

Họ tên học sinh: NGUYỄN CHIẾN..... Số báo danh:.....

Mã đề thi 357

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (5 điểm)

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau, đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = 10\text{cm}$. Gọi M là điểm trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M , (α) song song với hai đường thẳng AB và AC . Mặt phẳng (α) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một hình tứ giác có diện tích bằng

- A. $\frac{200}{9}\text{cm}^2$. B. $\frac{400}{9}\text{cm}^2$. C. $\frac{100}{9}\text{cm}^2$. D. $\frac{40}{9}\text{cm}^2$.

Câu 2. Cho phép thử T . Gọi A và B là hai biến cố liên quan đến T . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Nếu A và B là hai biến cố đối nhau thì $P(A) = 1 + P(B)$.
B. Nếu A và B là hai biến cố đối nhau thì $P(A \cap B) = 0$.
C. Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = 0$.
D. Nếu $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ thì A và B là hai biến cố độc lập.

Câu 3. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ hệ thức nào sau đây là sai

- A. $3 + 9 + 27 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 3}{2}$. B. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
C. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+2)(2n+1)}{6}$. D. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Câu 4. Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ là $\frac{12}{29}$. Số học sinh nữ của lớp là

- A. 16. B. 14. C. 13. D. 15.

Câu 5. Một người bán bánh bao có 10 chiếc bánh, trong đó có 4 chiếc hôm qua hấp lại. Một người khách mua ngẫu nhiên đồng thời 2 chiếc. Xác suất để người khách đó mua phải một chiếc bánh bao cũ và một chiếc bánh bao mới là

- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{4}{15}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{7}{15}$.

- Câu 6.** Cho hàm số $y = \frac{1}{\cos x + 2}$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?
- A. Hàm số là hàm số lẻ. B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{3}$.
- Câu 7.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $(-2017; 2017)$ để phương trình $2m|\cos 2x| + 1 = 0$ có nghiệm
- A. 2016. B. 4034. C. 2017. D. 4032.
- Câu 8.** Trong các hàm số dưới đây hàm số nào có giá trị lớn nhất bằng 2.
- A. $y = \sqrt{2}(\sin x + \cos x)$. B. $y = 2\sin x - 1$.
- C. $y = 3 - 2\cos 2x$. D. $y = \tan x + \cot x$.
- Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(-2; 5)$. Ảnh của điểm M qua phép quay tâm O góc 90° là
- A. $M(5; 2)$. B. $M(5; -2)$. C. $M(-5; -2)$. D. $M(-5; 2)$.
- Câu 10.** Phương trình $\cos \frac{x}{2} = -1$ có tập nghiệm là
- A. $\{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\{2\pi + k4\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- C. $\{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\{k4\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng (d) có phương trình $2x + 5y - 1 = 0$. Ảnh của đường thẳng (d) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ là đường thẳng có phương trình
- A. $5x + 2y - 2 = 0$. B. $-2x + 5y + 1 = 0$.
- C. $-2x - 5y + 3 = 0$. D. $2x + 5y + 2 = 0$.
- Câu 12.** Tập nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - \sin 2x = 0$ có tập nghiệm là
- A. $\left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- C. $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- Câu 13.** Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 6 người vào hàng có 7 chỗ.
- A. 4850. B. 6240. C. 5040. D. 720.
- Câu 14.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số bị chặn
- A. $u_n = 1 + (n-1)2^n$. B. $u_n = 4^n$. C. $u_n = \frac{1}{5^n}$. D. $u_n = -n^2 + 2n + 3$.

Câu 15. Cho các dãy số sau, dãy số nào là dãy tăng?

- A.** $1; \frac{-1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{-1}{4}; \frac{1}{5}$. **B.** $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \frac{1}{10}$. **C.** $-1; 3; 5; 7; 9; 7$. **D.** $2; 4; 6; 8; 10$.

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai

- A.** Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.
B. Nếu ba điểm A, B, C là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt thì ba điểm A, B, C thẳng hàng.
C. Nếu đường thẳng a không có điểm chung với mặt phẳng (P) thì a và (P) song song với nhau.
D. Nếu ba đường thẳng không đồng phẳng và cắt nhau từng đôi một thì ba đường thẳng đó đồng quy.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trọng tâm tam giác SCD và tam giác SAB . Chọn kết quả sai:

- A.** Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (ABI) và hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.
B. Đường thẳng IJ song song với mặt phẳng (SCB) .
C. Giao điểm của đường thẳng IJ và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của đường thẳng IJ và đường thẳng SO .
D. Đường thẳng IJ song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 18. Giá trị của biểu thức $S = 2^2 C_{50}^2 + 2^3 C_{50}^3 + 2^4 C_{50}^4 + \dots + 2^{50} C_{50}^{50}$ là

