

Trường THPT Tạ Quang Bửu

NGUYỄN NGỌC DŨNG



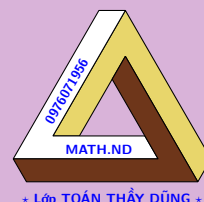
CHINH PHỤC KÌ THI THPT QUỐC GIA QUA BỘ ĐỀ THI THỬ

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

CẤP TỐC
789+

GIẢI NHANH
ĐỀ THI TRẮC NGHIỆM

Lớp toán thầy Dũng - Lưu hành nội bộ



MỤC LỤC

PHẦN I 15 ĐỀ TỔNG ÔN TN THPT (Mức 9+) NĂM 2023 - TRANG 3

Đề 1: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	4
Bảng đáp án.....	9
Hướng dẫn giải.....	11
Đề 2: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	12
Bảng đáp án.....	16
Hướng dẫn giải.....	21
Đề 3: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	22
Bảng đáp án.....	26
Hướng dẫn giải.....	30
Đề 4: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	31
Bảng đáp án.....	34
Hướng dẫn giải.....	38
Đề 5: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	39
Bảng đáp án.....	44
Hướng dẫn giải.....	48
Đề 6: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	49
Bảng đáp án.....	52
Hướng dẫn giải.....	56
Đề 7: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	57
Bảng đáp án.....	61
Hướng dẫn giải.....	65
Đề 8: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	66
Bảng đáp án.....	70
Hướng dẫn giải.....	75
Đề 9: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	76
Bảng đáp án.....	80
Hướng dẫn giải.....	85
Đề 10: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	86
Bảng đáp án.....	89
Hướng dẫn giải.....	94
Đề 11: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	95
Bảng đáp án.....	99
Hướng dẫn giải.....	103
Đề 12: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	104
Bảng đáp án.....	107
Hướng dẫn giải.....	111
Đề 13: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	112
Bảng đáp án.....	115
Hướng dẫn giải.....	120
Đề 14: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	121
Bảng đáp án.....	125
Hướng dẫn giải.....	129
Đề 15: Đề thi thử tốt nghiệp THPT 2023 (Mức 9+) — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	130
Bảng đáp án.....	134
Hướng dẫn giải.....	138

PHẦN II ĐỀ CHÍNH THỨC CÁC NĂM - TRANG 139

Đề 16: Đề chính thức TN THPT 2020 — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	140
Bảng đáp án.....	144
Hướng dẫn giải.....	150
Đề 17: Đề chính thức TN THPT 2021 - Lần 1 — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	151
Bảng đáp án.....	155
Hướng dẫn giải.....	161
Đề 18: Đề chính thức TN THPT 2021 - Lần 2 — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	162
Bảng đáp án.....	166
Hướng dẫn giải.....	174
Đề 19: Đề chính thức TN THPT 2022 — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	175
Bảng đáp án.....	179
Hướng dẫn giải.....	184

PHẦN III ĐỀ MINH HỌA CÁC NĂM - TRANG 185

Đề 20: Đề minh họa TN THPT 2021 — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	186
Bảng đáp án.....	190
Hướng dẫn giải.....	194
Đề 21: Đề minh họa TN THPT 2022 — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	195
Bảng đáp án.....	199
Hướng dẫn giải.....	203
Đề 22: Đề minh họa TN THPT 2023 — Lớp toán thầy Dũng TQB.....	204
Bảng đáp án.....	208
Hướng dẫn giải.....	214

PHẦN

I

15 ĐỀ TỔNG ÔN TN THPT (MỨC 9+) NĂM 2023

Ngày làm đề:/...../.....



ĐIỂM: _____

Trên con đường
thành công không có
dấu chân của kẻ lùi
biếng!

QUICK NOTE

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 1

LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 3x - 9}{x - 3} & \text{khi } x \neq 3 \\ 3a & \text{khi } x = 3 \end{cases}$$

Biết rằng $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $f(a)$.

- A. $-\frac{3}{2}$. B. 0. C. 3. D. 9.

CÂU 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cot^2 x$.

- A. $\int f(x) dx = -\cot x + C$. B. $\int f(x) dx = -\cot x - x + C$.
C. $\int f(x) dx = \cot x - x + C$. D. $\int f(x) dx = -\cot x + x + C$.

CÂU 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào **không** đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = x^3 + 1$.
C. $y = \frac{x+1}{x-2}$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

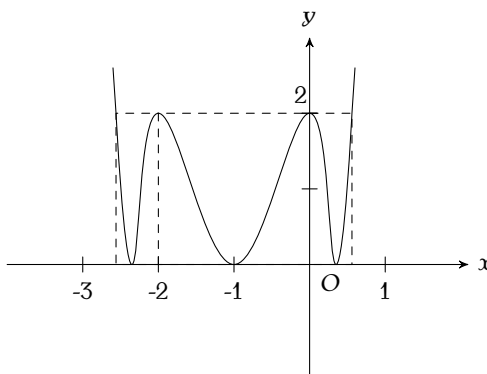
CÂU 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hãy cho biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu cực trị

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Hỏi phương trình $2f(x) - 3x - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?



- A. 0. B. 2. C. 4. D. 6.

CÂU 6. Biết đường $x = 1$ và $y = 2$ lần lượt là tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{(a - 2b)x^2 + bx + 1}{x^2 + x - b}$. Tính $M = a + b$

- A. $M=6$. B. $M=7$. C. $M=8$. D. $M=10$.

CÂU 7. Số phức $z = \frac{1+i}{2-3i}$ có phần ảo bằng?

- A. $\frac{5}{13}$. B. $\frac{5i}{13}$. C. $-\frac{1}{13}$. D. $-\frac{i}{13}$.

QUICK NOTE

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d) : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(\alpha) : x + 5y + z + 1 = 0$. Xác định vị trí tương đối của d và (α) .

- A. $d \perp (\alpha)$. B. $d \subset (\alpha)$. C. d cắt (α) . D. $d \parallel (\alpha)$.

CÂU 9. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x \ln x$ tại $x = 1$.

- A. $y = 1$. B. $y = -1$. C. $y = x - 1$. D. $y = 1 - x$.

CÂU 10. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được sinh ra khi ta quay hình (H) quanh trục Ox .

- A. $V = \pi(e - 1)$. B. $V = e + 1$. C. $V = \pi(e + 1)$. D. $V = \pi e$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(3; 2; 2)$ tiếp xúc với Oz .

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 4z + 2 = 0$.
B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 4z + 13 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 4z + 1 = 0$.
D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 4z + 4 = 0$.

CÂU 12. Cho khối cầu (O) bán kính $R = 3$, mặt phẳng (α) cách tâm O của khối cầu một khoảng bằng 1, cắt khối cầu theo một hình tròn. Gọi S là diện tích của hình tròn này. Tính S .

- A. 8π . B. $2\sqrt{2}\pi$. C. $4\sqrt{2}\pi$. D. 4π .

CÂU 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha) : (m^2 - 1)x + 2y - mz + m + 1 = 0$. Xác định m biết (α) song song Ox .

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = \pm 1$. D. $m = -1$.

CÂU 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z = 0$. Tìm tọa độ điểm N là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (P) .

- A. $N(-1; 1; 0)$. B. $N(-1; 0; 1)$. C. $N(-2; 2; 0)$. D. $N(-2; 0; 2)$.

CÂU 15. Cho hàm $y = \log_2 |x|$. Chọn mệnh đề sai:

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
B. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$ ($x \neq 0$).
C. Hàm số xác định với mọi $x \neq 0$.
D. Phương trình $\log_2 |x| = m$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt.

CÂU 16. Biết $\log_3 5 = a$ và $\log_3 2 = b$. Tính $M = \log_6 30$ theo a và b .

- A. $M = \frac{1+a+b}{1+b}$. B. $M = \frac{1+a+b}{1+a}$.
C. $M = \frac{1+ab}{a+b}$. D. $M = \frac{1+b}{1+a}$.

CÂU 17. Cho đồ thị của các hàm số $y = 3^x$, $y = \log_3 x$, $y = \frac{1}{3x}$, $y = x^3$. Chọn phát biểu sai.

- A. Có hai đồ thị có tiệm cận đứng.
B. Có hai đồ thị có tiệm cận ngang.
C. Có đúng hai đồ thị có tiệm cận.
D. Có hai đồ thị có chung một đường tiệm cận.

CÂU 18. Cho $a > b > 1$. Gọi $P = \log_a b$, $M = \log_{ab} b$, $N = \log_{\frac{b}{a}} b$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $P > M > N$. B. $M > N > P$. C. $P > N > M$. D. $M > P > N$.

CÂU 19. Hàm số $y = \tan 3x - 4x + 1$ có bao nhiêu cực trị trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right)$?

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 6.

QUICK NOTE

CÂU 20. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+1}^2 + 2C_{n+2}^2 + 2C_{n+3}^2 + C_{n+4}^2 = 149$.
Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^{2n}$.

- A. -960. B. -8064. C. 3360. D. 13440.

CÂU 21. Cho đồ thị (C) : $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x = 0$ cắt đồ thị (C) tại điểm N (khác M). Tìm tọa độ điểm N.

- A. $N(3; 4)$. B. $N(-1; -4)$. C. $N(2; -1)$. D. $N(1; 0)$.

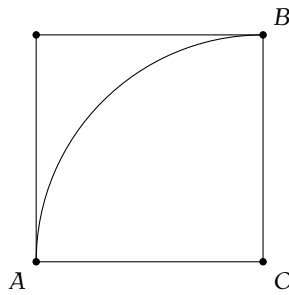
CÂU 22. Một hộp có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 3 tấm thẻ. Tính xác suất để tổng của số trên ba thẻ đó là một số chẵn.

- A. $\frac{2}{19}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{7}$.

CÂU 23. Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $4^{x-1} - 3.2^x + 5 = 0$. Tính S.

- A. $S = \log_2 12$. B. $S = 20$. C. $S = \log_2 20$. D. $S = 12$.

CÂU 24. Từ một miếng tôn cạnh bằng 8dm, người ta cắt ra một hình quạt tâm O bán kính $OA = 8\text{dm}$ (xem hình). Để cuộn lại thành một chiếc phễu hình nón (khi đó OA trùng với OB). Chiều cao chiếc phễu đó có số đo gần đúng (làm tròn đến 3 chữ số thập phân) là:



- A. 7,748dm. B. 7,747dm. C. 7,745dm. D. 7,746dm.

CÂU 25. Bạn An đang tiết kiệm để mua một chiếc điện thoại giá 4.000.000 đồng. Trong tuần đầu tiên, bạn để dành 420.000. Trong mỗi tuần tiếp theo, bạn dư thêm 80.000. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì bạn ấy có đủ tiền để mua điện thoại?

- A. 47. B. 45. C. 44. D. 46.

CÂU 26. Tìm m để hàm số $y = mx + \sqrt{x^2 + 1}$ đạt cực trị tại $x = 1$.

- A. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{-\sqrt{2}}{2}$. D. $m = 1$.

CÂU 27. Bất phương trình $\log_3 x + \log_5 x > 1$ có nghiệm là:

- A. $x > 15$. B. $x > 5^{\log_3 15}$. C. $x > 5^{\log_{15} 3}$. D. $x > 3^{\log_5 15}$.

CÂU 28. Cho $z_1 = m + 3i$; $z_2 = 2 - (m + 1)i$. Tìm m nguyên dương để $z_1.z_2$ là số thực.

- A. $m=1$. B. $m=2$. C. $m=3$. D. $m=6$.

CÂU 29. Cho tam giác ABC nhọn có $AB = 6\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$ và diện tích bằng 9cm^2 . Tính chiều cao AH của tam giác.

- A. 5. B. $\frac{18\sqrt{13}}{13}$. C. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{14}}{7}$.

CÂU 30. Biết $\int \frac{x+1}{(x-1)(2-x)} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C$. Tính giá trị biểu thức $a - b$.

- A. $a - b = 5$. B. $a - b = 1$. C. $a - b = -5$. D. $a - b = -1$.

CÂU 31. Cho hình chóp S.ABC. Gọi M là trung điểm của SA và N là điểm trên SC sao cho $SN = 2NC$. Tính tỷ số k giữa thể tích khối chóp ABMN và thể tích khối chóp S.ABC.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{2}{5}$.

QUICK NOTE

CÂU 32. Tìm GTNN m của hàm số $y = (x - 1)\sqrt{3 - x^2}$.

- A. $m = -\sqrt{2}$. B. $m = -2\sqrt{2}$. C. $m = -4$. D. $m = -2$.

CÂU 33. Một hình chóp tứ giác đều có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng 60° và diện tích xung quanh bằng $4a^2$. Tính diện tích S của mặt đáy hình chóp.

- A. $S = a^2$. B. $S = a^2\sqrt{3}$. C. $S = 2a^2$. D. $S = 2\sqrt{3}a^2$.

CÂU 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA = AB = a$, $SA \perp (ABC)$. Cạnh bên SC hợp với đáy một góc 30° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 35. Cho phương trình $4^x - (m + 3)2^{x+1} + 2m + 5 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa $x_1 + x_2 \geq 4$.

- A. $m \geq \frac{11}{2}$. B. $\begin{cases} m > -3 \\ m \neq -2 \end{cases}$. C. $\frac{11}{2} \leq m < 7$. D. $\begin{cases} m < \frac{11}{2} \\ m \neq -2 \end{cases}$.

CÂU 36. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + 2x \sin x + 1$. Hỏi phương trình $F(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số nghiệm.

CÂU 37. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B và B' , $AC = A'C' = 3a$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle A'B'C'$. Cạnh bên AB' hợp với hai đáy một góc 60° . Tính khoảng cách giữa $A'B'$ và BC .

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}a$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. D. $\sqrt{3}a$.

CÂU 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 7 = 0$. M là điểm thuộc mặt cầu (S) . Tính khoảng cách lớn nhất từ M đến trục Ox .

- A. 2. B. 3. C. $3\sqrt{2}$. D. $2 + 2\sqrt{2}$.

CÂU 39. Một hình trụ có 2 đáy là 2 hình tròn tâm O và O' và có bán kính $r = 5$. Khoảng cách giữa 2 đáy là $OO' = 8$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc 45° , cắt (O) tại A, B và cắt (O') tại C, D . Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$.

- A. $S = 48\sqrt{2}$. B. $S = 24\sqrt{2}$. C. $S = 12\sqrt{2}$. D. $S = 36\sqrt{2}$.

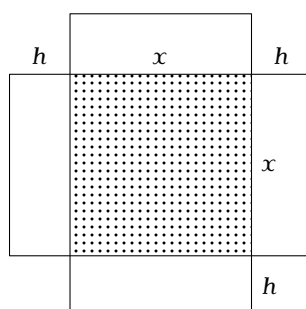
CÂU 40. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $x(2-x) - 2\sqrt{(x+1)(3-x)} + m^2 - m \leq 0$ có nghiệm?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

CÂU 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \sin x + \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. Vô số. B. 1. C. 3. D. 6.

CÂU 42. Một bác thợ gò hàn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật (không nắp) bằng tôn thể tích $665,5 \text{ dm}^3$. Chiếc thùng này có đáy là hình vuông cạnh $x \text{ dm}$, chiều cao $h \text{ dm}$. Để làm chiếc thùng, bác thợ phải cắt một miếng tôn như hình vẽ. Tìm x để bác thợ sử dụng ít nguyên liệu nhất.



QUICK NOTE

A. 10,5 dm.

B. 12 dm.

C. 11 dm.

D. 9 dm.

CÂU 43. Cho $x, y \in [0; \pi]$ thỏa $(2^{\sin x})^2 + (2^{\sin y})^2 \geq 3 \sin x + 3 \sin y + 2$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$A = \frac{\sqrt{3} \sin x + \cos y}{\sin^2 x + 3 \sin^2 y + 1}.$$

A. $1 + \sqrt{3}$.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$.

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = 2$ và $xf'(x) + f(x) = x^2 + x, \forall x \in [1; 2]$. Tính $I = \int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx$.

A. $I = \frac{11}{4}$.

B. $I = \frac{5}{3}$.

C. $I = \frac{21}{13}$.

D. $I = \frac{19}{12}$.

CÂU 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 2, \int_0^1 f(x) dx = 1$. Tính $I = \int_0^2 xf'\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = 4$.

C. $I = 0$.

D. $I = 8$.

CÂU 46. Cho số phức z thỏa $|z| = 2$. Đặt $\omega = (2 + 3i)z - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của tổng phần thực và phần ảo của ω .

A. $4\sqrt{6} - 1$.

B. $2\sqrt{6} - 1$.

C. $2\sqrt{26} - 1$.

D. $6\sqrt{3} - 1$.

CÂU 47. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh từ các đỉnh của một hình lập phương. Tính xác suất để ba đỉnh đó lập thành một tam giác vuông.

A. $\frac{6}{7}$.

B. $\frac{9}{14}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{5}{6}$.

CÂU 48. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là GTLN, GTNN của biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Tính $M - m$.

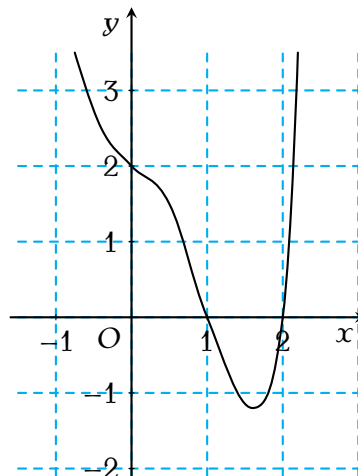
A. 10.

B. $2\sqrt{5}$.

C. 20.

D. $4\sqrt{5}$.

CÂU 49. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m nhỏ hơn 2019 để hàm số $g(x) = f(x) - mx^2 - x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.



A. 1.

B. 2.

C. 2019.

D. 2020.

CÂU 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(0; -4; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 4y - 2z + 18 = 0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H luôn thuộc một đường tròn cố định tâm I và một mặt cầu cố định tâm K (khác I). Tìm tọa độ trung điểm IK .

A. $\left(\frac{5}{2}; -2; \frac{1}{4}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{4}; \frac{5}{2}; -2\right)$.

C. $\left(-2; \frac{5}{2}; \frac{1}{4}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{4}; -2; \frac{5}{2}\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. C	4. D	5. B	6. C	7. A	8. D	9. C	10. A
11. D	12. A	13. A	14. A	15. A	16. A	17. C	18. A	19. B	20. C
21. A	22. C	23. C	24. D	25. D	26. C	27. C	28. B	29. B	30. A
31. B	32. B	33. C	34. C	35. A	36. A	37. A	38. C	39. A	40. D
41. A	42. C	43. A	44. D	45. B	46. C	47. A	48. C	49. C	50. D

QUICK NOTE

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Đặt $u = \sqrt{(x+1)(3-x)} \Rightarrow u^2 - 3 = x(2-x)$.

Thay vào phương trình ban đầu ta được:

$$u^2 - 3 - 2u + m^2 - m \leq 0 \Leftrightarrow (u-1)^2 \leq -m^2 + m + 4$$

Để bất phương trình có nghiệm thì

$$-m^2 + m + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{17}}{2} \geq m \geq \frac{1+\sqrt{17}}{2} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2\}$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 41.

Ta có $y' = \cos x - \sin x + m$. Do đó để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ hay tương đương với $\cos x - \sin x \geq -m$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta tính được $\min\{\cos x - \sin x\} = \min \sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) = -\sqrt{2}$.

Do đó $-\sqrt{2} \geq -m$ hay $\sqrt{2} \leq m$. Vậy có vô số giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án (A)

CÂU 42.

Theo giả thuyết ta có $hx^2 = 665,5$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $4hx + x^2 = 4 \cdot \frac{665,5}{x} + x^2$ với h, x là những số dương.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho các số thực dương $\frac{2.665,5}{x}, \frac{2.665,5}{x}, x^2$

$$2 \cdot \frac{665,5}{x} + 2 \cdot \frac{665,5}{x} + x^2 \geq 3 \sqrt{2 \cdot \frac{665,5}{x} \cdot 2 \cdot \frac{665,5}{x} \cdot x^2} = 363$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{2.665,5}{x} = x^2 \Leftrightarrow x = 11$

Chọn đáp án (C)

CÂU 43.

$y = (2^t)^2 - 3t - 1 = (2^t)^2 - 2^2 - 3(t-1) \leq 0 \forall x \in [0; 1]$ và dấu " $=$ " xảy ra khi $t = 0$ hoặc $t = 1$.

Do đó $(2^{\sin x})^2 + (2^{\sin y})^2 \leq 3 \sin x + 3 \sin y + 2$ với $x, y \in [0, \pi]$.

Vậy để thỏa bất phương trình ở giả thiết thì

$$\begin{cases} \sin x = 0 \vee \sin x = 1 \\ \sin y = 0 \vee \sin y = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow (\sin x; \sin y) \in \{(0; 0)(0; 1)(1; 0)(1; 1)\}$

Lần lượt thay vào A ta suy ra $\max A = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ứng với $(\sin x; \sin y) = (1; 0)$

Chọn đáp án (A)

CÂU 44.

$$(x.f(x))' = xf'(x) + f(x) = x^2 + x \Rightarrow x.f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{C}{x}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{7}{6x} \text{ (Vì } f(1) = 2)$$

$$\text{Khi đó } I = \int_1^2 \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} + \frac{7}{6x^2} \right) dx = \frac{19}{12}$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 45.

Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{1}{2} dx$. Khi đó $I = 4 \int_0^2 t f'(t) dt$.

Đặt $\begin{cases} u = t \\ dv = f'(t) dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = f(t) \end{cases}$. Khi đó

$$I = 4 \left(t \cdot f(t) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(t) dt \right) = 4(2 - 1) = 4.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 46.

Xét $\omega = (2 + 3i)z - 1 \Leftrightarrow \omega + 1 = (2 + 3i)z \Rightarrow |\omega + 1| = |(2 + 3i)z| = 2\sqrt{13}$.

Đặt $\omega = a + bi$ khi đó với giả thuyết truyền $(a + 1)^2 + b^2 = 52$.

Ta tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = a + b$. Ta có

$$S = (a + 1) + b - 1 \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)[(a + 1)^2 + b^2]} - 1 = 2\sqrt{26} - 1$$

Do đó $\max S = 2\sqrt{26} - 1$

Chọn đáp án (C)

CÂU 47.

Chọn 1 đỉnh bất kì mà nó là đỉnh vuông của tam giác.

Suy ra bắt buộc phải có 1 cạnh là cạnh của hình lập phương.

Do đó có 6 tam giác tương ứng.

Suy ra có $8 \cdot 6 = 48$ tam giác vuông tương ứng.

Vậy xác suất là $P = \frac{48}{C_8^3} = \frac{6}{7}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 48.

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

Do $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ nên $M \in (C): (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$.

Ta có

$$P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = 4x + 2y + 3 \Rightarrow 2(y - 4) = P - 4x - 11.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5 &\Leftrightarrow 4(x - 3)^2 + 4(y - 2)^2 = 20 \\ &\Leftrightarrow 4(x - 3)^2 + (P - 4x - 11)^2 = 20 \\ &\Leftrightarrow 20x^2 + 2(32 - 4P)x + P^2 - 22P + 137 = 0. \end{aligned}$$

Ta có $\Delta' = -4P^2 + 184P - 1716 \geq 0 \Leftrightarrow 13 \leq P \leq 33$.

Vậy $M = 33, m = 13$. Do đó $M - m = 20$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 49.

Ta có: $g'(x) = f'(x) - 2mx - 1$

Để $g(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1; 2)$ thì

$$f'(x) \leq 2mx + 1 \quad \forall x \in (1; 2)$$

$$\Rightarrow m \geq \frac{f'(x) - 1}{2x} \geq \frac{f'(x) - 1}{4} \quad \forall x \in (1; 2)$$

$$\Rightarrow m \geq \max_{x \in (1; 2)} \frac{f'(x) - 1}{4} = -\frac{1}{4}$$

Mà m là các số nguyên dương nhỏ hơn 2019 nên có $m \in \{0; 1; 2; \dots; 2018\}$

Chọn đáp án (C)

CÂU 50.

Vì $\widehat{AHB} = 90^\circ$ nên H thuộc mặt cầu (S) tâm K (K là trung điểm AB) đường kính AB .

Và do điểm H thuộc mặt phẳng (P) nên H thuộc đường tròn là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) . Do đó I là hình chiếu của K lên mặt phẳng (P)

Ta có $K\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right)$ và $I(0; -3; 3)$ do đó tọa độ trung điểm IK là $\left(\frac{1}{4}; -2; \frac{5}{2}\right)$

Chọn đáp án (D)

Ngày làm đề:/...../.....



ĐIỂM: _____

Trên con đường
thành công không có
dấu chân của kẻ lười
biếng!

QUICK NOTE

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 2

LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Tính $I = \int_0^1 e^{2x} dx$.

- A. $e^2 - 1$. B. $e - 1$. C. $\frac{e^2-1}{2}$. D. $e + \frac{1}{2}$.

CÂU 2. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + 2i)(3 - i)$ là:

- A. 6. B. 10. C. 5. D. 0.

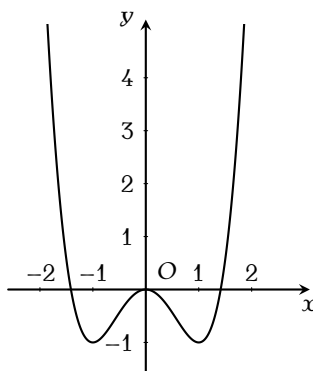
CÂU 3. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3^x - 2)$ là:

- A. $(0; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(\frac{2}{3}; +\infty)$. D. $(\log_3 2; +\infty)$.

CÂU 4. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. 6. B. 2. C. 12. D. 4.

CÂU 5. Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^4 + x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2$.
C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

CÂU 6. Tìm tổng các nghiệm của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- A. 0. B. $\frac{5}{2}$. C. 1. D. 2.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$ và $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$. Khi đó, giao tuyến của (P) và (Q) có một vectơ chỉ phương là:

- A. $\vec{u} = (1; 3; 5)$. B. $\vec{u} = (-1; 3; -5)$.
C. $\vec{u} = (2; 1; -1)$. D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Gọi B là điểm đối xứng của A qua (P) . Độ dài đoạn thẳng AB là:

- A. 2. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 4.

CÂU 9. Cho khối nón đỉnh O , trục OI . Mặt phẳng trung trực của OI chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần là:

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{7}$.

QUICK NOTE

CÂU 10. Gọi A là cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Tìm hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến song song với OA (O là gốc tọa độ).

- A. 0. B. -1. C. -3. D. $1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 11. Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-1) \sin 2x \, dx$. Tìm đẳng thức đúng.

- A. $I = -(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$.
 B. $I = -(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$.
 C. $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$.
 D. $I = -\frac{1}{2}(x-1) \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$.

CÂU 12. Với hai số thực dương a, b tùy ý và $\frac{\log_3 5 \cdot \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $a = b \log_6 2$. B. $a = 36b$. C. $2a + 3b = 0$. D. $a = b \log_6$.

CÂU 13. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $z = -2 + i$. Tính $a - b$.

- A. 9. B. 1. C. 4. D. -1.

CÂU 14. Tìm m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 1$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

- A. $-3 < m < 0$. B. $0 < m < 3$. C. $m < -3$. D. $m > 3$.

CÂU 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa SC và AB bằng 60° . Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) .

- A. $\frac{\sqrt{10}}{5}a$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}a$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$. D. $\frac{2\sqrt{10}}{5}a$.

CÂU 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3 \cdot 2^x - 2) < 2x$ là:

- A. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
 C. $(\log_2 \frac{2}{3}; 0) \cup (1; +\infty)$. D. $(1; 2)$.

CÂU 17. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Xác suất để chọn được một số chia hết cho 5 là:

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{4}{25}$. C. $\frac{9}{25}$. D. $\frac{3}{5}$.

CÂU 18. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

CÂU 19. Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$?

- A. $F(x) = \ln|2x+1| + 1$. B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + 2$.
 C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|4x+2| + 3$. D. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(4x^2+4x+1) + 3$.

CÂU 20. Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x)$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' > 0$ là:

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

CÂU 21. Biết đường thẳng $y = (3m-1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

QUICK NOTE

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; \frac{3}{2})$. D. $(\frac{3}{2}; 2)$.

CÂU 22. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

- A. Hàm số $y = 2^{3-x}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Hàm số $y = \log_2(x^2 + 1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
 D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2^x + 2^{2-x}$ bằng 4.

CÂU 23. Cho hàm số $y = \frac{mx^2 - 2x + m - 1}{2x + 1}$. Tìm tham số m để đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất trong mặt phẳng tọa độ.

- A. $m = 0$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = \frac{1}{2}$.

CÂU 24. Cho hình trụ có trục OO' , thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của trụ cắt bởi (P) .

- A. $a^2\sqrt{3}$. B. a^2 . C. $2a^2\sqrt{3}$. D. πa^2 .

CÂU 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(3; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Gọi M và N lần lượt là hình chiếu của A và B trên mặt phẳng (P) . Tính độ dài đoạn MN .

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. 4.

CÂU 26. Cho A, B, C là các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn $z^3 + 1 = 0$. Tìm phát biểu sai.

- A. Tam giác ABC đều.
 B. Tam giác ABC có trọng tâm là $O(0; 0)$.
 C. Tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là $O(0; 0)$.
 D. $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx - (m + 1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \in \emptyset$. B. $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$.
 C. $m < -\frac{1}{2}$. D. $m > -1$.

CÂU 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính giá trị biểu thức $A = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{100}\right)$?

- A. 50. B. 49. C. $\frac{149}{3}$. D. $\frac{301}{6}$.

CÂU 29. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \sin x \cdot \sin 2x$ thỏa $F(0) = 0$. Tìm số nghiệm phương trình $F(x) = 0$ trong $[\pi; 5\pi]$?

- A. 1. B. 3. C. 5. D. 7.

CÂU 30. Cho tam giác ABC biết phương trình đường thẳng $BC: 3x + 4y + 3 = 0$, tọa độ trọng tâm $G(1; 1)$. Đường tròn (C) có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng BC có chu vi bằng:

- A. 14π . B. 8π . C. 12π . D. 10π .

CÂU 31. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx}$ đồng biến trên đoạn $[1; 2]$.

- A. $m > \frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{1}{3}$. C. $m \geq -1$. D. $m > -8$.

CÂU 32. Ông An bắt đầu đi làm với mức lương khởi điểm là 1 triệu đồng một tháng. Cứ sau 3 năm thì ông An được tăng lương 40%. Hỏi sau tròn 20 năm đi làm tổng tiền lương ông An nhận được là bao nhiêu (làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy)?

- A. 726,74 triệu đồng. B. 716,74 triệu đồng.
 C. 858,72 triệu đồng. D. 768,37 triệu đồng.

QUICK NOTE

CÂU 33. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SC = a$. Cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

CÂU 34. Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm, đường kính 6cm. Mặt đáy phẳng và dày 1cm, thành cốc dày 0,2cm. Đổ vào cốc 120ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm. Hỏi mặt nước trong cốc cách mép cốc bao nhiêu cm?

- A. 3,67 cm. B. 2,67 cm. C. 3,28 cm. D. 2,28 cm.

CÂU 35. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 3$, $u_7 = 81$. Hỏi có bao nhiêu số hạng của (u_n) có 2018 chữ số?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

CÂU 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3 . Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD .

- A. $2\sqrt{3}a$. B. $\sqrt{3}a$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. D. $\frac{a}{2}$.

CÂU 37. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3ax^2 + a^2x - 2}{x + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ -8 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$$

Biết rằng f liên tục trên tập xác định. Tính $f(a)$.

- A. 2. B. -8. C. 1. D. 10.

CÂU 38. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z - i| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

CÂU 39. Cho phương trình $(\log_2 x)^2 - (m + 3)\log_2 x - 2m^2 + 3m + 2 = 0$. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x_1 + x_2$.

- A. 6. B. 4. C. $2\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

CÂU 40. Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C khác O . Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

- A. 54. B. 6. C. 9. D. 18.

CÂU 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là:

- A. $\sqrt{13} + 2$. B. 4. C. 6. D. $\sqrt{13} + 1$.

CÂU 42. Cho khối cầu tâm O bán kính R . Mặt phẳng (P) cách O một khoảng $\frac{R}{2}$ chia khối cầu thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

- A. $\frac{5}{27}$. B. $\frac{5}{19}$. C. $\frac{5}{24}$. D. $\frac{5}{32}$.

CÂU 43. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a \text{ m/s}^2$. Biết ô tô chuyển động thêm được 20m thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (3; 4). B. (4; 5). C. (5; 6). D. (6; 7).

CÂU 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a$. M là trung điểm của SB , N là điểm thỏa $\vec{SN} = 2\vec{ND}$. Tính tan góc giữa (CMN) và $(ABCD)$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{2\sqrt{5}}$.

QUICK NOTE

CÂU 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S) . Gọi M, N là các tiếp điểm. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. C. $\sqrt{6}$. D. 4.

CÂU 46. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, $SA = a\sqrt{3}$. (P) là mặt phẳng đi qua C , song song với BD và tạo với đáy một góc α , $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. (P) cắt SA, SB, SD tại M, N, P . Tính thể tích $S.MNCP$.

- A. $\frac{1}{6}a^3$. B. $\frac{1}{3}a^3$. C. $\frac{2}{3}a^3$. D. $\frac{2}{9}a^3$.

CÂU 47. Cho khối nón đỉnh S có chiều cao $h = 6\text{cm}$, bán kính đáy $R = 8\text{cm}$. Một mặt phẳng (P) đi động qua S cắt khối nón theo tiết diện là hình tam giác. Tính góc (sai số dưới 1°) giữa (P) và trục của khối nón khi thiết diện có diện tích lớn nhất.

- A. $32^\circ 57'$. B. $31^\circ 57'$. C. 0° . D. $33^\circ 57'$.

CÂU 48. Cho $f(x)$ là hàm số có $f'(x)$ liên tục trên $[0; 1]$. Biết $f(x) \geq 0, \forall x \in [0; 1]$, $f(x) = (2x+1)f'(x), f(1) = 1$. Tính $I = \int_0^1 f(x) \cdot f'(x) dx$.

- A. $I = \frac{1}{3}$. B. $I = \frac{2}{3}$. C. $I = \frac{4}{3}$. D. $I = 1$.

CÂU 49. Một vùng đất hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 25\text{km}$, $BC = 20\text{km}$ và M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Một người cưỡi ngựa xuất phát từ A đi đến C bằng cách đi thẳng từ A đến một điểm X thuộc đoạn MN rồi lại đi thẳng từ X đến C . Vận tốc của ngựa khi đi trên phần $ABNM$ là 15km/h vận tốc của ngựa khi đi trên phần $MNCD$ là 30km/h . Thời gian ít nhất để ngựa di chuyển từ A đến C là mấy giờ?

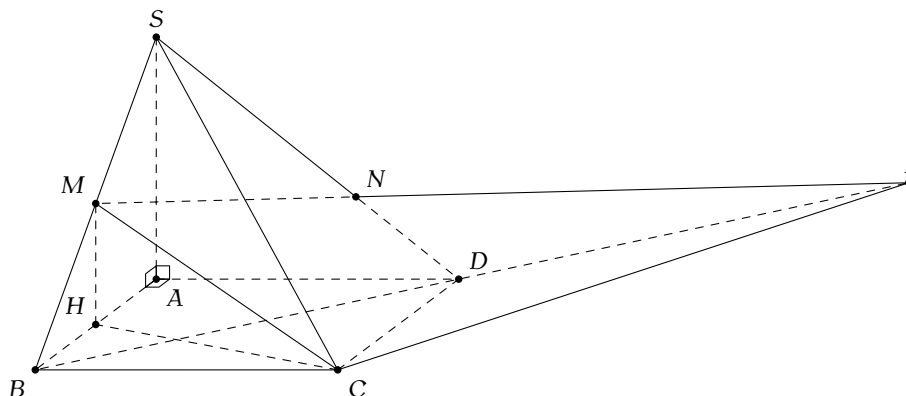
- A. 1 giờ 29 phút. B. 1 giờ 36 phút. C. 1 giờ 33 phút. D. 44 phút.

CÂU 50. Giả sử hàm số $y = \left| 4\sqrt{5x-x^2} - 3x + 1 - m \right|$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để $b - a > 2$.

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 6.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. D	4. A	5. B	6. A	7. A	8. B	9. D	10. B
11. C	12. B	13. D	14. C	15. A	16. C	17. C	18. A	19. A	20. B
21. A	22. B	23. C	24. C	25. B	26. D	27. A	28. D	29. C	30. C
31. C	32. D	33. B	34. D	35. B	36. A	37. D	38. C	39. A	40. C
41. D	42. A	43. C	44. B	45. B	46. D	47. B	48. A	49. A	50. A



Gọi $I = MN \cap BD$. Khi đó D là trung điểm của IB .

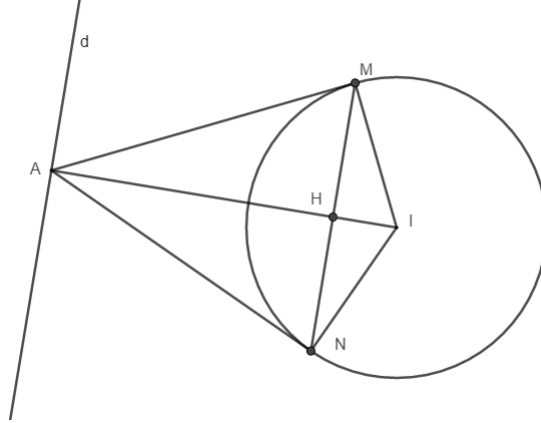
Kẻ $MH \perp AB$ tại H . Khi đó $MH \perp (ABCD)$ và $CH \perp CI$.

$\Rightarrow [(CMN), (ABCD)] = \widehat{MCH}$.

Ta có $\tan \widehat{MCH} = \frac{MH}{CH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 45.



Gọi I là tâm của hình cầu do đó $I = (1; 2; 1)$.

Gọi A là chân đường cao kẻ từ I xuống đường thẳng d . Khi đó A có tọa độ là $(2; 0; 0)$, và $IA = \sqrt{6}$ và do đó $AM = AN = \sqrt{IA^2 - R^2} = 2$

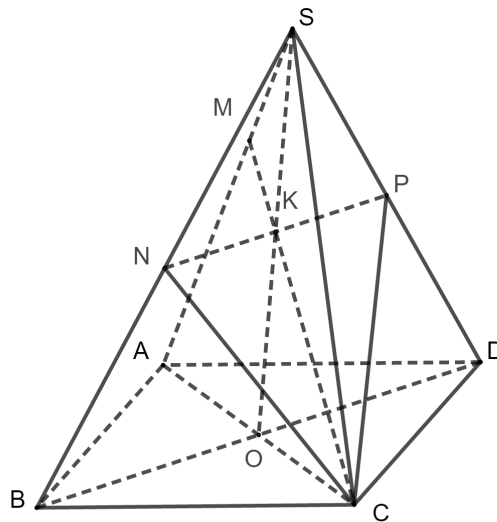
Nhận xét rằng $IM \perp d$ và $IA \perp d$ do đó $(IMA) \perp d$ tương tự như vậy $(INA) \perp d$ vậy I, M, N, A đồng phẳng.

Gọi giao giữa MN và IA là H . Nhận thấy rằng H là trung điểm của MN và $MN \perp IA$. Ta có

$$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MA^2} + \frac{1}{MI^2} \Rightarrow MH = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow MN = 2MH = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 46.



Gọi O là giao điểm AC và BD . K là giao điểm của SO với mặt phẳng $(CMNP)$.

Vì $(CNMP)$ song song với BD nên $NP \parallel BD$.

Do $SO \perp (ABCD)$ nên góc giữa mặt phẳng $CNMP$ và mặt phẳng $ABCD$ bằng góc $\widehat{KCO}$.

Ta có $OC = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow OK = OC \cdot \tan \alpha \sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{2}a$.

Ngoài ra $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a$ Do đó

$$\frac{SK}{SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SP}{SD} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{2}$$

Áp dụng định lý Menelaus trong tam giác SAO với 3 điểm thẳng hàng M, K, C Ta có

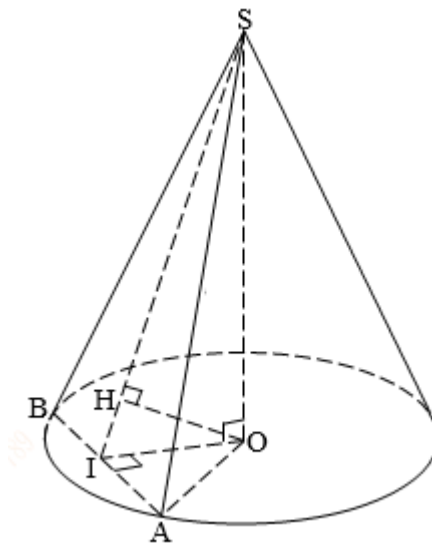
$$\frac{MS}{MC} \cdot \frac{CA}{CO} \cdot \frac{KO}{KS} = 1 \Rightarrow \frac{MS}{MC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$$

Do đó, áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có

$$V_{S.CNMP} = V_{S.MNP} + V_{S.CPN} = \frac{1}{6}V = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}a \cdot 4a^2 = \frac{2}{9}a^3$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 47.



Đặt các điểm như hình vẽ với I là trung điểm của AB. Đặt $IA = x$ khi đó $0 < x < R = 8$

Ta có $OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = \sqrt{64 - x^2}$ và $SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \sqrt{100 - x^2}$.

Do đó $S_{SAB} = \frac{1}{2}AB \cdot SI = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \sqrt{100 - x^2} = x\sqrt{100 - x^2} \leq \frac{x^2 + 100 - x^2}{2} = 50$.

Dấu "=" xảy ra khi $x = \sqrt{100 - x^2} \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2}$ và $OI = \sqrt{14}$.

Vậy khi đó $\tan \widehat{ISO} = \frac{OI}{SO} = \frac{\sqrt{14}}{6}$

Chọn đáp án (B)

CÂU 48.

Từ giả thiết ta có

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{2x+1} \Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{1}{2x+1} dx \Leftrightarrow \ln f(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+1) + C$$

Do $f(1) = 1$ nên

$$\ln(1) = \frac{1}{2} \ln(2 \cdot 1 + 1) + C \Leftrightarrow C = -\frac{1}{2} \ln(3)$$

Nên

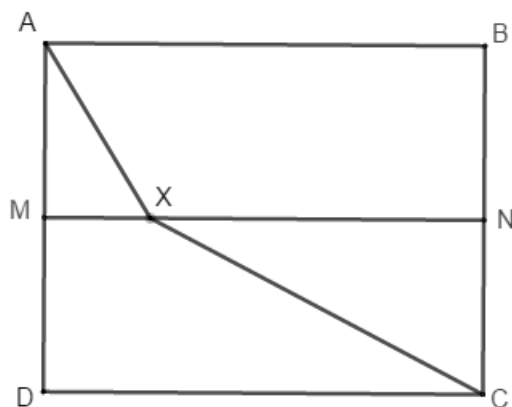
$$\ln f(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+1) - \frac{1}{2} \ln 3 = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2x+1}{3} \right) \Leftrightarrow f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{3}}$$

Do đó

$$\int_0^1 f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{1}{2} [f(x)]^2 \Big|_0^1 = \frac{1}{6} (2x+1) \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 49.



Đặt $MX = x \Rightarrow 0 \leq x \leq 25$.

Ta có $AX = \sqrt{x^2 + 10^2} \Rightarrow$ thời gian đi quãng đường $AX : \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{15}$ (giờ).

Quãng đường $CX = \sqrt{(25 - x)^2 + 10^2} \Rightarrow$ thời gian quãng đường $CX : \frac{\sqrt{x^2 - 50x + 725}}{30}$ (giờ).

Tổng thời gian

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 100}}{15} + \frac{\sqrt{x^2 - 50x + 725}}{30} \text{ (giờ)}.$$

Ta sẽ tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 25]$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{x}{15\sqrt{x^2 + 100}} + \frac{x - 25}{30\sqrt{x^2 - 50x + 725}} = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x\sqrt{x^2 - 50x + 725} = (25 - x)\sqrt{x^2 + 100} \\ &\Leftrightarrow (x - 5)(3x^3 - 135x^2 - 1700x - 3500) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 5 \end{aligned}$$

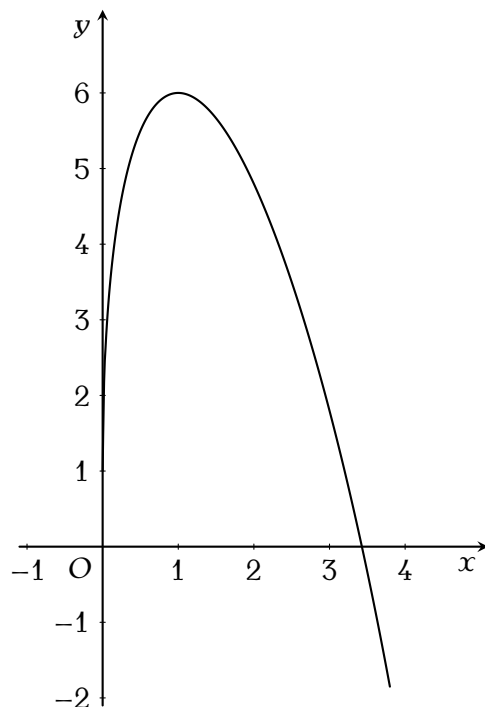
Tính các giá trị $f(0); f(5); f(25)$ ta nhận thấy giá trị nhỏ nhất là

$$f(5) = \frac{2\sqrt{5}}{3} \text{ (giờ)} \approx 1,49 \text{ (giờ)} \approx 1 \text{ giờ } 29 \text{ phút.}$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 50.

Đặt $g(x) = 4\sqrt{5x - x^2} - 3x + 1$. Khi đó $g(x)$ có đồ thị



Do m nguyên dương nên đồ thị $g(x) - m$ đi xuống m đơn vị.

Đồ thị $y = |g(x) - m|$ đối xứng phần âm của đồ thị $g(x) - m$ qua trục Ox .

Nếu $m \geq 6$ thì hàm số y có khoảng nghịch biến là $(0, 1)$ không thỏa yêu cầu đề bài.

Nếu $m < 6$ thì hàm số y có khoảng nghịch biến là $(0; x_1)$ và $(1; x_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của $g(x)$ với đường thẳng $y = m$.

Ta loại khoảng $(0; x_1)$ do $x_1 < 1$.

Vậy để có $x_2 - 1 > 2 \Leftrightarrow x_2 > 3 \Leftrightarrow m < 1,75$.

Chọn đáp án (A)



TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 3
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Cho hàm số $y = \log_2 x$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục tung.
C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M(1; 0)$.
D. Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.

CÂU 2. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(2; 0; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; -3)$.

- A. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$.
B. $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.
C. $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.
D. $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$.

CÂU 4. Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Tính diện tích mặt cầu tiếp xúc với các mặt của hình lập phương.

- A. $2\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. πa^2 . D. $4\pi a^2$.

CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x-2)^4$. Số điểm cực trị của hàm số là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 6. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị (C) . Tiếp tuyến với (C) có hệ số góc bằng -5 có phương trình là:

- A. $y = -5x + 2; y = -5x - 22$.
B. $y = -5x - 2; y = -5x + 22$.
C. $y = -5x - 2; y = -5x - 22$.
D. $y = -5x + 2; y = -5x + 22$.

CÂU 7. Cho $I(4; -1; 2), A(1; -2; -4)$, phương trình mặt cầu (S) có tâm I và đi qua A là:

- A. $(x-4)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{46}$.
B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 46$.
C. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{46}$.
D. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 46$.

CÂU 8. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{13}$.

- A. 21164. B. 41184. C. 26712. D. 51216.

CÂU 9. Phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 , khi đó tích $x_1.x_2$ bằng:

- A. 12. B. 16. C. 32. D. 36.

CÂU 10. Cho $A(1; 0; -2), B(0; -4; -4)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 6z + 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng AB và vuông góc với (P) là:

- A. $2x - y - z - 4 = 0$.
B. $2x + y - z - 4 = 0$.
C. $2x - z - 4 = 0$.
D. $4x + y - 4z - 12 = 0$.

CÂU 11. Cho số phức z thỏa mãn: $\bar{z} = \frac{(1 - \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tìm môđun của $\bar{z} + iz$.

- A. $8\sqrt{2}$. B. a . C. $4\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

CÂU 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số, $y = x^2 - 2x, y = 7x$ là

- A. $\frac{243}{4}$. B. $\frac{243}{2}$. C. $\frac{81}{2}$. D. $\frac{81}{4}$.

CÂU 13. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a^2x^2 - 3ax - 4}{x - 1}, & \text{khi } x \neq 1 \\ 5, & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Biết rằng f liên tục trên khoảng $(-1; 3)$. Tính $f(a)$.

- A. 5. B. 3. C. -1. D. -6.

CÂU 14. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$ là:

- A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$
 C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

- B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$
 D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

CÂU 15. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\sin x - \frac{2}{\cos^2 x}$

- A. $-3\cos x - 2\tan x + C$.

- B. $-\frac{3}{2}(2\cos x - 2\tan x) + C$.

- C. $-\frac{3}{2}(2\cos x + 2\tan x) + C$.

- D. $\frac{3}{2}(2\cos x - 2\tan x) + C$.

CÂU 16. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 10x + 1$ biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng d có phương trình $y = x - 1$

- A. $y = -x - 26$ hoặc $y = -x + 6$.

- B. $y = -x + 26$ hoặc $y = -x - 6$.

- C. $y = -x - 29$ hoặc $y = -x + 7$.

- D. $y = -x + 29$ hoặc $y = -x - 7$.

CÂU 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): 2x + y = 0$. Đường thẳng nào dưới đây vuông góc với (d)

- A. $x - y + 1 = 0$.

- B. $x - 2y - 1 = 0$.

- C. $2x - y - 1 = 0$.

- D. $x + 2y = 0$.

CÂU 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. 15.

- B. 17.

- C. 19.

- D. 20.

CÂU 19. Cường độ một trận động đất M (richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ XX, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ trận động đất ở Nam Mỹ là

- A. 8,9.

- B. 33,2.

- C. 2,075.

- D. 11.

CÂU 20. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n^2 - u_{n+1}}$.

- A. 4.

- B. 2.

- C. $\sqrt{2}$.

- D. $2\sqrt{2}$.

CÂU 21. Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = \cos 2x - 2\sin x + 1$ trên $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

- A. $\left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

- B. $\left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{6}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

- C. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

- D. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

CÂU 22. Biết $\int_1^2 x^2 \ln x dx = \frac{1}{3} \left(4 \ln a - \frac{1}{b}\right)$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Hỏi $3a - 28b$ bằng:

- A. 0.

- B. 1.

- C. 2.

- D. 3.

CÂU 23. Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và M là điểm bất kì thuộc (C) . Gọi d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang. Tích tích số $d_1 d_2$.

- A. $d_1 d_2 = 2$.

- B. $d_1 d_2 = 3$.

- C. $d_1 d_2 = 4$.

- D. $d_1 d_2 = 6$.

CÂU 24. Phương trình: $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1 và x_2 trong đó $x_1 < x_2$. Khẳng định nào đúng?

- A. $2x_1 + x_2 = 0$.

- B. $x_1 + 2x_2 = -1$.

- C. $x_1 + x_2 = -2$.

- D. $x_1 x_2 = -1$.

CÂU 25. Một người gửi 6 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép, kì hạn một năm với lãi suất 7,56% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó sẽ có ít nhất 12 triệu đồng từ số tiền gửi đó?

- A. 9.

- B. 10.

- C. 8.

- D. 7.

CÂU 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,8}(x^2 + x) < \log_{0,8}(-2x + 4)$ là:

- A. $(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$.

- B. $(-4; 1)$.

- C. $(-\infty; -4) \cup (1; 2)$.

- D. $(-4; 1) \cup (2; +\infty)$.

CÂU 27. Tìm m để đường thẳng $y = x + m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

- A. $m = 4 \pm \sqrt{3}$.

- B. $m = 2 \pm \sqrt{10}$.

- C. $m = 4 \pm \sqrt{10}$.

- D. $m = 2 \pm \sqrt{3}$.

CÂU 28. Tính thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \tan x$, hai trục tọa độ, đường thẳng $x = \frac{\pi}{4}$ khi quay quanh trục Ox .

- A. $1 - \frac{\pi}{2}$. B. $\pi - \frac{\pi^2}{4}$. C. $1 - \frac{\pi}{4}$. D. $\pi - \frac{\pi^2}{2}$.

CÂU 29. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị lập thành một tam giác vuông cân?

- A. $m = \pm 2$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = \pm 1$.

CÂU 30. Nếu $a^{\frac{19}{5}} < a^{\frac{15}{7}}$ và $\log_b(\sqrt{2} + \sqrt{7}) > \log_b(\sqrt{2} + \sqrt{5})$ thì

- A. $a > 1, 0 < b < 1$. B. $0 < a < 1, b > 1$. C. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. D. $a > 1, b > 1$.

CÂU 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a ; Góc A bằng 60° , O là tâm hình thoi. SA vuông góc với đáy. Góc giữa SO và đáy bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $2a^3$.

CÂU 32. Cho số phức z thỏa mãn: $(2 - 3i)z + (4 + i)\bar{z} = -(1 + 3i)^2$. Xác định phần thực và phần ảo của z .

- A. Phần thực -2 ; Phần ảo $5i$. B. Phần thực -2 ; Phần ảo 5 .
C. Phần thực -2 ; Phần ảo 3 . D. Phần thực -3 ; Phần ảo $5i$.

CÂU 33. Có bao nhiêu số tự nhiên m nhỏ hơn 2018 sao cho hàm số $y = m \cos x + \sin x + 2x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 1. B. 2. C. 2017. D. 2018.

CÂU 34. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 14$ và điểm $M(-1; -3; -2)$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua M , cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

- A. $2y - z + 4 = 0$. B. $x - 2y - 5 = 0$. C. $2x - z = 0$. D. $y + 2z + 7 = 0$.

CÂU 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ trọng tâm G của $\triangle SAB$ đến mặt phẳng (SAC) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 36. Cho khối nón có đỉnh S , cắt khối nón bởi một mặt phẳng qua đỉnh của khối nón tạo thành thiết diện là tam giác SAB . Biết khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến thiết diện bằng 2, $AB = 12$, bán kính đường tròn đáy bằng 10. Chiều cao h của khối nón là

- A. $\frac{8\sqrt{15}}{15}$. B. $\frac{2\sqrt{15}}{15}$. C. $\frac{4\sqrt{15}}{15}$. D. $\sqrt{15}$.

CÂU 37. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 4$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

CÂU 38. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

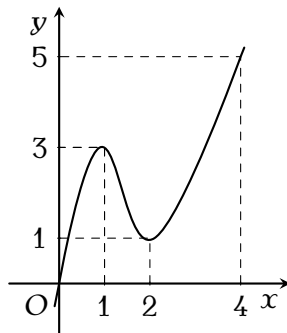
- A. 106,25 triệu đồng. B. 120 triệu đồng. C. 164,92 triệu đồng. D. 114,64 triệu đồng.



CÂU 39. Phương trình: $(m - 2) \cdot 2^{2(x^2+1)} - (m + 1) \cdot 2^{x^2+2} + 2m = 6$ có nghiệm khi

- A. $2 \leq m \leq 9$. B. $2 < m < 9$. C. $2 < m \leq 9$. D. $-1 \leq m \leq 3$.

CÂU 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Biết đồ thị hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm số cực trị của hàm số $g(x) = |f(x^2) - 2x|$.



A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

CÂU 41. Trong không gian Oxyz cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d' đi qua A, cắt d sao cho khoảng cách từ điểm O đến d' nhỏ nhất.

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

C. $\frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+4}{5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

CÂU 42. Cho hàm số $y = |x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 6x - m + 2|$. Gọi S là tập các số tự nhiên m thỏa hàm số trên có 7 cực trị. Tìm tổng các phần tử của S.

A. 10.

B. 3.

C. 5.

D. 9.

CÂU 43. Cho hình chóp S.ABC có $SA = AB = AC = BC = 2a$, $SB = SC = a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{\sqrt{13}}{4}a$.

B. $\frac{\sqrt{39}}{4}a$.

C. $\frac{\sqrt{13}}{2}a$.

D. $\frac{\sqrt{39}}{2}a$.

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x) dx = 2$; $\int_0^3 f(x) dx = 6$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = 4$.

C. $I = \frac{3}{2}$.

D. $I = 6$.

CÂU 45. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2 (m/s^2)$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu?

A. $\frac{4000}{3}m$.

B. $\frac{4200}{3}m$.

C. $\frac{4300}{3}m$.

D. $\frac{2200}{3}$.

CÂU 46. Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $4 \log_2^2 x + b \log_2 x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2a + 3b$.

A. 42.

B. 37.

C. 17.

D. 14.

CÂU 47. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Giả sử đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

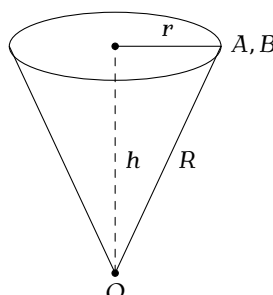
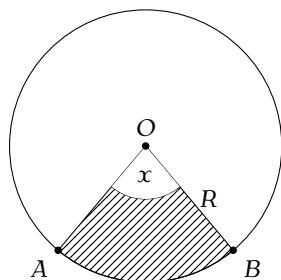
A. $\min P = -9$.

B. $\min P = -\frac{25}{9}$.

C. $\min P = -\frac{16}{25}$.

D. $\min P = 1$.

CÂU 48. Bình có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, bạn ấy muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Bình phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{\pi}{2}$.

D. $\frac{\pi}{4}$.

CÂU 49. Cho phương trình $\log_2 \frac{x^2 - x - m}{x^2 + 1} = 2(x^2 + x + m) + 5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên lớn hơn -10 của tham số m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

CÂU 50. Chọn ngẫu nhiên bốn số từ 500 số tự nhiên đầu tiên. Tính xác suất để 4 số đó lập thành cấp số cộng.

A. $\frac{1}{62125}$.

B. $\frac{1}{62375}$.

C. $\frac{2}{62125}$.

D. $\frac{2}{62375}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. A	4. C	5. B	6. C	7. D	8. B	9. C	10. C
11. A	12. B	13. B	14. A	15. A	16. A	17. B	18. D	19. A	20. A
22. A	23. C	24. B	25. B	26. C	27. C	28. B	29. D	30. B	31. B
32. B	34. A	35. B	36. A	37. B	38. D	39. C	40. D	41. B	42. A
	43. B	44. B	45. B	46. A	47. B	48. A	49. B	50. A	

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Đặt $h(x) = f(x^2) - 2x \Rightarrow h'(x) = 2xf'(x^2) - 2$.

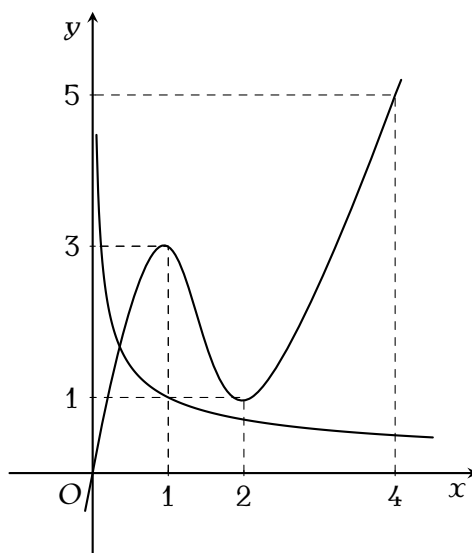
$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow xf'(x^2) = 1$$

Nếu $x \leq 0$ vì $f'(x^2) > 0$ nên $h'(x) < 0$.

Nếu $x > 0$ Đặt $t = x^2$ ($t > 0$).

Phương trình tương đương với $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$ (*).

Nghiệm của (*) là số giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ và $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ được thể hiện như hình vẽ dưới đây:



Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	x_0	1	$+\infty$
$h'(x)$		-	0	+	0
$h(x)$	$+\infty$	0		3	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có số cực trị của hàm số $g(x) = |h(x)|$ là 3.

Chọn đáp án (D)

CÂU 41.

Đường thẳng d' qua A và cắt d nên nằm trong mặt phẳng chứa A và d .

Phương trình mặt phẳng chứa A, d là $(\alpha): -3x - 2y + z + 4 = 0$.

Đề khoảng cách từ O đến d' nhỏ nhất thì d' phải đi qua hình chiếu H của O lên mặt phẳng (α) .

Phương trình đường thẳng qua O và vuông góc $(\alpha): \frac{x}{-3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$.

Tọa độ điểm $H: (\frac{6}{7}; \frac{4}{7}; -\frac{2}{7})$.

Phương trình đường thẳng d' qua A và $H: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{9}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 42.

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 6x - m + 2$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 4x + 6$ có ba nghiệm phân biệt $\Rightarrow f(x)$ có ba cực trị.

Ta biết, số cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ bằng số cực trị của hàm số $f(x)$ cộng với số nghiệm của $f(x)$ (nghiệm

này phải khác cực trị của $f(x)$.

Từ đó, để hàm số $y = |f(x)|$ có 7 cực trị thì $f(x)$ có 4 nghiệm phân biệt hay phương trình

$$g(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 6x = m - 2$$

có 4 nghiệm phân biệt.

Ta có $g'(x) = 4x^3 - 12x^2 - 4x + 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3,17 \\ x_2 = 0,61 \\ x_3 = -0,78 \end{cases}$ Bảng biến thiên

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$		
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$			$4,15$			$+\infty$
			$-1,63$			$-25,52$	

Từ bảng biến thiên và do $m \in \mathbb{N}$ suy ra $m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy tổng các giá trị m là $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$

Chọn đáp án (A)

CÂU 43.

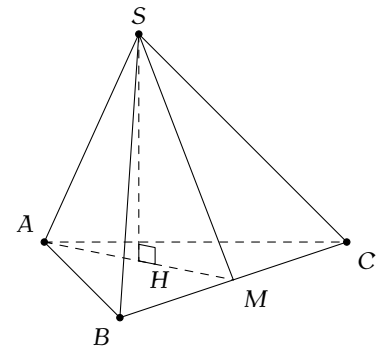
Gọi M là trung điểm BC . H là trung điểm AM .

Tam giác SBC có $SB = SC = a\sqrt{5}$ nên $SM \perp BC$.

Khi đó $SM = \sqrt{SB^2 - BM^2} = 2a = SA$.

$\triangle SAM$ cân tại S nên $SH \perp AM$.

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SM^2 - \frac{AM^2}{4}} = \frac{a\sqrt{13}}{2}.$$



Hơn nữa $AM \perp BC$ ($\triangle ABC$ đều), $SM \perp BC$ nên $(SAM) \perp BC$.

Do đó $SH \perp BC$.

Mà $SH \perp AM$ nên $SH \perp (ABC)$.

Khi đó

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{2} \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d_{[a;(SBC)]} = \frac{3V}{S_{SBC}} = \frac{\frac{a^3\sqrt{39}}{2}}{\frac{1}{2}2a \cdot 2a} = \frac{a\sqrt{39}}{4}.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 44.

$$I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|)dx = \int_{-1}^{1/2} f(1-2x)dx + \int_{1/2}^1 f(2x-1)dx$$

$$I = -\frac{1}{2} \int_3^0 f(u)du + \frac{1}{2} \int_0^1 f(v)dv$$

$$I = -\frac{1}{2}(-6) + \frac{1}{2} \cdot 2 = 4$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 45.

$$v(t) = \int a(t)dt = 3 \cdot \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + C.$$

$$v(0) = 10 \text{ nên } C = 10.$$

Quãng đường cần tìm $S = \int_0^{10} v(t)dt = \int_0^{10} \left(\frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 10\right)dt = \frac{4300}{3}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 46.

Xét phương trình:

$$at^2 + bt + 4 = 0 \quad (*)$$

$$4t^2 + bt + a = 0 \quad (**)$$

Điều kiện để hai phương trình có 2 nghiệm là

$$b^2 - 16a > 0 \Leftrightarrow b > 4\sqrt{a} (a, b \in \mathbb{N}^*)$$

Khi đó, gọi t_1, t_2 là nghiệm của (*), t_3, t_4 là nghiệm của (**) thì

$$x_1 = e^{t_1}, x_2 = e^{t_2}, x_3 = 2^{t_3}, x_4 = 2^{t_4}$$

Theo đề bài,

$$x_1x_2 > x_3x_4 \Leftrightarrow e^{t_1} \cdot e^{t_2} > 2^{t_3} \cdot 2^{t_4} \Leftrightarrow e^{t_1+t_2} > 2^{t_3+t_4}$$

$$\Leftrightarrow e^{-b/a} > 2^{-b/4} \Leftrightarrow -\frac{b}{a} > -\frac{b}{4} \ln 2 \Leftrightarrow \frac{1}{a} < \frac{\ln 2}{4} \quad (b \in \mathbb{N}^*)$$

$$\Leftrightarrow a > \frac{4}{\ln 2} \approx 5,77$$

$$\text{Do đó : } a \geq 6 \Rightarrow b \geq 10 \Rightarrow P \geq 42$$

Vậy P đạt nhỏ nhất bằng 42.

Chọn đáp án (A)

CÂU 47.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b.$$

Phương trình đường thẳng đi qua A, B :

$$y = \frac{2}{9}(3b - a^2)x + \left(c - \frac{ab}{9}\right)$$

AB qua O nên $c = \frac{ab}{9}$.

$$P = abc + ab + c = 9c^2 + 10c = 9\left(c + \frac{5}{9}\right)^2 - \frac{25}{9} \geq \frac{25}{9}$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 48.

Độ dài cung tròn AB dùng làm phễu là: $Rx = 2\pi r \Leftrightarrow r = \frac{Rx}{2\pi}$.

$$h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2x^2}{4\pi^2}} = \frac{R}{2\pi} \sqrt{4\pi^2 - x^2}$$

Thể tích cái phễu là:

$$V = f(x) = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{R^3}{24\pi^2} x^2 \sqrt{4\pi^2 - x^2} \text{ với } x \in (0; 2\pi).$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{R^3}{24\pi^2} \cdot \frac{x^2(8\pi^2 - 3x^2)}{\sqrt{4\pi^2 - x^2}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8\pi^2 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi.$$

Vậy thể tích phễu lớn nhất khi $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 49.

$$\begin{aligned}\log_2 \frac{x^2 - x - m}{x^2 + 1} &= 2(x^2 + x + m) + 5 \\ \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - m) - \log_2(x^2 + 1) &= 2(x^2 + x + m) + 5 \\ \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - m) + 2(x^2 - x - m) &= \log_2(x^2 + 1) + 1 + 4x^2 + 4 \\ \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - m) + 2(x^2 - x - m) &= \log_2(2x^2 + 2) + 2(2x^2 + 2) \\ \Leftrightarrow x^2 - x - m &= 2x^2 + 2 > 0 \quad (\text{hàm số } f(x) = \log_2 x + 2x \text{ đồng biến trên } (0; +\infty)) \\ \Leftrightarrow x^2 + x + 2 + m &= 0\end{aligned}$$

Để phương trình có hai nghiệm trái dấu thì $2 + m < 0 \Leftrightarrow m < -2$

Vậy có 7 giá trị nguyên lớn hơn -10 của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B)



CÂU 50.

