

## ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ II MÔN TOÁN 11 NĂM HỌC 2020-2021

### A. Kiến thức ôn tập

#### I. Đại số và Giải tích

- 1: Tính giới hạn của dãy số và hàm số
- 2: Xét tính liên tục của hàm số tại 1 điểm, trên tập xác định.
- 3: Dùng các qui tắc, tính chất để tính đạo hàm của một hàm số, các hệ thức đạo hàm.
- 4: Lập phương trình tiếp tuyến của đường cong tại một điểm

#### II. Hình học

Quan hệ vuông góc trong không gian (3 điểm)

- Chứng minh hai đường thẳng vuông góc với nhau
- Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng
- Chứng minh hai mặt phẳng vuông góc với nhau
- Tính được các góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng.

### B. Bài tập ôn tập

#### I. Đại số và giải tích

#### GIỚI HẠN DÃY SỐ

**Câu 1:** Tìm các giới hạn sau

$$\begin{array}{lll}
 \text{a/} \lim \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n - 1)^2} & \text{b/} \lim \frac{-n^2 + 2n + 1}{\sqrt{3n^4 + 2}} & \text{c/} \lim \frac{\sqrt{n^3 - 2n + 5}}{3 + 5n} \\
 \text{d/} \lim \frac{\sqrt{n^2 + 2n}}{n - \sqrt{3n^2 + 1}} & \text{e/} \lim \frac{(2n^2 + 1)^4 (n + 2)^9}{n^{17} + 1} & \text{f/} \lim \frac{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt[3]{3n^3 + 2}}{\sqrt[4]{2n^4 + n + 2} - n} \\
 \text{g/} \lim \frac{\sqrt[4]{3n^3 + 1} - n}{\sqrt{2n^4 + 3n + 1} + n} & \text{h/} \lim \frac{(n - 2)^7 (2n + 1)^3}{(n^2 + 2)^5} & \text{i/} \lim \frac{2 - 5^{n-2}}{3^n + 2 \cdot 5^n} \\
 \text{k/} \lim \frac{3^n - 4 \cdot 2^{n-1} - 3}{3 \cdot 2^n + 4^n} & \text{l/} \lim (3^n - 5^n) & \text{m/} \lim (\sqrt{n^2 + 6n} - n) \\
 \text{n/} \lim (\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt[3]{n^3 + 2n^2}) & & 
 \end{array}$$

**Bài 2\*:** Cho dãy số có giới hạn  $(u_n)$  xác định bởi: 
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}, n \geq 1 \end{cases}$$
 . Tìm  $\lim u_n$

**Câu 3\*.** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi: 
$$\begin{cases} u_0 = 2018 \\ u_1 = 2019 \\ u_{n+1} = 4u_n - 3u_{n-1}; \forall n \geq 1 \end{cases}$$
 . Hãy tính  $\lim \frac{u_n}{3^n}$ .

**Câu 4\*.** Cho dãy số thực  $(u_n)$  tăng xác định bởi:  $\begin{cases} u_1 = 2019 \\ u_n^2 + 2018u_n - 2020u_{n+1} + 1 = 0, \forall n \geq 1 \end{cases}$  (1)

đặt  $S_n = \frac{1}{u_1 + 2019} + \frac{1}{u_2 + 2019} + \dots + \frac{1}{u_n + 2019}$ . Tính  $\lim S_n$ .

## GIỚI HẠN HÀM SỐ và HÀM SỐ LIÊN TỤC

**Bài 1:** Tính các giới hạn sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x^3}{(2x - 1)(x^4 - 3)}$       b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 2x}{x^2 + 1}$       c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 + 2x}{x^2 + 1}$       d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - x^2 + 1}{2x^4 + x^2 + 3}$

e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 2x}{x^5 - 2x^2 + 1}$       f)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x + 1}{x - 2}$       g)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x + 1}{x^2 - 4}$       h)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + x - 3}{x - 3}$

i)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right)$

**Bài 2** Tính các giới hạn sau

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$       b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1}$       c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{\sqrt{x + 7} - 3}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt{x^2 + x + 1}}{x}$       e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x + 2}}{\sqrt{4x + 1} - 3}$       i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 4x} - \sqrt[3]{1 + 6x}}{x^2}$

k)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x + 5} - 3}{\sqrt[3]{5x + 3} - 2}$

**Bài 3:** Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3 + 5x - 1}{2x^3 + 3x^2 + 1}$       b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^3 + 2}{2x + 1}$       c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + 3x}{\sqrt{2x^2 + 3}}$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{1 + x^4 + x^6}}{\sqrt{1 + x^3 + x^4}}$       e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 1}{2x^3 + 3x^2 + 1}$       f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{4x^2 + 1}}{2 - 5x}$

**Bài 4:** Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x^2 - 3x + 1)$       b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^4 + x^3 + 5x - 3)$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + x + 2}$       d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{3x^2 + x} - 2x \right)$       f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \sqrt{2x^2 + x} + x \right)$

g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt[3]{2x^3 + x - 1} \right)$

**Bài 5:** Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+1}{x-3}$    b)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{1-x}{(x-4)^2}$    c)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2|x|+x}{x^2-x}$

**Bài 6:** Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}$    b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$    c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x+1}-2}$    d)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2}-1}{\sqrt{x+5}-2}$    e)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{2-x}}$

**Bài 7:** Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{x+1} - 1 \right)$    b)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) \sqrt{\frac{2x+3}{x^2-1}}$    c)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x^2-9} \cdot \frac{2x+1}{x-3}$    d)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} (x^3-8) \sqrt{\frac{x}{2-x^2}}$

**Bài 8:** Tìm giới hạn của các hàm số sau:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$    b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2x} - \sqrt{x^2+1})$   
c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2-x+2x})$    d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-x} - \sqrt{x^2-1})$

Bài 9: Nếu  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  thì  $\lim_{x \rightarrow 2} [3 - 4f(x)]$  bằng bao nhiêu?