- A.** $\frac{3^{49} + 1}{2}$. **B.** $\frac{3^{50} - 1}{2}$. **C.** $\frac{3^{49} - 1}{2}$. **D.** $\frac{3^{50} + 1}{2}$.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$. Phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép dời hình có được bằng thực hiện liên tiếp một phép tịnh tiến theo $\vec{v}(-1; 4)$ và phép đối xứng trục Oy là:

- A.** $(C'): (x-1)^2 + (y+5)^2 = 9$. **B.** $(C'): (x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$.
C. $(C'): (x+3)^2 + (y+3)^2 = 9$. **D.** $(C'): (x+1)^2 + (y-5)^2 = 9$.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + n, \quad n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số nào trong các số sau đây thuộc dãy số đã cho

- A.** 781. **B.** 191. **C.** 596. **D.** 302.

II. TỰ LUẬN (5 điểm)

Bài 1. (1,0 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $3\sin x - \cos 2x + 2 = 0$.

b) $2\cos 2x = \cos x + \sqrt{3}\sin x$

Bài 2. (1,5 điểm).

a) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{20}$, $x \neq 0$

b) Một hộp chứa 12 viên bi, trong đó có năm viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 5, bốn viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 4, ba viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Tính xác suất để 2 bi lấy được vừa khác màu vừa khác số.

Bài 3 (2 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và SD ,

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SDM) . Tìm giao điểm H của đường thẳng SA và mặt phẳng (MNC) .

b) Chứng minh các đường thẳng CM, AD, HN đồng quy.

c) Chứng minh đường thẳng MN song song với (SBC) .

Bài 4 (0,5 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3n - 1, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

Họ tên học sinh: NGUYỄN CHIẾN..... Số báo danh:.....

Mã đề thi 357

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (5 điểm)

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau, đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = 10\text{cm}$. Gọi M là điểm trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M , (α) song song với hai đường thẳng AB và AC . Mặt phẳng (α) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một hình tứ giác có diện tích bằng

- A. $\frac{200}{9}\text{cm}^2$. B. $\frac{400}{9}\text{cm}^2$. C. $\frac{100}{9}\text{cm}^2$. D. $\frac{40}{9}\text{cm}^2$.

Câu 2. Cho phép thử T . Gọi A và B là hai biến cố liên quan đến T . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Nếu A và B là hai biến cố đối nhau thì $P(A) = 1 + P(B)$.
B. Nếu A và B là hai biến cố đối nhau thì $P(A \cap B) = 0$.
C. Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = 0$.
D. Nếu $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ thì A và B là hai biến cố độc lập.

Câu 3. Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ hệ thức nào sau đây là sai

- A. $3 + 9 + 27 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 3}{2}$. B. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
C. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+2)(2n+1)}{6}$. D. $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Câu 4. Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ là $\frac{12}{29}$. Số học sinh nữ của lớp là

- A. 16. B. 14. C. 13. D. 15.

Câu 5. Một người bán bánh bao có 10 chiếc bánh, trong đó có 4 chiếc hôm qua hấp lại. Một người khách mua ngẫu nhiên đồng thời 2 chiếc. Xác suất để người khách đó mua phải một chiếc bánh bao cũ và một chiếc bánh bao mới là

- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{4}{15}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{7}{15}$.

- Câu 6.** Cho hàm số $y = \frac{1}{\cos x + 2}$. Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?
- A. Hàm số là hàm số lẻ. B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{3}$.
- Câu 7.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $(-2017; 2017)$ để phương trình $2m|\cos 2x| + 1 = 0$ có nghiệm
- A. 2016. B. 4034. C. 2017. D. 4032.
- Câu 8.** Trong các hàm số dưới đây hàm số nào có giá trị lớn nhất bằng 2.
- A. $y = \sqrt{2}(\sin x + \cos x)$. B. $y = 2\sin x - 1$.
- C. $y = 3 - 2\cos 2x$. D. $y = \tan x + \cot x$.
- Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(-2; 5)$. Ảnh của điểm M qua phép quay tâm O góc 90° là
- A. $M(5; 2)$. B. $M(5; -2)$. C. $M(-5; -2)$. D. $M(-5; 2)$.
- Câu 10.** Phương trình $\cos \frac{x}{2} = -1$ có tập nghiệm là
- A. $\{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\{2\pi + k4\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- C. $\{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\{k4\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng (d) có phương trình $2x + 5y - 1 = 0$. Ảnh của đường thẳng (d) qua phép vị tự tâm O tỉ số $k = -2$ là đường thẳng có phương trình
- A. $5x + 2y - 2 = 0$. B. $-2x + 5y + 1 = 0$.
- C. $-2x - 5y + 3 = 0$. D. $2x + 5y + 2 = 0$.
- Câu 12.** Tập nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - \sin 2x = 0$ có tập nghiệm là
- A. $\left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- C. $\{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- Câu 13.** Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 6 người vào hàng có 7 chỗ.
- A. 4850. B. 6240. C. 5040. D. 720.
- Câu 14.** Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số bị chặn
- A. $u_n = 1 + (n-1)2^n$. B. $u_n = 4^n$. C. $u_n = \frac{1}{5^n}$. D. $u_n = -n^2 + 2n + 3$.