Gọi a_1 và d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng lập thành.

Số hạng lớn nhất của cấp số : $a_4 = a_1 + 3d$.

Cần có $a_1 + 3d \leq 499$. Do $a_1 \geq 0$ nên $1 \leq d \leq 166$.

Với $d = 1 : a_1 \leq 496$, có 497 cách chọn.

Với $d = 2 : a_1 \leq 494$, có 494 cách chọn.

...

Với $d = 166 : a_1 \leq 1$, có 2 cách chọn.

Vậy có tất cả $2 + 5 + \dots + 494 + 497 = 41417$ cách thành lập cấp số cộng thỏa đề bài.

Xác suất cần tính là : $p = \frac{41417}{C_{500}^4} = \frac{1}{62125}$.

Chọn đáp án (A)



TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 4
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $A(-1; 2; -3)$ và có bán kính $R = 4$?

- A.** $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16.$ **B.** $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4.$
C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16.$ **D.** $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 4.$

CÂU 2. Tính môđun của số phức $z = (1 + i)^3$.

- A.** $|z| = \sqrt{2}.$ **B.** $|z| = 2\sqrt{2}.$ **C.** $|z| = 1.$ **D.** $|z| = 3\sqrt{2}.$

CÂU 3. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log(1 - \sqrt{x})$.

- A.** $D = (-\infty; 1).$ **B.** $D = [0; 1).$ **C.** $D = (0; 1).$ **D.** $D = [0; +\infty).$

CÂU 4. Nguyên hàm của $f(x) = \sqrt{x + 1}$ là:

- A.** $\frac{2}{3}(x + 1)\sqrt{x + 1} + C.$ **B.** $\frac{3}{2}(x + 1)\sqrt{x + 1} + C.$ **C.** $\frac{1}{2\sqrt{x + 1}} + C.$ **D.** $\frac{3}{2}(x + 1)\frac{1}{\sqrt{x + 1}}.$

CÂU 5. Khối đa diện đều nào sau đây có mặt **không phải** là tam giác đều:

- A.** Bát diện đều. **B.** Hai mươi mặt đều. **C.** Mười hai mặt đều. **D.** Tứ diện đều.

CÂU 6. Cho số phức $z = a + bi$. Số phức $\frac{1}{z}$ có phần ảo là:

- A.** $\frac{-b}{a^2 + b^2}.$ **B.** $a - b.$ **C.** $\frac{a}{a^2 + b^2}.$ **D.** $a + b.$

CÂU 7. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x \cdot \cos x$ là:

- A.** $-\frac{1}{4} \cos 2x + C.$ **B.** $-\frac{1}{2} \cos 2x + C.$ **C.** $-\cos 2x + C.$ **D.** $\frac{1}{4} \cos 2x + C.$

CÂU 8. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{8 - 2^{-x}}}$.

- A.** $D = (-3; +\infty).$ **B.** $D = (-\infty; -3).$ **C.** $D = [3; +\infty).$ **D.** $D = [-3; +\infty).$

CÂU 9. Giả sử $\int_0^5 \frac{dx}{2x - 1} = a + \ln b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó giá trị của a và b là:

- A.** $a = 0$ và $b = 3.$ **B.** $a = 1$ và $b = 9.$ **C.** $a = 0$ và $b = 81.$ **D.** $a = 1$ và $b = 8.$

CÂU 10. Rút gọn biểu thức $A = \log^2(10x) - \log^2 x$ ta được kết quả là:

- A.** 2. **B.** 1. **C.** $1 + 2 \log x.$ **D.** $1 - 2 \log x.$

CÂU 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy là a , thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy có số đo là:

- A.** $45^\circ.$ **B.** $30^\circ.$ **C.** $60^\circ.$ **D.** $73^\circ 26'.$

CÂU 12. Đặt $a = \log_{49} 11$ và $b = \log_2 7$. Hãy biểu diễn $\log_{\sqrt[3]{7}} \frac{121}{8}$ theo a và b .

- A.** $12a + \frac{9}{b}.$ **B.** $12a - 9b.$ **C.** $4a - \frac{3}{b}.$ **D.** $12a - \frac{9}{b}.$

CÂU 13. Biết $\int x \sin \frac{x}{3} dx = ax \cos \frac{x}{3} - b \sin \frac{x}{3} + C$, khi đó $a + b$ là:

- A.** 9. **B.** 6. **C.** -12. **D.** 2.

CÂU 14. Giả sử $M(z)$ là điểm trên mặt phẳng phức biểu diễn số phức z . Tập hợp các điểm $M(z)$ thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + i| = 2$ là một đường tròn:

- A.** Có tâm $(-1; -1)$ và bán kính là 2. **B.** Có tâm $(1; -1)$ và bán kính là $\sqrt{2}.$
C. Có tâm $(-1; 1)$ và bán kính là 2. **D.** Có tâm $(1; -1)$ và bán kính là 2.

CÂU 15. Phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x - 1) + \log_{\frac{1}{2}}(x + 1) - \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(7 - x) = 1$ có số nghiệm là:

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

CÂU 16. Biết rằng ta có thể viết thêm năm số xen giữa 1 và 729 để được một cấp số nhân có 7 số hạng và số hạng đầu bằng 1. Tổng của năm số viết thêm vào bằng:

- A. 384. B. 1113. C. 363. D. 525.

CÂU 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$. Đường thẳng (d) đi qua $A(2; 1)$ và tiếp xúc với đường tròn tại M . Tính độ dài AM .

- A. 2. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 18. Biết $\int_0^2 f(x)dx = 5$ và $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Tính $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(\sin x) \cos x dx$.

- A. 7. B. 3. C. -3. D. -7.

CÂU 19. Hỏi phương trình $\cos 2x = 3\cos x - 2$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2018\pi)$.

- A. 3024. B. 3025. C. 3026. D. 3027.

CÂU 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(1; 2; 0)$ và $C(2; -1; 1)$. Có bao nhiêu điểm D thuộc tia Oz thỏa mãn thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 2?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

CÂU 21. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $m \leq -1$. B. $m \leq 1$. C. $m \geq -1$. D. $m = 1$.

CÂU 22. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3} & \text{khi } x > 3 \\ a & \text{khi } x \leq 3 \end{cases}$$

liên tục trên tập xác định. Tính $f(a^2)$.

- A. 2. B. 1. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 23. Có 10 thanh tre, 3 thanh đánh số 1, 3 thanh đánh số 2, 3 thanh đánh số 3, 1 thanh đánh số 4. Rút ngẫu nhiên 2 thanh tre. Tính xác suất để tổng của 2 thanh là 5.

- A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{2}{15}$. C. $\frac{4}{15}$. D. $\frac{7}{15}$.

CÂU 24. Giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{mx+5}{x-m}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng -7 là:

- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{5}{7}$.

CÂU 25. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{\sin^{2016} x}{\cos^{2018} x}$ thỏa $F(0) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

- A. 1. B. $\frac{2018}{2017}$. C. $\frac{1}{2018}$. D. $\frac{2017}{2018}$.

CÂU 26. Cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua $A\left(\frac{19}{12}; 4\right)$ và tiếp xúc với (C) tại điểm có hoành độ lớn hơn 1.

- A. $y = 12x - 5$. B. $y = 4$. C. $y = -4x - 5$. D. $y = 12x - 15$.

CÂU 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , tam giác SAB vuông cân tại S . Biết $SH = a\sqrt{3}$, $CH = 3a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và CH .

- A. $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$. B. $\frac{a\sqrt{66}}{22}$. C. $\frac{4a\sqrt{66}}{11}$. D. $\frac{4a\sqrt{7}}{7}$.

CÂU 28. Cho elíp (E) có phương trình $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. Diện tích của hình elíp (E) là:

- A. 6π . B. 12π . C. 24π . D. $\frac{13\pi}{2}$.

CÂU 29. Một hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $BC = AD = \sqrt{2}$. Cho hình thang quay quanh AB , ta được khối tròn xoay có thể tích bằng:

- A. 3π . B. $\frac{7\pi}{3}$. C. $\frac{5\pi}{3}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

CÂU 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 18$ tâm I . Biết d cắt (S) tại hai điểm A và B . Diện tích tam giác IAB bằng:

A. $\frac{8\sqrt{11}}{3}$.

B. $\frac{16\sqrt{11}}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{11}}{9}$.

D. $\frac{\sqrt{11}}{6}$.

CÂU 31. Biết rằng miền nghiệm của bất phương trình
$$\begin{cases} x - y + 2 \leq 0 \\ x + 2y \geq 1 \\ 2x + y \leq 5 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$
 biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ

là đa giác D . Tính diện tích của D .

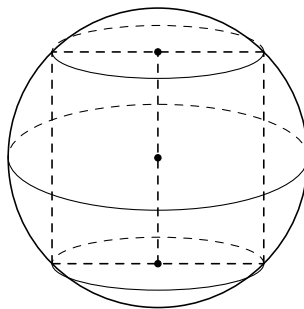
A. 6.

B. $\frac{25}{4}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

CÂU 32. Một hình trụ có chiều cao bằng 6 nội tiếp trong hình cầu có bán kính bằng 5 như hình vẽ. Thể tích của khối trụ này bằng:



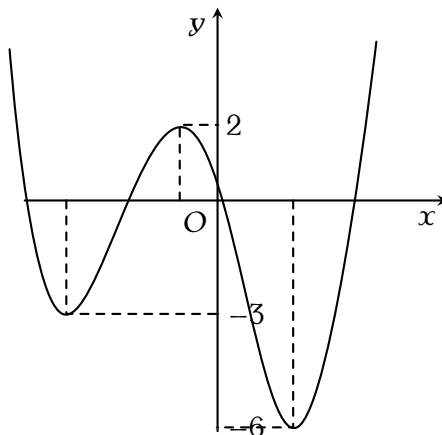
A. 96π .

B. 36π .

C. 192π .

D. 48π .

CÂU 33. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x - 1) + m|$ có đúng 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng:



A. 12.

B. 15.

C. 18.

D. 9.

CÂU 34. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Khoảng cách giữa AB và $A'C$ bằng $\frac{\sqrt{15}}{5}a$. Tính góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng đáy.

A. $5^\circ 39'$.

B. $63^\circ 26'$.

C. 60° .

D. $54^\circ 44'$.

CÂU 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -3u \\ y = 3 + 2u \\ z = -2 \end{cases}$.

Mặt cầu có đường kính là đoạn vuông góc chung của d và d' có phương trình là:

A. $(x - 2)^2 + (y + \frac{1}{2})^2 + (z - 1)^2 = \frac{49}{4}$.

B. $(x + 2)^2 + (y - \frac{1}{2})^2 + (z + 1)^2 = \frac{25}{4}$.

C. $(x + 2)^2 + (y + \frac{1}{2})^2 + (z + 1)^2 = \frac{49}{4}$.

D. $(x - 2)^2 + (y + \frac{1}{2})^2 + (z + 1)^2 = \frac{25}{4}$.

CÂU 36. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{2x+\sqrt{mx^2+4}}$ có đúng một tiệm cận đứng?

A. $m \leq 4$.

B. $m < 4$.

C. $m = 4$.

D. $0 \leq m \leq 4$.

- CÂU 37.** Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z| - 3\bar{z} = -11 - 6i + z$. Tính môđun của số phức $w = 1 + z - z^2$.
- A. $|w| = \sqrt{23}$. B. $|w| = 5$. C. $|w| = \sqrt{443}$. D. $|w| = \sqrt{445}$.
- CÂU 38.** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1) và điểm $K(2; 3)$. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác KBC cân tại K .
- A. $m = -\frac{3}{2}$. B. $m = \frac{3}{2}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{2}$.
- CÂU 39.** Gọi S là tập hợp các giá trị thực của m sao cho tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 3$ và $|z - \sqrt{5} + 2i| \leq m$. Số phần tử của S là:
- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.
- CÂU 40.** Cho $f(x) = (3\sqrt{x} - 1)^{20}$, tìm hệ số của x^7 trong khai triển của $f'(x)$.
- A. $C_{19}^8 \cdot 3^{12}$. B. $5C_{19}^{15} \cdot 3^{15}$. C. $10C_{19}^4 \cdot 3^{16}$. D. $-60C_{19}^{14} \cdot 3^{14}$.
- CÂU 41.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Tính $|z_1 + z_2|$.
- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.
- CÂU 42.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + ax + 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện: $(x_1^2 + x_2 + 2a)(x_2^2 + x_1 + 2a) = 9$.
- A. $a = 2$. B. $a = -4$. C. $a = -3$. D. $a = -1$.
- CÂU 43.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{4})$.
- A. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. B. $m \leq 0$. C. $-1 \leq m < 2$. D. $m \geq 2$.
- CÂU 44.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sin^2 x - m \cos 2x + (1 - m^2)x - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m < -1$. D. $m > 0$.
- CÂU 45.** Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , góc ở đỉnh nón bằng 150° . Trên đường tròn đáy, lấy một điểm A cố định. Khi đó, có bao nhiêu mặt phẳng chứa SA cắt nón theo một thiết diện có diện tích lớn nhất?
- A. Có 1 mặt phẳng. B. Có 2 mặt phẳng. C. Có 3 mặt phẳng. D. Có 4 mặt phẳng.
- CÂU 46.** Tìm m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3\sqrt{3}]$.
- A. $m \in [0; 2]$. B. $m \in [0; 2)$. C. $m \in (0; 2]$. D. $m \in (0; 2)$.
- CÂU 47.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$. Biết $A(a; 0; 0)$, $B(-a; 0; 0)$, $C(0; 1; 0)$, $B_1(-a; 0; b)$, $a, b > 0$, $a + b = 4$. Khoảng cách lớn nhất giữa 2 đường thẳng B_1C và AC_1 là:
- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- CÂU 48.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15 - 3m^2)x^2 - 6mx + 10 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $[\frac{1}{2}; 2]$.
- A. $\frac{11}{5} < m < 4$. B. $2 < m \leq \frac{5}{2}$. C. $0 < m < \frac{9}{4}$. D. $\frac{7}{5} \leq m < 3$.
- CÂU 49.** Có bao nhiêu số thực $m \leq 2018$ để phương trình sau có nghiệm nguyên dương: $4^{x+1} + \log_2(\sqrt{x+m} + 3) = 16 \cdot 2^{\sqrt{x+m}} + \log_2(2x + 1)$.
- A. 44. B. 22. C. 46. D. 23.
- CÂU 50.** Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 0$. Giả sử m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2^x + 4^y + 8^z$. Hỏi m thuộc khoảng nào?
- A. $(1; \frac{7}{4})$. B. $(2; \frac{11}{4})$. C. $(\frac{11}{4}; \frac{13}{4})$. D. $(4; \frac{17}{4})$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. B	4. A	5. C	6. A	7. A	8. A	9. A	10. C
11. A	12. D	13. C	14. D	15. A	16. C	18. C	19. C	20. C	21. A
22. D	23. C	24. A	25. B	26. D	27. A	28. A	29. B	30. A	31. C

32. A	33. A	34. D	35. A	36. B	37. D	38. C	39. C	40. C	41. A
42. B	43. A	44. A	45. B	46. A	47. A	48. B	49. D	50. B	

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{3}{2\sqrt{x}} \cdot 20(3\sqrt{x} - 1)^{19} = \frac{30}{\sqrt{x}} \sum_{k=0}^{19} C_{19}^k (3\sqrt{x})^k \cdot (-1)^{19-k} \\ &= 30 \sum_{k=0}^{19} C_{19}^k (-1)^{19-k} 3^k x^{\frac{k}{2} - \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Hệ số x^7 tương ứng với $\frac{k}{2} - \frac{1}{2} = 7 \Leftrightarrow k = 15$.

Khi đó hệ số là $30 \cdot C_{19}^{15} \cdot 3^{15} = 10 C_{19}^4 \cdot 3^{16}$

Chọn đáp án (C)

CÂU 41.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .

Khi đó $OA = OB = 1, AB = \sqrt{3}$

Ta cần tính $|\vec{OA} + \vec{OB}| = 2OC$

Với C là điểm sao cho $OACB$ là hình bình hành.

Suy ra $OACB$ là hình thoi (vì $OA = OB$).

$$\text{Khi đó } OC = \sqrt{OA^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow |\vec{OA} + \vec{OB}| = 2OC = 1$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 42.

Ta có $y' = x^2 - x + a$.

Để $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt thì $1 - 4a > 0 \Leftrightarrow a < \frac{1}{4}$

Gọi $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình $x^2 - x + a = 0$ thì $x_1^2 + a = x_1$ và $x_2^2 + a = x_2$.

Do đó

$$(x_1^2 + x_2 + 2a)(x_2^2 + x_1 + 2a) = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2 + a)^2 = 9 \Leftrightarrow (1 + a)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ a = 2 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 43.

Đặt $t = \tan x$ ($t \in (0; 1)$) (Vì $x \in (0; \frac{\pi}{4})$)

Để hàm số $y = \frac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên $(0; \frac{\pi}{4})$ thì hàm số $f(t) = \frac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(0; 1)$.

Nghĩa là

$$\begin{cases} f'(t) = \frac{2-m}{(t-m)^2} > 0 \quad \forall t \in (0; 1) \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \notin (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases}$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 44.

Ta có

$$y' = 2 \sin x \cos x + 2m \sin 2x + (1 - m^2) = (2 + 2m) \sin 2x + 1 - m^2$$

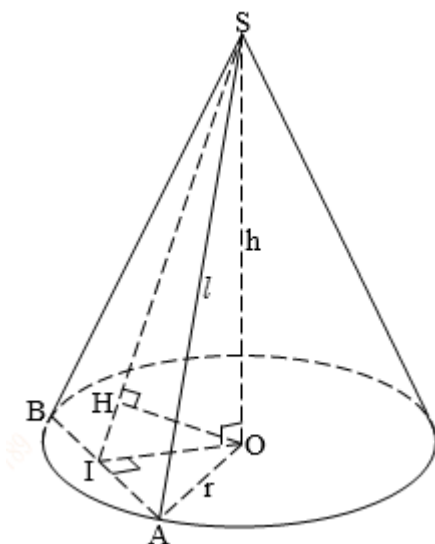
$$y'' = 2(1 + 2m) \cos 2x$$

Để $x = 0$ là điểm cực tiểu thì

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y''(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m^2 = 0 \\ 2(1 + 2m) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 45.



Do đó $h = \frac{r}{\tan 75^\circ} = (2 - \sqrt{3})r$ nên $r > h$

Ta có $AB = 2IA = 2\sqrt{OA^2 - OI^2} = 2\sqrt{r^2 - x^2}$ và $SI = \sqrt{SO^2 + x^2} = \sqrt{h^2 + x^2}$

$$S_{SAB} = \frac{1}{2} SI.AB = \sqrt{r^2 - x^2} \sqrt{h^2 + x^2} \leq \frac{h^2 + r^2}{2}$$

Qua A ta kẻ được hai đường thẳng sao cho khoảng cách từ O đến đường thẳng đó bằng x.

Chọn đáp án (B)

Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1}$.

Khi đó, phương trình trở thành

$$t^2 + t - 2m - 2 = 0 \quad (*)$$

Để phương trình ban đầu có nghiệm trên $[1; 3^{\sqrt{3}}]$ thì phương trình (*) có nghiệm trên $[1; 2]$.

Vậy đồ thị $y = t^2 + t - 2$ cắt đường thẳng $y = 2m$ ít nhất tại một điểm có hoành độ thuộc $[1; 2]$.

Ta có bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t) = t^2 + t - 2$	$+\infty$				$+\infty$

Chọn đáp án (A)

Ta có $\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{AC} = (-a; 1; b)$.

Đường thẳng B_1C đi qua điểm $C(0; 1; 0)$ và nhận $\overrightarrow{B_1C} = (a; 1; -b)$ làm vectơ chỉ phương. Đường thẳng AC_1 đi qua điểm $A(a; 0; 0)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AC_1} = (-a; 1; b)$ làm vectơ chỉ phương.

Nên khoảng cách giữa BC_1 và AC_1 là

$$d(AC_1; BC_1) = \frac{||\overrightarrow{B_1\dot{C}}.\overrightarrow{AC_1}||.\overrightarrow{CA}}{||\overrightarrow{B_1\dot{C}}.\overrightarrow{AC_1}||} = \frac{|ab|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a(4-a)}{\sqrt{a^2 + (4-a)^2}} \leq \frac{\frac{1}{4}(a+4-a)^2}{\sqrt{\frac{1}{2}(a+(4-a))^2}} = \sqrt{2}$$

Vậy $d(AC_1; BC_1)$ lớn nhất bằng $\sqrt{2}$ khi $a = b = 2$

Chọn đáp án (A)

CÂU 48.

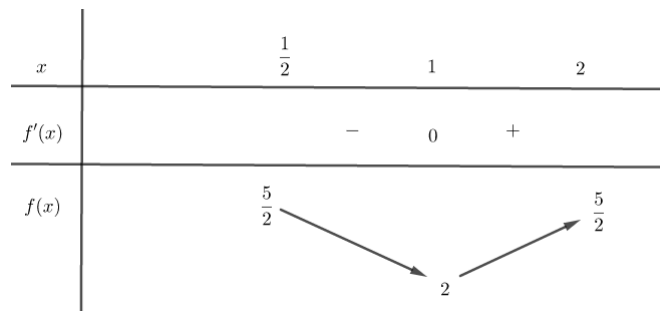
Xét phương trình

$$\begin{aligned} x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + (15 - 3m^2)x^2 - 6mx + 10 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^6 + 6x^4 + 15x^2 + 10 &= (mx)^3 + 3(mx)^2 + 6(mx) \\ \Leftrightarrow (x^2 + 1)^3 + 3(x^2 + 1)^2 + 6(x^2 + 1) &= (mx)^3 + 3(mx)^2 + 6(mx) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = x^3 + 3x^2 + 6x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x + 6 > 0$. Vậy $f(x)$ là hàm số đồng biến. Do đó:

$$f(x^2 + 1) = f(mx) \Leftrightarrow x^2 + 1 = mx \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} = m$$

Ta khảo sát hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên $[\frac{1}{2}; 2]$.



Từ đó tìm điều kiện để có hai nghiệm phân biệt suy ra được $2 < m \leq \frac{5}{2}$

Chọn đáp án (B)

CÂU 49.

$$\begin{aligned} 4^{x+1} + \log_2(\sqrt{x+m} + 3) &= 16 \cdot 2^{\sqrt{x+m}} + \log_2(2x+1)^{(*)} \\ \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x+1} - \log_2(2x+1) &= 2 \cdot 2^{\sqrt{x+m}+3} - \log_2(\sqrt{x+m} + 3) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = 2 \cdot 2^x - \log_2 x$ có

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \cdot \ln 2 \cdot 2^x - \frac{1}{x \ln 2} \\ f''(x) &= 2 \cdot (\ln 2)^2 \cdot 2^x + \frac{1}{x^2 \ln 2} > 0 \end{aligned}$$

Khi đó: $f'(x) \geq f'(1) > 0 \quad \forall x \geq 1$. Nghĩa là $f(x)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$

Vì phương trình (*) có nghiệm nguyên dương nên $2x+1 \geq 1$ và $\sqrt{x+m} + 3 \geq 1$. Khi đó

$$\begin{aligned} f(2x+1) &= f(\sqrt{x+m} + 3) \\ \Leftrightarrow 2x+1 &= \sqrt{x+m} + 3 \\ \Leftrightarrow 4x^2 - 8x + 4 &= x + m \\ \Leftrightarrow 4x^2 - 9x + 4 &= m \leq 2018 \\ \Rightarrow \frac{1}{8}(9 - \sqrt{32305}) &\leq x \leq \frac{1}{8}(9 + \sqrt{32305}) \\ \Rightarrow x &\in \{1; 2; \dots; 23\} \quad \text{Vì } x \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned}$$

Với mỗi giá trị của x , ta nhận được duy nhất 1 giá trị của m .

Chọn đáp án (D)

CÂU 50.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\frac{2^x}{6} + \frac{2^x}{6} + \frac{2^x}{6} + \frac{2^x}{6} + \frac{2^x}{6} + \frac{2^x}{6} + \frac{2^{2y}}{3} + \frac{2^{2y}}{3} + \frac{2^{2y}}{3} + \frac{2^{3z}}{2} + \frac{2^{3z}}{2} \geq 11 \sqrt[11]{\frac{2^{6x}}{6^6} \cdot \frac{2^{6y}}{3^3} \cdot \frac{2^{6z}}{4}} \approx 2,704$$

Chọn đáp án (B)

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 5
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2017x}{\cos(x - \frac{\pi}{6})}$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

CÂU 2. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}.$

A. $\frac{1}{2}.$

B. $-\frac{1}{2}.$

C. 1.

D. -1.

CÂU 3. Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(-1;2;-3); B(2;-1;0).$ Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}.$

A. $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1).$

B. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; -3).$

C. $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -3).$

D. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 3).$

CÂU 4. Hình nào sau đây không có tâm đối xứng:

A. Hình lập phương.

B. Hình hộp.

C. Tứ diện đều.

D. Hình bát diện đều.

CÂU 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-3;5;1).$ Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4;8;-3).$

B. $D(-2;2;5).$

C. $D(-2;8;-3).$

D. $D(-4;8;-5).$

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[-3;2),$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

x	-3	-1		1		2
y'		+	0	-	0	+
y						

A. $\min_{[-3;2)} y = -2.$

B. $\max_{[-3;2)} y = 3.$

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1.$

CÂU 7. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0.$ Tính bán kính R của mặt cầu $(S).$

A. $R = 3.$

B. $R = 3\sqrt{3}.$

C. $R = 9.$

D. $R = \sqrt{3}.$

CÂU 8. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 8.2^x + 4 = 0.$

A. $T = 0.$

B. $T = 2.$

C. $T = 1.$

D. $T = 8.$

CÂU 9. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{a}.x^2, & \text{khi } x \leq 2 \\ (a-3)x, & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Biết hàm số liên tục tại $x = 2.$ Tính $f(a).$

A. 54.

B. 9.

C. 243.

D. 1.

CÂU 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; 1; 1)$, $B(2; 5; -1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) qua A, B và song song với trục hoành.

A. $(P) : y + z - 2 = 0.$

B. $(P) : y + 2z - 3 = 0.$

C. $(P) : y + 3z + 2 = 0.$

D. $(P) : x + y - z - 2 = 0.$

CÂU 11. Tìm nguyên hàm của số $f(x) = \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x}$.

A. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C.$

B. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C.$

C. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C.$

D. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C.$

CÂU 12. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = x^2$, $y = 2x$.

A. $S = \frac{20}{3}.$

B. $S = \frac{3}{4}.$

C. $S = \frac{4}{3}.$

D. $S = \frac{3}{20}.$

CÂU 13. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$, $\int_1^3 f(-2x) dx = 3$.

Tính $I = \int_{-1}^6 f(x) dx$.

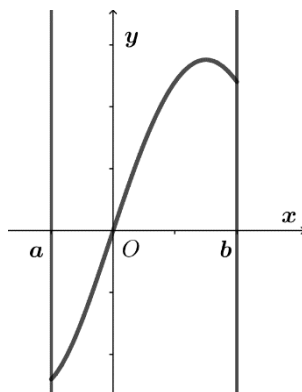
A. $I = 2.$

B. $I = 5.$

C. $I = 11.$

D. $I = 14.$

CÂU 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C) : y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ dưới đây). Giả sử S là diện tích của hình phẳng D . Chọn công thức đúng trong các phương án A, B, C, D cho dưới đây.



A. $S = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

B. $S = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

C. $S = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

D. $S = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

CÂU 15. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết $A(0; 3)$, $B(3; 1)$, $C(-1; -1)$. Tính độ dài trung tuyến AM của tam giác.

A. 3.

B. $\sqrt{11}.$

C. $\sqrt{10}.$

D. $2\sqrt{3}.$

CÂU 16. Tìm số cạnh ít nhất của hình đa diện có 5 mặt.

A. 6 cạnh.

B. 7 cạnh.

C. 8 cạnh.

D. 9 cạnh.

CÂU 17. Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. Tính $\log_6 45$ theo a, b .

A. $\log_6 45 = \frac{a + 2b}{2(1 + a)}.$

B. $\log_6 45 = 2a + b.$

C. $\log_6 45 = \frac{2a + b}{1 + a}.$

D. $\log_6 45 = a + b - 1.$

CÂU 18. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

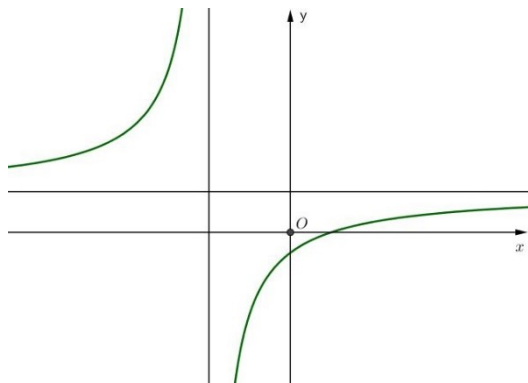
A. $y = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} (x^2 + 1).$

B. $y = \frac{1}{3^x}.$

C. $y = \log_2 (x^2 + 1).$

D. $y = 3^x.$

CÂU 19. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

CÂU 20. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$.

- A. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$. B. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{6}{5}\right)$.

CÂU 21. Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy giá trị 30 triệu đồng.

- A. 150 triệu đồng. B. 154 triệu đồng. C. 145 triệu đồng. D. 140 triệu đồng.

CÂU 22. Biết rằng có thể viết thêm bốn số xen giữa 7 và -18 để lập thành một cấp số cộng có sáu số hạng với số hạng đầu bằng 7. Tính tổng tất cả số hạng của cấp số cộng nói trên.

- A. -22. B. -15. C. -35. D. -33.

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(-2;0;3)$, $M(0;0;1)$ và $N(0;3;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua các điểm M, N sao cho khoảng cách từ điểm B đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ điểm A đến (P) . Có bao nhiêu mặt phẳng (P) thỏa mãn đề bài?

- A. Có hai mặt phẳng (P) . B. Không có mặt phẳng (P) nào.
C. Có vô số mặt phẳng (P) . D. Chỉ có một mặt phẳng (P) .

CÂU 24. Cho hàm số $y = \frac{4mx + 3m}{x - 2}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 2016?

- A. $m = 1008$. B. $m = \pm 504$. C. $m = \pm 252$. D. $m = \pm 1008$.

CÂU 25. Biết rằng $\int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = \frac{a}{5}e^2 + \frac{b}{3}e + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$.

- A. $T = 9$. B. $T = 10$. C. $T = 5$. D. $T = 6$.

CÂU 26. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên $[1; e^3]$.

- A. $\max_{[1; e^3]} y = \frac{\ln^2 2}{2}$. B. $\max_{[1; e^3]} y = \frac{4}{e^2}$. C. $\max_{[1; e^3]} y = \frac{9}{e^2}$. D. $\max_{[1; e^3]} y = \frac{1}{e}$.

CÂU 27. Cho hình trụ có đường cao $h = 5\text{cm}$, bán kính đáy $r = 3\text{cm}$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ, cách trục 2cm. Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P) .

- A. $S = 5\sqrt{5}\text{cm}^2$. B. $S = 10\sqrt{5}\text{cm}^2$. C. $S = 6\sqrt{5}\text{cm}^2$. D. $S = 3\sqrt{5}\text{cm}^2$.

CÂU 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = SC = a$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $d = 2a\sqrt{6}$. B. $d = a\sqrt{6}$. C. $d = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$. D. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

CÂU 29. Cho tam giác ABC biết $AB = 5$, $AC = 6$ và diện tích bằng 9. Tính độ dài cạnh BC .

- A. 7. B. $\frac{11}{2}$. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{3}$.

CÂU 30. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Mặt bên (SAB) , (SCA) lần lượt là các tam giác vuông tại B, C . Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

- A. $R = a\sqrt{2}$. B. $R = a$. C. $R = \frac{3a}{2}$. D. $R = \frac{a}{2}$.

CÂU 31. Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(1; 2; -1); B(2; 3; 4); C(3; 5; -2)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

- A. $I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$. B. $I\left(\frac{37}{2}; -7; 0\right)$. C. $I\left(\frac{-27}{2}; 15; 2\right)$. D. $I\left(2; \frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

CÂU 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

- A. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$. B. $V = \frac{125\pi}{6}$. C. $V = \frac{32\pi}{3}$. D. $V = \frac{108\pi}{3}$.

CÂU 33. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $(m+2)x - mx\sqrt{x-1} - 4 = 0$ có ba nghiệm phân biệt

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

CÂU 34. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của m sao cho tồn tại duy nhất số thuần ảo w thỏa mãn $w.\overline{w} = 3$ và $|w - \sqrt{5}| = m$. Số phần tử của S là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 35. Cho $f(x)$ là hàm số trên $[-1; 1]$ thỏa $f(x) - f(-x) = xe^{|x|}$, $\forall x \in [-1; 1]$. Tính $I = \int_{-1}^1 xf(x)dx$.

- A. $I = 2 + e$. B. $I = 1 + e$. C. $I = e - 2$. D. $I = e - 1$.

CÂU 36. Trong không gian Oxyz, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ cắt mặt phẳng $(P): x + y - z + 4 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính diện tích S của hình tròn giới hạn bởi (C) .

- A. $S = 6\pi$. B. $S = \frac{2\pi\sqrt{78}}{3}$. C. $S = \frac{26\pi}{3}$. D. $S = 2\sqrt{6}\pi$.

CÂU 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

- A. $m \geq -2\sqrt{3}$. B. $m \leq -2\sqrt{3}$. C. $m \geq -\frac{13}{2}$. D. $m \geq \frac{13}{2}$.

CÂU 38. Xác suất bắn trúng hồng tâm của một người bắn cung là 20%. Tính xác suất để trong ba lần bắn độc lập, người đó bắn trúng hồng tâm ít nhất 1 lần.

- A. 16,8%. B. 48,8%. C. 51,2%. D. 38,4%.

CÂU 39. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $(x^2 + 2x - 1)^{10}$.

- A. 1965. B. 1024. C. 2048. D. 1600.

CÂU 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - m}$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.

- A. $m \leq -1$. B. $m \geq -\frac{1}{2}$. C. $m \geq 1$. D. $m > -\frac{1}{2}$.

CÂU 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log^2_2 x + m\log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.

- A. 6 giá trị nguyên. B. 7 giá trị nguyên. C. 5 giá trị nguyên. D. 4 giá trị nguyên.

CÂU 42. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Tìm tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho góc $\widehat{AOB}$ nhọn.

- A. $m < 5$. B. $m > 0$. C. $m > 5$. D. $m < 0$.

CÂU 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

CÂU 44. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 94,00$ (m). B. $S = 96,25$ (m). C. $S = 87,50$ (m). D. $S = 95,70$ (m).

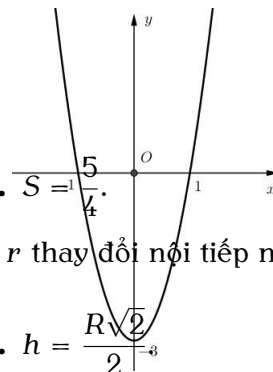
CÂU 45. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình sau. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

A. $S = \frac{21}{4}$.

B. $S = \frac{27}{4}$.

C. $S = 9$.

D. $S = \frac{5}{4}$.



CÂU 46. Cho mặt cầu (S) bán kính R . Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp mặt cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.

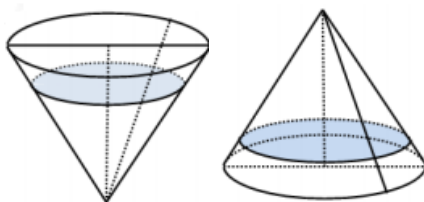
A. $h = \frac{R}{2}$.

B. $h = R$.

C. $h = R\sqrt{2}$.

D. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 47. Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10cm (Hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (Hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?



A. $\sqrt[3]{7}$ cm.

B. 1 cm.

C. $(20 - 10\sqrt[3]{7})$ cm.

D. $(20\sqrt[3]{7} - 10)$ cm.

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

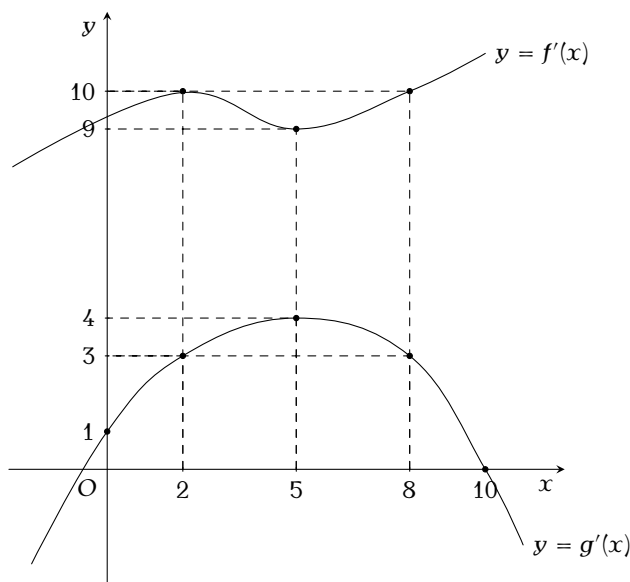
A. $S = 2\sqrt{2}$.

B. $S = 2\sqrt{7}$.

C. $S = 4$.

D. $S = \sqrt{7}$.

CÂU 49. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đồ thị $f'(x)$ và $g'(x)$ như hình vẽ sau:



Xét hàm số $h(x) = f(x+1) - g(x^2+1)$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $h(x)$ đồng biến trên $(2; 4)$.

B. $h(x)$ có cực trị thuộc $(3; 5)$.

C. $h(x)$ có hai cực trị thuộc $(1; 2)$.

D. $h(x)$ nghịch biến trên $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

CÂU 50. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\ln\left(\frac{1+x^2}{1+y^2}\right) = x - y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^4 + y^4 - 2x - 6y + 1$.

A. $P_{\min} = -1$.

B. $P_{\min} = -2$.

C. $P_{\min} = -5$.

D. $P_{\min} = 1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. D	4. C	5. A	6. D	7. A	8. B	9. A	10. B
11. A	12. C	13. D	14. A	15. C	16. C	17. C	18. D	19. C	20. C
21. C	22. D	23. C	24. C	25. B	26. B	27. B	28. D	29. C	30. C
31. A	32. C	33. B	34. A	35. C	36. A	37. A	38. B	39. A	40. D
41. C	42. C	43. C	44. B	45. B	46. C	47. C	48. D	49. D	50. C

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

$$y' = \frac{(-2 \sin x)(\cos x - m) - (2 \cos x + 1)(-\sin x)}{(\cos x - m)^2} = \frac{2m \sin x + \sin x}{(\cos x - m)^2} = \frac{\sin x(2m + 1)}{(\cos x - m)^2}$$

Ta có $\forall x \in (0; \pi) \Rightarrow \sin x > 0$.

Hàm số đồng biến trên $(0; \pi)$

$$\begin{cases} y' > 0 & \forall x \in (0; \pi) \\ \cos x \neq m & \forall x \in (0; \pi) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 1 > 0 \\ m \notin (-1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Chọn đáp án (D)



CÂU 41.

Đặt $t = \log_2 x$. Ta có $x \in (0; +\infty) \Rightarrow t \in \mathbb{R}$.

Bất phương trình trở thành $t^2 + mt - m \geq 0$ đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$$

Vậy có 5 giá trị nguyên m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (C)



CÂU 42.

Điều kiện: $x \neq 1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) , (d) :

$$\frac{x+1}{x-1} = 2x+m \Leftrightarrow x+1 = (x-1)(2x+m) \Leftrightarrow x+1 = 2x^2+mx-2x-m$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + (m-3)x - (m+1) = 0 \quad (1)$$

Đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt đều khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 17 > 0 \\ -2 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{luôn đúng}).$$

Gọi $A(x_1, 2x_1 + m)$, $B(x_2, 2x_2 + m)$ là 2 giao điểm của (C) , (d) (x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của (1)).

Khi đó $\overrightarrow{OA} = (x_1, 2x_1 + m)$, $\overrightarrow{OB} = (x_2, 2x_2 + m)$.

Góc $\widehat{AOB}$ nhọn

$$\Leftrightarrow \cos \widehat{AOB} > 0 \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}}{|\overrightarrow{OA}| \cdot |\overrightarrow{OB}|} > 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} > 0$$

$$\Leftrightarrow x_1x_2 + (2x_1 + m)(2x_2 + m) > 0$$

$$\Leftrightarrow 5x_1x_2 + 2m(x_1 + x_2) + m^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5(m+1)}{2} - 2m\frac{m-3}{2} + m^2 > 0$$

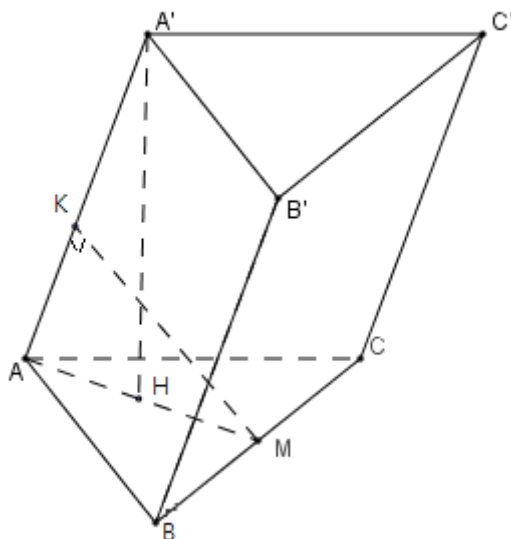
$$\Leftrightarrow -5(m+1) - 2m(m-3) + 2m^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m - 5 > 0 \Leftrightarrow m > 5$$

Chọn đáp án (C)



CÂU 43.



Gọi M là trung điểm của BC. Từ M kẻ MK vuông góc với AA'.
Ta có MK vuông góc AA', MK vuông góc với BC (vì $BC \perp (AA'M)$).
Vậy $d(AA', BC) = MK$.

$$\text{Khi đó } MK = \frac{a\sqrt{3}}{4}, AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Đặt $A'H = x$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác đối với tam giác $A'AM$:

$$A'H \cdot AM = AA' \cdot MK \Leftrightarrow A'H \cdot AM = \sqrt{A'H^2 + AH^2} \cdot MK$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{x^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow 2x = \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{3}} \Leftrightarrow 4x^2 = x^2 + \frac{a^2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{a^2}{9} \Leftrightarrow x = \frac{a}{3}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 44.

$$v_1(t) = 7t \text{ (m/s}^2\text{)}, \text{ mà } v_1(t) = a_1 t \Rightarrow a_1 = 7 \text{ (m/s}^2\text{)}.$$

$$\text{Quãng đường ô tô đi từ lúc bắt đầu đến lúc phanh gấp: } S_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 = \frac{1}{2}7.5^2 = 87,5 \text{ (m)}.$$

$$\text{Vận tốc ngay trước khi ô tô phanh gấp là } v_1 = 7t = 7.5 = 35 \text{ (m/s)}.$$

$$\text{Thời gian ô tô đi được từ lúc phanh đến lúc ô tô dừng hẳn: } t_2 = \frac{v_2 - v_1}{a} = \frac{0 - 35}{-70} = \frac{1}{2} \text{ (s)}.$$

Quãng đường ô tô đi được từ lúc phanh đến lúc ô tô dừng hẳn:

$$s_2 = v_1 t_2 + \frac{1}{2}a_2 t_2^2 = 35 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(-70)\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 8,75 \text{ (m)}.$$

$$\text{Quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn: } S = S_1 + S_2 = 87,5 + 8,75 = 96,25 \text{ (m)}.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 45.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đồ thị hàm số bậc hai, nhận Oy làm trục đối xứng nên $f'(x) = ax^2 + c$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua các điểm $(0; -3)$, $(-1; 0)$, $(1; 0)$ nên $c = -3$, $a = 3$.

$$\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f(x) = \int f'(x)dx = x^3 - 3x + C.$$

Để thấy hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = \pm 1$.

Vì $y = f(x)$ tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm nên $f(-1) = 4$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 2.$$

Có $f(x)$ giao Ox tại $x = -2$ và $x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là:

$$S = \int_{-2}^1 |x^3 - 3x + 2| dx = \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-2}^1 = \frac{27}{4}$$

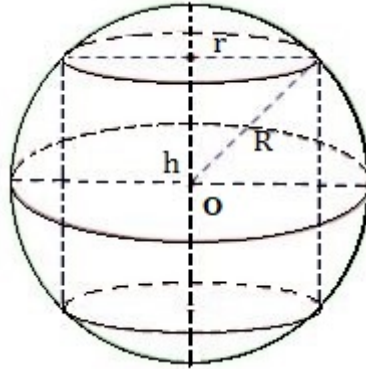
Chọn đáp án (B)

CÂU 46.

Gọi bán kính đáy hình trụ là r .

Chiều cao hình trụ là h .

Bán kính hình cầu là R .



Khi hình trụ nội tiếp mặt cầu thì: $r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$.

Diện tích xung quanh hình trụ: $S = 2\pi r.h$.

Ta có:

$$S = 2\pi r.h$$

$$\Leftrightarrow S^2 = (2\pi)^2 r^2 h^2 = (2\pi)^2 \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) h^2 = 16\pi^2 \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) \frac{h^2}{4}$$

$$\Rightarrow S^2 \leq 16\pi^2 \frac{\left(R^2 - \frac{h^2}{4} + \frac{h^2}{4} \right)^2}{4} = 4\pi^2 R^4 \Rightarrow S \leq 2\pi R^2$$

$$\Rightarrow \max S = 2\pi R^2 \text{ khi } R^2 - \frac{h^2}{4} = \frac{h^2}{4} \Leftrightarrow 2R^2 = h^2 \Leftrightarrow h = R\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 47.

Gọi bán kính của đáy phễu là R .

$$\text{Thể tích của chiếc phễu: } V = \frac{1}{3}hS = \frac{1}{3}20\pi R^2 = \frac{20\pi R^2}{3}.$$

Xét cột nước trong chiếc phễu hình 1. Bán kính của mặt nước là $r_1 = \frac{10}{20}R = \frac{R}{2}$.

$$\text{Thể tích nước trong phễu (hình 1) là } V_1 = \frac{1}{3}h_1S_1 = \frac{1}{3}10\pi r_1^2 = \frac{5\pi R^2}{6}.$$

$$\text{Thể tích phần không chứa nước trong hình 2: } V_2 = V - V_1 = \frac{20\pi R^2}{3} - \frac{5\pi R^2}{6} = \frac{35\pi R^2}{6}.$$

Gọi h_2 là chiều cao cột không chứa nước (Hình 2) và r_2 là bán kính mặt nước, áp dụng Thalès, ta có:

$$\frac{h_2}{r_2} = \frac{h}{R} \Leftrightarrow \frac{h_2}{r_2} = \frac{20}{R} \Leftrightarrow r_2 = \frac{h_2 R}{20}.$$

Mặt khác:

$$V_2 = \frac{35\pi R^2}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{3}h_2\pi r_2^2 = \frac{35\pi R^2}{6} \Leftrightarrow h_2 r_2^2 = \frac{35R^2}{2} \Leftrightarrow h_2 \left(\frac{h_2 R}{20} \right)^2 = \frac{35R^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow h_2^3 = 7 \cdot 10^3$$

$$\Leftrightarrow h_2 = 10\sqrt[3]{7}.$$

Từ đó, chiều cao của cột nước trong phễu bằng: $h - h_2 = 20 - 10\sqrt[3]{7}$ (cm).

Chọn đáp án (C)

CÂU 48.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R = \sqrt{8}$.

$$\text{Có } OM = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} = 1 < \sqrt{8} \text{ nên } M \text{ nằm trong mặt cầu.}$$

Khi đó diện tích $\triangle AOB$ lớn nhất khi $OM \perp AB \Rightarrow AB = 2\sqrt{R^2 - OM^2} = 2\sqrt{7}$ và

$$S_{AOB} = \frac{1}{2}OM.AB = \sqrt{7}$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 49.

Ta có $h'(x) = f'(x+1) - 2xg'(x^2+1)$.

- ☑ Trên $(2;4)$ thì $h(x)$ không luôn dương nên $h(x)$ không đồng biến.
- ☑ Trên $(3;5)$ thì $h'(x) > 0$ nên $h(x)$ không có cực trị.
- ☑ Trên $(1;2)$ thì $f'(x+1)$ nghịch biến; $2xg'(x^2+1)$ đồng biến nên $h'(x) = 0$ không thể có hai nghiệm, suy ra không thể có hai cực trị.
- ☑ Trên $\left(2; \frac{5}{2}\right)$ thì $h'(x) < 0$ nên $h(x)$ nghịch biến.

Chọn đáp án (D)

CÂU 50.

Ta có:

$$\ln\left(\frac{1+x^2}{1+y^2}\right) = x - y \Leftrightarrow \ln(1+x^2) - \ln(1+y^2) = x - y$$

$$\Leftrightarrow \ln(1+x^2) - x = \ln(1+y^2) - y. \quad (1)$$

Xét $f(t) = \ln(1+t^2) - t$. Ta có $f'(t) = \frac{2t}{1+t^2} - 1 = \frac{-(t-1)^2}{1+t^2} \leq 0, \forall t \in \mathbb{R}$.

Suy ra $f(t)$ nghịch biến, mà $(1) \Leftrightarrow f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$.

Khi đó, $P = x^4 + y^4 - 2x - 6y + 1 = 2x^4 - 8x + 1$.

Đặt $g(x) = 2x^4 - 8x + 1, x \in \mathbb{R} \Rightarrow g'(x) = 8x^3 - 8$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra được $\min_{\mathbb{R}} g(x) = g(1) = -5$.

Vậy $P_{\min} = -5$

Chọn đáp án (C)

Ngày làm đề:/...../.....

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 6
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của khối nón (N). Thể tích V của khối nón (N) là:

- A. $V = \pi R^2 h$. B. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$. C. $V = \pi R^2 l$. D. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 l$.

CÂU 2. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 5 - i$. Tính môđun của số phức $z_1 - z_2$.

- A. $|z_1 - z_2| = 1$. B. $|z_1 - z_2| = 7$. C. $|z_1 - z_2| = 5$. D. $|z_1 - z_2| = \sqrt{7}$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2; 1; -2)$ bán kính $R = 2$ là:

- A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 10 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

CÂU 4. Tích phân $\int_1^2 x(x + 2)^2 dx$ bằng:

- A. $\frac{43}{6}$. B. $\frac{229}{6}$. C. $\frac{229}{12}$. D. $\frac{43}{12}$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; 2; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x - 1}{1} = \frac{y + 1}{-1} = \frac{z}{2}$.

- A. $x - y + 2z = 0$. B. $x + y + 2z - 6 = 0$. C. $x + y - z = 0$. D. $x - y + 2z - 2 = 0$.

CÂU 6. Hàm số $F(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + a}) + C$ ($a > 0$) là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

- A. $\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + a}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + a}}$. C. $x + \sqrt{x^2 + a}$. D. $\sqrt{x^2 + a}$.

CÂU 7. Kí hiệu R_1, R_2, R_3 lần lượt là bán kính của mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp, tiếp xúc với các cạnh của một hình lập phương. Khi đó:

- A. $R_1 > R_2 > R_3$. B. $R_2 > R_3 > R_1$. C. $R_1 > R_3 > R_2$. D. $R_3 > R_1 > R_2$.

CÂU 8. Hỏi bất phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\log_2(x - 1)^2 \leq 3$.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

CÂU 9. Cho hàm số $y = ex + e^{-x}$. Nghiệm của phương trình $y' = 0$ là:

- A. $x = 0$. B. $x = \ln 2$. C. $x = \ln 3$. D. $x = -1$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$, biết mặt phẳng (BCD) có phương trình là $-x + 2y - 2z - 4 = 0$, điểm $A(6; 1; 1)$. Đường cao AH của tứ diện $ABCD$ có độ dài là:

- A. 2. B. 1. C. 5. D. $\frac{10}{3}$.

CÂU 11. Ông Minh gửi tiết kiệm vào ngân hàng số tiền 1 tỷ đồng với lãi suất 0,7% một tháng, theo phương thức lãi đơn (tiền lãi của mỗi tháng bằng đúng tiền lãi của tháng đầu tiên). Hỏi sau 1 năm ông Minh thu được số tiền (đơn vị: đồng) cả gốc và lãi được tính theo công thức nào?

- A. $10^9 + 12 \cdot 10^8 \cdot 7\%$. B. $10^9 \cdot (1 + 12 \cdot 0,7\%)$. C. $10^9 \cdot (1 + 0,7\%)^{12}$. D. $12 \cdot 10^9 \cdot (1 + 0,7\%)$.

CÂU 12. Cho hàm số $y = \ln(2x + 1)$. Với giá trị nào của m thì $y'(e) = 2m + 1$.

- A. $m = \frac{1-2e}{4e+2}$. B. $m = \frac{1+2e}{4e-2}$. C. $m = \frac{1-2e}{4e-2}$. D. $m = \frac{1+2e}{4e+2}$.

CÂU 13. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 + z^2 - 20 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 2 + \sqrt{5}$. B. $T = 4 + \sqrt{5}$. C. $T = 4 + 2\sqrt{5}$. D. $2 + 4\sqrt{5}$.

CÂU 14. Một hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều với tất cả các cạnh bằng a có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

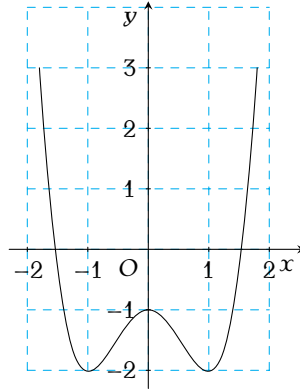
A. $\frac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\pi a^2\sqrt{3}$.

CÂU 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên. Từ đồ thị suy ra số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ với $m \in (1; 2)$ là:



A. 6.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

CÂU 16. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = a\sqrt{2}$ mặt bên $(A'BC)$ hợp với mặt đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{7\sqrt{6}a^3}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{9\sqrt{6}a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

CÂU 17. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - x + 3$ và $y = 2x + 1$.

A. $\frac{4}{17}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{2}{9}$.

CÂU 18. Hàm số $f(x) = x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 - 3m + 2)x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

A. $m = 5$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

CÂU 19. Tính tổng S của tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ có 2 cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 = 2$.

A. $S = 2$.

B. $S = 0$.

C. $S = 1$.

D. $S = 3$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$ cho $(P) : x - y + 2z - 1 = 0$, điểm $A(1; -1; 0)$. Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng (P) . Tọa độ điểm H là:

A. $H\left(\frac{5}{6}; -\frac{5}{6}; -\frac{1}{3}\right)$.

B. $H(3; -3; 4)$.

C. $H(1; -2; 2)$.

D. $H(2; -3; 0)$.

CÂU 21. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ biết SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a$, $SB = b$, $SC = c$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

B. $\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2}$.

C. $a^2 + b^2 + c^2$.

D. $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$.

CÂU 22. Biết parabol $(P) : y = x^2 + ax + b$ có đỉnh nằm trên trục hoành. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $a = b$.

B. $a^2 = 4b$.

C. $a^2 = b^2$.

D. $a^2 = b$.

CÂU 23. Lấy $M \in (C) : y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tung độ bằng 5. Tiếp tuyến của (C) tại M cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B . Diện tích tam giác OAB là:

A. $\frac{125}{6}$.

B. $\frac{123}{6}$.

C. $\frac{119}{6}$.

D. $\frac{121}{6}$.

CÂU 24. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$ cắt hai mặt phẳng $(P_1) : x + 2y + z - 2 = 0$ và $(P_2) : 2x + 7y - 3z + 6 = 0$ theo các đường tròn giao tuyến với bán kính là r_1, r_2 . Khi đó:

A. $r_1 = 2r_2$.

B. $r_2 = 2r_1$.

C. $r_1 = r_2$.

D. $r_1 + r_2 = 6$.

CÂU 25. Nếu $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{64}$ thì n bằng ?

A. $n = 4$.

B. $n = 5$.

C. $n = 3$.

D. $n = 6$.

CÂU 26. Cho $\log_6 45 = a + \frac{\log_2 5 + b}{\log_2 3 + c}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a + b + c$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. -4.

CÂU 27. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \left(\log_3 \frac{2x+1}{x-1} \right) > 1$ có tập nghiệm là:

A. $(-5 - 3\sqrt{3}; -2)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(-\infty; -5 - 3\sqrt{3})$.

D. $(-2; 1)$.

CÂU 28. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ không có tiệm cận ngang khi và chỉ khi:

- A. $m = 0$. B. $m \leq 0$. C. $m < 0$. D. $m > 0$.

CÂU 29. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + mx$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ là:

- A. $m \leq 4$. B. $m \geq 4$. C. $m > 4$. D. $m \leq 0$.

CÂU 30. Tính thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{3}{10}\pi$. B. $\frac{7}{10}\pi$. C. $\frac{4}{7}\pi$. D. $\frac{3}{7}\pi$.

CÂU 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$, $N(-1; 1; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P) là lớn nhất.

- A. $x + y + z - 1 = 0$. B. $x + y - z + 3 = 0$. C. $x - y + z + 3 = 0$. D. $x + y + 2z + 3 = 0$.

CÂU 32. Cho các số phức z thỏa mãn $|z| = 3\sqrt{5}$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (2 - i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 4$. B. $r = 15$. C. $r = 16$. D. $r = 3\sqrt{5}$.

CÂU 33. Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng:

- A. $\frac{7}{216}$. B. $\frac{2}{969}$. C. $\frac{3}{323}$. D. $\frac{4}{9}$.

CÂU 34. Số nghiệm của phương trình $\frac{(3^x + 4^x - 5^x)^{2016}(x^2 + 3x - 4)^{2019}}{\log_{x-1}(10)} = 0$ là:

- A. Vô nghiệm. B. 1 nghiệm. C. 2 nghiệm. D. 3 nghiệm.

CÂU 35. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = 4\sqrt{3}a$, $(SBC) \perp (ABC)$. Biết $SB = 2\sqrt{3}a$, $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) .

- A. $\frac{6a\sqrt{7}}{7}$. B. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{5a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{4a\sqrt{7}}{7}$.

CÂU 36. Cho $f(x)$ là hàm số thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 10}{x - 2} = 3$. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x) - 5x^2 - 10}{x^2 + x - 6}$.

- A. 1. B. -3. C. $-\frac{11}{5}$. D. $\frac{13}{5}$.

CÂU 37. Tính P là tổng bình phương tất cả các số thực m thỏa mãn $z = \frac{i-m}{1-m(m-2i)}$ và $z \cdot \bar{z} = \frac{2-m}{2}$ (trong đó i là đơn vị ảo).

- A. $P = 1$. B. $P = 5$. C. $P = 0$. D. $P = 4$.

CÂU 38. Cho (u_n) là một cấp số nhân với công bội $q \neq 1$ và có vô hạn số hạng. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tổng $u_2 + u_4 + \dots + u_{2n}$ bằng:

- A. qS_n . B. $\frac{q(1-q^n)}{1-q}S_n$. C. $\frac{q(1+q^n)}{1+q}S_n$. D. $(S_n)^2$.

CÂU 39. Gọi $N(t)$ (ml/phút) là tốc độ rò rỉ dầu từ cái thùng tại thời điểm t . Biết $N'(t) = t(t-1)^2$. Khi đó lượng dầu rò rỉ ra trong một tiếng đầu tiên là:

- A. 3097800 ml. B. 3197800 ml. C. 30789800 ml. D. 30978000 ml.

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; -5; 2)$, $B(0; -2; 1)$, $C(1; -1; 4)$, $D(5; 5; 2)$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) , biết rằng (Δ) cắt đường thẳng AB , (Δ) cắt đường thẳng CD và song song với đường thẳng d : $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+4}{1}$.

- A. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3 + t \\ z = -5 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$.

CÂU 41. Cho phương trình $(\log_2 x)^2 - 3\log_2 x - m^2 - m + 2 = 0$. Tìm số giá trị nguyên của m sao cho phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 \leq 16$.

- A. 0. B. 3. C. 2. D. Vô số.

CÂU 42. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 7 - t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2z + 4y - 6z + 8 = 0$. Gọi (P) và (Q) là hai mặt phẳng chứa d và tiếp xúc mặt cầu (S) tại A và B . Tính tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d .

- A. $6\sqrt{35}$. B. $4\sqrt{35}$. C. $2\sqrt{35}$. D. $\sqrt{35}$.

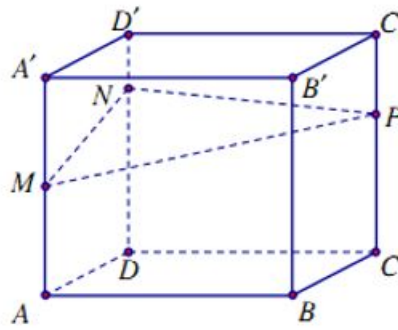
CÂU 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m \sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $[0; \frac{\pi}{2}]$.

- A. $m > -3$. B. $m \leq 0$. C. $m \leq -3$. D. $m > 0$.

CÂU 44. Cho số phức z thỏa mãn z không phải là số thực và $w = \frac{z}{2+z^2}$ là số thực. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z + 1 - i|$ là:

- A. 2. B. $2 - \sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

CÂU 45. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$, $DN = 3ND'$, $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng.



- A. $\frac{7385}{18}$. B. $\frac{5275}{12}$. C. $\frac{8440}{9}$. D. $\frac{5275}{6}$.

CÂU 46. Cho phương trình $\log_2 \frac{x^2 - x - m}{x^2 + 1} = 2(x^2 + x + m) + 5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên lớn hơn -10 của tham số m để phương trình có hai nghiệm trái dấu.

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

CÂU 47. Cho phương trình $(\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x$. Phương trình có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[0; \frac{2\pi}{3}]$ khi:

- A. $m > -1$. B. $m \geq -1$. C. $-1 \leq m \leq 1$. D. $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$.

CÂU 48. Cho số phức z thỏa điều kiện $|z - 1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 1 - 4i| + |z - 3 - 2i| + |z - 5|$.

- A. $2\sqrt{10} + \sqrt{2}$. B. $2\sqrt{26} + 3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{26} + \sqrt{10} + 3\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{5} + \sqrt{2}$.

CÂU 49. Biết rằng phương trình $x^4 - ax^3 + bx^2 - ax + 1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt dương. Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của a .

- A. 1. B. 4. C. 5. D. 0.

CÂU 50. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[-1; 1]$ và $1 \leq f(x) \leq 2$ với mọi $x \in [-1; 1]$. Biết hai tích phân $I_1 = \int_{-1}^1 f(x) dx$ và $I_2 = \int_{-1}^1 \frac{1}{f(x)} dx$ tồn tại. Khi tích $I_1 I_2$ lớn nhất. Tìm $|I_1 - I_2|$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{5}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. C	4. C	5. A	6. B	7. C	8. C	9. D	10. D
11. B	12. A	13. C	14. A	15. A	16. C	17. C	18. C	19. B	20. A
21. B	22. B	23. D	24. C	25. C	26. A	27. A	28. B	29. A	30. A
31. B	32. B	33. C	34. A	35. A	36. C	37. A	38. C	39. A	40. C
41. A	42. C	43. B	44. C	45. D	46. C	47. D	48. B	49. C	50. A

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Gọi $M = \Delta \cap AB$; $N = \Delta \cap CD$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; -1)$; $\overrightarrow{CD} = (4; 6; -2)$.

$$\text{Suy ra } (AB): \begin{cases} x = t_1 \\ y = -2 - 3t_1 \\ z = 1 + t_1 \end{cases} \quad \text{và } (CD): \begin{cases} x = 1 + 2t_2 \\ y = -1 + 3t_2 \\ z = 4 - t_2. \end{cases}$$

Do đó $M(t_1; -2 - 3t_1; 1 + t_1)$; $N(1 + 2t_2; -1 + 3t_2; 4 - t_2)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-t_1 + 2t_2 + 1; 3t_1 + 3t_2 + 1; -t_1 - t_2 + 3).$$

Đường thẳng d có một vtcp là $\vec{n} = (3; 2; 1)$, mà $\Delta \parallel d$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = k \cdot \vec{n}$. Nghĩa là

$$\begin{cases} -t_1 + 2t_2 - 3k = -1 \\ 3t_1 + 3t_2 - 2k = -1 \\ t_1 + t_2 + k = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = 2 \\ k = 2. \end{cases}$$

Với $t_1 = -1$ ta suy ra $M(-1; 1; 0)$.

$$\text{Đường thẳng } \Delta \text{ qua } M \text{ và có một vtcp } \vec{n} = (3; 2; 1) \text{ nên } \Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = t. \end{cases}$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 41.

Đặt $t = \log_2 x$. Khi đó $x = 2^t$. Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 3t - m^2 - m + 2 = 0 \quad (*)$$

(*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{2}$.

Ta cần có $x_1^2 + x_2^2 \leq 16 \Leftrightarrow 4^{t_1} + 4^{t_2} \leq 16$.

Ta có $4^{t_1} + 4^{t_2} \geq 2\sqrt{4^{t_1} \cdot 4^{t_2}} = 2 \cdot 2^{t_1+t_2} = 2 \cdot 2^3 = 16$ (do $t_1 + t_2 = 3$).

Từ (1) và (2) suy ra dấu "=" xảy ra, khi đó $4^{t_1} = 4^{t_2} \Leftrightarrow t_1 = t_2$ (vô lý vì (*) có hai nghiệm phân biệt).

Vậy không có giá trị nguyên của m thỏa bài toán.

Chọn đáp án (A)

CÂU 42.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{6}$.

Ta có d đi qua $N(7; 0; 0)$ và có một vtcp là $\vec{u} = (-1; 1; 0)$. Suy ra $\overrightarrow{NI} = (-6; -2; 3)$.

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu của } I \text{ lên } d. \text{ Khi đó } IH = d(I, d) = \frac{|\overrightarrow{NI} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|} =$$

$$\frac{|(-6; -2; 3) \cdot (-1; 1; 0)|}{\sqrt{2}} = \sqrt{41}.$$

$$\text{Ta có khoảng cách từ } A \text{ và } B \text{ đến } d \text{ bằng nhau và bằng } \sqrt{IH^2 - IA^2} = \sqrt{IH^2 - R^2} = \sqrt{35}.$$

Vậy tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d bằng $2\sqrt{35}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 43.