**Bài 10\*:** Cho  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+1}{x-1} = -1$ . Tính  $I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2+x)f(x)+2}{x-1}$

**Bài 11\*:** Tìm  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $a+b=8$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+2ax+1} - \sqrt{bx+1}}{x} = 5$

**Bài 12\* :** Cho  $m, n$  là các số thực khác 0. Nếu giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+mx+n}{x-1} = 3$ . Tìm  $m.n$ .

**Bài 13\* :** Cho  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+ax+5} + x) = 5$ . Tìm  $a$ ?

**Bài 14\* :** Cho  $a, b$  là các số dương. Biết  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2-ax} + \sqrt[3]{27x^3+bx^2+5}) = \frac{7}{27}$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $ab$ .

**Bài 15\* :** Biết rằng  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = -5$ . Tính tổng  $a+b$ .

**Bài 16\*:** Biết rằng  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^3+1}{x^2-2} + ax + b \right) = 10$ . Tính tổng  $a+b$ .

**Bài 17\*:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} = 12$ .

Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{5f(x) - 16} - 4}{x^2 + 2x - 8}$

Bài 18\*: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0 = 2$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2}$ .

**Bài 19:** Xét tính liên tục của các hàm số sau:

a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & \text{khi } x \neq -2 \\ -4 & \text{khi } x = -2 \end{cases}$  tại  $x_0 = -2$       b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x + 1}}{3 - x} & \text{khi } x \neq 3 \\ 3 & \text{khi } x = 3 \end{cases}$

tại  $x_0 = 3$

c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x - 2}{\sqrt{x - 1} - 1} & \text{khi } x > 2 \\ 3x - 4 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$  tại  $x_0 = 2$

**Bài 20:** Xét tính liên tục của các hàm số sau trên TXĐ của chúng:

a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$       b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - x}{(x - 2)^2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 3 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$

c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{khi } x > 2 \\ 5 - x & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$       d)  $f(x) = \begin{cases} x & \text{khi } x < 0 \\ x^2 & \text{khi } 0 \leq x < 1 \\ -x^2 - 2x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$

**Bài 21.** Tìm  $a$  để các hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x + 1} - 1}{ax^2 + (2a + 1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 0$

**Bài 22 :** Tìm  $a$  để các hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x + 1} - 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x > 1 \\ \frac{a(x^2 - 2)}{x - 3} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$

**Bài 23 :** Tìm  $m$  để các hàm số  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x - 4} + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{x + 1}{x^2 - 2mx + 3m + 2} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

**Bài 24 :** Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x + m}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ , với  $m, n$  là các tham số thực. Tìm  $m, n$  để hàm số liên tục tại  $x = 1$

**Bài 25:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + 8x + m}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ n & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ , với  $m, n$  là các tham số thực. Biết rằng hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = 1$

**Bài 26\*:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $4a + b > 8 + 2b$  và  $a + b + c < -1$ . Khi đó phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

**Bài 27\*:** Cho các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + c > b + 1$  và  $4a + 2b + c < -8$ . Khi đó phương trình  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

### ĐẠO HÀM

**Bài 1:** Tính đạo hàm các hàm số sau:

1)  $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - 5$

2)  $y = 2x^5 - \frac{x}{2} + 3$

3)  $y = \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} - \frac{6}{7x^4}$

4)  $y = 5x^2(3x - 1)$

5)  $y = (x^3 - 3x)(x^4 + x^2 - 1)$

6)  $y = (x^2 + 5)^3$

7)  $y = (x^2 + 1)(5 - 3x^2)$

8)  $y = x(2x - 1)(3x + 2)$

10)  $y = \left(\frac{2}{x} + 3x\right)(\sqrt{x} - 1)$

11)  $y = \sqrt{2x^3}$

12)  $y = (5x^3 + x^2 - 4)^5$

13)  $y = \sqrt{3x^4 + x^2}$

14)  $y = (2x^2 + 1)(x - 2)(3x + 7)$

15)  $y = \frac{2x^2 - 5}{x + 2}$

16)  $y = \frac{1}{2x^2 + 3x - 5}$

17)  $y = \frac{x^3 - 2x}{x^2 + x + 1}$

18)  $y = \frac{-x^2 + 7x + 5}{x^2 - 3x}$

19)  $y = \sqrt{x^2 + 6x + 7}$

20)  $y = \sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 2}$

21)  $y = (x + 1)\sqrt{x^2 + x + 1}$

22)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x + 1}$

23)  $y = \frac{1 + x}{\sqrt{1 - x}}$

24)  $y = (2x^2 + 3\sqrt{x} - 1)^3$

25)  $y = (x^2 + \sqrt{x})^3 + \sqrt{x^3 - 2x}$

26)  $y = \sqrt{x}(x^2 - \sqrt{x} + 1)$

27)

