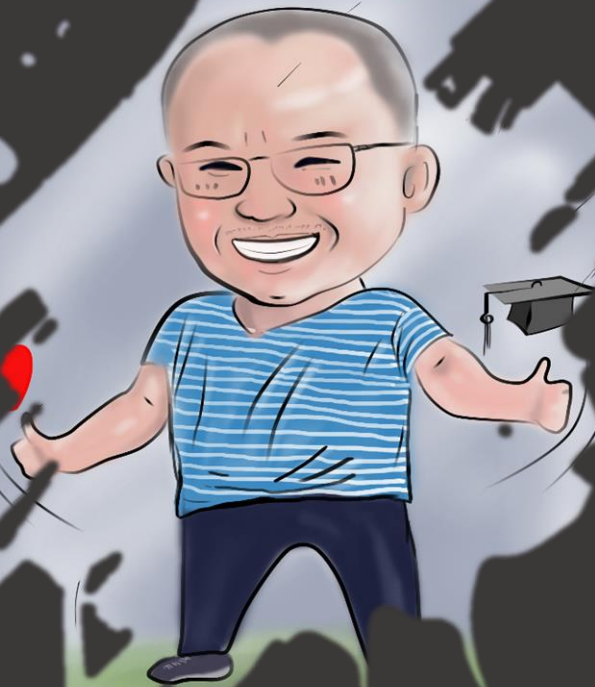


Tài liệu tự học cho Học sinh

$$i^2 = -1$$



THONG MATH

Chuyên đề 4

$$z = a + bi$$

SỐ PHỨC

PHẦN I



Thông Đình Đình



Thông Bùi



ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 – CHƯƠNG 4

Lớp toán thầy Thông Định Định: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

BÀI 1: MỞ ĐẦU VỀ SỐ PHỨC

1. Số phức

Dạng: $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$)

i là đơn vị ảo và $i^2 = -1$.

a : là phần thực / b : là phần ảo

By Thông Định Định

2. Số phức liên hợp – Mô đun

Xét số phức $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$)

Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$.

Mô đun của z là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

3. Biểu diễn hình học số phức

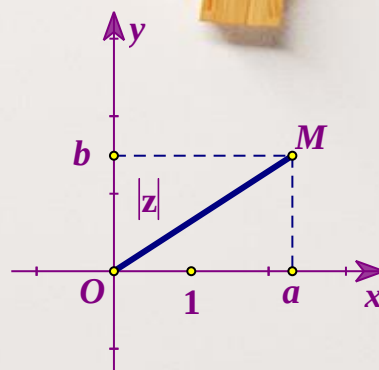
Xét số phức $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$)

Được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ trên mặt phẳng tọa độ (Oxy).

Ox: trục thực / Oy: trục ảo

$$|z| = OM = \sqrt{a^2 + b^2}$$

By Thông Định Định



VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1

Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$

Lời giải: Ta có $z = 3 + 2i$ suy ra $a = 3$; $b = 2$.

Do đó phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

Ví dụ 2

Tìm m để số phức $z = 2m + (m - 1)i$ là số thuần ảo

Lời giải: Số phức $z = 2m + (m - 1)i$ có phần thực: $2m$, phần ảo: $m - 1$.

Để số phức $z = 2m + (m - 1)i$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$.

Ví dụ 3

Tính modul của số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$.

Lời giải: $z = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow |z| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$.

Ví dụ 4

Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm số phức liên hợp của z

Lời giải: Số phức liên hợp là $\bar{z} = 1 - 2i$.

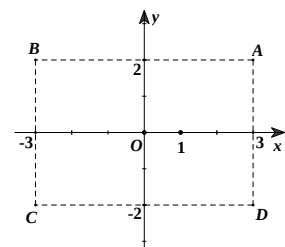
Ví dụ 5

Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn hình học có tọa độ bao nhiêu?

Lời giải: Ta có $z = 6 + 7i \Rightarrow \bar{z} = 6 - 7i$. Vậy $\bar{z}$ có điểm biểu diễn hình học là $(6; -7)$.

Ví dụ 6

Điểm nào trong bốn điểm A, B, C, D trong hình vẽ bên biểu diễn số phức liên hợp của số phức z . Biết $z = -3 - 2i$.



Lời giải: Ta có: $z = -3 - 2i \Rightarrow \bar{z} = -3 + 2i \Rightarrow B(-3; 2)$

Ví dụ 7

Cho 4 điểm M, N, P, Q là các điểm trong mặt phẳng phức theo thứ tự biểu diễn các số $-i, 2 + i, 5, 1 + 4i$. Hỏi điểm nào là trọng tâm của tam giác tạo bởi ba điểm còn lại.

Lời giải: Ta có: $M(0; -1), N(2; 1), P(5; 0), Q(1; 4)$ nên điểm N là trọng tâm của tam giác MPQ .



BÀI 2: PHÉP TÍNH SỐ PHỨC

Xét hai số phức $z = a + bi$, $z' = a' + b'i$

Hai số phức bằng nhau

$$z = z' \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$$

Cộng trừ hai Số phức

$$z + z' = (a + a') + (b + b')i$$

$$z - z' = (a - a') + (b - b')i$$

Nhân hai Số phức

$$z \cdot z' = (a \cdot a' - b \cdot b') + (ab' + a'b)i$$

Chia hai Số phức

$$\frac{z}{z'} = \frac{a + bi}{a - bi} = \frac{(a + bi)^2}{a^2 + b^2}; \quad z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{1}{a + bi} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2}$$

Một số tính chất

$$|z| = |\bar{z}|; \quad \overline{z + z'} = \bar{z} + \bar{z}'; \quad |z|^2 = z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$$

$$\overline{z \cdot z'} = \bar{z} \cdot \bar{z}'; \quad |z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|; \quad \left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}, (z' \neq 0)$$



VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1

Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính Môđun của số phức $z_1 + z_2$.

Lời giải: Ta có: $z_1 + z_2 = 3 - 2i \Rightarrow |z_1 + z_2| = \sqrt{13}$.

Ví dụ 2

Tìm bộ số thực $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $(2 + x) + (1 + y)i = 1 + 2i$.

Lời giải: Ta có: $(2 + x) + (1 + y)i = 1 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + x = 1 \\ 1 + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Ví dụ 3

Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = x - 4 + yi$ với $(x, y \in \mathbb{R})$. Tìm cặp $(x; y)$ để $z_2 = \overline{z_1}$

Lời giải: Ta có: $z_1 = 1 - 2i \Rightarrow \overline{z_1} = 1 + 2i$ $z_2 = \overline{z_1} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$.

Ví dụ 4

Cho hai số thực $z_1 = (2x + 3) + (3y - 1)i$ và $z_2 = 3x + (y + 1)i$. Tìm cặp $(x; y)$ để $z_1 - z_2 = 0$

Lời giải: $z_1 - z_2 = 0 \Leftrightarrow z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 3x \\ 3y - 1 = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$.

Ví dụ 5

Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $(2 - i)z = 3 + 4i$.

Lời giải: $(2 - i)z = 3 + 4i \Leftrightarrow z = \frac{3 + 4i}{2 - i} = \frac{(3 + 4i)(2 + i)}{2^2 + 1^2} = \frac{2 + 11i}{5} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Vậy phần thực là $a = \frac{2}{5}$; phần ảo là $b = \frac{11}{5}$.

Ví dụ 6

Tìm số phức z thỏa $(3 + i)\bar{z} + (1 + 2i)z = 3 - 4i$

Lời giải: Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $(3 + i)\bar{z} + (1 + 2i)z = 3 - 4i \Leftrightarrow (3 + i)(x - yi) + (1 + 2i)(x + yi) = 3 - 4i$

$\Leftrightarrow (4x - y) + (3x - 2y)i = 3 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y - 3 = 0 \\ 3x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 5i$

Ví dụ 7

Cho số phức thỏa mãn $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$. Tìm Modun của số phức z :

Lời giải: Gọi $z = x + yi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ thay vào phương trình $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$

$\Leftrightarrow (2 - 3i)(x + yi) + (4 + i)(x - yi) = 8 - 6i \Leftrightarrow 2x + 2yi - 3xi + 3y + 4x - 4yi + xi + y = 8 - 6i$

$\Leftrightarrow (2x + 3y + 4x + y) + i(2y - 3x - 4y + x) = 8 - 6i \Leftrightarrow (6x + 4y) + i(-2x - 2y) = 8 - 6i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 4y = 8 \\ -2x - 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$

Vậy: $z = -2 + 5i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-2)^2 + 5^2} = \sqrt{29}$



Ví dụ 8

Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 2| = |z|$ và $(z + 1)(\bar{z} - i)$ là số thực.

Lời giải: Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$|z - 2| = |z| \Leftrightarrow |a - 2 + bi| = |a + bi| \Leftrightarrow (a - 2)^2 + b^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow -4a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = 1.$$

$$w = (z + 1)(\bar{z} - i) = (a + 1 + bi)(a - (b + 1)i) = (2 + bi)(1 - (b + 1)i) = 2 + b(b + 1) + (-b - 2)i.$$

$$w \text{ là số thực} \Leftrightarrow -b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = -2. \text{ Vậy } z = 1 - 2i.$$

Ví dụ 9

Cho số phức $z = a + bi$ ($a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $|z + 2 + 5i| = 5$ và $z \cdot \bar{z} = 82$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$

Lời giải: Ta có $|z + 2 + 5i| = 5 \Leftrightarrow (a + 2)^2 + (b + 5)^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 4a + 10b + 4 = 0$ (1)

$$\text{Mà } z \cdot \bar{z} = 82 \Leftrightarrow (a + bi)(a - bi) = 82 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 82$$
 (2)

Thay (2) vào (1) ta được $2a + 5b + 43 = 0 \Rightarrow a = \frac{-43 - 5b}{2}$ thay vào (2) ta có

$$29b^2 + 430b + 1521 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -9 \\ b = -\frac{169}{29} \end{cases} \Rightarrow a = 1. \text{ Vậy } T = a + b = -8$$

Ví dụ 10

Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1$ và $\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$. Tính $P = a + b$.

Lời giải: Ta có

$$\begin{cases} \left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1 \\ \left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |z-1| = |z-i| \\ |z-3i| = |z+i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a-1+bi| = |a+(b-1)i| \\ |a+(b-3)i| = |a+(b+1)i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + b^2 = a^2 + (b-1)^2 \\ a^2 + (b-3)^2 = a^2 + (b+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a + 1 = -2b + 1 \\ -6b + 9 = 2b + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}. \text{ Suy ra } P = a + b = 2.$$

Ví dụ 11

Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

Lời giải: Ta có $|z - i| = 5 \Leftrightarrow (a)^2 + (b - 1)^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b - 24 = 0$ (1)

Mà $z^2 = (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ là số thuần ảo khi $a^2 - b^2 = 0$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được $2b^2 - 2b - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ b = -3 \end{cases}$. Khi đó

Với $b = 4 \Rightarrow a = \pm 4$

Với $b = -3 \Rightarrow a = \pm 3$. Vậy có 4 số phức thỏa mãn





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 – CHƯƠNG 4

Lớp toán thầy Thông Minh Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

PHẦN HDG BTRL SỐ PHỨC VÀ CÁC TÍNH CHẤT CB – TMI

Câu 1: Phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$ là

- (A). -12 . (B). 12 . (C). $-12i$. (D). 18 .

Lời giải:

Câu 2: Phần ảo của số phức $z = 4 - 5i$ là

- (A). -5 . (B). 5 . (C). 4 . (D). $-5i$.

Lời giải:

Câu 3: Phần ảo của số phức $z = 3 + 2i$ bằng:

- (A). 3 . (B). 2 . (C). $2i$. (D). -2 .

Lời giải:

Câu 4: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Số phức liên hợp của số phức z có phần ảo là

- (A). -1 . (B). 2 . (C). -2 . (D). 1 .

Lời giải:

Câu 5: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

- (A). $\bar{z} = 3 + 2i$. (B). $\bar{z} = 2 + 3i$. (C). $\bar{z} = -2 + 3i$. (D). $\bar{z} = 3 - 2i$.

Lời giải:

Câu 6: Số phức $z = -i\sqrt{3}$ có môđun bằng

- (A). 3 . (B). 0 . (C). $\sqrt{3}$. (D). $-\sqrt{3}$.

Lời giải:

Câu 7: Môđun của số phức $z = -1 + 3i$ bằng

- (A). 8 . (B). 10 . (C). $2\sqrt{2}$. (D). $\sqrt{10}$.

Lời giải:

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $z = (2 + i)^2$ là

- (A). $\bar{z} = 3 + 4i$. (B). $\bar{z} = 3 - 4i$. (C). $\bar{z} = -3 + 4i$. (D). $\bar{z} = -3 - 4i$.

Lời giải:

Câu 9: Cho số phức $\bar{z} = 4 - 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- (A). Phần thực bằng -4 , phần ảo bằng 3 . (B). Phần thực bằng -4 , phần ảo bằng -3 .
(C). Phần thực bằng 4 , phần ảo bằng 3 . (D). Phần thực bằng 4 , phần ảo bằng -3 .



Lời giải:

Câu 10: Mô đun của số phức $z = (1 - 2i)^2$ bằng

- (A). 25. (B). 5. (C). $\sqrt{5}$. (D). 3.

Lời giải:

Câu 11: Phần ảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$

- (A). 5. (B). 4. (C). -4. (D). -3.

Lời giải:

Câu 12: Xét hai số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- (A). $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$. (B). $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$. (C). $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$. (D). $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

Lời giải:

Câu 13: Phần ảo của số phức $z = (5 - i)i$ là

- (A). 5. (B). 5i. (C). -1. (D). 1.

