

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ (1)

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

b) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

Câu 2. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $2\log_2(x-1) = 2 + \log_2(x+2)$

b) Cho α là góc thỏa $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$

Câu 3. (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ trên đoạn $[-1;1]$.

Câu 4. (1,0 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{x+1} = \frac{x^2 - x - 2\sqrt[3]{2x+1}}{\sqrt[3]{2x+1} - 3}$

Câu 5. (1,0 điểm) Tìm họ nguyên hàm : $I = \int x(x^2 + \sin 2x)dx$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a , góc BAD bằng 60° . Gọi H là trung điểm của IB và SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.AHCD$ và tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 7. (1,0 điểm) Đội tuyển văn nghệ của trường THPT Bình Minh có 3 học sinh khối nữ khối 12, 4 học sinh nam khối 11 và 2 học sinh nữ khối 10. Để thành lập đội tuyển văn nghệ dự thi cấp tỉnh nhà trường cần chọn 5 học sinh từ 9 học sinh trên. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có cả học sinh nam, học sinh nữ và có cả học sinh ở ba khối.

Câu 8. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh C thuộc đường thẳng $d: x + 2y - 6 = 0$, điểm $M(1;1)$ thuộc cạnh BD biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm M trên cạnh AB và AD đều nằm trên đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C .

Câu 9. (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $A = \frac{7}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{1}{14(ab + bc + ca)}$

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, giáo viên coi thi không giải thích gì thêm.

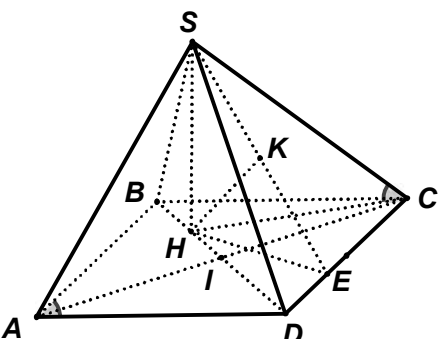
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:..

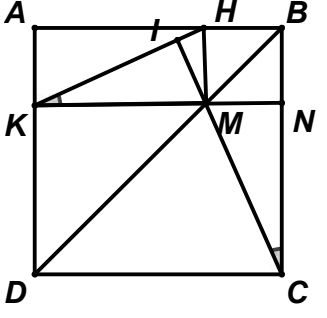
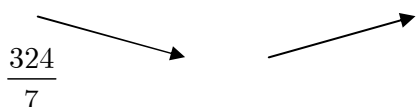
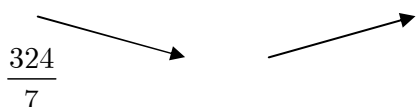
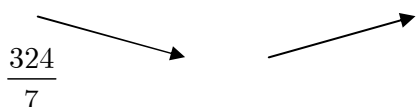
.....

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2016

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																
Câu 1a	ta có: $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. $y' = x^2 - 2x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2$	0,25																
	Sự biến thiên: + Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0); (2; +\infty)$ + Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$ Cực trị: + Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$; giá trị cực đại $y = 0$ + Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$; giá trị cực tiểu $y = -4/3$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25																
	Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin: 10px auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↗ 0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘ -4/3</td> <td style="padding: 5px;">↗ $+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	↗ 0	↘ -4/3	↗ $+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
y'	+	0	-	0	+													
y	$-\infty$	↗ 0	↘ -4/3	↗ $+\infty$														
Đồ thị: <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> </div>	0,25																	
Câu 1b	$y' = x^2 - 2x$.	0,25																
	$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -\frac{2}{3}$	0,25																
	$\Leftrightarrow y'(1) = -1$	0,25																
	Phương trình tiếp tuyến là $y = -x + \frac{1}{3}$.	0,25																
Câu 2a	Điều kiện: $-2 < x \neq 1$. Bất phương trình trở thành: $\log_2(x-1)^2 = \log_2(4x+8)$	0,25																
	$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 4x+8 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 7$ (thỏa điều kiện) Vậy phương trình có hai nghiệm $x = -1; x = 7$.	0,25																
Câu 2b	$A = (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha = (\cos 2\alpha + 1) 2 \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha$ $= 2 \cos^2 \alpha \cdot 2 \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha$	0,25																