Câu 15. Cho các dãy số sau, dãy số nào là dãy tăng?

- A. $1; \frac{-1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{-1}{4}; \frac{1}{5}$. B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}; \frac{1}{10}$. C. $-1; 3; 5; 7; 9; 7$. D. $2; 4; 6; 8; 10$.

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai

- A. Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.
- B. Nếu ba điểm A, B, C là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt thì ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- C. Nếu đường thẳng a không có điểm chung với mặt phẳng (P) thì a và (P) song song với nhau.
- D. Nếu ba đường thẳng không đồng phẳng và cắt nhau từng đôi một thì ba đường thẳng đó đồng quy.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trọng tâm tam giác SCD và tam giác SAB . Chọn kết quả sai:

- A. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (ABI) và hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.
- B. Đường thẳng IJ song song với mặt phẳng (SCB) .
- C. Giao điểm của đường thẳng IJ và mặt phẳng (SAC) là giao điểm của đường thẳng IJ và đường thẳng SO .
- D. Đường thẳng IJ song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Câu 18. Giá trị của biểu thức $S = 2^2 C_{50}^2 + 2^3 C_{50}^3 + 2^4 C_{50}^4 + \dots + 2^{50} C_{50}^{50}$ là

- A. $\frac{3^{49} + 1}{2}$. B. $\frac{3^{50} - 1}{2}$. C. $\frac{3^{49} - 1}{2}$. D. $\frac{3^{50} + 1}{2}$.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$.

Phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép dời hình có được bằng thực hiện liên tiếp một phép tịnh tiến theo $\vec{v}(-1; 4)$ và phép đối xứng trục Oy là:

- A. $(C'): (x-1)^2 + (y+5)^2 = 9$. B. $(C'): (x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$.
- C. $(C'): (x+3)^2 + (y+3)^2 = 9$. D. $(C'): (x+1)^2 + (y-5)^2 = 9$.

Câu 20. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + n, \quad n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số nào trong các số sau đây thuộc dãy số đã cho

- A. 781. B. 191. C. 596. D. 302.

II. TỰ LUẬN (5 điểm)

Bài 1. (1,0 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $3\sin x - \cos 2x + 2 = 0.$

b) $2\cos 2x = \cos x + \sqrt{3}\sin x$

Lời giải

Ta có: $3\sin x - \cos 2x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 3\sin x - (1 - 2\sin^2 x) + 2 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow (\sin x + 1)(2\sin x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

b) $2\cos 2x = \cos x + \sqrt{3}\sin x \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x \Leftrightarrow \cos 2x = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = -x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Bài 2. (1,5 điểm).

a) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{20}, x \neq 0$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k (x^3)^{20-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k \cdot 2^k \cdot x^{60-5k}$$

Để có số hạng chứa x^{10} thì: $60 - 5k = 10 \Rightarrow k = 10.$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{10} là $C_{20}^{10} \cdot 2^{10}.$

b) Một hộp chứa 12 viên bi, trong đó có năm viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 5, bốn viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 4, ba viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Tính xác suất để 2 bi lấy được vừa khác màu vừa khác số.

Lời giải

Không gian mẫu là số cách lấy ra 2 viên bi bất kì từ 12 viên bi trong hộp. Số phân tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^2 = 66$.

Gọi A là biến cố “2 bi lấy được vừa khác màu vừa khác số”.