Lời giải:

Câu 14: Tìm môđun của số phức z biết $(1 - 2i) \cdot z + 3 + i = 0$ $(1 - 2i)z + 3 + i = 0$.

- (A). $|z| = \sqrt{2}$. (B). $|z| = \sqrt{3}$. (C). $|z| = 2$. (D). $|z| = 3$.

Lời giải:

Câu 15: Cho số phức $z = -2 + 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức z là điểm có tọa độ là

- (A). $(-2; 3)$. (B). $(3; -2)$. (C). $(3; 2)$. (D). $(-2; -3)$.

Lời giải:

Câu 16: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -5 + 8i$ là điểm nào dưới đây

- (A). $(-5; 8)$ (B). $(5; 8)$ (C). $(5; -8)$ (D). $(-5; -8)$

Lời giải:

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = (3 - 2i)^2$ có tọa độ là

- (A). $Q(5; -12)$. (B). $N(13; -12)$.
(C). $M(13; 12)$. (D). $P(5; 12)$.

Lời giải:

Câu 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức $z = 2 - 3i$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

- (A). $Q(3; 2)$. (B). $N(2; 3)$. (C). $P(-3; 2)$. (D). $M(2; -3)$.



Lời giải:

Câu 19: Điểm $M(3;-1)$ là điểm biểu diễn số phức nào sau đây ?

A. $z = 3 - i$.

B. $z = -3 + i$.

C. $z = -1 + 3i$.

D. $z = 1 - 3i$.

Lời giải:

Câu 20: Cho số phức $z = 5 - 3i$. Trong các điểm dưới đây, điểm nào biểu diễn số phức $\bar{z}$?

A. $P(-5;3)$.

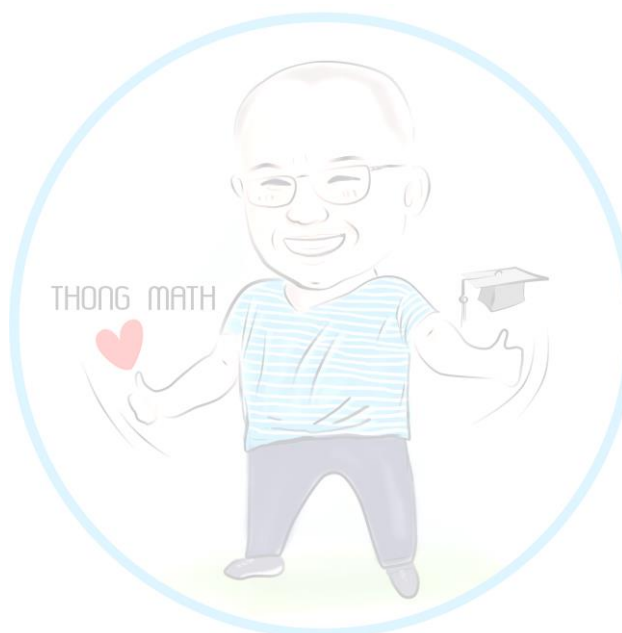
B. $M(5;-3)$.

C. $N(5;3)$.

D. $Q(-5;-3)$.

Lời giải:

-----HẾT-----



BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.B	4.C	5.B	6.C	7.D	8.B	9.C	10.B
11.C	12.D	13.A	14.A	15.A	16.A	17.A	18.D	19.A	20.C





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 – CHƯƠNG 4

Lớp toán thầy Thông Định Định: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

PHẦN ĐỀ BTRL SỐ PHỨC VÀ CÁC TÍNH CHẤT CB – TM2

Câu 1: Số phức $z = 2 + 3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

- (A). $Q(2; -3)$. (B). $N(2; 3)$. (C). $M(-2; 3)$. (D). $P(-2; -3)$.

Lời giải:

Câu 2: Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$?

- (A). $-1 - 2i$ (B). $1 + 2i$ (C). $1 - 2i$ (D). $-2 + i$

Lời giải:

Câu 3: Điểm nào biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$?

- (A). $M(2; -3)$. (B). $M(2; 3)$. (C). $M(-2; 3)$. (D). $M(-2; -3)$.

Lời giải:

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho số phức $z = -4 - 5i$, điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ có tọa độ là

- (A). $(4; -5)$. (B). $(-4; 5)$. (C). $(-4; -5)$. (D). $(5; -4)$.

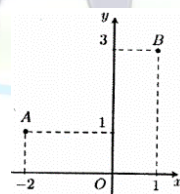
Lời giải:

Câu 5: Gọi A và B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 1 + 4i$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- (A). $(2; 1)$. (B). $(4; 2)$. (C). $(1; -3)$. (D). $(2; 3)$.

Lời giải:

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm A, B như hình vẽ

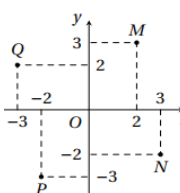


Trọng tâm của tam giác OAB là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- (A). $-\frac{1}{3} + \frac{4}{3}i$. (B). $\frac{4}{3} - \frac{1}{3}i$. (C). $\frac{1}{3} + \frac{4}{3}i$. (D). $\frac{4}{3} + \frac{1}{3}i$.

Lời giải:

Câu 7: Trên mặt phẳng Oxy cho các điểm như hình bên. Điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$ là

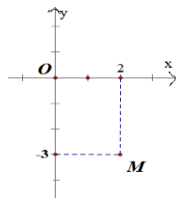


- (A). điểm N . (B). điểm Q . (C). điểm M . (D). điểm P .

Lời giải:



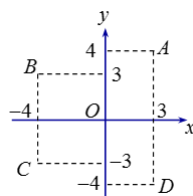
Câu 8: Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- ☐ A. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.
☐ B. Phần thực là 2 và phần ảo là -3 .
☐ C. Phần thực là 2 và phần ảo là $-3i$.
☐ D. Phần thực là -3 và phần ảo là 2 .

Lời giải:

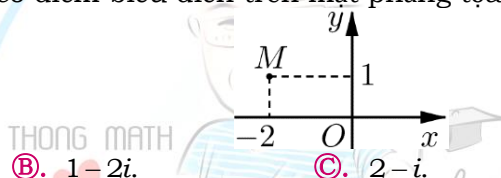
Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = -4 + 3i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm A, B, C, D ?



- ☐ A. Điểm C .
☐ B. Điểm A .
☐ C. Điểm D .
☐ D. Điểm B .

Lời giải:

Câu 10: Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình vẽ?



- ☐ A. $-2 + i$.
☐ B. $1 - 2i$.
☐ C. $2 - i$.
☐ D. $-1 + 2i$.

Lời giải:

Câu 11: Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn số phức z .



Số phức $\bar{z}$ bằng

- ☐ A. $2 + 3i$.
☐ B. $3 + 2i$.
☐ C. $2 - 3i$.
☐ D. $3 - 2i$.

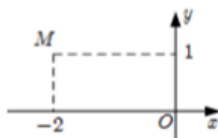
Lời giải:

Câu 12: Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khi đó M là điểm biểu diễn cho số phức nào dưới đây?

- ☐ A. $-i$.
☐ B. $1 - i$.
☐ C. $2 - 2i$.
☐ D. $1 + i$.

Lời giải:

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z .



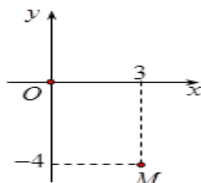
Kết quả $(1 + z)^2$ bằng

- ☐ A. $2 - 2i$.
☐ B. $-2i$.
☐ C. $-1 + i$.
☐ D. $2i$.

Lời giải:



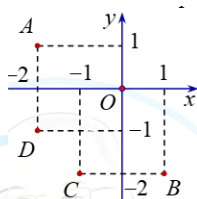
- Câu 14:** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 2i$. Tọa độ điểm đối xứng với M qua trục Oy là
- Ⓐ. $(-3; -2)$. Ⓑ. $(3; 2)$. Ⓒ. $(-3; 2)$. Ⓓ. $(3; -2)$.
- Câu 15:** Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- Ⓐ. Phần thực là -4 và phần ảo là 3 Ⓑ. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$
 Ⓒ. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 Ⓓ. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$

Lời giải:

- Câu 16:** Cho bốn điểm A, B, C, D trên hình vẽ biểu diễn 4 số phức khác nhau. Chọn mệnh đề **sai**.



- Ⓐ. B là biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$ Ⓑ. D là biểu diễn số phức $z = -1 - 2i$
 Ⓒ. C là biểu diễn số phức $z = -1 - 2i$ Ⓓ. A là biểu diễn số phức $z = -2 + i$

Lời giải:

- Câu 17:** Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z = 1 - 3i$ và $w = -2 + i$ trên mặt phẳng tọa độ. Tính độ dài đoạn thẳng AB .
- Ⓐ. $\sqrt{13}$ Ⓑ. 5 Ⓒ. $\sqrt{5}$ Ⓓ. 3

Lời giải:

- Câu 18:** Cho A, B, C tương ứng là các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = -2 + 5i$, $z_3 = 2 + 4i$. Số phức z biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là
- Ⓐ. $-1 + 7i$ Ⓑ. $5 + i$ Ⓒ. $1 + 5i$ Ⓓ. $3 + 5i$

Lời giải:

- Câu 19:** Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 3 - 2i$, $z_3 = -3 - 2i$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- Ⓐ. B và C đối xứng nhau qua trục tung
 Ⓑ. Trọng tâm của tam giác ABC là điểm $G\left(1; \frac{2}{3}\right)$
 Ⓒ. A và B đối xứng nhau qua trục hoành
 Ⓓ. A, B, C nằm trên đường tròn tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{13}$.

Lời giải:

- Câu 20:** Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 2$, $z_2 = 4i$, $z_3 = 2 + 4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Tính diện tích tam giác ABC .
- Ⓐ. 8 Ⓑ. 2 Ⓒ. 6 Ⓓ. 4

Lời giải:



BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.B	5.A	6.A	7.B	8.B	9.D	10
11.C	12.B	13.B	14.A	15.C	16.B	17.B	18.B	19.B	20.D



Lớp toàn thủng Thông Đình Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

PHẦN ĐỀ BTRL CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC CB - VDT – TMI

Câu 1: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức $w = z + i\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?
 (A). $P(-3;3)$. (B). $M(3;3)$. (C). $Q(3;2)$. (D). $N(2;3)$.

Lời giải: Đáp án: B

Câu 2: Cho hai số phức $z_1 = a + 2i$ và $z_2 = 1 - bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Phần ảo của số phức $\bar{z}_1 + z_2$ bằng
 (A). $-2 - b$. (B). $(-2 - b)i$. (C). $a + 1$. (D). $2 - b$.

Lời giải: Đáp án: D

Câu 3: Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $z = (z_1 + 3)(z_2 - 1)$ bằng
 (A). -16 . (B). $12i$. (C). $-16i$. (D). 12 .

Lời giải: Đáp án: C

Câu 4: Thực hiện phép tính $(3 - 4i)3i$ được kết quả là
 (A). $12 + 9i$. (B). $9 - 12i$. (C). $9 + 12i$. (D). $12 - 9i$.

Lời giải: Đáp án: B

Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng
 (A). $-14 + 33i$. (B). $23 - 6i$. (C). $26 - 15i$. (D). $7 - 30i$.

Lời giải: Đáp án: B

Câu 6: Tìm số phức z thỏa mãn: $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$.
 (A). $z = \frac{2}{3} - 4i$. (B). $z = \frac{2}{3} + 4i$. (C). $z = -\frac{2}{3} + 4i$. (D). $z = -\frac{2}{3} - 4i$.

Lời giải: Đáp án: C

Câu 7: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 2 - 3i$. Tính giá trị biểu thức $T = |iz_1 + 2z_2|^2$.
 (A). $T = 25$. (B). $T = 1$. (C). $T = 9$. (D). $T = 16$.

Lời giải: Đáp án: C

Câu 8: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 + |\bar{z}|^2 = 50$ và $z + \bar{z} = 8$?



A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Câu 9: Tìm các số thực x, y biết $(2x - y) + (2y + x)i = (x - y + 1) + (x + y - 2)i$.

A. $x = 1, y = 2$.

B. $x = 2, y = -1$.

C. $x = 1, y = -2$.

D. $x = -2, y = 1$.

Lời giải:

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $iz = 1 + 3i$. Modun của z bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 2.

D. 4.

Lời giải:

Câu 11: Số phức nghịch đảo của số phức $z = 3 - 4i$ là

A. $3 + 4i$.

B. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$.

C. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$.

D. $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

Lời giải:

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $(-1 + 3i)z = 1 + 7i$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. -6.

B. 3.

C. -3.

D. 1.

Lời giải:

Câu 13: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)z + 1 - i = 2 + 2i$. Số phức liên hợp của z là

A. 1.

B. $2 - i$.

C. $2 + i$.

D. $-2 - 4i$.

Lời giải:

Câu 14: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

A. $-\frac{4}{13}$.

B. $\frac{4}{13}$.

C. $\frac{7}{13}$.

D. $-\frac{4}{13}i$.

Lời giải:

Câu 15: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức liên hợp của $z = \frac{z_2}{z_1}$.

A. $\bar{z} = 1 + i$.

B. $\bar{z} = 1 - i$.

C. $\bar{z} = -1 - i$.

D. $\bar{z} = -1 + i$.

Lời giải:

Câu 16: Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = -2 + i$ phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

A. $-\frac{4}{5}$.

B. $-\frac{7}{5}i$.

C. $-\frac{7}{5}$.

D. $-\frac{4}{5}i$.

Lời giải:



Câu 17: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - 2\bar{z} = -1 + 6i$. Giá trị $a + b$ bằng

- Ⓐ. 3. Ⓑ. -3. Ⓒ. 2. Ⓓ. -1.

Lời giải:

Câu 18: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\bar{z}_1 = 4, |z_2| = 3$. Giá trị biểu thức $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- Ⓐ. 25. Ⓑ. 7. Ⓒ. 19. Ⓓ. 13.