$y = \sqrt{\left(2x^2 + 3\sqrt{x} - \frac{\sqrt{x}}{x - 2}\right)^3}$

**Bài 2:** Tính đạo hàm của các hàm số sau:

- 1)  $y = 5\sin x - 3\cos x$       2)  $y = \cos(x^3)$       3)  $y = x \cdot \cot x$       4)  $y = (1 + \cot x)^2$
- 5)  $y = \cos x \cdot \sin^2 x$       6)  $y = \cos x - \frac{1}{3}\cos^3 x$       7)  $y = \sin^4 \frac{x}{2}$       8)  $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$
- 9)  $y = \cot^3(2x + \frac{\pi}{4})$       10)  $y = \sin^2(\cos 3x)$       11)  $y = \cot \sqrt[3]{1+x^2}$
- 12)  $y = 3\sin^2 x \cdot \sin 3x$       13)  $y = \sqrt{2 + \tan^2 x}$       14)  $y = -\frac{\cos x}{3\sin^3 x} + \frac{4}{3}\cot x$
- 15)  $y = \sin(2\sin x)$       16)  $y = \sin^4 \sqrt{\pi - 3x}$       17)  $y = \frac{1}{(1 + \sin^2 2x)^2}$       18)  $y = \frac{x \sin x}{1 + \tan x}$
- 19)  $y = \frac{\sin x}{x} + \frac{x}{\sin x}$       20)  $y = \sqrt{1 + 2\tan x}$

**Bài 3:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9}$ . Tập hợp các giá trị của  $x$  để  $f'(x) < 0$

**Bài 4:** Cho hàm số  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ . Tập các giá trị của  $x$  để  $2x \cdot f'(x) - f(x) \geq 0$

**Bài 5:** Cho hàm số  $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ . Tập nghiệm S của bất phương trình  $f'(x) \leq f(x)$

**Bài 6:** Cho các hàm số  $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ ,  $g(x) = \sin^6 x + \cos^2 x$ . Tính biểu thức  $3f'(x) - 2g'(x) + 2$

**Bài 7:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m - 1)x + 1$ . Tập các giá trị của tham số  $m$  để  $y' \leq 0$  với  $\forall x \in \mathbb{R}$  là:

**Bài 8:** Cho hàm số  $f(x) = \sin^2 x + \sin 2x$ . Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của  $f'(x)$  trên  $\mathbb{R}$ .

**Bài 9:** Cho hàm số  $f(x) = 2\frac{\cos^3 x}{3} + \sin^3 x - 2\cos x - 3\sin x$ . Biểu diễn nghiệm của phương trình lượng giác  $f'(x)$  trên đường tròn ta được mấy điểm phân biệt?

**Bài 10:** Tìm  $a, b$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \geq 0 \\ ax + b & \text{khi } x < 0 \end{cases}$  có đạo hàm tại điểm  $x = 0$ .

**Bài 11:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{4x^2 + 8} - \sqrt{8x^2 + 4}}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 0 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Giá trị của  $f'(0)$  bằng:

**Bài 12:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x - 1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ . Tìm  $a, b$  để hàm số có đạo hàm tại  $x = 1$

**Bài 13:** Tìm đạo hàm của hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} + 3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

**Bài 14:** Cho  $f(x) = \frac{x}{(x-1)(x-2)\cdots(x-2017)}$  tính  $f'(0)$

**Bài 15:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2}{-x+1}$ . Tìm  $f^{(30)}(x)$

**Bài 16:** Cho hàm số  $y = \cos x$ . Tìm  $y^{(2016)}(x)$

**Bài 17:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$ , Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm  $x=2$ ;

**Bài 18:** Gọi  $(C)$  là đồ thị hàm số:  $y = x^3 - 5x^2 + 2$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$

a) Tại  $M(0;2)$ .

b) Biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $y = -3x + 1$ .

c) Biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{7}x - 4$ .

**Bài 19:** Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị là  $(C)$ . Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị  $(C)$  sao cho tiếp tuyến này cắt các trục  $Ox$ ,  $Oy$  lần lượt tại các điểm  $A, B$  thỏa mãn  $OA = 4OB$ .

**Bài 20:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + x + 1$  có đồ thị  $(C)$ . Trong các tiếp tuyến với đồ thị  $(C)$ , hãy tìm phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

**Bài 21:** Phương trình tiếp tuyến của  $(C): y = x^3$  biết nó đi qua điểm  $M(2; 0)$  là:

**Bài 22\*:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $[f(1+2x)]^2 = x - [f(1-x)]^3$ . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm có hoành độ bằng 1.

**Bài 23\*:** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$  có đồ thị  $(C)$ . Xét điểm  $A_1$  có hoành độ  $x_1 = 1$  thuộc  $(C)$ . Tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A_1$  cắt  $(C)$  tại điểm thứ hai  $A_2 \neq A_1$  có hoành độ  $x_2$ . Tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A_2$  cắt  $(C)$  tại điểm thứ hai  $A_3 \neq A_2$  có hoành độ  $x_3$ . Cứ tiếp tục như thế, tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A_{n-1}$  cắt  $(C)$  tại điểm thứ hai  $A_n \neq A_{n-1}$  có hoành độ  $x_n$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $x_n > 5^{100}$ .