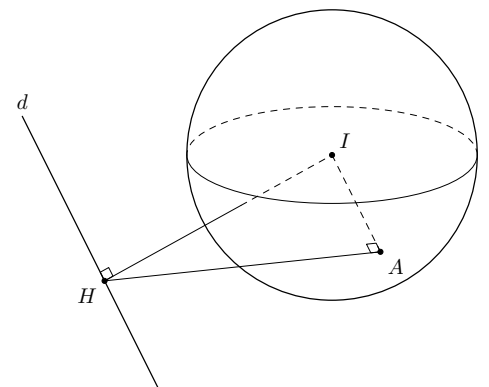
Ta có $y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m \sin x - 1 = \sin^3 x + 3\sin^2 x - m \sin x - 4$.

Đặt $t = \sin x$. Do $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ nên $t \in [0; 1]$.

Hàm số đã cho trở thành $y = t^3 + 3t^2 - mt - 4$. (*). Ta có $y' = 3t^2 + 6t - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $[0; \frac{\pi}{2}]$ khi và chỉ khi (*) đồng biến trên $[0; 1]$.

$$\Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \geq 0, \forall x \in [0; 1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t \geq m, \forall x \in [0; 1]. \quad (1)$$



Xét hàm số $f(t) = 3t^2 + 6t$, trên $[0; 1]$. Ta có $f'(t) = 6t + 6$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$.
Bảng biến thiên

t	0	1
$f'(t)$	+	0
$f(t)$	0	9

Từ bảng biến thiên, suy ra (1) $\Leftrightarrow m \leq 0$.

Vậy $m \leq 0$ thì hàm số $y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m \sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $[0; \frac{\pi}{2}]$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 44.

Đặt $z = a + bi$. Do z không là số thực nên $b \neq 0$.

Ta có $w \in \mathbb{R}$ nên

$$\begin{aligned} \frac{1}{w} \in \mathbb{R} &\Rightarrow \frac{2}{z} + z \in \mathbb{R} \Rightarrow b - \frac{2b}{a^2 + b^2} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2}{a^2 + b^2} = 0 \text{ (do } b \neq 0) \\ &\Rightarrow a^2 + b^2 = 2 \Rightarrow |z| = \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Khi đó $P = |z + 1 - i| \leq |z| + |1 - i| = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $z = 1 - i$.

Vậy $\max P = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 45.

Gọi V là thể tích khối hộp chữ nhật; V_2 là thể tích phần phía dưới.

$$\text{Ta có } \frac{MA}{AA'} = \frac{1}{2}; \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}.$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta được

$$V_2 = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}{2} \cdot V = \frac{7}{12} \cdot 2110 = \frac{7385}{6}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng } 2110 - \frac{7385}{6} = \frac{5275}{6}.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 46.

$$\text{ĐKXĐ: } x^2 - x - m > 0. \quad (*)$$

Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{x^2 - x - m}{x^2 + 1} &= 2(x^2 + x + m) + 5 \\ \Leftrightarrow \log_2(x^2 - x - m) - \log_2(x^2 + 1) &= 2(x^2 + x + m) + 5 \\ \Leftrightarrow 2(x^2 - x - m) + \log_2(x^2 - x - m) &= 2(2x^2 + 2) + \log_2(2x^2 + 2). \end{aligned}$$

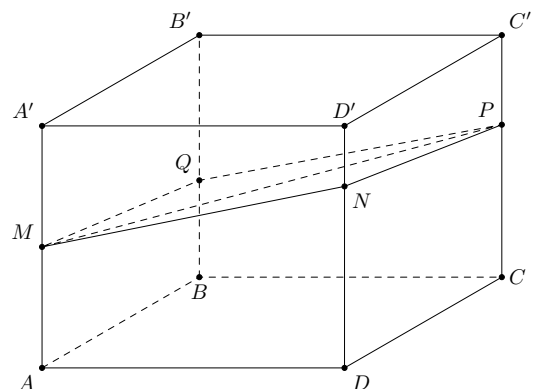
Xét hàm số $f(t) = 2t + \log_2 t$, ($t > 0$). Ta có $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. Do đó

$$f(x^2 - x - m) = f(2x^2 + 2) \Leftrightarrow x^2 - x - m = 2x^2 + 2. \quad (1)$$

Nếu x là nghiệm của (1) thì x luôn thỏa (*). Do đó để phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu thì (1) có hai nghiệm trái dấu.

Ta có (1) $\Leftrightarrow x^2 + x + m + 2 = 0$. (1) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m + 2 < 0 \Leftrightarrow m < -1$.

Vậy số giá trị nguyên lớn hơn -10 của tham số m để phương trình có hai nghiệm trái dấu là 8.



Chọn đáp án (C)

CÂU 47.

Ta có

$$\begin{aligned} & (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m \sin^2 x \\ \Leftrightarrow & (\cos x + 1)(\cos 2x - m \cos x) = m(1 - \cos x)(1 + \cos x) \\ \Leftrightarrow & \cos 2x - m \cos x = m(1 - \cos x) \quad \left(\text{do } 1 + \cos x \neq 0, \forall x \in \left[0; \frac{2\pi}{3}\right] \right) \\ \Leftrightarrow & \cos 2x = m. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \cos 2x$ trên $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}$.

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$		
$f'(t)$	0	−	0	+	
$f(t)$	1		−1		$-\frac{1}{2}$

Từ bảng biến thiên, suy ra phương trình có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{2\pi}{3}\right]$ khi và chỉ khi $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 48.

Đặt $I(1;0)$. Do $|z - 1| = \sqrt{2}$ nên z có điểm biểu diễn là điểm $M \in (I; \sqrt{2})$.

Giả sử $A(1;4)$, $B(3;2)$, $C(5;0)$. Khi đó

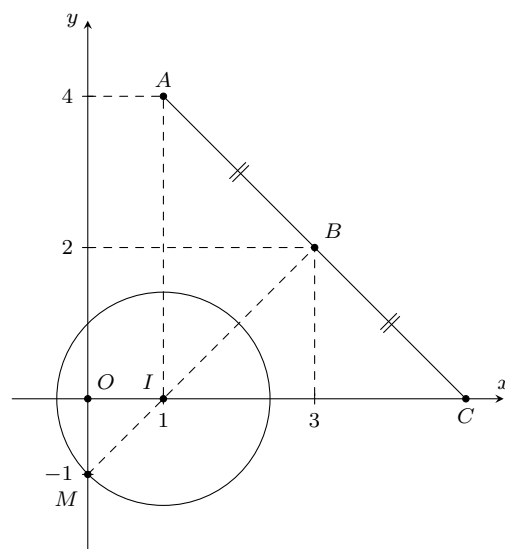
$$P = MA + MB + MC.$$

Mà $(MA + MC)^2 \leq 2(MA^2 + MC^2) = 4MB^2 + AC^2$ (tính chất trung tuyến).

Suy ra $P \leq \sqrt{4MB^2 + 32} + MB$.

Mà MP lớn nhất $\Leftrightarrow M(0; -1)$.

Vậy $\max P = 2\sqrt{26} + 3\sqrt{2}$.



Chọn đáp án (B)

CÂU 49.

Gọi x_1, x_2, x_3, x_4 là bốn nghiệm phân biệt dương của phương trình. Khi đó, theo định lý Vi-ét, ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = a \\ x_1 x_2 x_3 x_4 = 1 \end{cases} \Rightarrow a \geq 4\sqrt[4]{x_1 x_2 x_3 x_4} = 4.$$

Do bốn nghiệm phân biệt nên $a > 4 \Rightarrow \min a = 5$.

Chọn $b = 6,09$ ta thấy phương trình $x^4 - 5x^3 + 6,09x^2 - 5x + 1 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt dương.

Vậy $\min a = 5$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 50.

Nhận xét $I_1, I_2 \geq 0$.

Ta có

$$\begin{aligned} 1 &\leq f(x) \leq 2 \\ \Leftrightarrow (f(x) - 1)(f(x) - 2) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow f^2(x) + 2 &\leq 3f(x) \\ \Leftrightarrow f(x) + \frac{2}{f(x)} &\leq 3 \quad (\text{do } f(x) > 0) \\ \Rightarrow I_1 + 2I_2 &= \int_{-1}^1 \left[f(x) + \frac{2}{f(x)} \right] dx \leq 3 \int_{-1}^1 dx = 6 \\ \Rightarrow I_1 &\leq 6 - 2I_2. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } I_1 I_2 \leq I_2 (6 - 2I_2) = 2I_2(3 - I_2) \leq \frac{1}{2}(I_2 + 3 - I_2)^2 = \frac{9}{2}.$$

$$\text{Dấu " = " xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = \frac{3}{2} \\ I_1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x \in [-1; 0] \\ 2 & \text{nếu } x \in [0; 1] \end{cases} \Rightarrow |I_1 - I_2| = \frac{3}{2}.$$

Chọn đáp án (A)



TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 7
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn học sinh vào một dãy 6 chiếc ghế xếp thành hàng ngang?
A. 6. **B.** 30. **C.** 720. **D.** 120.

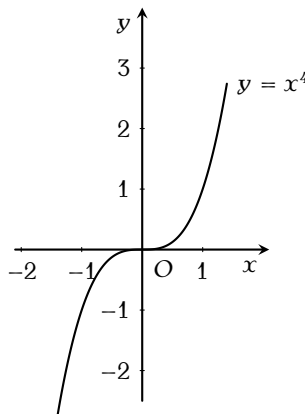
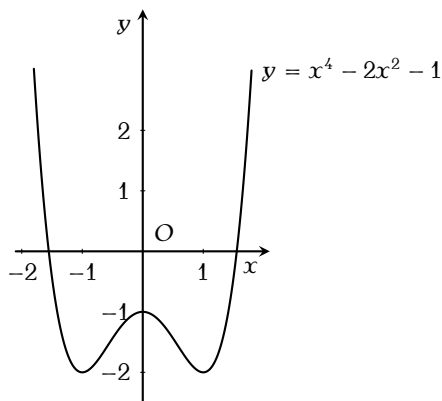
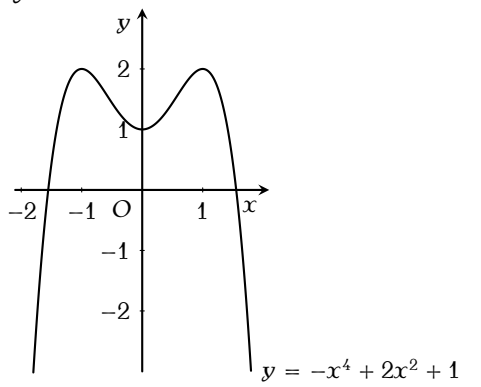
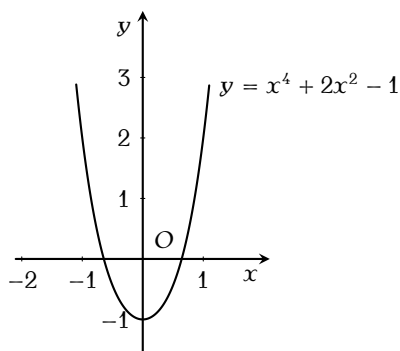
CÂU 2. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2 + a^2x + 3a}{x + 1} & \text{khi } x \neq -1 \\ -7 & \text{khi } x = -1 \end{cases}$$

Biết rằng f liên tục trên tập xác định. Tính $f(a)$.

A. -7. **B.** -1. **C.** 28. **D.** -4.

CÂU 3. Đồ thị hàm số và hàm số cho tương ứng nào sau đây là sai ?



CÂU 4. Cho cấp số nhân (u_n) gồm toàn các số dương, có $u_1 = 1$ và $4u_5 + 3u_3 - u_1 = 0$. Tính u_{10} .

A. $\frac{1}{512}$. **B.** $\frac{1}{1024}$. **C.** $\frac{1}{19683}$. **D.** $\frac{1}{6561}$.

CÂU 5. Cho (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x^2-3x+2}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. (C) có 2 tiệm cận đứng. **B.** (C) có 1 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.
C. (C) không có tiệm cận ngang. **D.** (C) không có tiệm cận đứng.

CÂU 6. Biết $\int_1^2 \frac{1}{2x-1} dx = \ln K$. Tìm K ?

A. $K = \sqrt{3}$. **B.** $K = 8$. **C.** $K = 9$. **D.** $K = 81$.

CÂU 7. Cho $4^x + 4^{-x} = 14$. Khi đó biểu thức $M = 2^x + 2^{-x} - 2$ có giá trị bằng:

A. 4. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3} - 2$.

CÂU 8. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $F(1) = 5$. Tính $F(4)$.

- A. 10. B. 5. C. 8. D. $\frac{38}{3}$.

CÂU 9. Cho i là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức $z = (i^2 + i + 1)^3$ là

- A. 1. B. -1 . C. $-i$. D. i .

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3)$, $B(2; 0; 1)$, $C(3; -1; 5)$. Diện tích tam giác ABC là

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

CÂU 11. Tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i + 2| = 2$ là

- A. Đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0$. B. Đường tròn $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$.
C. Parabol $y = x^2$. D. Đường tròn $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : 4x - 8y + z - 17 = 0$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $(7; -2; 9)$. B. $(7; 2; 4)$. C. $(7; 2; 5)$. D. $(-2; 1; -3)$.

CÂU 13. Tổng diện tích các mặt của khối lập phương là 150 cm^2 . Thể tích khối đó bằng

- A. 75 cm^3 . B. 25 cm^3 . C. 125 cm^3 . D. 100 cm^3 .

CÂU 14. Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng song song $(\alpha) : x + 2y + 2z + 11 = 0$ và $(\beta) : x + 2y + 2z + 2 = 0$.

- A. $d = 2$. B. $d = 6$. C. $d = 9$. D. $d = 3$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : mx + ny + 2z + 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} (3; 2; 1)$ khi:

- A. $m = 0, n = 2$. B. $m = 6, n = 4$. C. $m = 3, n = 2$. D. $m = 2, n = 1$.

CÂU 16. Tìm nghiệm của bất phương trình $\frac{2\sqrt{x} - 1}{(x^2 - x + 1)^{2019}} < 0$.

- A. $S = (-\infty; \frac{1}{4})$. B. $S = [0; \frac{1}{4})$.
C. $S = [0; 4)$. D. $S = [0; \frac{1}{4}) \cup (2019; +\infty)$.

CÂU 17. Khai triển nào sau đây có số hạng không chứa x :

- A. $(2x - \frac{1}{2x})^9$. B. $(x^5 - \frac{2}{x^2})^8$. C. $(\frac{3}{x^5} + 2x^3)^8$. D. $(x^3 + \frac{1}{2x^4})^9$.

CÂU 18. Cho hàm số $y = \frac{(a + b)x + 1}{x + a - b}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm a và b ?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	—	—	—
y	3	$+\infty$	3

- A. $a = 2, b = 1$. B. $a = 1, b = 2$. C. $a = -2, b = 1$. D. $a = -1, b = 2$.

CÂU 19. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Số phức $z = 5 - 3i$ có phần thực là 5, phần ảo là -3 .
B. Số $z = -i$ là số thuần ảo.
C. Số phức $z = -1 + 2i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là $M(-1; 2)$.
D. Số phức có $z = 4 + 3i$ có môđun bằng 25.

CÂU 20. Các nghiệm phức của phương trình $2z^2 - iz + 1 = 0$ là

- A. $z_1 = -i, z_2 = -\frac{1}{2}i$. B. $z_1 = i, z_2 = -\frac{1}{2}i$. C. $z_1 = i, z_2 = \frac{1}{2}i$. D. $z_1 = -i, z_2 = \frac{1}{2}i$.

CÂU 21. $32i$ là kết quả của phép tính nào?

- A. $(1 - i)^5$. B. $(1 + i)^5$. C. $(1 + i)^{10}$. D. $(1 - i)^{10}$.

CÂU 22. Tìm các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z|^2 + 2z\bar{z} + |\bar{z}|^2 = 8$ và $z + \bar{z} = 2$.

- A. $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - i$. B. $z_1 = -1 + i, z_2 = 1 - i$.
C. $z_1 = -1 + i, z_2 = -1 - i$. D. $z_1 = 1 + i, z_2 = -1 - i$.

CÂU 23. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2$ và $y = x + 2$ là

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{4}{9}$. D. $\frac{9}{4}$.

CÂU 24. Giải bất phương trình $(0,4)^{x(2x+1)} > (2,5)^{-2-x^2}$.

- A. $-1 < x < 2$. B. $-2 < x < 1$. C. $x < -2$ hoặc $x > 1$. D. Vô nghiệm.

CÂU 25. Hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $6a$ và chiều cao bằng $4a$ thì khoảng cách từ tâm mặt đáy đến mặt bên bằng

- A. $\frac{12a}{5}$. B. $\frac{4a}{5}$. C. $\frac{5a}{12}$. D. $3a$.

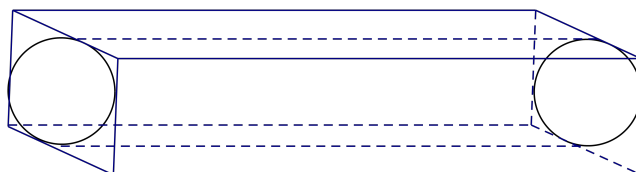
CÂU 26. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với đáy một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

- A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

CÂU 27. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh $AB = 4a; AC = 5a; BC = 6a$. Tìm độ dài trung tuyến AM của tam giác.

- A. $\frac{a\sqrt{46}}{2}$. B. $\frac{7a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{47}}{2}$. D. $\frac{3a\sqrt{5}}{2}$.

CÂU 28. Một bóng đèn huỳnh quang dài 120 cm , đường kính của đường tròn đáy là 2 cm được đặt khít vào một ống giấy cứng dạng hình hộp chữ nhật (hình phía dưới)



Tính diện tích phần giấy cứng dùng để làm hộp (hộp hở hai đầu).

- A. 960 cm^2 . B. 96 cm^2 . C. 9600 cm^2 . D. 96000 cm^2 .

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(0; -1; 1), N(1; 1; -2), K(-1; 0; 3)$. Tìm phương trình đường thẳng (d) qua K đồng thời vuông góc (OMN) .

- A. $(d): \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $(d): \begin{cases} x = -1 \\ y = -t \\ z = 3 + t \end{cases}$. C. $(d): \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$. D. $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

CÂU 30. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = 4x^3 + mx^2 - 3x$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = -4x_2$.

- A. 3. B. 0. C. -3. D. -2.

CÂU 31. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $9\ln^2 x + 4\ln^2 y = \ln x^4 \cdot \ln y^3$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $x^2 = y^3$. B. $3x = 2y$. C. $x^3 = y^2$. D. $x = y$.

CÂU 32. Một vận chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian $v(t) = 1 - \sin t$ (m/s). Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ (s) là

- A. $\frac{\pi}{2} - 1$ (m). B. $\frac{\pi}{2} + 1$ (m). C. $\frac{\pi + 1}{2}$ (m). D. $\pi - 1$ (m).

CÂU 33. Cho biết $\int_0^1 2f(x) dx = 6, \int_0^2 [2f(x) - g(x)] dx = 5$ và $\int_0^2 [3f(x) + g(x)] dx = 35$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

CÂU 34. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x \ln x$ trên $\left[\frac{1}{e^2}; 1\right]$ là

A. $-\frac{2}{e^2}$.

B. $-\frac{1}{e}$.

C. 0.

D. $-e$.

CÂU 35. Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng nước ta giảm đi x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau 4 năm diện tích rừng nước ta sẽ là bao nhiêu phần diện tích hiện nay?

A. 100%.

B. $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$.

C. $1 - \frac{4x}{100}$.

D. $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4$.

CÂU 36. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -3x + m$. Biết rằng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm tam giác OAB thuộc đồ thị (C), với O là gốc tọa độ. Hỏi giá trị của tham số m thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(-\infty; -11]$.

B. $(15; +\infty)$.

C. $(0; 9]$.

D. $(-6; -3)$.

CÂU 37. Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng một tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu đồng một tháng.

A. 2 500 000 đồng.

B. 2 600 000 đồng.

C. 2 450 000 đồng.

D. 2 250 000 đồng.

CÂU 38. Cho a, b là hai số thực dương thỏa $a + b = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$.

A. 4.

B. 9.

C. 1.

D. 10.

CÂU 39. Cho $I = \int_0^2 (2x^2 - x - m) dx$ và $J = \int_0^1 (x^2 - 2mx) dx$. Tìm điều kiện của tham số m để $I \leq J$.

A. $m \leq \frac{11}{3}$.

B. $m \geq \frac{11}{3}$.

C. $m \leq 3$.

D. $m \geq 3$.

CÂU 40. Cho phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 2(m-1)\left(\frac{1}{3}\right)^x - m^2 + 7m - 6 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt thỏa mãn $x_1 + x_2 + \log_3 4 \leq 0$.

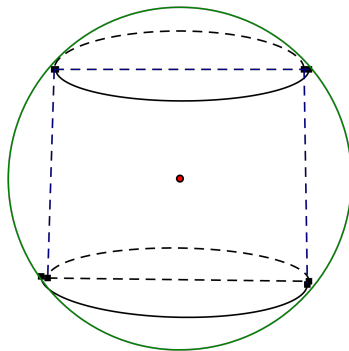
A. $\frac{7}{2} < m \leq 5$.

B. $\frac{7}{2} < m < 6$.

C. $1 < m \leq 5$.

D. $m > \frac{7}{2}$.

CÂU 41. Hình trụ có thiết diện qua trục là hình chữ nhật với chiều ngang bằng $\frac{4}{3}$ chiều rộng. Tính tỉ số thể tích của hình trụ nội tiếp hình cầu và thể tích hình cầu đó.



A. $\frac{16}{25}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{54}{125}$.

D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 42. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - mx - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $(-\infty; -1]$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $[-1; 1]$.

D. $[1; +\infty)$.

CÂU 43. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = mx - 3m$ cắt đồ thị hàm số (C): $y = x^3 - 3x^2$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15$.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

- CÂU 44.** Xét x, y là các số thực thỏa mãn $\log_3 \left(\frac{x^2 + y^2}{3 + xy} \right) = 3 - y^2 - x(x - y)$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = 3x^2 - xy + y^2$.
- A. $P_{\max} = 5$. B. $P_{\max} = 11$. C. $P_{\max} = 7$. D. $P_{\max} = 3$.
- CÂU 45.** Trong không gian $Oxyz$ cho $\triangle ABC$ có $A \in Oxy$; $B(0; 1; 1)$. Đường cao $AH: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{2}$; trọng tâm G có tung độ bằng 1. Tìm diện tích $\triangle ABC$.
- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{58}$. C. $\sqrt{66}$. D. $3\sqrt{2}$.
- CÂU 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 11 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+m}{3} = \frac{z-2}{1}$ (m là tham số thực). Khi đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B , thì đoạn thẳng AB có độ dài lớn nhất bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{36}{5}$. B. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{72}{5}$. D. $\frac{12\sqrt{5}}{5}$.
- CÂU 47.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1. Một hình trụ (H) có một đáy thuộc mặt phẳng (BCD) , đáy còn lại tiếp xúc với các đoạn AB, AC, AD . Tính thể tích lớn nhất của (H) .
- A. $\frac{4\sqrt{3}}{81}\pi$. B. $\frac{4\sqrt{6}}{243}\pi$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{243}\pi$. D. $\frac{4\sqrt{6}}{81}\pi$.
- CÂU 48.** Có bao nhiêu số tự nhiên m thuộc $(0; 2019)$ để phương trình $m.(x+4)\sqrt{x^2-4} = 4(x+1)^2$ có 4 nghiệm?
- A. 1. B. 2. C. 2016. D. 2015.
- CÂU 49.** Cho hàm $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn hệ thức $f(x^3 + 3x - 1) = x^2 - 1$. Tính $I = \int_{-1}^3 f(x) dx$.
- A. $-\frac{12}{5}$. B. $-\frac{7}{3}$. C. $\frac{1}{5} - \sqrt{2}$. D. $\frac{2}{3} - 2\sqrt{2}$.
- CÂU 50.** Cho z, u là hai số phức thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$, $|u| = |\bar{u} - 3 + 4i|$. Tìm GTNN của $P = |z - u|$.
- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{33}{10} - \sqrt{2}$. C. $\frac{33}{5} - \sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2} - 1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. D	4. A	5. B	6. A	7. B	8. A	9. C	10. B
11. B	12. C	13. C	14. D	15. B	16. B	17. C	18. B	19. D	20. B
21. C	22. A	23. B	24. B	25. A	26. B	27. A	28. A	29. A	30. B
31. C	32. A	33. C	34. B	35. B	36. B	37. A	38. B	39. D	40. A
41. C	42. A	43. C	44. B	45. C	46. D	47. B	48. B	49. A	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Đặt $t = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ thì phương trình trở thành $t^2 - 2(m-1)t - m^2 + 7m - 6 (*)$.

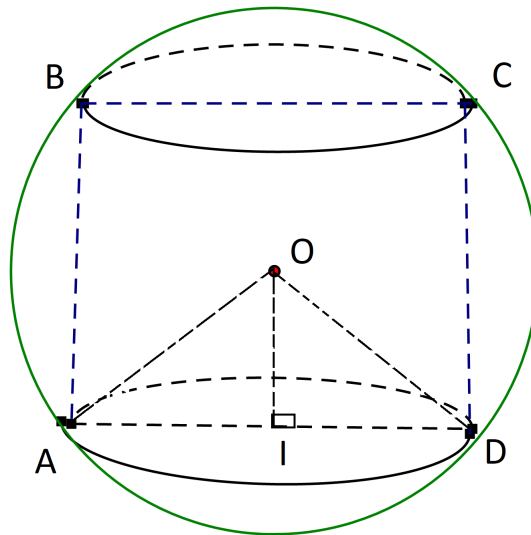
Khi đó, phương trình đề bài có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 + \log_3 4 \leq 0$ tương đương với phương trình (*) có 2 nghiệm dương t_1, t_2 thỏa: $\log_{\frac{1}{3}} t_1 + \log_{\frac{1}{3}} t_2 + \log_3 4 \leq 0$. Nghĩa là:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ \log_{\frac{1}{3}} t_1 + \log_{\frac{1}{3}} t_2 + \log_3 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - (-m^2 + 7m - 6) > 0 \\ m-1 > 0 \\ -m^2 + 7m - 6 > 0 \\ \log_3 t_1 \cdot t_2 \geq \log_3 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \vee m > \frac{7}{2} \\ m > 1 \\ 1 < m < 6 \\ -m^2 + 7m - 6 \geq 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \vee m > \frac{7}{2} \\ m > 1 \\ 1 < m < 6 \\ 2 \leq m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{7}{2} < m \leq 5$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 41.



Gọi hình cầu tâm O bán kính R. Hình trụ nội tiếp hình cầu có thiết diện qua trục là ABCD.

Theo đề ra ta có, $AB = \frac{4}{3}AD$.

Gọi I là trung điểm AD, khi đó:

$$OI^2 + AI^2 = R^2 \Rightarrow AB^2 + AD^2 = 4R^2 \Rightarrow AD = \frac{6}{5}R, AB = \frac{8}{5}R \Rightarrow AI = \frac{3}{5}R$$

$$\text{Thể tích khối trụ là: } V = \pi \cdot AI^2 \cdot AB = \frac{72}{125}\pi R^3$$

$$\text{Thể tích khối cầu là: } V = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3$$

$$\text{Tỉ số thể tích khối trụ và khối cầu là: } \frac{54}{125}$$

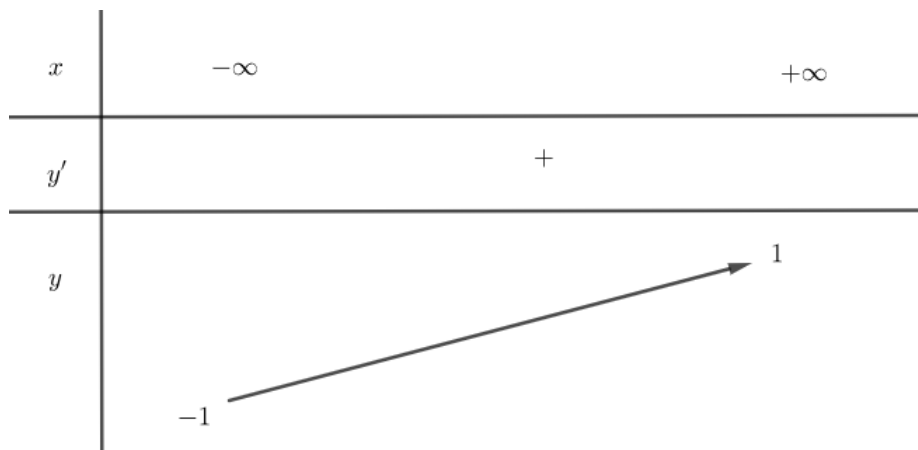
Chọn đáp án (C)

CÂU 42.

$$y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - m$$

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \geq m \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Khảo sát hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ta có bảng biến thiên sau:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, để $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \geq m \quad \forall x \in \mathbb{R}$ thì $m \leq -1$

Chọn đáp án (A)

CÂU 43.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) ta có:

$$x^3 - 3x^2 = mx - 3m \Leftrightarrow (x - 3)(x^2 - m) = 0$$

Vậy (d) luôn cắt (C) tại điểm có hoành độ bằng 3.

Để (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt thì $m > 0$ và $m \neq 9$. Khi đó, hoành độ các giao điểm lần lượt là $x_1 = -\sqrt{m}, x_2 = 3, x_3 = \sqrt{m}$.

$$\text{Vì } x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15 \text{ nên } 2m = 6 \Leftrightarrow m = 3$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 44.

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3 \left(\frac{x^2 + y^2}{3 + xy} \right) &= 3 - y^2 - x(x - y) \\ \Leftrightarrow \log_3(x^2 + y^2) + y^2 + x^2 &= \log_3(3 + xy) + 3 + xy \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 &= 3 + xy \text{ (hàm số } \log_3 t + t \text{ đồng biến)} \\ \Leftrightarrow \left(y - \frac{x}{2} \right)^2 &= 3 - \frac{3x^2}{4} \\ \Leftrightarrow x^2 &= -\frac{4}{3} \left(y - \frac{x}{2} \right)^2 + 4 \leq 4 \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } P = 3x^2 - xy + y^2 = 2x^2 + (x^2 - xy + y^2) \leq 2.4 + 3 = 11$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 45.

$$A \in Oxy \Rightarrow z_A = 0 \Rightarrow A(1; -1; 0).$$

$$H \in AH \Rightarrow H(1 + 2t_1; -1 + 3t_1; 2t_1).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \Rightarrow t_1 = 1 \Rightarrow H(3; 2; 2) \Rightarrow \overrightarrow{BH} = (3; 1; 1).$$

$$\Rightarrow BC: \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow C(3t_2; 1 + t_2; 1 + t_2).$$

$$\text{Do } y_G = 1 \text{ nên } \frac{-1 + 1 + 1 + t_2}{3} = 1 \Rightarrow t_2 = 2 \Rightarrow C(6; 3; 3).$$

Vậy diện tích $\triangle ABC$ là

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \right| = \sqrt{66}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 46.

$$\text{Ta có (S): } \begin{cases} \text{Tâm } I(1; 2; -2) \\ R = 2\sqrt{5} \end{cases}.$$

Độ dài AB lớn nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ I đến AB lớn nhất.

Lấy $M(1; -m; 2) \in d$. Khi đó $\overrightarrow{MI} = (0; 2 + m; -4)$.

Gọi $\vec{a} = (2; 3; 1)$ là vtcp của d . Ta có $[\overrightarrow{MI}; \vec{a}] = (m + 14; -8; 4 + 2m)$.

Áp dụng công thức khoảng cách, ta có

$$\begin{aligned} d(I; d) &= \frac{|[\overrightarrow{MI}; \vec{a}]|}{|\vec{a}|} \\ &= \frac{\sqrt{(m + 14)^2 + 8^2 + (4 + 2m)^2}}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1}} \\ &= \frac{\sqrt{5m^2 + 44m + 276}}{\sqrt{14}} \end{aligned}$$

$$d(I; d) \min \Leftrightarrow m = \frac{-22}{5} \Rightarrow \min d = \frac{8\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } AB = 2\sqrt{R^2 - d_{\min}^2} = \frac{12\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 47.

Trong hình trụ (H) , gọi H là đáy dưới, H' là đáy trên, B', C', D' lần lượt là tiếp điểm của AB, AC, AD với đáy trên.

$$\text{Ta tính được } AH = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Gọi bán kính hình trụ là $x = H'D'$, ($x > 0$).

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{AD'}{AD} &= \frac{H'D'}{HD} \\ \Rightarrow \frac{AD - AD'}{AD} &= \frac{HD - H'D'}{HD} \\ \Rightarrow \frac{DD'}{AD} &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - x}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 1 - \sqrt{3}x = \frac{HH'}{AH} = \frac{3 \cdot H'H}{\sqrt{6}} \\ \Rightarrow HH' &= \frac{\sqrt{6}}{3} (1 - \sqrt{3}x) = \frac{\sqrt{6}}{3} - \sqrt{2}x. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot x^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{6}}{3} - \sqrt{2}x \right) = \pi \cdot \left(-\sqrt{2}x^3 + \frac{\sqrt{6}}{3}x^2 \right).$$

Khảo sát hàm số $f(x) = -\sqrt{2}x^3 + \frac{\sqrt{6}}{3}x^2$ trên khoảng $(0; +\infty)$, ta nhận được giá trị lớn nhất của $f(x)$ là tại

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{9}.$$

$$\text{Vậy } \max V = \pi \cdot \frac{4\sqrt{6}}{243}.$$

Chọn đáp án (B)

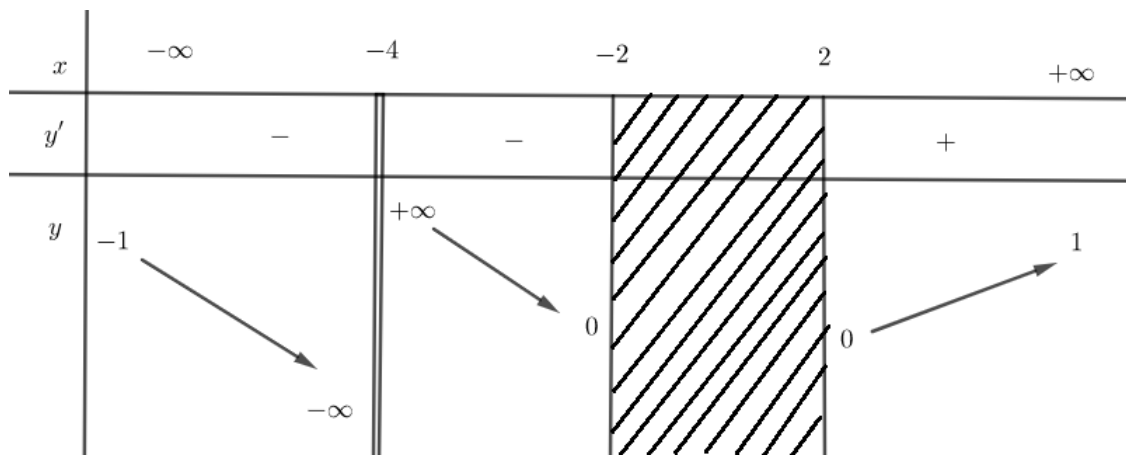
CÂU 48.

Xét $x = -4$ thì $0 = 36(!)$.

Vậy $x = -4$ không phải là nghiệm của phương trình.

Xét $x \neq -4$. Ta có:

$$\begin{aligned} m \cdot (x + 4) \sqrt{x^2 - 4} &= 4(x + 1)^2 \\ \Leftrightarrow m \cdot (x + 4) \sqrt{x^2 - 4} &= (x + 4)^2 + 3(x^2 - 4) \\ \Leftrightarrow m \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 4} &= 3 \frac{x^2 - 4}{(x + 4)^2} + 1 \\ \Leftrightarrow 3 \frac{x^2 - 4}{(x + 4)^2} - m \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 4} + 1 &= 0 \\ \text{Xét hàm số } y &= \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x + 4} \text{ ta có bảng biến thiên sau:} \end{aligned}$$



Để phương trình đề bài có 4 nghiệm phân biệt thì phương trình $3t^2 - mt + 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc $[0; 1)$. Tức là:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 < S < 2 \\ 0 \leq P < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 12 > 0 \\ 0 < \frac{m}{3} < 2 \\ 0 \leq \frac{1}{3} < 1 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow 2\sqrt{3} < m < 6.$$

Vì m là số tự nhiên nên $m \in \{4; 5\}$

Chọn đáp án (B)

CÂU 49.

Đặt $x = t^3 + 3t - 1 \Rightarrow dx = (3t^2 + 3)dt; f(x) = t^2 - 1$

Đổi cận $x = -1 \Rightarrow t = 0; x = 3 \Rightarrow t = 1$

Khi đó:

$$\int_{-1}^3 f(x)dx = \int_0^1 (t^2 - 1)(3t^2 + 3)dt = \frac{12}{5}$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 50.

Đặt $z = a + bi \Rightarrow \begin{cases} |z - i| = \sqrt{a^2 + (b - 1)^2} \\ |z(1 + i)| = \sqrt{(a - b)^2 + (a + b)^2} \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} |z - i| &= |z(1 + i)| \\ \Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 &= (a - b)^2 + (a + b)^2 \\ \Leftrightarrow a^2 + (b + 1)^2 &= 2. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn z là đường tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Đặt $u = c + di \Rightarrow \bar{u} = c - di$.

Ta có $\begin{cases} |u| = \sqrt{c^2 + d^2} \\ |\bar{u} - 3 + 4i| = \sqrt{(c - 3)^2 + (4 - d)^2} \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} |u| &= |\bar{u} - 3 + 4i| \\ \Leftrightarrow 6c + 8d - 25 &= 0. \end{aligned}$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn u là đường thẳng $d: 6x + 8y - 25 = 0$.

Gọi A là điểm thuộc $(I; R)$; B là điểm thuộc d .

Suy ra $|z - u| = |\vec{AB}| = AB \Rightarrow \min AB = d(I; d) - R = \frac{33}{10} - \sqrt{2}$.

Chọn đáp án (B)

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 8
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x}$.

- A. $\int 2^{2x} dx = \frac{4^x}{\ln 2} + C$. B. $\int 2^{2x} dx = \frac{2^{2x}}{\ln 2}$. C. $\int 2^{2x} dx = \frac{2^{2x-1}}{\ln 2} + C$. D. $\int 2^{2x} dx = \frac{2^{2x+1}}{\ln 2} + C$.

CÂU 2. Gọi z_0 là nghiệm của phương trình $iz + 2 - i = 0$. Tính $|z_0|$.

- A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

CÂU 3. Tính tích phân $I = \int_0^2 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$.

- A. $I = -\frac{16}{9}$. B. $I = \frac{52}{9}$. C. $I = \frac{16}{9}$. D. $I = -\frac{52}{9}$.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây sai?

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'			0	
			-	+
y	$+\infty$	$+\infty$	-1	$+\infty$

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$. B. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 2$.
C. Hàm số không có đạo hàm tại điểm $x = -1$. D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0; 2; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$.

- A. $3x + 5y + 2z - 12 = 0$. B. $3x + y + 2z - 4 = 0$.
C. $x + 2y - z = 0$. D. $x - y + 2z = 0$.

CÂU 6. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$, $z_2 = 3 + 2i$. Tìm môđun của số phức $\overline{z_1} - z_2$.

- A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{2}$.

CÂU 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-1; 1)$ và $B(3; 5)$. Viết phương trình trung trực của AB .

- A. $x - y + 2 = 0$. B. $x + y - 4 = 0$. C. $x - y - 2 = 0$. D. $x + y + 4 = 0$.

CÂU 8. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 25 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + i)z_1 - (2 - i)|z_2|$.

- A. 2. B. -2. C. 6. D. -6.

CÂU 9. Cho tam giác OAB vuông tại O có $OA = 3$, $OB = 4$. Tính diện tích toàn phần của hình nón tạo thành khi quay tam giác OAB quanh OA .

- A. $S = 36\pi$. B. $S = 20\pi$. C. $S = 26\pi$. D. $S = 52\pi$.

CÂU 10. Xác định m để bốn điểm $A(1; 1; 4)$, $B(5; -1; 3)$, $C(2; 2; m)$, $D(3; 1; 5)$ tạo thành một tứ diện.

- A. $m \neq 4$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $m \neq 6$. D. $m < 0$.

CÂU 11. Hàm số nào trong các hàm số sau có tập xác định $D = (-1; 3)$?

- A. $y = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$. B. $y = 2^{x^2 - 2x - 3}$.
C. $y = \log_2(-x^2 + 2x + 3)$. D. $y = (x^2 - 2x - 3)^2$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 1)$ và $B(1; 1; 0)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (OAB) tại O có phương trình là:

- A. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$.

CÂU 13. Tìm giá trị của m để hàm số $F(x) = m^2x^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

- A. $m = 2$. B. $m = \pm 1$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

CÂU 14. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$, $f(2) = 3$. Tính $f(5)$.

- A. $f(5) = \frac{7}{3} + \ln 4$. B. $f(5) = \frac{21}{2} + \ln 4$. C. $f(5) = \frac{7}{3} + 2 \ln 2$. D. $f(5) = \frac{21}{2} + \ln 16$.

CÂU 15. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_3 - u_5 = 3 \\ u_6 + 2u_7 = -\frac{39}{2} \end{cases}$. Hỏi số hạng nào sau đây của cấp số cộng trên bằng -22 ?

- A. u_{15} . B. u_{16} . C. u_{17} . D. u_{18} .

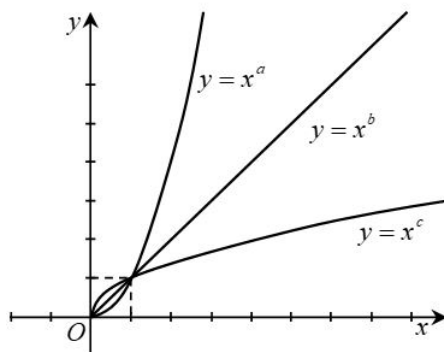
CÂU 16. Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60cm , diện tích đáy $900\pi\text{cm}^2$. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó (bỏ qua kích thước các mép gấp)?

- A. Chiều dài 180cm , chiều rộng 60cm . B. Chiều dài $60\pi\text{cm}$, chiều rộng 60cm .
C. Chiều dài 900cm , chiều rộng 60cm . D. Chiều dài $30\pi\text{cm}$, chiều rộng 60cm .

CÂU 17. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đúng một đường tiệm cận (gồm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang).

- A. $y = \sqrt{x^2 + 1} - x$. B. $y = \frac{x+1}{x-2}$. C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 2x + 1$.

CÂU 18. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = x^a$, $y = x^b$, $y = x^c$ trên miền $(0; +\infty)$. Hỏi trong các số a , b , c số nào nhận giá trị trong khoảng $(0; 1)$?



- A. Số a . B. Số a và số c . C. Số b . D. Số c .

CÂU 19. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$, biết tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

- A. $y = -3x + 3$. B. $y = -3x$. C. $y = -3x - 3$. D. $y = 0$.

CÂU 20. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} + (1 - i)(2 + 4i) = 3i + 1$. Điểm A biểu diễn số phức z trong mặt phẳng phức. Khoảng cách từ A đến đường thẳng $(d): y = 2x - 4$ là:

- A. $5\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{5}$. C. $\frac{13\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{15\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 48cm^3 . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $CC', BC, B'C'$. Tính thể tích của khối chóp $A'MNP$.

- A. $V = \frac{16}{3}\text{cm}^3$. B. $V = 8\text{cm}^3$. C. $V = 16\text{cm}^3$. D. $V = 24\text{cm}^3$.

CÂU 22. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3$, $y = x^5$.

- A. $S = 0$. B. $S = 1$. C. $S = \frac{1}{6}$. D. $S = \frac{1}{12}$.

CÂU 23. Một hình hộp chữ nhật có diện tích ba mặt bằng 20cm^2 , 28cm^2 , 35cm^2 . Tính thể tích của hình hộp chữ nhật đó.

- A. $V = 160\text{cm}^3$. B. $V = 140\text{cm}^3$. C. $V = 165\text{cm}^3$. D. $V = 190\text{cm}^3$.

CÂU 24. Cho hàm số $y = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{khi } x \leq 1 \\ x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$.

- A. $\max_{[-2; 3]} y = -2$. B. $\max_{[-2; 3]} y = 2$. C. $\max_{[-2; 3]} y = 1$. D. $\max_{[-2; 3]} y = 3$.

CÂU 25. Cho hàm số $f(x) = x + m + \frac{n}{x+1}$ (với m, n là các tham số thực). Tìm m, n để hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và $f(x) = -2$.

- A. Không tồn tại giá trị của m, n . B. $m = -1, n = 1$.
C. $m = n = 1$. D. $m = n = -2$.

CÂU 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P) : x - y + 3z - 13 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{-2}$. Biết điểm $H(0; 2; 5) \in (P)$ là hình chiếu của điểm $A \in d$ lên (P) . Tìm tọa độ điểm A .

- A. $A(-3; 2; 4)$. B. $A(1; 4; 0)$. C. $A(3; 5; -2)$. D. $A(-1; 3; 2)$.

CÂU 27. Từ các chữ số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau, lớn hơn 295?

- A. 40. B. 35. C. 120. D. 45.

CÂU 28. Khai triển $(x^2 - \frac{2}{x^7})^9$ không chứa số hạng mang lũy thừa của x nào sau đây:

- A. x^0 . B. x^{-63} . C. x^{-72} . D. x^{-27} .

CÂU 29. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V . Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ACD . Thể tích khối chóp $D.AG_1G_2$ bằng:

- A. $\frac{1}{6}V$. B. $\frac{4}{9}V$. C. $\frac{2}{9}V$. D. $\frac{1}{9}V$.

CÂU 30. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$ cắt hai mặt phẳng $(P_1) : x + 2y - z + 8 = 0$ và $(P_2) : x + y + z + 4 = 0$ theo các đường tròn giao tuyến với bán kính là r_1, r_2 . Khi đó:

- A. $r_1 = \sqrt{5}r_2$. B. $r_1 = 3r_2$. C. $2r_1^2 = 5r_2^2$. D. $r_1 = \sqrt{3}r_2$.

CÂU 31. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

- A. $V = \sqrt{6}a^3$. B. $V = \frac{7a^3}{8}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

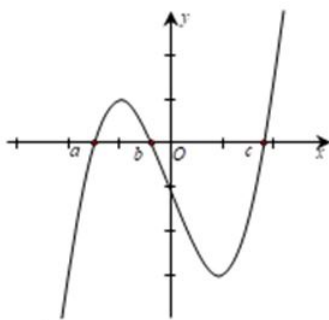
CÂU 32. Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa có dạng hình parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao 8m và rộng 8m.

- A. $\frac{128}{3}m^2$. B. $\frac{131}{3}m^2$. C. $\frac{28}{3}m^2$. D. $\frac{26}{3}m^2$.

CÂU 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi E là trung điểm của cạnh CD . Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBE) bằng $\frac{2a}{3}$, tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{14}}{26}$. B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ABCD} = \frac{2a^3}{3}$. D. $V_{S.ABCD} = a^3$.

CÂU 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới. Biết $f(a) > 0$, hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?



- A. 2 điểm. B. 1 điểm. C. 4 điểm. D. 3 điểm.

CÂU 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, ABC là tam giác đều cạnh a . Biết rằng hình chóp $S.ABC$ nội tiếp trong mặt cầu bán kính bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích khối chóp.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{24}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{8}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

CÂU 36. Cho hàm số $y = (m-1)x^3 - 3x^2 - 3(m-3)x + 5$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $m \leq \frac{5}{3}$. B. $1 < m \leq \frac{5}{3}$. C. $m \leq \frac{5}{3}$ và $m \neq 1$. D. $m \leq 1$.

CÂU 37. Biết phương trình $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{3}{2}} - 3^{2x-1}$ có nghiệm là a . Tính giá trị biểu thức $P = a + \frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$.

- A. $P = \frac{1}{2}$. B. $P = 1 - \log_{\frac{9}{2}}2$. C. $P = 1$. D. $P = 1 - \frac{1}{2}\log_{\frac{9}{2}}2$.

CÂU 38. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 3$ có ba điểm cực trị đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành tứ giác nội tiếp.

- A. $S = \left\{-\frac{1}{\sqrt{3}}; 0; \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$. B. $S = \{-1; 1\}$. C. $S = \left\{-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$. D. $S = \left\{-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$.

CÂU 39. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a^2x^2 - 2ax - a^2 - a - 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ \frac{10}{9} & \text{khi } x = 2 \end{cases}$$

Biết $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $f(a)$.

- A. $\frac{23}{27}$. B. $\frac{10}{9}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{25}{27}$.

CÂU 40. Cho hình trụ có bán kính đáy và chiều cao có độ dài bằng nhau. Hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy (các cạnh AD, BC không phải là đường sinh của hình trụ). Tính độ dài bán kính đáy và chiều cao của hình trụ biết rằng cạnh hình vuông có độ dài bằng a .

- A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{5}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. D. a .

CÂU 41. Cho tam giác ABC nhọn có $\sin A = \frac{3}{5}$, $BC = 2a$ và diện tích bằng $\frac{a^2}{2}$. Tính độ dài $AB + AC$.

- A. $3a$. B. $2a + \sqrt{2}a$. C. $a\sqrt{10}$. D. $\frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{2}a$.

CÂU 42. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x)^{2018}}{(\cos x)^{2018} + (\sin x)^{2018}} dx$.

- A. $I = 0$. B. $I = \frac{\pi}{4}$. C. $I = \frac{\pi}{2}$. D. $I = 1$.

CÂU 43. Cho $a = 2017^{2018}$. Hỏi phương trình $\log_a(a^{2x^2+4x} + a^2) = (x+1)^2 + \log_a(a + \frac{1}{a})$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 4$ và hai điểm $A(2; 0; 1)$, $B(-1; -1; 2)$. Mặt phẳng $(P) : ax + by + cz - 9 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.

- A. $T = 12$. B. $T = -12$. C. $T = 10$. D. $T = -10$.

CÂU 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 4]$, $f(1) = 1$ và thỏa hệ thức $[f(x)]^2 + 2xf'(x) + f(x) = 0$ với mọi $x \in [1; 4]$. Tính $I = \int_1^4 f(x) dx$.

- A. $1 + \ln 3$. B. $\frac{2+\ln 3}{2}$. C. $\frac{3+\ln 2}{2}$. D. $1 - \ln 3$.

CÂU 46. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy cạnh a , ΔSAC đều. Một mặt phẳng (P) qua A , song song với BD và tạo với đáy một góc α . Tìm α để thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp có diện tích bằng $\frac{a^2}{2}$.

- A. 36° . B. 72° . C. 45° . D. 54° .

CÂU 47. Cho parabol $(P) : y = x^2 + 1$ và đường thẳng $d : y = mx + 2$. Biết rằng tồn tại m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và d đạt giá trị nhỏ nhất. Tính diện tích nhỏ nhất đó.

- A. $S = 0$. B. $S = \frac{4}{3}$. C. $S = \frac{2}{3}$. D. $S = 4$.

CÂU 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = y$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $AM = x$. Biết rằng $x^2 + y^2 = a^2$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCM$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

CÂU 49. Cho $x, y \in \mathbb{R}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2^{x+1}}{2^x + 2^{y+1}} - \frac{2^y}{2^{x+1} + 2^y}$.

- A. 0. B. $-\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. -1.

CÂU 50. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1| = 1; |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm $P = |z_2^2 - 4z_1^2|$.

- A. 2. B. $2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{15}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. B	4. A	5. D	6. A	7. B	8. B	9. A	10. C
11. C	12. D	13. D	14. D	15. C	16. B	17. A	18. D	19. A	20. C
21. B	22. C	23. B	24. D	25. C	26. D	27. C	28. C	29. D	30. C
31. C	32. A	33. B	34. A	35. A	36. A	37. C	38. C	39. A	40. C
41. C	42. B	43. D	44. A	45. B	46. A	47. B	48. D	49. C	50. D

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB .

Khi đó $O'M \parallel ON$ và $O'M = ON$.

Ta có $\frac{IM}{IN} = \frac{IO'}{IO} = \frac{O'M}{ON} = 1$.

$\Rightarrow I$ là trung điểm của $O'O$ và MN .

Đặt x là độ dài chiều cao và bán kính hình trụ ($x > 0$).

Ta có $IO' = \frac{x}{2}, IM = \frac{a}{2}$.

Suy ra $O'M^2 = IM^2 - IO'^2 = \frac{a^2}{4} - \frac{x^2}{4}$.

Ta lại có $O'M^2 = O'C^2 - CM^2 = x^2 - \frac{a^2}{4}$.

Từ (1) và (2) suy ra

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{4} - \frac{x^2}{4} &= x^2 - \frac{a^2}{4} \\ \Rightarrow \frac{a^2}{2} &= \frac{5x^2}{4} \\ \Rightarrow x &= \frac{a\sqrt{10}}{5}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

CÂU 41.

Ta có

$$\textcircled{A} \sin A = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos A = \frac{4}{5}.$$

$$\textcircled{B} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow AB \cdot AC = \frac{5a^2}{3}.$$

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A \\ \Rightarrow 4a^2 &= (AB + AC)^2 - \frac{18}{5} AB \cdot AC \\ \Rightarrow 4a^2 &= (AB + AC)^2 - 6a^2 \\ \Rightarrow (AB + AC)^2 &= 10a^2 \\ \Rightarrow AB + AC &= a\sqrt{10}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**

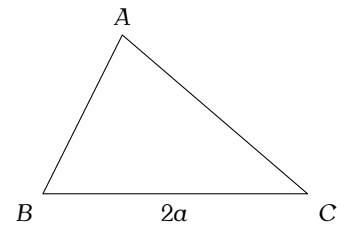
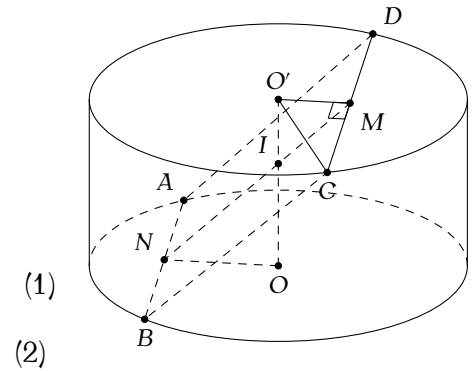
CÂU 42.

Đặt $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\cos x)^{2018}}{(\cos x)^{2018} + (\sin x)^{2018}} dx$. Khi đó

$$\textcircled{A} I + J = \frac{\pi}{2}.$$

$$\textcircled{B} I - J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x)^{2018} - (\cos x)^{2018}}{(\cos x)^{2018} + (\sin x)^{2018}} dx.$$

$$\text{Đặt } x = -t. \text{ Khi đó } I - J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{(\sin t)^{2018} - (\cos t)^{2018}}{(\cos t)^{2018} + (\sin t)^{2018}} dt.$$



$$\text{Suy ra } 2(I - J) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(\sin t)^{2018} - (\cos t)^{2018}}{(\cos t)^{2018} + (\sin t)^{2018}} dt.$$

Do $\frac{(\sin t)^{2018} - (\cos t)^{2018}}{(\cos t)^{2018} + (\sin t)^{2018}}$ là hàm số chẵn nên tích phân trên khoảng đối xứng bằng 0, nghĩa là $I - J = 0$.

$$\text{Vậy } I = \frac{\pi}{4}.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 43.

Đặt $t = (x + 1)^2$, ($t \geq 0$). Khi đó

$$\begin{aligned} \log_a (a^{2x^2+4x} + a^2) &= (x + 1)^2 + \log_a \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a (a^{2t-2} + a^2) &= t + \log_a \left(a + \frac{1}{a}\right) \\ \Leftrightarrow \log_a (a^{2t-2} + a^2) &= \log_a (a^{t+1} + a^{t-1}) \\ \Leftrightarrow a^{2t-2} + a^2 &= a^{t+1} + a^{t-1} \\ \Leftrightarrow a^{t-1} (a^{t-1} - 1) &= a^2 (a^{t-1} - 1) \\ \Leftrightarrow (a^{t-1} - 1) \cdot (a^{t-1} - 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow t = 1 \vee t = 3. \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

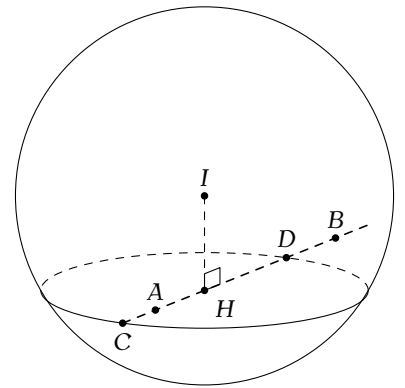
Chọn đáp án (D)

CÂU 44.

Đặt R là bán kính đường tròn giao tuyến. Diện tích của giao tuyến nhỏ nhất khi và chỉ khi R nhỏ nhất.

Gọi C, D là giao điểm của AB và mặt cầu (S) . Khi đó $CD \leq 2R$. Dấu " $=$ " xảy ra $\Leftrightarrow CD$ là đường kính.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-3; -1; 1) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -t \\ z = 1 + t. \end{cases}$$



Tìm $AB \cap (S)$:

$$(1 - 3t^2)^2 + (1 - t)^2 + (1 + t)^2 = 4 \Rightarrow t = \frac{3 \pm 2\sqrt{5}}{11}.$$

$$\text{Vậy } C \left(\frac{13 - 6\sqrt{5}}{11}; -\frac{3 + 2\sqrt{5}}{11}; \frac{14 + 2\sqrt{5}}{11} \right) \text{ và } D \left(\frac{13 + 6\sqrt{5}}{11}; -\frac{3 - 2\sqrt{5}}{11}; \frac{14 - 12\sqrt{5}}{11} \right).$$

$$\text{Gọi } H \text{ là trung điểm của } CD. \text{ Khi đó } H \left(\frac{13}{11}; -\frac{3}{11}; \frac{14}{11} \right) \Rightarrow \overrightarrow{OH} = \left(\frac{2}{11}; \frac{8}{11}; \frac{14}{11} \right).$$

Chọn $\vec{n} = (1; 4; 7)$ là một vtp của (P) . Phương trình (P) là

$$x + 4y + 7z - 9 = 0 \Rightarrow a + b + c = 12.$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 45.

Xét $x \in [1; 4]$, ta có

$$[f(x)]^2 + 2xf'(x) + f(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2x} = -\frac{f'(x)}{f(x) + [f(x)]^2} = -\frac{f'(x)}{f(x)[f(x) + 1]}.$$

Lấy nguyên hàm hai vế, ta được

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \ln 2x &= \ln \left| \frac{f(x) + 1}{f(x)} \right| + C \\ \Rightarrow \ln \sqrt{2x} &= \ln \left| e^C \cdot \frac{f(x) + 1}{f(x)} \right| \\ \Rightarrow \begin{cases} e^C \cdot \frac{f(x) + 1}{f(x)} = \sqrt{2x} & (1) \\ e^C \cdot \frac{f(x) + 1}{f(x)} = -\sqrt{2x} & (\text{loại do } f(1) = 1) \end{cases}\end{aligned}$$

Do $f(1) = 1$ nên $(1) \Rightarrow e^C = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x} - 1}$. Từ đó ta có

$$\begin{aligned}\int_1^4 f(x) dx &= \int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x} - 1} dx = \frac{1}{2} \int_1^3 \left(1 + \frac{1}{t} \right) dt, \text{ với } t = 2\sqrt{x} - 1 \\ &= \frac{2 + \ln 3}{2}.\end{aligned}$$

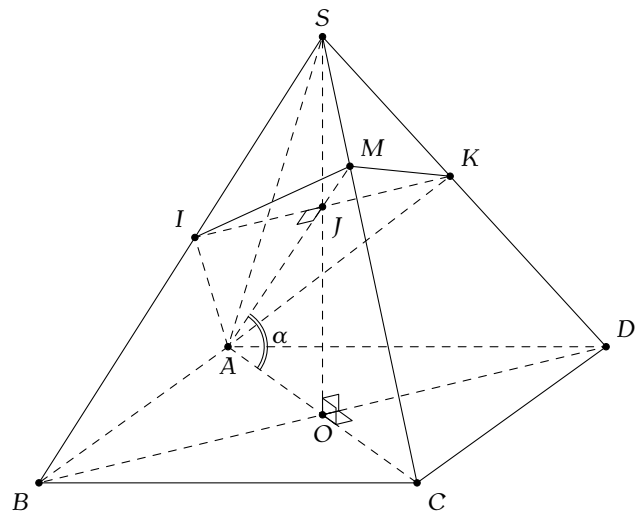
Chọn đáp án (B)

CÂU 46.

Gọi tên các điểm như hình vẽ. Thiết diện của (P) và hình chóp là tứ giác $AKMI$ và $\alpha = \widehat{MAC}$.

Đặt $SM = x$, ($x > 0$). Ta có

$$\begin{aligned}\frac{AM}{\sin C} &= \frac{MC}{\sin A} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{6} - x\sqrt{3}}{2 \sin \alpha} \\ \frac{JM}{\sin S} &= \frac{SM}{\sin J} \Rightarrow JM = \frac{x}{2 \cos \alpha} \\ AJ &= \frac{AO}{\cos \alpha} = \frac{a\sqrt{2}}{2 \cos \alpha} \\ \text{Suy ra } \frac{a\sqrt{6} - x\sqrt{3}}{2 \sin \alpha} &= \frac{x}{2 \cos \alpha} + \frac{a\sqrt{2}}{2 \cos \alpha} \\ \Rightarrow x &= \sqrt{2}a \tan \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right).\end{aligned}$$



$$\text{Suy ra } SM = \sqrt{2}a \tan \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) \Rightarrow AM = \frac{\sin S \cdot SM}{\sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)} = \frac{a\sqrt{6}}{2 \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)}.$$

$$\text{Ta có } SJ = SO - JO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot (\sqrt{3} - \tan \alpha).$$

$$\Rightarrow \frac{IK}{BD} = \frac{SJ}{SO} = \frac{\sqrt{3} - \tan \alpha}{\sqrt{3}} \Rightarrow IK = \frac{a\sqrt{2}(\sqrt{3} - \tan \alpha)}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy diện tích thiết diện là } S_{\text{thiết diện}} = \frac{1}{2} AM \cdot IK = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3} - \tan \alpha}{\cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)}.$$

$$\text{Theo đề bài, suy ra } \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3} - \tan \alpha}{\cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{3} - \tan \alpha}{\cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right)} = 1 \Rightarrow \alpha \approx 36^\circ.$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 47.

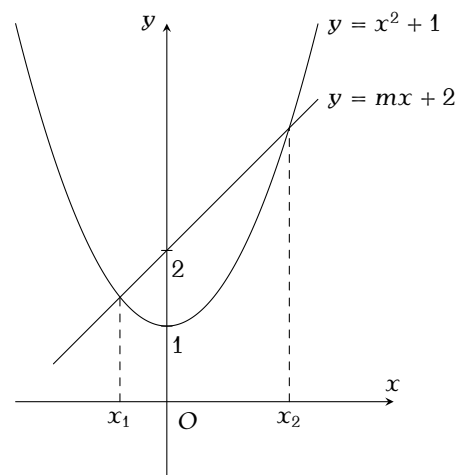
Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là $x^2 - mx - 1 = 0$ (*).

Do $\Delta = m^2 + 4 > 0$ nên (*) có hai nghiệm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 ; ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm phân biệt của (*). Khi đó

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -1 \\ x_1 - x_2 = \frac{m - \sqrt{m^2 + 4}}{2} - \frac{m + \sqrt{m^2 + 4}}{2} = -\sqrt{m^2 + 4}. \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng là



$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} (-x^2 + mx + 1) dx \\ &= \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{mx^2}{2} + x \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \\ &= (x_2 - x_1) \left[\frac{1}{3}(x_1 + x_2)^2 - \frac{m}{2}(x_1 + x_2) - \frac{1}{3}x_1 x_2 - 1 \right] \\ &= \frac{1}{6} \sqrt{(m^2 + 4)^3} \geq \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = 0$.

Vậy diện tích nhỏ nhất là $S = \frac{4}{3}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 48.

Ta có $SA = \sqrt{a^2 - x^2}$.

Diện tích $ABCM$ là

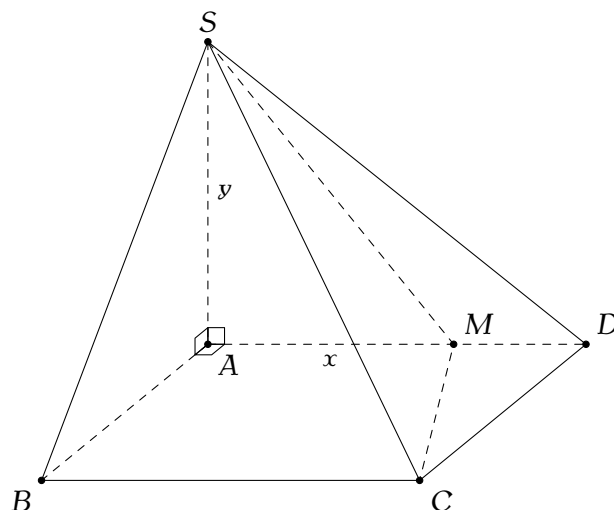
$$\begin{aligned} S_{ABCM} &= S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACM} \\ &= \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ax = \frac{1}{2}a(a + x). \end{aligned}$$

Khi đó $V_{S.ABCM} = \frac{1}{6}a(a + x)\sqrt{a^2 - x^2}$.

Xét hàm số $f(x) = (a + x)\sqrt{a^2 - x^2}$.

Ta có

$$f'(x) = \frac{-2x^2 - ax + a^2}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$



$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{a}{2} & (\text{nhận}) \\ x = -a & (\text{loại}) \end{cases} \text{ . Bảng biến thiên}$$

x	0	$\frac{a}{2}$	a
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$		

Từ bảng biến thiên suy ra $\max f(x) = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$.

Vậy $\max V_{S.ABCM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 49.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{2}{1+2 \cdot 2^{y-x}} - \frac{2^{y-x}}{2+2^{y-x}} \\ &= \frac{2}{1+2t} - \frac{t}{2+t}, \text{ với } t = 2^{y-x} > 0. \end{aligned}$$

Ta có $P' = \frac{4}{(2t+1)^2} - \frac{2}{(t+2)^2}$; $P' = 0 \Leftrightarrow 2(t+2)^2 = (2t+1)^2 \Leftrightarrow t = \frac{2+3\sqrt{2}}{2}$.