Lời giải:

Câu 19: Giá trị thực của x và y sao cho $3x + 2 + (2y - 1)i = -1 + 5i$ là

- Ⓐ. $x = -\frac{1}{3}$ và $y = 1$. Ⓑ. $x = -1$ và $y = 2$. Ⓒ. $x = \frac{1}{3}$ và $y = 2$. Ⓓ. $x = -1$ và $y = 3$.

Lời giải:

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $z(1 - 2i) + i\bar{z} = 15 + i$. Tìm môđun của số phức z

- Ⓐ. $|z| = 2\sqrt{5}$. Ⓑ. $|z| = 5$. Ⓒ. $|z| = 2\sqrt{3}$. Ⓓ. $|z| = 4$.

Lời giải:

Câu 21: Biết $M(1; -2)$ và $N(2; 3)$ lần lượt là hai điểm biểu diễn cho hai số phức z_1 và z_2 trên mặt phẳng tọa độ Oxy. Khi đó, số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

- Ⓐ. $1 + 5i$. Ⓑ. $8 - i$. Ⓒ. $2 - 6i$. Ⓓ. $3 + i$.

Lời giải:

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $z + 5 = (z - 2)i$. Môđun của số phức đã cho bằng

- Ⓐ. $\frac{\sqrt{55}}{2}$. Ⓑ. $\frac{\sqrt{57}}{2}$. Ⓒ. $\frac{\sqrt{53}}{2}$. Ⓓ. $\frac{\sqrt{58}}{2}$.

Lời giải:

Câu 23: Cho số phức $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Số phức $1 + z + z^2$ bằng

- Ⓐ. 0. Ⓑ. 1. Ⓒ. $2 - i\sqrt{3}$. Ⓓ. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Lời giải:

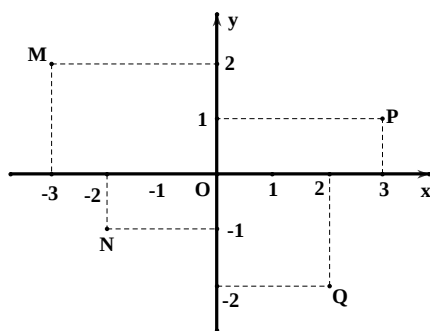
Câu 24: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $w = 2iz + (1 + 2i)\bar{z}$ bằng

- Ⓐ. $-\frac{8}{5}i$. Ⓑ. $-\frac{3}{5}$. Ⓒ. $\frac{3}{5}$. Ⓓ. $-\frac{8}{5}$.

Lời giải:



Câu 25: Các điểm M, N, P, Q trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn lần lượt của các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 . Khi đó $w = 3z_1 + z_2 + z_3 + z_4$ bằng



A. $w = 6 + 4i$.

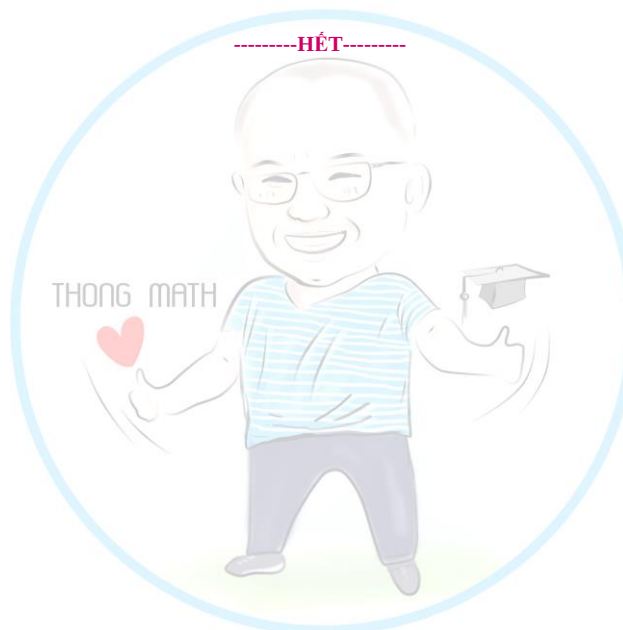
B. $w = -6 + 4i$.

C. $w = 4 - 3i$.

D. $w = 3 - 4i$.

Lời giải:

.....



BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.A	5.D	6.B	7.A	8.C	9.C	10.A
11.D	12.D	13.B	14.B	15.B	16.C	17.A	18.D	19.D	20.B
21.B	22.D	23.A	24.D	25.B					





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 – CHƯƠNG 4

Lớp toán thầy Thông Đình Đình: ——— **DAY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT** ———

PHẦN ĐỀ BTRL CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC VDT – TM2

Câu 1: Giả sử a, b là hai số thực thỏa mãn $2a + (b - 3)i = 4 - 5i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị của a, b bằng

- (A). $a = 1, b = 8$. (B). $a = 8, b = 8$. (C). $a = 2, b = -2$. (D). $a = -2, b = 2$.

Lời giải:

Câu 2: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

- (A). 1. (B). 11. (C). $12i$. (D). 12.

Lời giải:

Câu 3: Phần ảo của số phức $z = 5 + 2i - (1 + i)^3$ bằng:

- (A). 0. (B). 7. (C). -7 . (D). $\sqrt{7}$.

Lời giải:

Câu 4: Số phức $z = (2 - 3i) - (-5 + i)$ có phần ảo bằng

- (A). $-2i$. (B). $-4i$. (C). -4 . (D). -2 .

Lời giải:

Câu 5: Tìm các số thực a và b thỏa mãn $4ai + (2 - bi)i = 1 + 6i$ với i là đơn vị ảo.

- (A). $a = -\frac{1}{4}, b = -6$. (B). $a = -\frac{1}{4}, b = 6$. (C). $a = 1, b = 1$. (D). $a = 1, b = -1$.

Lời giải:

Câu 6: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- (A). $z = 1 - 10i$. (B). $z = 5 - 4i$. (C). $z = 3 - 10i$. (D). $z = 3 + 3i$.

Lời giải:

Câu 7: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Giá trị của biểu thức $\overline{z_1} + iz_2$ bằng

- (A). $2 - 2i$. (B). $2i$. (C). 2. (D). $2 + 2i$.

Lời giải:

Câu 8: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa $(1 + i)z + 2\overline{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- (A). $P = 1$. (B). $P = -1$. (C). $P = -\frac{1}{2}$. (D). $P = \frac{1}{2}$.

Lời giải:



Câu 9: Nếu hai số thực x, y thỏa mãn $x(3+2i) + y(1-4i) = 1+24i$ thì $x-y$ bằng?

- Ⓐ. 3. Ⓑ. -3. Ⓒ. -7. Ⓓ. 7.

Lời giải:

Câu 10: Cho $a, b \in \mathbb{R}$ và thỏa mãn $(a+bi)i - 2a = 1+3i$, với i là đơn vị ảo. Giá trị $a-b$ bằng

- Ⓐ. 4 Ⓑ. -10 Ⓒ. -4 Ⓓ. 10

Lời giải:

Câu 11: Số phức z thỏa mãn $2z - 3(1+i) = iz + 7 - 3i$ là

- Ⓐ. $z = 4 - 2i$. Ⓑ. $z = 4 + 2i$. Ⓒ. $z = \frac{14}{5} - \frac{8}{5}i$. Ⓓ. $z = \frac{14}{5} + \frac{8}{5}i$.

Lời giải:

Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} + (1-i)z = 9 - 2i$. Tìm mô đun của z .

- Ⓐ. $|z| = \sqrt{21}$. Ⓑ. $|z| = 7$. Ⓒ. $|z| = \sqrt{7}$. Ⓓ. $|z| = \sqrt{29}$.

Lời giải:

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} + (1-i)z = 9 - 2i$. Tìm mô đun của z .

- Ⓐ. $|z| = \sqrt{21}$. Ⓑ. $|z| = 7$. Ⓒ. $|z| = \sqrt{7}$. Ⓓ. $|z| = \sqrt{29}$.

Lời giải:

Câu 13: Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1-i)\bar{z} = -2i$ bằng

- Ⓐ. 6 Ⓑ. -2 Ⓒ. 2 Ⓓ. -6

Lời giải:

Câu 14: Cho số phức z thỏa mãn $3\bar{z} + (1+i)z = 1 - 5i$. Tìm mô đun của z

- Ⓐ. $|z| = 5$ Ⓑ. $|z| = \sqrt{5}$ Ⓒ. $|z| = \sqrt{13}$ Ⓓ. $|z| = \sqrt{10}$

Lời giải:

Câu 15: Cho số phức z thỏa mãn $z + (2+i)\bar{z} = 3 + 5i$. Tính mô đun của số phức z .

- Ⓐ. $|z| = 13$. Ⓑ. $|z| = 5$. Ⓒ. $|z| = \sqrt{13}$. Ⓓ. $|z| = \sqrt{5}$.

Lời giải:



Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $z + 2i\bar{z} = 1 + 17i$. Khi đó $|z|$ bằng:

- Ⓐ. $|z| = 6$. Ⓑ. $|z| = \sqrt{146}$. Ⓒ. $|z| = 10$. Ⓓ. $|z| = \sqrt{58}$.

Lời giải:

Câu 17: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{5(\bar{z} + i)}{z + 1} = 2 - i$. Mô đun của số phức $w = 1 + z + z^2$ bằng

- Ⓐ. $\sqrt{2}$. Ⓑ. 13. Ⓒ. 2. Ⓓ. $\sqrt{13}$.

Lời giải:

Câu 18: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = |z + 1 - 2i|$ và $|z + 4 - 2i| = 3\sqrt{2}$?

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 1. Ⓒ. 0. Ⓓ. 2.

Lời giải:

Câu 19: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1, |z_1 + z_2| = \sqrt{3}$. Tính $|z_1 - z_2|$:

- Ⓐ. 1. Ⓑ. 2. Ⓒ. 3. Ⓓ. 4.

Lời giải:

-----HẾT-----
BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.C	5.C	6.B	7.C	8.B	9.D	10.D
11.B	12.D	13.D	14.A	15.D	16.A	17.B	18.D	19.B	20.A



BÀI TOÁN QUỸ TÍCH (TẬP HỢP ĐIỂM NC)

A – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Xét số phức $z = x + yi$, ($x; y \in \mathbb{R}$). Điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z .

Khi đó quỹ tích điểm $M(x; y)$ được biểu thị dưới dạng phương trình các đường cong thường gặp

Một số phương trình đường cong (đường thẳng) thường gặp

Một số phương trình đường cong (đường thẳng) thường gặp

- ✓ Đường thẳng Δ : $ax + by + c = 0$.
- ✓ Đặc biệt: $y = 0$ (trục ảo), $x = 0$ (trục thực).
- ✓ Parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

- ✓ Đường tròn (C): $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b)$ và bán kính R .

Xét tập hợp biểu diễn số phức z có dạng $|z + c| + |z - c| = k$, ($c > 0; k > 0$)

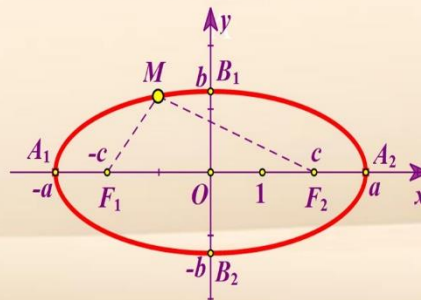
Khi đó với $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ ta có $MF_1 + MF_2 = k$

- ✓ Nếu $MF_1 + MF_2 = k = 2c = F_1F_2$ thì quỹ tích điểm M thuộc "đoạn thẳng" F_1F_2 .

- ✓ Nếu $MF_1 + MF_2 = k > 2c = F_1F_2$ thì quỹ tích điểm M thuộc "Élip"

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0).$$

Với trục lớn $A_1A_2 = 2a = k$ và trục bé $B_1B_2 = 2b$. Với $b^2 = a^2 - c^2$.



B – VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1

Tập hợp tất cả các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z^2 = (\bar{z})^2$

Lời giải: Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$.

$$z^2 = (\bar{z})^2 \Leftrightarrow (x + yi)^2 = (x - yi)^2 \Leftrightarrow 2xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z gồm cả trục tung và trục hoành.

Ví dụ 2

Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z sao cho $|z - 2i| = 1$.

Lời giải: Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$|z - 2i| = 1 \Leftrightarrow |x + yi - 2i| = 1 \Leftrightarrow |x + (y - 2)i| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 1$$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn tâm $I(0; 2)$, bán kính $R = 1$.

Ví dụ 3

Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z tạo thành một hình phẳng. Tính diện tích S của hình phẳng đó.

Lời giải: Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$Ta\ có\ 3 \leq |z - 3i + 1| \leq 5 \Leftrightarrow 3 \leq |a + bi - 3i + 1| \leq 5 \Leftrightarrow 9 \leq (a - 3)^2 + (b + 1)^2 \leq 25.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn của z là hình vành khăn giới hạn bởi hai đường tròn có tâm $I(3; -1)$ bán kính lần lượt là 3 và 5.

$$Vi\ vậy\ S = \pi(5^2 - 3^2) = 16\pi.$$

Ví dụ 4

Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i|$.