**Bài 24\*:** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x + 2$  có đồ thị là  $(C)$ . Tìm những điểm trên trục hoành sao cho từ đó kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số và trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

### ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM TRONG KHAI TRIỂN NHỊ THỨC NIU-TƠN

**Bài 1:** Tính tổng:

a)  $S = 1.2^0 C_n^1 + 2.2^1 C_n^2 + 3.2^2 C_n^3 + \dots + n.2^{n-1} C_n^n$

b)  $S = n.3^0 C_n^n + (n-1).3^1 C_n^{n-1} + (n-2).3^2 C_n^{n-2} + \dots + 1.3^{n-1} C_n^1$

**Bài 2:** Chứng minh rằng:  $1 C_n^1 + 2 C_n^2 + 3 C_n^3 + \dots + n C_n^n = n.2^{n-1}$

$$\frac{1}{2^0} C_n^1 + \frac{2}{2^1} C_n^2 + \frac{3}{2^2} C_n^3 + \dots + \frac{n}{2^{n-1}} C_n^n = n \left( \frac{3}{2} \right)^{n-1}$$

**Bài 3:** Tìm các số nguyên dương  $n$  thỏa mãn:

$$1.2^0 C_{2n+1}^1 - 2.2^1 C_{2n+1}^2 + 3.2^2 C_{2n+1}^3 - \dots + (2n+1).2^{2n} C_{2n+1}^{2n+1} = 2021$$

**Bài 4:** Tính tổng:

a)  $S = 1.2 C_n^2 + 2.3 C_n^3 + 3.4 C_n^4 + \dots + (n-1)n C_n^n$

b)  $S = 2.1.3^0 C_{200}^2 - 3.2.3^1 C_{200}^3 + 4.3.3^2 C_{200}^4 - \dots + 200.199.3^{198} C_{200}^{200}$

c)  $S = 1^2 C_n^1 + 2^2 C_n^2 + 3^2 C_n^3 + 4^2 C_n^4 + \dots + n^2 C_n^n$

d)  $S = 2 C_{100}^1 + 3 C_{100}^2 + 4 C_{100}^3 + \dots + 101 C_{100}^{100}$

e)  $S = 3^1.2.C_n^1 + 3^2.3.C_n^2 + 3^3.4.C_n^3 + \dots + 3^n(n+1)C_n^n$

f)  $S = 1.2^1 C_n^1 + 2.2^2 C_n^2 + 3.2^3 C_n^3 + \dots + n.2^n C_n^n$

**Bài 5:** Chứng minh rằng:  $2 C_{2n+1}^2 + 4 C_{2n+1}^4 + 6 C_{2n+1}^6 + \dots + 2n C_{2n+1}^{2n} = (2n+1).2^{2n-1}$

### II. Hình học:

**Bài 1:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O; SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên SB, SC, SD.

a) Chứng minh rằng BC vuông góc với mặt (SAB); CD vuông góc với mặt phẳng (SAD); BD vuông góc với mặt phẳng (SAC).

b) Chứng minh rằng AH, AK cùng vuông góc với SC. Từ đó suy ra ba đường thẳng AH, AI, AK cùng chứa trong một mặt phẳng.

c) Chứng minh rằng HK vuông góc với mặt phẳng (SAC). Từ đó suy ra HK vuông góc với AI

**Bài 2:** Cho tam giác ABC vuông góc tại A; gọi O, I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AB, AC. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại O ta lấy một điểm S khác O

Chứng minh rằng:

a) Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC);

b) Mặt phẳng (SOI) vuông góc với mặt phẳng (SAB);

c) Mặt phẳng (SOI) vuông góc với mặt phẳng (SOJ).

**Bài 3:** Cho tứ diện SABC có SA = SC và mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi I là trung điểm của cạnh AC. Chứng minh SI vuông góc với mặt phẳng (ABC).

**Bài 4:** Cho tứ diện ABCD có AB vuông góc với mặt phẳng (BCD). Gọi BE, DF là hai đường cao của tam giác BCD; DK là đường cao của tam giác ACD.

Tổ Toán trường THPT Thuận Thành số 1

- a) Chứng minh hai mặt phẳng (ABE) và (DFK) cùng vuông góc với mặt phẳng (ADC);
- b) Gọi O và H lần lượt là trực tâm của hai tam giác BCD và ACD. Chứng minh OH vuông góc với mặt phẳng (ADC).

**Bài 5:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Mặt SAB là tam giác cân tại S và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Chứng minh rằng:

- a) BC và AD cùng vuông góc với mặt phẳng (SAB).
- b) SI vuông góc với mặt phẳng (ABCD).

**Bài 6:** Hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi ABCD tâm O cạnh a, góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ . Đường cao SO vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và đoạn  $SO = \frac{3a}{4}$ . Gọi E là trung điểm của BC, F là trung điểm của BE.

- a) Chứng minh (SOS) vuông góc với mặt phẳng (SBC)
- b) Tính các khoảng cách từ O và A đến mặt phẳng (SBC).
- c) Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua AD và vuông góc với mặt phẳng (SBC). Xác định thiết diện của hình chóp với mp  $(\alpha)$ . Tính diện tích thiết diện này.

**Bài 7:** Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình vuông cạnh  $2a$ ;  $SA \perp (ABCD)$  tan của góc hợp bởi cạnh bên SC và mặt phẳng chứa đáy bằng  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ .

- a) Chứng minh tam giác SBC vuông
- b) Chứng minh  $BD \perp SC$  và  $(SCD) \perp (SAD)$
- c) Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCB)

**Bài 8:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD).  $SA = a\sqrt{2}$ , K là trung điểm của SC.

- a) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).
- b) Dựng thiết diện AMKN cắt bởi mặt phẳng (P) song song với BD? ( $M \in SB; N \in SD$ ) tính diện tích thiết diện theo a.
- c) G là trọng tâm tam giác ADC chứng minh NG song song với mặt phẳng (SAB)
- d) Tìm giao điểm của NG với mặt phẳng (SAK).

