

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO HẢI PHÒNG
TRƯỜNG THPT TIÊN LÃNG

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
LẦN THỨ 2

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian giao đề)

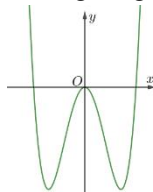
Mã Đề: 524



Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = (x+3)^{-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Câu 2: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới ?



- A. $y = x^3 - 3x^2$. B. $y = -x^4 + 4$. C. $y = x^4 - 4x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- A. $Q(-1; 0; -5)$. B. $M(-2; 1; 3)$. C. $N(2; -1; -3)$. D. $P(5; -2; -1)$.

Câu 4: Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng:

- A. 2^9 . B. 2^{18} . C. 9. D. 8.

Câu 5: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^3 + z_2^3$ bằng:

- A. 7. B. -7. C. -22. D. 22.

Câu 6: Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 2$. Tính thể tích V của khối nón.

- A. $V = 2\pi\sqrt{3}$. B. $V = 2\pi$. C. $V = 4\pi\sqrt{3}$. D. $V = \pi\sqrt{3}$.

Câu 7: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Xác định mệnh đề đúng

- A. $S = \int_1^3 (x^2 + 4x + 3) dx$. B. $S = \pi \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^2 dx$.
C. $S = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx$. D. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$.

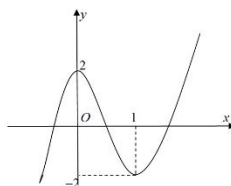
Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. B. $h = \sqrt{3}a$. C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Câu 9: Cho số phức $z = 5 - 3i$. Phần thực của số phức $w = 1 - \bar{z} + \bar{z}^2$ bằng

- A. -12. B. 12. C. -27. D. 27.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 5 = 0$ là:

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$-\infty$	2	$+\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (-1; 1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$.

Câu 12: Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là:

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông cân tại điểm A và $BC = a$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy điểm S sao cho $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và (ABC) .

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 75° .

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d .

- A. $(P): 2x + y + 2z - 2 = 0$. B. $(P): 5x + 2y + 4z - 5 = 0$.
 C. $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$. D. $(P): 5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

Câu 15: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2019}{x-3}$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 5 + 2i = 0$. Modun của z bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 29. C. $\sqrt{29}$. D. 9.

Câu 17: Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là:

- A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 18: Cho 9 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 9 điểm trên?

- A. 168. B. 729. C. 56. D. 84.

Câu 19: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log a < \log b \Leftrightarrow 0 < a < b$. B. $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.
 C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$. D. $\log a > \log b \Leftrightarrow a > b > 0$.

Câu 20: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$. B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$. D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -2; 1), N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M, N là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.
 C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 22: Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. 14. B. 10. C. 17. D. 12.

Câu 23: Cho số phức $z = \frac{i}{3+2i}$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = -\frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$.

B. $\bar{z} = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$.

C. $\bar{z} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$.

D. $\bar{z} = -\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

A. $A'(2; -3; -5)$.

B. $A'(-2; -3; 5)$.

C. $A'(-2; -3; -5)$.

D. $A'(2; 3; 5)$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x^2 + 2x - 3) < \frac{1}{2}$ là

A. $(-3; 1)$.

B. $[-3; 1]$.

C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

D. $(-1 - \sqrt{6}; -3) \cup (1; -1 + \sqrt{6})$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'		$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			4	
		0			$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 4.

B. -1.

C. 1.

D. 0.

Câu 27: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$.

B. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

D. $\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}^2 x - 2 \log_{\frac{1}{5}} x - 3 > 0$ là

A. $\left(0; \frac{1}{125}\right] \cup [5; +\infty)$.

B. $\left(\frac{1}{125}; 5\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{1}{125}\right] \cup (5; +\infty)$.

D. $\left(0; \frac{1}{125}\right) \cup (5; +\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2019}(x-1)^{2020}(x+1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 30: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (-1+3i) - (1-i)$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2; -4)$.

B. $N(2; 4)$.

C. $M(2; -4)$.

D. $P(-2; 4)$.

Câu 31: Nghiệm của phương trình $5^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{25}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $x = 2$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 32: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$.

A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

Câu 33: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ bằng:

A. $3a$.

B. $6a$.

C. $2a$.

D. $4a$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $r = 5$?

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-2; 1; 3)$.

B. $\vec{n} = (1; 3; -2)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

D. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

Câu 36: Tính thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng 3, 4, 5.