Lời giải: Gọi số phức $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$$Ta\ có\ 2|z - i| = |z - \bar{z} + 2i| \Leftrightarrow 2|x + (y - 1)i| = |2(y + 1)i| \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = (y + 1)^2 \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{4}.$$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn bài ra là một Parabol

Ví dụ 5

Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 4| + |z - 4| = 10$

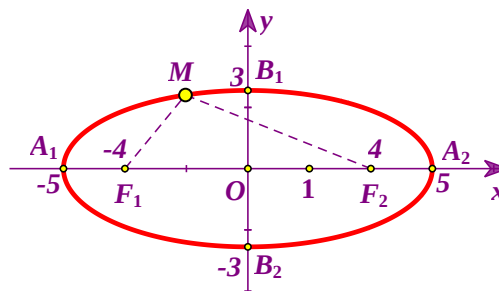
Lời giải: Gọi $M(x; y)$ biểu diễn của số phức $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$F_1(-4; 0)$ là điểm biểu diễn của số phức $-4 + 0i$ và $F_2(4; 0)$ là điểm biểu diễn của số phức $4 + 0i$.

$$|z + 4| + |z - 4| = 10 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10.$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là Elip (E) nhận F_1 và F_2 làm hai tiêu điểm có phương

$$\text{trình } (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1. (E) \text{ có các đỉnh } A_1(-5; 0), A_2(5; 0), B_1(0; 3), B_2(0; -3).$$



Ví dụ 6

Tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $z \cdot \bar{z} + (z - \bar{z})^2 = 9$.

Lời giải: Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow$ Điểm biểu diễn của số phức z là: $M(x; y)$.

$$z \cdot \bar{z} + (z - \bar{z})^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + (2yi)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 - 3y^2 = 9 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1.$$

Ví dụ 7

Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó

Lời giải:

Cách 1: Ta có $w = 3 - 2i + (2 - i)z \Leftrightarrow z = \frac{w - 3 + 2i}{2 - i}$. Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Khi đó $z = \frac{x + yi - 3 + 2i}{2 - i}$.

Ta có $|z| = 2 \Rightarrow \left| \frac{x + yi - 3 + 2i}{2 - i} \right| = 2 \Leftrightarrow \frac{|x - 3 + (y + 2)i|}{|2 - i|} = 2 \Leftrightarrow \frac{|x - 3 + (y + 2)i|}{\sqrt{5}} = 2$

$$\Leftrightarrow |x - 3 + (y + 2)i| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = (2\sqrt{5})^2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Cách 2: Ta có $w = 3 - 2i + (2 - i)z \Leftrightarrow w - 3 + 2i = (2 - i)z \Rightarrow |w - 3 + 2i| = |2 - i||z| = 2\sqrt{5}$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (2 - i)z$ là một đường tròn tâm $I(3; -2)$ có bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

Ví dụ 8

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn

$$|z - i| = |(1 + i)z|$$

Lời giải: Giả sử $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo bài ra

$$|z - i| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow |x + (y - 1)i| = |(x - y) + (x + y)i| \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = (x - y)^2 + (x + y)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Ví dụ 9

Tìm tất cả các số phức z thỏa điều kiện $|z + 2i| = \sqrt{5}$ và điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ thuộc đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$.

Lời giải: Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có:
$$\begin{cases} |z + 2i| = \sqrt{5} \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y + 2)^2 = 5 \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 4y - 1 = 0 \\ y = 3 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 20x + 20 = 0 \\ y = 3 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}. \text{ Vậy } z = 2 - i.$$

Ví dụ 10

Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = 2$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (2 - i)z - 3i + 5$ là một đường tròn. Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn trên.

Lời giải: Ta có: $w = (2 - i)z - 3i + 5 \Leftrightarrow w = (2 - i)(z + 1 - 3i) + 6 + 4i$

$$\Leftrightarrow w - 6 - 4i = (2 - i)(z + 1 - 3i)$$

$$\Rightarrow |w - 6 - 4i| = |(2 - i)(z + 1 - 3i)| = 2\sqrt{5}$$



Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

$$|w - 6 - 4i| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |(x - 6) + (y - 4)i| = 2\sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow (x - 6)^2 + (y - 4)^2 = (2\sqrt{5})^2$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số w là đường tròn tâm $I(6; 4)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

B – BÀI TẬP RÈN LUYỆN



Lớp toán thầy Thông Đình Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT — PHẦN ĐỀ BTRL TÌM TẬP HỢP ĐIỂM CỦA SỐ PHỨC VD – TMI

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn số phức $1 + 2i$ và $-2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ. Tam giác OAB tù. Ⓑ. Tam giác OAB đều.
Ⓒ. Tam giác OAB vuông và không cân. Ⓓ. Tam giác OAB vuông cân.

Lời giải:

Câu 2: Trong mặt phẳng phức, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 3| = |\bar{z} - i|$ là đường thẳng d . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến d

- Ⓐ. $\frac{4}{\sqrt{10}}$. Ⓑ. $\frac{2}{5}$. Ⓒ. 1. Ⓓ. $\frac{2}{\sqrt{10}}$.

Lời giải:

Câu 3: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|2z - 1| = 1$ là

- Ⓐ. Một đường thẳng. Ⓑ. Đường tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}$.
Ⓒ. Một đoạn thẳng. Ⓓ. Đường tròn có bán kính bằng 1.

Lời giải:



Câu 4: Cho hai số phức phân biệt z_1 và z_2 . Hỏi trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z là một đường thẳng nếu điều kiện nào dưới đây được thỏa mãn?

- Ⓐ. $|z - z_1| + |z - z_2| = |z_1 - z_2|$. Ⓑ. $|z - z_2| = 1$.
 Ⓒ. $|z - z_1| = 1$. Ⓓ. $|z - z_1| = |z - z_2|$.

Lời giải:

Câu 5: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 4$ là đường tròn có bán kính bằng:

- Ⓐ. 2. Ⓑ. 8. Ⓒ. 6. Ⓓ. 4.

Lời giải:

Câu 6: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M là điểm biểu diễn hình học của số phức $z = -1 + 2i$ và α là góc lượng giác có tia đầu Ox , tia cuối OM . Tính $\tan 2\alpha$.

- Ⓐ. $-\frac{3}{4}$. Ⓑ. -1 . Ⓒ. $-\frac{4}{3}$. Ⓓ. $\frac{4}{3}$.

Lời giải:

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa điều kiện $|z - 3 + 2i| = |1 + 2i|$

- Ⓐ. Đường thẳng vuông góc với trục Ox .



- Ⓑ. Đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=5$.
- Ⓒ. Đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.
- Ⓓ. Đường thẳng vuông góc với trục Oy .

Lời giải:

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn: $|z-i| \leq 1$

- Ⓐ. Hình tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=2$. Ⓑ. Hình tròn tâm $I(0;-1)$, bán kính $R=1$.
- Ⓒ. Hình tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=1$. Ⓓ. Hình tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R=1$.

Lời giải:

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+2+i| = |\bar{z}-3i|$ là đường thẳng có phương trình là

- Ⓐ. $y = x + 1$. Ⓑ. $y = -x + 1$. Ⓒ. $y = x - 1$. Ⓓ. $y = -x - 1$.

Lời giải:

Câu 10: Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w thỏa mãn $|w - z_1| = |w - z_2|$ là đường thẳng có phương trình

- Ⓐ. $x - y = 0$. Ⓑ. $x = 0$. Ⓒ. $x + y = 0$. Ⓓ. $y = 0$.

Lời giải:

Câu 11: Xét các số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- Ⓐ. $(1;-1)$. Ⓑ. $(-1;-1)$. Ⓒ. $(-1;1)$. Ⓓ. $(1;1)$.

Lời giải:



Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=3-2i+(2-i)z$ là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó bằng

Ⓐ. $2\sqrt{5}$. Ⓑ. 7. Ⓒ. 20. Ⓓ. $\sqrt{7}$.

Lời giải:

Câu 13: Xét số phức z thỏa mãn $(\bar{z}+2i)(z-2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có tâm là điểm nào dưới đây?

Ⓐ. $Q(2;2)$. Ⓑ. $M(1;1)$. Ⓒ. $P(-2;-2)$. Ⓓ. $N(-1;-1)$.

Lời giải:

Câu 14: Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=5$ là:

Ⓐ. Một điểm. Ⓑ. Một đường tròn. Ⓒ. Một đường thẳng. Ⓓ. Một đường elip.

Lời giải:



Câu 15: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 5| + |z - 5| = 8$ là

- Ⓐ. Elip. Ⓑ. Đường tròn. Ⓒ. Đường thẳng. Ⓓ. $\emptyset$.

Lời giải:

Câu 16: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là

- Ⓐ. $I(2; -1); R = 4$. Ⓑ. $I(-2; -1); R = 2$. Ⓒ. $I(-2; -1); R = 4$. Ⓓ. $I(2; -1); R = 2$.

Lời giải:

Câu 17: Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z - i| = 3$ và $|z - 6| + |z + 6| = 12$?

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 1. Ⓒ. 2. Ⓓ. 4.

Lời giải:

Câu 18: Cho $z \in \mathbb{C}, |z - 2 + 3i| = 5$. Biết rằng tập hợp biểu diễn số phức $w = i\bar{z} + 12 - i$ là một đường tròn có bán kính R . Bán kính R là

- Ⓐ. $2\sqrt{5}$. Ⓑ. $3\sqrt{5}$. Ⓒ. 5. Ⓓ. $\sqrt{5}$.

Lời giải:



- Câu 19:** Kí hiệu A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của các số phức $z_1 = 1 + i; z_2 = (1 + i)^2, z_3 = a - i, a \in \mathbb{R}$. Để tam giác ABC vuông tại B thì giá trị của a là:
- Ⓐ. $a = 3$. Ⓑ. $a = -1$. Ⓒ. $a = -3$. Ⓓ. $a = 1$.

Lời giải:

- Câu 20:** Trong mặt phẳng Oxy , Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = i, z_2 = 1 + 3i, z_3 = a + ai (a \in \mathbb{R})$. Biết rằng có hai giá trị thực của a là a_1 và a_2 để tam giác ABC có diện tích bằng 5. Tính giá trị của biểu thức $P = a_1 \cdot a_2$.
- Ⓐ. $P = -99$. Ⓑ. $P = 99$. Ⓒ. $P = -24$. Ⓓ. $P = 24$.

Lời giải:

THÔNG MATH

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.D	5.A	6.D	7.C	8.D	9.C	10.D
11.B	12.A	13.B	14.B	15.D	16.C	17.C	18.D	19.C	20.A





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 – CHƯƠNG 4

Lớp toán thầy Thông Định Định: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT — PHẦN ĐỀ BTRL TÌM TẬP HỢP ĐIỂM CỦA SỐ PHỨC VD – TM2

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + i)^2$ là điểm nào dưới đây?
 (A). $P(0; -2)$. (B). $Q(2; 0)$. (C). $N(1; 2)$. (D). $M(0; 2)$.

Lời giải:

Câu 2: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^3$ là điểm nào dưới đây?
 (A). $P(11; 2)$. (B). $Q(-11; 2)$. (C). $N(11; -2)$. (D). $M(-11; -2)$.

Lời giải:

Câu 3: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (2 + 3i)^2$ là điểm nào dưới đây?
 (A). $P(5; 12)$. (B). $Q(-5; -12)$. (C). $N(12; -5)$. (D). $M(-5; 12)$.

Lời giải:

Câu 4: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 3i)^2$ là điểm nào dưới đây?
 (A). $P(8; -6)$. (B). $Q(-8; -6)$. (C). $N(6; -8)$. (D). $M(-8; 6)$.

Lời giải:

Câu 5: Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = (1 - 3i)(2 + i)$ là điểm nào dưới đây?
 (A). $P(5; -5)$. (B). $Q(-5; 5)$. (C). $N(5; 5)$. (D). $M(-1; -5)$.

Lời giải:

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho M , N , P lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $2 + 3i$, $1 - 2i$ và $-3 + i$. Tìm tọa độ điểm Q sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
 (A). $Q(0; 2)$. (B). $Q(6; 0)$. (C). $Q(-2; 6)$. (D). $Q(-4; -4)$.

Lời giải:



- Câu 7:** Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=(1-3i)^2+2i$ trên mặt phẳng tọa độ, giá trị của biểu thức $P=x-2y$ là
- (A).** $P=-16$. **(B).** $P=-12$. **(C).** $P=0$. **(D).** $P=-4$.

Lời giải:

- Câu 8:** Trong mặt phẳng Oxy , điểm A, B lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $1-2i, 3-2i$. Trung điểm D của đoạn thẳng AB là điểm biểu diễn số phức z nào sau đây?
- (A).** $z=4-4i$. **(B).** $z=2-2i$. **(C).** $z=2$. **(D).** $z=-1+i$.

Lời giải:

- Câu 9:** Cho số phức z thỏa mãn $z+18-3i=2i\bar{z}$. Điểm biểu diễn hình học của số phức z có tọa độ
- (A).** $(4;-11)$. **(B).** $(-4;-11)$. **(C).** $(4;11)$. **(D).** $(-4;11)$.

Lời giải:

- Câu 10:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó $P=a^2+b^2-c^2$ có giá trị bằng
- (A).** 45. **(B).** 42. **(C).** 44. **(D).** 43.

Lời giải:

- Câu 11:** Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|iz+2+i|=5$. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của số phức z là một đường tròn có tâm $I(a;b)$. Tính $P=1+a-2b$.
- (A).** $P=6$. **(B).** $P=-4$. **(C).** $P=5$. **(D).** $P=-3$.

Lời giải:



Câu 12: Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|iz - 1 + 2i| = 4$ là một đường tròn.

Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- Ⓐ. $I(1;2)$. Ⓑ. $I(-1;-2)$. Ⓒ. $I(2;1)$. Ⓓ. $I(-2;-1)$.

Lời giải:

Câu 13: Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa $|z + 2i| = 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z là đường tròn tâm $I(a;b)$. Tìm $a + b$.

- Ⓐ. 3 . Ⓑ. -3. Ⓒ. 2. Ⓓ. -2.

Lời giải:

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2 + i)| = 3$ là

- Ⓐ. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. Ⓑ. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$.
Ⓒ. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 0$. Ⓓ. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

Lời giải:

Câu 15: biểu diễn số phức z là đường tròn $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' là đường tròn nào sau đây?