**Bài 9:** Cho hình chóp tam giác đều SABC có cạnh đáy bằng  $3a$ , cạnh bên bằng  $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ .

- a) Tính khoảng cách từ S tới mặt đáy của hình chóp
- b) Tính góc hợp bởi cạnh bên SB với mặt đáy của hình chóp.
- c) Tính tan của góc hợp bởi mặt phẳng (SBC) và (ABC).

**Bài 10:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $B$ ,  $\widehat{BCA} = 60^\circ$ ,  $SA = SB = SC = AC = a$ ,  $K$  là trung điểm  $AC$ .

a) Chứng minh rằng  $SK \perp (ABC)$ .

b) Tính:

i. Góc giữa  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

ii. Góc giữa mặt phẳng  $(SBC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

iii. Khoảng cách từ  $K$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ , khoảng cách giữa hai đường thẳng  $BC$  và  $SA$ .

**Bài 11:** Cho hình chóp tam giác đều  $S.ABC$  cạnh đáy  $a$ , cạnh bên  $2a$ .  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua trung điểm  $I$  của  $AC$ , điểm  $E$  là trung điểm của  $BC$ .

a) Tính khoảng cách từ  $S$  đến mặt phẳng  $(ACD)$  và tính  $SD$  theo  $a$ .

b) Chứng minh  $(ACD) \perp (SBD)$ ; tam giác  $SCD$  vuông;  $(SAD) \perp (SAE)$ .

c) Xác định góc  $\alpha$  của  $(SAC)$  và  $(ABC)$ . Tính  $\cos \alpha$ .

d) Dựng và tính độ dài đường vuông góc chung  $AB, SC$ .

**Bài 12:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $SA = a$ , đáy  $ABCD$  là nửa lục giác đều nội tiếp trong đường tròn đường kính  $AD = 2a$ .

a) Tính khoảng cách từ  $A$  và  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

b) Tính khoảng cách từ  $AD$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

**Bài 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ ,  $SA = SB = SD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

a) Xác định hình chiếu vuông góc  $H$  của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Tính độ dài đoạn  $SH$  theo  $a$ .

b) Chứng minh  $SB$  vuông góc với  $BC$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng trung trực đoạn  $BC$ . Dựng thiết diện với hình chóp cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$ .

c) Tìm đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau  $SA$  và  $CD$ . Từ đó tính khoảng cách giữa hai đường chéo nhau đó.

**Bài 14:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ . Mặt bên  $(SAB)$  là tam giác vuông cân tại  $S$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ , cạnh bên  $SC$  tạo với mặt phẳng đáy góc  $\alpha$ . Tính:

a) Chiều cao của hình chóp  $S.ABCD$ .

b) Khoảng cách từ chân đường cao hình chóp đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

c) Diện tích thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  khi cắt bởi mặt phẳng trung trực của  $BC$ .

**Bài 15:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  tâm  $O$ , tam giác  $SAB$  đều,  $(SAB) \perp (ABCD)$ ,  $H$  là trung điểm của cạnh  $AB$ .

- a) Chứng minh  $SH \perp (ABCD)$ ,  $(SAB) \perp (SBC)$ .
- b) Tính góc giữa  $AC$  và  $(SAB)$ , giữa  $(ABCD)$  và  $(SCD)$ , giữa  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .
- c) Tính khoảng cách từ  $D$  tới  $(SBC)$ , từ  $A$  tới  $(SCD)$ .
- d) Tính khoảng cách giữa  $AD$  và  $SC$ .
- e) Gọi  $E$  là trung điểm của  $SA$ . CMR:  $CE \perp SA$ .

**Bài 16:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$ ,  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ . Đường thẳng  $SO$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và đoạn  $SO$  bằng  $\frac{3a}{4}$ . Gọi  $E$  là trung điểm  $BC$ ,  $F$  là trung điểm  $BE$ .

- a) Chứng minh mặt phẳng  $(SOF)$  vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$ .
- b) Tính khoảng cách từ  $O$  và  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .
- c) Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $AD$  và vuông góc với mặt phẳng  $(SBC)$ . Xác định thiết diện với hình chóp cắt bởi  $(\alpha)$ . Tính diện tích thiết diện này.
- d) Tính góc giữa  $(\alpha)$  và mặt phẳng  $(ABCD)$ .

**Bài 17:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $BC$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là điểm  $H$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AM}$ . Biết góc giữa đường thẳng  $AA'$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là  $60^\circ$ .

- a) Tính độ dài đường cao  $A'H$  và cạnh bên  $AA'$  của lăng trụ.
- b) Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $B'H$ . Tính  $\tan \alpha$ .
- c) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AA'$  và  $BC$ .

**Bài 18:** Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ .  $AA'$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Đường chéo  $BC'$  của mặt bên  $BCC'B'$  hợp với mặt bên  $(ABB'A')$  một góc  $30^\circ$ .

- a) Tính  $AA'$ .
- b) Tính khoảng cách từ trung điểm  $M$  của  $AC$  đến mặt phẳng  $(BA'C')$ .
- c) Gọi  $N$  là trung điểm của  $BB'$ . Tính góc giữa  $MN$  và mặt phẳng  $(BA'C')$ .

**Bài 19:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có các cạnh đáy đều bằng  $a$ , góc tạo bởi đường thẳng chứa cạnh bên và mặt đáy bằng  $\alpha$ , hình chiếu của điểm  $A$  trên mặt  $(A'B'C')$  trùng với trung điểm  $H$  của  $B'C'$ .

