2}$ hoặc $x+y = 2$

Lời giải

Chọn **B**

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = \log_2 x \\ b = \log_2 y \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \frac{\log_2 x}{\log_2 x + \log_2 y + 1} = \frac{\log_2 y}{\log_2 x + \log_2 y - 1} = \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{a+b+1} = \frac{b}{a+b-1} \\ \frac{a}{a+b+1} = a+b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + ab - a = ab + b^2 + b \\ a = (a+b)^2 + a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(a-b-1) = 0 \quad (1) \\ (a+b)^2 = -b \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a = b + 1 \end{cases}$$

$$\text{Với } a = -b: (2) \Leftrightarrow a = b = 0 \Leftrightarrow x = y = 1 \Rightarrow x + y = 2.$$

$$\text{Với } a = b + 1: (2) \Leftrightarrow (2b + 1)^2 = -b \Leftrightarrow 4b^2 + 5b + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \Rightarrow a = 0 \\ b = -\frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\text{Với: } \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Với: } \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{8} \\ y = 2^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \end{cases} \Rightarrow x + y = \sqrt[4]{8} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}.$$

Câu 85: [2D2-3.2-3] (SỞ GD&ĐT CẦN THƠ MĐ 301 NĂM 2017-2018) Với $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$

B. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$

C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$

D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_{27} 5 = a \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_3 5 = a \Leftrightarrow \log_3 5 = 3a.$$

$$\log_6 35 = \frac{\log_3 35}{\log_3 6} = \frac{\log_3 5 + \log_3 7}{\log_3 2 + 1} = \frac{3a + b}{\frac{1}{c} + 1} = \frac{(3a+b)c}{1+c}.$$

Câu 86: [2D2-3.1-3] (SGD NINH BINH NAM 2017-2018 LAN 01) Cho biểu thức $A = \log\left(2017 + \log\left(2016 + \log\left(2015 + \log\left(\dots + \log(3 + \log 2)\dots\right)\right)\right)\right)$. Biểu thức A có giá trị thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(\log 2017; \log 2018)$

B. $(\log 2019; \log 2020)$

C. $(\log 2018; \log 2019)$

D. $(\log 2020; \log 2021)$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } A_n = \log\left(2017 + \log\left(2016 + \log\left(2015 + \log\left(\dots + \log(3 + \log 2)\dots\right)\right)\right)\right)$$

$$\text{Khi đó } A_n = \log(n + A_{n-1})$$

$$\text{Có } 0 < \log 2 < 1 \Leftrightarrow 0 < A_2 < 1$$

$$\Rightarrow 0 < \log 3 < A_3 = \log(3 + A_2) < \log 4 < 1$$

...

$$\Rightarrow 0 < \log 9 < A_9 = \log(9 + A_8) < \log 10 = 1$$

$$\Rightarrow 1 = \log 10 < A_{10} = \log(10 + A_9) < \log 11 < 2$$

$$\Rightarrow 1 < \log 12 < A_{11} = \log(11 + A_{10}) < \log 13 < 2$$

...

$$\Rightarrow 2 < \log 999 < A_{997} = \log(997 + A_{996}) < \log 1000 = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \log 1000 < A_{998} = \log(998 + A_{997}) < \log 1001 < 4$$

$$\Rightarrow 3 < \log 1002 < A_{999} = \log(999 + A_{998}) < \log_{1003} < 4$$

...

$$\Rightarrow 3 < \log 2019 < A_{2016} = \log(2016 + A_{2015}) < \log 2020 < 4$$

$$\Rightarrow 3 < \log 2020 < A_{2017} = \log(2017 + A_{2016}) < \log 2021 < 4$$

Vậy $A_{2017} \in (\log 2020; \log 2021)$.

Câu 87: [2D2-3.2-3] (Sở GD&ĐT PHÚ THỌ LẦN 02 NĂM 2017-2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2000; 2000)$ để $2a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m\sqrt{\log_a b} + 1$ với mọi $a, b \in (1; +\infty)$

A. 2000

B. 1999

C. 2199

D. 2001

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } a > 1, b > 1 \Rightarrow \log_a b > 0$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{\log_a b} (t > 0)$$

$$\Leftrightarrow t^2 = \log_a b \Leftrightarrow b = a^{t^2}$$

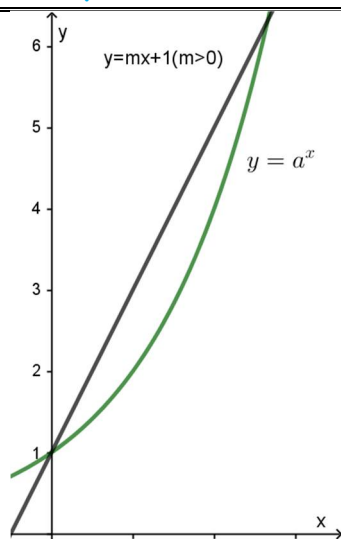
Bất phương trình tương đương:

$$2a^t - (a^{t^2})^{\frac{1}{t}} > mt + 1 \Leftrightarrow a^t > mt + 1 \Leftrightarrow f(t) > g(t) \quad (1)$$