- Ⓐ. $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$. Ⓑ. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 4$.
Ⓒ. $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$. Ⓓ. $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 16$.

Lời giải:



- Câu 16:** Cho số phức thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn cho số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.
- Ⓐ. $I(-1;0)$. Ⓑ. $I(0;-1)$. Ⓒ. $I(1;0)$. Ⓓ. $I(0;1)$.

Lời giải:

- Câu 17:** Cho số phức z thỏa $|z - 1 + 2i| = 2$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = 3 - 2i + (4 - 3i)z$ trong mặt phẳng Oxy là một đường tròn. Đường tròn này có tâm I , bán kính r
- Ⓐ. $I(1;-13), r = 20$ Ⓑ. $I(-1;13), r = 20$ Ⓒ. $I(-1;13), r = 10$ Ⓓ. $I(1;-13), r = 10$

Lời giải:

- Câu 18:** Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 1$. Hỏi tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + 2i)z$ là đường tròn tâm I tọa độ thế nào?
- Ⓐ. $I(-4;-3)$. Ⓑ. $I(4;3)$. Ⓒ. $I(3;4)$. Ⓓ. $I(-3;-4)$.

Lời giải:

- Câu 19:** Trên mặt phẳng phức, tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + mi| \geq |(1 - i)z|$ là đường cong khép kín (C). Giá trị dương của m để diện tích (C) bằng 8π là
- Ⓐ. $m = 8$. Ⓑ. $m = 2\sqrt{2}$. Ⓒ. $m = 2$. Ⓓ. $m = 1$.

Lời giải:



Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$. Biết điểm biểu diễn của số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ nằm trên đường tròn tâm I , bán kính R . Khi đó:

Ⓐ. $I(-1;-2); R=5$. Ⓑ. $I(1;2); R=5$. Ⓒ. $I(-1;2); R=5$. Ⓓ. $I(1;-2); R=5$.

Lời giải:

-----HẾT-----

THÔNG MATH

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2	3.D	4.D	5.A	6.C	7.C	8.B	9.C	10.C
11.B	12.D	13.D	14.D	15.C	16.D	17.D	18.A	19.C	20.C



PHẦN

II

$$i^2 = -1$$



THONG MATH

4

thông minh

$$z = a + bi$$

SỐ PHỨC



Thông Đình Đình



Thông Bùi



ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 – CHƯƠNG 4

Lớp toán thầy Thông Đình Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

BÀI 3 – PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI SỐ PHỨC

A - KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Căn bậc hai của số phức: $z = a + bi$, ($a; b \in \mathbb{R}$)

$$w = x + yi \text{ là căn bậc hai của } z = a + bi \xrightarrow{w^2=z} \begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b \end{cases}$$

Giải hệ tìm $x; y$ ($x; y \in \mathbb{R}$)

✓ Nếu $z = a > 0 \rightarrow z$ có hai căn bậc hai là $\pm\sqrt{a}$.

✓ Nếu $z = a < 0 \rightarrow z$ có hai căn bậc hai là $\pm i\sqrt{|a|}$

2. Phương trình bậc hai với hệ số thực: $Az^2 + Bz + C = 0$ (*)

Kết

$$\Delta = B^2 - 4AC$$

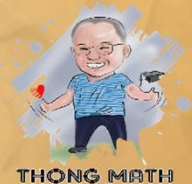
✓ Nếu $\Delta = 0 \Rightarrow$ phương trình (*) có một nghiệm kép $z_{1,2} = -\frac{B}{2A}$

✓ Nếu $\Delta \neq 0 \Rightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt

$$z_1 = \frac{-B - \partial}{2A}; z_2 = \frac{-B + \partial}{2A}$$

Với ∂ là một căn bậc hai của Δ .

Khi đó: $z_1 = \overline{z_2}; z_2 = \overline{z_1}$.



Chú ý: Có thể tính theo $\Delta' = B'^2 - A.C$; ($A; B; C \in \mathbb{R}$)

3. Hệ thức Viét: Kết phương trình $Az^2 + Bz + C = 0$ (*)

Với $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình (*) ta có

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{B}{A} \\ z_1 \cdot z_2 = \frac{C}{A} \end{cases}$$



B – VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1

Gọi hai căn bậc hai của số phức -8 là w_1 và w_2 . Tính $S = 2w_1^2 - w_2^2 + 3w_1w_2$.

Lời giải: Ta có: $-8 = 8i^2$ nên hai căn bậc hai của nó là $2\sqrt{2}i$ và $-2\sqrt{2}i$

Do đó: $S = 2w_1^2 - w_2^2 + 3w_1w_2 = -8 + 3.8 = 16$.

Ví dụ 2

Tìm các căn bậc 2 của $5 - 12i$.

Lời giải: Ta có:

○ **Cách 1:**

Tìm các căn bậc 2 của $5 - 12i$, tức là đi tìm các số phức $x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) sao cho $(x + yi)^2 = 5 - 12i$

nên ta cần giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ 2xy = -12 \end{cases}$$

Rút y từ phương trình thứ hai thay vào phương trình thứ nhất, ta có:

$$\begin{cases} x^2 - \frac{36}{x^2} = 5 \\ y = -\frac{6}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 5x^2 - 36 = 0 \\ y = -\frac{6}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ y = -\frac{6}{x} \end{cases}$$

Hệ này có 2 nghiệm: $(3; -2)$ và $(-3; 2)$. Vậy có 2 căn bậc hai của $5 - 12i$ là $3 - 2i$ và $-3 + 2i$.

○ **Cách 2:**

Ta có: $5 - 12i = 9 - 2.2.3i - 4 = 3^2 - 2.2.3i + (2i)^2 = (3 - 2i)^2$.

Từ đó dễ dàng suy ra hai căn bậc hai của $5 - 12i$ là $3 - 2i$ và $-3 + 2i$.

Ví dụ 3

Cho phương trình bậc hai $z^2 + 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Tính giá trị biểu thức $|z_1|^2 + 2|z_2|$.

Lời giải: Ta có: $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + 2i \\ z_2 = -1 - 2i \end{cases}$. Do đó: $|z_1|^2 + 2|z_2| = 5 + 2\sqrt{5}$

Ví dụ 4

Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức (không phải là nghiệm thực) của phương trình $z^3 - 3z^2 + 4z - 12 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = |z_1 - z_2|$.

Lời giải: $z^3 - 3z^2 + 4z - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3 \\ z = \pm 2i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 2i \\ z_2 = -2i \end{cases} \rightarrow P = |z_1 - z_2| = 4$.

Ví dụ 5

Trên tập số phức, phương trình $2z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có hai nghiệm z_1, z_2 . Biết $z_1 = 1 + i$, hãy tính $2z_1 + z_2$.

Lời giải:

Cách 1: Vì $1 + i$ là nghiệm của phương trình nên:

$$2(1+i)^2 + a(1+i) + b = 0 \Leftrightarrow (a+4)i + (a+b) = 0 \Leftrightarrow a = -4 = -b.$$

Do đó: $2z_1 + z_2 = (z_1 + z_2) + z_1 = -\frac{a}{2} + 1 + i = 3 + i$.



Cách 2: Vì $z_1 = 1 + i$ là nghiệm của phương trình nên $z_2 = 1 - i$ cũng là nghiệm của phương trình. Khi đó $2z_1 + z_2 = 3 + i$.

Ví dụ 6

Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = (z_1 - 1)^{2017} + (z_2 - 1)^{2017}$.

Lời giải: Ta có $z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 - i \\ z = 2 + i \end{cases}$. Không mất tính tổng quát, giả sử $z_1 = 2 + i$; $z_2 = 2 - i$.

Suy ra: $P = (z_1 - 1)^{2017} + (z_2 - 1)^{2017} = (1 + i)^{2017} + (1 - i)^{2017}$. Lại có: $(1 + i)^2 = 2i$ và $(1 - i)^2 = -2i$.

Suy ra $P = (1 + i)[(1 + i)^2]^{1008} + (1 - i)[(1 - i)^2]^{1008} = (1 + i)(2i)^{1008} + (1 - i)(-2i)^{1008}$
 $= (1 + i) \cdot 2^{1008} \cdot (-1)^{504} + (1 - i) \cdot 2^{1008} \cdot (-1)^{504} = (1 + i) \cdot 2^{1008} + (1 - i) \cdot 2^{1008} = 2 \cdot 2^{1008} = 2^{2019}$.

Ví dụ 7

Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 \cdot z_2$ bằng:

Lời giải: Ta có $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 \cdot z_2 = (z_1 + z_2)^2 - z_1 \cdot z_2$. Lại có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 \cdot z_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow P = 1 - 1 = 0$.

Ví dụ 8

Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 + z^2 - 20 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$

Lời giải: $z^4 + z^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -5 \\ z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm i\sqrt{5} \\ z = \pm 2 \end{cases}$. $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = |i\sqrt{5}| + |i\sqrt{5}| + |-2| + |2| = 2\sqrt{5} + 4$.



B – BÀI TẬP RIÊN LUYỆN



ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 – CHƯƠNG 4

Lớp thầy Thông Minh Dạy: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

PHẦN ĐỀ BTRL PT BẬC HAI SỐ PHỨC CB – TMI

Câu 1: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Môđun của số phức $w = z_0 - i$ bằng

- (A). 1. (B). $\sqrt{3}$. (C). 3. (D). $\sqrt{5}$.

Lời giải:

Câu 2: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0

- (A). $iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. (B). $iz_0 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. (C). $iz_0 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. (D). $iz_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Lời giải:

Câu 3: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A). $|z_1| + |z_2| = 2$. (B). $|z_1| = |z_2|$. (C). $z_1 z_2 = 3$. (D). $z_1 + z_2 = 2$.

Lời giải:

Câu 4: Giả sử $z_1 = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$, $b < 0$ là một nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$. Tổng $a + b$ bằng

- (A). 2. (B). -2. (C). 4. (D). -1.

Lời giải:



Câu 5: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1^2| + |z_2^2|$ bằng

A. $2\sqrt{34}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải:

Câu 6: Cho z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z_1 z_2$ là điểm nào dưới đây?

A. $C(1; 2)$. **B.** $D(1; -2)$. **C.** $B(5; 0)$. **D.** $A(0; 5)$.

Lời giải:

Câu 7: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$. Khi đó biểu thức $K = |z_1| + |z_2| - |z_1 z_2|$ bằng

A. $-4\sqrt{2}$. **B.** $-8 + 4\sqrt{2}$. **C.** $8 + 4\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải:

Câu 8: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Tìm $w = z_1 + 2z_2$.

A. $w = 3 + 3i$. **B.** $w = 3 - 3i$. **C.** $w = -3 + 3i$. **D.** $w = 3$.

Lời giải:

Câu 9: Ký hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức iz_0 ?

A. $M_1(3; 2)$. **B.** $M_2(2; 3)$. **C.** $M_3(2; -3)$. **D.** $M_4(-3; 2)$.

Lời giải:

Câu 10: Gọi z_0 là nghiệm có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + i$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 2.

Lời giải:



Câu 11: Gọi z_0 là số phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Môđun của số phức $z_0 - 2i$ bằng

- (A). 5. (B). $\sqrt{23}$. (C). $\sqrt{21}$. (D). $\sqrt{26}$.

Lời giải:

Câu 12: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z_0 - i$ có tọa độ là

- (A). $(-3; 2)$. (B). $(2; -3)$. (C). $(5; -2)$. (D). $(-2; -3)$.

Lời giải:

Câu 13: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

- (A). $3\sqrt{2}$. (B). $2\sqrt{3}$. (C). $\dots$ (D). $\sqrt{3}$.

Lời giải:

Câu 14: Kí hiệu z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của $|z_1| \cdot |z_2|$ bằng

- (A). 5. (B). 10. (C). $\frac{5}{2}$. (D). 20.

Lời giải:

Câu 15: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tọa độ điểm biểu diễn của số phức $w = (1 + i)z_0$ là

- (A). $(5; 1)$. (B). $(-1; -5)$. (C). $(1; 5)$. (D). $(-5; -1)$.

Lời giải:



Câu 16: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 8z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ là

Ⓐ. $\frac{5}{2}$. Ⓑ. 2. Ⓒ. $\frac{3}{2}$. Ⓓ. $\frac{5}{4}$.

Lời giải:

Câu 17: Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm là z_1, z_2 . Giá trị của $|z_1 - z_2|$ là

Ⓐ. 6. Ⓑ. 3. Ⓒ. 4. Ⓓ. 2.

Lời giải:

Câu 18: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Giá trị của $\frac{1}{|z_1|} + \frac{1}{|z_2|}$ bằng

Ⓐ. 4. Ⓑ. $\sqrt{2}$. Ⓒ. 1. Ⓓ. $2\sqrt{2}$.

Lời giải:

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Tìm số phức $w = 3z_1 + z_2$.

Ⓐ. $w = -8 + 6i$. Ⓑ. $w = 3 + 6i$. Ⓒ. $w = 8 + 6i$. Ⓓ. $w = 8 - 6i$.

Lời giải:

Câu 20: Xét phương trình $z^2 + bz + c = 0; b, c \in \mathbb{R}$. Biết số phức $z = 3 - i$ là một nghiệm của phương trình. Tính giá trị của biểu thức $P = b + c$.

Ⓐ. $P = 4$. Ⓑ. $P = 16$. Ⓒ. $P = 8$. Ⓓ. $P = 12$.

Lời giải:



Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m^2 = 0$ có nghiệm phức z thỏa mãn $|z| = 2$?

- Ⓐ. 1. Ⓑ. 2. Ⓒ. 4. Ⓓ. 3.

Lời giải:

Câu 22: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $(z_1 + z_2)^2$.