- a) Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy.
- b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AA'$  và  $B'C'$ .
- c) Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(ABB'A')$  và  $(A'B'C')$ .

**Bài 20:** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ ,  $BAD = 60^\circ$ . Chân đường vuông góc hạ từ  $B'$  xuống  $(ABCD)$  trùng với giao điểm các đường chéo của đáy. Cho  $BB' = a$ .

- Tính góc giữa cạnh bên và đáy hình hộp.
- Tính diện tích xung quanh của hình hộp.

**Bài 21:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $E, F$  và  $M$  lần lượt là trung điểm của  $AD, AB$  và  $CC'$ .

- Chứng minh  $BC'$  vuông góc với mặt phẳng  $(A'B'CD)$ .
- Tìm đường vuông góc chung và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB'$  và  $BC'$ .
- Xác định thiết diện của hình lập phương với mặt phẳng  $(EFM)$ .
- Tính  $\cos \alpha$  với  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $(EFM)$ .
- Tính diện tích thiết diện xác định ở câu c).

### BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

#### GIỚI HẠN VÀ HÀM SỐ LIÊN TỤC

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên khoảng  $(a; b)$ . Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$  là ?

**A.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .

**B.**  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .

**C.**  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .

**D.**  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$  và  $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$  **Câu**

**Câu 2:** Tính  $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2019^{n+2} - 2020^n + 2019}{2019^n + 2020^{n+1}}$ .

**A.**  $I = -\frac{2020}{2019}$ .

**B.**  $I = 2020$ .

**C.**  $I = \frac{2019}{2020}$ .

**D.**  $I = -\frac{1}{2020}$ .

**Câu 3.** Tính giới hạn:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n(n+2)} \right]$

**A.**  $\frac{3}{4}$ .

**B.** 1.

**C.** 0.

**D.**  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 4.** Tìm giới hạn  $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - \sqrt{3x^2 + 2}}{5x + \sqrt{x^2 + 1}}$  :

**A.**  $+\infty$

**B.**  $-\infty$

**C.**  $\frac{2 - \sqrt{3}}{6}$

**D.** 0

**Câu 5.** Tìm giới hạn  $B = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 + x + 1})$  :

**A.**  $+\infty$

**B.**  $-\infty$

**C.**  $\frac{4}{3}$

**D.** 0

**Câu 6:** Biết hai số thực  $b, c$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - bx + c}{x - 7} = 7$ . Giá trị  $2b + c$  bằng

**A.** 8.

**B.** 14.

**C.** -7.

**D.** 5.

**Câu 7:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + mx + 2m + 1}{x + 1}; & x \geq 0 \\ 1 & ; x < 0 \end{cases}$  có giới hạn tại  $x = 0$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $-1 < m < 2$ .      B.  $m > 3$ .      C.  $m < -1$ .      D.  $m \geq 2$ .

**Câu 8:** Cho  $a$  và  $b$  là các số thực khác 0. Tìm hệ thức liên hệ giữa  $a$  và  $b$  để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{ax+1}-1}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 4x^2 + 5b & \text{khi } x = 0 \end{cases} \text{ liên tục tại } x = 0.$$

- A.  $a = 5b$ .      B.  $a = 10b$ .      C.  $a = b$ .      D.  $a = 2b$ .

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x^2 + 3}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ ax + \frac{5}{2} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ . Xác định  $a$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

- A.  $a = -\frac{5}{2}$ .      B.  $a = \frac{5}{2}$ .      C.  $a = \frac{15}{2}$ .      D.  $a = -\frac{15}{2}$ .

**Câu 10:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 6x + 7} = \frac{a}{b}$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$ . Tính giá trị nhỏ nhất của  $a.b$ .

- A. 6.      B. 7.      C. 9.      D. 10.

**Câu 11:** Biết  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x}{x - 1} = -\frac{a}{b}$  với  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị  $a + b$  bằng

- A. -1.      B. 1.      C. 0.      D. 5.

**Câu 12:** Cho các đa thức  $f(x)$ ,  $g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - 1}{x - 1} = 3$ . Tính

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x).g(x) + 4} - 3}{x - 1}.$$

- A.  $L = \frac{17}{6}$ .      B.  $L = \frac{23}{7}$ .      C.  $L = 7$ .      D.  $L = 17$ .

**Câu 13:** Cho  $f(x)$  là một đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 6}{x - 2} = 4$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[f(x) - 6]f(x)}{(x - 2)[\sqrt{4f(x) + 1} + 3]}$ .

- A. 3.      B. 0.      C. 4.      D.  $\frac{8}{9}$ .

**Câu 14:** Tìm giới hạn  $M = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 4x} - \sqrt[3]{1 + 6x}}{x^2}$ :

- A.  $+\infty$       B.  $-\infty$       C.  $\frac{1}{3}$       D. 0

**Câu 15:** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực  $m$  sao cho phương trình sau có nghiệm:

$$(2m^2 - 5m + 2)(x-1)^{2017}(x^{2018} - 2) + 2x + 3 = 0$$

- A.  $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$ . B.  $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$ . C.  $m \in \left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$  D.  $m \in \mathbb{R}$ .

### ĐẠO HÀM

**Câu 1:** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{-x+3}{x-1}$  tại điểm có hoành độ  $x=0$  là

- A.  $y = -2x + 3$ . B.  $y = -2x - 3$ . C.  $y = 2x - 3$ . D.  $y = 2x + 3$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại  $x_0$  là  $f'(x_0)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ . B.  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ .  
C.  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ . D.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$ .