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{2+3\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$
P'	+	0	-
P	$-\frac{1}{3}$		

Vậy $\max P = -\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án (C)

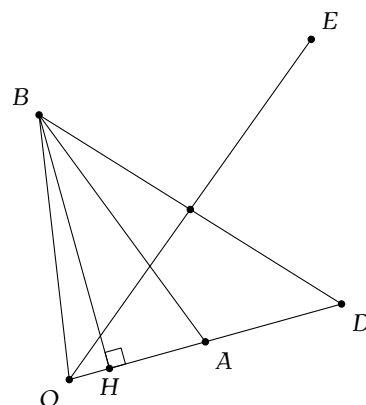
CÂU 50.

Giả sử điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2 là A và B . Khi đó

- ☑ $|z_1| = OA = 1$.
- ☑ $|z_2| = OB = 2$.
- ☑ $|z_1 - z_2| = AB = 2$.

Gọi D đối xứng với O qua A .

Dựng hình bình hành $OBED$.



$\Rightarrow |z_2 - 2z_1| = BD$; $|z_2 + 2z_1| = OE \Rightarrow P = |z_2 - 2z_1| \cdot |z_2 + 2z_1| = BD \cdot OE$.

Gọi H là trung điểm của $OA \Rightarrow BH = \frac{\sqrt{15}}{2}$; $OE = \sqrt{10}$.

Vậy $P = 2\sqrt{15}$.

Chọn đáp án (D)

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 9
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Khối đa diện loại $\{5, 3\}$ có số mặt là:

- A. 12. B. 8. C. 10. D. 14.

CÂU 2. Tìm nguyên hàm $\int \left(\frac{1}{2x+3} \right) dx$.

- A. $\frac{1}{2} \ln |2x+3| + C$. B. $\frac{1}{2} \ln (2x+3) + C$. C. $2 \ln |2x+3| + C$. D. $\ln |2x+3| + C$.

CÂU 3. Cho một khối trụ có độ dài đường sinh là l và bán kính đường tròn đáy là r . Diện tích toàn phần của khối trụ là:

- A. $S_{tp} = \pi r(l+r)$. B. $S_{tp} = 2\pi r(l+2r)$. C. $S_{tp} = \pi r(2l+r)$. D. $S_{tp} = 2\pi r(l+r)$.

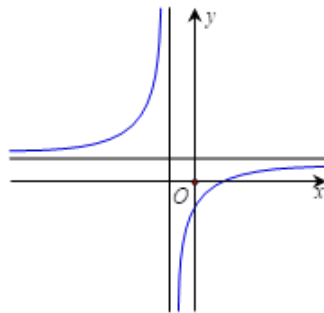
CÂU 4. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

CÂU 5. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-4}{-2}$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là:

- A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$. B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{5}$.
C. $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{3}$.

CÂU 6. Hình bên là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x+2}{x+1}$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

CÂU 7. Tìm số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125}$.

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

CÂU 8. Giao điểm của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3+2t \\ y = -2+3t \\ z = 6+4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 5+t' \\ y = -1-4t' \\ z = 20+t' \end{cases}$ có tọa độ là

- A. $(5; -1; 20)$. B. $(3; 7; 18)$. C. $(-3; -2; 6)$. D. $(3; -2; 1)$.

CÂU 9. Viết phương trình đường tròn có tâm $I(2;1)$ và tiếp xúc đường thẳng $x+y-1=0$

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{2}$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{2}$.
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 2$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$.

CÂU 10. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $d: y = x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành.

- A. $V = \frac{81\pi}{10}$. B. $V = \frac{81\pi}{5}$. C. $V = \frac{108\pi}{5}$. D. $V = \frac{108\pi}{10}$.

CÂU 11. Cho hàm số $y = x^{e-3}$. Trong các kết luận, sau kết luận nào sai?

- A. Đồ thị hàm số nhận Ox, Oy làm hai tiệm cận. B. Đồ thị hàm số đi qua $M(1, 1)$.
C. Hàm số luôn đồng biến trên $(0, +\infty)$. D. Tập xác định của hàm số là $D = (0, +\infty)$.

CÂU 12. Cho số phức z thỏa mãn $(3 - 2i)\bar{z} - 4(1 - i) = (2 + i)z$. Mô-đun của z là:

- A. $\sqrt{10}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{3}$.

CÂU 13. Tịnh tiến đồ thị hàm số $(C): y = x^3 - 3x + 1$ về bên trái theo phương Ox 2 đơn vị thì ta sẽ được đồ thị hàm số nào?

- A. $y = x^3 - 3x + 3$. B. $y = x^3 - 3x - 1$.
C. $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$. D. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

CÂU 14. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$. Tính $p = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{A'C}$.

- A. $p = -25$. B. $p = 25\sqrt{2}$. C. $p = 25$. D. $p = -10$.

CÂU 15. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{m^2x^2 - (m-2)x + 1}{x-1} = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 16. Cho M là giao điểm của đồ thị $(C): y = \frac{2x-1}{2x+3}$ với trục hoành. Khi đó tích các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận là

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 2.

CÂU 17. Cho điểm $A(3; 5; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 7 = 0$. Tìm tọa độ điểm M là điểm đối xứng với điểm A qua (P) .

- A. $M(-1; -1; 2)$. B. $M(0; -1; -2)$. C. $M(2; -1; 1)$. D. $M(7; 1; -2)$.

CÂU 18. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a , khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{3}$. Tính thể tích lăng trụ.

- A. $3\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

CÂU 19. Cho số phức z thỏa mãn $(1+z)^2$ là số thực. Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là

- A. Đường tròn. B. Parabol. C. Hai đường thẳng. D. Một đường thẳng.

CÂU 20. Cho một khối trụ có chiều cao bằng 8cm , bán kính đường tròn đáy bằng 6cm . Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 4cm . Diện tích của thiết diện được tạo thành là

- A. $32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$. B. $16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$. C. $32\sqrt{5}(\text{cm}^2)$. D. $16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$.

CÂU 21. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{\sqrt{x^2+m}}$ có đúng 3 tiệm cận.

- A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -9 \end{cases}$. B. $m = 0$. C. $m > 0$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -9 \end{cases}$.

CÂU 22. Cho $I = \int_0^1 xe^{2x} dx = ae^2 + b$ (a, b là các số hữu tỉ). Khi đó tổng $a + b$ là

- A. 0. B. $\frac{1}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 23. Hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-5)x - \frac{2}{3}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì điều kiện của m là

- A. $m \leq -2$. B. $-2 \leq m \leq 2$. C. $m \geq 2$. D. $-2 < m < 2$.

CÂU 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; $SA = a$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và $AB = \frac{a}{2}$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tìm mệnh đề sai.

- A. Diện tích của (S) là $\frac{2\pi a^2}{3}$. B. ..

C. Tâm của (S) là trung điểm SC.

D. (S) có bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối cầu là $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

CÂU 25. Cho $\log_6 30 = x$; $\log_{12} 15 = y$ và $\log_2 3 = \frac{1+ax+by}{x-cy}$ (với a, b là các số nguyên). Tính $S = 2a + 3b - c$.

A. 0.

B. 3.

C. 6.

D. 9.

CÂU 26. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1, 2, -5)$ cắt (P) : $2x - 2y - z + 10 = 0$ theo thiết diện là hình tròn có diện tích 3π có phương trình (S) là :

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 18 = 0$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 12 = 0$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 16$.

CÂU 27. Cho tứ diện ABCD có các mặt ABC, DBC là các tam giác cân tại A và D, $AD = BC = a$. Khoảng cách giữa AD và BC bằng $\frac{3}{2}a$. Tính thể tích khối tứ diện ABCD.

A. $\frac{1}{4}a^3$.

B. $\frac{3}{4}a^3$.

C. $\frac{1}{12}a^3$.

D. $\frac{1}{2}a^3$.

CÂU 28. Giả sử m là số thực sao cho phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 9$. Khi đó m thỏa mãn tính chất nào sau đây?

A. $m \in (4; 6)$.

B. $m \in (-1; 1)$.

C. $m \in (3; 4)$.

D. $m \in (1; 3)$.

CÂU 29. Phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x + 4\cos^2 x = 2$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(-\pi; \frac{5\pi}{2}\right)$?

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

CÂU 30. Cho hình nón tròn xoay có đường cao $h = 40\text{cm}$, bán kính đáy $r = 50\text{cm}$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 24cm . Tính diện tích của thiết diện.

A. $S = 800 (\text{cm}^2)$.

B. $S = 1200 (\text{cm}^2)$.

C. $S = 1600 (\text{cm}^2)$.

D. $S = 2000 (\text{cm}^2)$.

CÂU 31. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_4^1 f(x)dx = -5$. Tính $I = \int_0^1 f(4x)dx$.

A. $I = -\frac{3}{4}$.

B. $I = \frac{7}{4}$.

C. $I = \frac{7}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 32. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A: là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 150 triệu người?

A. 2040.

B. 2039.

C. 2038.

D. 2041.

CÂU 33. Tìm các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (m-1)x + 2$ có hai điểm cực trị đều nằm bên trái trục tung.

A. $1 < m < 2$.

B. $m > 1$.

C. $m < 2$.

D. $m < 1$.

CÂU 34. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 u_2 u_3 = 64 \end{cases}$ và $u_n \in \mathbb{Z}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tổng S_{10} của 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân trên bằng:

A. $S_{10} = 2048$.

B. $S_{10} = 1022$.

C. $S_{10} = 2046$.

D. $S_{10} = 1024$.

CÂU 35. Người ta xây một bể chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 600.000 đồng/ m^2 . Chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây bể là :

A. 85 triệu đồng.

B. 90 triệu đồng.

C. 75 triệu đồng.

D. 86 triệu đồng.

CÂU 36. Tìm m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - (1+2m)x^2 + 3mx - m$ có điểm cực đại, cực tiểu nằm về 2 phía với trục hoành.

A. $0 < m < 4$.

B. $\begin{cases} m \geq 4 \\ m \leq 0 \\ m \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m > 4 \\ m < 0 \\ m \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 4 \\ m < 0 \end{cases}$.

CÂU 37. Một tổ gồm 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ tập trung ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Tính xác suất để không có bạn nữ nào cạnh nhau.

A. $\frac{8! \cdot A_9^4}{12!}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{8! \cdot 4!}{12!}$.

CÂU 38. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = (z_1 - 1)^{2017} + (z_2 - 1)^{2017}$

A. $P = 0$.

B. $P = 2$.

C. $P = 2^{1008}$.

D. $P = 2^{1009}$.

CÂU 39. Cho số phức z thỏa mãn: $|z - 2 - 2i| = 1$. Số phức $z - i$ có môđun nhỏ nhất là:

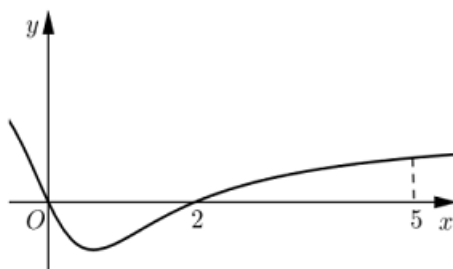
A. $\sqrt{5} - 1$.

B. $\sqrt{5} + 1$.

C. $\sqrt{5} - 2$.

D. $\sqrt{5} + 2$.

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ (như hình vẽ).



Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ lần lượt là:

A. $f(2), f(3)$.

B. $f(2), f(5)$.

C. $f(3), f(5)$.

D. $f(2), f(0)$.

CÂU 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = 2a\sqrt{3}$. Đường chéo BC' tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc bằng 60° . Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho. Bán kính của mặt cầu (S) bằng:

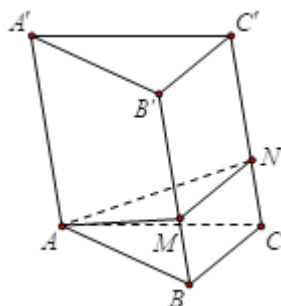
A. $\frac{a}{2}$.

B. a .

C. $3a$.

D. $2a$.

CÂU 42. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . M, N lần lượt là hai điểm trên BB', CC' sao cho $\frac{MB'}{MB} = \frac{NC'}{NC} = 2$. Thể tích của khối $ABCNM$ bằng:



A. $\frac{2V}{9}$.

B. $\frac{2V}{5}$.

C. $\frac{V}{5}$.

D. $\frac{V}{3}$.

CÂU 43. Có bao nhiêu số tự nhiên m nhỏ hơn 2019 để phương trình $4 \cdot 2^{m\sqrt{x-1}} - 1024^x + 4m\sqrt{x-1} = 100x^2 - m^2x + m^2 - 4$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 2019.

B. 2020.

C. 2000.

D. 2001.

CÂU 44. Cho phương trình $m(2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}) = m^2 + 2$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm là đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. $a + b + ab = 1$.

B. $a + b + ab = 4$.

C. $a + b + ab = 5$.

D. $a + b + ab = 6$.

CÂU 45. Cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Tập hợp các điểm M trên mặt phẳng Oxy sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}^2 = 3$ là

- A. Tập rỗng. B. Một mặt cầu. C. Một điểm. D. Một đường tròn.

CÂU 46. Cho số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. Tính $A = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$.

- A. $A = 1$. B. $A = 1 + i$. C. $A = -1$. D. $A = 0$.

CÂU 47. Cho a, b là hai số thực thỏa $a + 2b = 2$. Tìm GTNN của biểu thức $P = a^4 + b^4$.

- A. 1. B. $\frac{17}{16}$. C. $\frac{16}{(1 + 2\sqrt[3]{2})^3}$. D. $\frac{12}{(1 + \sqrt{3})^4}$.

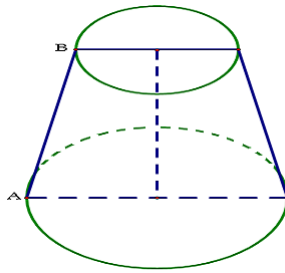
CÂU 48. Cho hai điểm $A(1;0;2)$, $B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 3x + y - z + 5 = 0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) . Tìm biểu thức đúng của a, b, c để diện tích tam giác MAB nhỏ nhất.

- A. $a - 7b - 4c - 7 = 0$. B. $3a - 7b - 4c - 7 = 0$.
C. $a - 7b - 4c + 7 = 0$. D. $3a - 7b - 4c + 7 = 0$.

CÂU 49. Cho hình chóp $S.ABC$, H là chân đường cao vẽ từ S . Biết rằng H cách đều các cạnh bên của hình chóp một khoảng bằng $2a$. Tính giá trị nhỏ nhất R của bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = \frac{\sqrt{3}}{6}a$. B. $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$. C. $R = \frac{3\sqrt{3}}{2}a$. D. $R = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

CÂU 50. Có một cái cốc làm bằng giấy, được úp ngược như hình vẽ. Chiều cao của chiếc cốc là 20 cm , bán kính đáy cốc là 4 cm , bán kính miệng cốc là 5 cm . Một con kiến đang đứng ở điểm A của miệng cốc dự định sẽ bò hai vòng quanh thân cốc để lên đến đáy cốc ở điểm B . Quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình gần đúng nhất với kết quả nào dưới đây?



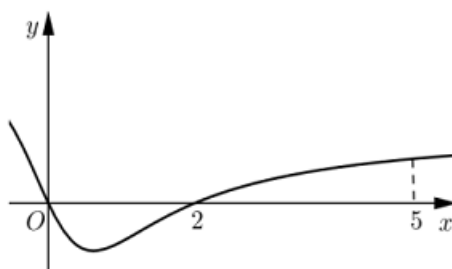
- A. $58,85\text{ cm}$. B. $21,93\text{ cm}$. C. $80,9\text{ cm}$. D. $58,80\text{ cm}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. D	4. D	5. C	6. D	7. C	8. B	9. D	10. C
11. C	12. A	13. C	14. A	15. B	16. D	17. A	18. C	19. C	20. C
21. D	22. D	23. B	24. A	25. B	26. A	27. A	28. B	29. C	30. D
31. B	32. B	33. A	34. C	35. B	36. C	37. A	38. D	39. A	40. B
41. D	42. A	43. D	44. C	45. C	46. D	47. C	48. C	49. C	50. D

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.



Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	+
$f(x)$						

Suy ra $f(2)$ là giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 5]$.

Lại có:

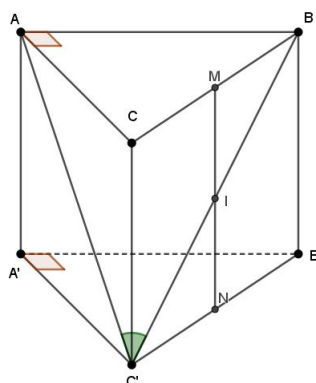
$$f(0) + f(3) = f(2) + f(5) \Leftrightarrow f(5) - f(0) = f(3) - f(2) > 0$$

($f(3) > f(2)$ do f đồng biến trên đoạn $[2; 5]$)

Suy ra $f(5) > f(0)$. Kết hợp với $f(5) > f(2)$ và $f(5) > f(3)$ (do f đồng biến trên đoạn $[2; 5]$), ta có $f(5)$ là giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 5]$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 41.



Ta có $BA \perp AC$ và $BA \perp AA'$ ($AA' \perp (ABC)$ do lăng trụ đứng), suy ra $BA \perp (AA'C'C)$ tại A và AC' là hình chiếu của BC' lên $(AA'C'C)$

$$\Rightarrow (\widehat{BC', (AA'C'C)}) = (\widehat{BC', AC'}) = \widehat{AC'B} = 60^\circ.$$

Trong $\triangle BAC'$ vuông tại A (do $BA \perp (AA'C'C)$): $BC' = \frac{AB}{\sin \widehat{AC'B}} = \frac{2\sqrt{3}a}{\sin 60^\circ} = 4a.$

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Ta có M, N là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy và đường thẳng MN là trục của hai đáy.

Gọi I là trung điểm MN thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Ta còn có I là trung điểm BC' .

$$\text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là: } R = IB = \frac{BC'}{2} = 2a.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 42.

$$\frac{MB'}{MB} = \frac{NC'}{NC} = 2 \Leftrightarrow \frac{MB}{MB'} = \frac{NC}{NC'} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{BCNM} = \frac{1}{3} S_{BCC'B'}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCNM} = \frac{1}{3} V_{A.BCC'B'} = \frac{1}{3} (V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'}) = \frac{1}{3} \left(V - \frac{1}{3} V \right) = \frac{2}{9} V.$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 43.

ĐKXD: $x \geq 1$.

Ta có:

$$4 \cdot 2^{m\sqrt{x-1}} - 1024^x + 4m\sqrt{x-1} = 100x^2 - m^2x + m^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow 2^{2+m\sqrt{x-1}} - 2^{10x} + 4m\sqrt{x-1} = 100x^2 - m^2(x-1) - 4$$

$$\Leftrightarrow 2^{2+m\sqrt{x-1}} + 4 + 4m\sqrt{x-1} + m^2(x-1) = 2^{10x} + 100x^2$$

$$\Leftrightarrow 2^{2+m\sqrt{x-1}} + (2 + m\sqrt{x-1})^2 = 2^{10x} + (10x)^2 \quad (1)$$

Do $m \in \mathbb{N}$ và $x \geq 1$ nên: $\begin{cases} 2 + m\sqrt{x-1} > 0 \\ 10x > 0 \end{cases}$.

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t^2$ ($t > 0$), có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 2t > 0$ (do $t > 0$), suy ra $f(t)$ đồng biến.

Khi đó:

$$(1) \Leftrightarrow f(2 + m\sqrt{x-1}) = f(10x) \Leftrightarrow 2 + m\sqrt{x-1} = 10x$$

$$\Leftrightarrow m\sqrt{x-1} = 10x - 2 \quad (2)$$

Do $x = 1$ không là nghiệm của (2) nên $x \neq 1$ và $\sqrt{x-1} \neq 0$. Khi đó:

$$(2) \Leftrightarrow m = \frac{10x - 2}{\sqrt{x-1}}.$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{10x - 2}{\sqrt{x-1}}$ ($x > 1$). Ta có:

$$g'(x) = \frac{10\sqrt{x-1} - \frac{10x-2}{2\sqrt{x-1}}}{x-1} = \frac{10(x-1) - (5x-1)}{(x-1)\sqrt{x-1}} = \frac{5x-9}{(x-1)\sqrt{x-1}}.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}.$$

Bảng biến thiên:

x	1	$\frac{9}{5}$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$8\sqrt{5}$	$+\infty$

Vậy phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > 8\sqrt{5}$, mà m là số tự nhiên nhỏ hơn 2019 nên $m \in \{18; 19; \dots; 2018\}$.

Vậy có 2001 giá trị của m .

Chọn đáp án (D)

CÂU 44.

$$m(2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}) = m^2 + 2 \quad (1).$$

Khi $m = 0$ thì phương trình trở thành: $0 = 2$ (vô nghiệm).

Vậy để phương trình có nghiệm thì $m \neq 0$. Khi đó:

$$\begin{aligned}(1) &\Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = \frac{m^2 + 2}{m} \\&\Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 2^{1-\sin^2 x} = m + \frac{2}{m} \\&\Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + \frac{2}{2^{\sin^2 x}} = m + \frac{2}{m} \quad (2).\end{aligned}$$

Đặt $t = 2^{\sin^2 x}$. Do $0 \leq \sin^2 x \leq 1$ nên $1 \leq t \leq 2$.

Xét $g(t) = t + \frac{2}{t}$ ($1 \leq t \leq 2$). Ta có $g'(t) = 1 - \frac{2}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{2} \text{ (nhận)} \\ t = -\sqrt{2} \text{ (loại)} \end{cases}$.

Ta có $\max_{[1;2]} g(t) = g(1) = 3$, $\min_{[1;2]} g(t) = g(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$.

Vậy phương trình (2) có nghiệm khi và chỉ khi:

$$2\sqrt{2} \leq m + \frac{2}{m} \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m^2 - 3m + 2}{m} \leq 0 \\ \frac{m^2 - 2\sqrt{2}m + 2}{m} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq 2 \vee m \leq 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Vậy $m \in [1;2]$, tức $a = 1$ và $b = 2$, nên $a + b + ab = 5$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 45.

Đặt $M = (x; y; 0) \in (Oxy)$.

Ta có: $\overrightarrow{MA} = (2-x; -y; 0)$, $\overrightarrow{MB} = (-x; 2-y; 0)$, $\overrightarrow{MC} = (-x; -y; 2)$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}^2 &= 3 \\&\Leftrightarrow (2-x)(-x) - y(2-y) + x^2 + y^2 + 4 = 3 \\&\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 2x - 2y + 1 = 0 \\&\Leftrightarrow x^2 + y^2 - x - y + \frac{1}{2} = 0 \\&\Leftrightarrow \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \left(y^2 - y + \frac{1}{4}\right) = 0 \\&\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy có một điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (C)

CÂU 46.

Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3 . Khi đó

$$\begin{aligned}z_1 + z_2 + z_3 &= 0 \\&\Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0} \\&\Rightarrow O \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \\&\Rightarrow \triangle ABC \text{ đều.}\end{aligned}$$

Sử dụng dạng lượng giác, ta đặt $\begin{cases} z_1 = \cos(\alpha) + i \sin(\alpha) \\ z_2 = \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \\ z_3 = \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) + i \sin\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$

$$\begin{aligned}\text{Suy ra } \begin{cases} z_1^2 = \cos(2\alpha) + i \sin(2\alpha) \\ z_2^2 = \cos\left(2\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) + i \sin\left(2\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) \\ z_3^2 = \cos\left(2\alpha + \frac{8\pi}{3}\right) + i \sin\left(2\alpha + \frac{8\pi}{3}\right) = \cos\left(2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(2\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \\&\Rightarrow z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 47.

Ta có

$$\begin{aligned} a &= 2 - 2b = 2(1 - b) \\ \Rightarrow P &= 2^4(1 - b)^4 + b^4 = 16(1 - b)^4 + b^4. \end{aligned}$$

Ta có $P' = -64(1 - b)^3 + 4b^3$; $P' = 0 \Leftrightarrow b = \frac{2\sqrt[3]{2}}{1 + 2\sqrt[3]{2}} \Rightarrow a = \frac{2}{1 + 2\sqrt[3]{2}}$.

Bảng biến thiên

b	$-\infty$	$\frac{2\sqrt[3]{2}}{1 + 2\sqrt[3]{2}}$	$+\infty$
P'	$-$	0	$+$
P	$+\infty$	$\frac{16}{(1 + 2\sqrt[3]{2})^3}$	$+\infty$

Vậy $\min P = \frac{16}{(1 + 2\sqrt[3]{2})^3}$ khi $b = \frac{2\sqrt[3]{2}}{1 + 2\sqrt[3]{2}}$ và $a = \frac{2}{1 + 2\sqrt[3]{2}}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 48.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 1; -1)$.

$\vec{AB} = (1; -1; 2)$.

Ta có: $\vec{AB} \cdot \vec{n} = 0$, suy ra $AB \parallel (P)$.

Diện tích $\triangle MAB$ bằng: $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(M, AB)$.

Vậy S nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(M, AB)$ nhỏ nhất.

Mà $d(M, AB) \leq d(A, (P))$, $\forall M \in (P)$, nên $d(M, AB)$ nhỏ nhất khi $d(M, AB) = d(A, (P))$, hay $M \in (Q)$ với (Q) là mặt phẳng qua A, B và vuông góc với (P) .

Vectơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n'} = [\vec{n}, \vec{AB}] = (1; -7; -4)$

$\Rightarrow (Q) : (x - 1) - 7(y - 0) - 4(z - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 7y - 4z + 7 = 0$.

$M(a; b; c) \in (Q) \Leftrightarrow a - 7b - 4c + 7 = 0$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 49.

Lần lượt vẽ HM, HN, HP vuông góc với các cạnh SA, SB, SC .

Độ dài các đoạn thẳng trên chính là khoảng cách từ H đến các cạnh bên, do đó theo giả thiết $HM = HN = HP$.

Với H là chân đường cao vẽ từ S , ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{HM^2} &= \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HA^2} \\ \frac{1}{HN^2} &= \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} \\ \frac{1}{HP^2} &= \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HC^2} \end{aligned}$$

Từ đó suy ra $HA = HB = HC$. Lại có:

$$SA^2 = SH^2 + HA^2, \quad SB^2 = SH^2 + HB^2, \quad SC^2 = SH^2 + HC^2$$

nên $SA = SB = SC$.

Vậy hình chóp $S.ABC$ có các cạnh bên bằng nhau, nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp là: $R = \frac{SA^2}{2SH}$.

Đặt $SH = x$. Do $SH > HM$ nên $x > 2a$. Ta tính được $SA = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 4a^2}}$.

Khi đó: $R = f(x) = \frac{x^3}{2(x^2 - 4a^2)} \quad (x > 2a).$

$$f'(x) = \frac{x^4 - 12a^2x^2}{2(x^2 - 4a^2)} = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{3}a.$$

Vẽ bảng biến thiên của $f(x)$, ta thấy $R_{\min} = f(x)_{\min} = f(2\sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2}a.$

Chọn đáp án (C)

CÂU 50.

Ta cắt chiếc cốc theo đường sinh và trải mặt ngoài cốc ra thành hình thang cong $BCDM$. Ta ghép thêm một mặt ngoài của chiếc cốc là hình thang cong $CDAN$ vào kế bên. Khi đó quãng đường ngắn nhất để con kiến bò hai vòng quanh thân cốc là đoạn AB .

Ta tính được độ dài đường sinh $BM = \sqrt{(5-4)^2 + 20^2} = \sqrt{401}$ (cm).

Đặt $l_1 = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$ (cm) là chu vi đáy cốc, đồng thời là độ dài cung tròn BC và CN . Tương tự, $l_2 = 10\pi$ (cm) là độ dài cung tròn MD và DA .

$$\text{Ta có: } \frac{IB}{IM} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{BM}{IM} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow IM = 5BM = 5\sqrt{401} \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow IB = 4\sqrt{401} \text{ (cm)}.$$

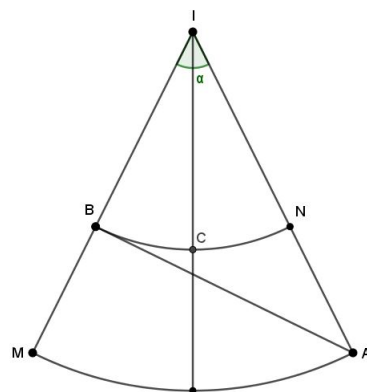
Đặt $\alpha = \widehat{MIA}$. Ta có α là góc ở tâm ứng với cung tròn MA (có độ dài bằng $2l_2$) của đường tròn $(I; IM)$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{2l_2}{C_{(I;IA)}} = \frac{2 \cdot 10\pi}{2\pi \cdot 5\sqrt{401}} = \frac{\sqrt{401}}{401}$$

$$\Rightarrow \alpha = 360^\circ \cdot \frac{\sqrt{401}}{401}.$$

Khi đó: $AB = \sqrt{IB^2 + IA^2 - 2IA \cdot IB \cdot \cos \alpha} \approx 58,80$ (cm)

Chọn đáp án (D)



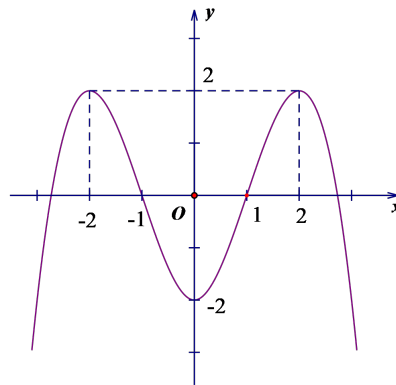
TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 10
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$.

- A. $\frac{5^x}{\ln x} + C$. B. $5^x \ln 5 + C$. C. $5^x + C$. D. $\frac{5^x}{\ln 5} + C$.

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Hỏi điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là điểm nào?



- A. $x = -2$. B. $y = -2$. C. $M(0; -2)$. D. $N(2; 2)$.

CÂU 3. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = 2 - i$. Xác định môđun số phức $w = \frac{z_1}{z_1 - z_2}$.

- A. $|w| = \frac{\sqrt{2}}{5}$. B. $|w| = \sqrt{2}$. C. $|w| = \sqrt{10}$. D. $|w| = 5\sqrt{2}$.

CÂU 4. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể V của lăng trụ đã cho.

- A. $V = 2a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = 2a^3\sqrt{3}$. D. $V = 2a^3$.

CÂU 5. Cho hàm số $y = \frac{2-x}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$.
C. Hàm số không có cực trị.
D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 6; 2)$, $B(4; 0; 6)$, $C(5; 0; 4)$ và $D(5; 1; 3)$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

- A. $V = \frac{1}{3}$. B. $V = \frac{3}{7}$. C. $V = \frac{2}{3}$. D. $V = \frac{3}{5}$.

CÂU 7. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\log_2 x}{x}$ với $x > 0$.

- A. $y' = \frac{1 - \ln x}{x \ln x}$. B. $y' = \frac{1 - \ln x}{x \ln 2}$. C. $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln 2}$. D. $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2 \ln^2 2}$.

CÂU 8. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng R và diện tích toàn phần bằng $8\pi R^2$. Tính thể tích của khối trụ (T) .

- A. $6\pi R^3$. B. $3\pi R^3$. C. $4\pi R^3$. D. $8\pi R^3$.

CÂU 9. Tìm đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2(2x + 1)$.

- A. $\frac{1}{2x + 1}$. B. $\frac{1}{(2x + 1) \cdot \ln 2}$. C. $\frac{2}{(2x + 1) \cdot \ln 2}$. D. $\frac{2}{2x + 1}$.

CÂU 10. Hệ phương trình $\begin{cases} \log_{10}(x^2 + 3y^2) = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ có bao nhiêu cặp nghiệm $(x; y)$.

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

CÂU 11. Cho a, b là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2 b - 8\log_b(a\sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a(a\sqrt[3]{ab}) + 2017$.

- A.** $P = 2019$. **B.** $P = 2020$. **C.** $P = 2017$. **D.** $P = 2016$.

CÂU 12. Phương trình $\sqrt{3}\sin 3x + \cos 3x = 2$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(-\pi; \frac{3\pi}{2})$?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d': \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 2 + 6t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** d và d' trùng nhau. **B.** d song song d' . **C.** d và d' chéo nhau. **D.** d và d' cắt nhau.

CÂU 14. Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được hơn 40 triệu đồng (giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi).

- A.** 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

CÂU 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2; 0; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

- A.** $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$. **B.** $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 24$.

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A.** $S = 4\pi a^2$. **B.** $S = 6\pi a^2$. **C.** $S = 8\pi a^2$. **D.** $S = 12\pi a^2$.

CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có số nghiệm thực nhiều nhất.

- A.** $0 < m < 2$. **B.** $0 \leq m \leq 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < 0$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(-3; 2; 1)$, $C(4; 2; 0)$, $B'(-2; 1; 1)$, $D'(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ A' của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A.** $A'(-3; 3; 3)$. **B.** $A'(-3; -3; 3)$. **C.** $A'(-3; -3; -3)$. **D.** $A'(-3; 3; 1)$.

CÂU 19. Hãy xác định hàm số $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 2$, $f(2) = 3$ và $f(3) = 4$.

- A.** $F(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$. **B.** $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 2x + 1$.
C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$. **D.** $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$.

CÂU 20. Biết $I = \int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x} dx = 4 + a \ln 2 + b \ln 5$, với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - b$.

- A.** $S = 9$. **B.** $S = 11$. **C.** $S = 5$. **D.** $S = -3$.

CÂU 21. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ và $I = \int_1^3 \frac{e^{3x}}{x} dx$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A.** $I = F(3) - F(1)$. **B.** $I = F(6) - F(3)$. **C.** $I = F(9) - F(3)$. **D.** $I = F(4) - F(2)$.

CÂU 22. Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ (T) có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là tổng diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ (T) . Hãy tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

- A.** $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{6}{\pi}$.

CÂU 23. Tìm tất cả các số thực m dương thỏa mãn $\int_0^m \frac{x^2}{x+1} dx = \ln 2 - \frac{1}{2}$.

- A.** $m = 3$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m > 3$.

CÂU 24. Cho tứ diện đều $ABCD$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích V tứ diện đều $ABCD$.

- A. $V = 5\sqrt{3}$. B. $V = 27\sqrt{3}$. C. $V = \frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 25. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)dx$.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

CÂU 26. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x}{x-m}$ nghịch biến trên nửa khoảng $[1; +\infty)$.

- A. $0 < m < 1$. B. $0 < m \leq 1$. C. $0 \leq m < 1$. D. $m > 1$.

CÂU 27. Trong mặt phẳng Oxy , gọi A, B, C là các điểm lần lượt biểu diễn số phức $z = a + bi$, -1 và $-i$. Biết rằng $OA = AB = AC$. Tính $T = 2a + 3b$.

- A. $T = -\frac{5}{2}$. B. $T = -\frac{1}{2}$. C. $T = \frac{1}{2}$. D. $T = \frac{5}{2}$.

CÂU 28. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$, $d_2 : \frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{3}$. Mặt cầu (S) có tâm thuộc d_1 và tiếp xúc với d_2 . Tìm bán kính nhỏ nhất của (S) .

- A. $\frac{5\sqrt{21}}{7}$. B. $\frac{5\sqrt{42}}{42}$. C. $\frac{5\sqrt{21}}{21}$. D. $\frac{13\sqrt{42}}{42}$.

CÂU 29. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{\cos^2 x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{3}$. Biết diện tích của (H) bằng $\frac{\sqrt{3}}{a}\pi + \ln b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a^2 + b^2$.

- A. $a^2 + b^2 = \frac{27}{4}$. B. $a^2 + b^2 = \frac{29}{4}$. C. $a^2 + b^2 = \frac{37}{4}$. D. $a^2 + b^2 = \frac{41}{4}$.

CÂU 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình của đường thẳng d đi qua điểm M , cắt và vuông góc với Δ .

- A. $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$. B. $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$. C. $d : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$. D. $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

CÂU 31. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển biểu thức $A = (2x + 1)^7 + (2 - x)^9$.

- A. 18. B. 72. C. 9. D. -9.

CÂU 32. Cho số phức $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó phần thực a và phần ảo b của số phức $w = \frac{\bar{z}+i}{iz-2}$ là:

- A. $a = \frac{x(2y+1)}{(y+2)^2+x^2}$, $b = \frac{y^2+y-x^2-2}{(y+2)^2+x^2}$. B. $a = \frac{-x(2y+1)}{(y+2)^2+x^2}$, $b = \frac{y^2+y-x^2-2}{(y+2)^2+x^2}$.
C. $a = \frac{x(2y+1)}{(y+2)^2+x^2}$, $b = \frac{y^2+y-x^2+2}{(y+2)^2+x^2}$. D. $a = \frac{-x(2y+1)}{(y+2)^2+x^2}$, $b = \frac{y^2+y-x^2-2}{(y+2)^2+x^2}$.

CÂU 33. Tính tổng $S = 3 + 33 + 333 + \dots + 33\dots 3$ (số hạng cuối có 100 chữ số 3).

- A. $S = \frac{10^{101}+890}{9}$. B. $S = \frac{10^{102}-910}{27}$. C. $S = \frac{10^{102}+910}{27}$. D. $S = \frac{10^{101}-910}{27}$.

CÂU 34. Một chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $(3 - \frac{x}{40})^2$ (USD). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.
B. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).
C. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.
D. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).

CÂU 35. Cho hàm số $y = 25^x - m \cdot 5^x + 2m - 5$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung.

- A. $m \in (\frac{5}{2}; 4)$. B. $m \in (\frac{7}{2}; 4)$. C. $m \in [\frac{5}{2}; 4]$. D. $m \in (0; \frac{7}{2})$.

CÂU 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD}$ bằng 120° . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $h = 2a\sqrt{2}$. B. $h = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$. C. $h = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. D. $h = a\sqrt{3}$.

CÂU 37. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m sao cho tồn tại đúng 2 số thuần ảo z thỏa mãn $|z - 3 - m + (m - 4)i| = 5$. Số phần tử của S là

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

CÂU 38. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d : y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. 0.

B. 6.

C. 9.

D. 3.

CÂU 39. Một viên đạn được bắn theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu 29,4 m/s từ độ cao 1 mét so với mặt đất. Gia tốc trọng trường là 9,8 m/s². Tính quãng đường S viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho đến khi chạm đất.

A. $S = 88,2$ m.

B. $S = 88,5$ m.

C. $S = 88$ m.

D. $S = 89,2$ m.

CÂU 40. Phương trình $81^{\sin^3 x} - 27^{\sin x} = \sin 3x$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $[-2\pi; 4\pi]$?

A. 18.

B. 19.

C. 20.

D. 21.

CÂU 41. Cho x, y là hai số thực không âm thỏa $x + y \leq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 y^2 - \frac{4xy}{2xy+1}$.

A. $-\frac{7}{5}$.

B. $-\frac{5}{4}$.

C. $-\frac{3}{4}$.

D. -1 .

CÂU 42. Cho a là số thực thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1}-ax}{x^2-3x+2} = L$ với $L \in \mathbb{R}$. Tìm L .

A. 0.

B. 1.

C. -1 .

D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số có 5 chữ số lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để nó là số chẵn và có đúng 2 chữ số 0.

A. $\frac{162}{2401}$.

B. $\frac{125}{1351}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{13}{128}$.

CÂU 44. Cho khối nón cụt (T) có đáy nhỏ là hình tròn tâm O (diện tích bằng 4π), đáy lớn là đường tròn tâm O' (diện tích bằng 25π). Một mặt phẳng vuông góc với OO' tại điểm K sao cho $OK = 2O'K$ chia khối nón cụt thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích phần nón cụt chứa đáy nhỏ của (T) , V_2 là thể tích phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{64}{125}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{56}{125}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{56}{64}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{56}{61}$.

CÂU 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Mặt phẳng (α) đi qua M , cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C thỏa mãn $OA + OB + 2OC$ có giá trị nhỏ nhất. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $N(5; -1; 1)$.

B. $P(7; -2; -1)$.

C. $Q(1; 0; 4)$.

D. $R(-1; 2; 2)$.

CÂU 46. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) . Tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp là nhỏ nhất.

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

C. $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.

D. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 47. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_2(\sqrt{2018-x} + m) = \log_4(3x+1)$ có nghiệm.

A. 1.

B. 127.

C. 2018.

D. 122.

CÂU 48. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 - 4z_2 = 16 + 20i$. Biết phương trình $x^2 + z_1x + z_2 + m = 0$ (m là tham số phức) có hai nghiệm là α và β thỏa mãn $|\alpha - \beta| = 2\sqrt{7}$. Giá trị lớn nhất của $|m|$ là:

A. $7 + \sqrt{41}$.

B. $6 + \sqrt{53}$.

C. $7 + \sqrt{29}$.

D. $6 + \sqrt{34}$.

CÂU 49. Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ có đồ thị (C) . A là điểm trên đồ thị (C) có hoành độ không nhỏ hơn 1, tiếp tuyến tại A cắt (C) tại một điểm B khác A . Biết $AB = 5\sqrt{65}$. Tìm độ dài OA .

A. $2\sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{29}$.

D. $\sqrt{31}$.

CÂU 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[4; 8]$ và $f(x) \neq 0, \forall x \in [4; 8]$. Biết rằng $\int_4^8 \frac{[f'(x)]^2}{[f(x)]^4} dx = 1$ và $f(4) = \frac{1}{4}, f(8) = \frac{1}{2}$. Tính $f(6)$.

A. $\frac{5}{8}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{8}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. B	4. B	5. D	6. C	7. C	8. B	9. C	10. B
11. A	12. C	13. C	14. D	15. A	16. A	17. A	18. A	19. C	20. B
21. C	22. D	23. C	24. B	25. B	26. A	27. A	28. D	29. C	30. D

31. A	32. B	33. D	34. D	35. A	36. C	37. D	38. A	39. D	40. B
41. C	42. A	43. A	44. D	45. B	46. A	47. D	48. A	49. C	50. C

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Ta có $81^{\sin^3 x} - 27^{\sin x} = \sin 3x \Leftrightarrow 3^{4\sin^3 x} + 4\sin^3 x = 3^{3\sin x} + 3\sin x$.

(*)

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t, (-1 \leq t \leq 1)$. Ta có $f(t)$ đồng biến trên $[-1; 1]$. Suy ra

$$(*) \Leftrightarrow 4\sin^3 x = 3\sin x \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow x = k \cdot \frac{\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Nhận xét, cứ 1 vòng tròn lượng giác thì (*) có 6 nghiệm phân biệt. Trong nửa khoảng $[-2\pi; 4\pi)$, (*) có 18 nghiệm, do đó trên đoạn $[-2\pi; 4\pi]$ phương trình đã cho có 19 nghiệm.

Chọn đáp án (B)

□

CÂU 41.

Đặt $t = xy$.

Do $x + y \leq 2$ nên $0 \leq t \leq 1$.

$$\text{Ta có } P = f(t) = t^2 - \frac{4t}{2t+1} \Rightarrow f' = 2t - \frac{4}{(2t+1)^2}.$$

$$f' = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{2}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$			

$$\text{Vậy } \min P = -\frac{3}{4}.$$

Chọn đáp án (C)

□

CÂU 42.

Nếu $\sqrt{2 \cdot 1 - 1} - a \cdot 1 \neq 0$ thì $L = \infty \notin \mathbb{R}$ (không thỏa bài toán).

Do đó $\sqrt{2 \cdot 1 - 1} - a \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$.

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1}-x}{x^2-3x+2} = 0.$$

Vậy $L = 0$.

Chọn đáp án (A)

□

CÂU 43.

Gọi số có 5 chữ số của S là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$.

Số phần tử của S là $n(S) = 6 \cdot 7^4$.

Ta sẽ đếm số các số trong S sao cho nó là số chẵn và có đúng 2 chữ số 0.

☉ Trường hợp 1: $a_5 = 0$.

+) Chọn 1 số trong 3 số a_2, a_3, a_4 cho bằng 0: có 3 cách.

+) Chọn 3 số còn lại: có 6^3 cách.

Suy ra có $3 \cdot 6^3$ cách.

☉ Trường hợp 2: $a_5 \neq 0 \Rightarrow a_5$ có 3 cách chọn.

+) Chọn 2 số trong 3 số a_2, a_3, a_4 cho bằng 0: có C_3^2 cách.

+) Chọn 2 số còn lại: có 6^2 cách.

Suy ra có $3 \cdot C_3^2 \cdot 6^2$ cách.

Vậy có tất cả $3 \cdot 6^3 + 3 \cdot C_3^2 \cdot 6^2$ số trong S sao cho nó là số chẵn và có đúng 2 chữ số 0.

Xác suất là $\frac{3 \cdot 6^3 + 3 \cdot C_3^2 \cdot 6^2}{6 \cdot 7^4} = \frac{162}{2401}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 44.

Gọi tên các điểm như hình vẽ.

Do diện tích đáy nhỏ và đáy lớn lần lượt là 4π và 25π nên $OA = 2$; $O'A' = 5$.

Ta có $IK = \frac{2}{3}OA' = \frac{10}{3}$; $IH = \frac{1}{3}OA = \frac{2}{3}$.

Suy ra $HK = HI + IK = 4$.

Ta có

☉ $V_1 = \frac{1}{3}\pi(OA^2 + KH^2 + OA \cdot KH) \cdot OK$.

☉ $V_2 = \frac{1}{3}\pi(O'A'^2 + KH^2 + O'A' \cdot KH) \cdot O'K$.

Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{OA^2 + KH^2 + OA \cdot KH}{O'A'^2 + KH^2 + O'A' \cdot KH} \cdot \frac{OK}{O'K} = \frac{28}{61} \cdot 2 = \frac{56}{61}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 45.

Đặt $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, (a, b, c > 0)$.

Do $M(1; 1; 2) \in (\alpha)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1$.

Ta có $OA + OB + 2OC = a + b + 2c$.

Mặt khác $1 = \frac{1^2}{a} + \frac{1^2}{b} + \frac{2^2}{2c} \geq \frac{(1+1+2)^2}{a+b+2c} \Rightarrow a+b+2c \geq 16$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 4$.

Vậy $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$. Suy ra $P(7; -2; -1) \in (\alpha)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 46.

Dựng các điểm như hình vẽ. Khi đó $\widehat{SMA} = \alpha$ và $AH = \sqrt{3}$.

Ta có $\cos \alpha = \sin \widehat{MSA} = \frac{AH}{SA} = \frac{\sqrt{3}}{SA}$.

Gọi độ dài cạnh $\triangle ABC$ là a .

Khi đó $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $SA = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 - 4}}$.

Từ đó, suy ra $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3}{4\sqrt{a^2 - 4}}$.

Ta có $V' = \frac{8a^4 - 48a^2}{16(a^2 - 4)\sqrt{a^2 - 4}}, (0 < a < 2)$.

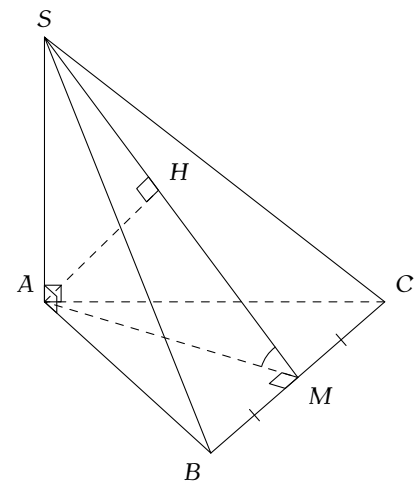
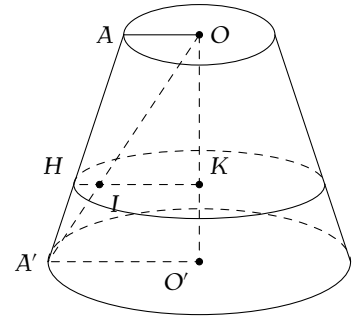
$V' = 0 \Leftrightarrow a = \sqrt{6}$.

Vậy $V_{S.ABC}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $a = \sqrt{6}$.

Suy ra $SA = 3$. Vậy $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 47.



Ta có

$$\begin{aligned} \log_2(\sqrt{2018-x}+m) &= \log_4(3x+1) \\ \Leftrightarrow \log_2(\sqrt{2018-x}+m) &= \log_2\sqrt{3x+1} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2018-x}+m = \sqrt{3x+1} \\ -\frac{1}{3} < x \leq 2018 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3x+1} - \sqrt{2018-x} = f(x) \\ -\frac{1}{3} < x \leq 2018 \end{cases} \quad (*) \end{aligned}$$

Ta có $f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{2018-x}} > 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\frac{1}{3}$	2018
$f'(x)$		+
$f(x)$	$\approx -44,93$	$\approx 77,81$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên từ BBT suy ra (*) có nghiệm $\Leftrightarrow m \in \{-44; -43; \dots; 77\}$.

Vậy có 122 giá trị của m thỏa ycbt.

Chọn đáp án (D)

CÂU 48.

Ta có $\Delta = z_1^2 - 4(z_2 + m) = 16 + 20i - 4m = w^2 i^2$.

Phương trình có hai nghiệm là $x_{1,2} = \frac{-z_1 \pm wi}{2}$. Khi đó

$$\alpha - \beta = wi \Rightarrow |\alpha - \beta| = |w| \Rightarrow |\alpha - \beta|^2 = |w|^2 = |16 + 20i - 4m| \Rightarrow |16 + 20i - 4m| = 28.$$

Từ đó, suy ra $|m| - \sqrt{41} \leq |m - 4 - 5i| = 7 \Rightarrow |m| \leq 7 + \sqrt{41}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|m|$ là $7 + \sqrt{41}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 49.

Ta có $y' = 3x^2 - 2x$. Gọi $A(x_0; x_0^3 - x_0^2 + 1)$.

Phương trình tiếp tuyến tại A là (d): $y = (3x_0^2 - 2x_0)x - 2x_0^3 + x_0^2 + 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) là

$$\begin{aligned} (3x_0^2 - 2x_0)x - 2x_0^3 + x_0^2 + 1 &= x^3 - x^2 + 1 \\ \Leftrightarrow (x - x_0)^2(x + 2x_0 - 1) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 \\ x = 1 - 2x_0. \end{cases} \end{aligned}$$

Suy ra $B(1 - 2x_0; -8x_0^3 + 8x_0^2 - 2x_0 + 1)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1 - 3x_0; -9x_0^3 + 9x_0^2 - 2x_0) \Rightarrow AB^2 = (1 - 3x_0)^2 + (-9x_0^3 + 9x_0^2 - 2x_0)^2.$$

Theo đề bài, $AB^2 = 1625 \Rightarrow (1 - 3x_0)^2 + (-9x_0^3 + 9x_0^2 - 2x_0)^2 = 1625 \Rightarrow x_0 = 2$.

Vậy $OA = \sqrt{29}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 50.

Ta có

$$\begin{aligned} 0 &\leq \int_4^8 \left[4 \cdot \left(\frac{f'(x)}{f^2(x)} \right)^2 - 4 \cdot \frac{f'(x)}{f^2(x)} + 1 \right] dx \\ &= 4 + 4 \cdot \frac{1}{f(x)} \Big|_4^8 + x \Big|_4^8 \\ &= 4 + 4(2 - 4) + 4 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = \frac{1}{2}, \forall x \in [4; 8] \Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = \frac{x}{2} + C.$$

Thay $x = 4$ vào, ta được $-4 = 2 + C \Rightarrow C = -6$.

$$\text{Suy ra } -\frac{1}{f(x)} = \frac{x}{2} - 6 \Rightarrow -\frac{1}{f(6)} = -3 \Rightarrow f(6) = \frac{1}{3}.$$

Chọn đáp án C



TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 11
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Tính tích phân $I = \int_0^1 e^{2x} dx$.

- A. $e^2 - 1$. B. $e - 1$. C. $\frac{e^2 - 1}{2}$. D. $e + \frac{1}{2}$.

CÂU 2. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + 2i)(3 - i)$ là

- A. 6. B. 10. C. 5. D. 0.

CÂU 3. Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng $12a^2$. Tính theo a thể tích khối lập phương đó.

- A. $\sqrt{8}a^3$. B. $\sqrt{2}a^3$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{3}$.

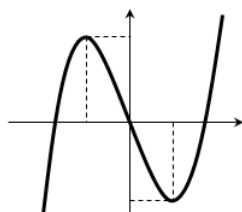
CÂU 4. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh a . Thể tích của khối nón là:

- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}}{24}\pi a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{12}\pi a^3$. D. $\frac{\sqrt{3}}{8}\pi a^3$.

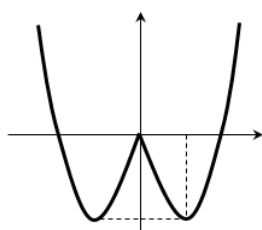
CÂU 5. Cho hàm số $y = \frac{2mx+m}{x-1}$. Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8

- A. $m = 2$. B. $m = \pm \frac{1}{2}$. C. $m = \pm 4$. D. $m = \pm 2$.

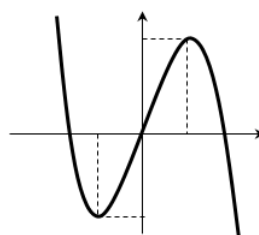
CÂU 6. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình



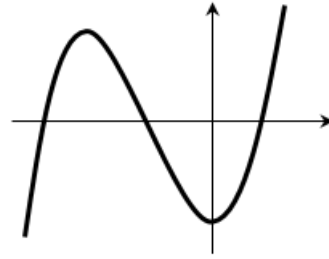
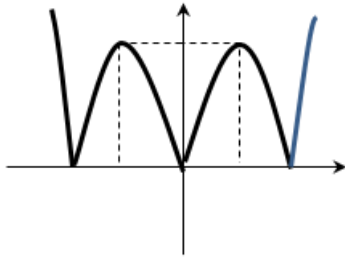
Hỏi đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$



A.



B.



C.

D.

CÂU 7. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ là:

A. $2 - \sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2 + \sqrt{2}$.

D. 1.

CÂU 8. Hàm số $y = \log_2(2^x + \sqrt{4^x + 1})$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = \frac{2^x}{\sqrt{4^x+1} \cdot \ln 2}$.

B. $f'(x) = \frac{2^x}{\sqrt{4^x+1}}$.

C. $f'(x) = \frac{\ln 2}{\sqrt{4^x+1}}$.

D. $f'(x) = \frac{2^x \cdot \ln 2}{\sqrt{4^x+1}}$.

CÂU 9. Phương trình $\cos 2x + 3 \sin x = 2$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(2\pi; 5\pi)$

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

CÂU 10. Cho tứ diện $ABCD$ biết $A(1; 1; 1)$, $B(1; 2; 1)$, $C(1; 1; 2)$, $D(2; 2; 1)$. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tọa độ:

A. $(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{3}{2})$.

B. $(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2})$.

C. $(3; 3; 3)$.

D. $(3; -3; 3)$.

CÂU 11. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số với hệ số góc nhỏ nhất là:

A. $3x + 3y - 8 = 0$.

B. $x + y - 2 = 0$.

C. $3x + 3y + 8 = 0$.

D. $x + y + 2 = 0$.

CÂU 12. Cho hình trụ có trục là OO' , có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi (P) .

A. $a^2\sqrt{3}$.

B. a^2 .

C. $2\sqrt{3}a^2$.

D. πa^2 .

CÂU 13. Nguyên

hàm

$F(x) = \int (4x + 1) \ln x \, dx$ là

A. $F(x) = (2x^2 + x) \ln x + x^2 + x + C$.

B. $F(x) = (3x^2 + 2x) \ln x + C$.

C. $F(x) = (2x^2 + x) \ln x - x^2 - x + C$.

D. $x^2 \ln x + C$.

CÂU 14. Có bao nhiêu số tự nhiên k thỏa mãn $C_{15}^k + C_{15}^{k+2} = 2C_{15}^{k+1}$

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

CÂU 15. Hàm số $y = \frac{x-1}{x^2-3x+1}$ có mấy tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

CÂU 16. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$. Tìm mệnh đề sai.

A. $\forall m < 1$ thì hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu.

C. $\forall m \neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu.

D. $\forall m > 1$ thì hàm số có cực trị.

CÂU 17. Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x - 8)$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' > 0$ là:

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(4; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

CÂU 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(\log_4 x) \geq \log_4(\log_2 x)$

A. $[16; +\infty)$.

B. $[9; +\infty)$.

C. $[10; +\infty)$.

D. $[8; +\infty)$.

CÂU 19. Nguyên hàm $\int e^x (e^x - 1)^3 \, dx = \frac{a}{b} (e^x - 1)^m + C$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tìm $H = a^2 + b - m$.

A. -1.

B. 2.

C. -2.

D. 1.

CÂU 20. Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y = x - 2$ có diện tích bằng

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{13}{6}$.

C. $\frac{10}{3}$.

D. $\frac{22}{3}$.

CÂU 21. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - i| = \sqrt{2}$ và z^2 là số phức có phần thực bằng phần ảo.

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

CÂU 22. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{\frac{x}{4-x^2}}$ trục hoành và đường thẳng $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục hoành là:

- A. $\frac{\pi}{2} \ln \frac{4}{3}$. B. $\frac{\pi}{4} \ln \frac{4}{3}$. C. $\frac{\pi}{2} \ln \frac{3}{4}$. D. $\pi \ln \frac{4}{3}$.

CÂU 23. Biết $\int_{-1}^0 \left| \frac{x-1}{x+2} \right| dx = \ln b + a$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b$

- A. $S = 8$. B. $S = 7$. C. $S = 9$. D. $S = 10$.

CÂU 24. Biết đường thẳng $y = (3m - 1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Chọn mệnh đề **đúng**.

- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (0; 1)$. C. $m \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$. D. $m \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

CÂU 25. Một nguồn âm đẳng hướng đặt tại điểm O có công suất truyền âm không đổi. Mức cường độ âm tại điểm M cách O một khoảng R được tính bởi công thức $L_M = \log \frac{k}{R^2}$ (Ben) với k là hằng số. Biết điểm O thuộc đoạn thẳng AB và mức cường độ âm tại A và B là $L_A = 3$ Ben và $L_B = 5$ Ben. Tính mức cường độ âm tại trung điểm AB (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)

- A. 3,59 Ben. B. 3,06 Ben. C. 3,69 Ben. D. 4 Ben.

CÂU 26. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3 . Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy, biết đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD .

- A. $2\sqrt{3}a$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{a}{2}$.

CÂU 27. Một hình trụ có tâm các đáy là A, B . Biết rằng mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với các mặt đáy của hình trụ tại A, B và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ đó. Diện tích của mặt cầu này là $16\pi a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

- A. $\frac{16\pi}{3}a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $\frac{8\pi}{3}a^2$.

CÂU 28. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3ax^2 + 3a^2x + a + 1}{x - 1} & , \text{ khi } x > 1 \\ -\frac{5}{3}x & , \text{ khi } x \leq 1 \end{cases}$$

với a là hằng số thực. Biết rằng hàm số liên tục trên tập xác định. Tính $f(a)$.

- A. $f(a) = \frac{5}{3}$. B. $f(a) = \frac{5}{9}$. C. $f(a) = -\frac{1}{3}$. D. $f(a) = \frac{1}{3}$.

CÂU 29. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ có hai điểm cực trị B và C , đồng thời tam giác ABC cân tại $A(2; 3)$.

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{3}{2}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{3}{2}$.

CÂU 30. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1 - m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm.

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m = 1$. D. Không tồn tại m .

CÂU 31. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $z = -2 + i$. Tính $a - b$

- A. 9. B. 1. C. 4. D. -1.

CÂU 32. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |iz - i + 1| = 2 \\ |z - 1| = |z + 2i| \end{cases}$?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

CÂU 33. Tìm m để phương trình $(x^2 - mx + m - 1)\sqrt{x + 1} = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

- A. $m > 0$. B. $0 < m \neq 2$. C. $0 \leq m \neq 2$. D. $0 \leq m \leq 2$.

CÂU 34. Cho hai số thực $a > 1$ và $b > 0$. Biết đường thẳng $y = b$ cắt đồ thị hàm số $y = a^{3x - x^2 - 2}$ tại hai điểm phân biệt. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

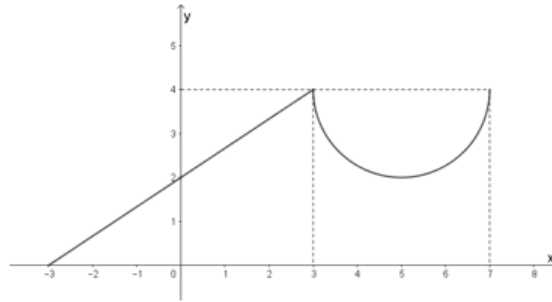
- A. $a < \sqrt[4]{b}$. B. $a > \sqrt[4]{b}$. C. $a > b^4$. D. $a < b^4$.

CÂU 35. Cho (T) là bát diện đều, có A và A' là hai đỉnh đối diện. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{MA'}$. Mặt phẳng qua M và vuông góc với AA' chia (T) làm hai khối đa diện. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là tổng diện tích các mặt của khối nhỏ và khối lớn. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ gần bằng với số nào sau đây nhất:

- A. 0,208. B. 0,195. C. 0,143. D. 0,107.

- CÂU 36.** Cho bất phương trình $(\log_3 x)^2 - (m+1)\log_3 x - m - 1 \geq 0$. Tìm m để tập nghiệm của bất phương trình có chứa khoảng $(\frac{1}{3}; +\infty)$.
- A. $m \leq -1$. B. $-3 \leq m \leq -1$. C. $m < -1$. D. $m > -1$.
- CÂU 37.** Một hộp chứa 4 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu vàng, 7 viên bi màu tím. Lấy ngẫu nhiên trong hộp ra 4 viên bi. Tính xác suất để trong 4 viên bi được lấy ra có ít nhất 2 viên bi cùng màu.
- A. $\frac{24}{209}$. B. $\frac{48}{209}$. C. $\frac{185}{209}$. D. $\frac{161}{209}$.
- CÂU 38.** Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là:
- A. $\sqrt{13} + 2$. B. 4. C. 6. D. $\sqrt{13} + 1$.
- CÂU 39.** Cho $a, b, c > 1$ và thỏa mãn $\log_b \sqrt{c} = 24x^2 + 2x + 2$, $\log_{a^2} \sqrt{b^3} = \log_{\sqrt[3]{c}} a = x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $x \in (-\infty, -1)$. B. $x \in (-1, 0)$. C. $x \in (0, 1)$. D. $x \in (1, +\infty)$.
- CÂU 40.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:
- A. $\frac{5\pi\sqrt{15}}{72}$. B. $\frac{5\pi\sqrt{15}}{24}$. C. $\frac{5\pi\sqrt{15}}{54}$. D. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{27}$.
- CÂU 41.** Người ta trồng 3240 cây xanh theo một hình tam giác cân theo quy luật như sau: hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây ... Hỏi tổng cộng có bao nhiêu hàng?
- A. 77. B. 78. C. 79. D. 80.
- CÂU 42.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx + (m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $[2; +\infty)$.
- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; -1]$. C. $[-2; -1]$. D. $(-\infty; -1)$.
- CÂU 43.** Cho hình trụ (T) có bán kính $R = \sqrt{3}$, chiều cao $h = 6$. Gọi O, O' là hai tâm của đáy và I là trung điểm của OO' . Gọi (α) là mặt phẳng qua I , tạo với trục một góc 30° . Tính diện tích thiết diện cắt bởi (α) và mặt trụ.
- A. $4\sqrt{3}\pi$. B. 3π . C. 6π . D. $2\sqrt{3}\pi$.
- CÂU 44.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Trên đoạn thẳng BD' lấy hai điểm M, N . Trên đoạn thẳng AC lấy hai điểm P, Q . Biết rằng $MNPQ$ là tứ diện đều. Tính theo a thể tích của $MNPQ$.
- A. $\frac{\sqrt{6}}{108}a^3$. B. $\frac{\sqrt{6}}{36}a^3$. C. $\frac{\sqrt{6}}{144}a^3$. D. $\frac{\sqrt{6}}{27}a^3$.
- CÂU 45.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(-2; 2; 2)$, $C(-2; 1; 3)$. Biết rằng tồn tại điểm M sao cho $[\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}] = \overrightarrow{MC}$ và $[\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{MA}] = \overrightarrow{MB}$. Tính tổng khoảng cách từ M đến trung điểm các đoạn AB, BC, AC .
- A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.
- CÂU 46.** Hỏi có bao nhiêu số thực m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^4 - mx^2 - 1|$ trên đoạn $[-1, 1]$ bằng 2.
- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- CÂU 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng qua $A(2; 3; 5)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{2}$. Δ cắt mặt phẳng (Oxz) tại B . Gọi α là góc giữa Δ và Oz . Tính độ dài AB khi α nhỏ nhất.
- A. $\sqrt{29}$. B. $\frac{9\sqrt{5}}{2}$. C. $\sqrt{33}$. D. $\sqrt{37}$.
- CÂU 48.** Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}}$
- A. $P = 8$. B. $P = 2$. C. $P = 16$. D. $P = 4$.

CÂU 49. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-3; 7]$ được cho trong hình dưới đây:



Phần đồ thị trên đoạn $[3; 7]$ là một nửa đường tròn. Biết rằng $f(-3) = 0$. Tính $f(7)$

- A.** $f(7) = 28 - 2\pi$. **B.** $f(7) = 24 - 4\pi$. **C.** $f(7) = 28 - 4\pi$. **D.** $f(7) = 28$.

CÂU 50. Người ta chia 8 người, trong đó có An và Bình, thành 4 cặp, mỗi cặp 2 người để chơi một trò chơi vận động một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để An và Bình thuộc 1 cặp.