- Ⓐ. 4. Ⓑ. 25 Ⓒ. 16. Ⓓ. 0.

Lời giải:

Câu 23: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 10 = 0$. Tính $S = (z_1 + z_2)^2 - z_1 z_2$

- Ⓐ. -1. Ⓑ. 0. Ⓒ. 1. Ⓓ. 7.

Lời giải:

Câu 24: Biết phương trình $2z^2 + 4z + 3 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Giá trị của $|z_1 z_2 + i(z_1 + z_2)|$ bằng

- Ⓐ. $\sqrt{3}$. Ⓑ. $\frac{5}{2}$. Ⓒ. $\frac{7}{2}$. Ⓓ. 1.

Lời giải:

Câu 25: Tìm tham số thực m để phương trình $z^2 - (7 - m)z + 17 = 0$ nhận số phức $z = 4 - i$ làm một nghiệm.

- Ⓐ. $m = -1$. Ⓑ. $m = 1$. Ⓒ. $m = -2$. Ⓓ. $m = 2$.

Lời giải:



BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.A	4.D	5.C	6.C	7.B	8.A	9.A	10.B
11.D	12.B	13.D	14.B	15.D	16.A	17.A	18.B	19.D	20.A
21.B	22.C	23.A	24.B	25.A					



ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 – CHƯƠNG 4

Lớp thầy Thông Định Định: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —
PHẦN ĐỀ BTRL PT BẬC HAI SỐ PHỨC CB – TM2

Câu 1: Gọi z_1 và z_2 lần lượt là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng
(A). 2. (B). 20. (C). 10. (D). $2\sqrt{5}$.

Lời giải:

Câu 2: Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Biểu thức $|z_1 - z_2|$ có giá trị là
(A). 6. (B). $2i$. (C). 2. (D). $6i$.

Lời giải:

Câu 3: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn z_1 có tọa độ là
(A). $(-2; -1)$. (B). $(2; -1)$. (C). $(-1; -2)$. (D). $(1; -2)$.

Lời giải:

Câu 4: Gọi z_1, z_2 lần lượt là nghiệm phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$. Giá trị của $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$ bằng
(A). 2. (B). $\frac{1}{2}$. (C). -2. (D). $-\frac{1}{2}$.

Lời giải:



Câu 5: Nghiệm của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ trên tập số phức là

A. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i; z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i.$

B. $z = \sqrt{3} + i; z = \sqrt{3} - i.$

C. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i; z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$

D. $z = 1 + \sqrt{3}i; z = 1 - \sqrt{3}i.$

Lời giải:

Câu 6: Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $10\sqrt{3}.$

B. $5\sqrt{2}.$

C. $2\sqrt{10}.$

D. 20.

Lời giải:

Câu 7: Ký hiệu z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của $|z_1| \cdot |z_2|$ bằng

A. 5.

B. $\frac{5}{2}.$

C. 10.

D. 20.

Lời giải:

Câu 8: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 25 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2| + z_1 \cdot z_2$ bằng

A. 31.

B. 37.

C. 33.

D. 35.

Lời giải:

Câu 9: Trong các số sau, số nào là nghiệm của phương trình $z^2 + 1 = z (z \in \mathbb{C})$?

A. $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}.$

B. $\frac{1 - \sqrt{3}}{2}.$

C. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}.$

D. $\frac{1 + \sqrt{2}i}{2}.$

Lời giải:



Câu 10: Biết số phức $z = -3 + 4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$, trong đó a, b là các số thực. Tính $a - b$.

- A.** -31 . **B.** -19 . **C.** 1 . **D.** -11 .

Lời giải:

Câu 11: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2019} z_0$?

- A.** $M(-2; 1)$. **B.** $M(2; 1)$. **C.** $M(-2; -1)$. **D.** $M(2; -1)$.

Lời giải:

Câu 12: Phương trình bậc hai $z^2 + az + b = 0$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $3 - 2i$. Tính $S = 2a - b$.

- A.** $S = 25$. **B.** $S = -32$. **C.** $S = -25$. **D.** $S = 32$.

Lời giải:

Câu 13: Biết số phức $z = -3 + 4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$, trong đó a, b là các số thực. Tính $a - b$.

- A.** -31 . **B.** -19 . **C.** 1 . **D.** -11 .

Lời giải:



Câu 14: Kí hiệu z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 4z + 3 = 0$. Tính giá trị biểu thức

$$P = |z_1 z_2 + i(z_1 + z_2)|.$$

- Ⓐ. $P = 1$. Ⓑ. $P = \frac{7}{2}$. Ⓒ. $P = \sqrt{3}$. Ⓓ. $P = \frac{5}{2}$.

Lời giải:

Câu 15: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1 + z_2 - z_1 z_2$ bằng

- Ⓐ. 5. Ⓑ. -2. Ⓒ. $\frac{3}{2}$. Ⓓ. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải:

Câu 16: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- Ⓐ. 14. Ⓑ. -9. Ⓒ. -6. Ⓓ. 7.

Lời giải:

Câu 17: Hai số phức $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$ và $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- Ⓐ. $z^2 + 3z + 4 = 0$. Ⓑ. $z^2 - 3z + 4 = 0$. Ⓒ. $z^2 + 3z - 4 = 0$. Ⓓ. $z^2 - 3z - 4 = 0$.

Lời giải:

Câu 18: Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2 - 3i$ và $2 + 3i$ làm nghiệm?

- Ⓐ. $z^2 + 4z + 3 = 0$. Ⓑ. $z^2 + 4z + 13 = 0$.
Ⓒ. $z^2 - 4z + 13 = 0$. Ⓓ. $z^2 - 4z + 3 = 0$.

Lời giải:



Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

Ⓐ. $\frac{3}{18}$. Ⓑ. $\frac{-9}{8}$. Ⓒ. 3. Ⓓ. $\frac{-9}{4}$.

Lời giải:

Câu 20: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 - z + 7 = 0$. Tính $S = |z_1 \cdot \overline{z_2} + z_2 \cdot \overline{z_1}|$.

Ⓐ. $\frac{1}{2}$. Ⓑ. $\frac{27}{4}$. Ⓒ. 2. Ⓓ. $\frac{7}{2}$.

Lời giải:

THÔNG MATH

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.B	5.C	6.D	7.C	8.D	9.A	10.B
11.A	12.C	13.B	14.D	15.B	16.C	17.B	18.C	19.D	20.B





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

GIẢI TÍCH 12 – CHƯƠNG 4

Lớp toán thầy Thông Đình Đình: ——— ĐẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT ———
CỰC TRỊ CỦA SỐ PHỨC

A – KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Xét số phức $z = x + yi$, ($x; y \in \mathbb{R}$). Điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z



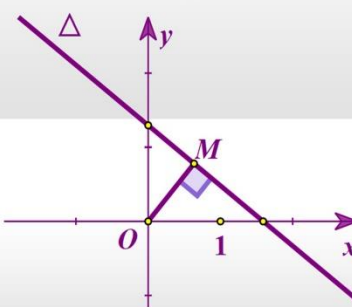
THÔNG MATH

Nếu tập hợp biểu diễn số phức z là đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$. Khi đó

- $|z_{\min}| = OM_{\min} = d(O, \Delta)$.

Để tìm số phức z ta đi tìm tọa độ điểm M .

Với $M = OM \cap \Delta$, OM đi qua điểm O và vuông góc với Δ



THÔNG MATH

By: Thông Đình Đình

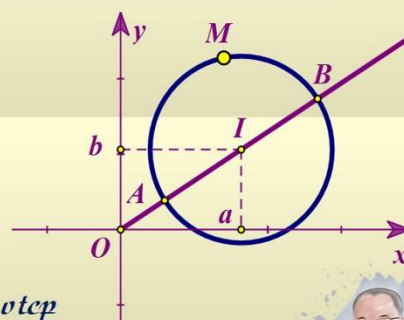
Nếu tập hợp biểu diễn số phức z là đường tròn $(C): (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b)$ và bán kính R . Khi đó

- $|z_{\min}| = OM_{\min} = OA = |IO - R|$;

- $|z_{\max}| = OM_{\max} = OB = IO + R$

Để tìm số phức z ta đi tìm tọa độ điểm M .

Với $M = OI \cap (C)$, OI đi qua điểm O nhận $\overline{OI}$ làm trục



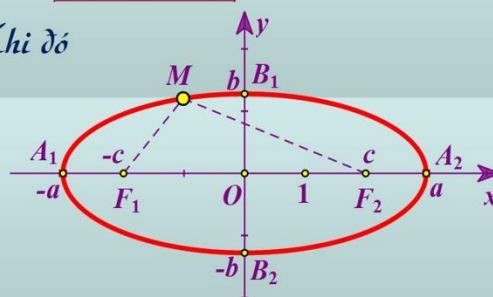
THÔNG MATH

Nếu tập hợp biểu diễn số phức z là đường Elíp $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, ($a > b > 0$).

Có trục lớn $A_1A_2 = 2a$ và trục bé $B_1B_2 = 2b$. Khi đó

- $|z_{\min}| = OM_{\min} = OB_1 = b \rightarrow z = \pm bi$

- $|z_{\max}| = OM_{\max} = OA_2 = a \rightarrow z = \pm a$



B – MỘT SỐ BẤT ĐẲNG THỨC CẦN NHỚ



1. Bất đẳng thức thường gặp:

✓ $\begin{cases} A^2 + B \geq B \\ -A^2 + B \leq B \end{cases}$ Dấu "=" xảy ra khi $A = 0$.

✓ Bất đẳng thức **Cau Chy**: Với $A; B$ là hai số không âm ta có

$A + B \geq 2\sqrt{AB}$ Dấu "=" xảy ra khi $A = B$

✓ Bất đẳng thức **B.C.S**: với $(a; b; c; d \in \mathbb{R})$ ta có

$(a.c + b.d)^2 \leq (a^2 + b^2)(c^2 + d^2)$

Dấu "=" xảy ra khi $a.d = b.c$

"HONG MAT"

2. Đồng thức và bất đẳng thức trong tập số phức:

➤ $|z.z'| = |z| \cdot |z'|$; $|k.z| = |k| \cdot |z| (k \in \mathbb{R})$; $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|} (z' \neq 0)$

➤ $||z| - |z'|| \stackrel{(1)}{\leq} |z \pm z'| \stackrel{(2)}{\leq} |z| + |z'|$

• Dấu "=" xảy ra ở (1) khi $\begin{cases} z = 0 \\ z \neq 0; z' = k.z \end{cases} (k \leq 0, k \in \mathbb{R})$

• Dấu "=" xảy ra ở (2) khi $\begin{cases} z = 0 \\ z \neq 0; z' = k.z \end{cases} (k \geq 0, k \in \mathbb{R})$

➤ $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ Dấu "=" xảy ra khi $z = k.z' (k \geq 0, k \in \mathbb{R})$

➤ $|z - z'| \leq |z| + |z'|$ Dấu "=" xảy ra khi $z = k.z' (k \leq 0, k \in \mathbb{R})$

3. **Chú ý:** Xét số phức $z = x + yi$, $z' = x' + y'i (x; y; x'; y' \in \mathbb{R})$ với $M(x; y)$; $N(x'; y')$ là hai điểm biểu diễn số phức $z; z'$.

✓ $|z + a + bi| = \sqrt{(x + a)^2 + (y + b)^2} = MA$ Với $A(-a; -b)$

✓ $z + z' = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OP}$ Với $OMPN$ là hình bình hành.

✓ $|z - z'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} = MN$

$|z + z'| = 2OI$ với I là trung điểm của MN .

"HONG MAT"



C – VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1

Cho số phức z thỏa mãn $|z + i + 1| = |\bar{z} - 2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

Lời giải: Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có $|z + i + 1| = |\bar{z} - 2i| \Rightarrow |(x+1) + (y+1)i| = |x - (y+2)i| \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

Tập hợp số phức là đường thẳng $\Delta: x - y - 1 = 0$.

Khi đó $|z|_{\min} = d(O, \Delta) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ví dụ 2

Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm số phức z có môđun bé nhất.

Lời giải:

Cách 1: Giả sử số phức cần tìm có dạng $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Suy ra $|x - 2 + (y - 4)i| = |x + (y - 2)i|$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = x^2 + (y - 2)^2 \Leftrightarrow x = 4 - y.$$

Ta có $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(4 - y)^2 + y^2} = \sqrt{2(y - 2)^2 + 8}$.

Khi đó $\min|z| = 2\sqrt{2}$ khi $x = y = 2$.

Cách 2: Giả sử số phức cần tìm có dạng $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Theo đề bài ta có $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Suy ra $|x - 2 + (y - 4)i| = |x + (y - 2)i|$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = x^2 + (y - 2)^2 \Leftrightarrow x + y - 4 = 0 \quad (\Delta).$$

Suy ra tập hợp các điểm $M(z)$ trong mặt phẳng $Oxyz$ là đường thẳng (Δ) .

Khi đó $|z|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min} \Rightarrow OM = d(O, \Delta) = 2\sqrt{2}$.

Đường thẳng OM qua O và có VTPT $\vec{n} = \vec{u}_{\Delta} = (1; -1)$. Nên OM có phương trình

$$x - y = 0. \text{ Tọa độ điểm } M \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 2i.$$

Ví dụ 3

Xác định số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = \sqrt{2}$ mà $|z|$ đạt giá trị lớn nhất

Lời giải: Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Khi đó $|z - 2 - 2i| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{2} \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$. Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I(2; 2)$ bán kính $R = \sqrt{2}$.

$|z|$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow OM_{\max}$ khi M là giao điểm của đường tròn $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2$ và đường thẳng $OI: y = x$.