Số cách lấy ra 1 bi xanh 1 bi đỏ và khác số là $4 \cdot 4 = 16$ cách

Số cách lấy ra 1 bi xanh 1 bi vàng và khác số là $3 \cdot 4 = 12$ cách

Số cách lấy ra 1 bi đỏ 1 bi vàng và khác số là $3 \cdot 3 = 9$ cách

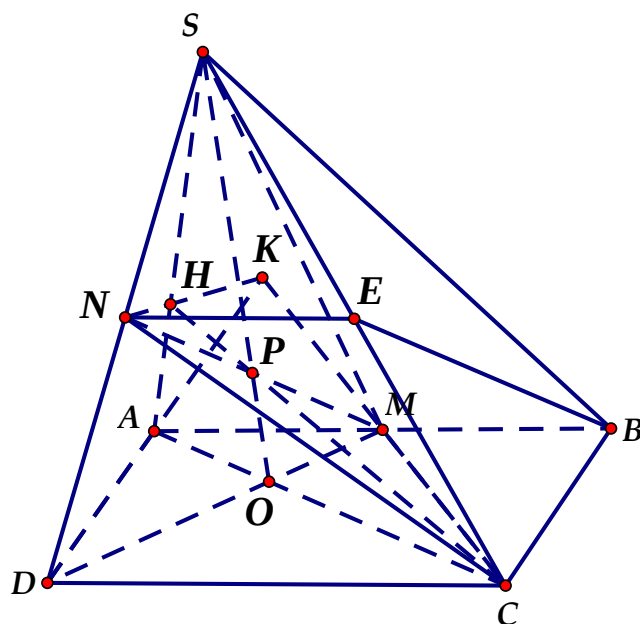
Số phần tử biến cố A là $n(A) = 16 + 12 + 9 = 37$

Vậy xác suất biến cố A là $P(A) = \frac{37}{66} \approx 0,5606$.

Bài 3 (2 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và SD ,

- Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SDM) . Tìm giao điểm H của đường thẳng SA và mặt phẳng (MNC) .
- Chứng minh các đường thẳng CM, AD, HN đồng quy.
- Chứng minh đường thẳng MN song song với (SBC) .

Lời giải



- a) * Tìm giao tuyến của (SAC) và (SDM)

Gọi $AC \cap DM = \{O\}$. Ta có $\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in DM \subset (SDM) \end{cases} \Rightarrow O$ là điểm chung của (SAC) và (SDM)

$S \in (SAC), S \in (SDM) \Rightarrow S$ là điểm chung của (SAC) và (SDM) .

Do vậy $(SAC) \cap (SDM) = SO$.

* Tìm giao điểm H của đường thẳng SA và mặt phẳng (MNC) .

Gọi $SO \cap MN = \{P\}$. Do đó $(SAC) \cap (MNP) = CP$. Gọi $SA \cap CP = \{H\}$

Ta có $\begin{cases} SA \subset (SAC) \\ (SAC) \cap (MNP) = CP \Rightarrow SA \cap (MNP) = \{H\} \\ SA \cap CP = \{H\} \end{cases}$

b) Chứng minh các đường thẳng CM, AD, HN đồng quy.

Gọi $CM \cap DA = \{K\}$. Ta có $\begin{cases} K \in CM \subset (CMN) \\ K \in DA \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow K$ là điểm chung của (CMN) và (SAD)

Ta có $\begin{cases} N \in (CMN) \\ N \in SD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow N$ là điểm chung của (CMN) và (SAD)

Do đó $(CMN) \cap (SAD) = NK$ (1)

Ta có $\begin{cases} H \in CP \subset (CMN) \\ H \in SA \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow H$ là điểm chung của (CMN) và (SAD)

Do đó $(CMN) \cap (SAD) = NH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra 3 điểm N, H, K cùng thuộc giao tuyến của (CMN) và (SAD) nên

N, H, K thẳng hàng hay K thuộc đường thẳng NH . Vậy các đường thẳng CM, AD, HN đồng quy tại K .

Bài 4 (0,5 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3n - 1, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = 2u_n + 3n - 1 \Rightarrow u_n = 2u_{n-1} + 3(n-1) - 1 \Rightarrow u_n = 2u_{n-1} + 3n - 4 \Rightarrow 3n - 4 = u_n - 2u_{n-1}$

Đặt $g(n) = an + b$ thỏa mãn $g(n) - 2g(n-1) = u_n - 2u_{n-1} = 3n - 4$

$$\Rightarrow an + b - 2[a(n-1) + b] = 3n - 4 \Rightarrow -an - b + 2a = 3n - 4 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ -b + 2a = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -2 \end{cases}$$

Do đó $g(n) = -3n - 2$.

Ta có $u_n - g(n) = 2[u_{n-1} - g(n-1)] = 2^2[u_{n-2} - g(n-2)] = 2^{n-1}[u_1 - g(1)]$

$$u_n = g(n) + 2^{n-1}[u_1 - g(1)] = -3n - 2 + 2^{n-1}(2 + 5) \Rightarrow u_n = -3n - 2 + 7 \cdot 2^{n-1}.$$

Vậy công thức của số hạng tổng quát là $u_n = -3n - 2 + 7 \cdot 2^{n-1}$.