- A.** $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $\frac{2}{25}$. **D.** $\frac{1}{28}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. B	5. C	6. A	7. A	8. B	9. B	10. B
11. A	12. C	13. C	14. A	15. C	16. B	17. B	18. A	19. D	20. C
21. C	22. A	23. B	24. A	25. C	26. A	27. B	28. B	29. C	30. C
31. D	32. C	33. B	34. C	35. A	36. A	37. C	38. D	39. C	40. C
41. D	42. B	43. C	44. A	45. B	46. C	47. B	48. A	49. A	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Gọi H là trung điểm AB , K là trung điểm SC , G là trọng tâm $\triangle ABC$. Dựng trục của $\triangle ABC$ cắt trục trung trực của SC tại I như hình vẽ. Gọi $J = GI \cap SC$.

$$\text{Ta có } SH = HC = \frac{\sqrt{3}}{2}; GC = \frac{2}{3} \cdot HC = \frac{\sqrt{3}}{3}; SC = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

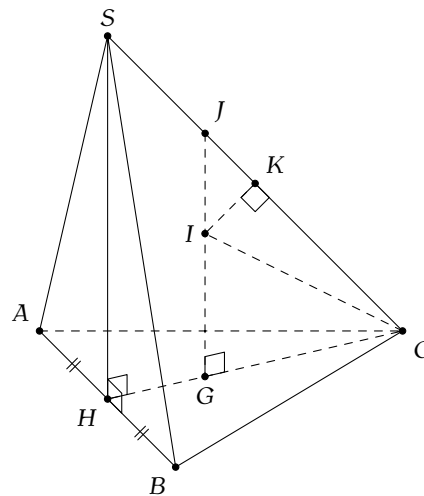
$$\text{Ta có } GJ = \frac{2}{3} \cdot SH = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ (Thales)} \Rightarrow JC = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } JK = JC - \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{6}}{12}.$$

$$\text{Do } \triangle JIK \sim \triangle JCG \text{ nên } JI \cdot JG = JK \cdot JC.$$

$$\Rightarrow JI = \frac{JK \cdot JC}{JG} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IG = JG - JI = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Suy ra } IC = \sqrt{IG^2 + GC^2} = \frac{\sqrt{15}}{6}.$$



$$\text{Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp } S.ABC \text{ là } V = \frac{4}{3}\pi IC^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}}{54}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 41.

Giả sử có n hàng, ($n > 0$). Số cây xanh ở mỗi hàng lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

$$\text{Ta có } S_n = 3240 \Leftrightarrow nu_1 + n(n-1)\frac{d}{2} = 3240 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n - 3240 = 0 \Leftrightarrow n = 80.$$

Vậy có tổng cộng 80 hàng cây.

Chọn đáp án (D)

CÂU 42.

Tập xác định $\mathcal{D} = [2; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên $[2; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} y' &\leq 0, \forall x \in [2; +\infty) \Leftrightarrow m + \frac{m+1}{2\sqrt{x-2}} \leq 0, \forall x \in [2; +\infty) \\ &\Leftrightarrow 2m\sqrt{x-2} + m+1 \leq 0, \forall x \in [2; +\infty) \\ &\Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1}, \forall x \in [2; +\infty) \quad (*) \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x-2}+1}$ trên $[2; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{2(x-2) + \sqrt{x-2}} > 0, \forall x \in [2; +\infty)$. Bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	-1	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $(*) \Leftrightarrow m \leq -1$.

Chọn đáp án (B)

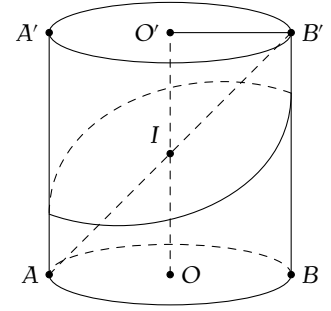
CÂU 43.

Do mặt phẳng (α) tạo với OO' góc 30° và OO' vuông góc với mặt đáy nên (α) tạo với đáy góc 60° .

Đường tròn (O, OA) chính là hình chiếu vuông góc của thiết diện cắt bởi (α) và hình trụ lên mặt đáy.

Áp dụng công thức diện tích hình chiếu, ta có

$$S_{(O,OA)} = S_{\text{thiết diện}} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{\text{thiết diện}} = 2 \cdot S_{(O,OA)} = 6\pi.$$



Chọn đáp án (C)

CÂU 44.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của MN và PQ . Khi đó $IJ \perp MN$ và J là trung điểm AC .

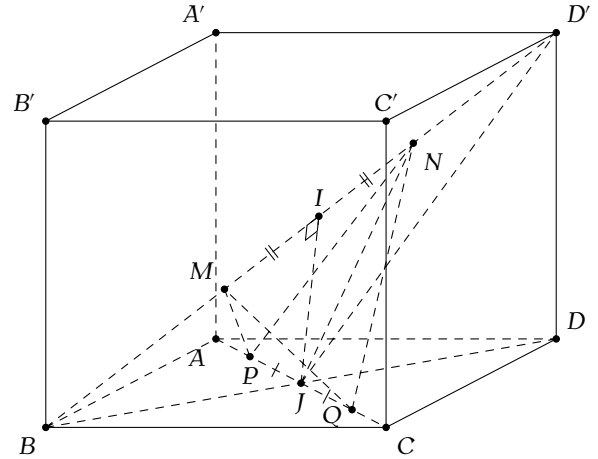
Đặt cạnh tứ diện đều $MNPQ$ là x , $(x > 0)$. Khi đó $NJ = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $IJ^2 = \frac{x^2}{2}$.

Từ đó ta tính được:

$$BI^2 = \frac{a^2 - x^2}{2}; D'I^2 = \frac{3a^2 - x^2}{2}.$$

Ta có



$$\begin{aligned} BD' &= BI + ID' \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{2}} + \sqrt{\frac{3a^2 - x^2}{2}} &= a\sqrt{3} \\ \Rightarrow \sqrt{a^2 - x^2} + \sqrt{3a^2 - x^2} &= a\sqrt{6} \\ \Rightarrow x &= \frac{a\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

Vậy thể tích tứ diện đều $MNPQ$ là $V = \frac{x^3\sqrt{2}}{12} = \frac{\sqrt{6}}{108}a^3$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 45.

Do $[\vec{MA}, \vec{MB}] = \vec{MC}$ và $[\vec{MC}, \vec{MA}] = \vec{MB}$ nên MA, MB, MC đôi một vuông góc.

Gọi I, J, N lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

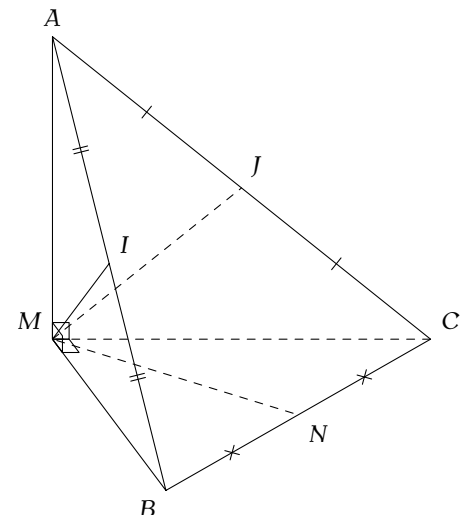
Ta suy ra $MI = \frac{AB}{2}; MJ = \frac{AC}{2}; MN = \frac{BC}{2}$.

Ta có $\vec{AB} = (-1; 1; 0) \Rightarrow AB = \sqrt{2};$

$\vec{AC} = (-1; 0; 1) \Rightarrow AC = \sqrt{2};$

$\vec{BC} = (0; -1; 1) \Rightarrow BC = \sqrt{2}.$

Vậy $MI + MJ + MN = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$



Chọn đáp án (B)

CÂU 46.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - mx^2 - 1$.

Ta có $g'(x) = 4x^3 - 2mx$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - m = 0. \end{cases}$

☉ Trường hợp 1: $m \leq 0$.

Khi đó $g(x)$ chỉ có một điểm cực tiểu là $x = 0$.

Suy ra $\max_{[-1;1]} f(x) = \max_{[-1;1]} |g(x)| = |g(1)| = -m$.

YCBT $\Leftrightarrow m = -2$.

Vậy $m = -2$ thỏa bài toán.

☉ Trường hợp 2: $m > 0$.

Khi đó $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{\frac{m}{2}}$ và đạt cực đại tại $x = 0$.

a) Nếu $\sqrt{\frac{m}{2}} > 1 \Leftrightarrow m > 2$ thì $\max_{[-1;1]} f(x) = \max_{[-1;1]} |g(x)| = |g(1)| = |-m| = m$.
YCBT $\Leftrightarrow m = 2$ (loại).

b) Nếu $\sqrt{\frac{m}{2}} = 1 \Leftrightarrow m = 2$ thì $\max_{[-1;1]} f(x) = \max_{[-1;1]} |g(x)| = |g(1)| = 2$.
Vậy $m = 2$ thỏa bài toán.

c) Nếu $\sqrt{\frac{m}{2}} < 1 \Leftrightarrow m < 2$ thì $\max_{[-1;1]} f(x) = \max_{[-1;1]} |g(x)| = \left| g\left(\sqrt{\frac{m}{2}}\right) \right| = \frac{m^2}{4} + 1$.
YCBT $\Leftrightarrow \frac{m^2}{4} + 1 = 2 \Leftrightarrow \frac{m^2}{4} = 1 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (loại).

Kết luận: $m = 2$ hoặc $m = -2$ thỏa bài toán, do đó có 2 giá trị của m thỏa bài toán.

Chọn đáp án (C)

CÂU 47.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d . Do Δ qua A và vuông góc với d nên $\Delta \subset (P)$ (hình vẽ).

Gọi $I = Oz \cap (P)$. Dựng Δ' qua I và song song Δ . Khi đó $(\Delta, Oz) = (\Delta', Oz) = \alpha$. Ta sẽ xác định vị trí của Δ' để α nhỏ nhất.

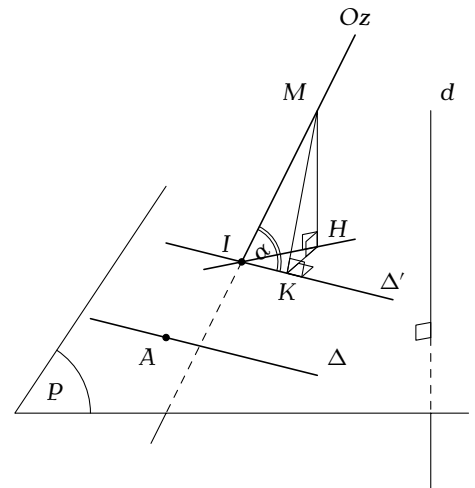
Gọi IH là hình chiếu của Oz trên (P) . Dựng $HK \perp \Delta'$. Khi đó $\sin \alpha = \frac{MK}{MI}$; $\sin \widehat{MIH} = \frac{MH}{MI}$.

Mà $MK \geq MH$.

Suy ra $\alpha \geq \widehat{MIH}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \Delta' \equiv IH$.

Như vậy Δ qua A và song song với IH .

Ta có



☉ $(P): 2x + y + 2z - 17 = 0$; $I\left(0; 0; \frac{17}{2}\right)$.

☉ Lấy $M(0; 0; 1) \in Oz \Rightarrow H\left(\frac{30}{9}; \frac{15}{9}; \frac{13}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(\frac{30}{9}; \frac{15}{9}; -\frac{25}{6}\right)$.

Chọn $\vec{n} = (4; 2; -5)$ là vtcp của Δ .

Suy ra $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 + 2t \\ z = 5 - 5t \end{cases} \Rightarrow \Delta \cap (Oxz) = B\left(-4; 0; \frac{25}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(-6; -3; \frac{15}{2}\right)$.

Vậy $AB = \frac{9\sqrt{5}}{2}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 48.

Điều kiện: $\frac{1-2x}{x+y} > 0 \Leftrightarrow 1-2x > 0$ (do $x, y > 0$). Khi đó

$$\ln\left(\frac{1-2x}{x+y}\right) = 3x + y - 1 \Leftrightarrow \ln(1-2x) + (1-2x) = \ln(x+y) + (x+y). \quad (*)$$

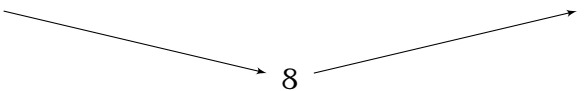
Xét hàm số $f(t) = \ln t + t$, ($t > 0$). Ta có $f(t)$ đồng biến $\forall t \in (0; +\infty)$. Do đó

$(*) \Leftrightarrow 1-2x = x+y \Leftrightarrow y = 1-3x$. Do $y > 0$ nên $x < \frac{1}{3}$. Khi đó

$$P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x-3x^2}}, \quad \left(0 < x < \frac{1}{3}\right).$$

Ta có $P' = -\frac{1}{x^2} + \frac{6x-1}{2(x-3x^2)\sqrt{x-3x^2}}$; $P' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$.

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Từ bảng biến thiên, suy ra min $P = 8$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 49.

Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục Ox và $x = -3, x = 7$ là tổng diện tích của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng 4; 6 và phần hình vuông cạnh bằng 4 bỏ bớt nửa đường tròn đường kính bằng 4.

Suy ra diện tích này bằng $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 + 4^2 - \frac{1}{2} \pi \cdot 4 = 28 - 2\pi$.

Ta lại có $S = \int_{-3}^7 f'(x) dx = f(7) - f(-3) = f(7)$.

Vậy $f(7) = 28 - 2\pi$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 50.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 2520$.

Gọi A là biến cố: "An và Bình thuộc 1 cặp". Ta có

- ☉ Chọn 1 trong 4 cặp cho An và Bình có C_4^1 cách chọn;
- ☉ Chọn 2 trong 6 người còn lại vô cặp thứ 2 có C_6^2 cách chọn;
- ☉ Chọn 2 trong 4 người còn lại vô cặp thứ 3 có C_4^2 cách chọn;
- ☉ Chọn 2 trong 2 người cuối cùng vô cặp thứ 4 có C_2^2 cách chọn;

Suy ra $n(A) = C_4^1 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 360$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{360}{2520} = \frac{1}{7}$.

Chọn đáp án (B)

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 12
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} + x + 2)$

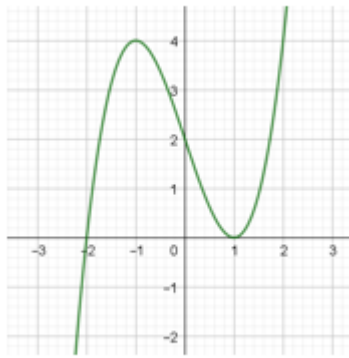
A. ∞ .

B. 1.

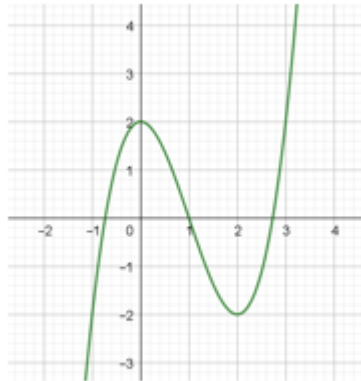
C. 3.

D. $\frac{5}{3}$.

CÂU 2. Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên:



Hỏi hàm số nào nhận hình sau là đồ thị:



A. $y = f(x + 1) + 2$.

B. $f = f(x - 1) - 2$.

C. $y = f(x - 1) + 2$.

D. $y = f(x + 1) - 2$.

CÂU 3. Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2-x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

CÂU 4. Tìm nghiệm của phương trình $2^{x^2-x-4} = \frac{1}{16}$.

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \{2; 4\}$.

C. $S = \{0; 1\}$.

D. $S = \{-2; 2\}$.

CÂU 5. Gọi $T = [a; b]$ là tập giá trị của hàm số $f(x) = x + \frac{9}{x}$ với $x \in [2; 4]$. Khi đó $b - a$ bằng?

A. 6.

B. $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{25}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 6. Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)^{2019}$. Hỏi $f(x)$ có mấy cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2019.

D. 2020.

CÂU 7. Cho hàm số $y = 7^{x^2+x-2}$. Tìm số nghiệm của phương trình $y' = 0$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 8. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ và $F(0) = 0$. Tính $F(5)$.

- A. $F(5) = \ln 9$. B. $F(5) = \frac{1}{2} \ln 9$. C. $F(5) = -\frac{1}{2} \ln 9$. D. $F(5) = -\ln 9$.

CÂU 9. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = \frac{(1+i)(2-i)}{1+2i}$.

- A. $\bar{z} = 1 - i$. B. $\bar{z} = -1 - i$. C. $\bar{z} = -1 + i$. D. $\bar{z} = 1 + i$.

CÂU 10. Một nhóm bạn 6 người trong đó có An và Bình xếp thành một hàng ngang để chụp hình. Tính xác suất để An và Bình đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{7}{25}$.

CÂU 11. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$

- A. 10. B. 15. C. 20. D. 25.

CÂU 12. Cho tam giác ABC có độ dài các cạnh $AB = 4a; BC = 5a; CA = 6a$. Tính chiều cao AH của tam giác.

- A. $5a$. B. $\frac{3\sqrt{15}a}{2}$. C. $a\sqrt{26}$. D. $\frac{3\sqrt{7}a}{2}$.

CÂU 13. Cho số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính $P = a^3 + b^3$.

- A. $P = 7$. B. $P = 9$. C. $P = -7$. D. $P = 8 + i$.

CÂU 14. Cho 4 điểm $A(1; 0; 0); B(0; 1; 0); C(0; 0; 1); D(1; 1; 1)$. Xác định tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$.

- A. $G\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. D. $G\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

CÂU 15. Cho hai điểm $A(1; 1; 0), B(1; -1; -4)$. Phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB là

- A. $x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 5$. B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z + 4)^2 = 5$.
C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 5$. D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 5$.

CÂU 16. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) đi qua $A(2; -1; 4), B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là:

- A. $11x + 7y - 2z - 21 = 0$. B. $11x - 7y - 2z + 21 = 0$.
C. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$. D. $11x - 7y + 2z - 21 = 0$.

CÂU 17. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là 12. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Khi đó thể tích của khối chóp $C'AMN$ là:

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

CÂU 18. Cho hình nón, mặt phẳng qua trục và cắt hình nón tạo ra thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Tính thể tích của khối nón.

- A. $\sqrt{3}\pi a^3$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $9\pi a^3$. D. $3\sqrt{3}\pi a^3$.

CÂU 19. Cho hình chữ nhật $ABCD$ cạnh $AB = 4, AD = 2$. Gọi M, N là trung điểm các cạnh AB và CD . Cho hình chữ nhật quay quanh MN , ta được hình trụ tròn xoay có thể tích bằng.

- A. $V = 4\pi$. B. $V = 8\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 32\pi$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, xác định cặp giá trị (l, m) để các cặp mặt phẳng sau đây song song với nhau: $lx - 6y - 6z - 2 = 0; 2x + my + 3z - 5 = 0$.

- A. $l = 3; m = 4$. B. $l = 4; m = -3$. C. $l = -4; m = 3$. D. $l = 4; m = 3$.

CÂU 21. Tìm m để hàm số $y = x^4 + (2m - 1)x^2 + m^2 - m$ có đúng một cực trị.

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.

CÂU 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(5x + 1) < -5$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{5}; \frac{31}{5}\right)$.
C. $\left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right) \cup \left(\frac{31}{5}; +\infty\right)$.

CÂU 23. Cho hàm số $f(x) = \sin^2 x + \sin x$. Hàm số có bao nhiêu cực trị trên khoảng $(0; 4\pi)$?

- A. 7. B. 8. C. 4. D. 3.

CÂU 24. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị $A(0;0), B(1;1)$ thì các hệ số a, b, c, d có giá trị lần lượt là:

- A. $a = -2; b = 1, c = 0, d = 0.$ B. $a = 0; b = 0, c = -2, d = 3.$
C. $a = -2; b = 0, c = 3, d = 0.$ D. $a = -2; b = 3, c = 0, d = 0.$

CÂU 25. Tìm m để hàm số $y = x^3 - (m - 1)x^2 + 3x + 2m - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $-2 < m < 4.$ B. $m < -2$ hoặc $m > 4.$
C. $-2 \leq m \leq 4.$ D. $m \leq -2$ hoặc $m \geq 4.$

CÂU 26. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - x$ và $y = 3x$ là:

- A. $\frac{32}{3}.$ B. $\frac{16}{3}.$ C. 0. D. 32.

CÂU 27. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - (m^2 - 4m)x + 15$ với m là tham số thực. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để cho đồ thị hàm số trên có hai tiếp tuyến phân biệt, cùng phương với đường thẳng $y = 3x$.

- A. 5. B. 6. C. 8. D. Vô số.

CÂU 28. Cho cấp số cộng (u_n) có tổng của n số hạng đầu tiên là $S_n = 2n^2 - 5n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng thứ 10 của cấp số cộng trên là:

- A. $u_{10} = 33.$ B. $u_{10} = 34.$ C. $u_{10} = 35.$ D. $u_{10} = 36.$

CÂU 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích khối chóp bằng a^3 . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{6\sqrt{37}}{37}a.$ B. $\frac{3\sqrt{37}}{37}a.$ C. $3a.$ D. $\frac{a}{2}.$

CÂU 30. Biết $\int_1^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$ với $a; b; c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của $S = a^2 + b^2 + c^2$.

- A. $S = 14.$ B. $S = 6.$ C. $S = 5.$ D. $S = 9.$

CÂU 31. Cho điểm $M(1;2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và cách M một khoảng lớn nhất.

- A. $x + 2y - z = 0.$ B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1.$ C. $x - y - z = 0.$ D. $x + y + z - 2 = 0.$

CÂU 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4, với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ hoặc $m = \frac{1}{\sqrt{2}}.$ B. $m = -1$ hoặc $m = 1.$
C. $m = 1.$ D. $m \neq 0.$

CÂU 33. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng (a) song song với đường thẳng $(d): y = x + 1$ và cách gốc tọa độ một khoảng bằng 3

- A. $y = x + 3\sqrt{2}$ và $y = x - 3\sqrt{2}.$ B. $x + y + 3 = 0$ và $x + y - 3 = 0.$
C. $y = x + 3$ và $y = x - 3.$ D. $x + y + 3\sqrt{2} = 0$ và $x + y - 3\sqrt{2} = 0.$

CÂU 34. Tìm m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có đúng hai nghiệm $x \in [1;8]$.

- A. $2 \geq m \leq 6.$ B. $2 < m \leq 3.$ C. $2 \geq m \leq 3.$ D. $3 \geq m \leq 6.$

CÂU 35. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A có $SA \perp (ABC)$ và $SA = a, AB = b, AC = c$. Mặt cầu đi qua các đỉnh A, B, C, S có bán kính bằng:

- A. $\frac{2(a+b+c)}{3}.$ B. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$ C. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$ D. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.$

CÂU 36. Tìm tất cả giá trị thực m để hàm số $y = \frac{x}{2} - \sqrt{x^2 - x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$

- A. $m = \frac{1}{4}.$ B. $m \geq \frac{1}{4}.$ C. $m > 2.$ D. $m \geq 7.$

CÂU 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết diện tích của tam giác SAB là $9\sqrt{3}(cm^2)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $V = 81\sqrt{3}(cm^3).$ B. $V = 36\sqrt{3}(cm^3).$ C. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}(cm^3).$ D. $V = 36\sqrt{3}(m^3).$

CÂU 38. Một sợi dây kim loại dài $60cm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành một hình vuông, đoạn thứ hai được uốn thành một vòng tròn. Hỏi khi tổng diện tích của hình vuông và hình tròn ở trên nhỏ nhất thì chiều dài đoạn dây uốn thành hình vuông bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

- A. 26,43 cm. B. 33,61 cm. C. 40,62 cm. D. 30,54 cm.

CÂU 39. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-3} & , \text{ khi } x \geq 3 \\ ax+b & , \text{ khi } -1 \leq x < 3 \\ \frac{5x^2+2x-3}{x+1} & , \text{ khi } x < -1. \end{cases}$$

với a, b là hằng số thực. Biết rằng f liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = 4$. B. $f(1) = 8$. C. $f(1) = -4$. D. $f(1) = -6$.

CÂU 40. Tìm m để phương trình $10^{2x} - (2m+1)10^x + m^2 + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 > 1$.

- A. $m > 3$. B. $m > 0$. C. $m < -4$. D. $m > 2$.

CÂU 41. Một công ty chuyên sản xuất container muốn thiết kế các thùng gỗ đựng hàng, dạng hình hộp chữ nhật không nắp, đáy là hình vuông, có thể tích là $62,5m^3$. Tính giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy.

- A. $75(m^3)$. B. $20\sqrt{10} + \frac{125}{8}(m^2)$. C. $10\sqrt{30} + \frac{125}{6}(m^2)$. D. $50\sqrt{2} + \frac{25}{2}(m^2)$.

CÂU 42. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79$. Tìm hệ số của số hạng chứa x trong khai triển biểu thức $\left(2\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$.

- A. 126720. B. 7920. C. 1760. D. 59136.

CÂU 43. Một vật đang chuyển động với vận tốc $10m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2(m/s^2)$. Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{4000}{3}(m)$. B. $\frac{4300}{3}(m)$. C. $\frac{1900}{3}(m)$. D. $\frac{2200}{3}(m)$.

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1; e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1, f(e) = 1$. Tính $I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 1$. D. $I = 0$.

CÂU 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z-4| + |z+4| = 10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$

- A. 1. B. $1 + \sqrt{5}$. C. $3 - \sqrt{5}$. D. 3.

CÂU 46. Cho hai mặt phẳng $(P): 3x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + y + z - 2 = 0$. Một mặt cầu thay đổi có bán kính bằng 5 luôn tiếp xúc với (P) và (Q) . Tâm của mặt cầu đó luôn thuộc đường thẳng có vectơ chỉ phương là:

- A. $\vec{u} = (-2; 5; 1)$. B. $\vec{u} = (2; -5; 1)$. C. $\vec{u} = (2; 5; -1)$. D. $\vec{u} = (-2; -5; -1)$.

CÂU 47. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên m để hệ phương trình

$$\begin{cases} 2y^3 + y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} & (1) \\ \log_3(m + \log_3(x+m)) = 1 - y^2 & (2) \end{cases}$$

có nghiệm $(x; y)$ không âm.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

CÂU 48. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $q = 2$. Tìm số tự nhiên nhỏ nhất n để $S = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2$ là số tự nhiên có 2018 chữ số.

- A. 3015. B. 3350. C. 3351. D. 3661.

CÂU 49. Trong không gian cho tam giác đều ABC cạnh a . Dựng về một phía đối với mặt phẳng (ABC) 3 tia Ax, By, Cz cùng vuông góc với (ABC) . Trên By lấy điểm B' thỏa $BB' = a$, trên Cz lấy điểm C' thỏa $CC' = 2a$. A' là điểm thay đổi trên Ax . Tìm GTNN của diện tích tam giác $A'B'C'$.

- A. a^2 . B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 50. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a \geq b \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \log_{\frac{2}{3}} a - 36 \log_{ab} a + 36$.

- A. $P_{\min} = 16$. B. $P_{\min} = 1$. C. $P_{\min} = 5$. D. $P_{\min} = 21$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. C	4. C	5. D	6. B	7. B	8. B	9. D	10. B
11. C	12. D	13. A	14. A	15. D	16. C	17. D	18. B	19. B	20. C

21. D	22. C	23. B	24. D	25. C	26. A	27. D	28. A	29. A	30. A
31. A	32. B	33. A	34. B	35. C	36. D	37. B	38. B	39. C	40. A
41. A	42. D	43. B	44. D	45. D	46. B	47. B	48. B	49. C	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

$$10^{2x} - (2m + 1)10^x + m^2 + m - 2 = 0 \quad (1).$$

Đặt $t = 10^x$, ($t > 0$). Khi đó $t_1 t_2 = 10^{x_1} \cdot 10^{x_2} = 10^{x_1+x_2} > 10$ (vì $x_1 + x_2 > 1$).

$$(1) \Leftrightarrow t^2 - (2m + 1)t + m^2 + m - 2 = 0. \quad (2).$$

Ta có: (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 > 1$.

$\Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt $t_1, t_2 > 0$ thỏa mãn $t_1 t_2 > 10$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 t_2 > 10 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \vee m < -4 \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

Vậy $m > 3$ thì phương trình $10^{2x} - (2m + 1)10^x + m^2 + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 > 1$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 41.

Gọi a là cạnh của đáy hình vuông, b là chiều cao hộp.

$$\text{Ta có } V_{\text{hộp}} = a^2 b = 62,5 \Leftrightarrow b = \frac{62,5}{a^2}.$$

Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 4ab$.

Tổng diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là

$$S = a^2 + 4ab = a^2 + 4 \cdot a \cdot \frac{62,5}{a^2} = a^2 + \frac{250}{a} = a^2 + \frac{125}{a} + \frac{125}{a} \geq 75$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = 5$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là 75 (m^3).

Chọn đáp án (A) □

CÂU 42.

Điều kiện $n \geq 2$.

$$\text{Ta có } C_n^n + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 79 \Leftrightarrow 1 + C_n^1 + C_n^2 = 79 \Leftrightarrow n^2 + n = 156 \Leftrightarrow n = 12.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển là } C_{12}^k (2\sqrt{x})^{12-k} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^k = C_{12}^k \cdot 2^{12-k} \cdot x^{6-\frac{5}{6}k}.$$

$$\text{Số hạng chứa } x \text{ tương ứng với } 6 - \frac{5k}{6} = 1 \Leftrightarrow k = 6.$$

$$\text{Vậy hệ số chứa } x \text{ là } C_{12}^6 \cdot 2^6 = 59136.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 43.

$$\text{Ta có } v = \int a(t)dt = \int (3t + t^2)dt = \frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + C.$$

Tại $t = 0$ thì $v = 10$ nên $C = 10$.

$$\text{Suy ra } s = \int_0^{10} \left(\frac{1}{3}t^3 + \frac{3}{2}t^2 + C\right)dt = \frac{4300}{3} \text{ (m)}.$$

Chọn đáp án (B) □

CÂU 44.

$$\text{Ta có } I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x \, dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = f'(x) \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \, dx \\ v = f(x) \end{cases}. \text{ Khi đó}$$

$$I = \ln x \cdot f(x) \Big|_1^e - \int_1^e f(x) \cdot \frac{1}{x} \, dx = \ln e \cdot f(e) - \ln 1 \cdot f(1) - 1 = 0.$$

Chọn đáp án (D) □

CÂU 45.

Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Khi đó quỹ tích M là Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

$$\text{Vậy } |z|_{\max} = 5; |z|_{\min} = 3.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 46.

Vì mặt phẳng (P) và (Q) luôn tiếp xúc với mặt cầu (S) tâm I có bán kính bằng 5 nên $d(I, (P)) = d(I, (Q))$.

Suy ra I luôn thuộc đường thẳng có vtcp $\vec{v} = [\vec{n_P}; \vec{n_Q}] = (2; -5; 1)$.

Vậy Tâm của mặt cầu đó luôn thuộc đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -5; 1)$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 47.

$$(1) \Leftrightarrow 2y^3 + y = ((2 - 2x) + 1)\sqrt{1 - x}.$$

Xét $f(t) = 2t^3 + t \Rightarrow f'(t) = 6t^2 + 1 > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến. Khi đó

$$(1) \Leftrightarrow f(y) = f(\sqrt{1 - x}) \Leftrightarrow y = \sqrt{1 - x} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 0 \\ y^2 = 1 - x \end{cases}$$

Thế vào (2), ta được $\log_3(m + \log_3(x + m)) = x$.

Đặt $t = \log_3(x + m)$. Ta có

$$\begin{cases} 3^t = x + m \\ 3^x = t + m \end{cases} \Rightarrow 3^t - 3^x = x - t \Leftrightarrow 3^x + x = 3^t + t.$$

Tương tự, suy ra $x = t$.

Thế lại: $m = 3^x - x = g(x)$. Điều kiện $0 \leq x \leq 1$.

Ta có $g'(x) = 3^x \cdot \ln 3 - 1 > 0, \forall x \in [0; 1]$.

Bảng biến thiên

x	0	1
$g'(x)$	+	
$g(x)$	1	2

Vậy $1 \leq m \leq 2$. Do đó có 2 số m .

Chọn đáp án (B)

CÂU 48.

Ta có

$$\begin{aligned} S &= u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 = u_1^2 + u_1^2 \cdot q^2 + u_1^2 \cdot q^4 + \dots + u_1^2 \cdot q^{2n-2} \\ &= u_1^2 (1 + q^2 + q^4 + \dots + q^{2n-2}) = u_1^2 \cdot \frac{1 - q^{2n}}{1 - q^2} = 3^2 \cdot \frac{1 - 4^n}{1 - 4} = 3 \cdot (4^n - 1). \end{aligned}$$

Do S là số tự nhiên có 2018 chữ số nên $[\log S] + 1 = 2018$.

Suy ra

$$\begin{aligned} 2017 \leq \log S < 2018 &\Rightarrow \frac{10^{2017}}{3} + 1 \leq 4^n < \frac{10^{2018}}{3} + 1 \\ &\Rightarrow \log_4 \frac{10^{2017} + 3}{3} \leq n < \log_4 \frac{10^{2018} + 3}{3} \\ &\Rightarrow \log_4 \frac{10^{2017}}{3} < n < \log_4 \frac{2 \cdot 10^{2018}}{3} \\ &\Rightarrow 3349,37 \leq n < 3351,53 \end{aligned}$$

Suy ra $n = 3350$ hoặc $n = 3351$.

Vậy $n = 3350$ là số tự nhiên nhỏ nhất của n thỏa bài toán.

Chọn đáp án (B)

CÂU 49.

Lấy $M \in Ax, N \in Cz$ sao cho $(B'MN) \parallel (ABC)$.

Ta có $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C'} \cdot \cos \varphi$, với φ là góc giữa $(A'B'C')$ và (ABC) .

$$\text{Suy ra } S_{\triangle A'B'C'} = \frac{S_{\triangle ABC}}{\cos \varphi}.$$

Gọi $I = MN \cap A'C'$. Dựng $NH \perp B'I, NK \perp MB'$. Khi đó $\widehat{C'HN} = \varphi$.

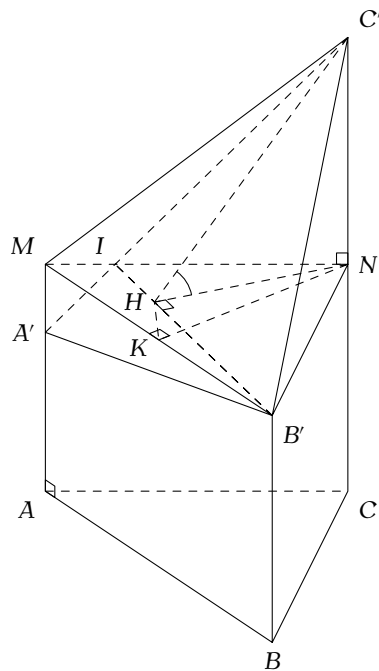
Từ đó: $S_{\triangle A'B'C'}$ min $\Leftrightarrow \cos \varphi$ max $\Leftrightarrow \tan \varphi$ min $\Leftrightarrow \frac{C'N}{HN}$ min $\Leftrightarrow HN$ max.

Ta có $HN \leq KN$ (do $\triangle HNK$ tù tại H).

Suy ra max $HN = KN$. Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow I \equiv M \equiv A'$.

$$\text{Khi đó } \tan \varphi = \frac{C'N}{NK} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cos \varphi = \sqrt{\frac{3}{7}}.$$

$$\text{Vậy min } S_{\triangle A'B'C'} = \frac{S_{\triangle ABC}}{\cos \varphi} = \frac{\frac{\sqrt{3}a^2}{4}}{\sqrt{\frac{3}{7}}} = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}.$$



Chọn đáp án (C)

CÂU 50.

Đặt $t = \log_a b$. Khi đó

$$a \geq b \geq 1 \Rightarrow \log_a a \geq \log_a b \geq \log_a 1 \Rightarrow 1 \geq \log_a b \geq 0 \Rightarrow 0 \leq t \leq 1.$$

$$\text{Ta có } P = \log_{\frac{a}{b}}^2 a - 36 \log_{ab} a + 36 = \frac{1}{(1-t)^2} - \frac{36}{1+t} + 36.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{1}{(1-t)^2} - \frac{36}{1+t} + 36, t \in [0; 1].$$

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{2}{(1-t)^3} + \frac{36}{(1+t)^2} > 0, \forall t \in [0; 1].$$

$$\text{Vậy min } P = f(0) = 1.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow t = 0 \Leftrightarrow \log_a b = 0 \Leftrightarrow b = 1.$$

Chọn đáp án (B)

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 13
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 3$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3; -1)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.
C. Hàm số đồng biến khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

CÂU 2. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \sin 4x$?

- A. $y = -\frac{1}{4} \cos 4x$. B. $y = -4 \cos 4x$. C. $y = 4 \cos x$. D. $y = \frac{1}{4} \cos 4x$.

CÂU 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy bằng 1, đường cao là 2.

- A. $\pi\sqrt{5}$. B. $\pi\sqrt{3}$. C. $2\pi\sqrt{5}$. D. $2\pi\sqrt{3}$.

CÂU 4. Tìm số phức liên hợp của số phức z thỏa mãn $(3 - 2i)z = 1 - 5i$.

- A. $\bar{z} = 1 - i$. B. $\bar{z} = 1 + i$. C. $\bar{z} = 2 + \frac{1}{2}i$. D. $\bar{z} = 2 - \frac{1}{2}i$.

CÂU 5. Nếu $a^{\frac{3}{4}} > a^{\frac{4}{5}}$ và $\log_b \frac{1}{2} < \log_b \frac{2}{3}$ thì

- A. $a > 1; b > 1$. B. $0 < a < 1; b > 1$.
C. $a > 1; 0 < b < 1$. D. $0 < a < 1; 0 < b < 1$.

CÂU 6. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 6. Khi tăng cạnh của hình lập phương lên 3 lần thì ta được thể tích của hình lập phương mới là:

- A. 54. B. 162. C. 216. D. 144.

CÂU 7. Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2-3i}$ là:

- A. $(3; -2)$. B. $(\frac{2}{13}; \frac{3}{13})$. C. $(2; -3)$. D. $(\frac{2}{13}; -\frac{3}{13})$.

CÂU 8. Cho a là góc nhọn. Biết $\tan(a + b) = 3$, $\tan(a - b) = 2$. Tính $\tan a$.

- A. 1. B. $1 + \sqrt{2}$. C. $2 + \sqrt{3}$. D. $\frac{5}{2}$.

CÂU 9. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln \frac{x+1}{x-2}$.

- A. $y' = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y' = \frac{-3}{(x-2)^2}$. C. $y' = \frac{-3}{x^2-x-2}$. D. $y' = \frac{x-2}{(x+1) \ln \frac{x+1}{x-2}}$.

CÂU 10. Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y = \cos x + 1$ tại điểm có hoành độ bằng $\frac{\pi}{3}$.

- A. $y = \frac{\sqrt{3}}{2} (x - \frac{\pi}{3}) + \frac{3}{2}$. B. $y = -\frac{\sqrt{3}}{2} (x - \frac{\pi}{3}) + \frac{3}{2}$.
C. $y = \frac{1}{2} (x - \frac{\pi}{3}) + \frac{3}{2}$. D. $d = -\frac{\sqrt{3}}{2} (x - \frac{\pi}{3}) - \frac{3}{2}$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; 2); B(0; 3; 0); C(5; 0; 0)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình mặt phẳng (ABC) ?

- A. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. B. $6x + 10y + 15z - 30 = 0$.
C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} - 1 = 0$. D. $6x - 10y + 15z - 30 = 0$.

CÂU 12. Cho hình nón có bán kính đáy bằng $2cm$ và diện tích xung quanh gấp 3 lần diện tích đáy. Tính thể tích hình nón.

- A. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{2}(cm^3)$. B. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}(cm^3)$. C. $\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}(cm^3)$. D. $\frac{4\sqrt{3}\pi}{2}(cm^3)$.

CÂU 13. Cho $f(x) = e^{2x-3}$. Biết $F(x) = \int f(x)dx$; $F(\frac{3}{2}) = \frac{1}{2}$. Tính $F(2)$.

- A. $\frac{1}{2}e - \frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}e$. C. e . D. $\frac{1}{2}e$.

CÂU 14. Tìm số cực trị của hàm số $y = \log_2(x^3 - 4x)$.

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 5.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 1; 3); B(4; -3; 7)$. Lập phương trình mặt cầu đường kính AB .

A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 36$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 9$.

CÂU 16. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$. Tìm môđun của số phức $w = z + i + 1$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	1	2	$-\infty$

Hỏi đồ thị hàm số có mấy tiệm cận ngang?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

CÂU 18. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-2=0$. Tìm tọa độ giao điểm M của d và (P) .

A. $M(3;0;1)$.

B. $M(-1;0;1)$.

C. $M(1;-1;0)$.

D. $M(3;0;-1)$.

CÂU 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, mặt bên (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

CÂU 20. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

CÂU 21. Tính $I = \int_a^b f(x)dx$ biết rằng $\int_a^d f(x)dx = 1$; $\int_d^b f(x)dx = 2$ ($a < d < b$).

A. $I = 3$.

B. $I = 1$.

C. $I = -1$.

D. $I = 2$.

CÂU 22. Cho $z_1 = 2+3i$; $z_2 = 3+i$; $z_3 = -2+i$ có điểm biểu diễn lần lượt là A, B, C . Khi đó, khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng AB là

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

D. $2\sqrt{5}$.

CÂU 23. Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 1+2t \end{cases}$ và điểm $M(3;2;-2)$. Tìm tọa độ điểm

H là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng d ?

A. $H(0;1;1)$.

B. $H(0;1;-1)$.

C. $H(0;-1;-1)$.

D. $H(1;0;-1)$.

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(2; 1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , cắt và vuông góc với đường thẳng d .

- A. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$. B. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$. C. $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{4}$. D. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{4}$.

CÂU 25. Tìm nghiệm của bất phương trình $\frac{x^{2019}-1}{x^2-x} \geq 0$.

- A. $0 < x \neq 1$. B. $x > 1$. C. $x \geq 1$. D. $x < 0$ và $x > 1$.

CÂU 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , giả sử đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 6$ cắt hai trục tọa độ tại bốn điểm M, N, P, Q . Tính tổng $OM + ON + OP + OQ$.

- A. 6. B. $4 + 2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$. D. $2 + 2\sqrt{5}$.

CÂU 27. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 2 + \frac{t^2+7}{t+3}$ (m/s). Hỏi trong 10 giây đầu tiên chuyển động vật đạt vận tốc nhỏ nhất tại thời điểm nào tính từ khi bắt đầu chuyển động?

- A. 1 (s). B. 5 (s). C. 7 (s). D. 10 (s).

CÂU 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \ln^2 x - 2 \ln x - 2$ trên $[1; e^3]$ là

- A. 1. B. 0. C. -2. D. 5.

CÂU 29. Giả sử S là tập các số tự nhiên m nhỏ hơn 10 sao cho phương trình $\sqrt{x-1}(x^2 - 2mx + m^2 - 1) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Tính tổng các phần tử của S .

- A. 6. B. 42. C. 9. D. 45.

CÂU 30. Biết $\int_2^3 \ln x dx = a \ln 3 - b \ln 2 - 1$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Khi đó, giá trị của $a + b$ là?

- A. 5. B. -5. C. 1. D. 6.

CÂU 31. Biết $M(-1; \frac{9}{2})$, $N(2; -9)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = 4$.

- A. 4. B. 17. C. -17. D. -4.

CÂU 32. Một người đi mua chiếc xe máy với giá 80 triệu đồng. Biết rằng sau 1 năm giá trị chiếc xe chỉ còn 50%. Hỏi sau bao nhiêu năm thì giá trị chiếc xe chỉ còn 10 triệu đồng?

- A. 2 năm. B. 2,5 năm. C. 3 năm. D. 3,5 năm.

CÂU 33. Một hình nón có bán kính đáy bằng R , đường sinh hợp với đáy góc 30° . Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình nón này?

- A. $4\pi R^2$. B. $\frac{8\pi R^2}{3}$. C. $\frac{16\pi R^2}{3}$. D. $3\pi R^2$.

CÂU 34. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + mx$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

- A. $m > -2$. B. $m > 0$. C. $m > -1$. D. $m > 1$.

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(-1; 3; 2)$, vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 3 = 0$.

- A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 3 + 6t \\ z = 2 + 5t \end{cases}$. B. $\Delta: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 3 - 6t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$.
C. $\Delta: \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 3 + 6t \\ z = 2 + 5t \end{cases}$. D. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 3 + 6t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$.

CÂU 36. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x(e+1)$ và $y = (1+e^x)x$:

- A. $2 - \frac{1}{2}e$. B. 2. C. $\frac{1}{2}e - 1$. D. $\frac{3}{e} - 1$.

CÂU 37. Tìm m để hàm số $y = \ln(x^2 + 4) - mx + 5$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

- A. $m \leq -\frac{1}{4}$. B. $m \leq -\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.

CÂU 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , có $BC = a$ và mặt bên (SAC) vuông góc với đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với đáy góc 45° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

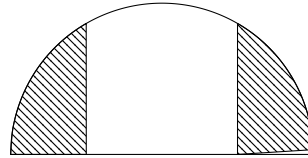
CÂU 39. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{14-2x}{x^2-10x+21}, & \text{khi } x > 7 \\ ax + b, & \text{khi } -3 \leq x \leq 7 \\ \sqrt[3]{\frac{x^4+27x}{4x^2-36}}, & \text{khi } x < -3 \end{cases}$$

(a, b là các hằng số thực). Biết rằng f liên tục trên tập xác định. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = \frac{7}{10}$. B. $f(1) = \frac{11}{10}$. C. $f(1) = \frac{4}{5}$. D. $f(1) = \frac{9}{10}$.

CÂU 40. Một miếng tôn có dạng nửa hình tròn bán kính 2m. Người ta đo và cắt một dải tôn rộng 2m như hình vẽ. Tính diện tích miếng tôn còn lại (phần gạch chéo)?



- A. $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$. B. $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$. C. $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}$.

CÂU 41. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho MN nhỏ nhất?

- A. $m = 1$. B. $m = 3$. C. $m = 2$. D. $m = -1$.

CÂU 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt{9}}$. B. $m = -1$. C. $m = \frac{1}{\sqrt{9}}$. D. $m = 1$.

CÂU 43. Tìm m để bất phương trình $4^x - (m+2)2^{x+1} + m^2 + 2m + 2 > 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- A. $m > 1$. B. $m > -2$. C. $m < 2$. D. $m < -1$.

CÂU 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có số đo một góc bằng 120° .

- A. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt{24}}$. B. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt{16}}$. C. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt{48}}$. D. $m = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}$.

CÂU 45. Cho hàm số $y = (m+1)\sin x - (2-m)\cos x + 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trong đoạn $[-10; 10]$ để đồ thị hàm số đã cho có tiếp tuyến cùng phương với đường thẳng $y = 3x - 1$?

- A. 18. B. 17. C. 19. D. 16.

CÂU 46. Một con súc sắc cân đối đồng chất được gieo ba lần. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện ở hai lần gieo đầu bằng số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ ba.

- A. $\frac{10}{216}$. B. $\frac{15}{216}$. C. $\frac{16}{216}$. D. $\frac{9}{216}$.

CÂU 47. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\log_4(x+2y) + \log_4(x-2y) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|x| - |y|$.

- A. 0. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 1.

CÂU 48. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;0;1)$, $C(0;1;0)$, $D(1;1;1)$, B là điểm bất kì thuộc Ox . (S) là mặt cầu đi qua A, B, C, D . Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính R của (S).

- A. $2\sqrt{2} - 2$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $2\sqrt{3} - 3$.

CÂU 49. Cho số thực $|m| < 2$, giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - mz + 1 = 0$. Tìm GTLN của tổng $P = |z_1 + z_2| + |z_1 - z_2|$.

- A. 2. B. $1 + \sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

CÂU 50. Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0, 1]$ thỏa: $f(0) = 0$; $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 80$; $\int_0^1 xf(x) dx = 2$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- A. $-\frac{125}{12}$. B. $\frac{75}{12}$. C. $\frac{15}{4}$. D. $-\frac{5}{3}$.

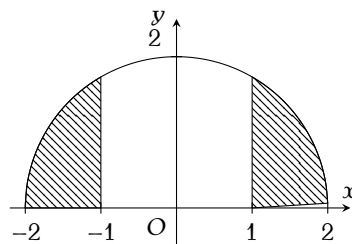
1. D	2. A	3. A	4. B	5. B	6. B	7. B	8. B	9. C	10. B
11. B	12. C	13. D	14. C	15. C	16. C	17. A	18. D	19. C	20. C
21. A	22. D	23. B	24. B	25. A	26. C	27. A	28. A	29. B	30. A
31. B	32. C	33. C	34. D	35. B	36. C	37. B	38. B	39. A	40. A
41. B	42. B	43. D	44. A	45. C	46. B	47. C	48. A	49. C	50. D

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Gán hệ trục tọa độ như hình vẽ.
Diện tích phần gạch chéo là

$$\begin{aligned} S &= S_{\text{tròn}} - S_{\text{trắng}} \\ &= \frac{1}{2} \pi \cdot 2^2 - \int_{-1}^1 \sqrt{4 - x^2} dx \\ &= 2\pi - \left(\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3} \right) \\ &= \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}. \end{aligned}$$



Chọn đáp án (A) □

CÂU 41.

Ta có tâm đối xứng của (C) là $I(-1; 1)$.

Đề đường thẳng $d: y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho MN nhỏ nhất thì $I \in d \Leftrightarrow 1 = -2 + m \Leftrightarrow m = 3$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 42.

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi $m < 0$.

Ta có $y' = 4x^3 + 4mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm\sqrt{-m}$. Khi đó tọa độ 3 điểm cực trị là

$$A(0; 1); B(\sqrt{-m}; -m^2 + 1); C(-\sqrt{-m}; -m^2 + 1).$$

Ta có $\triangle ABC$ vuông cân $\Leftrightarrow \sqrt{-m} = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 & (\text{loại}) \\ m = -1 & (\text{nhận}) \end{cases}$.

Vậy $m = -1$ là giá trị cần tìm của m .

Chọn đáp án (B) □

CÂU 43.

Đặt $t = 2^x$, ($t > 0$). Khi đó bất phương trình đã cho tương đương

$$t^2 - 2(m + 2)t + m^2 + 2m + 2 > 0 \quad (*)$$

Ta có $\Delta' = 2m + 2$.

☉ TH1: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -1$.

(*) đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.

Do đó $m < -1$ thỏa bài toán.

☉ TH2. $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

(*) không thỏa. Vậy $m = -1$ không thỏa bài toán.

☉ TH3. $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow t_1 < t_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + t_2 < 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 < 0 \\ m^2 + 2m + 2 > 0 \end{cases} \quad (\text{do } m > -1 \text{ nên hệ vô nghiệm}).$$

Vậy $m < -1$ là giá trị cần tìm của m .

Chọn đáp án (D) □

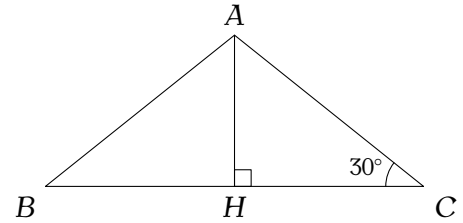
CÂU 44.

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi $m > 1$.

Ta có $y' = 4x^3 - 8(m - 1)x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm\sqrt{2m - 2}$. Tọa độ 3 điểm cực trị là

$$A(0; 2m - 1); B(-\sqrt{2m - 2}; -4m^2 + 10m - 5); C(\sqrt{2m - 2}; -4m^2 + 10m - 5).$$

$$\begin{aligned} \text{YCBT} &\Leftrightarrow HC = \sqrt{3}HA \\ &\Leftrightarrow \sqrt{2m-2} = \sqrt{3}|-4m^2+8m-4| \\ &\Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \sqrt{m-1} = 4\sqrt{3}(m-1)^2 \\ &\Leftrightarrow \sqrt{(m-1)^3} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \text{ (do } m > 1) \\ &\Leftrightarrow m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{24}}. \end{aligned}$$



Vậy $m = 1 + \frac{1}{\sqrt[3]{24}}$ là giá trị cần tìm của m .

Chọn đáp án (A)

CÂU 45.

Ta có $y' = (m+1)\cos x + (2-m)\sin x$.

Đồ thị đã cho có tiếp tuyến cùng phương với đường thẳng $y = 3x - 1$ khi và chỉ khi phương trình

$$(m+1)\cos x + (2-m)\sin x = 3 \quad (*) \text{ có nghiệm.}$$

(*) có nghiệm $\Leftrightarrow (m+1)^2 + (2-m)^2 \geq 3^2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -1 \vee m \geq 2$.

Vậy có 19 giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-10; 10]$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (C)

CÂU 46.

Gọi $(a; b; c)$ lần lượt là số chấm ở lần gieo thứ nhất, hai và ba.

Gọi A là biến cố: "tổng số chấm xuất hiện ở hai lần gieo đầu bằng số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ ba".

☑ $a = 1 \Rightarrow b \in \{1; 2; \dots; 5\}$: Có 5 cách.

☑ $a = 2 \Rightarrow b \in \{1; 2; \dots; 4\}$: Có 4 cách.

☑ $a = 3 \Rightarrow b \in \{1; 2; 3\}$: Có 3 cách.

☑ $a = 4 \Rightarrow b \in \{1; 2\}$: Có 2 cách.

☑ $a = 5 \Rightarrow b = 1$: Có 1 cách.

Suy ra $n(A) = 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$. Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{15}{6^3} = \frac{15}{216}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 47.

Điều kiện: $\begin{cases} x+2y > 0 \\ x-2y > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$.

Ta có $\log_4(x+2y) + \log_4(x-2y) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4y^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{1+y^2}$ (do $x > 0$).

Suy ra $P = |x| - |y| = 2\sqrt{1+y^2} - |y|$.

TH1. $y \geq 0$. Khi đó

$$P = 2\sqrt{1+y^2} - y \Rightarrow P' = \frac{2y}{\sqrt{1+y^2}} - 1; P' = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Bảng biến thiên

y	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$+\infty$
P'	-	0	+
P			

Từ bảng biến thiên, suy ra $\min_{y \geq 0} P = \sqrt{3}$ khi $y = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

TH2. $y < 0$. Khi đó

$$P = 2\sqrt{1+y^2} + y \Rightarrow P' = \frac{2y}{\sqrt{1+y^2}} + 1; P' = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Bảng biến thiên

y	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
P'	$-$	0	$+$
P			

Từ bảng biến thiên, suy ra $\min_{y < 0} P = \sqrt{3}$ khi $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Vậy $\min P = \sqrt{3}$ khi $y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 48.

Giả sử (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Do (S) qua A, C, D và $B(x_B; 0; 0)$ nên

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + (1-c)^2 = R^2 & (1) \\ a^2 + (1-b)^2 + c^2 = R^2 & (2) \\ (1-a)^2 + (1-b)^2 + (1-c)^2 = R^2 & (3) \\ (x_B-a)^2 + b^2 + c^2 = R^2 & (4) \end{cases}$$

Từ (1) & (2) suy ra $b = c$.

Từ (1) & (3) suy ra $2a + 2b - 2 = 0 \Leftrightarrow a + b = 1$.

Suy ra $b = c = 1 - a$.

Từ (1) & (4) suy ra

$$(x_B - a)^2 + 2(1-a)^2 = a^2 + (1-a)^2 + a^2 \Rightarrow (x_B - a)^2 = a^2 + 2a - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -1 + \sqrt{2} \\ a \leq -1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Thế vào (4), ta được

$$\begin{aligned} R^2 &= a^2 + 2a - 1 + (1-a)^2 + (1-a)^2 = 3a^2 - 2a + 1 \\ &= 3\left(a - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} \geq 12 - 8\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = \sqrt{2} - 1$.

Vậy $\min R = 2\sqrt{2} - 2$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 49.

Ta có $\Delta = m^2 - 4$, $|m| < 2$. Suy ra $z_1 = \frac{m + i\sqrt{4-m^2}}{2}$; $z_2 = \frac{m - i\sqrt{4-m^2}}{2}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} z_1 + z_2 = m \\ z_1 - z_2 = i\sqrt{4-m^2} \end{cases} \Rightarrow P = |z_1 + z_2| + |z_1 - z_2| = |m| + \sqrt{4-m^2}.$$

TH1. $0 \leq m < 2$. Khi đó

$$P = m + \sqrt{4-m^2}; P' = 1 - \frac{m}{\sqrt{4-m^2}}; P' = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt{2}.$$

Bảng biến thiên

m	0	$\sqrt{2}$	2
P'	+	0	-
P			

Từ bảng biến thiên, suy ra $\max_{m \in [0;2]} P = 2\sqrt{2}$.

TH2. $-2 \leq m < 0$. Khi đó

$$P = -m + \sqrt{4 - m^2}; P' = -1 - \frac{m}{\sqrt{4 - m^2}}; P' = 0 \Leftrightarrow m = -\sqrt{2}.$$

Bảng biến thiên

m	-2	$-\sqrt{2}$	0
P'	+	0	-
P			

Từ bảng biến thiên, suy ra $\max_{m \in (-2;0)} P = 2\sqrt{2}$.

Vậy $\max_{m \in (-2;2)} P = 2\sqrt{2}$ khi $m = \pm\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 50.

Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) \, dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$. Khi đó

$$2 = \int_0^1 x f(x) \, dx = \frac{x^2}{2} f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{2} \cdot f'(x) \, dx \Rightarrow \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) \, dx = -4 \Rightarrow 40 \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) \, dx = -160.$$

Ta có $\int_0^1 [f'(x)]^2 \, dx = 80$; $400 \int_0^1 x^4 \, dx = 80$. Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} 40 \int_0^1 x^2 \cdot f'(x) \, dx + \int_0^1 [f'(x)]^2 \, dx + 400 \int_0^1 x^4 \, dx &= -160 + 80 + 80 = 0 \\ \Rightarrow (f'(x) + 20x^2)^2 &= 0 \Rightarrow f'(x) = -20x^2 \Rightarrow f(x) = -\frac{20x^3}{3} + C. \end{aligned}$$

Ta có $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$. Do đó $f(x) = -\frac{20x^3}{3}$.

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) \, dx = -\frac{5}{3}.$$

Chọn đáp án (D)

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 14
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ đạt cực tiểu tại:

- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = \pm 1$. D. $x = 0, x = 1$.

CÂU 2. Cho $a > 0; a \neq 1$ và x, y là hai số dương. Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $\log_{\frac{1}{a}} x = -4 \cdot \log_a^2 x$. B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
C. $\log_a x^{2016} = 2016 \cdot \log_a x$. D. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, với $1 \neq b > 0$.

CÂU 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA$ vuông góc với mặt đáy, $SA = 3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $6a^3$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $2a^3$.

CÂU 4. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. Vô số.

CÂU 5. Một lô hàng gồm có 50 sản phẩm trong đó có 3 sản phẩm lỗi. Chọn ngẫu nhiên 2 sản phẩm trong đó. Tính xác suất để có đúng 1 sản phẩm lỗi.

- A. $\frac{141}{1225}$. B. $\frac{141}{2450}$. C. $\frac{282}{1225}$. D. $\frac{2}{50}$.

CÂU 6. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2 + i)(-1 + i)(2i + 1)^2$.

- A. $\bar{z} = 15 + 5i$. B. $\bar{z} = 1 + 3i$. C. $\bar{z} = 5 + 15i$. D. $\bar{z} = 5 - 15i$.

CÂU 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số và $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$ thì $F(x)$ là:

- A. $\sqrt{3} - \cot x$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3} - \cot x$. C. $-\sqrt{3} - \cot x$. D. $-\frac{\sqrt{3}}{3} - \cot x$.

CÂU 8. Cho hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$. Giải bất phương trình $f'(x) \geq 0$.

- A. $x \geq 0$. B. $x > 0$. C. $x \in \mathbb{R}$. D. $x \geq 1$.

CÂU 9. Cho tam giác ABC đều cạnh a , đường cao AH . Tính thể tích của khối nón sinh ra khi cho tam giác ABC quay xung quanh trục AH .

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{24}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

CÂU 10. Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$.

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C$. B. $2\sqrt{2x+1} + C$. C. $\frac{1}{\sqrt{2x+1}} + C$. D. $\sqrt{2x+1} + C$.

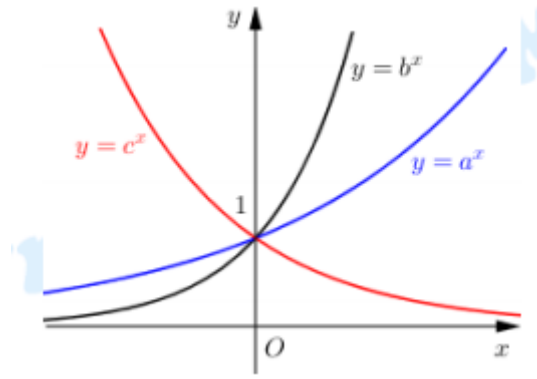
CÂU 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;3), B(3;0)$ và $C(-1;-1)$. Giả sử $I(a;b)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính $a + 2b$.

- A. 2. B. -1. C. -2. D. 1.

CÂU 12. Một hình nón có đỉnh S , bán kính đáy và đường cao đều bằng a . Dụng hai đường sinh SA, SB biết $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Tính sin góc tạo bởi mặt phẳng (SAB) và đáy.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

CÂU 13. Cho ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A. $a > b > c > 1$. B. $1 < c < b < a$. C. $c < 1 < b < a$. D. $c < 1 < a < b$.

CÂU 14. Cho $x > 0$ thỏa mãn $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$. Tính $(\log_2 x)^2$.

- A. 3. B. $3\sqrt{3}$. C. 27. D. 9.

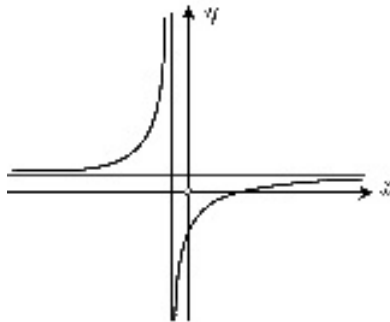
CÂU 15. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ có chiều cao bằng đường kính đáy.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

CÂU 16. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC và G là trọng tâm tam giác ACD . Tính thể tích tứ diện $AGMN$.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

CÂU 17. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là hình vẽ bên. Hỏi mệnh đề nào sau đây **đúng**?



- A. $ad > 0$ và $bd > 0$. B. $ad > 0$ và $ab < 0$. C. $bd < 0$ và $ab > 0$. D. $ad < 0$ và $ab < 0$.

CÂU 18. Cho hàm số $y = x - \cos x$ trên khoảng $K = (-2\pi; 2\pi)$. Hàm số nghịch biến trên những khoảng con nào của K ?

- A. $\emptyset$. B. $\left(-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.
C. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. D. $(-2\pi; 2\pi)$.

CÂU 19. Cho hàm số $y = \cos x + \sqrt{1 - \cos^2 x}$ có giá trị lớn nhất là M và giá trị nhỏ nhất là m . Tính $M + m$.

- A. $1 + \sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2} - 1$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$.

CÂU 20. Biết rằng phương trình $5^{x-1} + 5^{3-x} = 26$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tính tổng $x_1 + x_2$.

- A. 2. B. 4. C. -2. D. 5.

CÂU 21. Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a, OB = 2a, OC = 3a$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $O.ABC$.

- A. $S = 11\pi a^2$. B. $S = 14\pi a^2$. C. $S = 12\pi a^2$. D. $S = 10\pi a^2$.

CÂU 22. Cho $\int_7^{11} f(x)dx = 10$. Tính $I = 2 \cdot \int_3^5 f(2x+1)dx$.

- A. 10. B. 20. C. 40. D. 30.

CÂU 23. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = 1$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng là:

- A. Đường tròn. B. Trục thực. C. Trục ảo. D. Một điểm.

CÂU 24. Tính mô đun của số phức z thỏa mãn $z\bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 4 - 3i$.

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = 3$. C. $|z| = 4$. D. $|z| = 1$.

CÂU 25. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3.4^x - 5.6^x + 2.9^x < 0$.

- A. $(-\infty; 0)$. B. $\left(\frac{2}{5}; 1\right)$. C. $\left(0; \frac{2}{3}\right)$. D. $(0; 1)$.

CÂU 26. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy. Tính khoảng cách A tới mặt phẳng (SBD) .

- A. a . B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{a}{3}$. D. $\frac{a}{2}$.

CÂU 27. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y = -2x + m$. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A, B và trung điểm của AB có hoành độ bằng $\frac{5}{2}$.

- A. 8. B. 9. C. 11. D. 10.

CÂU 28. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$.

- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{9}{4}$. C. $\frac{155}{12}$. D. $\frac{7}{12}$.

CÂU 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^4 - 2x^2 - 2|$ tại 6 điểm phân biệt.

- A. $2 < m < 3$. B. $2 < m < 4$. C. $m = 3$. D. $0 < m < 3$.

CÂU 30. Biết $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin x} = \frac{1}{2} \ln(a + b\sqrt{3})$, $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a + 2b$.

- A. $S = 3$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = 9$.

CÂU 31. Tập hợp tất cả các đường thẳng đi qua điểm $A(0; 1; 2)$ và vuông góc với $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$ có phương trình là:

- A. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-2}$. B. $2x - y + 2z - 3 = 0$.
C. $2x - y + 2z - 5 = 0$. D. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

CÂU 32. Biết ba số thực $\cos a, \cos 2a, \cos 3a$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có công sai là số thực dương. Tìm công sai.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$. D. 1.

CÂU 33. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -mx^4 + (m^2 - 1)x^2 + m + 1$ có ba cực trị.

- A. $\begin{cases} -1 \leq m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} -1 < m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < 1 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ m \leq 1 \end{cases}$.

CÂU 34. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + mx$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

- A. $m > -2$. B. $m > 0$. C. $m > -1$. D. $m > 1$.

CÂU 35. Cho hàm số $y = 3\ln(x^2 + x + 1)$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành.

- A. $\begin{cases} y = 3x \\ y = -3x - 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} y = 3x \\ y = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} y = 3x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} y = 3x + 3 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$.

CÂU 36. Biết $I = \int_0^1 \frac{dx}{2^x + 1} = \log_a b$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Q}$). Tính $S = a + 3b$.

- A. $S = 4$. B. $S = \frac{8}{3}$. C. $S = \frac{20}{3}$. D. $S = 6$.

CÂU 37. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$; góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là 60° . Tính thể tích khối chóp $ABCC'B'$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{3a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

CÂU 38. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 - 1)}{x - 1}, & \text{khi } x > 1 \\ ax + b, & \text{khi } -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^3 + 8}{2x + 4}, & \text{khi } x < -2 \end{cases}$$

(a, b là các hằng số thực). Biết rằng f liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $f(0)$.

- A. $f(0) = 2$. B. $f(0) = \frac{10}{3}$. C. $f(0) = \frac{4}{3}$. D. $f(0) = -\frac{4}{3}$.

CÂU 39. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x = e$ quay quanh Ox .

- A. $V = \frac{2e^3 + 1}{9}\pi$. B. $V = \frac{2e^3 + 1}{3}$. C. $V = \frac{3e^3}{2}$. D. $V = \frac{9e^3\pi}{2}$.

CÂU 40. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y^2 - 1 - x = 0$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$.

- A. $\frac{14}{3}$. B. $\frac{28}{3}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

CÂU 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt cầu đi qua ba điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 0; 0)$, $C(1; 1; 1)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$ là:

- A. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1$. B. $(x - 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$.
C. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 1$. D. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$.