Ta có: $f(t) = a^t$ với $a > 1$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Xét $m = 0$, $(1) \Leftrightarrow a^t > 1, \forall a > 1, t > 0$ (luôn đúng). Vậy nhận $m = 0$.

Xét $m > 0$, hàm số $y = mt + 1$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Dựa vào đồ thị ta thấy ko thỏa. Loại $m > 0$



Xét $m < 0$, hàm số $y = mt + 1$ là hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$. Dựa vào đồ thị ta thấy luôn thỏa (1). Vậy ta nhận $m < 0$.

Vậy ta kết hợp điều kiện ta được $m \in (-2000; 0], m \in \mathbb{Z}$.

Vậy $m \in \{-1999, \dots, 1, 0\}$. Ta có 2000 số nguyên m thỏa ycbt.

CÁCH 2 (CASIO): Cho $a = b = 1,01$. Khi đó $\sqrt{\log_a b} = 1$ ta được:

$$2.1,01 - 1,01 > m + 1 \Leftrightarrow m < 0,01$$

Vậy $m \in \{-1999, \dots, 1, 0\}$. Ta có 2000 số nguyên m thỏa ycbt.

Câu 88: [2D2-3.2-4] (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Xét các số thực dương a, b thỏa mãn

$\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$ **B.** $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$ **C.** $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$ **D.** $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $ab < 1$.

Ta có $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3 \Leftrightarrow \log_2 [2(1-ab)] + 2(1-ab) = \log_2 (a+b) + (a+b) \quad (*)$.

Xét hàm số $y = f(t) = \log_2 t + t$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow f[2(1-ab)] = f(a+b) \Leftrightarrow 2(1-ab) = a+b \Leftrightarrow a(2b+1) = 2-b \Leftrightarrow a = \frac{-b+2}{2b+1}$.

Do $a > 0, b > 0$ nên $\frac{-b+2}{2b+1} > 0 \Rightarrow 0 < b < 2$.

Khi đó: $P = a + 2b = \frac{-b+2}{2b+1} + 2b$. Xét hàm số $g(b) = \frac{-b+2}{2b+1} + 2b$ trên khoảng $(0; 2)$.

$$g'(b) = \frac{-5}{(2b+1)^2} + 2 = 0 \Leftrightarrow (2b+1)^2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{-2-\sqrt{10}}{4} \notin (0;2) \\ b = \frac{-2+\sqrt{10}}{4} \in (0;2) \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên

x	0	$\frac{-2+\sqrt{10}}{4}$	2
$g'(b)$	–	0	+
$g(b)$			

$$\text{Vậy } P_{\min} = g\left(\frac{\sqrt{10}-2}{4}\right) = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}.$$

Câu 89: [2D2-3.1-4] (SỞ GD&ĐT SÓC TRĂNG NĂM 2018) Cho tập hợp $A = \{2^k \mid k = \overline{1, \dots, 10}\}$ có 10 phần tử là các lũy thừa của 2. Chọn ngẫu nhiên từ tập A hai số khác nhau theo thứ tự a và b . Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

A. $\frac{17}{90}$

B. $\frac{3}{10}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{19}{90}$

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = A_{10}^2 = 90$.

Giả sử $a = 2^m$, $b = 2^n$, khi đó $\log_a b = \log_{2^m} 2^n = \frac{n}{m}$ là một số nguyên thì m là ước của n .

+ $m=1$ thì có 9 cách chọn n , $n \in \{2; 3; \dots; 10\}$.

+ $m=2$ thì có 4 cách chọn n , $n \in \{4; 6; 8; 10\}$.

+ $m=3$ thì có 2 cách chọn n , $n \in \{6; 9\}$.

+ $m=4$ thì có 1 cách chọn n , $n=8$.

+ $m=5$ thì có 1 cách chọn n , $n=10$.

+ $m \in \{6; 7; 8; 9; 10\}$: không xảy ra.

Suy ra số phần tử của biến cố $\log_a b$ là một số nguyên là $9+4+2+1+1=17$.

Xác suất cần tìm là $\frac{17}{90}$.