	$= 8 \cos^4 \alpha \cdot \sin \alpha = 8(1 - \sin^2 \alpha)^2 \cdot \sin \alpha = \frac{225}{128}$	0,25
Câu 3	y liên tục trên $[-1;1]$, $y' = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in [-1;1]$	0,25
	$y(-1) = \frac{1}{3}$	0,25
	$y(1) = -3$	0,25
	$\max_{[-1;1]} y = \frac{1}{3}, \min_{[-1;1]} y = -3$	0,25
Câu 4	Điều kiện: $x \geq -1, x \neq 13$	0,25
	Pt $\Leftrightarrow \sqrt{x+1} + 2 = \frac{x^2 - x - 6}{\sqrt[3]{2x+1} - 3} \Leftrightarrow 1 = \frac{(x+2)(\sqrt{x+1} - 2)}{\sqrt[3]{2x+1} - 3}$ ($x=3$ không là nghiệm)	0,25
	$\Leftrightarrow (2x+1) + \sqrt[3]{2x+1} = (x+1)\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}$	0,25
	Hàm số $f(t) = t^3 + t$ đồng biến trên \mathbb{R} do đó phương trình $\Leftrightarrow \sqrt[3]{2x+1} = \sqrt{x+1}$ $\begin{cases} x \geq -1/2 \\ (2x+1)^2 = (x+1)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1/2 \\ x^3 - x^2 - x = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1/2 \\ x = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0, x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$	0,25
Vậy phương trình có nghiệm $S = \{0, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\}$		
Câu 5	$I = \int x(x^2 + \sin 2x)dx = \int x^3 dx + \int x \cdot \sin 2x dx = \frac{1}{4}x^4 + \int x \cdot \sin 2x dx$	0,25
	Xét $J = \int x \cdot \sin 2x dx$. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$	0,25
	$J = -\frac{1}{2}x \cdot \cos 2x + \int \cos 2x \cdot dx = -\frac{1}{2}x \cdot \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x$	0,25
	Kết luận	0,25

<p>Câu 6</p>	<p>Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HC$ là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$ $\Rightarrow \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCH} = 45^\circ$ Theo giả thiết $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \triangle BAD$ đều $\Rightarrow BD = a; HD = \frac{3}{4}a; AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AC = 2AI = a\sqrt{3}$</p>		<p>0,25</p>
<p>Xét $\triangle SHC$ vuông cân tại H, ta có: $SH = HC = \sqrt{IC^2 + HI^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{4}a$</p> <p>Vậy $V_{S.AHCD} = \frac{1}{3}SH.S_{AHCD} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}AC \cdot HD = \frac{\sqrt{39}}{32}a^3$</p>		<p>0,25</p>	
<p>Trong $(ABCD)$ kẻ $HE \perp CD$ và trong (SHE) kẻ $HK \perp SE$ (1). Ta có: $\begin{cases} CD \perp HE \\ CD \perp SH (SH \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHE) \Rightarrow CD \perp HK$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD)) = HK$</p>		<p>0,25</p>	
<p>Xét $\triangle HED$ vuông tại E, ta có $HE = HD \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{8}a$ Xét $\triangle SHE$ vuông tại H, ta có $HK = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{3\sqrt{39}}{4\sqrt{79}}a$ Mà $\frac{d(B, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{BD}{HD} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{4}{3}d(H, (SCD)) = \frac{4}{3}HK = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}}a$ Do $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(B, (SCD)) = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}}a$</p>		<p>0,25</p>	
<p>Câu 7</p>	<p>Số cách chọn 5 học sinh từ 9 học sinh là C_9^5 Để chọn 5 hs thỏa mãn, ta xét các trường hợp sau</p> <p>1 nữ 12, 2 nam 11, 2 nữ 10 có $C_3^1 C_4^2 C_2^2$ cách 2 nữ 12, 2 nam 11, 1 nữ 10 có $C_3^2 C_4^2 C_2^1$ cách 2 nữ 12, 1 nam 11, 2 nữ 10 có $C_3^2 C_4^1 C_2^2$ cách 3 nữ 11, 1 nam 11, 1 nữ 10 có $C_3^3 C_4^1 C_2^1$ cách 1 nữ 12, 3 nam 11, 1 nữ 10 có $C_3^1 C_4^3 C_2^1$ cách Vậy xác suất cần tìm là</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	