CÂU 42. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n + 3)$. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$.

- A. 495. B. 792. C. 220. D. 924.

CÂU 43. Tìm m để trên đường cong $(C): y = \sqrt{2x^2 - 2mx + 3} + 2$ có điểm M có tọa độ đều dương và nó cách đều hai trục tọa độ.

- A. $\left[\frac{11}{4}; +\infty\right)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{13}{4}\right]$. D. $(-5; 4)$.

CÂU 44. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \sqrt{m + 5}\sin x - \sqrt{9 - m}\cos x + 2$. Với điều kiện nào của m thì đồ thị hàm số có tiếp tuyến cùng phương với đường thẳng $(d): y = 2x$?

- A. $4 \leq m \leq 9$. B. $m \geq 4$. C. $-5 \leq m \leq 9$. D. $-5 \leq m \leq 4$.

CÂU 45. Cho hình nón (N) đỉnh P , đường tròn đáy tâm O . Thiết diện qua trục của (N) là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng 4. Gọi A là một điểm nằm trên đường tròn đáy và B là điểm thuộc miền trong của đáy sao cho $OB \perp AB$. C và H lần lượt là hình chiếu của O lên các đường PA và PB . Tìm độ dài OB để thể tích khối chóp $OHPC$ là lớn nhất.

- A. $OB = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $OB = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $OB = \frac{2\sqrt{6}}{3}$. D. $OB = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 46. Cho ba số thực a, b, c thỏa $a + b + 2c = 0$ và $a^2 + b^2 + 2c^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$P = \log_2(a^2) + \log_2(b^2) + \log_2(c^2).$$

- A. 6. B. 1. C. -1. D. -6.

CÂU 47. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 3}{3} = z - 1$ và $(d_2):$

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}.$$

A và B lần lượt là hai điểm trên (d_1) và (d_2) sao cho AB song song mặt phẳng Oxy . Khi A, B thay đổi, tập hợp trung điểm E của AB là.

- A. Một điểm. B. Một đường thẳng. C. Một đường tròn. D. Một mặt cầu.

CÂU 48. Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $f(x) = x[\sin x - f'(x)]$.

Tính $I = \int_{\pi/4}^{\pi/2} xf(x) dx$.

- A. $1 + \frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\pi\sqrt{2}}{8}$. C. $1 - \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi\sqrt{2}}{8}$. D. $\sqrt{2} - \frac{3\pi}{4} + \frac{\pi\sqrt{2}}{8}$.

CÂU 49. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa điều kiện $|z + 2 + 3i| = |2z + 1|$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Khi biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$ đạt GTLN. Tìm giá trị tuyệt đối phần thực của tổng $z_1 + z_2$.

- A. $1 - \frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{4}{\sqrt{5}}$. C. 0. D. $\sqrt{5}$.

CÂU 50. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình lần lượt là $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$, $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$). Phương trình đường thẳng vuông góc với $(P): 7x + y - 4z = 0$ và cắt

cả hai đường thẳng d_1, d_2 là

- A. $\frac{x}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. B. $\frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$.
C. $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-4}$. D. $\frac{x+\frac{1}{2}}{7} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-\frac{1}{2}}{-4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. D	4. B	5. A	6. C	7. A	8. C	9. D	10. D
11. A	12. D	13. D	14. C	15. A	16. B	17. B	18. A	19. C	20. B
21. B	22. A	23. C	24. A	25. D	26. B	27. B	28. A	29. A	30. B
31. B	32. A	33. B	34. D	35. A	36. D	37. C	38. B	39. A	40. B
41. A	42. A	43. A	44. C	45. C	46. D	47. B	48. D	49. C	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Xét $x \in [0; 3]$, ta có $(C): y^2 - 1 - x = 0 \Rightarrow (C): y = \pm\sqrt{x+1}$.

Từ đó suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ là

$$S = 2 \cdot \int_0^3 \sqrt{x+1} dx = \frac{28}{3}.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 41.

Gọi phương trình mặt cầu cần tìm có dạng là $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Do mặt cầu đi qua ba điểm $A(2; 0; 1), B(1; 0; 0), C(1; 1; 1)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$ nên

$$\begin{cases} -4a - 2c + d = -5 \\ -2a + d = -1 \\ -2a - 2b - 2c + d = -3 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 11 \\ d = 1. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 42.

Ta có $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow n = 12$. Từ đó suy ra

$$\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^{-3})^{12-k} \cdot x^{\frac{5k}{2}} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{\frac{11k}{2} - 36}.$$

Hệ số của x^8 tương ứng với $\frac{11k}{2} - 36 = 8 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy hệ số của x^8 là $C_{12}^8 = 495$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 43.

M có tọa độ đều dương và cách đều hai trục tọa độ nên M thuộc đường thẳng $(d): y = x$ với $x > 0$.

YCBT $\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 2mx + 3} + 2 = x$ (*) có nghiệm $x > 0$.

$$\text{Ta có (*)} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2(m-2)x - 1 = 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x} = 2(m-2) \\ x \geq 2. \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ với $x \in [2; +\infty)$. Ta có $f'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in [2; +\infty)$.

Bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra YCBT $\Leftrightarrow 2(m-2) \geq \frac{3}{2} \Leftrightarrow m \geq \frac{11}{4}$.

Vậy $m \in \left[\frac{11}{4}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 44.

Điều kiện: $-5 \leq m \leq 9$.

Ta có $y' = \sqrt{m+5} \cos x + \sqrt{9-m} \sin x$.

Đồ thị hàm số có tiếp tuyến cùng phương với đường thẳng (d) : $y = 2x$ khi và chỉ khi phương trình $\sqrt{m+5} \cos x + \sqrt{9-m} \sin x = 2$ (*) có nghiệm.

Ta có (*) có nghiệm $\Leftrightarrow m+5+9-m \geq 2^2 \Leftrightarrow 14 \geq 4$ (luôn đúng).

Vậy $-5 \leq m \leq 9$ thì đồ thị hàm số có tiếp tuyến cùng phương với đường thẳng (d) : $y = 2x$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 45.

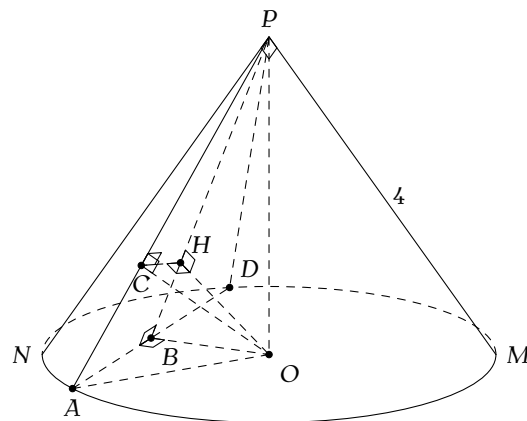
Gọi D là giao điểm của AD và đường tròn đáy; $\triangle MPN$ là một thiết diện qua trục của hình nón.

Ta có $OB \perp AD \Rightarrow B$ là trung điểm của AD.

Đặt $OB = x$, ($0 < x < 2\sqrt{2}$). Khi đó, ta tính được các độ dài sau:

$$PO = 2\sqrt{2}, PB = \sqrt{8+x^2}, OH = \frac{2x\sqrt{2}}{\sqrt{8+x^2}}, PC = 2, PH = \frac{8}{\sqrt{8+x^2}}, CH = \sqrt{PH^2 - PC^2} = \frac{2\sqrt{8-x^2}}{\sqrt{8+x^2}}.$$

Suy ra thể tích khối chóp OHPC là



$$V = \frac{1}{3} \cdot OH \cdot \frac{1}{2} \cdot PC \cdot CH = \frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{x\sqrt{8-x^2}}{\sqrt{8+x^2}}.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x\sqrt{8-x^2}}{\sqrt{8+x^2}} = \frac{\sqrt{\frac{8}{x^2}-1}}{\frac{8}{x^2}+1}, (0 < x < 2\sqrt{2})$.

Đặt $t = \frac{8}{x^2}, (t > 1)$. Khi đó $f(x) = f(t) = \frac{\sqrt{t-1}}{t+1}$.

Ta có $f'(t) = \frac{-t+3}{2(t+1)^2 \cdot \sqrt{t-1}}$. Bảng biến thiên:

x	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\frac{\sqrt{2}}{4}$		

Từ bảng biến thiên suy ra $\max f(t) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ khi và chỉ khi $t = 3 \Leftrightarrow \frac{8}{x^2} = 3 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $OB = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ thì thể tích khối chóp OHPC lớn nhất.

Chọn đáp án (C)

CÂU 46.

⊙ $a + b + 2c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{a+b}{2}$.

⊙ $a^2 + b^2 + 2c^2 = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + \frac{(a+b)^2}{2} = 1 \Leftrightarrow 3(a+b)^2 - 4ab = 2$.

Đặt $t = a + b \Rightarrow 3t^2 - 2 = 4ab \leq t^2 \Rightarrow t^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq t \leq 1$.

Ta có

$$\begin{aligned} P &= 2\log_2 |abc| = 2\log_2 \left| \frac{ab(a+b)}{2} \right| \\ &= 2\log_2 \left| t \cdot \frac{3t^2-2}{8} \right| = 2\log_2 |t(3t^2-2)| - 6. \end{aligned}$$

Xét $f(t) = t(3t^2 - 2) = 3t^3 - 2t \Rightarrow f'(t) = 9t^2 - 2; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Bảng biến thiên

t	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	1
$f'(t)$	+	0	-	+
$f(t)$	-1	$\frac{4\sqrt{2}}{9}$	$-\frac{4\sqrt{2}}{9}$	1

Suy ra $|t(3t^2 - 2)| \leq 1$.

Vậy $\max P = -6 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = \frac{1}{2}, c = -\frac{1}{2} \\ a = b = -\frac{1}{2}, c = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 47.

Phương trình tham số của (d_1) là $\begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = -3 + 3k \\ z = 1 + k \end{cases}$.

Ta có $A \in (d_1)$ nên $A(1 + 2k; -3 + 3k; 1 + k)$, $B \in (d_1)$ nên $B(3 + t; 1 - t; 2t)$.

Suy ra $E\left(2 + k + \frac{t}{2}; -1 + \frac{3k - t}{2}; \frac{1}{2} + t + \frac{k}{2}\right)$ và $\overrightarrow{AB} = (2 + t - 2k; 4 - t - 3k; -1 + 2t - k)$.

Do $AB \parallel (Oxy)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{k} = 0 \Rightarrow 2t - k = 1 \Rightarrow k = 2t - 1$.

Vậy $E\left(1 + \frac{5}{2}t; -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}t; 2t\right)$.

Kết luận: tập hợp điểm E là đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 + \frac{5}{2}t \\ y = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}t \\ z = 2t \end{cases}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 48.

Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= x [\sin x - f'(x)] \\ \Rightarrow f(x) + xf'(x) &= x \sin x \\ \Rightarrow [xf(x)]' &= x \sin x \\ \Rightarrow xf(x) &= \int x \sin x dx = -x \cos x + \sin x + C \\ \Rightarrow xf(x) &= -x \cos x + \sin x + C. \end{aligned}$$

Do $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ nên $C = -1$. Suy ra $xf(x) = -x \cos x + \sin x - 1$.

Từ đó suy ra

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} xf(x) dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (-x \cos x + \sin x - 1) dx = (-x \sin x - 2 \cos x - x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{3\pi}{4} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}\pi}{8}.$$

Vậy $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} xf(x) dx = -\frac{3\pi}{4} + \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}\pi}{8}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 49.

Gọi $z = x + yi$. Khi đó

$$|z + 2 + 3i| = |2z + 1| \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y - 6 = 0.$$

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn z_1 và z_2 . Khi đó A, B thuộc đường tròn tâm $I(0; 1)$ bán kính $R = \sqrt{7}$.

Do $|z_1 - z_2| = 2$ nên $AB = 2$. Ta có hình vẽ sau

Gọi H là trung điểm của AB .

$$\text{Ta có } OH^2 = \frac{OA^2 + OB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \geq \frac{(OA + OB)^2}{4} - 1.$$

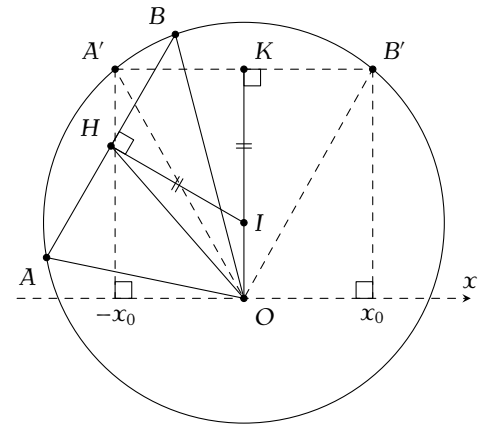
$$\text{Mà } P = |z_1| + |z_2| = OA + OB.$$

$$\text{Suy ra } \frac{P^2}{4} \leq OH^2 + 1. \quad (1)$$

Gọi A', B' là hai điểm nằm trên đường tròn thỏa $A'B' = 2$ và $OI \perp A'B'$.

Gọi K là trung điểm của $A'B'$. Khi đó

$$IK = IH \Rightarrow OK = IK + IO = IH + IO \geq OH \quad (2)$$



$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{P^2}{4} \leq OK^2 + 1.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} OA = OB \\ OH = OK \end{cases} \Leftrightarrow AB \equiv A'B'.$$

Vậy $\max P$ xảy ra khi và chỉ khi $AB \equiv A'B'$.

Khi đó hoành độ của A và B là hai số đối nhau. Do đó giá trị tuyệt đối phần thực của tổng $z_1 + z_2$ bằng 0.

Chọn đáp án **(C)**

CÂU 50.

Gọi đường thẳng cần tìm là d ; A, B lần lượt là giao điểm của d với d_1 và d_2 . Khi đó $A(2t_1; 1 - t_1; -2 + t_1)$ và $B(-1 + 2t_2; 1 + t_2; 3)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-1 + 2t_2 - 2t_1; t_2 + t_1; 5 - t_1).$$

Lấy $\vec{n} = (7; 1; -4)$ là một vtpt của (P) .

Theo đề bài, ta có $\overrightarrow{AB} = k \cdot \vec{n}$ (với $k \in \mathbb{R}$ nào đó). Từ đó ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -2t_1 + 2t_2 - 1 = 7k \\ t_1 + t_2 = k \\ -t_1 + 5 = -4k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \\ t_2 = -2 \\ k = -1. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } A(2; 0; -1).$$

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } d \text{ là } (d): \frac{x-2}{7} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}.$$

Chọn đáp án **(B)**

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2023 (MỨC 9+) — ĐỀ 15
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.

- A. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. B. $(-\sqrt{3}; 0); (\sqrt{2}; +\infty)$.
C. $(-\sqrt{2}; 0); (\sqrt{2}; +\infty)$. D. $(\sqrt{2}; +\infty)$.

CÂU 2. Tìm số phức liên hợp của số phức z thỏa mãn $(1 - i)z = 1 + 3i$.

- A. $\bar{z} = -1 + 2i$. B. $\bar{z} = 1 - 2i$. C. $\bar{z} = -1 - 2i$. D. $\bar{z} = 1 + 2i$.

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y					
	1	$\nearrow$	$+\infty$		
			$-\infty$	$\nearrow$	2
				$\searrow$	1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.
B. Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt thì $m \in (1; 2)$.
C. Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.
D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

CÂU 4. Tìm giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$.

- A. 1. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

CÂU 5. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$.

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$. B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln |x| + C$.
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln |x| + C$. D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$. Tìm khẳng định sai.

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
B. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.
C. Hàm số không có cực trị.
D. $f(x)$ luôn nhỏ hơn 1 với mọi x dương.

CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x) = \log(x^2 - x)$. Giải bất phương trình $f'(x) < 0$.

- A. $x < 0$. B. $x < \frac{1}{2}$. C. $x < 0$ và $\frac{1}{2} < x < 1$. D. Vô nghiệm.

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x) = |2x^2 - 3x - 1|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là:

- A. $\frac{17}{8}$. B. $\frac{9}{4}$. C. 2. D. 3.

CÂU 9. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(2-i)\bar{z} - 3z = -1 + 3i$. Tính giá trị biểu thức $P = a - b$.

- A. $P = 5$. B. $P = -2$. C. $P = 3$. D. $P = 1$.

CÂU 10. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3) - 1 = \log_{\sqrt{2}} x$ là:

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

CÂU 11. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a, AD = 3a$; các cạnh bên có độ dài bằng nhau và bằng $5a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

- A. $\frac{10a^3}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $10a^3\sqrt{3}$. D. $9a^3\sqrt{3}$.

CÂU 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại $A(1;2)$.

- A. $x + 2y = 0$. B. $x - 2y = 0$. C. $x + 2y - 5 = 0$. D. $2x - y = 0$.

CÂU 13. Cho điểm $M(-3;2;4)$, gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox, Oy, Oz . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) .

- A. $6x - 4y - 3z - 12 = 0$. B. $3x - 6y - 4z + 12 = 0$.
C. $4x - 6y - 3z + 12 = 0$. D. $4x - 6y - 3z - 12 = 0$.

CÂU 14. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình thoi tâm O , cạnh a , $\widehat{QMN} = 60^\circ$. Biết $SM = SP$, $SN = SQ$. Kết luận nào sau đây sai?

- A. M và P đối xứng nhau qua (SNQ) . B. MP vuông góc với NQ .
C. SO vuông góc với $(MNPQ)$. D. MQ vuông góc với SP .

CÂU 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; -1; 0)$, biết $\vec{b}$ cùng chiều với $\vec{a}$ và có $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 10$. Chọn phương án đúng.

- A. $\vec{b} = (-6; 3; 0)$. B. $\vec{b} = (-4; 2; 0)$. C. $\vec{b} = (6; -3; 0)$. D. $\vec{b} = (4; -2; 0)$.

CÂU 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, SB = 3a, SC = 4a$. Tìm khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{14a}{13}$. B. $7a$. C. $\frac{12a}{13}$. D. $\frac{13a}{12}$.

CÂU 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + 3x + 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 1. B. 3. C. 5. D. Vô số.

CÂU 18. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\sin x + (m-1)\cos x = 2m+1$ có nghiệm?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 19. Tìm số điểm cực trị trong đoạn $[-\pi; 3\pi]$ của hàm số $y = \cos^2 x + \frac{1}{2} \sin 2x$.

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

CÂU 20. Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi.

- A. $12 - \log 5$ (giờ). B. $\frac{12}{5}$ (giờ). C. $12 - \log 2$ (giờ). D. $12 + \ln 5$ (giờ).

CÂU 21. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^2 - 1} + 3x^2 + 2}{x^2 - x}$ là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

CÂU 22. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $9x^2 - 2 \cdot 3^{x^2+1} + 3m - 1 = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt

- A. $m = \frac{10}{3}$. B. $2 < m < \frac{10}{3}$. C. $m = 2$. D. $m < 2$.

CÂU 23. Biết $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 60$. B. $S = 70$. C. $S = 72$. D. $S = 68$.

CÂU 24. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $x = y^2$ quay quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{3\pi}{10}$. B. 10π . C. $\frac{10\pi}{3}$. D. 3π .

CÂU 25. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, gọi A, B, C, D lần lượt là bốn điểm biểu diễn bốn nghiệm z_1, z_2, z_3, z_4 đó. Tính giá trị của $P = OA + OB + OC + OD$, trong đó O là gốc tọa độ.

- A. $P = 4$. B. $P = 2 + \sqrt{2}$. C. $P = 2\sqrt{2}$. D. $P = 4 + 2\sqrt{2}$.

CÂU 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song và cách (P) một khoảng bằng $\frac{11}{2\sqrt{14}}$.

- A. $-4x - 2y + 6z + 7 = 0; 4x + 2y - 6z + 15 = 0$. B. $-4x - 2y + 6z - 7 = 0; 4x + 2y - 6z + 5 = 0$.
C. $-4x - 2y + 6z + 5 = 0; 4x + 2y - 6z - 15 = 0$. D. $-4x - 2y + 6z + 3 = 0; 4x + 2y - 6z - 15 = 0$.

CÂU 27. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} - 2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x$ là:

- A. $(-\infty; -1] \cup [0; 1]$. B. $[-1; 0]$. C. $(-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$. D. $[-1; 0] \cup (1; +\infty)$.

CÂU 28. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A ; $AB = 2, AC = 3$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với $(A'B'C')$ góc 60° . Thể tích lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{9\sqrt{39}}{26}$. B. $\frac{3\sqrt{39}}{26}$. C. $\frac{18\sqrt{39}}{13}$. D. $\frac{6\sqrt{39}}{13}$.

CÂU 29. Biết ba số $1 + 3x, x^2 - 5, 1 - x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Gọi S là tập tất cả các giá trị của x . Tìm tổng các phần tử của S .

- A. -1 . B. 1 . C. 0 . D. 2 .

CÂU 30. Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì giá trị của m là

- A. $m \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right] \setminus \{-1\}$. B. $m \in (-1; 2] \setminus \{-1\}$. C. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. D. $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right]$.

CÂU 31. Biết rằng đường thẳng $d: y = m - x$ luôn cắt đường cong $(C): y = \frac{2x + 1}{x + 2}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. $AB_{\min} = 4$. B. $AB_{\min} = \sqrt{6}$. C. $AB_{\min} = 3\sqrt{6}$. D. $AB_{\min} = 2\sqrt{6}$.

CÂU 32. Cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. B. $x + y + z - 6 = 0$.
C. $3x + 2y + z - 14 = 0$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

CÂU 33. Một viên phấn bằng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng 0,5 cm, chiều dài 6 cm. Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng các viên phấn đó với kích thước 6 cm $\times$ 5 cm $\times$ 6 cm. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

- A. 17. B. 15. C. 16. D. 18.

CÂU 34. Cho biểu thức $P(x) = (x^2 + x + 1)^{10}$. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển của $P(x)$.

- A. 6555. B. 6765. C. 6510. D. 6575.

CÂU 35. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỷ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng

- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{6}{5}$.

CÂU 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A lên các mặt phẳng (SBC) và (SDC) . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $C.BMND$.

- A. $4\pi a^2$. B. $2\pi a^2$. C. $9\pi a^2$. D. $5\pi a^2$.

CÂU 37. Một hình hộp chữ nhật nội tiếp trong mặt cầu bán kính bằng $\frac{\sqrt{21}}{2}$ cm và có diện tích hai mặt bên là 2 cm^2 và 8 cm^2 . Tính thể tích của hình hộp chữ nhật trên, biết rằng diện tích mặt còn lại của hình hộp lớn hơn $3,5 \text{ cm}^2$.

- A. $8\sqrt{17} \text{ cm}^3$. B. $\frac{8\sqrt{17}}{17} \text{ cm}^3$. C. $\frac{6\sqrt{17}}{17} \text{ cm}^3$. D. 8 cm^3 .

CÂU 38. Một nhà máy cần thiết kế một chiếc bể đựng nước hình trụ bằng tôn (không có nắp) có thể tích là $64\pi \text{ m}^3$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra tốn ít nguyên liệu nhất.

- A. $r = 3 \text{ m}$. B. $r = \sqrt[3]{16} \text{ m}$. C. $r = \sqrt[3]{32} \text{ m}$. D. $r = 4 \text{ m}$.

CÂU 39. Thầy giáo có 3 cuốn sách Văn, 4 cuốn Toán và 5 cuốn sách khoa học. Tất cả các cuốn sách đều khác nhau. Thầy tặng ngẫu nhiên cho 8 bạn học sinh, mỗi bạn 1 cuốn. Tính xác suất để sau khi tặng, mỗi loại thầy vẫn còn ít nhất 1 cuốn.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{3}{11}$. D. $\frac{8}{27}$.

CÂU 40. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = m\sqrt{x^2 + 4} - 2x$ trên đoạn $[-2; 4]$ lớn hơn hoặc bằng -2 .

- A. $\left[-\frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{5}}\right]$. B. $\left(-\infty; -\frac{3}{\sqrt{2}}\right]$. C. $[2\sqrt{2}; +\infty)$. D. $\left[\frac{3}{\sqrt{5}}; +\infty\right)$.

CÂU 41. Cho tứ giác $ABCD$ có góc giữa hai đường chéo bằng 30° và tổng của $AC + BD = 2a$. Tính diện tích lớn nhất của tứ giác $ABCD$.

- A. a^2 . B. $\frac{a^2}{2}$. C. $\frac{a^2}{4}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 42. Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1 thì giá trị của m là

- A. $m = 1; m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$. B. $m = -1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.
C. $m = 1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. D. $m = 1; m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

CÂU 43. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình $2\sqrt{x+1} + 3\sqrt{x-1} = (7-m)\sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 44. Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $2\sqrt{2}$ thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 , trong đó $S_1 < S_2$. Tìm tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

- A. $\frac{3\pi + 2}{21\pi - 2}$. B. $\frac{3\pi + 2}{9\pi - 2}$. C. $\frac{3\pi + 2}{12\pi}$. D. $\frac{9\pi - 2}{3\pi + 2}$.

CÂU 45. Cho $f(x)$ là hàm liên tục không âm trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(x) \cdot f(1-x) = a^2$ và $\int_0^1 \frac{dx}{a + f(x)} = \frac{b}{ca}$ trong đó b, c là hai số nguyên dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $S = b + c$.

- A. 3. B. 2. C. $3 + a^2$. D. $1 + 2a^2$.

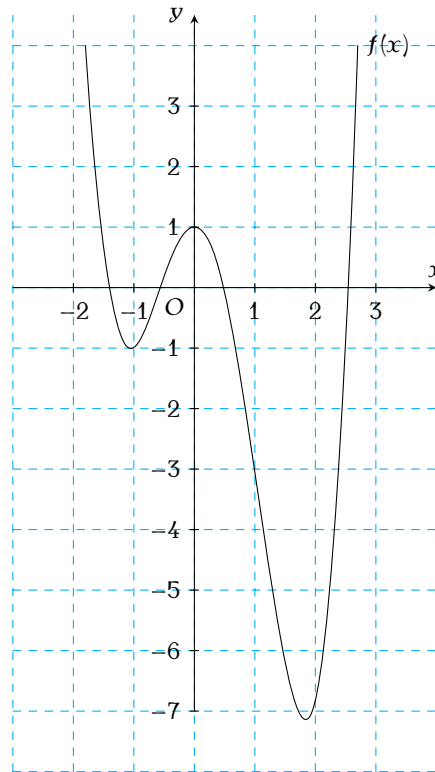
CÂU 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Xét số phức $w = \frac{2z-1}{2+iz}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|w|$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $M + m = \frac{2\sqrt{17}}{3}$. B. $M + m = \frac{15}{12}$. C. $M - m = \frac{2\sqrt{15}}{3}$. D. $M - m = \frac{50}{21}$.

CÂU 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$ với a, b, c dương. Biết di động trên các tia Ox, Oy, Oz sao cho $a + b + c = 2018$. Biết rằng khi a, b, c thay đổi thì quỹ tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O tới mặt phẳng (P) .

- A. 2017. B. 2018. C. $\frac{4036}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1009}{\sqrt{3}}$.

CÂU 48. Cho hàm bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 1$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = [f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x)$ và trục hoành.

- A. 3. B. 7. C. 5. D. 6.

CÂU 49. Chọn ngẫu nhiên 5 số tự nhiên từ các số $\{1; 2; \dots, 100\}$. Tính xác suất để không có hai số tự nhiên liên tiếp trong các số được chọn (làm tròn 2 chữ số thập phân).

- A. 0,81. B. 0,75. C. 0,67. D. 0,88.

CÂU 50. Cho số phức z có $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z + 1| - |z^2 - z + 1|$.

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{7}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. B	4. C	5. C	6. B	7. A	8. A	9. C	10. A
11. C	12. D	13. C	14. D	15. D	16. C	17. B	18. C	19. D	20. A
21. A	22. C	23. B	24. A	25. D	26. A	27. D	28. C	29. B	30. D
31. D	32. C	33. C	34. B	35. A	36. B	37. D	38. D	39. B	40. D
41. C	42. C	43. A	44. B	45. A	46. A	47. D	48. D	49. A	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Ta có $\min_{[-2;4]} y \geq -2 \Leftrightarrow y \geq -2, \forall x \in [-2;4] \Leftrightarrow m \geq \frac{2x-2}{\sqrt{x^2+4}}, \forall x \in [-2;4].$ (1)

Đặt $f(x) = \frac{2x-2}{\sqrt{x^2+4}}, (x \in [-2;4])$. Ta có $f'(x) = \frac{2x+8}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

Bảng biến thiên

x	-2	4
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$\nearrow \frac{3}{\sqrt{5}}$	

Từ bảng biến thiên suy ra (1) $\Leftrightarrow m \geq \frac{3}{\sqrt{5}}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 41.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin \widehat{BOC} \\ &= \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin 30^\circ \\ &\leq \frac{1}{4} \cdot \frac{(AC+BD)^2}{4} = \frac{4a^2}{16} = \frac{a^2}{4}. \end{aligned}$$

Vậy $\max S_{ABCD} = \frac{a^2}{4}$ khi $AC = BD = a$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 42.

Điều kiện để hàm số có ba điểm cực trị là $m > 0$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm\sqrt{m}$.

Gọi A, B, C là ba điểm cực trị. Khi đó $A(0; m), B(-\sqrt{m}; -m^2 + m), C(\sqrt{m}; -m^2 + m)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-\sqrt{m}; -m^2) \Rightarrow AB = AC = \sqrt{m+m^4}; AH = m^2$.

Ta có

$$\begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} = \frac{AH \cdot BC}{2} \\ \Rightarrow m^4 + m &= 2m^2 \\ \Rightarrow m &= 1 \vee m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ (do } m > 0). \end{aligned}$$

Vậy $m = 1$ hoặc $m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ là giá trị cần tìm của m .

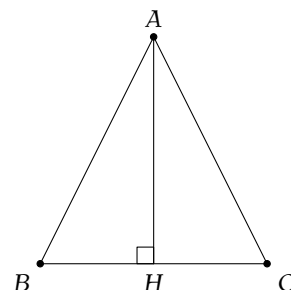
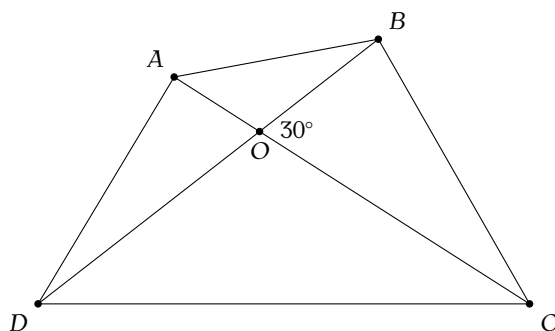
Chọn đáp án (C)

CÂU 43.

Điều kiện: $x \geq 1$.

Nhận xét: $x = 1$ không là nghiệm của phương trình nên phương trình tương đương

$$2 \cdot \sqrt[4]{\frac{x+1}{x-1}} + 3 \cdot \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}} = 7 - m. \quad (*)$$



Đặt $t = \sqrt[4]{\frac{x+1}{x-1}}$, ($t > 1$). Khi đó

$$(*) \Leftrightarrow 2t + \frac{3}{t} = 7 - m. \quad (**)$$

Nhận xét: cứ 1 giá trị của t sẽ có 1 giá trị của x tương ứng, do đó $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $(**)$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Đặt $f(t) = 2t + \frac{3}{t}$, ($t > 1$). Ta có $f'(t) = 2 - \frac{3}{t^2}$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{3}{2}}$.

Bảng biến thiên

t	1	$\sqrt{\frac{3}{2}}$	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	5	$2\sqrt{6}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra $(**)$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$2\sqrt{6} < 7 - m < 5 \Leftrightarrow 2 < m < 2\sqrt{6} - 7 \approx 2,1.$$

Vậy không có số tự nhiên m nào để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (A)

CÂU 44.

Phương trình đường tròn tâm O bán kính $2\sqrt{2}$ là $x^2 + y^2 = 8$. Xét $y > 0$ thì $y = \sqrt{8 - x^2}$.

Hoành độ giao điểm: $\sqrt{8 - x^2} = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Ta có

$$S_1 = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8 - x^2} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \int_{-2}^2 \sqrt{8 - x^2} dx - \frac{8}{3}.$$

Đặt $x = 2\sqrt{2} \sin t \Rightarrow dx = 2\sqrt{2} \cos t dt$. Đổi cận $\frac{x}{t} \left| \begin{array}{c} -2 \\ -\pi/4 \end{array} \right| \begin{array}{c} 2 \\ \pi/4 \end{array}$. Khi đó

$$S_1 = 8 \cdot \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos^2 t dt - \frac{8}{3} = 4 \cdot \int_{-\pi/4}^{\pi/4} (1 + \cos 2t) dt - \frac{8}{3} = 2\pi + \frac{4}{3}.$$

Suy ra $S_1 = S - S_1 = 8\pi - 2\pi - \frac{4}{3} = 6\pi - \frac{4}{3}$.

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi + \frac{4}{3}}{6\pi - \frac{4}{3}} = \frac{3\pi + 2}{9\pi - 2}.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 45.

Ta có $I = \int_0^1 \frac{dx}{a + f(x)} = \int_0^1 \frac{dx}{a + f(1-x)}$.

Suy ra

$$\begin{aligned} 2I &= \int_0^1 \frac{dx}{a + f(x)} + \int_0^1 \frac{dx}{a + f(1-x)} = \int_0^1 \frac{2a + f(x) + f(1-x)}{a^2 + a[f(x) + f(1-x)] + f(x) \cdot f(1-x)} dx \\ &= \int_0^1 \frac{2a + f(x) + f(1-x)}{a^2 + a[f(x) + f(1-x)] + a^2} dx = \int_0^1 \frac{2a + f(x) + f(1-x)}{a[2a + f(x) + f(1-x)]} dx = \int_0^1 \frac{1}{a} dx = \frac{1}{a}. \end{aligned}$$

Suy ra $I = \frac{1}{2a}$. Do đó $b = 1, c = 2$.

Vậy $S = b + c = 3$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 46.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow a^2 + b^2 = 1$.

Ta có

$$|w| = \left| \frac{2z-1}{2+iz} \right| = \frac{|2z-1|}{|2+iz|} = \sqrt{\frac{(2a-1)^2 + (2b)^2}{(2-b)^2 + a^2}} = \sqrt{\frac{5-4a}{5-4b}}.$$

Đặt $t = \frac{5-4a}{5-4b}$. Khi đó

$$\begin{aligned} t(5-4b) &= 5-4a \Leftrightarrow 5(t-1) = 4(bt-a) \\ &\Rightarrow 25(t-1)^2 = 16(bt-a)^2 \leq 16(a^2+b^2)(1+t^2) = 16(1+t^2) \\ &\Leftrightarrow 9t^2 - 50t + 9 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{25-4\sqrt{34}}{9} \leq t \leq \frac{25+4\sqrt{34}}{9} \\ &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{17}-2\sqrt{2}}{3} \leq \sqrt{t} \leq \frac{\sqrt{17}+2\sqrt{2}}{3}. \end{aligned}$$

Suy ra $\max |w| = \frac{\sqrt{17}+2\sqrt{2}}{3}$; $\min |w| = \frac{\sqrt{17}-2\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $M+m = \frac{2\sqrt{17}}{3}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 47.

Gọi phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2Ax - 2By - 2Cz + D = 0$.

Do $O, A, B, C \in (S)$ nên

$$\begin{cases} D = 0 \\ a^2 + 2Aa = 0 \\ b^2 - 2Bb = 0 \\ c^2 - 2Cc = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -\frac{a}{2} \\ B = -\frac{b}{2} \\ C = -\frac{c}{2} \end{cases} \Rightarrow A+B+C = -\frac{a+b+c}{2} = -1009.$$

Vậy tâm mặt cầu thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z + 1009 = 0$.

Suy ra $d[O, (P)] = \frac{1009}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 48.

Ta có $y = [f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = [f'(x) \cdot f(x)]'$. Do đó số giao điểm của đồ thị hàm số $y = [f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x)$ và trục hoành chính là số cực trị của hàm số $y = f'(x) \cdot f(x)$.

Ta có $f'(x) \cdot f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$.

Từ đồ thị, ta thấy $f(x)$ có 4 nghiệm và $f'(x)$ có 3 cực trị nên $f'(x)$ có 3 nghiệm. Tất cả các nghiệm này khác nhau đôi một nên $f'(x) \cdot f(x)$ có 7 nghiệm phân biệt.

Như vậy hàm số $y = f'(x) \cdot f(x)$ sẽ có 6 cực trị.

Kết luận: đồ thị hàm số $y = [f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x)$ cắt trục hoành tại 6 điểm phân biệt.

Chọn đáp án (D)

CÂU 49.

Gọi 5 số được chọn là a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 . Do không có hai số tự nhiên liên tiếp nào nên $1 \leq a_1 < a_2 - 1 < a_3 - 2 < a_4 - 3 < a_5 - 4 \leq 96$.

Như vậy công việc của chúng ta tương đương với việc chọn ra 5 số a, b, c, d, e thỏa $1 \leq a < b < c < d < e \leq 96$.

Có tất cả C_{96}^5 cách.

Vậy xác suất để không có hai số tự nhiên liên tiếp trong các số được chọn là

$$P = \frac{C_{96}^5}{C_{100}^5} \approx 0,81.$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 50.

Đặt $z = a + bi$. Khi đó

$$\begin{aligned} P &= |z + 1| - |z^2 - z + 1| = \sqrt{(a+1)^2 + b^2} - |z| |z + \bar{z} - 1| \\ &= \sqrt{2a+2} + |2a-1|. \end{aligned}$$

Đặt $t = \sqrt{2a+2} \Rightarrow 2a = t^2 - 2; t \in [0; 2]$. Khi đó $P = t - |t^2 - 3| = f(t)$.

Nếu $t \leq 0$ thì $P < 0$. Do đó P đạt GTLN khi $t > 0$.

$$\text{Từ đó } P = \begin{cases} t - t^2 + 3, & \text{nếu } t \geq \sqrt{3} \Rightarrow f' = 1 - 2t \\ t + t^2 - 3, & \text{nếu } t < \sqrt{3} \Rightarrow f' = 1 + 2t \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

t	0	$\sqrt{3}$	2
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	-3	$\sqrt{3}$	1

$$\text{Vậy } \max P = \sqrt{3} \Leftrightarrow t = \sqrt{3} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}.$$

Chọn đáp án (B)

PHẦN

II

ĐỀ CHÍNH THỨC CÁC NĂM

Ngày làm đề:/...../.....



ĐIỂM: _____

Trên con đường
thành công không có
dấu chân của kẻ lùi
biếng!

QUICK NOTE

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023

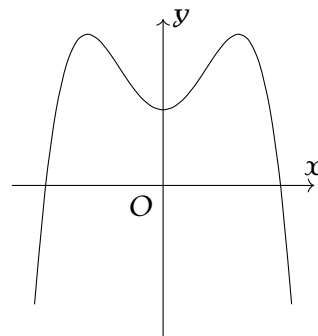
ĐỀ CHÍNH THỨC TN THPT 2020 — ĐỀ 16

LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Đồ thị của hàm số nào ở dưới đây có dạng đường cong như hình bên?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.



CÂU 2. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = -3$.

CÂU 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			4			$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

CÂU 5. Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 10. B. 20. C. 12. D. 60.

CÂU 6. Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là

- A. $\bar{z} = -3 - 5i$. B. $\bar{z} = 3 + 5i$. C. $\bar{z} = -3 + 5i$. D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

CÂU 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 24π . B. 192π . C. 48π . D. 64π .

QUICK NOTE

CÂU 8. Cho khối cầu có bán kính $r = 4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 64π . C. $\frac{64\pi}{3}$. D. 256π .

CÂU 9. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

- A. $5\log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5} \log_a b$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 6. B. 18. C. 9. D. 3.

CÂU 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x + 1}{x - 1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

CÂU 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{10\pi}{3}$. B. 10π . C. $\frac{50\pi}{3}$. D. 10π .

CÂU 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 10$.

CÂU 14. $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$. B. $\frac{1}{3}x^3 + C$. C. $x^3 + C$. D. $3x^3 + C$.

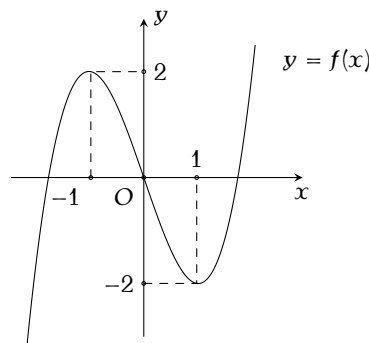
CÂU 15. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 36. B. 720. C. 6. D. 1.

CÂU 16.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.



CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; 1)$ trên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0; 2; 1)$. B. $(3; 0; 0)$. C. $(0; 0; 1)$. D. $(0; 2; 0)$.

CÂU 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 12.

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 4}{-5} = \frac{z + 1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (3; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1 = (2; -5; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (3; 4; 1)$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$.
C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

CÂU 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

QUICK NOTE

CÂU 22. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng
A. $5 + i$. **B.** $-5 + i$. **C.** $5 - i$. **D.** $-5 - i$.

CÂU 23. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx = 3$ bằng
A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

CÂU 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần thực của z bằng
A. 1. **B.** -3 . **C.** -1 . **D.** 3.

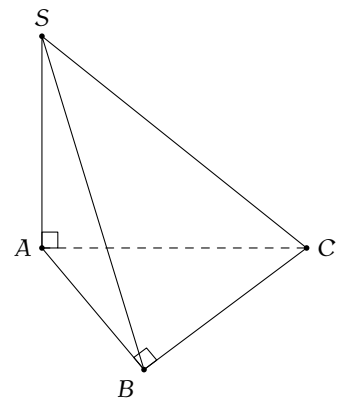
CÂU 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là
A. $[0; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-\infty; +\infty)$.

CÂU 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

CÂU 27.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{15}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 90° .



CÂU 28. Cho hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\frac{13}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

CÂU 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

A. 36. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** 36π .

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(2; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x + 2y - z + 1 = 0$. **B.** $2x - 2y + 3z - 17 = 0$.
C. $3x + 2y - z - 1 = 0$. **D.** $2x - 2y + 3z + 17 = 0$.

CÂU 31. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1 - z_0$ là

A. $N(-2; 2)$. **B.** $M(4; 2)$. **C.** $P(4; -2)$. **D.** $Q(2; -2)$.

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 1)$, $B(1; 1; 0)$ và $C(3; 4; -1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

CÂU 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

QUICK NOTE

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 34. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-4; 4)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(-4; 4)$.

CÂU 35. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 8π . B. $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. 16π .

CÂU 36. Giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. $32\sqrt{2}$. B. -40 . C. $-32\sqrt{2}$. D. -45 .

CÂU 37. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Môđun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $\sqrt{26}$. C. 26. D. 50.

CÂU 38. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 12. D. 2.

CÂU 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là

- A. $\frac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$. B. $\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C$.
C. $\frac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. D. $\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$.

CÂU 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ là

- A. $[4; 7)$. B. $(4; 7]$. C. $(4; 7)$. D. $(4; +\infty)$.

CÂU 41. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

- A. Năm 2028. B. Năm 2047. C. Năm 2027. D. Năm 2046.

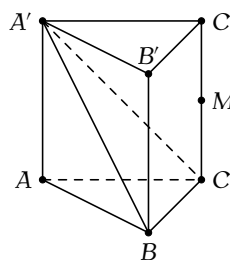
CÂU 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{172\pi a^2}{3}$. B. $\frac{76\pi a^2}{3}$. C. $84\pi a^2$. D. $\frac{172\pi a^2}{9}$.

CÂU 43.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $A'BC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. D. $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.



CÂU 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

QUICK NOTE

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	3	-2	$+\infty$

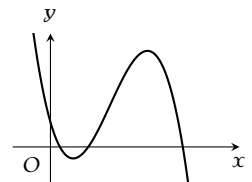
Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4[f(x+1)]^2$ là

- A. 11. B. 9. C. 7. D. 5.

CÂU 45.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.



CÂU 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

- A. $\frac{25}{42}$. B. $\frac{5}{21}$. C. $\frac{65}{126}$. D. $\frac{55}{126}$.

CÂU 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O . Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

- A. $\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$. B. $\frac{40\sqrt{14}a^3}{81}$. C. $\frac{10\sqrt{14}a^3}{81}$. D. $\frac{2\sqrt{14}a^3}{9}$.

CÂU 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x + 6y$ bằng

- A. $\frac{33}{4}$. B. $\frac{65}{8}$. C. $\frac{49}{8}$. D. $\frac{57}{8}$.

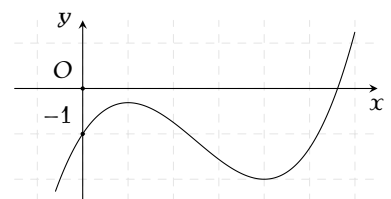
CÂU 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \geq \log_3(x + y)$?

- A. 59. B. 58. C. 116. D. 115.

CÂU 50.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x^3f(x)) + 1 = 0$ là

- A. 8. B. 5. C. 6. D. 4.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. B	4. D	5. D	6. A	7. C	8. A	9. D	10. D
11. B	12. C	13. D	14. B	15. B	16. A	17. B	18. C	19. B	20. B
21. C	22. C	23. C	24. B	25. C	26. A	27. C	28. A	29. B	30. A
31. C	32. C	33. C	34. B	35. A	36. C	37. A	38. A	39. B	40. B
41. A	42. A	43. A	44. B	45. C	46. A	47. A	48. B	49. C	50. C

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m-4}{(x+m)^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -7)$ khi và chỉ khi

$$y' > 0, \forall x \in (-\infty; -7) \Leftrightarrow \begin{cases} m-4 > 0 \\ -m \notin (-\infty; -7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ -m \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m \leq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m \leq 7.$$

Vậy $m \in (4; 7]$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 41.

- ☑ Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A trong năm 2019 là $T_0 = 600$ ha.
- ☑ Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó một năm là $T_1 = T_0 + T_0 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)$.
- ☑ Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó hai năm là $T_2 = T_1 + T_1 \cdot 6\% = T_0(1 + 6\%)^2$.
- ☑ ...
- ☑ Diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau đó n năm là $T_n = T_0(1 + 6\%)^n = 600(1 + 6\%)^n$.

Do diện tích rừng trồng mới đạt trên 1000 ha nên ta có

$$600(1 + 6\%)^n > 1000 \Leftrightarrow n > \log_{1+6\%} \frac{1000}{600} \approx 8,77.$$

Do đó, năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha là

$$2019 + 9 = 2028.$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 42.

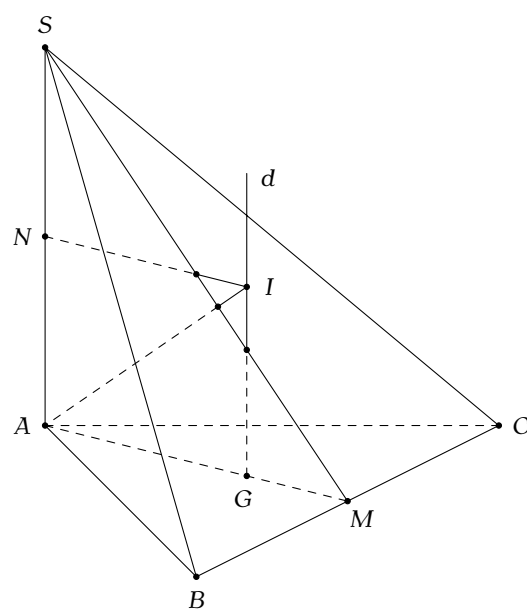
Gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm tam giác ABC , dựng đường thẳng d đi qua G và song song với SA . Gọi N là trung điểm của SA , qua N dựng đường thẳng NI vuông góc với SA với $I \in d$. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA} = 60^\circ$ có $AM = 2a\sqrt{3}$.

Ta có $SA = AM \cdot \tan \widehat{SMA} = 6a$.

Suy ra $IG = NA = \frac{SA}{2} = 3a$.

Lại có $AG = \frac{2}{3}AM = \frac{4a\sqrt{3}}{3}$.



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \frac{\sqrt{129}a}{3}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = \frac{172\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 43.

Đặt I là giao điểm của AM và $A'C$. Suy ra $AM \cap (A'BC) = I$. Do đó

$$\frac{d(M, (A'BC))}{d(A, (A'BC))} = \frac{MI}{AI}.$$

Mà $MC \parallel AA'$ nên $\frac{MI}{AI} = \frac{MC}{AA'} = \frac{1}{2}$. Suy ra $d(M, (A'BC)) = \frac{1}{2}d(A, (A'BC))$.

Kẻ $AH \perp BC$ tại H . Kẻ $AK \perp A'H$ tại K . Ta có

$$\begin{cases} AA' \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH).$$

Mà $AK \subset (A'AH)$ nên suy ra $AK \perp BC$.

$$\begin{cases} AK \perp BC \\ AK \perp AH \end{cases} \Rightarrow AK \perp (A'BC) \text{ tại } K. \text{ Suy ra } d(A, (A'BC)) = AK.$$

$$AH \text{ là đường cao tam giác đều cạnh bằng } a \text{ nên } AH = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

Tam giác $A'AH$ vuông tại A và có đường cao AK nên

$$AK = \frac{AA' \cdot AH}{\sqrt{AA'^2 + AH^2}} = \frac{\sqrt{21}a}{7}.$$

$$\text{Suy ra } d(M, (A'BC)) = \frac{AK}{2} = \frac{\sqrt{21}a}{14}.$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 44.

Giả sử $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ với $a \neq 0$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} d = 0 \\ e = 3 \\ a + b + c + d + e = -2 \\ a - b + c - d + e = -2 \\ 4a + 3b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e = 3 \\ d = 0 \\ b = 0 \\ a = 5 \\ c = -10 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 5x^4 - 10x^2 + 3.$$

Hàm số $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4x^3[f(x+1)]^2 + 2x^4f(x+1) \cdot f'(x+1) \\ &= 2x^3f(x+1)[2f(x+1) + xf'(x+1)] \quad (*) \end{aligned}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x+1) = 0 \quad (1) \\ 2f(x+1) + xf'(x+1) = 0. \quad (2) \end{cases}$$

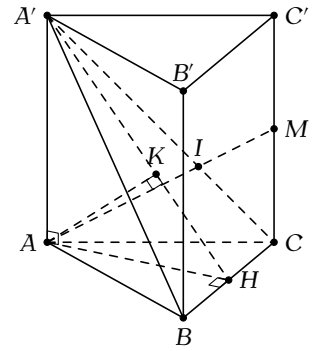
$$\textcircled{*} \text{ Ta có } (1) \Leftrightarrow 5(x+1)^4 - 10(x+1)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2 = \frac{5+\sqrt{10}}{5} \\ (x+1)^2 = \frac{5-\sqrt{10}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \pm \sqrt{\frac{5+\sqrt{10}}{5}} \\ x = -1 \pm \sqrt{\frac{5-\sqrt{10}}{5}}. \end{cases}$$

$$\textcircled{*} \text{ Đặt } x+1 = t, \text{ phương trình (2) trở thành } 2(5t^4 - 10t^2 + 3) + (t-1)(20t^3 - 20t) = 0$$

$$\Leftrightarrow h(t) = 15t^4 - 10t^3 - 20t^2 + 10t + 0 = 0. \quad (3)$$

$$\text{Xét } h'(t) = 10(6t^3 - 3t^2 - 4t + 1) = 10(t-1)(6t^2 + 3t - 1).$$

Phương trình $h'(t) = 0$ có các nghiệm $t_1 = \frac{-3-\sqrt{33}}{12}$, $t_2 = \frac{-3+\sqrt{33}}{12}$, $t_3 = 1$. Do đó ta có bảng biến thiên của $h(t)$ như sau:



t	$-\infty$	t_1	t_2	1	$+\infty$
$h'(t)$		$-$	0	$+$	0
$h(t)$	$+\infty$		$h(t_1)$		$h(t_2)$
					-2
					$+\infty$

Do $h(t_1) < 0$, $h(t_2) > 0$ nên phương trình $h(t) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt và $t = 1$, $t = \pm \sqrt{\frac{5 + \sqrt{10}}{5}}$, $t = \pm \sqrt{\frac{5 - \sqrt{10}}{5}}$ không là nghiệm phương trình (3). Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án (B)

CÂU 45.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$ và khi $x = 0$ thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hai điểm cực trị của hàm số đều dương nên $\begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{3a}{c} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b < 0 \\ c < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0. \end{cases}$

Vậy $b, d > 0$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 46.

Số các số có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ là $A_9^4 = 3024$.

Gọi không gian mẫu Ω là tập hợp các cách lấy ra 1 số từ tập $S \Rightarrow |\Omega| = 3024$.

Gọi A là biến cố "lấy được một số có 4 chữ số từ tập S sao cho không có 2 chữ số nào liên tiếp cùng chẵn".

Các khả năng có thể xảy ra là

☉ Số tạo thành có 4 chữ số đều là lẻ, có $A_5^4 = 120$ số.

☉ Số tạo thành có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn.

- Lấy ra 3 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^3 cách.
- Lấy ra 1 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^1 cách.
- Xếp 4 chữ số vừa lấy ra có $4!$ cách.

Vậy số các số có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn lấy ra từ tập S là $C_5^3 \cdot C_4^1 \cdot 4! = 960$ số.

☉ Số tạo thành có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn.

- Lấy ra 2 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^2 cách.
- Lấy ra 2 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^2 cách.
- Xếp các chữ số lẻ vào vị trí 1, 3 và các chữ số chẵn vào các vị trí 2, 4 hoặc đảo lại có $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ cách. Xếp hai số lẻ ở giữa, hai số chẵn ở hai đầu có 4 cách.

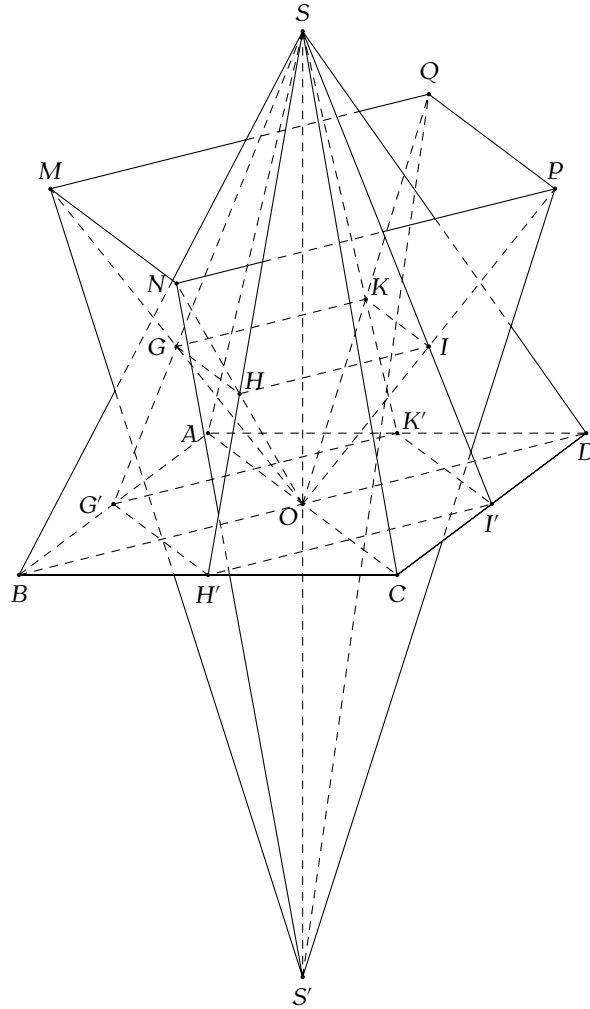
Vậy số các số có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ sao cho 2 chữ số chẵn không đứng cạnh nhau là $12 \cdot C_5^2 \cdot C_4^2 = 720$ số.

Do đó $|A| = 120 + 960 + 720 = 1800$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{1800}{3024} = \frac{25}{42}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 47.



Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA .

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA .

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\frac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \frac{4}{9} \cdot S_{G'H'I'K'} = \frac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4 \cdot S_{GHIK} = \frac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{\sqrt{14}}{2}a$.

Ta có $d(O, (MNPQ)) = 2 \cdot d(M, (GHIK)) = \frac{2}{3}SO \Rightarrow d(S', (MNPQ)) = \frac{5}{3}SO = \frac{5\sqrt{14}}{6}a$.

Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot d(S', (MNPQ)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{9}a^2 \cdot \frac{5\sqrt{14}}{6}a = \frac{20\sqrt{14}a^3}{81}.$$

Chọn đáp án (A)

CÂU 48.

Ta có

$$2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3.$$

(*)

Đặt $t = 2(x + y - 1)$. Do x, y không âm nên $t \geq -2$. Khi đó (*) trở thành

$$(t - 1) + y \cdot (2^t - 2) \geq 0 \Rightarrow t \geq 1 \quad \text{hay} \quad x + y \geq \frac{3}{2}.$$

Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} P &= x^2 + y^2 + 4x + 6y \\ &= (x + 2)^2 + (y + 3)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}(x + 2 + y + 3)^2 - 13 \\ &\geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + 5\right)^2 - 13 = \frac{65}{8}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x + y = \frac{3}{2} \\ x + 2 = y + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}.$$

Vậy $\min P = \frac{65}{8}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 49.

Điều kiện $\begin{cases} x^2 + y > 0 \\ x + y > 0. \end{cases}$

Đặt $k = x + y$, suy ra $k \in \mathbb{Z}^+$.

Xét hàm số $f(y) = \log_4(x^2 + y) - \log_3(x + y) \geq 0$.

Ta có $f'(y) = \frac{1}{(x^2 + y) \ln 4} - \frac{1}{(x + y) \ln 3} < 0$ (vì $x \in \mathbb{Z}^+$ nên $x^2 \geq x \Rightarrow x^2 + y \geq x + y$ hay $\frac{1}{x^2 + y} - \frac{1}{x + y} > 0$ và $\ln 4 > \ln 3 > 0$).

Suy ra $f(y)$ nghịch biến trên mỗi khoảng mà $f(y)$ xác định.

Xét $g(k) = f(k - x) = \log_4(x^2 + k - x) - \log_3 k, k \in \mathbb{Z}^+$.

Do f nghịch biến nên g cũng nghịch biến.

Giả sử k_0 là một nghiệm của phương trình $g(k) = 0$. Khi đó k_0 là nghiệm duy nhất của phương trình $g(k) = 0$.

Suy ra (*) trở thành $g(k) \geq g(k_0) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq k \leq k_0 \\ k \in \mathbb{Z}^+ \end{cases} \Rightarrow k_0 \leq 728$.

Khi đó

$$\begin{aligned} g(728) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow \log_4(x^2 - x + 728) &\leq \log_3 728 \\ \Leftrightarrow x^2 - x + 728 &< 4089 \\ \Leftrightarrow x^2 - x - 3361 &< 0 \\ \Leftrightarrow -57,476 &\leq x \leq 58,478. \end{aligned}$$

Vì x nguyên nên $x \in \{-57; -56; \dots; 58\}$.

Khi đó có 116 giá trị x thỏa bài toán.

Chọn đáp án (C)

CÂU 50.

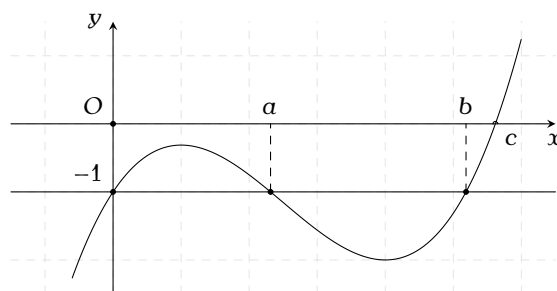
Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra

☉ Phương trình $f(x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = a \in (2; 3) \\ x = b \in (5; 6). \end{cases}$

☉ Phương trình $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = c \in (5; 6)$.

Do đó, ta có

$$f(x^3 f(x)) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 f(x) = 0 & (1) \\ x^3 f(x) = a & (2) \\ x^3 f(x) = b. & (3) \end{cases}$$



Khi đó

☉ Phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = c. \end{cases}$

☉ Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x^3}$. Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị (C₁): $g(x) = \frac{a}{x^3}$.

Với $a \in (2; 3)$ ta có $g'(x) = -\frac{3a}{x^4} < 0, \forall x \neq 0$.

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x) = \frac{a}{x^3}$ là

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$		—	—
$g(x)$	$0 \searrow$ $-\infty$	$+\infty \searrow$ 0	

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ và đồ thị (C), ta suy ra

— Trên khoảng $(-\infty; 0)$, ta thấy

x	$-\infty$	0
$g(x)$	$0 \searrow$ $-\infty$	
$f(x)$	$-\infty \nearrow$ -1	

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_1 \in (-\infty; 0)$.

— Trên khoảng $(0; c)$, ta thấy $\begin{cases} f(x) < 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$ nên phương trình (2) vô nghiệm.

— Trên nửa khoảng $[c; +\infty)$, ta thấy

x	c	$+\infty$
$g(x)$	$\frac{a}{c^3} \searrow$ 0	
$f(x)$	$0 \nearrow$ $+\infty$	

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_2 \in (c; +\infty)$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

☉ Phương trình (3) $\Leftrightarrow f(x) = \frac{b}{x^3}$.

Tương tự như trên, ta có phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).

Vậy phương trình $f(x^3 f(x)) + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (C)

□

Ngày làm đề:/...../.....

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023
ĐỀ CHÍNH THỨC TN THPT 2021 - LẦN 1 — ĐỀ 17
LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề



ĐIỂM:

Trên con đường
thành công không có
dấu chân của kẻ lùi
biếng!

QUICK NOTE

CÂU 1. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

- A. $(-\infty; \log_3 2)$. B. $(\log_3 2; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_2 3)$. D. $(\log_2 3; +\infty)$.

CÂU 2. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 3$ và $\int_1^4 g(x) dx = -2$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. -1. B. -5. C. 5. D. 1.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 4; 5)$. Phương trình của d là

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

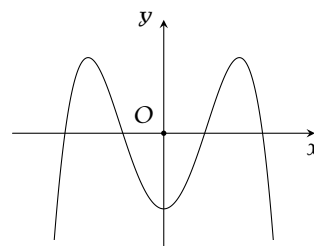
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

CÂU 6.

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$.
C. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.



CÂU 7. Đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. -3.

CÂU 8. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $A_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$. B. $A_n^4 = \frac{4!}{(n-4)!}$.
C. $A_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$. D. $A_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$.

CÂU 9. Phần thực của số phức $z = 5 - 2i$ bằng

- A. 5. B. 2. C. -5. D. -2.

CÂU 10. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là

- A. $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. B. $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. C. $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. D. $y' = \frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

QUICK NOTE

CÂU 11. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x^2 + 4x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 + 4x + C$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 5)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

- A. $(-2; 3; 5)$. B. $(2; -3; 5)$. C. $(-2; -3; 5)$. D. $(2; -3; -5)$.

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		-3		5	$-\infty$

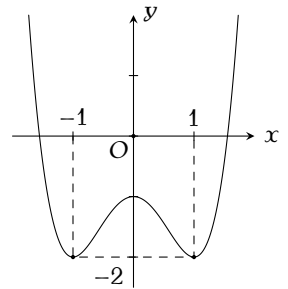
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -1 . B. 5 . C. -3 . D. 1 .

CÂU 14.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.



CÂU 15. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

- A. $x = \frac{8}{5}$. B. $x = 9$. C. $x = \frac{9}{5}$. D. $x = 8$.

CÂU 16. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^3 3f(x) dx$ bằng

- A. 36. B. 12. C. 3. D. 4.

CÂU 17. Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng

- A. $5a^3$. B. a^3 . C. $125a^3$. D. $25a^3$.

CÂU 18. Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $(0; +\infty)$.

CÂU 19. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 16\pi R^2$. B. $S = 4\pi R^2$. C. $S = \pi R^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

CÂU 20. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.

CÂU 21. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. -4 .

CÂU 22. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{5}{6}a^3$. B. $\frac{5}{2}a^3$. C. $5a^3$. D. $\frac{5}{3}a^3$.

QUICK NOTE

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_{(P)} = (-3; 1; 2)$. B. $\vec{n}_{(P)} = (3; -1; 2)$.
C. $\vec{n}_{(P)} = (3; 1; 2)$. D. $\vec{n}_{(P)} = (3; 1; -2)$.

CÂU 24. Cho khối trụ bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. 108π . B. 36π . C. 18π . D. 54π .

CÂU 25. Cho hai số phức $z = 4 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $1 + 6i$. B. $7 - 2i$. C. $7 + 2i$. D. $-1 - 6i$.

CÂU 26. Cho cấp số nhân u_n với $u_1 = 3$, $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -6 . B. $\frac{1}{3}$. C. 3 . D. 6 .

CÂU 27. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^{x-2} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$.

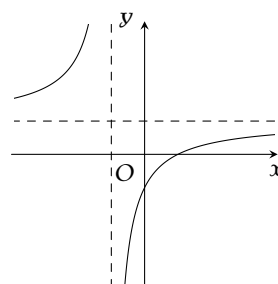
CÂU 28. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; 4)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $z_2 = 3 + 4i$. B. $z_3 = -3 + 4i$. C. $z_4 = -3 - 4i$. D. $z_1 = 3 - 4i$.

CÂU 29.

Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq -1$. B. $y' > 0, \forall x \neq -1$.
C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



CÂU 30. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

- A. $\frac{7}{44}$. B. $\frac{2}{7}$. C. $\frac{1}{22}$. D. $\frac{5}{12}$.

CÂU 31. Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 4x + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{4}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{4}$.

CÂU 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $\sqrt{2}a$. B. $2a$. C. a . D. $2\sqrt{2}a$.

CÂU 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$ và $B(4; 1; 2)$. Mặt phẳng đi qua A vuông góc với AB có phương trình là

- A. $3x + y + 2z - 17 = 0$. B. $3x + y + 2z - 3 = 0$.
C. $5x + y + 2z - 5 = 0$. D. $5x + y + 2z - 25 = 0$.

CÂU 35. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 5 + 4i$. Số phức liên hợp của z là

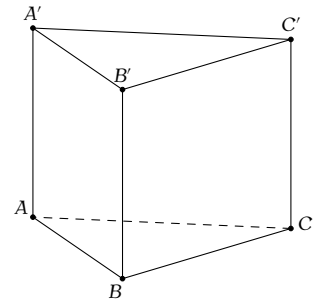
- A. $\bar{z} = 4 + 5i$. B. $\bar{z} = 4 - 5i$. C. $\bar{z} = -4 + 5i$. D. $\bar{z} = -4 - 5i$.

QUICK NOTE

CÂU 36.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .



CÂU 37. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3b = 64$. B. $a^3b = 36$. C. $a^3 + b = 64$. D. $a^3 + b = 36$.

CÂU 38. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$ bằng

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 12.

CÂU 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

- A. 27. B. 29. C. 12. D. 33.

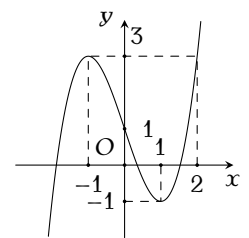
CÂU 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x) [\log_3(x + 25) - 3] \leq 0$?

- A. 24. B. Vô số. C. 26. D. 25.

CÂU 41.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là

- A. 9. B. 3. C. 6. D. 7.



CÂU 42. Cắt hình nón ($\mathcal{N}$) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của ($\mathcal{N}$) bằng

- A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. B. $4\sqrt{13}\pi a^2$. C. $8\sqrt{13}\pi a^2$. D. $4\sqrt{7}\pi a^2$.

CÂU 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 7$?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

CÂU 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\bar{w} - 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{221}}{5}$. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y + z - 4 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

- A. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$. D. $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

CÂU 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{f(x)}{g(x) + 6}$ và $y = 1$ bằng

- A.** $2\ln 3$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 18$. **D.** $2\ln 2$.

CÂU 47. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy)27^{9x}$?

- A.** 27. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 12.

CÂU 48. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A.** $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; -4)$ và $B(-2; 1; 2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

- A.** $3\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{53}$.

CÂU 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 7)(x^2 - 9)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 5x| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

- A.** 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. B	4. D	5. D	6. A	7. D	8. D	9. A	10. C
11. C	12. A	13. C	14. A	15. C	16. B	17. C	18. A	19. B	20. A
21. B	22. D	23. B	24. A	25. B	26. C	27. B	28. B	29. B	30. A
31. C	32. D	33. B	34. B	35. A	36. C	37. A	38. A	39. A	40. C
41. D	42. D	43. B	44. D	45. C	46. D	47. C	48. D	49. D	50. A

QUICK NOTE

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Điều kiện của bất phương trình là $x + 25 > 0 \Leftrightarrow x > -25$.

$$\text{Ta có } (3^{x^2} - 9^x) [\log_3(x + 25) - 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} - 9^x = 0 \\ \log_3(x + 25) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2. \end{cases}$$

Bảng xét dấu về trái

x	-25	0	2	$+\infty$	
$3^{x^2} - 9^x$	$+$	0	$-$	0	$+$
$\log_3(x + 25) - 3$	$-$		$-$	0	$+$
VT	$-$	0	$+$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu suy ra nghiệm của bất phương trình đã cho là $\begin{cases} -25 < x \leq 0 \\ x = 2. \end{cases}$

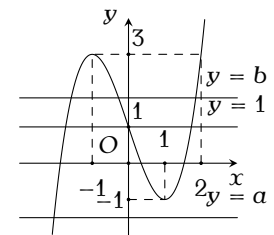
Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-24, -23, \dots, -1, 0, 2\}$, có 26 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Chọn đáp án (C)

CÂU 41.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình

$$f(f(x)) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a < -1 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = b \in (1; 2). \end{cases}$$



Phương trình $f(x) = a, (a < -1)$ có một nghiệm.

Phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt không trùng với nghiệm của phương trình $f(x) = a$.

Phương trình $f(x) = b$ có 3 nghiệm phân biệt không trùng với nghiệm của các phương trình $f(x) = 0$ và $f(x) = a$.

Vậy phương trình $f(f(x)) = 1$ có 7 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (D)

CÂU 42.

Giả sử đỉnh của hình nón là S , tâm của đáy là O . Thiết diện là tam giác SAB đều cạnh bằng $4a$.

Gọi M là trung điểm của AB , ta có $\begin{cases} SM \perp AB \\ OM \perp AB \end{cases}$, suy ra

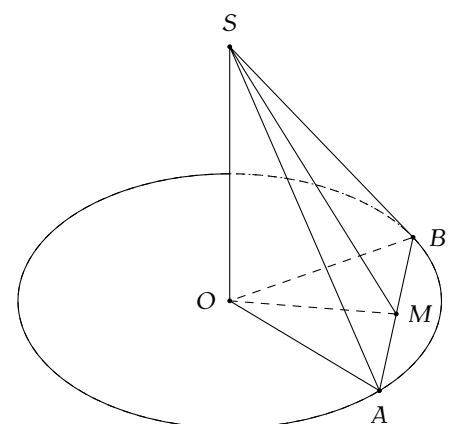
$$(\widehat{SAB}), (\widehat{OAB}) = \widehat{SMO} = 60^\circ.$$

$$\text{Ta có } SM = \sqrt{SA^2 - MA^2} = \sqrt{(4a)^2 - (2a)^2} = 2a\sqrt{3}.$$

Trong tam giác SOM vuông tại O , ta có $SO = SM \cdot \sin 60^\circ = 3a$.

$$\text{Suy ra } OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{(4a)^2 - (3a)^2} = a\sqrt{7}.$$

$$\text{Vậy } S_{xq} = \pi OA \cdot SA = \pi \cdot a\sqrt{7} \cdot 4a = 4a^2\pi\sqrt{7}.$$



Chọn đáp án (D)

CÂU 43.

Xét phương trình

$$z^2 - 2(m + 1)z + m^2 = 0 \quad (1).$$

$$\text{Ta có } \Delta' = (m + 1)^2 - m^2 = 2m + 1.$$

a) Khi $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$, phương trình đã cho có nghiệm kép $z = \frac{1}{2}$ (không thỏa mãn).

b) Khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$, phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt, khi đó theo yêu cầu bài toán một trong hai nghiệm thỏa mãn $|z_0| = 7$.

☉ Nếu $z_0 = 7$ thay vào phương trình (1), ta được

$$7^2 - 14(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 14m + 35 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 + \sqrt{14} & (\text{thỏa mãn}) \\ m = 7 - \sqrt{14} & (\text{thỏa mãn}) \end{cases}$$

☉ Nếu $z_0 = -7$, thay vào phương trình (1), ta được

$$(-7)^2 + 14(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 14m + 63 = 0. \text{ (phương trình vô nghiệm)}$$

c) Khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$, phương trình đã cho có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_2 = \overline{z_1}$ và $|z_1| = |z_2| = |z_0| = 7$.

$$\text{Hay } |z_1|^2 = 49 \Leftrightarrow z_1 \cdot z_2 = 49 \Leftrightarrow m^2 = 49 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 7 & (\text{loại}) \\ m = -7 & (\text{thỏa mãn}). \end{cases}$$

Vậy có 3 giá trị thực m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B)

CÂU 44.

Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z - 6 - 8i$ và $-i\overline{w}$.

Ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow |(z - 6 - 8i) + (6 + 8i)| = 1 \Leftrightarrow MI = 1$ với $I(-6; -8)$.

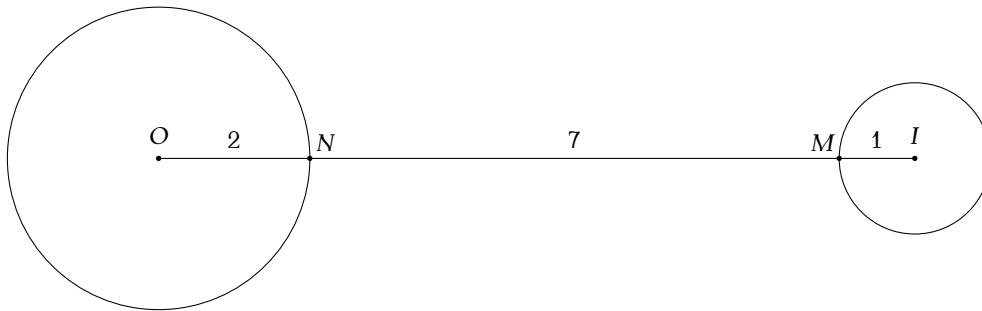
Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn (T_1) tâm $I(-6; -8)$ và bán kính $R_1 = 1$.

Ta có $|-i\overline{w}| = |-i| \cdot |\overline{w}| = 2$.

Suy ra tập hợp điểm N là đường tròn (T_2) tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R_2 = 2$.

Ta có $P = |z + i\overline{w} - 6 - 8i| = MN$.

Suy ra $\min P = OI - R_1 - R_2 = 10 - 1 - 2 = 7$ do (T_1) và (T_2) rời nhau.



$$\text{Đặt được khi } \begin{cases} \overrightarrow{OM} = \frac{9}{10}\overrightarrow{OI} \\ \overrightarrow{ON} = \frac{1}{5}\overrightarrow{OI} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(-\frac{27}{5}; -\frac{36}{5}\right) \\ N\left(-\frac{6}{5}; -\frac{8}{5}\right) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} z - 6 - 8i = -\frac{27}{5} - \frac{36}{5}i \\ -i\overline{w} = -\frac{6}{5} - \frac{8}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i \\ w = \frac{8}{5} + \frac{6}{5}i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z - w| = \left| -1 - \frac{2}{5}i \right| = \frac{\sqrt{29}}{5}.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 45.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; 2; 1)$.

$$\text{Gọi } M \text{ là giao điểm của } d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ và } (P).$$

Do $M \in d \Rightarrow M(m; m+1; -m+2)$.

Mặt khác $M \in (P) \Leftrightarrow m+2(m+1)+(-m+2)-4=0 \Leftrightarrow m=0$.

Suy ra $M(0; 1; 2)$.

Lấy $N(1; 2; 1) \in d$, gọi Δ là đường thẳng qua N và vuông góc với (P) .

Suy ra đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_P = (1; 2; 1)$.

Do đó phương trình đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

Gọi H là giao điểm Δ và (P) .

Do $H \in d \Rightarrow M(1+h; 2+2h; 1+h)$.

Mặt khác $H \in (P) \Leftrightarrow 1+h+2(2+2h)+(1+h)-4=0 \Leftrightarrow 6h+2=0 \Leftrightarrow h=-\frac{1}{3}$.

Suy ra $H\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MH} = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

Gọi d' hình chiếu vuông góc của d trên (P) .

Suy ra đường thẳng d' qua $M(0; 1; 2)$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}'_d = 3\overrightarrow{MH} = (2; 1; -4)$.

Vậy phương trình hình chiếu vuông góc d' của d trên (P) là: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 46.

Ta có

☉ $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$.

☉ $f''(x) = 6x + 2a$.

☉ $f'''(x) = 6$.

Xét hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$, ta có $g'(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) = f'(x) + f''(x) + 6$.

Theo giả thiết ta có phương trình $g'(x) = 0$ có hai nghiệm m, n và $\begin{cases} g(m) = -3 \\ g(n) = 6. \end{cases}$

Xét phương trình $\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow g(x) + 6 - f(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) + f''(x) + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = n. \end{cases}$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \left| \int_m^n \left(1 - \frac{f(x)}{g(x)+6}\right) dx \right| = \left| \int_m^n \frac{g(x)+6-f(x)}{g(x)+6} dx \right| = \left| \int_m^n \frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6} dx \right| \\ &= \left| \ln |g(x)+6| \Big|_m^n \right| = |\ln |g(n)+6| - \ln |g(m)+6|| = |\ln 12 - \ln 3| = \ln 4 = 2 \ln 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 47.

Để cặp (x, y) thỏa mãn phương trình thì $1 + xy > 0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương

$$3x^2 + (y-9)x - \log_{27}(1+xy) = 0.$$

Đặt $f(x) = 3x^2 + (y-9)x - \log_{27}(1+xy)$, $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$. Ta xét các trường hợp sau

TH1. Nếu $y < 0$ thì $-\frac{1}{y} < 3$, suy ra $y > -3$ hay $y \in \{-1; -2\}$.

☉ Với $y = -1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) < 0$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ nên theo định lí giá trị trung gian, phương trình có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3}; 1\right) \subset \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

☉ Tương tự, với $y = -2$, phương trình cũng có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right) \subset \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

TH2. Nếu $y = 0$ thì phương trình trở thành $3x^2 - 9x = 0$ hay $\begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$ (không thỏa mãn).

TH3. Nếu $y \geq 10$, ta có

$$f'(x) = 6x + (y - 9) - \frac{y}{3(1 + xy) \ln 3},$$

$$f''(x) = 6 + \frac{y^2}{3(1 + xy)^2 \ln 3} > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right).$$

Suy ra $f'(x)$ đồng biến trên $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$. Do đó $f'(x) > f'\left(\frac{1}{3}\right) = 2 + (y - 9) - \frac{y}{(3 + y) \ln 3} > 0$.

Điều này dẫn đến $f(x)$ là hàm số đồng biến trên $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

$$\text{Suy ra } f(x) > f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{y}{3} - \log_{27} \left(1 + \frac{y}{3}\right) - \frac{8}{3}.$$

Xét hàm số $g(t) = t - \log_{27}(1 + t)$, $t > 0$.

Để thấy $g'(t) = 1 - \frac{1}{3(3 + t) \ln 3} > 0$ nên $g(t)$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$, kéo theo

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = g\left(\frac{y}{3}\right) - \frac{8}{3} \geq g\left(\frac{10}{3}\right) - \frac{8}{3} > 0.$$

Như vậy, phương trình vô nghiệm trên $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ trong trường hợp này.

TH4. Nếu $1 \leq y \leq 9$ thì từ tính đồng biến của $g(t)$, ta suy ra

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = g\left(\frac{y}{3}\right) - \frac{8}{3} \leq g\left(\frac{9}{3}\right) - \frac{8}{3} = 3 - \log_{27} 4 - \frac{8}{3} < 0, \forall y \in [1; 9].$$

Mặt khác $f(3) = 3y - \log_{27}(1 + 3y) = g(3y) \geq g(3) = 3 - \log_{27} 4 > 0 \Rightarrow f(3) > 0, \forall y \in [1; 9]$.

Điều này dẫn đến phương trình có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$, $\forall y \in [1; 9]$.

Kết luận có tất cả 11 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án (C)

CÂU 48.

Gọi O là trung điểm của AC .

Do $ABCD$ là hình vuông nên $AO \perp BD$ (1).

Để thấy $\triangle A'BD$ cân tại A do $A'B$ và $A'D$ là hai đường chéo của hai hình chữ nhật mặt bên bằng nhau nên $A'O \perp BD$ (2).

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BD) \cap (ABCD) = BD \\ AO \perp BD \\ A'O \perp BD. \end{cases}$$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ chính là góc giữa hai đường thẳng AO và $A'O$ hay $\widehat{AOA'} = 30^\circ$.

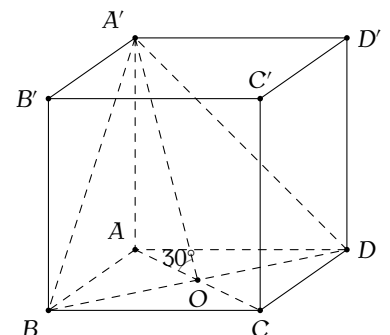
$$\text{Xét } \triangle A'AO \text{ có } \widehat{AOA'} = 90^\circ \text{ nên } AA' = AO \cdot \tan \widehat{AOA'} = a \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}a}{3}.$$

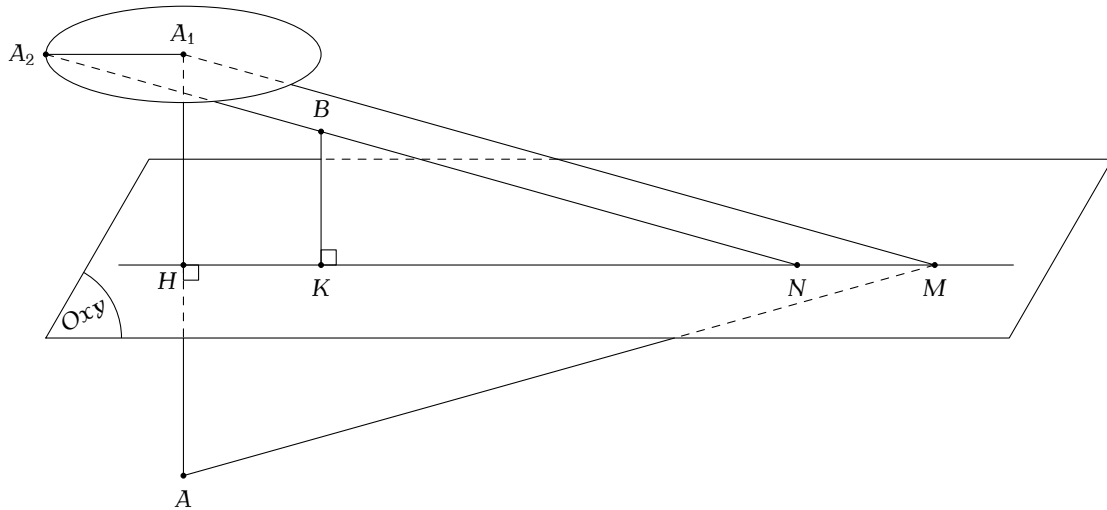
Lại có độ dài đường chéo của hình vuông đáy bằng $2a$ nên $AB = AD = a\sqrt{2}$.

$$\text{Thể tích của khối hộp chữ nhật là } V = S_{ABCD} \cdot AA' = (a\sqrt{2})^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 49.





Vì $z_A \cdot z_B < 0$ nên A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên mặt phẳng (Oxy) .

Suy ra $H(1; -3; 0), K(-2; 1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-3; 4; 0)$ và $HK = 5$.

Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua $(Oxy) \Rightarrow A_1(1; -3; 4)$.

Gọi A_2 là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow A_1A_2 = 2$.

Do đó A_2 thuộc đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng song song với (Oxy) và có tâm A_1 , bán kính $R = 2$.

Khi đó $|AM - BN| = |A_1M - BN| = |A_2N - BN| \leq A_2B$.

Dấu "=" xảy ra và A_2B đạt giá trị lớn nhất khi $\overrightarrow{A_1A_2}$ ngược hướng với $\overrightarrow{HK}$.

Suy ra $\overrightarrow{A_1A_2} = -\frac{A_1A_2}{HK} \cdot \overrightarrow{HK} = \left(\frac{6}{5}; -\frac{8}{5}; 0\right) \Rightarrow A_2\left(\frac{11}{5}; -\frac{23}{5}; 4\right) \Rightarrow A_2B = \sqrt{53}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{53}$.

Chọn đáp án (D)

CÂU 50.

Ta có $g'(x) = (|x^3 + 5x|)' \cdot f'(|x^3 + 5x| + m)$. Do đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (|x^3 + 5x|)' = 0 & (1) \\ f'(|x^3 + 5x| + m) = 0 & (2) \end{cases}$

Xét hàm số $u(x) = |x^3 + 5x| = \begin{cases} x^3 + 5x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^3 - 5x & \text{khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow u'(x) = \begin{cases} 3x^2 + 5 & \text{khi } x > 0 \\ -3x^2 - 5 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số $u(x) = |x^3 + 5x|$ như sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$u'(x)$	$-$	$ $	$+$
$u(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Suy ra $u'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x = 0$.

Ta có $f'(|x^3 + 5x| + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 5x| + m = 7 \\ |x^3 + 5x| + m = 3 \\ |x^3 + 5x| + m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 5x| = 7 - m \\ |x^3 + 5x| = 3 - m \\ |x^3 + 5x| = -3 - m \end{cases}$

Hàm số $g(x)$ có ít nhất ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $g'(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt khác 0 và $g'(x)$ đổi dấu khi đi qua ít nhất hai trong số các nghiệm đó.

Mặt khác $-3 - m < 3 - m < 7 - m$.

Kết hợp với bảng biến thiên hàm số $u(x)$ ta được $7 - m > 0 \Leftrightarrow m < 7 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

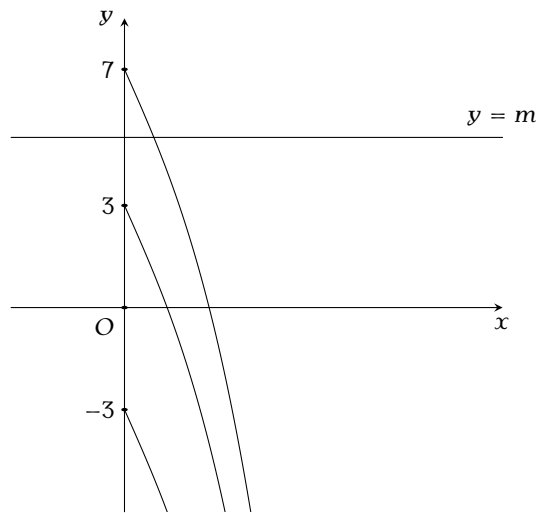
Vậy có 6 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2. Ta thấy $x = 0$ là trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = g(x)$.

Do đó YCBT $\Leftrightarrow$ Hàm số $h(x) = f(x^3 + 5x + m)$ có ít nhất một điểm cực trị $x \in (0; +\infty)$.

Ta có $h'(x) = (3x^2 + 5) \cdot f'(x^3 + 5x + m)$,

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 5x + m = 7 \\ x^3 + 5x + m = 3 \\ x^3 + 5x + m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^3 - 5x + 7 = m \\ -x^3 - 5x + 3 = m \\ -x^3 - 5x - 3 = m. \end{cases}$$



Từ đó ta được $m < 7 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Vậy có 6 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án **(A)**





ĐIỂM: _____

Trên con đường thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng!

QUICK NOTE

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC TN THPT 2021 - LẦN 2 — ĐỀ 18

LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

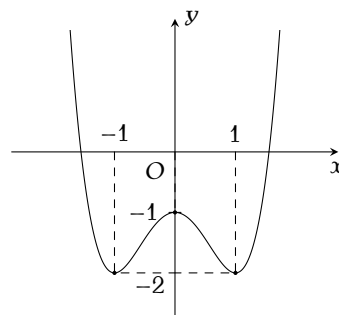
CÂU 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x - 1}{x + 1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -4$. B. $y = 1$. C. $y = 4$. D. $y = -1$.

CÂU 2.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = -2$. D. $x = 0$.



CÂU 3. Với mọi số thực a dương, $\log_4(4a)$ bằng

- A. $1 + \log_4 a$. B. $1 - \log_4 a$. C. $\log_4 a$. D. $4 \log_4 a$.

CÂU 4. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S_{xq} = \pi rl$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = 4\pi rl$. D. $S_{xq} = \frac{4}{3}\pi rl$.

CÂU 5. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. B. $y' = 3^x$. C. $y' = x3^{x-1}$. D. $y' = 3^x \ln 3$.

CÂU 6. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{4}{3}Bh$. C. $V = 3Bh$. D. $V = Bh$.

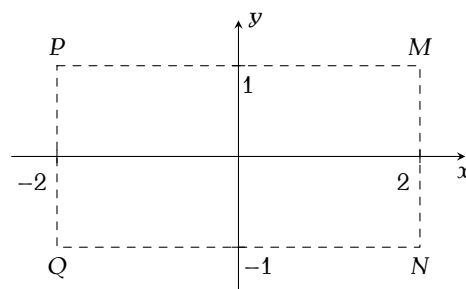
CÂU 7. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 3)$ là

- A. $(-\infty; 3]$. B. $(3; +\infty)$. C. $[3; +\infty)$. D. $(-\infty; -3)$.

CÂU 8.

Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z = -2 + i$?

- A. Điểm P. B. Điểm Q.
C. Điểm M. D. Điểm N.



CÂU 9. Thể tích của khối cầu bán kính $4a$ bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi a^3$. B. $\frac{256}{3}\pi a^3$. C. $256\pi a^3$. D. $\frac{64}{3}\pi a^3$.

CÂU 10. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

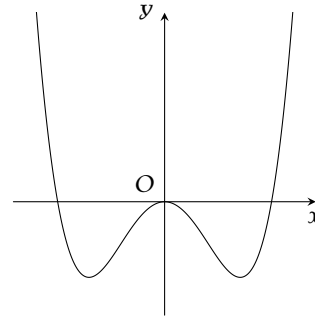
- A. -2 . B. -3 . C. 3 . D. 2 .

CÂU 11.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

A. $y = \frac{3x+1}{x+2}$.
C. $y = 2x^3 - x^2$.

B. $y = x^2 + 2x$.
D. $y = x^4 - 2x^2$.



CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$ và $\vec{v} = (-1; 2; 0)$. Tọa độ véc-tơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(0; 0; -3)$. B. $(0; 0; 3)$. C. $(-2; 4; -3)$. D. $(2; -4; 3)$.

CÂU 13. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. 10. B. 3. C. 7. D. -3.

CÂU 14. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}a^3$. B. $3a^3$. C. $\frac{3}{2}a^3$. D. a^3 .

CÂU 15. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x^4 - 3x + C$. B. $\int f(x) dx = x^4 + C$.
C. $\int f(x) dx = 4x^3 - 3x + C$. D. $\int f(x) dx = 12x^2 + C$.

CÂU 16. Cho hai số phức $z = 3 + 4i$ và $w = 1 - i$. Số phức $z - w$ là

A. $7 + i$. B. $-2 - 5i$. C. $4 + 3i$. D. $2 + 5i$.

CÂU 17. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. B. $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$.
C. $C_n^5 = \frac{5! \cdot n!}{(n-5)!}$. D. $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

CÂU 18. Cho hàm số $f(x) = 4 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = -\sin x + C$. B. $\int f(x) dx = 4x + \sin x + C$.
C. $\int f(x) dx = 4x - \sin x + C$. D. $\int f(x) dx = 4x + \cos x + C$.

CÂU 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-\infty; -2)$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 1; 3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (1; -3; 5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình

- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-5}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{5}$.
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{5}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

CÂU 22. Nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là

- A. $x = \sqrt[3]{5}$. B. $x = \frac{3}{5}$. C. $x = \log_3 5$. D. $x = \log_5 3$.

CÂU 23. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 6. B. 2. C. -6. D. -2.

CÂU 24. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 5. B. $\frac{2}{7}$. C. -5. D. $\frac{7}{2}$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(1; -3; 0)$. B. $(-1; 3; 0)$. C. $(1; 3; 0)$. D. $(-1; -3; 0)$.

CÂU 26. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 2$?

- A. Điểm $M(1; 1)$. B. Điểm $P(1; 2)$. C. Điểm $Q(1; 3)$. D. Điểm $N(1; 0)$.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận véc-tơ $\vec{n} = (1; -2; 5)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $x + 2y - 5z = 0$. B. $x + 2y - 5z + 1 = 0$.
C. $x - 2y + 5z = 0$. D. $x - 2y + 5z + 1 = 0$.

CÂU 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 5$ là

- A. $(0; \frac{32}{3})$. B. $(\frac{32}{3}; +\infty)$. C. $(0; \frac{25}{3})$. D. $(\frac{25}{3}; +\infty)$.

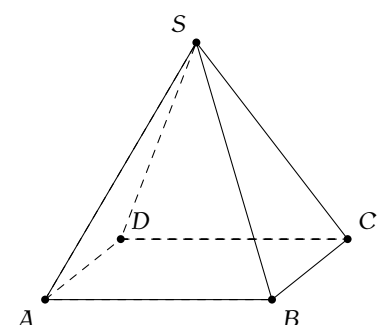
CÂU 29. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

- A. $\frac{10}{19}$. B. $\frac{5}{19}$. C. $\frac{4}{19}$. D. $\frac{9}{19}$.

CÂU 30.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

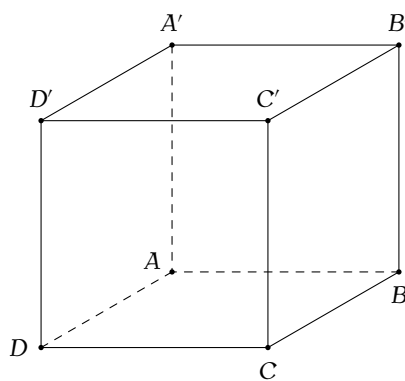
- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .



CÂU 31.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

- A. $2\sqrt{2}a$. B. $2\sqrt{3}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $\sqrt{3}a$.



CÂU 32. Cho số phức $z = 4 - i$, môđun của số phức $(1 + i)\bar{z}$ bằng

- A. 34. B. 30. C. $\sqrt{34}$. D. $\sqrt{30}$.

CÂU 33. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)] dx$ bằng

- A. 12. B. 10. C. 4. D. 6.

CÂU 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{3x-1}{x+1}$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = x^4 - 4x^2$. D. $y = x^3 + x$.

CÂU 35. Trên đoạn $[-4; -1]$ hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = -4$. D. $x = -3$.

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

CÂU 37. Với $a > 0$, đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

- A. $4b + 7$. B. $4b + 3$. C. $4b$. D. $4b - 1$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $2x + y + 3z + 7 = 0$. B. $2x + y + 3z - 7 = 0$.
C. $2x - y + 3z + 9 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

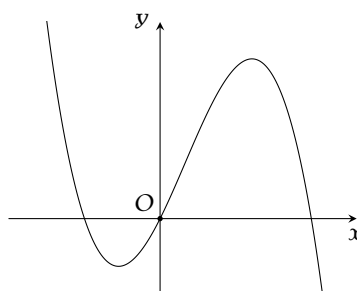
CÂU 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31)](32 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. 26. B. 27. C. 28. D. Vô số.

CÂU 40.

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

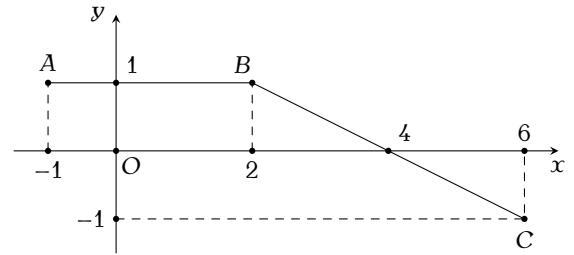


QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1) = -1$. Giá trị của $F(4) + F(6)$ bằng

- A. 10. B. 5. C. 6. D. 7.



CÂU 42. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z| = |w| = 3$ và $|z - w| = 3\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 1 - i| + |w + 2 - 5i|$ bằng

- A. $5 - 3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{29} - \sqrt{2}$. C. $\sqrt{17}$. D. 5.

CÂU 43. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $\frac{8\sqrt{3}}{27}a^3$. D. $8\sqrt{3}a^3$.

CÂU 44. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1; 6)$ thỏa mãn $4(x - 1)e^x = y(e^x + xy - 2x^2 - 3)$?

- A. 18. B. 15. C. 16. D. 17.

CÂU 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 4az + b^2 + 2 = 0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a; b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

CÂU 46. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$ với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

- A. $\frac{71}{6}$. B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{71}{12}$.

CÂU 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = 4 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$

CÂU 48. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $36a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

- A. $4\sqrt{13}\pi a^2$. B. $12\sqrt{13}\pi a^2$. C. $6\sqrt{13}\pi a^2$. D. $8\sqrt{13}\pi a^2$.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB} = 90^\circ$.

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

CÂU 50. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (4 - m)x$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 7 điểm cực trị.

- A. 27. B. 31. C. 28. D. 30.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. A	4. A	5. D	6. A	7. B	8. A	9. B	10. B
11. D	12. B	13. C	14. B	15. A	16. D	17. B	18. B	19. C	20. C

21. D	22. D	23. A	24. A	25. B	26. B	27. C	28. B	29. C	30. B
31. C	32. C	33. D	34. D	35. A	36. B	37. D	38. D	39. A	40. B
41. B	42. C	43. D	44. C	45. A	46. D	47. D	48. B	49. A	50. A

QUICK NOTE

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 < 0 \\ x = 0 \\ x = x_2 > 0. \end{cases}$

Theo giả thiết, ta có $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ nên $f(0) = 0$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(x_1)$	0	$f(x_2)$	$-\infty$

Ta có $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$.

Do đó, số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ đúng bằng số giao điểm chung của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$ (song song với trục hoành Ox).

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta kết luận số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là 2.

Chọn đáp án (B)

CÂU 41.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng AB có phương trình $y = 1$ và đường thẳng BC đi qua hai điểm $B(2; 1)$, $C(6; -1)$ nên có phương trình $\frac{x-2}{6-2} = \frac{y-1}{-1-1} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$.

Suy ra hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } -1 \leq x \leq 2 \\ -\frac{1}{2}x + 2 & \text{nếu } 2 < x \leq 6. \end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} \int_{-1}^6 f(x) dx + \int_{-1}^4 f(x) dx &= F(6) - F(-1) + F(4) - F(-1) \\ &= F(4) + F(6) + 2 \quad (1). \end{aligned}$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} \int_{-1}^6 f(x) dx + \int_{-1}^4 f(x) dx &= \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx + \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx \\ &= 2 \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx \\ &= 2 \int_{-1}^2 1 dx + \int_2^4 \left(-\frac{1}{2}x + 2\right) dx + \int_2^6 \left(-\frac{1}{2}x + 2\right) dx \\ &= 6 + 1 + 0 = 7 \quad (2). \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra $F(4) + F(6) + 2 = 7 \Rightarrow F(4) + F(6) = 5$.

Vậy $F(4) + F(6) = 5$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 42.

Ta có
$$\begin{cases} |z| = |w| = 3 \\ |z - w| = 3\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left| \frac{z}{w} \right| = 1 \\ \left| \frac{z}{w} - 1 \right| = \frac{3\sqrt{2}}{|w|} = \sqrt{2}. \end{cases} \quad (*)$$

Đặt $\frac{z}{w} = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Từ (*), ta có

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ (a - 1)^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ a^2 - 2a + 1 + b^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 1 \\ a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ a = 0 \\ b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = iw \\ z = -iw. \end{cases}$$

☉ Trường hợp 1: $z = iw$, ta có

$$\begin{aligned} P &= |z - 1 - i| + |w + 2 - 5i| \\ &= |iw - 1 - i| + |w + 2 - 5i| \\ &= |-w - i + 1| + |w + 2 - 5i| \\ &\geq |3 - 6i| = 3\sqrt{5} \\ \Rightarrow P &\geq 3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

☉ Trường hợp 2: $z = -iw$, ta có

$$\begin{aligned} P &= |z - 1 - i| + |w + 2 - 5i| \\ &= |-iw - 1 - i| + |w + 2 - 5i| \\ &= |-w + i - 1| + |w + 2 - 5i| \\ &\geq |1 - 4i| = \sqrt{17} \\ \Rightarrow P &\geq \sqrt{17}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -w + i - 1 = t(w + 2 - 5i), t \geq 0 \\ |w| = 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 + i - w = -t(-2 + 5i - w), t \geq 0 \\ |w| = 3 \end{cases} \quad (**).$$

Gọi điểm biểu diễn của w , $-1 + i$, $-2 + 5i$ lần lượt là M , $A(-1; 1)$, $B(-2; 5)$.

Từ (**), suy ra $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{MB}$ là hai véc-tơ ngược hướng và M thuộc đường tròn (C) tâm $O(0; 0)$, bán kính $R = 3$.

Ta có $OA = \sqrt{2} < R$, $OB = \sqrt{29} > R$ nên A nằm trong (C) , B nằm ngoài (C) . Do đó luôn tồn tại M là giao điểm của đoạn AB với (C) , tức là luôn tồn tại w và $z = -iw$ để có đẳng thức $P = \sqrt{17}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\sqrt{17}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 43.

Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ (vì $\triangle ABC$ đều).

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'MA) \Rightarrow BC \perp A'M$.

Mặt khác $(A'BC) \cap (ABC) = BC$.

Từ (1), (2) và (3) suy ra $((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'MA} = 30^\circ$.

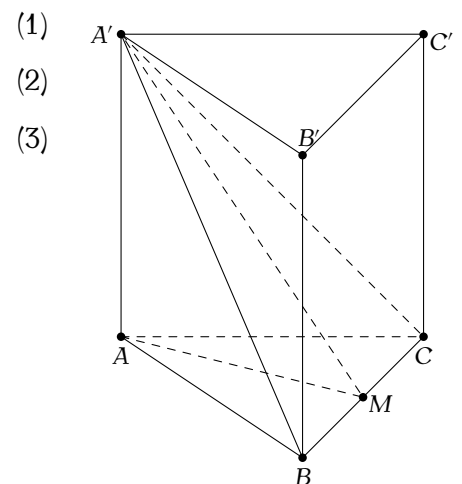
Xét $\triangle A'AM$ vuông tại A ta có

$$\tan \widehat{A'MA} = \frac{AA'}{AM} \Rightarrow AM = \frac{AA'}{\tan \widehat{A'MA}} = \frac{2a}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 2a\sqrt{3}.$$

Vì $\triangle ABC$ đều nên $BC = \frac{2AM}{\sqrt{3}} = 4a$.

Do đó $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{3} \cdot 4a = 4\sqrt{3}a^2$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2a \cdot 4\sqrt{3}a^2 = 8\sqrt{3}a^3$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 44.

$$\begin{aligned} 4(x-1)e^x &= y(e^x + xy - 2x^2 - 3) \\ \Leftrightarrow 4(x-1)e^x - y(e^x + xy - 2x^2 - 3) &= 0. \end{aligned}$$

Xét hàm số $y = f(x) = 4(x-1)e^x - y(e^x + xy - 2x^2 - 3)$ liên tục trên $[1; 6]$ có

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4e^x + 4(x-1)e^x - y(e^x + y - 4x) \\ &= (e^x + y)(4x - y). \end{aligned}$$

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{y}{4}$.

Do $x \in (1; 6)$ nên hàm số $y = f(x)$ sẽ tồn tại điểm cực trị $x = \frac{y}{4}$ khi $y \in (4; 24)$.

Từ đó ta có cơ sở chia các trường hợp như sau

☑ Trường hợp 1: $y \leq 4$.

x	1	6
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$f(1)$	$f(6)$

Ta có $\begin{cases} f(1) = -y(e + y - 5) \\ f(6) = 20e^6 - y(e^6 + 6y - 75). \end{cases}$

Điều kiện cần và đủ để tồn tại x là

$$\begin{cases} f(6) > 0 \\ f(1) \cdot f(6) < 0 \end{cases} \Rightarrow f(1) < 0 \Leftrightarrow -y(e + y - 5) < 0 \Leftrightarrow y > 5 - e.$$

Mà $y \leq 4$ và $y \in \mathbb{N}^*$ nên $y \in \{3, 4\}$. (1)

☑ Trường hợp 2: $y \geq 24$.

x	1	6
$f'(x)$	-	
$f(x)$	$f(1)$	$f(6)$

Ta có $\begin{cases} f(1) = -y(e + y - 5) \\ f(6) = 20e^6 - y(e^6 + 6y - 75). \end{cases}$

Điều kiện cần và đủ để tồn tại x là

$$\begin{cases} f(6) < 0 \\ f(1) \cdot f(6) < 0 \end{cases} \Rightarrow f(1) > 0.$$

Mặt khác ta thấy $-y(e + y - 5) < 0, \forall y \geq 24$ (vô lí) nên loại.

☑ Trường hợp 3: $4 < y < 24$.

x	1	$\frac{y}{4}$	6
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$f(1)$	$f(\frac{y}{4})$	$f(6)$

Do $f(1) < 0$ nên để tồn tại nghiệm $x \in (1; 6)$ thì $f(6) > 0$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 20e^6 - y(e^6 + 6y - 75) > 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -6y^2 - (e^6 - 75)y + 20e^6 > 0 \\ y \in \mathbb{N}^*; y \in (4; 24) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow y \in \{5; 6; \dots; 18\}. \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra $y \in \{3; 4; 5; 6; \dots; 18\}$.

Vậy có tất cả 16 giá trị nguyên dương y thỏa đề bài.

Chọn đáp án (C)

CÂU 45.

Theo giả thiết, ta có $z_1 + z_2 = 4a$ và $z_1 \cdot z_2 = b^2 + 2$. Xét hệ sau

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 4a \\ z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i \\ z_1 \cdot z_2 = b^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{3 + (3 - 8a)i}{1 - 2i} \\ z_2 = \frac{(4a - 3) - 3i}{1 - 2i} \\ z_1 \cdot z_2 = b^2 + 2. \end{cases}$$

Suy ra

$$\begin{aligned} &(-3 - 4i)z_1z_2 = (4a - 3 - 3i)(3 + 3i - 8ai) \\ &\Leftrightarrow (b^2 + 2)(-3 - 4i) = 3(4a - 3) + 9 - 24a - 9i + (3 - 8a)(4a - 3)i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -3(b^2 + 2) = -12a \\ -4(b^2 + 2) = -32a^2 + 36a - 18. \end{cases} \end{aligned}$$

Từ hệ trên ta có $a \neq 0$, suy ra $\frac{4}{3} = \frac{16a^2 - 18a + 9}{6a} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{8} \\ a = \frac{1}{2}. \end{cases}$

☉ Với $a = \frac{9}{8}$, suy ra $b^2 + 2 = \frac{9}{2} \Leftrightarrow b = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$.

☉ Với $a = \frac{1}{2}$, suy ra $b^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow b = 0$.

Vậy các cặp số $(a; b)$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán là $\left\{ \left(\frac{9}{8}; \frac{\sqrt{10}}{2} \right); \left(\frac{9}{8}; -\frac{\sqrt{10}}{2} \right); \left(\frac{1}{2}; 0 \right) \right\}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 46.

Đặt $h(x) = f(x) - g(x) = ax^4 + (b - m)x^3 + (c - n)x^2 + 3x$. Suy ra

$$h'(x) = 4ax^3 + 3(b - m)x^2 + 2(c - n)x + 3. \quad (1)$$

Vì hàm số $h(x)$ có ba điểm cực trị $-1, 2, 3$ nên phương trình $h'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt $-1, 2$ và 3 . Suy ra, $h'(x)$ có dạng $h'(x) = r(x + 1)(x - 2)(x - 3) \quad (2)$.

Từ (1), lấy $x = 0$, suy ra $h'(0) = 3$. Do đó, từ (2) suy ra $3 = r \cdot 6 \Leftrightarrow r = \frac{1}{2}$.

Vậy $h'(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)(x-3)$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-1}^3 |h'(x)| dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^3 |(x+1)(x-2)(x-3)| dx = \frac{71}{12}.$$

Chọn đáp án (D)

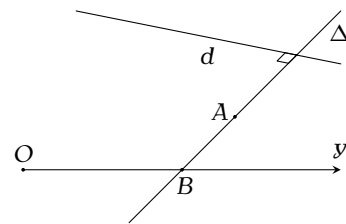
CÂU 47.

Gọi Δ là đường thẳng thỏa mãn yêu cầu đề bài, $B(0; b; 0)$ là giao điểm của Δ và trục Oy . Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; b-1; -3)$.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 1)$.

Theo đề bài ta có $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -1 + 2(b-1) - 3 = 0 \Leftrightarrow b = 3$.



Suy ra $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -3) \Rightarrow \vec{v} = (1; -2; 3)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng Δ là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 3 + 3t. \end{cases}$$

Khi $t = -2$ thì Δ đi qua điểm $M(-1; 5; -3)$.

Hay Δ cũng có phương trình là
$$\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = -3 + 3t. \end{cases}$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 48.

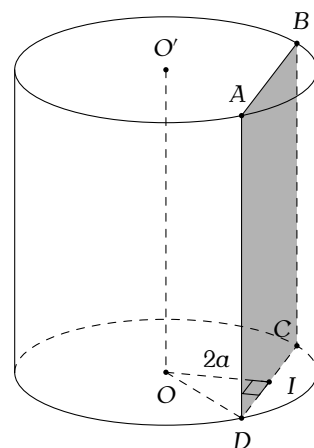
Gọi r và l lần lượt là bán kính đáy là độ dài đường sinh của hình trụ (T) .

Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng song song với trục OO' ta được thiết diện là hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng $36a^2$.

Suy ra $S_{ABCD} = CD^2 = 36a^2 \Rightarrow CD = AD = 6a = l$.

Gọi I là trung điểm của CD .

Ta có
$$\begin{cases} OI \perp CD \\ OI \perp AD \end{cases} \Rightarrow OI \perp (ABCD).$$



Suy ra $OI = d(O, (ABCD)) = d(OO', (ABCD)) = 2a$.

Trong $\triangle OID$ vuông tại I , có $ID = \frac{CD}{2} = 3a$; $OI = 2a$.

Suy ra $OD^2 = OI^2 + ID^2 = 13a^2 \Rightarrow OD = a\sqrt{13} = r$.

Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot a\sqrt{13} \cdot 6a = 12\sqrt{13}\pi a^2$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 49.

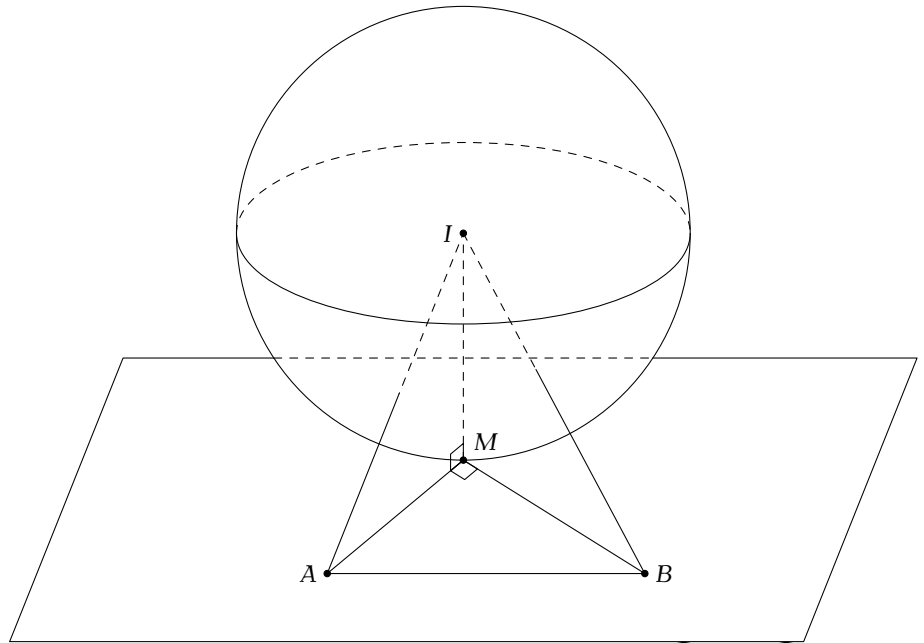
Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 1)$ và bán kính $R = 1$.

Ta có

$$\textcircled{v} IA^2 = (a - 3)^2 + 2^2 + 1^2 = a^2 - 6a + 14;$$

$$\textcircled{v} IB^2 = 3^2 + (b - 2)^2 + 1^2 = b^2 - 4b + 14.$$

Gọi M là tiếp điểm thỏa mãn bài toán
 $IM = R = 1$.



Vì tiếp diện của mặt cầu (S) tại M cắt trục Ox , Oy lần lượt tại các điểm A, B nên ta có $\widehat{IMA} = \widehat{IMB} = 90^\circ$.
Suy ra

$$\textcircled{v} MA^2 = IA^2 - IM^2 = a^2 - 6a + 13;$$

$$\textcircled{v} MB^2 = IB^2 - IM^2 = b^2 - 4b + 13.$$

Ta lại có $AB^2 = a^2 + b^2$ và $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên $AB^2 = MA^2 + MB^2$.

$$\text{hay } a^2 + b^2 = a^2 - 6a + 13 + b^2 - 4b + 13 \Rightarrow 3a + 2b = 13.$$

Mặt khác với a, b là các số nguyên dương cho nên $0 < a \leq 4; 0 < b \leq 5$.

Ta có bảng giá trị của a và b tương ứng như dưới

a	1	2	3	4
b	5	3,5	2	-1
	Lấy	Loại	Lấy	Loại

Thử lại

Trường hợp 1: $A(1; 0; 0)$ và $B(0; 5; 0)$.

Gọi (P) là tiếp diện của (S) đi qua A, B cắt Oz tại $C(0; 0; c)$, $c \neq 0$ có phương trình

$$(P): \frac{x}{1} + \frac{y}{5} + \frac{z}{c} - 1 = 0.$$

$$(P) \text{ tiếp xúc với mặt cầu (S) nên } \frac{\left| \frac{3}{1} + \frac{2}{5} + \frac{1}{c} - 1 \right|}{\sqrt{1 + \frac{1}{25} + \frac{1}{c^2}}} = 1 \Leftrightarrow \frac{144}{25} + \frac{24}{5c} + \frac{1}{c^2} = \frac{26}{25} + \frac{1}{c^2} \Leftrightarrow c = \frac{60}{59}.$$

Như vậy trường hợp này có 1 điểm M thỏa mãn.

Trường hợp 2: $A(3; 0; 0)$ và $B(0; 2; 0)$.

Gọi (P) là tiếp diện của (S) đi qua A, B cắt Oz tại $C(0; 0; c)$, $c \neq 0$ có phương trình

$$(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{c} - 1 = 0.$$

$$(P) \text{ tiếp xúc với mặt cầu (S) nên } \frac{\left| 1 + 1 + \frac{1}{c} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{4} + \frac{1}{c^2}}} = 1 \Rightarrow 1 + \frac{2}{c} + \frac{1}{c^2} = \frac{13}{36} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow c = -\frac{72}{23}.$$

Như vậy trường hợp này có 1 điểm M thỏa mãn.

Vậy có tất cả 2 điểm M thỏa mãn.

Chọn đáp án **(A)**

CÂU 50.

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (4 - m)x$.

Tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 4 - m.$$

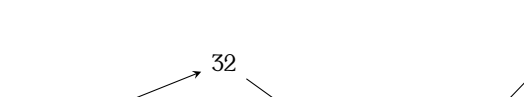
Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị dương.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm dương phân biệt.

Xét phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 36x^2 + 60x + 4 = m$ (1).

Đặt $h(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 4 \Leftrightarrow h'(x) = 12x^2 - 72x + 60 \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5. \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

x	0	1	5	$+\infty$		
$h'(x)$		+	0	-	0	+
$h(x)$						

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (1) có 3 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.

Dựa vào BBT ta có $4 < m < 32$.

Vì m là số nguyên nên $m \in \{5; 6; 7; \dots; 31\}$ nên có 27 số nguyên.

Chọn đáp án (A)



Ngày làm đề:/...../.....

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023

ĐỀ CHÍNH THỨC TN THPT 2022 — ĐỀ 19

LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề



ĐIỂM:

Trên con đường thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng!

QUICK NOTE

CÂU 1. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2 \right] dx$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

CÂU 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. a^3 . B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. $2a^3$.

CÂU 3. Nếu $\int_{-1}^5 f(x) dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

CÂU 4. Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = -\sin x$. B. $f(x) = -\cos x$. C. $f(x) = \sin x$. D. $f(x) = \cos x$.

CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. 12. C. $2\sqrt{6}$. D. 3.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -3)$. B. $(1; 0; -3)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

CÂU 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 2. B. 15. C. 10. D. 30.

CÂU 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = 2$. C. $q = -2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

CÂU 10. Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 4π . B. 2π . C. 3π . D. 6π .

QUICK NOTE

CÂU 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = -2$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = -2$.

CÂU 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

- A. $(9; +\infty)$. B. $(25; +\infty)$. C. $(31; +\infty)$. D. $(24; +\infty)$.

CÂU 13. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = -x^4 + 2x^2$. D. $y = x^3 - 3x$.

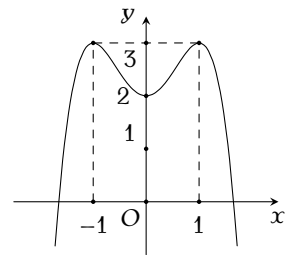
CÂU 14. Mô-đun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

- A. 25. B. $\sqrt{7}$. C. 5. D. 7.

CÂU 15.

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.



CÂU 16. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

CÂU 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-2 \log a$. B. $2 \log a$. C. $-4 \log a$. D. $8 \log a$.

CÂU 18. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

- A. 1320. B. 36. C. 220. D. 1728.

CÂU 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $y = 0$.

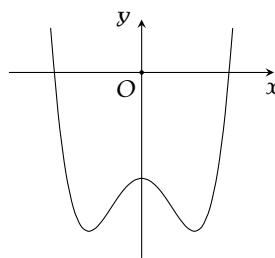
CÂU 21. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

- A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

CÂU 22.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.



CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. Véc-tơ nào

dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -2; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

CÂU 24. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

- A. 7. B. 3. C. 5. D. 4.

CÂU 25. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

- A. $(2; 7)$. B. $(-2; 7)$. C. $(2; -7)$. D. $(-7; 2)$.

CÂU 26. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $5 + i$. B. $3 + 2i$. C. $1 + 4i$. D. $3 + 4i$.

CÂU 27. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - x^2 + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + 2x^2 + C$.

CÂU 28. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

- A. $y' = -x^{-4}$. B. $y' = -\frac{1}{2}x^{-2}$. C. $y' = -\frac{1}{3}x^{-4}$. D. $y' = -3x^{-4}$.

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; 2; -2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{3}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

CÂU 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

- A. -12. B. 10. C. 15. D. -1.

CÂU 31. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6 - x)(x + 2)]$?

- A. 7. B. 8. C. 9. D. Vô số.

CÂU 32. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 6 = 0$. Khi đó $z_1 + z_2 + z_1 z_2$ bằng

- A. 7. B. 5. C. -7. D. -5.

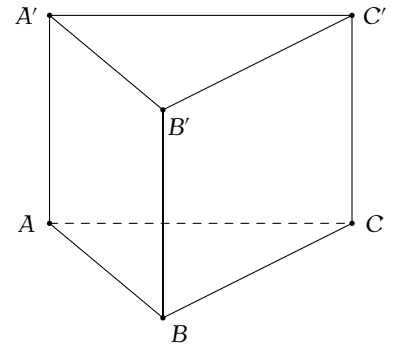
CÂU 33.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2$, $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

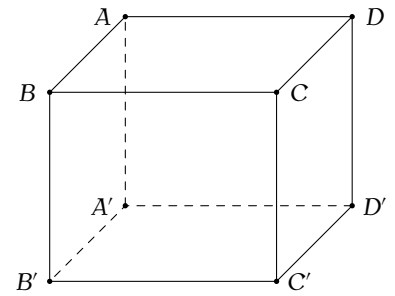
- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .



CÂU 34.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

- A. a . B. $\sqrt{2}a$. C. $2a$. D. $3a$.



CÂU 35. Cho hàm số $f(x) = 1 - \frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + \tan 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \cot 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{2} \tan 2x + C$. D. $\int f(x) dx = x + \frac{1}{2} \tan 2x + C$.

CÂU 36. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - x^2$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = x^3 + x$.

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x + y + 3z - 3 = 0$.
C. $2x + y + 3z + 3 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

CÂU 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40; 60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{3}{7}$.

CÂU 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 18) < 0$?

- A. 72. B. 73. C. 71. D. 74.

CÂU 40. Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\max_{[0;3]} f(x)$ bằng

- A. $-\frac{13}{3}$. B. 4. C. $-\frac{14}{3}$. D. 1.

CÂU 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x) dx = F(3) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng

- A. 15. B. 12. C. 18. D. 5.

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

- A. $2y + z = 0$. B. $2y - z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $y - z = 0$.

QUICK NOTE

CÂU 43. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

- A. 64π . B. 256π . C. 192π . D. 96π .

CÂU 44. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_5 a^2} \leq 25^{40 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x - 3y$ bằng

- A. $\frac{125}{2}$. B. 80. C. 60. D. 20.

CÂU 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{55}}{32}$. B. $\frac{\sqrt{55}}{16}$. C. $\frac{\sqrt{55}}{24}$. D. $\frac{\sqrt{55}}{8}$.

CÂU 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $12\sqrt{2}a^3$. D. $4\sqrt{2}a^3$.

CÂU 47. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\ln \frac{43}{8}$	$\ln 6$	$\ln 2$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(5; 6)$. B. $(4; 5)$. C. $(2; 3)$. D. $(3; 4)$.

CÂU 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = 2|z - \bar{z}|$ và $|(z - 4)(\bar{z} - 4i)| = |z + 4i|^2$?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 3; 9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

- A. 39. B. $12\sqrt{3}$. C. 18. D. $28\sqrt{3}$.

CÂU 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |x^4 - 2mx^2 + 64x|$ có đúng ba điểm cực trị?

- A. 5. B. 6. C. 12. D. 11.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. D	4. C	5. B	6. C	7. C	8. C	9. B	10. A
11. C	12. D	13. D	14. C	15. B	16. C	17. B	18. C	19. D	20. B
21. A	22. B	23. C	24. C	25. C	26. B	27. A	28. D	29. D	30. C
31. A	32. B	33. B	34. D	35. C	36. D	37. D	38. D	39. B	40. B
41. D	42. D	43. B	44. C	45. B	46. D	47. D	48. D	49. B	50. C

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Ta có $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ nên $f'(x) = 4(m-1)x^3 - 4mx = 4x[(m-1)x^2 - m]$.
Do đó

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (m-1)x^2 - m = 0. \end{cases} \quad (*)$$

Điều kiện cần để $\min_{[0;3]} f(x) = f(2)$ là phương trình $(*)$ có nghiệm $x = 2$, suy ra $4(m-1) - m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$.

Khi đó $f(x) = \frac{1}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^2 + 1$, $f'(x) = \frac{4}{3}x^3 - \frac{16}{3}x$.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0;3] \\ x = 2 \in [0;3] \\ x = -2 \notin [0;3]. \end{cases}$

Ta có $f(0) = 1$; $f(3) = 4$; $f(2) = -\frac{13}{3}$.

Vậy $\min_{[0;3]} f(x) = f(2) = -\frac{13}{3}$ và $\max_{[0;3]} f(x) = f(3) = 4$.

Chọn đáp án (B)



CÂU 41.

Vì $F(x)$, $G(x)$ đều là nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có $F(x) = G(x) + C \Rightarrow F(0) = G(0) + C$.

Ta có $\int_0^3 f(x) dx = F(x) \Big|_0^3 = F(3) - F(0) = F(3) - (G(0) + C) = F(3) - G(0) - C$.

Theo giả thiết $\int_0^3 f(x) dx = F(3) - G(0) + a$ nên $C = -a$.

Suy ra $F(x) = G(x) - a \Leftrightarrow F(x) - G(x) = -a$.

Ta có $S = \int_0^3 |F(x) - G(x)| dx = \int_0^3 |-a| dx = ax \Big|_0^3 = 3a$.

Mà $S = 15$ nên $3a = 15 \Leftrightarrow a = 5$.

Chọn đáp án (D)



CÂU 42.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;-2)$ lên trục Ox .

Khi đó $K(1;0;0)$ và $\overrightarrow{AK} = (0;-2;2)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) .

Ta có $d(A, (P)) = AH \leq AK = 2\sqrt{2}$.

Suy ra $\max d(A, (P)) = 2\sqrt{2}$, đạt được khi $H \equiv K(1;0;0)$.

Khi đó mặt phẳng (P) qua $O(0;0;0)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AK} = (0;-2;2)$.

Nên phương trình mặt phẳng (P) là

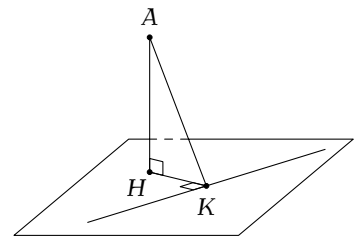
$$0(x-1) - 2(y-0) + 2(z-0) = 0 \Leftrightarrow y - z = 0.$$

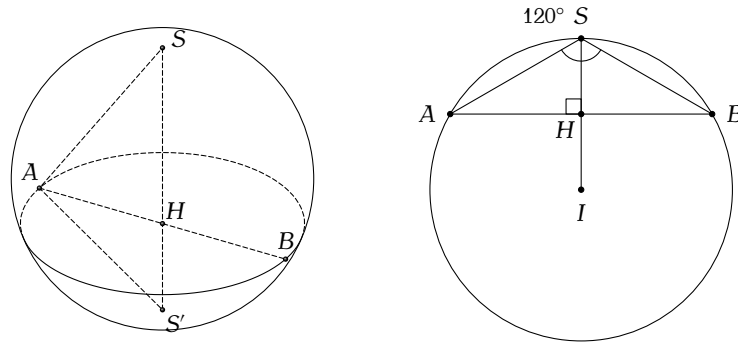
Vậy $(P): y - z = 0$.

Chọn đáp án (D)



CÂU 43.





Gọi S là đỉnh của hình nón và gọi I là tâm mặt cầu.

Gọi đường kính đường tròn đáy của hình nón là AB ; H là trung điểm của AB .

Ta có $\widehat{ASH} = \frac{1}{2}\widehat{ASB} = 60^\circ$.

Vì $\begin{cases} IS = AS \\ \widehat{ASI} = 60^\circ \end{cases}$ nên $\triangle AIS$ là tam giác đều.

Suy ra $AI = R = 2SH = 8$.

Vậy $S_{mc} = 4\pi R^2 = 256\pi$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 44.

Do a dương nên $a^{4x - \log_5 a^2} \leq 25^{40 - y^2} \Leftrightarrow a^{4x - 2\log_5 a} \leq 5^{2(40 - y^2)}$. (1)

Đặt $\log_5 a = t$ thì $a = 5^t$.

Ta có

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow 5^{t(4x - 2t)} \leq 5^{2(40 - y^2)} \\ &\Leftrightarrow 2tx - t^2 \leq 40 - y^2 \\ &\Leftrightarrow t^2 - 2tx + 40 - y^2 \geq 0. \quad (2) \end{aligned}$$

(1) đúng với mọi số thực dương a khi và chỉ khi (2) đúng với mọi số thực t , tương đương

$$\Delta' = x^2 + y^2 - 40 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 40.$$

Theo bất đẳng thức Bunhiacopsky, ta có $(x - 3y)^2 \leq 10(x^2 + y^2) \leq 10 \cdot 40 = 400$.

Suy ra $x - 3y \leq 20$.

Khi đó $P = x^2 + y^2 + x - 3y \leq 40 + 20 = 60$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ \frac{x}{1} = \frac{y}{-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -6. \end{cases}$

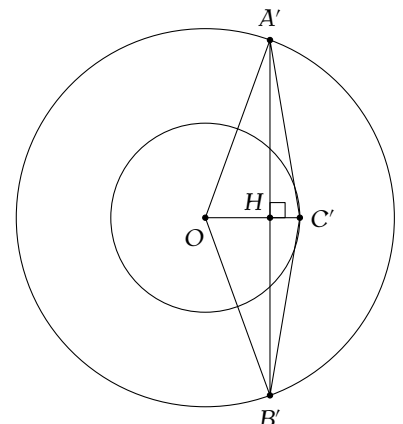
Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 60.

Chọn đáp án (C)

CÂU 45.

Do $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ nên $z_1, z_2, z_3 \neq 0$, từ đó ta có:

$$\begin{aligned} 8(z_1 + z_2)z_3 &= 3z_1z_2 \Leftrightarrow \frac{8}{z_2} + \frac{8}{z_1} = \frac{3}{z_3} \\ &\Leftrightarrow \frac{8\bar{z}_2}{z_2\bar{z}_2} + \frac{8\bar{z}_1}{z_1\bar{z}_1} = \frac{3\bar{z}_3}{z_3\bar{z}_3} \\ &\Leftrightarrow \frac{8\bar{z}_2}{|z_2|^2} + \frac{8\bar{z}_1}{|z_1|^2} = \frac{3\bar{z}_3}{|z_3|^2} \\ &\Leftrightarrow \frac{8\bar{z}_2}{4} + \frac{8\bar{z}_1}{4} = \frac{3\bar{z}_3}{1} \\ &\Leftrightarrow \bar{z}_2 + \bar{z}_1 = \frac{3\bar{z}_3}{2}. \quad (1) \end{aligned}$$



Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm biểu diễn của $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \bar{z}_3$.

Suy ra A', B', C' lần lượt đối xứng với A, B, C qua trục Ox .

Do đó $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C'}$.

☉ Ta có (1) $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OD}$, trong đó $OA' = OB' = 2OC' = 2$, $\overrightarrow{OD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OC'}$.

Suy ra tứ giác $OA'DB'$ là hình thoi có $OA' = OB' = 2$, $OD = \frac{3}{2}$ và $C' \in OD$; $OC' = 1$.

☉ Ta có $DC' = \frac{1}{2} \Rightarrow IC' = ID - DC' = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Do đó $IC' = \frac{1}{3}ID \Rightarrow S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{\triangle OA'B'}$.

$$S_{\triangle OA'B'} = 2S_{\triangle OA'I} = OI \cdot \sqrt{OA'^2 - OI^2} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{4 - \frac{9}{16}} = \frac{3\sqrt{55}}{16}.$$

$$\text{Vậy } S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C'} = \frac{\sqrt{55}}{16}.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 46.

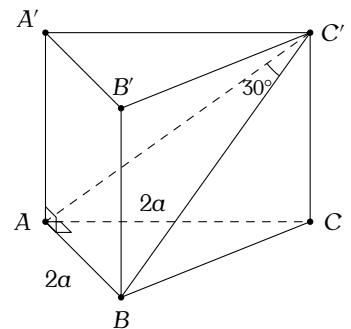
Ta có $BA \perp BC$ và $BA \perp AA' \Rightarrow BA \perp (ACC'A')$.

Suy ra góc $(BC', (ACC'A')) = (BC', C'A) = \widehat{BC'A} = 30^\circ$.

Tam giác ABC' vuông tại A, có $AC' = AB \cdot \cot \widehat{AC'B} = 2a\sqrt{3}$.

Tam giác CAC' vuông tại C, có $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = B \cdot h = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot CC' = 4a^3\sqrt{2}$.



Chọn đáp án (D)

CÂU 47.

Ta có $g(x) = \ln f(x) \Leftrightarrow f(x) = e^{g(x)}$.

Từ bảng biến thiên ta được

$$g(x_1) = \ln \frac{43}{8} \Rightarrow f(x_1) = \frac{43}{8}.$$

$$g(x_2) = \ln 6 \Rightarrow f(x_2) = 6.$$

$$g(x_3) = \ln 2 \Rightarrow f(x_3) = 2.$$

Ta có $f'(x) - g'(x) = g'(x) \cdot e^{g(x)} - g'(x) = g'(x)(e^{g(x)} - 1)$. Vậy

$$\begin{aligned} f'(x) - g'(x) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} g'(x) = 0 \\ e^{g(x)} - 1 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} g'(x) = 0 \\ g(x) = 0 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow x \in \{x_1, x_2, x_3\}. \end{aligned}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_3} |f'(x) - g'(x)| dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} |f'(x) - g'(x)| dx + \int_{x_2}^{x_3} |f'(x) - g'(x)| dx \\ &= \left| \int_{x_1}^{x_2} (f'(x) - g'(x)) dx \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} (f'(x) - g'(x)) dx \right| \\ &= \left| [f(x) - g(x)] \Big|_{x_1}^{x_2} \right| + \left| [f(x) - g(x)] \Big|_{x_2}^{x_3} \right| \\ &= \left| [f(x_2) - g(x_2)] - [f(x_1) - g(x_1)] \right| + \left| [f(x_3) - g(x_3)] - [f(x_2) - g(x_2)] \right| \\ &= \left| (6 - \ln 6) - \left(\frac{43}{8} - \ln \frac{43}{8} \right) \right| + \left| (2 - \ln 2) - (6 - \ln 6) \right| \approx 3,42 \in (3; 4). \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 48.