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ ax + b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ . Với giá trị nào sau đây của  $a, b$  thì hàm số có đạo hàm tại  $x=1$ ?

- A.  $a=1; b=-\frac{1}{2}$ . B.  $a=\frac{1}{2}; b=\frac{1}{2}$ . C.  $a=\frac{1}{2}; b=-\frac{1}{2}$ . D.  $a=1; b=\frac{1}{2}$  Câu

**4:** Cho  $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x$ ,  $f'(x) < 0$  Tìm  $x$  sao cho.

- A.  $x > \frac{4}{3}$  hoặc  $x < -1$ . B.  $-1 < x < \frac{4}{3}$ . C.  $x \geq \frac{4}{3}$  hoặc  $x \leq -1$ . D.  $-1 \leq x \leq \frac{4}{3}$ .

**Câu 5:** Gọi  $(C)$  là đồ thị của hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 2$ . Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  đi qua điểm  $A(-2; 7)$ .

- A.  $y = 9x + 25$ . B.  $y = 9x + 9$ . C.  $y = 9x + 2$ . D.  $y = 9x + 25$ .

**Câu 6:** Một vật chuyển động theo quy luật  $s = \frac{-1}{2}t^2 + 20t$  với  $t$  là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và  $s$  là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Hỏi vận tốc tức thời của vật tại thời điểm  $t=8$  giây bằng bao nhiêu?

- A. 40 m/s. B. 152 m/s. C. 22 m/s. D. 12 m/s.

**Câu 7:** Một chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình  $S = t^3 + 3t^2 + 5t + 2$  trong đó  $t$  tính bằng giây,  $S$  tính bằng mét. Gia tốc của chuyển động khi  $t=3$  là

- A.  $24(m/s^2)$ . B.  $17(m/s^2)$ . C.  $12(m/s^2)$ . D.  $14(m/s^2)$ .

**Câu 8:** Hàm số  $y = x^2 \cdot \cos x$  có đạo hàm là:

- A.  $y' = 2x \cdot \cos x - x^2 \sin x$ . B.  $y' = 2x \cdot \cos x + x^2 \sin x$ .

C.  $y' = 2x \cdot \sin x - x^2 \cos x$ . D.  $y' = 2x \cdot \sin x + x^2 \cos x$ .

**Câu 9 :** Cho hàm số  $y = \cos 3x \cdot \sin 2x$ . Tính  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)$  bằng:

A.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1$ . B.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$ . C.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$ . D.  $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ .

**Câu 10 :** Tính vi phân của hàm số  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ .

A.  $dy = -\frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$ . B.  $dy = \frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$ .  
C.  $dy = -\frac{2x + 1}{(x - 1)^2} dx$ . D.  $dy = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2} dx$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = \cos^2 2x$  và các đạo hàm  $y'; y''; y'''$ . Giá trị nào của biểu thức  $y''' + 16y' + y'' + 16y - 8$  là kết quả nào sau đây?

A. 0. B. 8. C. -8. D.  $\cos 4x$ .

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \cos^2 x + \sin x$ . Phương trình  $y' = 0$  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $(0; \pi)$

A. 1 nghiệm. B. 2 nghiệm. C. 3 nghiệm. D. 4 nghiệm.

**Câu 13:** Có bao nhiêu giá trị của tham số thực  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2mx + m}{x + m}$  cắt trục  $Ox$  tại hai điểm phân biệt và các tiếp tuyến của đồ thị tại hai điểm đó vuông góc với nhau.

A. 5 B. 2 C. 0 D. 1

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = (m + 1) \sin x + m \cos x - (m + 2)x + 1$ . Tìm giá trị của  $m$  để  $y' = 0$  có nghiệm?

A.  $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$ . B.  $m \geq 2$ . C.  $-1 \leq m \leq 3$ . D.  $m \leq -2$  **Câu 15:**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0 = 2$ . Tìm  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2}$ .

A. 0. B.  $f'(2)$ . C.  $2f'(2) - f(2)$ . D.  $f(2) - 2f'(2)$ .

### QUAN HỆ VUÔNG GÓC

**Câu 1:** Cho hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ ,  $a$  là một đường thẳng nằm trên  $(P)$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu  $a // b$  với  $b = (P) \cap (Q)$  thì  $a // (Q)$ . B. Nếu  $(P) \perp (Q)$  thì  $a \perp (Q)$ .  
C. Nếu  $a$  cắt  $(Q)$  thì  $(P)$  cắt  $(Q)$ . D. Nếu  $(P) // (Q)$  thì  $a // (Q)$ .

**Câu 2:** Trong các mệnh đề sau đây, hãy tìm mệnh đề đúng.

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.  
B. Nếu hai mặt vuông góc với nhau thì mọi đường thẳng thuộc mặt phẳng này sẽ vuông góc với mặt phẳng kia.

**C.** Hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  vuông góc với nhau và cắt nhau theo giao tuyến  $d$ . Với mỗi điểm  $A$  thuộc  $(\alpha)$  và mỗi điểm  $B$  thuộc  $(\beta)$  thì ta có đường thẳng  $AB$  vuông góc với  $d$ .

**D.** Nếu hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  đều vuông góc với mặt phẳng  $(\gamma)$  thì giao tuyến  $d$  của  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  nếu có sẽ vuông góc với  $(\gamma)$ .

**Câu 3:** Cho tứ diện  $OABC$  có  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  đôi một vuông góc với nhau. Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BC^2}$ .