<p>Câu 8</p>	<p>Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, AD Gọi N là giao điểm của KM và BC Gọi I là giao điểm của CM và HK Ta có $\triangle DKM$ vuông tại K và $\widehat{DKM} = 45^\circ$ $\Rightarrow KM = KD \Rightarrow KM = NC$ (1) Lại có $MH = MN$ (do $MHBN$ là hình vuông) Suy ra hai tam giác vuông KMH, CNM bằng nhau $\Rightarrow \widehat{HKM} = \widehat{MCN}$</p>		<p>0,25</p>																
	<p>Mà $\widehat{NMC} = \widehat{IMK}$ nên $\widehat{NMC} + \widehat{NCM} = \widehat{IMK} + \widehat{HKM} = 90^\circ$ Suy ra $CI \perp HK$</p>		<p>0,25</p>																
	<p>Đường thẳng CI đi qua $M(1;1)$ và vuông góc với đường thẳng d nên $VTPT \vec{n}_{CI} = VTCP \vec{u}_d = (-1;1)$ nên có phương trình $-(x-1) + (y-1) = 0 \Leftrightarrow x - y = 0$</p>		<p>0,25</p>																
	<p>Do điểm C thuộc đường thẳng CI và đường thẳng Δ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ Vậy $C(2;2)$</p>		<p>0,25</p>																
<p>Câu 9</p>	<p>Ta có $1 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ $\Rightarrow ab + bc + ca = \frac{1 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2}$ Do đó $A = \frac{7}{a^2 + b^2 + c^2} - \frac{121}{7(1 - (a^2 + b^2 + c^2))}$</p> <p>Đặt $t = a^2 + b^2 + c^2$. Vì $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 1$ nên $0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1$ Suy ra $t = a^2 + b^2 + c^2 < a + b + c = 1$ Mặt khác $1 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$ Suy ra $t = a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$. Vậy $t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right)$</p>		<p>0,25</p>																
	<p>Xét hàm số $f(t) = \frac{7}{t} + \frac{121}{7(1-t)}$, $t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right)$ $f'(t) = -\frac{7}{t^2} + \frac{121}{7(1-t)^2} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{18}$</p> <p>BBT</p> <table border="1" data-bbox="506 1728 1128 1967"> <tbody> <tr> <td>t</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> <td>$\frac{7}{18}$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$f'(t)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(t)$</td> <td colspan="3">  </td> </tr> <tr> <td></td> <td>$\frac{324}{7}$</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	t	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{18}$	1	$f'(t)$	-	0	+	$f(t)$					$\frac{324}{7}$				<p>0,25</p>
t	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{18}$	1																
$f'(t)$	-	0	+																
$f(t)$																			
	$\frac{324}{7}$																		

Suy ra $f(t) \geq \frac{324}{7}, \forall t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right)$. Vậy $A \geq \frac{324}{7}$ với mọi a, b, c thỏa điều kiện đề bài.

0,25

Hơn nữa, với $a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{3}; c = \frac{1}{6}$ thì $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = \frac{7}{18} \\ a + b + c = 1 \end{cases}$ và $A = \frac{324}{7}$

Vậy $\min A = \frac{324}{7}$