Ta có $\bar{z} - 4i = \overline{z + 4i} \Rightarrow |\bar{z} - 4i| = |\overline{z + 4i}| = |z + 4i|$. Do đó

$$\begin{aligned} |(z - 4)(\bar{z} - 4i)| &= |z + 4i|^2 \Leftrightarrow |z - 4| \cdot |\bar{z} - 4i| = |z + 4i|^2 \\ &\Leftrightarrow |z - 4| \cdot |z + 4i| = |z + 4i|^2. \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} |z + 4i| = 0 & (1) \\ |z - 4| = |z + 4i|. & (2) \end{cases} \end{aligned}$$

☉ Xét (1): $|z + 4i| = 0 \Leftrightarrow z + 4i = 0 \Leftrightarrow z = -4i \Leftrightarrow \bar{z} = 4i$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} z^2 = -16 \Rightarrow |z^2| = 16 \\ |z - \bar{z}| = |-8i| = 8. \end{cases}$$

Suy ra $|z^2| = 2|z - \bar{z}|$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).

☉ Xét (2): $|z - 4| = |z + 4i|$.

Giả sử $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có (2) $\Leftrightarrow (a - 4)^2 + b^2 = a^2 + (b + 4)^2 \Leftrightarrow b = -a$.

Hay $z = a - ai \Rightarrow z^2 = -2a^2i \Rightarrow |z^2| = 2a^2$.

Mặt khác $z - \bar{z} = -2ai$.

Suy ra $|z - \bar{z}| = 2|a|$.

$$\text{Khi đó } |z^2| = 2|z - \bar{z}| \Leftrightarrow 2a^2 = 4|a| \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z = 2 - 2i \\ z = -2 + 2i. \end{cases}$$

Vậy có 4 số phức $z = 0, z = 2 - 2i, z = -2 + 2i, z = -4i$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (D)

CÂU 49.

Đặt $M(a; 0; 0)$ và $N(0; 0; b)$.

Nhận xét: (S) tiếp xúc (Oxz) mà $MN \subset (Oxz)$ tiếp xúc (S).

Suy ra MN tiếp xúc (S) tại tiếp điểm của (S) và (Oxz) $\Rightarrow A(1; 0; 9)$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = (a - 1; 0; -9) \\ \overrightarrow{AN} = (-1; 0; b - 9) \end{cases} \Rightarrow \frac{a - 1}{-1} = \frac{-9}{b - 9} \Rightarrow (a - 1)(b - 9) = 9.$$

Khi đó OIMN có $\triangle OMN$ vuông tại O, $(IMN) \perp (OMN)$ (do $IA \subset (IMN), IA \perp (OMN)$).

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp OIMN bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$ bằng $\frac{13}{2}$.

$$\text{Suy ra } \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot MN = \frac{IM \cdot IN \cdot MN}{4 \cdot \frac{13}{2}} \Leftrightarrow IM \cdot IN = 39. \quad (1)$$

$$\text{Mà } IM = \sqrt{(a-1)^2 + 3^2 + 9^2} = \sqrt{(a-1)^2 + 90}, IN = \sqrt{1^2 + 3^2 + (b-9)^2} = \sqrt{10 + \frac{81}{(a-1)^2}}.$$

$$\text{Thay vào (1) ta được: } [(a-1)^2 + 90] \left[10 + \frac{81}{(a-1)^2} \right] = 1521 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 27.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AM = \sqrt{(a-1)^2 + 81} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \\ AN = \sqrt{1 + (b-9)^2} = \sqrt{1+3} = 2 \end{cases}, \text{ suy ra } AM \cdot AN = 12\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 50.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 2mx^2 + 64x$; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = +\infty$ và

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^3 - 2mx + 64 = 0. \end{cases}$$

Suy ra phương trình $g(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm đơn phân biệt.

Do đó hàm số $y = |g(x)|$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị.

Ta có $g'(x) = 4x^3 - 4mx + 64$.

Do đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow m = x^2 + \frac{16}{x}$ (vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$).

Xét hàm số $h(x) = x^2 + \frac{16}{x}$.

Ta có $h'(x) = 2x - \frac{16}{x^2} = \frac{2x^3 - 16}{x^2}$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$h'(x)$	-		- 0 +	
$h(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 12 ↗ $+\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq 12$.

Vậy có 12 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (C)

PHẦN



ĐỀ MINH HỌA CÁC NĂM

Ngày làm đề:/...../.....



ĐIỂM: _____

Trên con đường
thành công không có
đầu chân của kẻ lười
biếng!

QUICK NOTE

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023

ĐỀ MINH HỌA TN THPT 2021 — ĐỀ 20

LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

- A. 5!. B. A_5^3 . C. C_5^3 . D. 5^3 .

CÂU 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. D. 5.

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 2)$. B. $(0; 2)$.
C. $(-2; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$

CÂU 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x = -3$. B. $x = 1$.
C. $x = 2$. D. $x = -2$.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

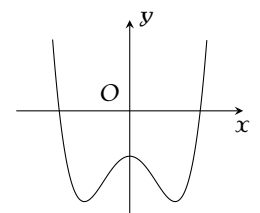
- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

CÂU 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.



CÂU 8. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -2.

CÂU 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2\log_3 a$. C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.

QUICK NOTE

CÂU 10. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $y' = 2^x \ln 2$. B. $y' = 2^x$. C. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. D. $y' = x2^{x-1}$.

CÂU 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. a^6 . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.

CÂU 12. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

CÂU 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

CÂU 14. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 - C$.

CÂU 15. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

CÂU 16. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_2^3 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 3. B. 7. C. -10. D. -7.

CÂU 17. Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

- A. $\frac{15}{3}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

CÂU 18. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$. B. $\bar{z} = 2 + 3i$. C. $\bar{z} = -3 + 2i$. D. $\bar{z} = -3 - 2i$.

CÂU 19. Cho hai số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z - w$ bằng

- A. $1 + 4i$. B. $1 - 2i$. C. $5 + 4i$. D. $5 - 2i$.

CÂU 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3 - 2i$ có tọa độ là

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; 3)$. C. $(3; 2)$. D. $(3; -2)$.

CÂU 21. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. 10. B. 30. C. 90. D. 15.

CÂU 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7 bằng

- A. 14. B. 42. C. 126. D. 12.

CÂU 23. Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là

- A. $V = \pi r h$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi r h$. D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

CÂU 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ cm và độ dài đường sinh $l = 3$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $12\pi \text{ cm}^2$. B. $48\pi \text{ cm}^2$. C. $24\pi \text{ cm}^2$. D. $36\pi \text{ cm}^2$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$ và $B(3; 1; 0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4; 2; 2)$. B. $(2; 1; 1)$. C. $(2; 0; -2)$. D. $(1; 0; -1)$.

QUICK NOTE

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- A. 9. B. 3. C. 81. D. 6.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1; -2; 1)$?

- A. $(P_1): x + y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + z - 1 = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

CÂU 28. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1; -2; 1)$?

- A. $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 2; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (0; 1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (1; -2; 1)$.

CÂU 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^2 + 2x$.
C. $y = x^3 - x^2 + x$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

CÂU 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$. Tổng $M + m$ bằng

- A. 11. B. 14. C. 5. D. 13.

CÂU 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $(-\infty; 1]$. C. $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$. D. $[1; +\infty)$.

CÂU 33. Nếu $\int_1^3 [2f(x) + 1] dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

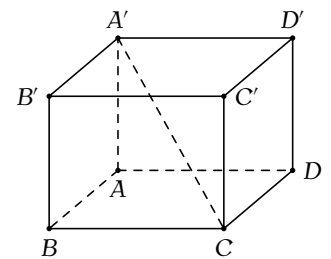
- A. 3. B. 2. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

CÂU 34. Cho số phức $z = 3 + 4i$. Mô-đun của số phức $(1 + i)z$ bằng

- A. 50. B. 10. C. $\sqrt{10}$. D. $5\sqrt{2}$.

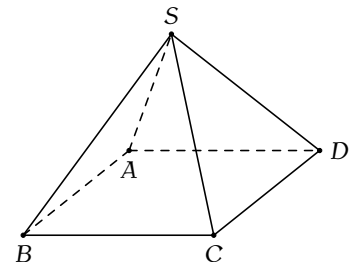
CÂU 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° .
C. 60° . D. 90° .



CÂU 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 1. C. 7. D. $\sqrt{11}$.



CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0; 0; 2)$ có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. D. $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 2$.

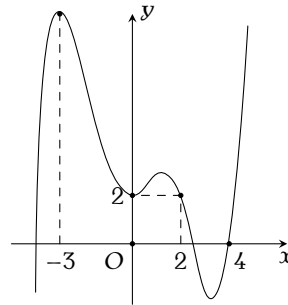
QUICK NOTE

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$ và $B(2; -1; 1)$ có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

CÂU 39. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng

- A. $f(0)$. B. $f(-3) + 6$.
C. $f(2) - 4$. D. $f(4) - 8$.



CÂU 40. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0$?

- A. 1024. B. 2047. C. 1022. D. 1023.

CÂU 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x + 1) \cos x \, dx$ bằng

- A. $\frac{23}{3}$. B. $\frac{23}{6}$. C. $\frac{17}{6}$. D. $\frac{17}{3}$.

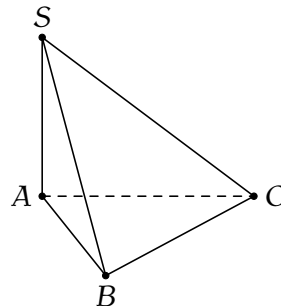
CÂU 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và $(z + 2i)(\bar{z} - 2)$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 4.

CÂU 43.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

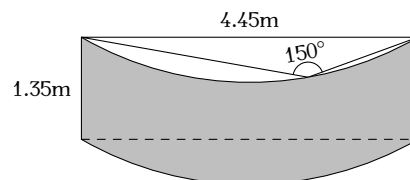
- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.



CÂU 44.

Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của 1 m^2 kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?

- A. 23.591.000 đồng. B. 36.173.000 đồng.
C. 9.437.000 đồng. D. 4.718.000 đồng.



CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P) , đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$. B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}$.

QUICK NOTE

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

CÂU 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

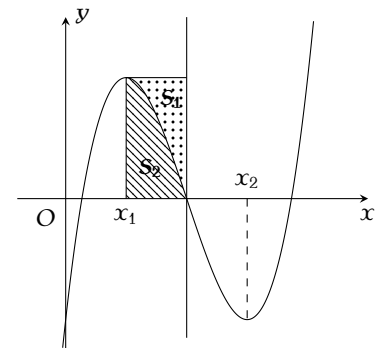
x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1	$-\frac{61}{3}$	$+\infty$

- A. 3. B. 5.
C. 4. D. 2.

CÂU 47. Có bao nhiêu số nguyên $a(a \geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2$?

- A. 8. B. 9. C. 1. D. Vô số.

CÂU 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{5}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{3}{5}$.

CÂU 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng

- A. $5 - \sqrt{19}$. B. $5 + \sqrt{19}$. C. $-5 + 2\sqrt{19}$. D. $5 + 2\sqrt{19}$.

CÂU 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$ và $B(6; 5; 5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

- A. -21 . B. -12 . C. -18 . D. -15 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. B	4. D	5. A	6. A	7. B	8. C	9. D	10. A
11. B	12. A	13. C	14. B	15. A	16. A	17. D	18. A	19. B	20. D
21. A	22. B	23. D	24. C	25. B	26. B	27. A	28. D	29. C	30. C
31. D	32. A	33. D	34. D	35. B	36. A	37. B	38. A	39. C	40. A
41. B	42. C	43. A	44. C	45. A	46. A	47. A	48. D	49. B	50. C

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Đặt $2^x = t$, ta có bất phương trình $(2t - \sqrt{2})(t - y) < 0 \Leftrightarrow \left(t - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(t - y) < 0$. (*)

Vì $y \in \mathbb{Z}^+$ nên $y > \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Do đó, (*) $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < t < y \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} < 2^x < y \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < \log_2 y$.

Nếu $\log_2 y > 10$ thì $x \in \{0; 1; 2; \dots; 10; \dots\}$ đều là nghiệm, không thỏa.

Suy ra $\log_2 y \leq 10 \Rightarrow y \leq 2^{10} = 1024 \Rightarrow y \in \{1; 2; \dots; 1024\}$.

Chọn đáp án (A) □

CÂU 41.

Đặt $2 \sin x + 1 = t \Rightarrow \cos x dx = \frac{1}{2} dt$.

Suy ra $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2 \sin x + 1) \cos x dx = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_1^2 f(x) dx + \frac{1}{2} \int_2^3 f(x) dx$.

Vậy $I = \frac{1}{2} \int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx + \frac{1}{2} \int_2^3 (x^2 - 1) dx = \frac{23}{6}$.

Chọn đáp án (B) □

CÂU 42.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), suy ra điểm $M(x; y)$ biểu diễn số phức z .

Ta có $|z| = \sqrt{2} \Rightarrow x^2 + y^2 = 2$.

Suy ra M thuộc đường tròn (C) có tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Ta có $(z + 2i)(\bar{z} - 2) = [x + (y + 2)i] \cdot [(x - 2) - yi] = [x(x - 2) + y(y + 2)] + [(x - 2)(y + 2) - xy]i$.

Theo giả thiết, $(z + 2i)(\bar{z} - 2)$ là số thuần ảo nên

$$x(x - 2) + y(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0.$$

Suy ra M thuộc đường tròn (T) có tâm $I(1; -1)$ và bán kính $r = \sqrt{2}$.

Ta có $OI = \sqrt{2}$ nên $|R - r| < OI < R + r$ nên (C) và (C') cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn.

Chọn đáp án (C) □

CÂU 43.

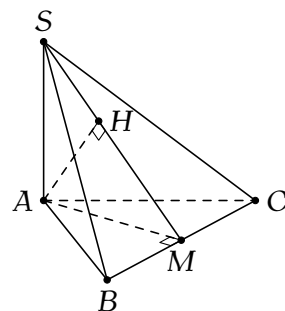
Vẽ $AM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

Vẽ $AH \perp SM$ mà $AH \perp BC$ nên $AH \perp (SBC)$.

Suy ra $(SA, (SBC)) = \widehat{ASH} = 45^\circ$.

Suy ra $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BC = \frac{a^3}{8}$.



Chọn đáp án (A) □

CÂU 44.

Xét tam giác ABC có $AB = 4,45$ và $\widehat{ACB} = 150^\circ$.
Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

$$R = OA = OB = \frac{BC}{2 \sin \widehat{ACB}} = 4,45.$$

Ta có $\triangle OAB$ đều, suy ra $\widehat{AOB} = 60^\circ$.
Độ dài cung AB là

$$\ell = 2\pi R \cdot \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{89\pi}{60}.$$

Số tiền ông Bình mua tấm kính là

$$1.500.000 \times 1,35 \times \frac{89\pi}{60} \approx 9.437.000 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 45.

Viết lại phương trình đường thẳng d_1, d_2 dạng tham số. Gọi d là đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -1 - 2t. \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}), d_2: \begin{cases} x = 2 + s \\ y = 2s \\ z = -1 - s. \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R}).$$

Gọi $A = d_1 \cap d, B = d_2 \cap d$. Lúc này, $A(1 + 2t, t, -1 - 2t)$, $B(2 + s, 2s, -1 - s)$ và $\overrightarrow{AB} = (1 + s - 2t, 2s - t, 2t - s)$.
Vì $d \perp (P)$ nên $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương, trong đó $\vec{n} = (2; 2; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) , do đó
 $\frac{1 + s - 2t}{2} = \frac{2s - t}{2} = \frac{2t - s}{-1}$. Ta tìm được $t = 0, s = 1$ và tìm được tọa độ điểm $B(3; 2; -2)$. Vậy phương trình
đường thẳng $d: \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 2}{2} = \frac{z + 2}{-1}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 46.

Ta có $f'(x)$ là hàm bậc ba có hai điểm cực trị là $x = -3, x = -1$ nên $f''(x) = a(x + 3)(x + 1)$. Suy ra
 $f'(x) = a \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x \right) + b$. Từ $f'(-3) = -1$ và $f'(-1) = -\frac{61}{3}$, giải ra $a = \frac{29}{2}, b = -1$ hay $f'(x) = \frac{29}{2} \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x \right) - 1$. Do đó $f'(0) = -1 < 0$. Đặt $h(x) = f(x^3) - 3x$ thì $h'(x) = 3x^2 f'(x^3) - 3$ nên $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{1}{x^2}$. (*)

☞ Nếu $x < 0$ thì $f'(x) < 0, \frac{1}{x^2} > 0$ do đó (*) vô nghiệm.

☞ Nếu $x > 0$ thì $f'(x)$ đồng biến còn $\frac{1}{x^2}$ nghịch biến nên (*) có không quá 1 nghiệm. Lại có $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2} \right) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f'(x^3) - \frac{1}{x^2} \right) = +\infty$ nên (*) có đúng một nghiệm $x = c > 0$. Bảng biến thiên của $h(x)$ như sau.

x	$-\infty$	0	c	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	0	$h(c)$	$+\infty$

Vì $h(0) = f(0) = 0$ nên $h(c) < 0$ và phương trình $h(x) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt, khác c . Từ đó suy ra hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 3 cực trị.

Chọn đáp án (A)

CÂU 47.

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = a^{\log x} + 2 > 0$. Từ đó ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} t = a^{\log x} + 2 \\ x = a^{\log t} + 2. \end{cases}$$

Do $a \geq 2$ nên hàm số $f(y) = a^{\log y} + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Giả sử $x \geq t$ thì $f(t) \geq f(x)$ suy ra $t \geq x$ hay $x = t$. Tương tự cho $x \leq t$ ta cũng suy ra $x = t$. Vì thế, ta đưa về xét phương trình $x = a^{\log x} + 2$ với $x > 0$ hay $x - x^{\log a} = 2$. Từ đó suy ra $x > 2$ và $x > x^{\log a} \Leftrightarrow 1 > \log a \Leftrightarrow a < 10$. Ngược lại $a < 10$ thì xét hàm số liên tục $g(x) = x - x^{\log a} - 2 = x^{\log a} (x^{1-\log a} - 1) - 2$. Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ và $g(2) < 0$ suy ra $g(x) = 0$ có nghiệm trên $(2; +\infty)$. Vậy $a \in \{2; 3; \dots; 9\}$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 48.

☉ Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ theo véc-tơ $\vec{v} = \left(-\frac{x_1 + x_2}{2}; 0\right)$ ta được đồ thị hàm số $y = g(x)$ (tức là tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang trái sao cho tâm đối xứng trùng với gốc tọa độ O). Khi đó, tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ không đổi.

☉ Đặt $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a > 0$ là hàm số của đồ thị sau khi tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$.

☉ Hàm số $g(x)$ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng nên $g(x)$ là hàm số lẻ, suy ra $b = d = 0$. Hay là $g(x) = ax^3 + cx$.

☉ Từ đó, hàm số $y = g(x)$ có hai điểm cực trị là $\frac{x_1 - x_2}{2}$ và $\frac{x_2 - x_1}{2}$. Kết hợp với giả thiết $x_2 = x_1 + 2$, suy ra hàm số $g(x)$ có hai điểm cực trị là -1 và 1 .

☉ Ta có $g'(x) = 3ax^2 + c = 0$ nhận ± 1 làm nghiệm, suy ra $g(x) = 3ax^3 - 3ax$ với $a > 0$.

☉ Xét diện tích hình chữ nhật $S_1 + S_2 = |(-1) \cdot g(-1)| = 2a$. Lại có

$$S_2 = \int_{-1}^0 a|x^3 - 3x| = \frac{5a}{4}.$$

$$\text{Do đó, } S_1 = 2a - \frac{5a}{4} = \frac{3a}{4}, \text{ nên } \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 49.

Đặt $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết, suy ra

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ c^2 + d^2 = 4 \\ (a - c)^2 + (b - d)^2 = 3. \end{cases}$$

$$\text{Do đó } a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 3 \Rightarrow ac + bd = 1.$$

Khi đó $3z_1 + z_2 = (3a + c) + (3b + d)i$ nên

$$|3z_1 + z_2|^2 = (3a + c)^2 + (3b + d)^2 = 9(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 6(ac + bd) = 19.$$

Áp dụng bất đẳng thức $|z + w| \leq |z| + |w|$, suy ra

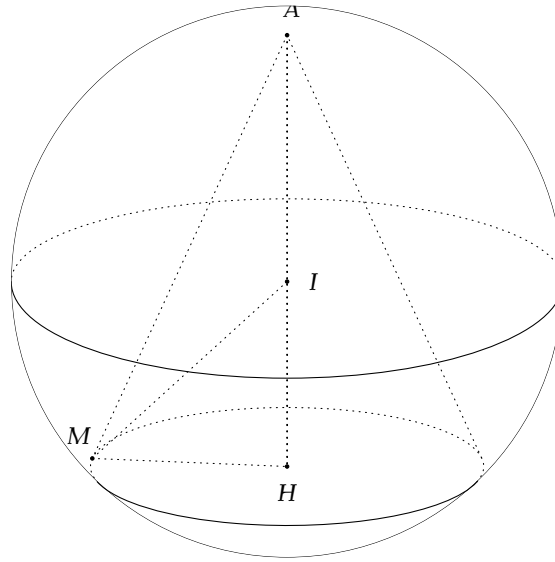
$$|3z_1 + z_2 - 5i| \leq |3z_1 + z_2| + |-5i| = \sqrt{19} + 5.$$

Chọn $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}} - \frac{4}{\sqrt{19}}i$, $z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{19}} - \frac{7}{\sqrt{19}}i$ thì dấu "=" xảy ra.

Vậy giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng $5 + \sqrt{19}$.

Chọn đáp án (B)

CÂU 50.



Gọi R, r, h lần lượt là bán kính mặt cầu, bán kính đường tròn đáy của nón, chiều cao của nón. Xét trường hợp $h \geq R$, vì nếu ngược lại sẽ có nón cùng đáy, và chiều cao lớn hơn h , nên thể tích tăng lên.

Bán kính mặt cầu $R = \frac{AB}{2} = 3$. Suy ra

$$r^2 = R^2 - IH^2 = R^2 - (h - R)^2 = 3^2 - (h - 3)^2 = 6h - h^2.$$

Vậy thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi \cdot (6h - h^2) \cdot h = \frac{1}{6}\pi \cdot h \cdot h \cdot (12 - 2h).$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương $h, h, 12 - 2h$ ta có

$$V \leq \frac{1}{6}\pi \left(\frac{h + h + 12 - 2h}{3} \right)^3 = \frac{32}{3}\pi.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $h = h = 12 - 2h \Leftrightarrow h = 4$.

Ta có $\frac{AH}{AB} = \frac{h}{2R} = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow H\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $H\left(\frac{14}{3}; \frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (4; 4; 2)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Do đó, phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là

$$4x + 4y + 2z - 42 = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 21 = 0.$$

Suy ra $b = 2, c = 1, d = -21$, suy ra $b + c + d = -18$.

Chọn đáp án (C)



Ngày làm đề:/...../.....

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023

ĐỀ MINH HỌA TN THPT 2022 — ĐỀ 21

LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề



ĐIỂM:

Trên con đường thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng!

QUICK NOTE

CÂU 1. Môđun của số phức $z = 3 - i$ bằng

- A. 8. B. $\sqrt{10}$. C. 10. D. $2\sqrt{2}$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S) : (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- A. 3. B. 81. C. 9. D. 6.

CÂU 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$?

- A. Điểm $P(-1; -1)$. B. Điểm $N(-1; -2)$.
C. Điểm $M(-1; 0)$. D. Điểm $Q(-1; 1)$.

CÂU 4. Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi r^3$. B. $V = 2\pi r^3$. C. $V = 4\pi r^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

CÂU 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là

- A. $\int f(x)dx = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C$.

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

CÂU 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là

- A. $(\log_2 6; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_2 6)$.

CÂU 8. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 42. B. 126. C. 14. D. 56.

CÂU 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

CÂU 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 4) = 3$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 2$. D. $x = 12$.

CÂU 11. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 g(x)dx = -2$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. 5. B. -5. C. 1. D. 3.

CÂU 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $2z$ bằng

- A. $6 - 2i$. B. $6 - 4i$. C. $3 - 4i$. D. $-6 + 4i$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

QUICK NOTE

A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$.

B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$.

C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$.

D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

A. $(3; 4; -3)$.

B. $(-1; 2; -3)$.

C. $(-1; 2; -1)$.

D. $(1; -2; 1)$.

CÂU 15. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần thực của z bằng

A. 2.

B. 3.

C. -3.

D. -2.

CÂU 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 3$.

D. $x = -2$.

CÂU 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

A. $\frac{1}{2} \log_2 a$.

B. $\log_2 a + 1$.

C. $\log_2 a - 1$.

D. $\log_2 a - 2$.

CÂU 18.

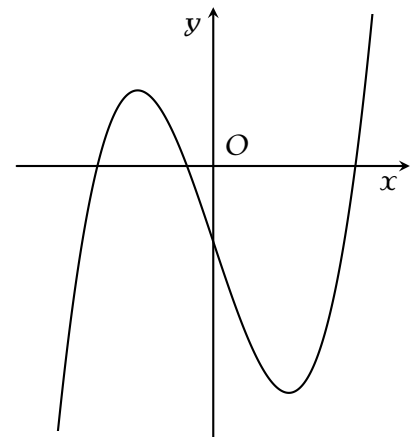
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = x^3 - 3x - 1$.

D. $y = x^2 + x - 1$.



CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $Q(2; 2; 3)$.

B. Điểm $N(2; -2; -3)$.

C. Điểm $M(1; 2; -3)$.

D. Điểm $P(1; 2; 3)$.

CÂU 20. Với n là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?

A. $P_n = n!$.

B. $P_n = n - 1$.

C. $P_n = (n - 1)!$.

D. $P_n = n$.

CÂU 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3} Bh$.

B. $V = \frac{4}{3} Bh$.

C. $V = 6 Bh$.

D. $V = Bh$.

CÂU 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.

B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x}$.

D. $y' = \frac{1}{2x}$.

CÂU 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				1				$+\infty$
					-1		-1		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 0)$.

CÂU 24. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S_{xq} = 4\pi rl$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = 3\pi rl$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

CÂU 25. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 2$ thì $\int_2^5 3f(x)dx$ bằng

- A. 6. B. 3. C. 18. D. 2.

CÂU 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 11. B. 3. C. $\frac{7}{4}$. D. 28.

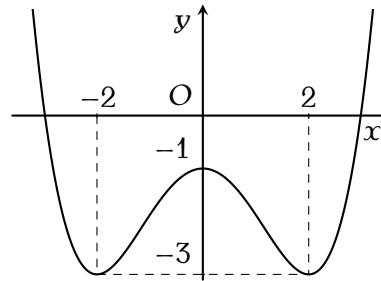
CÂU 27. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = x - \cos x + C$. B. $\int f(x)dx = x + \sin x + C$.
C. $\int f(x)dx = x + \cos x + C$. D. $\int f(x)dx = \cos x + C$.

CÂU 28.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. -1. C. -3. D. 2.



CÂU 29. Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 5$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = 4$.

CÂU 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^3 - x$. B. $y = -x^4 - x^2$. C. $y = -x^3 + x$. D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

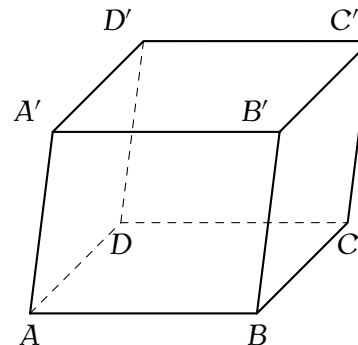
CÂU 31. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a = 4b^3$. B. $a = 3b + 4$. C. $a = 3b + 2$. D. $a = \frac{4}{b^3}$.

CÂU 32.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .



CÂU 33. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 2x]dx$ bằng

- A. 20. B. 10. C. 18. D. 12.

QUICK NOTE

QUICK NOTE

CÂU 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $2x - 5y + 3z - 38 = 0$. **B.** $2x + 4y - z + 19 = 0$.
C. $2x + 4y - z - 19 = 0$. **D.** $2x + 4y - z + 11 = 0$.

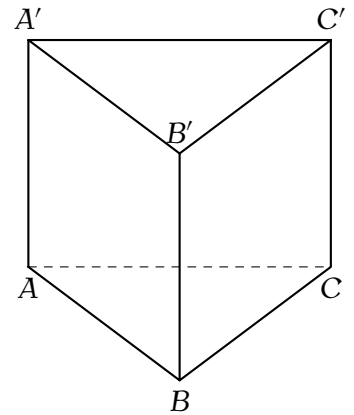
CÂU 35. Cho số phức z thỏa mãn $i\bar{z} = 5 + 2i$. Phần ảo của z bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** -5. **D.** -2.

CÂU 36.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = 4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 4.



CÂU 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

A. $\frac{7}{40}$. **B.** $\frac{21}{40}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -2; 3)$, $B(1; 3; 4)$ và $C(3; -1; 5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{9}$. **D.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

CÂU 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 5 \cdot 2^{x+2} + 64) \sqrt{2 - \log(4x)} \geq 0$?

A. 22. **B.** 25. **C.** 23. **D.** 24.

CÂU 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			1		$+\infty$	
	$-\infty$			-5		

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

CÂU 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 7.

CÂU 42. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{16\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $\frac{16}{3}a^3$.

QUICK NOTE

CÂU 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

CÂU 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{1}{|z| - z}$ có phần thực bằng $\frac{1}{8}$. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2$ bằng

- A. 16. B. 20. C. 10. D. 32.

CÂU 45. Cho hàm số $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có ba điểm cực trị là $-2, -1$ và 1 . Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

- A. $\frac{500}{81}$. B. $\frac{36}{5}$. C. $\frac{2932}{405}$. D. $\frac{2948}{405}$.

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -3; 3)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-7}$. B. $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-10}{-7}$.

CÂU 47. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. B. $4\sqrt{6}\pi a^3$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. D. $8\sqrt{2}\pi a^3$.

CÂU 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b \in (-12; 12)$ thỏa mãn $4^{a^2+b} \leq 3^{b-a} + 65$?

- A. 4. B. 6. C. 5. D. 7.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-4)^2 + (y+3)^2 + (z+6)^2 = 50$ và đường thẳng $d : \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

- A. 29. B. 33. C. 55. D. 28.

CÂU 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

- A. 16. B. 9. C. 15. D. 10.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. C	4. D	5. C	6. C	7. A	8. C	9. C	10. B
11. C	12. B	13. C	14. C	15. A	16. A	17. C	18. C	19. C	20. A
21. D	22. A	23. D	24. B	25. A	26. A	27. A	28. B	29. B	30. A
31. A	32. A	33. B	34. B	35. A	36. D	37. B	38. D	39. A	40. B
41. B	42. B	43. D	44. A	45. D	46. D	47. A	48. D	49. D	50. D

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Ta có

$$f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = 2 \end{cases}$$

Với $f(x) = -1$, đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$. Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt, suy ra phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Với $f(x) = 2$, đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$. Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm duy nhất, suy ra phương trình $f(x) = 2$ có 1 nghiệm thực (nghiệm này khác 3 nghiệm của phương trình $f(x) = 1$).

Vậy phương trình $f'(f(x)) = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án (B)

□

CÂU 41.

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = 4x^3 + 2x + C_1$. Vì $f(1) = 3$ nên $C_1 = -3$.

Khi đó $f(x) = 4x^3 + 2x - 3$.

Ta có $F(x) = \int f(x) dx = x^4 + x^2 - 3x + C_2$. Vì $F(0) = 2$ nên $C_2 = 2$.

Khi đó $F(x) = x^4 + x^2 - 3x + 2$.

Vậy $F(1) = 1$.

Chọn đáp án (B)

□

CÂU 42.

Ta có S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Mặt khác $AB \parallel CD$ nên giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng d qua điểm S và song song với AB, CD .

Gọi O là tâm hình vuông suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm AB , J là trung điểm CD . Khi đó

$$\textcircled{\text{A}} SI \perp AB \Rightarrow SI \perp d.$$

$$\textcircled{\text{B}} SJ \perp CD \Rightarrow SJ \perp d.$$

Suy ra góc giữa (SAB) và (SCD) là $\widehat{ISJ} = 90^\circ$

$$\text{Ta có } AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}a.$$

$$\text{Vì } \triangle ISJ \text{ vuông tại } S \text{ nên } SO = \frac{1}{2}IJ = \frac{1}{2}AD = \sqrt{2}a.$$

$$\text{Thể tích } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2}a \cdot 8a^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3}a^3.$$

Chọn đáp án (B)

□

CÂU 43.

Ta có $\Delta' = m^2 - 8m + 12$.

$$\textcircled{\text{A}} \text{ Nếu } \Delta' > 0 \text{ thì phương trình có hai nghiệm thực. Khi đó, } |z_1| = |z_2| \Leftrightarrow z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ (thỏa mãn).}$$

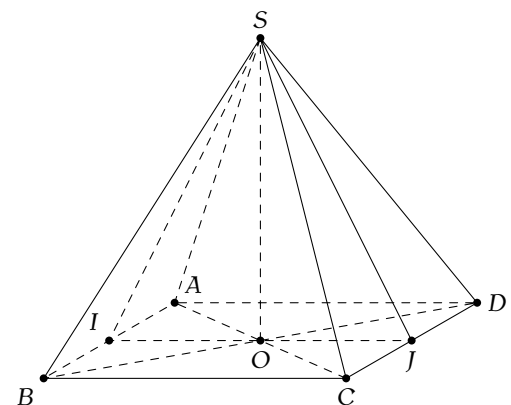
$$\textcircled{\text{B}} \text{ Nếu } \Delta' < 0, \text{ thì phương trình có hai nghiệm phức. Khi đó, là hai số phức liên hợp nên ta luôn có } |z_1| = |z_2| \text{ hay } m^2 - 8m + 12 < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 6 \text{ luôn thỏa mãn.}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số thỏa mãn.

Chọn đáp án (D)

□

CÂU 44.



Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), điều kiện $|z| - z \neq 0$ (*); $z_1 = x_1 + y_1i$; $z_2 = x_2 + y_2i$.

$$\text{Ta có } w = \frac{1}{(\sqrt{x^2 + y^2} - x) - yi} = \frac{(\sqrt{x^2 + y^2} - x) + yi}{(\sqrt{x^2 + y^2} - x)^2 + y^2}.$$

Theo đề, ta có

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{2(x^2 + y^2) - 2x\sqrt{x^2 + y^2}} &= \frac{1}{8} \\ \Leftrightarrow 8(\sqrt{x^2 + y^2} - x) &= 2x^2 + 2y^2 - 2x\sqrt{x^2 + y^2} \\ \Leftrightarrow 4(\sqrt{x^2 + y^2} - x) &= \sqrt{x^2 + y^2}(\sqrt{x^2 + y^2} - x) \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + y^2} - x)(\sqrt{x^2 + y^2} - 4) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 4 \\ \sqrt{x^2 + y^2} - x = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Trường hợp 1: $\sqrt{x^2 + y^2} - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = 0 \end{cases}$ (không thỏa mãn điều kiện).

Trường hợp 2: $\sqrt{x^2 + y^2} = 4 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 16$

$$\Rightarrow x_1^2 + y_1^2 = 16 \text{ và } x_2^2 + y_2^2 = 16.$$

$$\text{Ta có } |z_1 - z_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 4 \Leftrightarrow (y_1 - y_2)^2 = 4 - (x_1 - x_2)^2.$$

$$\text{Khi đó } P = x_1^2 + (y_1 - 5)^2 - x_2^2 - (y_2 - 5)^2 = -10 \cdot (y_1 - y_2) \leq 10 |y_1 - y_2| = 10 \cdot \sqrt{4 - (x_1 - x_2)^2} \leq 20.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2$ và $|y_1 - y_2| = 2$.

Vậy $\max P = 20$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 45.

$$\text{Ta có } f'(x) = 12x^3 + 3ax^2 + 2bx + c. \quad (1)$$

Mặt khác, vì $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn và có ba điểm cực trị $-2, -1, 1$ nên suy ra

$$f'(x) = 12(x + 3)(x + 1)(x - 1) = 12(x^3 + 2x^2 - x - 2) = 12x^3 + 24x^2 - 12x - 24. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình } \begin{cases} 3a = 24 \\ 2b = -12 \\ c = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -6 \\ c = -24. \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } f(x) = 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x + d.$$

☉ Cách 1:

$$\text{Ta có } f(x) = f'(x) \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{6} \right) - 7x^2 - 16x + d + 4.$$

$$\text{Khi đó đồ thị đi qua ba điểm cực trị của } f(x) \text{ là } g(x) = -7x^2 - 16x + d + 4.$$

Do đó ta có

$$S = \int_{-2}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 |3x^4 + 8x^3 + x^2 - 8x - 4| dx = \frac{2948}{405}.$$

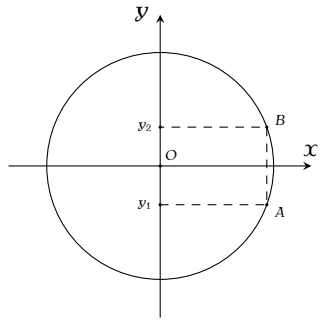
☉ Cách 2:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$, $g(x)$ là $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$.

Nhận xét rằng $f(x) - g(x)$ là hàm số bậc bốn và theo giả thiết, phương trình trên có 3 nghiệm $-2, -1, 1$.

1. Khi đó

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= 3(x^2 - 1)(x + 2)(mx + n) \\ &= (3x^3 + 6x^2 - 3x - 6)(mx + n) \\ &= 3mx^4 + 3nx^3 + 6mx^3 + 6nx^2 - 3mx^2 - 3nx - 6mx - 6n \\ &= 3mx^4 + 3(n + 2m)x^3 + 3(2n - m)x^2 - 3(n + 2m)x - 6n. \end{aligned}$$



Vì $f(x)$ là hàm số bậc bốn và $g(x)$ là hàm số bậc hai, nên ta có thể đồng nhất hệ số bậc 4 và bậc 3 của $f(x)$ và $f(x) - g(x)$. Suy ra $m = 1$ và $n = \frac{2}{3}$.
 Khi đó $f(x) - g(x) = (x + 2)(x^2 - 1)(3x + 2)$.
 Do đó

$$S = \int_{-2}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 |(x + 2)(x^2 - 1)(3x + 2)| dx = \frac{2948}{405}.$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 46.

Gọi d là đường thẳng thỏa đề bài. Đặt $M(0; 0; m) = d \cap Oz$.

- Mặt phẳng (P) có VTPT là $\vec{n} = (1; 1; 1)$, đường thẳng d có VTCP là $\vec{u} = \vec{AM} = (4; 3; m - 3)$.

- Vì $d \parallel (P) \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 4 + 3 + m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -4$.

- d có VTCP là $\vec{u} = (4; 3; -7)$ nên loại được các phương án $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$ và $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$.

- Đường thẳng d qua $A(-4; -3; 3)$ và có VTCP $\vec{u} = (4; 3; -7)$ nên d có PTCT là: $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{-7}$.

- Vì d đi qua điểm $N(-8; -6; 10)$ nên $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$ là phương trình của d .

Chọn đáp án (D)

CÂU 47.

Gọi O là tâm đường tròn đáy và M là trung điểm của AB .

Ta có $SO \perp (OAB)$ và $OM \perp AB$. Dựng $OH \perp SM$ tại H .

Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) là $OH = 2a$.

Ta tính được $OM^2 = OA^2 - AM^2 = 12a^2 - 4a^2 = 8a^2$.

Tam giác SOM vuông tại O có OH là đường cao nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{8a^2} = \frac{1}{8a^2}.$$

Suy ra $OS = 2\sqrt{2}a$.

Thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi (2\sqrt{3}a)^2 \cdot 2\sqrt{2}a = 8\sqrt{2}\pi a^3$.

Chọn đáp án (A)

CÂU 48.

$$4^{a^2+b} \leq 3^{b-a} + 65 \Leftrightarrow \frac{3^b}{3^a} + 65 \geq 4^{a^2} \cdot 4^b \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^b + 65 \cdot 3^a \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2} \cdot 3^a \geq 0. \quad (1)$$

$$\text{Hàm số } f(b) = \left(\frac{3}{4}\right)^b + 65 \cdot 3^a \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2} \cdot 3^a.$$

$$\text{Ta có } f'(b) = \left(\frac{3}{4}\right)^b \ln \frac{3}{4} + 65 \cdot 3^a \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^b \ln \frac{1}{4} < 0, \forall b.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$f'(b)$	$-$	0	$-$
$f(b)$	$+\infty$	$y = 0$	$-4^{a^2} \cdot 3^a$

Ta được tập nghiệm $S = (-\infty; \alpha]$.

S chứa ít nhất 4 số nguyên tố $b \in (-12; 12) \Leftrightarrow \{-11; -10; -9; -8\} \subset (-\infty; \alpha] \Leftrightarrow f(-8) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^8 + 65 \cdot 3^a \cdot 4^8 - 4^{a^2} \cdot 3^a \geq 0 \Leftrightarrow a \in \{-3; -2; \dots; 3\} \text{ (TABLE } -5 \rightarrow 5).$$

Chọn đáp án (D)

CÂU 49.

Mặt cầu (S) có tâm $I(4; -3; -6)$, $R = 5\sqrt{2}$.

Ta có $M \in Ox \Rightarrow M(a; 0; 0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến từ M đến (S) . Khi đó (P) đi qua $M(a; 0; 0)$, vuông góc với đường thẳng d , phương trình mặt phẳng (P) là

$$2(x - a) + 4y - z = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y - z - 2a = 0.$$

Ta có M là điểm nằm ngoài mặt cầu, suy ra

$$\odot IM > R \Leftrightarrow (a - 4)^2 + 9 + 36 > 50 \Leftrightarrow (a - 4)^2 > 5 \quad (1)$$

$$\odot d(I, (P)) < R \Leftrightarrow \frac{|8 - 12 + 6 - 2a|}{\sqrt{21}} < 5\sqrt{2} \Leftrightarrow |2 - 2a| < 5\sqrt{42} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra

$$\begin{cases} (a - 4)^2 > 5 \\ |2 - 2a| < 5\sqrt{42} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 8a + 11 > 0 \\ a^2 - 2a + 1 < \frac{350}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 7 \\ a \leq 1 \\ -15 \leq a \leq 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -15 \leq a \leq 1 \\ 7 \leq a \leq 17. \end{cases}$$

Vì $a \in \mathbb{Z}$, suy ra có 28 điểm M thỏa mãn.

Chọn đáp án (D)

CÂU 50.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -10. \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y' &= (4x^3 - 16x) \cdot f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 16x = 0 \\ f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x^4 - 8x^2 + m = 0 \\ x^4 - 8x^2 + m = -10 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ m = -x^4 + 8x^2 \quad (1) \\ m + 10 = -x^4 + 8x^2 \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

Để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có 9 điểm cực trị thì $f'(x^4 - 8x^2 + m) = 0$ phải có 6 nghiệm phân biệt. Suy ra phương trình (1) phải có 2 nghiệm và phương trình (2) phải có 4 nghiệm.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} -m \geq 0 \\ -16 < -m - 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ -10 < m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow -10 < m \leq 0.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9; -8; \dots; -1; 0\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên m thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (D)

Ngày làm đề:/...../.....



ĐIỂM: _____

Trên con đường
thành công không có
dấu chân của kẻ lùi
biếng!

QUICK NOTE

TỔNG ÔN THPT QUỐC GIA 2023

ĐỀ MINH HỌA TN THPT 2023 — ĐỀ 22

LỚP TOÁN THẦY DŨNG TQB

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 7 - 6i$ có tọa độ là

- A. $(-6; 7)$. B. $(6; 7)$. C. $(7; 6)$. D. $(7; -6)$.

CÂU 2. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. C. $y' = \frac{\ln 3}{x}$. D. $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$.

CÂU 3. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^\pi$ là

- A. $y' = \pi x^{\pi-1}$. B. $y' = x^{\pi-1}$. C. $y' = \frac{1}{\pi} x^{\pi-1}$. D. $y' = \pi x^\pi$.

CÂU 4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} < 4$ là

- A. $(-\infty; 1]$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

CÂU 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{7}{2}$.

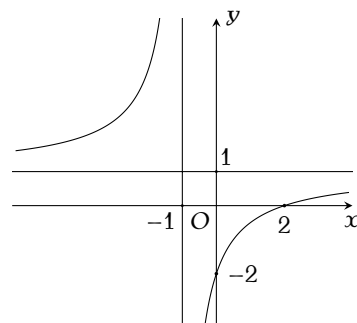
CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 1)$. B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (1; -1; 1)$.

CÂU 7.

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

- A. $(0; -2)$. B. $(2; 0)$.
C. $(-2; 0)$. D. $(0; 2)$.



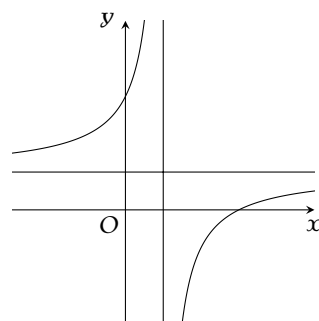
CÂU 8. Nếu $\int_{-1}^4 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^4 g(x) dx = 3$ thì $\int_{-1}^4 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 1. D. -1.

CÂU 9.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.
C. $y = x^2 - 4x + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 5$.



CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 1 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; -2; -3)$. B. $(2; 4; 6)$. C. $(-2; -4; -6)$. D. $(1; 2; 3)$.

QUICK NOTE

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

CÂU 12. Cho số phức $z = 2 + 9i$, phần thực của số phức z^2 bằng

- A. -77 . B. 4 . C. 36 . D. 85 .

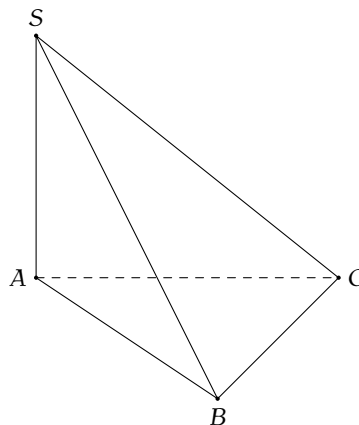
CÂU 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 6. B. 8. C. $\frac{8}{3}$. D. 4.

CÂU 14.

Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = 2$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 2. C. 6. D. 4.



CÂU 15. Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O; R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $d < R$. B. $d > R$. C. $d = R$. D. $d = 0$.

CÂU 16. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. -3 . B. -2 . C. 2. D. 3.

CÂU 17. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh ℓ . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi r\ell$. B. $\frac{2}{3}\pi r\ell^2$. C. $\pi r\ell$. D. $\frac{1}{3}\pi r^2\ell$.

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

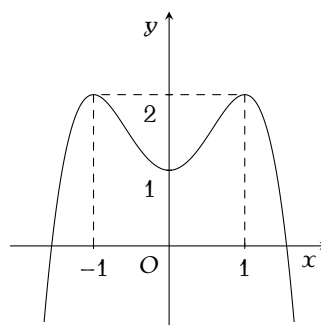
Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(1; 2; 3)$. B. $Q(1; 2; -3)$. C. $N(2; 1; 2)$. D. $M(2; -1; -2)$.

CÂU 19.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. $(-1; 2)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; 0)$.



CÂU 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = \frac{1}{3}$. B. $y = -\frac{2}{3}$. C. $y = -\frac{1}{3}$. D. $y = \frac{2}{3}$.

CÂU 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2) > 0$ là

- A. $(2; 3)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(12; +\infty)$.

CÂU 22. Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

- A. 225. B. 30. C. 210. D. 105.

QUICK NOTE

CÂU 23. Cho $\int \frac{1}{x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$. B. $F'(x) = \ln x$. C. $F'(x) = \frac{1}{x}$. D. $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

CÂU 24. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) - 2 \right] dx$ bằng

- A. 0. B. 6. C. 8. D. -2.

CÂU 25. Cho hàm số $f(x) = \cos x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = -\sin x + x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = \sin x + x^2 + C$.
C. $\int f(x) dx = -\sin x + \frac{x^2}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = \sin x + \frac{x^2}{2} + C$.

CÂU 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		0	$+\infty$

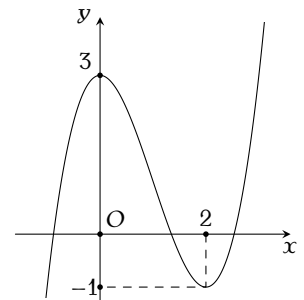
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; 3)$.

CÂU 27.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. -1. B. 3. C. 2. D. 0.



CÂU 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng

- A. $\ln a$. B. $\ln \frac{2}{3}$. C. $\ln(6a^2)$. D. $\ln \frac{3}{2}$.

CÂU 29. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{16}{15}$. B. $\frac{16\pi}{9}$. C. $\frac{16}{9}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

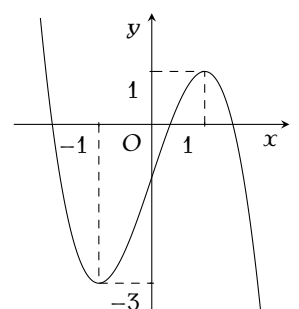
CÂU 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy và $SA = AB$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

CÂU 31.

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.



QUICK NOTE

CÂU 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 2)^2(1 - x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

CÂU 33. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

- A. $\frac{9}{35}$. B. $\frac{18}{35}$. C. $\frac{4}{35}$. D. $\frac{1}{7}$.

CÂU 34. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x + 2 \ln x - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{1}{e^3}$. B. -2 . C. -3 . D. $\frac{1}{e^2}$.

CÂU 35. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(0; 2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; -2)$. D. $(2; 0)$.

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -1; -1)$ và $N(5; 5; 1)$. Đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$.

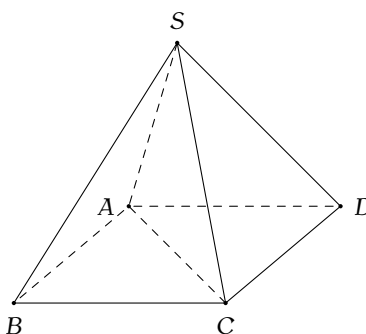
CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; 2; -3)$. C. $(-1; -2; -3)$. D. $(-1; 2; 3)$.

CÂU 38.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a , $AC = 2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. B. $\sqrt{2}a$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.



CÂU 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2 - 16}{343} < \log_7 \frac{x^2 - 16}{27}$?

- A. 193. B. 92. C. 186. D. 184.

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của

$f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4) + G(4) = 4$ và $F(0) + G(0) = 1$. Khi đó $\int_0^2 f(2x)dx$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{4}$. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

CÂU 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + mx$ có ba điểm cực trị?

- A. 17. B. 15. C. 3. D. 7.

CÂU 42. Xét các số phức z thỏa mãn $|z^2 - 3 - 4i| = 2|z|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M^2 + m^2$ bằng

- A. 28. B. $18 + 4\sqrt{6}$. C. 14. D. $11 + 4\sqrt{6}$.

CÂU 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

QUICK NOTE

A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

C. $\sqrt{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

CÂU 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ bằng

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{4}$.

CÂU 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 2$?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d . Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng

A. 5.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{11}{3}$.

CÂU 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) \leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x)?$$

A. 89.

B. 48.

C. 90.

D. 49.

CÂU 48. Cho khối nón có đỉnh S , chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\frac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 12$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $8\sqrt{2}$.

B. $\frac{24}{5}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $\frac{5}{24}$.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;10)$ và $B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(4;5)$.

B. $(3;4)$.

C. $(2;3)$.

D. $(6;7)$.

CÂU 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10; +\infty)$ để hàm số $y = |x^3 + (a+2)x + 9 - a^2|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 12.

B. 11.

C. 6.

D. 5.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. A	4. D	5. B	6. C	7. B	8. A	9. B	10. D
11. D	12. A	13. B	14. B	15. C	16. A	17. C	18. B	19. B	20. D
21. C	22. D	23. C	24. D	25. D	26. D	27. B	28. D	29. D	30. D
31. C	32. D	33. A	34. D	35. C	36. C	37. A	38. C	39. D	40. B
41. B	42. C	43. B	44. C	45. C	46. C	47. B	48. C	49. B	50. B

HƯỚNG DẪN GIẢI

CÂU 40.

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2}dt$.

Đổi cận

x	0	2
t	0	4

$$\begin{aligned} \int_0^2 f(2x)dx &= \frac{1}{2} \int_0^4 f(t)dt \\ &= \frac{1}{2} F(t) \Big|_0^4 = \frac{1}{2} G(t) \Big|_0^4 \\ &= \frac{1}{4} [F(t) + G(t)] \Big|_0^4 \quad (\text{Vì } F(x) \text{ và } G(x) \text{ là nguyên hàm của } f(x)) \\ &= \frac{1}{4} [(F(4) + G(4)) - (F(0) + G(0))] \\ &= \frac{1}{4} (4 - 1) = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B)



CÂU 41.

Ta có $y' = -4x^3 + 12x + m$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt, điều này tương đương với phương trình $4x^3 - 12x = m$ có ba nghiệm phân biệt.

Đặt $f(x) = 4x^3 - 12x$.

Ta có $f'(x) = 12x^2 - 12$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	8	-8	$+\infty$	

Do đó phương trình $4x^3 - 12x = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-8 < m < 8$.

Vậy có 15 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán ($m \in \{-7; -6; \dots; 6; 7\}$).

Chọn đáp án (B)



CÂU 42.

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} & |z^2 - 3 - 4i| = 2|z| \\ \Leftrightarrow & |z^2 - (2 + i)^2| = 2|z| \\ \Leftrightarrow & ((x - 2)^2 + (y - 1)^2)((x + 2)^2 + (y + 1)^2) = 4(x^2 + y^2) \\ \Leftrightarrow & (t + 5)^2 - (4x + 2y)^2 = 4t, \text{ với } t = x^2 + y^2 \\ \Leftrightarrow & (4x + 2y)^2 = t^2 + 6t + 25 \\ \Leftrightarrow & 20t \geq t^2 + 6t + 25 \text{ (bất đẳng thức B.C.S)} \\ \Leftrightarrow & t^2 - 14t + 25 \leq 0 \\ \Leftrightarrow & 7 - 2\sqrt{6} \leq t \leq 7 + 2\sqrt{6} \\ \Leftrightarrow & \sqrt{6} - 1 \leq |z| \leq \sqrt{6} + 1. \end{aligned}$$

Suy ra giá trị lớn nhất của $|z|$ là $M = 1 + \sqrt{6}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 7 + 2\sqrt{6} \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{6} + 2}{\sqrt{5}} \\ y = \frac{\sqrt{6} + 1}{\sqrt{5}} \\ x = -\frac{2\sqrt{6} + 2}{\sqrt{5}} \\ y = -\frac{\sqrt{6} + 1}{\sqrt{5}}. \end{cases}$$

Và giá trị nhỏ nhất là $m = 1 - \sqrt{6}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 7 - 2\sqrt{6} \\ \frac{x}{4} = \frac{y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2\sqrt{6} - 2}{\sqrt{5}} \\ y = \frac{\sqrt{6} - 1}{\sqrt{5}} \\ x = -\frac{2\sqrt{6} - 2}{\sqrt{5}} \\ y = -\frac{\sqrt{6} - 1}{\sqrt{5}}. \end{cases}$$

Vậy $M^2 + m^2 = 14$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 43.

Dựng $AH \perp A'B$ tại H .

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'B'B)$,

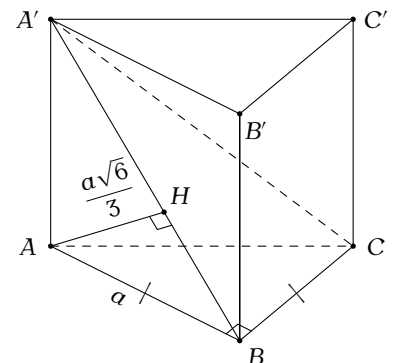
mà $AH \subset (AA'B'B)$ nên $BC \perp AH$.

Ta có $\begin{cases} AH \perp A'B \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BC)$.

$\Rightarrow AH = d(A, (A'BC)) = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Xét $\triangle AA'B$ vuông tại A , đường cao AH , ta có

$$\frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AA' = a\sqrt{2}.$$



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}a \cdot a = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3.$$

Chọn đáp án (B)

CÂU 44.

Ta có $f(x) + xf'(x) = 4x^3 + 4x + 2 \Leftrightarrow (xf(x))' = 4x^3 + 4x + 2$

$$\Rightarrow xf(x) = x^4 + 2x^2 + 2x + C.$$

Do $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$\text{với } x = 0 \Rightarrow 0 \cdot f(0) = 0 + C \Rightarrow C = 0 \Rightarrow xf(x) = x^4 + 2x^2 + 2x.$$

Trường hợp 1: Với $x = 0 \Rightarrow f(0) + 0 \cdot f'(0) = 4 \cdot 0^3 + 4 \cdot 0 + 2 \Rightarrow f(0) = 2.$

Trường hợp 2: Với $x \neq 0$ chia hai vế $xf(x) = x^4 + 2x^2 + 2x$ cho x ta được $f(x) = x^3 + 2x + 2$

$$\text{Vậy } f(x) = x^3 + 2x + 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra } f'(x) = 3x^2 + 2.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và $f'(x)$ là

$$x^3 + 2x + 2 = 3x^2 + 2 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2. \end{cases}$$

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
$x^3 - 3x^2 + 2x$		-	0	+	0	-	0	+

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 |x^3 - 3x^2 + 2x| dx + \int_1^2 |x^3 - 3x^2 + 2x| dx \\ &= \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x) dx + \int_1^2 (-x^3 + 3x^2 - 2x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right) \Big|_0^1 + \left(-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 \right) \Big|_1^2 \\ &= \frac{1}{4} - 0 + 0 + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (C)

CÂU 45.

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m + 1$. Ta có các trường hợp (TH) sau

TH1. $\Delta < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$. Khi đó $z_1 = \overline{z_2}$, suy ra

$$2|z_1| = |z_1| + |z_2| = 2 \Rightarrow |z_1| = 1 \Rightarrow m^2 = z_1 z_2 = |z_1|^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1.$$

Kết hợp với điều kiện, $m < -\frac{1}{2}$, ta được $m = -1$.

TH2. $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$. Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm thực thỏa mãn $z_1 + z_2 = 2(m+1)$ và $z_1 z_2 = m^2$. Do đó

$$\begin{aligned} 4 &= (|z_1| + |z_2|)^2 = z_1^2 + z_2^2 + 2|z_1 z_2| = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 + 2|z_1 z_2| \\ &\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 2m^2 + 2m^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2. \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện $m > -\frac{1}{2}$, ta được $m = 0$.

Vậy có 2 giá trị $m = 0$ hoặc $m = -1$ thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án **C**

CÂU 46.

Gọi $M_0(2; 1; 1) \in d$ và $\vec{u} = (2; 2; -3)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d .

Mặt phẳng (P) đi qua A chứa d nên nhận $[\vec{AM}_0, \vec{u}]$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Ta có $\vec{AM}_0 = (2; 0; -1)$, suy ra $[\vec{AM}_0, \vec{u}] = (2; 4; 4)$.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là

$$2x + 4(y - 1) + 4(z - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 4y + 4z - 12 = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 6 = 0.$$

Khoảng cách từ điểm $M(5; -1; 3)$ đến mặt phẳng (P) là

$$d(M, (P)) = \frac{|5 + 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 1.$$

Chọn đáp án **C**

CÂU 47.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x, y \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

Ta có

$$\log_3(x^2 + y^2 + x) + \log_2(x^2 + y^2) \leq \log_3 x + \log_2(x^2 + y^2 + 24x) \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x^2 + y^2 + x}{x}\right) \leq \log_2\left(\frac{x^2 + y^2 + 24x}{x^2 + y^2}\right) \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x^2 + y^2}{x} + 1\right) \leq \log_2\left(1 + \frac{24x}{x^2 + y^2}\right) \quad (3)$$

$$(4)$$

Đặt $t = \frac{x^2 + y^2}{x}$, bất phương trình trở thành

$$\log_3(t + 1) \leq \log_2\left(1 + \frac{24}{t}\right) \quad (5)$$

$$(6)$$

Đặt $a = \log_3(t + 1) \Rightarrow 3^a = t + 1 \Rightarrow t = 3^a - 1$, với $a > 0$. Khi đó, bất phương trình trở thành

$$a \leq \log_2\left(1 + \frac{24}{t}\right) \Leftrightarrow 2^a \leq 1 + \frac{24}{3^a - 1} \Leftrightarrow 3^a + 2^a + 23 \geq 23 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^a + \left(\frac{1}{2}\right)^a + 23\left(\frac{1}{6}\right)^a \geq 1.$$

Xét hàm số $f(a) = \left(\frac{1}{3}\right)^a + \left(\frac{1}{2}\right)^a + 23\left(\frac{1}{6}\right)^a$, với $a > 0$.

Vì $f'(a) = \left(\frac{1}{3}\right)^a \ln\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^a \ln\left(\frac{1}{2}\right) + 23\left(\frac{1}{6}\right)^a \ln\left(\frac{1}{6}\right) < 0$ nên $f(a)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Ta có

$$\left(\frac{1}{3}\right)^a + \left(\frac{1}{2}\right)^a + 23\left(\frac{1}{6}\right)^a \geq 1 \Leftrightarrow f(a) \geq f(2) \Leftrightarrow a \leq 2.$$

Khi đó

$$\log_3(t + 1) \leq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{x} + 1 \leq 9 \Leftrightarrow (x - 4)^2 + y^2 \leq 16.$$

Suy ra $(x - 4)^2 \leq 16 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 8$. Vì $x > 0, x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

☑ Với $x = 1$, ta có $y \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

☑ Với $x = 2$, ta có $y \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

☑ Với $x = 3$, ta có $y \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

- ☑ Với $x = 4$, ta có $y \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.
- ☑ Với $x = 5$, ta có $y \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.
- ☑ Với $x = 6$, ta có $y \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.
- ☑ Với $x = 7$, ta có $y \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.
- ☑ Với $x = 8$, ta có $y = 0$.

Vậy có 48 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B)

CÂU 48.

Gọi O là tâm của đường tròn đáy và R là bán kính của đường tròn đáy ($R > 0$).

Ta có thể tích của khối nón bằng

$$\frac{1}{3} \cdot 8 \cdot \pi R^2 = \frac{800\pi}{3} \Leftrightarrow R = 10.$$

Kẻ $OI \perp AB$ tại I , suy ra I là trung điểm của AB và

$$OI = \sqrt{OA^2 - AI^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

Kẻ $OH \perp SI$ tại H . Ta có

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp OI \\ AB \perp SO \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (SOI).$$

Từ đó suy ra $AB \perp OH$ (do $OH \subset (SOI)$). Ta lại có

$$\left. \begin{array}{l} OH \perp SI \\ OH \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow OH \perp (SAB).$$

Vậy khoảng cách từ O đến (SAB) bằng OH .

Xét tam giác SOI vuông tại O và $SO = OI = 8$ nên tam giác SOI vuông cân tại O , suy ra

$$SI = 8\sqrt{2}; \quad OH = \frac{SI}{2} = 4\sqrt{2}.$$

Vậy khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C)

CÂU 49.

Gọi $M(x; y; z)$ khi đó $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}] = (-10y; -10x; 0)$.

Ta có $S_{OAM} = 15 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{100(x^2 + y^2)} = 15 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9$.

Vì $\triangle OAM$ không tù nên ta có

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OM} \geq 0 \\ \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AM} \geq 0 \\ \overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MA} \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} z \geq 0 \\ z \leq 10 \\ x^2 + y^2 - z(10 - z) \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq z \leq 10 \\ z^2 - 10z + 9 \geq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq z \leq 1 \\ 9 \leq z \leq 10. \end{array} \right.$$

Hơn nữa, ta có

$$\begin{aligned} MB^2 &= (x - 3)^2 + (y - 4)^2 + (z - 6)^2 \\ &= x^2 + y^2 + 25 - (6x + 8y) + z^2 - 12z + 36 \\ &= -(6x + 8y) + z^2 - 12z + 70. \end{aligned}$$

Ta có $(6x + 8y)^2 \leq (6^2 + 8^2)(x^2 + y^2) = 900$.

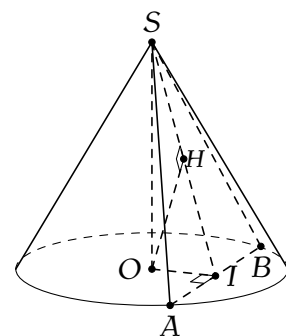
Suy ra $6x + 8y \leq 30 \Rightarrow -(6x + 8y) \geq -30$.

Do đó $MB^2 \geq z^2 - 12z + 40$.

Xét $f(z) = z^2 - 12z + 40$.

Với $z \in [0; 1] \cup [9; 10]$, ta có $f'(z) = 0 \Leftrightarrow 2z - 12 = 0 \Leftrightarrow z = 6$ (loại).

Ta có



☑ $f(0) = 40.$

☑ $f(1) = 29.$

☑ $f(9) = 13.$

☑ $f(10) = 20.$

Do đó $\min_{z \in [0;1] \cup [9;10]} f(z) = 13.$

Vậy $\min MB = \sqrt{13}.$

Chọn đáp án (B)

CÂU 50.

Xét $f(x) = x^3 + (a+2)x + 9 - a^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + a + 2.$

Để $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$, ta xét các trường hợp sau:

☑ TH1. $\begin{cases} f'(x) \geq 0, \forall x \in (0; 1) \\ f(0) \geq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + a + 2 \geq 0, \forall x \in (0; 1) \\ 9 - a^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \max_{(0;1)} (-3x^2 - 2) \\ 9 - a^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ -3 \leq a \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow a \in [-2; 3].$$

Suy ra $a \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\} \rightarrow 6$ giá trị.

☑ TH2. $\begin{cases} f'(x) \leq 0, \forall x \in (0; 1) \\ f(0) \leq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + a + 2 \leq 0, \forall x \in (0; 1) \\ 9 - a^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \min_{(0;1)} (-3x^2 - 2) \\ 9 - a^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -5 \\ a \geq 3 \\ a \leq -3 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow a \leq -5.$

Suy ra $a \in \{-9; -8; -7; -6; -5\} \rightarrow 5$ giá trị.

Vậy có 11 giá trị a thỏa mãn yêu cầu đề ra.

Chọn đáp án (B)