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2 \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3; y = 3 \\ x = 1; y = 1 \end{cases} \Rightarrow M_1(3; 3), M_2(1; 1).$$

Suy ra OM lớn nhất tại M_1 . Vậy $z = 3 + 3i$.

Ví dụ 4

Cho số phức z thỏa mãn: $|(2 + i)z + 1| = 1$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z - 1|$

$$\text{Lời giải: } |(2 + i)z + 1| = 1 \Leftrightarrow \left| (2 + i) \left(z + \frac{1}{2 + i} \right) \right| = 1 \Leftrightarrow \left| (2 + i) \left(z + \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i \right) \right| = 1 \Leftrightarrow \left| z + \frac{2}{5} - \frac{1}{5}i \right| = \frac{1}{|2 + i|} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$



Suy ra Quỹ tích của số phức z là đường tròn tâm $I\left(-\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$ bán kính $r = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Xét điểm $A(1;0)$ ta có điểm A nằm ngoài đường tròn. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z .

Đặt $M = \max MA, m = \min MA$. Khi đó $M + m = AI + r + IA - r = 2IA = 2\sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2} = 2\sqrt{2}$.

Ví dụ 5

Với hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$

Lời giải: Gọi $z_1 = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Ta có $z_1 + z_2 = 8 + 6i \Rightarrow z_2 = 8 - x + (6 - y)i$

$$\Rightarrow z_1 - z_2 = (2x - 8) + (2y - 6)i \Rightarrow |z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 1 \quad (1)$$

Ta có $P = |z_1| + |z_2| = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(8 - x)^2 + (6 - y)^2}$

$$\Rightarrow P \leq \sqrt{2[x^2 + y^2 + (8 - x)^2 + (6 - y)^2]} = 2\sqrt{(x - 4)^2 + (y - 3)^2 + 25} = 2\sqrt{26}$$

$$\Rightarrow P_{\max} = 2\sqrt{26} \text{ đạt được khi chỉ khi: } x^2 + y^2 = (8 - x)^2 + (6 - y)^2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{25 - 3y}{4} \text{ thay vào (1) ta được:}$$

$$\left(\frac{25 - 3y}{4} - 4\right)^2 + (y - 3)^2 = 1 \Leftrightarrow 25(y - 3)^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} y - 3 = \frac{4}{5} \\ y - 3 = -\frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{19}{5} \Rightarrow x = \frac{17}{5} \\ y = \frac{11}{5} \Rightarrow x = \frac{23}{5} \end{cases}$$

Vậy $P_{\max} = 2\sqrt{26}$ đạt được khi chỉ khi: $z_1, z_2 \in \left\{\frac{17}{5} + \frac{19}{5}i; \frac{23}{5} + \frac{11}{5}i\right\}$.

Cách 2: Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1; z_2$

Gọi P là đỉnh thứ tư của hình bình hành $MONP$ ta có $z_1 + z_2 = 8 + 6i \Leftrightarrow P(6; 8)$

$$|z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow MN = 2$$

Vì $MONP$ là hình bình hành nên $OM^2 + ON^2 = \frac{1}{2}(MN^2 + OP^2) = 52$

Ta có $P = |z_1| + |z_2| = OM + ON \leq \sqrt{2(OM^2 + ON^2)} = 2\sqrt{26}$

Dấu bằng xảy ra khi $MONP$ là hình thoi.

Ví dụ 6

Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính $S = M^2 + m^2$.

Lời giải: Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}, i^2 = -1)$.

$|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$. Tập hợp điểm biểu diễn của z là đường tròn (C) tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

$$P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - (x^2 + (y - 1)^2) = 4x + 2y + 3.$$

Đặt $\Delta: 4x + 2y + 3 - P = 0$; Ta tìm P sao cho Δ và (C) có điểm chung.

Điều kiện $d(I; \Delta) \leq R \Leftrightarrow |23 - P| \leq 10 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$. Ta có: $S = 33^2 + 13^2 = 1258$.

Ví dụ 7

Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1 - 2| = 1$ và $|iz_2 - 2| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$.

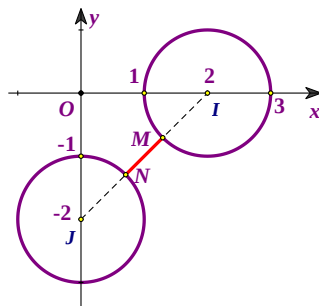
Lời giải: Ta có $|z_1 - 2| = 1$ nên $z_1 \in$ đường tròn tâm $I(2; 0)$ và bán kính $R_1 = 1$.

Lại có $|iz_2 - 2| = 1 \Leftrightarrow |i(z_2 + 2i)| = 1 \Rightarrow |z_2 + 2i| = 1$ nên $z_2 \in$ đường tròn tâm $J(0; -2)$ và bán kính $R_2 = 1$.

M là điểm biểu diễn hình học của số phức z_1 , N là điểm biểu diễn hình học của số phức z_2 ta có

$$MN = |z_1 - z_2| \Rightarrow MN_{\min} = IJ - IM - JN = 2\sqrt{2} - 2$$





Ví dụ 8

Cho số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}, a > 0$ thỏa mãn $|z + 4| + |z - 4| = 10$ và $|z|$ lớn nhất. Tính $S = a + b$.

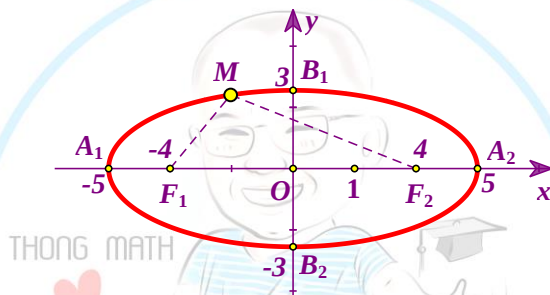
Lời giải: Gọi $M(x; y)$ biểu diễn của số phức $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

$F_1(-4; 0)$ là điểm biểu diễn của số phức $-4 + 0i$ và $F_2(4; 0)$ là điểm biểu diễn của số phức $4 + 0i$.

$$|z + 4| + |z - 4| = 10 \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 10.$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là Elip (E) nhận F_1 và F_2 làm hai tiêu điểm có phương

$$\text{trình } (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1. (E) \text{ có các đỉnh } A_1(-5; 0), A_2(5; 0), B_1(0; 3), B_2(0; -3).$$



Ta có $|z|_{\max} = OM_{\max} = 5$ khi $M \equiv A_2 \Leftrightarrow z = 5 + 0i$ vì $a > 0$. Vậy $\begin{cases} a = 5 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 5$.

Ví dụ 9

Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |3z_1 + z_2 - 5i|$.

Lời giải:

Cách 1: Gọi $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết ta có: $a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 4, (a - c)^2 + (b - d)^2 = 3$.

$$\Leftrightarrow a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 3 \Rightarrow ac + bd = 1. \text{ Ta có } 3z_1 + z_2 = 3(a + c) + (3b + d)i \text{ nên}$$

$$|3z_1 + z_2| = (3a + c)^2 + (3b + d)^2 = 9(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 6(ac + bd) = 19.$$

Áp dụng bất đẳng thức $|z + z'| \leq |z| + |z'|$, ta có $|3z_1 + z_2 - 5i| \leq |3z_1 + z_2| + |-5i| = \sqrt{19} + 5$.

Cách 2: Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là điểm biểu diễn lần lượt cho số phức z_1, z_2 .

$$\text{Có } OA = 1; OB = 2 \text{ và } |z_1 - z_2| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{BA}| = AB = \sqrt{3}.$$

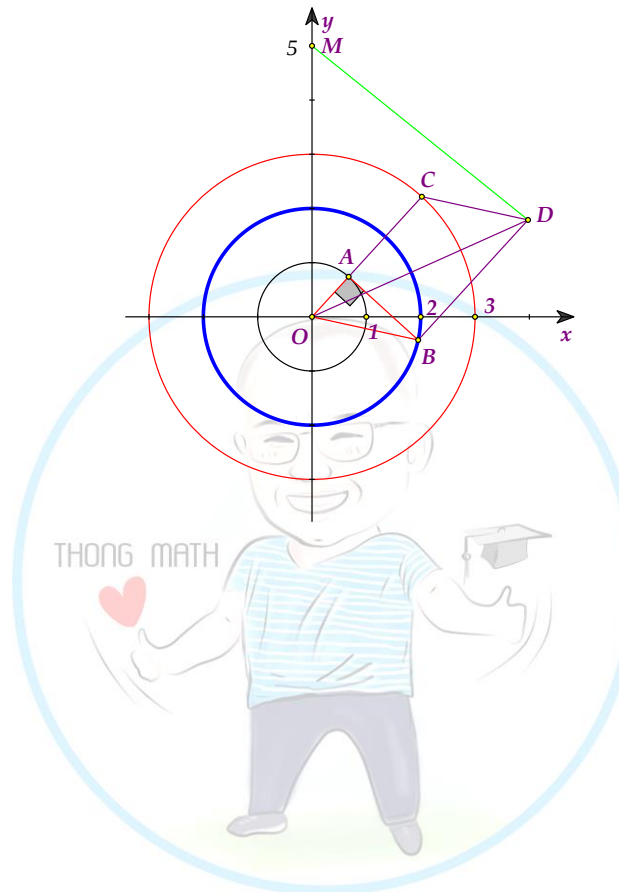
Nên $A \in (O; 1); B \in (O; 2)$ và tam giác OAB vuông tại A . Gọi $M(0; -5)$ là điểm biểu diễn cho số phức $5i$.



Ta có: $\sin(\angle AOB) = \frac{AB}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle AOB = 60^\circ \Rightarrow \angle OCD = 120^\circ \Rightarrow OD^2 = OC^2 + OB^2 - 2OC \cdot OB \cdot \cos 120^\circ = 19$

$$\Rightarrow P_{\max} \Leftrightarrow MD_{\max} = MO + OD = 5 + \sqrt{19}$$

Vậy giá trị lớn nhất của $P = \sqrt{19} + 5$



D- BÀI TẬP RÈN LUYỆN



ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 - CHƯƠNG 4

Lớp học thầy Thông Minh Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

PHẦN ĐỀ BTRL CỤC TRỊ SỐ PHỨC VD – TMI

Câu 1: Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, số phức z có mô đun nhỏ nhất có phần ảo là

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $-\frac{3}{5}$.

D. $-\frac{3}{10}$.

Lời giải:

Đáp án: B. Giải: Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + yi + i| = |x + 1 - yi - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 1)i| = |x + 1 - (y + 2)i|$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (x + 1)^2 + (y + 2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 \Leftrightarrow -2x + 2y + 2 = 2x + 4y + 3 \Leftrightarrow -4x - 2y = 1$

$\Leftrightarrow 4x + 2y = -1 \Leftrightarrow 2x + y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} - 2x$. Ta có $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (-\frac{1}{2} - 2x)^2} = \sqrt{5x^2 + 2x + \frac{1}{4}}$

$= \sqrt{5(x + \frac{1}{5})^2 + \frac{1}{5}}$. Vậy $|z|$ nhỏ nhất khi $x = -\frac{1}{5}$ và $y = -\frac{1}{5}$. Khi đó $z = -\frac{1}{5} - \frac{1}{5}i$ và $|z| = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

Đáp án: B. Giải: Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + yi + i| = |x + 1 - yi - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 1)i| = |x + 1 - (y + 2)i|$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (x + 1)^2 + (y + 2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 \Leftrightarrow -2x + 2y + 2 = 2x + 4y + 3 \Leftrightarrow -4x - 2y = 1$

$\Leftrightarrow 4x + 2y = -1 \Leftrightarrow 2x + y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} - 2x$. Ta có $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (-\frac{1}{2} - 2x)^2} = \sqrt{5x^2 + 2x + \frac{1}{4}}$

$= \sqrt{5(x + \frac{1}{5})^2 + \frac{1}{5}}$. Vậy $|z|$ nhỏ nhất khi $x = -\frac{1}{5}$ và $y = -\frac{1}{5}$. Khi đó $z = -\frac{1}{5} - \frac{1}{5}i$ và $|z| = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

Đáp án: B. Giải: Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + yi + i| = |x + 1 - yi - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 1)i| = |x + 1 - (y + 2)i|$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (x + 1)^2 + (y + 2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 \Leftrightarrow -2x + 2y + 2 = 2x + 4y + 3 \Leftrightarrow -4x - 2y = 1$

$\Leftrightarrow 4x + 2y = -1 \Leftrightarrow 2x + y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} - 2x$. Ta có $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (-\frac{1}{2} - 2x)^2} = \sqrt{5x^2 + 2x + \frac{1}{4}}$

$= \sqrt{5(x + \frac{1}{5})^2 + \frac{1}{5}}$. Vậy $|z|$ nhỏ nhất khi $x = -\frac{1}{5}$ và $y = -\frac{1}{5}$. Khi đó $z = -\frac{1}{5} - \frac{1}{5}i$ và $|z| = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải:

Đáp án: B. Giải: Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + yi + i| = |x + 1 - yi - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 1)i| = |x + 1 - (y + 2)i|$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (x + 1)^2 + (y + 2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 \Leftrightarrow -2x + 2y + 2 = 2x + 4y + 3 \Leftrightarrow -4x - 2y = 1$

$\Leftrightarrow 4x + 2y = -1 \Leftrightarrow 2x + y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} - 2x$. Ta có $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (-\frac{1}{2} - 2x)^2} = \sqrt{5x^2 + 2x + \frac{1}{4}}$

$= \sqrt{5(x + \frac{1}{5})^2 + \frac{1}{5}}$. Vậy $|z|$ nhỏ nhất khi $x = -\frac{1}{5}$ và $y = -\frac{1}{5}$. Khi đó $z = -\frac{1}{5} - \frac{1}{5}i$ và $|z| = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