**B.**  $\frac{1}{OA^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BC^2}$ .

**C.**  $\frac{1}{OA^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{BC^2}$ .

**D.**  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ .

**Câu 4:** Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Tính cosin của góc giữa mặt bên và mặt đáy.

**A.**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**B.**  $\frac{1}{2}$ .

**C.**  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**D.**  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 5:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông. Mặt bên  $SAB$  là tam giác đều có đường cao  $AH$  vuông góc với mp  $(ABCD)$ . Gọi  $a$  là góc giữa  $BD$  và mp  $(SAD)$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.**  $\cos a = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ .

**B.**  $\sin a = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ .

**C.**  $a = 60^\circ$ .

**D.**  $a = 30^\circ$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi tâm  $O$  cạnh  $a$  và có góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ . Đường thẳng  $SO$  vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$  và  $SO = \frac{3a}{4}$ . Gọi  $E$  là trung điểm  $BC$  và  $F$  là trung điểm  $BE$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SOF)$  và  $(SBC)$  là

**A.**  $90^\circ$ .

**B.**  $60^\circ$ .

**C.**  $30^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$ .

**Câu 7:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$  và có  $SA = SB = SC = a$ . Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(ABCD)$  bằng

**A.**  $30^\circ$ .

**B.**  $90^\circ$ .

**C.**  $60^\circ$ .

**D.**  $45^\circ$ .

**Câu 8:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Đường thẳng  $AC'$  vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

**A.**  $(A'BD)$ .

**B.**  $(A'DC')$ .

**C.**  $(A'CD')$ .

**D.**  $(A'B'CD)$ .

**Câu 9:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông đỉnh  $B$ ,  $AB = a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = 2a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$  bằng

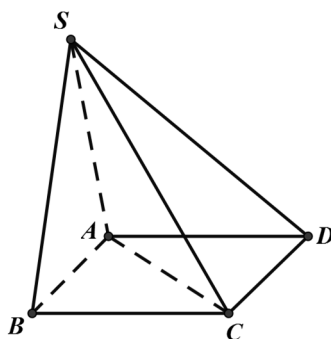
**A.**  $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$

**B.**  $\frac{\sqrt{5}a}{3}$

**C.**  $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$

**D.**  $\frac{\sqrt{5}a}{5}$

**Câu 10:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ , mặt bên  $SAB$  là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ  $D$  đến mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

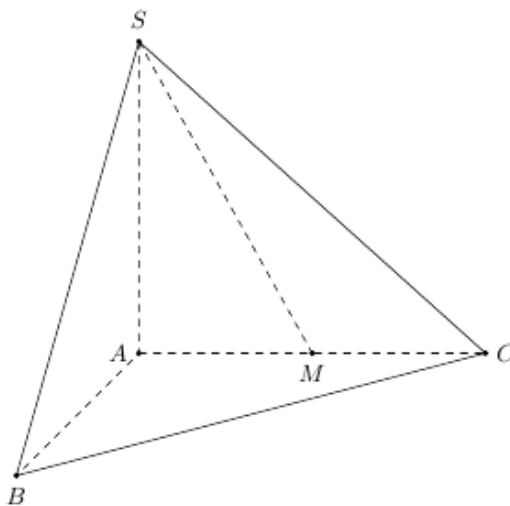


- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{21}}{14}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{21}}{28}$ .

**Câu 11:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $B$ ,  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ . Hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm  $H$  của  $AD$  và  $SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính khoảng cách  $d$  từ  $B$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

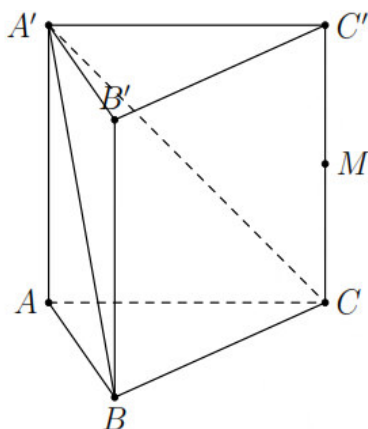
- A.  $d = \frac{\sqrt{6}a}{8}$       B.  $d = a$       C.  $d = \frac{\sqrt{6}a}{4}$       D.  $d = \frac{\sqrt{15}a}{5}$

**Câu 12:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $AB = 2a$ ,  $AC = 4a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$  (hình minh họa). Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $BC$  bằng



- A.  $\frac{2a}{3}$ .      B.  $\frac{\sqrt{6}a}{3}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ .      D.  $\frac{a}{2}$ .

**Câu 13:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$  và  $AA' = 2a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $CC'$  (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(A'BC)$  bằng



A.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$ .

B.  $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ .

C.  $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$ .

D.  $\frac{\sqrt{57}a}{19}$ .

**Câu 14:** Cho tứ diện đều  $ABCD$ . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CB, AD và G là trọng tâm tam giác BCD,  $\alpha$  là góc giữa 2 vector  $\overrightarrow{MG}$  và  $\overrightarrow{NP}$ . Khi đó  $\cos \alpha$  có giá trị là:

A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C.  $\frac{\sqrt{2}}{6}$

D.  $\frac{1}{2}$

**Câu 15 :** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh  $a$ . Gọi  $O'$  là tâm của mặt đáy  $A'B'C'D'$ , điểm  $M$  thuộc đoạn  $BD$  sao cho  $BM = \frac{3}{4}BD$ . Khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AM$ ,  $O'D$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{14}}{10}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{14}}{28}$ .

C.  $\frac{a\sqrt{14}}{7}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{14}}{14}$ .