Đáp án: B. Giải: Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + yi + i| = |x + 1 - yi - 2i| \Leftrightarrow |x - 1 + (y + 1)i| = |x + 1 - (y + 2)i|$

$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = (x + 1)^2 + (y + 2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 \Leftrightarrow -2x + 2y + 2 = 2x + 4y + 3 \Leftrightarrow -4x - 2y = 1$

$\Leftrightarrow 4x + 2y = -1 \Leftrightarrow 2x + y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} - 2x$. Ta có $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (-\frac{1}{2} - 2x)^2} = \sqrt{5x^2 + 2x + \frac{1}{4}}$

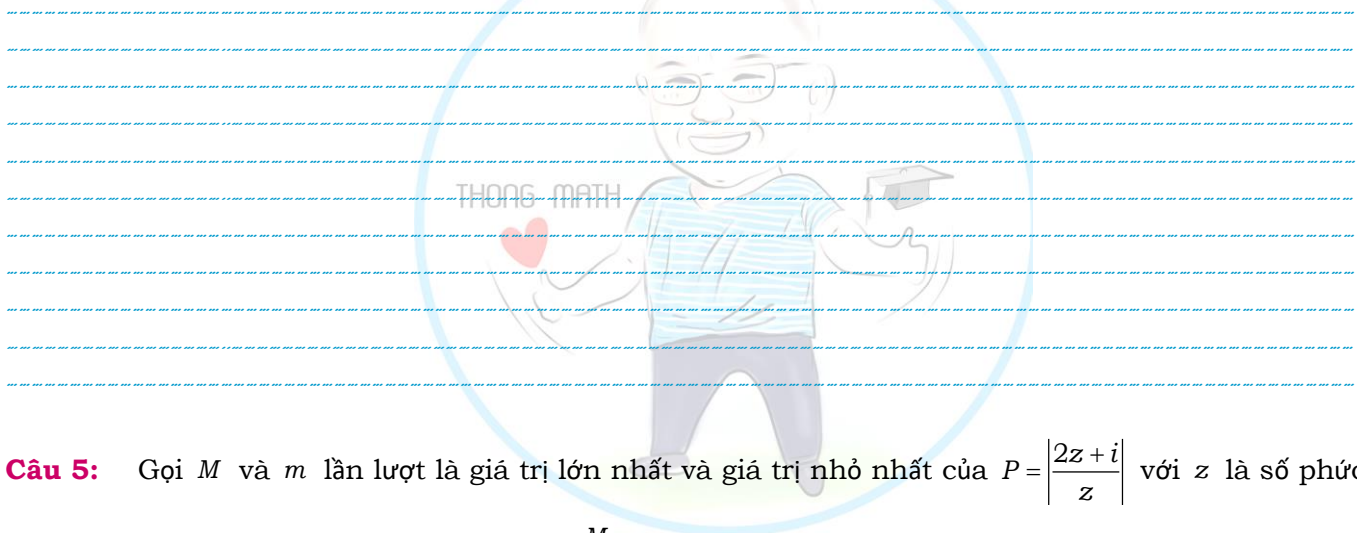
Câu 3: Cho các số phức $z_1 = -2 + i, z_2 = 2 + i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của biểu thức $M^2 - m^2$ bằng



- Lời giải:*

[illegible]

Lời giải:



Lời giải:

[illegible]

Trang 53 / file Word có phí, liên hệ tác giả



Lời giải:

Câu 7: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là:

- Ⓐ. $\sqrt{5} - 2$. Ⓑ. $\sqrt{5} - 1$. Ⓒ. $\sqrt{5} + 1$. Ⓓ. $\sqrt{5} + 2$.

Lời giải:

Câu 8: Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3 + 4i|$ bằng:

- Ⓐ. 5. Ⓑ. 3. Ⓒ. -3. Ⓓ. 7.

Lời giải:

Câu 9: Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2i| = 3$ và $|z_2 + 2 + 2i| = |z_2 + 2 + 4i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ bằng

- Ⓐ. 3. Ⓑ. 1. Ⓒ. 2. Ⓓ. 4



Lời giải:

Câu 10: Cho hai số phức z và w biết chúng thỏa mãn hai điều kiện $\left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 2$; $w = iz$. Giá trị lớn

nhất của $M = |w - z|$ bằng

- A.** 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải:

Câu 11: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$.

- A.** $\sqrt{13} + 3$. **B.** $\sqrt{13} + 5$. **C.** $\sqrt{13} + 1$. **D.** $\sqrt{13} + 6$.

Lời giải:



- Câu 12:** Giả sử z_1, z_2 là hai trong số các số phức thoả mãn $|iz + \sqrt{3} - i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z_1| + \sqrt{3}|z_2|$ bằng
- Ⓐ. $4\sqrt{5}$. Ⓑ. 8. Ⓒ. $2\sqrt{10}$. Ⓓ. $8\sqrt{10}$.

Lời giải:

- Câu 13:** Số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức có môđun nhỏ nhất trong tất cả các số phức thoả mãn điều kiện $|z + 3i| = |z + 2 - i|$, khi đó giá trị của $z \cdot \bar{z}$ bằng
- Ⓐ. $\frac{1}{5}$. Ⓑ. 5. Ⓒ. 3. Ⓓ. $\frac{3}{25}$.

Lời giải:

- Câu 14:** Cho số phức $z = a + bi$ và số phức liên hợp của nó là $\bar{z}$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng phức là A và D . Số phức $(2 + 5i)z$ và liên hợp của nó có điểm biểu diễn là B và C . Biết rằng tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật và $|z + 3 - i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm tích $a.b$.
- Ⓐ. $-\frac{80}{169}$. Ⓑ. $\frac{80}{169}$. Ⓒ. $-\frac{16}{169}$. Ⓓ. $\frac{16}{169}$.

Lời giải:



Câu 15: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 3i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z + i|^2 - |z - 2|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính

$$A = \left| \frac{z^2}{3 + 4i} \right|.$$

A. $A = 5$.

B. $A = 10$.

C. $A = 4$.

D. $A = \sqrt{2}$.

Lời giải:

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z|^2$. Giả sử M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 3 - 2i|$. Tính $M + m$.

A. $\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$.

B. $5 + \sqrt{5}$.

C. $2\sqrt{3} + \sqrt{5}$.

D. $10 - \sqrt{5}$.

Lời giải:

Câu 17: Với ai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$ là:

A. $5 + 3\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{26}$.

C. $4\sqrt{6}$.

D. $34 + 3\sqrt{2}$.



Lời giải:

Câu 18: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \neq z_2$ và $z_1^2 - 5z_1z_2 + 4z_2^2 = 0$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1, \bar{z}_2$ thỏa mãn diện tích tam giác OMN bằng 12. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |2z_1 - z_2|$ là

- Ⓐ. $14\sqrt{3}$. Ⓑ. $21\sqrt{2}$. Ⓒ. $\frac{14\sqrt{6}}{3}$. Ⓓ. $7\sqrt{6}$.

Lời giải:

Câu 19: Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

- Ⓐ. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$ Ⓑ. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$ Ⓒ. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$ Ⓓ. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$

Lời giải:



Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 6| + |z + 6| = 20$. Gọi M, n lần lượt là môđun lớn nhất và nhỏ nhất của z . Tính $M - n$.

- Ⓐ. $M - n = 2$. Ⓑ. $M - n = 4$. Ⓒ. $M - n = 7$. Ⓓ. $M - n = 14$.

Lời giải:

HẾT

THÔNG MATH

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.C	5.C	6.C	7.B	8.B	9.C	10.C
11.C	12.B	13.A	14.A	15.C	16.B	17.B	18.D	19.B	20.A





ÔN THI THPT QUỐC GIA 2020-2021

Khối 12 – CHƯƠNG 4

Lớp toán thầy Thông Đình Đình: — DẠY THẬT – HỌC THẬT – GIÁ TRỊ THẬT —

PHẦN ĐỀ BTRL CỤC TRỊ SỐ PHỨC VD – TM2

Câu 1: Cho số phức $z = (m - 1) + (m - 2).i$ ($m \in \mathbb{R}$). Giá trị nào của m để $|z| \leq \sqrt{5}$.

Ⓐ. $-3 \leq m \leq 0$

Ⓑ. $0 \leq m \leq 3$

Ⓒ. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 0 \end{cases}$

Ⓓ. $\begin{cases} m \leq -6 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

Lời giải:

Câu 2: Xét các số phức $z_1 = 3 - 4i$ và $z_2 = 2 + mi$, ($m \in \mathbb{R}$). Giá trị nhỏ nhất của môđun số phức $\frac{z_2}{z_1}$ bằng

Ⓐ. $\frac{2}{5}$

Ⓑ. 2

Ⓒ. $\frac{4}{5}$

Ⓓ. $\frac{1}{2}$

Lời giải:

Câu 3: Cho số phức z thỏa $|z - 1 + i| \leq \sqrt{2}$, ta luôn có

Ⓐ. $|z + 1| \leq \sqrt{2}$

Ⓑ. $|2z - 1 + i| \leq 3\sqrt{2}$

Ⓒ. $|2z + 1 - i| \leq 2$

Ⓓ. $|z + i| \leq \sqrt{2}$

Lời giải:

Câu 4: Cho các số phức $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = -5 - 3i$. Tìm điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z_3 , biết rằng trong mặt phẳng phức điểm M nằm trên đường thẳng $x - 2y + 1 = 0$ và môđun số phức $w = 3z_3 - z_2 - 2z_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ⓐ. $M\left(-\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$

Ⓑ. $M\left(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5}\right)$

Ⓒ. $M\left(\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$

Ⓓ. $M\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$

Lời giải:



- Câu 5:** Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có môđun nhỏ nhất thỏa mãn $|z + 1 - 5i| = |\bar{z} + 3 - i|$. Tính $P = 5(a + b)$?
- A.** $P = -8$. **B.** $P = 8$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = -4$.

Lời giải:

- Câu 6:** Trong các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$, số phức z có môđun nhỏ nhất là
- A.** $-\frac{3}{5} + \frac{3}{10}i$ **B.** $\frac{3}{5} + \frac{3}{10}i$ **C.** $-\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$ **D.** $\frac{3}{5} - \frac{3}{10}i$.

Lời giải:

- Câu 7:** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm số phức z có môđun nhỏ nhất.
- A.** $z = -1 + i$ **B.** $z = -2 + 2i$ **C.** $z = 2 + 2i$ **D.** $z = 3 + 2i$.

Lời giải:

- Câu 8:** Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = |z|$.
- A.** $P_{\max} = 9$. **B.** $P_{\max} = 5$. **C.** $P_{\max} = 12$. **D.** $P_{\max} = 3$.



Lời giải:

Câu 9: Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z+1-5i}{\bar{z}+3-i} \right| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{5}$.

B. $\frac{8}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải:

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $|2z - 3 - 4i| = 10$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Khi đó $M - m$ bằng

A. 5

B. 15

C. 10

D. 20.

Lời giải:

Câu 11: Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-2i}{z+3-i} \right| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+3-2i|$ bằng



Ⓐ. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

Ⓑ. $\sqrt{10}$

Ⓒ. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

Ⓓ. $2\sqrt{10}$

Lời giải:

Câu 12: Trong các số phức z thoả mãn $|z - (2 + 4i)| = 2$, gọi z_1 và z_2 là số phức có mô-đun lớn nhất và nhỏ nhất. Tổng phần ảo của hai số phức z_1 và z_2 bằng.

Ⓐ. $8i$

Ⓑ. 4

Ⓒ. -8

Ⓓ. 8

Lời giải:

Câu 13: Cho số phức z thoả mãn $|z - 3 + 4i| = 2$ và $w = 2z + 1 - i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất là:

Ⓐ. $16 + \sqrt{74}$

Ⓑ. $2 + \sqrt{130}$

Ⓒ. $4 + \sqrt{130}$

Ⓓ. $4 + \sqrt{74}$.

Lời giải:



Câu 14: Cho các số phức z , w thỏa mãn $|z| = \sqrt{5}$, $w = (4 - 3i)z + 1 - 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là :

- A.** $3\sqrt{5}$ **B.** $4\sqrt{5}$ **C.** $5\sqrt{5}$ **D.** $6\sqrt{5}$.

Lời giải:

Câu 15: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Môđun của số phức z bằng

- A.** 10 **B.** $5\sqrt{2}$ **C.** 13 **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải:

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $M = |z + 2|^2 - |z - i|^2$

đạt giá trị lớn nhất. Môđun của số phức $z - 2 - i$ bằng

- A.** $\sqrt{5}$ **B.** 9 **C.** 25 **D.** 5.

Lời giải:



Câu 17: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$. Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v} = (1; 2)$ biến tập hợp biểu diễn các số phức z thành tập hợp các điểm biểu diễn số phức z' . Tìm giá trị lớn nhất P của $|z - z'|$.

A. 15 **B.** $P = 12$ **C.** $P = 20 - \sqrt{5}$ **D.** $P = 10 + \sqrt{5}$.

Lời giải:

Câu 18: Cho số phức z thỏa mãn $4|z + i| + 3|z - i| = 10$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 1.

Lời giải:

Câu 19: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + 1| + 2|z - 1|$.



- Ⓐ. $\max T = 3\sqrt{2}$. Ⓑ. $\max T = 2\sqrt{10}$. Ⓒ. $\max T = 3\sqrt{5}$. Ⓓ. $\max T = 2\sqrt{5}$.

Lời giải:

Câu 20: Xét số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

- Ⓐ. $P = 10$ Ⓑ. $P = 4$ Ⓒ. $P = 6$ Ⓓ. $P = 8$

Lời giải:

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.D	5.B	6.C	7.C	8.A	9.D	10.C
11.A	12.D	13.C	14.B	15.B	16.D	17.D	18.D	19.D	20.A