A. 60.

B. 90.

C. 30.

D. 120.

Câu 37: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Tổng 7 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng

A. $S_7 = 189$.

B. $S_7 = 381$.

C. $S_7 = 765$.

D. $S_7 = 2186$.

Câu 38: Tích phân $\int_1^2 \frac{1}{3x-2} dx$ bằng

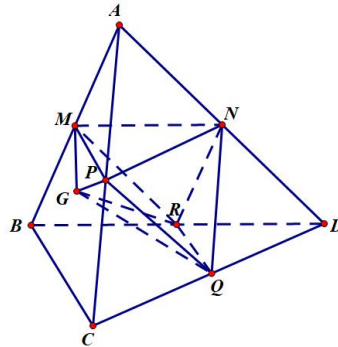
A. $\frac{2}{3} \log 2$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3} \ln 2$.

D. $\frac{1}{3} \ln \frac{2}{3}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là V . Gọi M, N, P, Q, R lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, AC, DC, BD và G là trọng tâm tam giác ABC (như hình vẽ). Tính thể tích khối đa diện lồi $MNPQRG$ theo V .



A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{2V}{5}$.

C. $\frac{V}{6}$.

D. $\frac{V}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		-		-	
$f(x)$		1	$+\infty$	1	$-\infty$

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a; AC = 2a; \widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' thì $\widehat{BMA'} = 90^\circ$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BMA') .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \sin^8 x - \cos^8 x - 4\sin^6 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^\pi 16f(x) dx$.

A. $I = 160\pi$.

B. $I = -10\pi^2$.

C. $I = 16\pi^2$.

D. $I = 10\pi^2$.

Câu 43: Với mọi giá trị $m \geq a\sqrt{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ thì hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x + 5$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. Khi đó $a - b$ bằng?

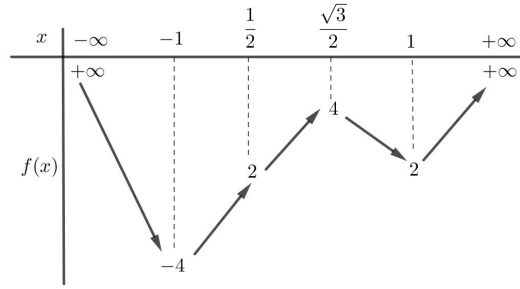
A. -2.

B. 1.

C. -5.

D. 3.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\cos x) + (3-m)f(\cos x) + 2m - 10 = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$ là

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 4.

Câu 45: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$. B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. C. $\tan \alpha = 1$. D. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn:

$$2(3x - y) = 3(1 + 9^x) - \log_3(2x - 1) (1)$$

- A. 4. B. 3. C. 2020. D. 1010.

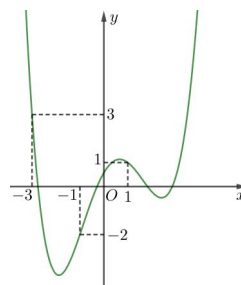
Câu 47: Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x + 2y) = \log x + \log y$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{1 + 2y} + \frac{4y^2}{1 + x}$ là

- A. $\frac{32}{5}$. B. $\frac{29}{5}$. C. 6. D. $\frac{31}{5}$.

Câu 48: Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 4 kỹ sư chế biến thực phẩm, 3 kỹ thuật viên và 13 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid-19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho ca 1 có 6 người và 2 ca còn lại mỗi ca có 7 người. Tính xác suất sao cho mỗi ca có 1 kỹ thuật viên, ít nhất một kỹ sư chế biến thực phẩm

- A. $\frac{440}{3320}$. B. $\frac{41}{230}$. C. $\frac{441}{3230}$. D. $\frac{401}{3320}$.

Câu 49: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2020$.

Trong các mệnh đề dưới đây:

- (I) $g(0) < g(1)$ (III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3; 1)$
(II) $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-1)$ (IV) $\max_{[-3; 1]} g(x) = \max\{g(-3); g(1)\}$

Số mệnh đề đúng là:

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 50: Ông An dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất không đổi là 7% một năm. Biết rằng cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm kế tiếp. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông An gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy giá trị 45 triệu đồng.

- A. 200. B. 250. C. 150. D. 190.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.B	4.D	5.C	6.B	7.C	8.B	9.B	10.A
11.D	12.A	13.C	14.D	15.A	16.B	17.D	18.D	19	20
21	22.C	23.B	24.C	25.D	26.A	27.D	28.D	29.D	30.D
31.B	32.D	33.A	34.A	35.C	36.A	37.B	38.C	39.A	40.D
41.D	42.B	43.C	44.B	45.D	46.B	47.C	48.C	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = (x+3)^{-2}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $(-3; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

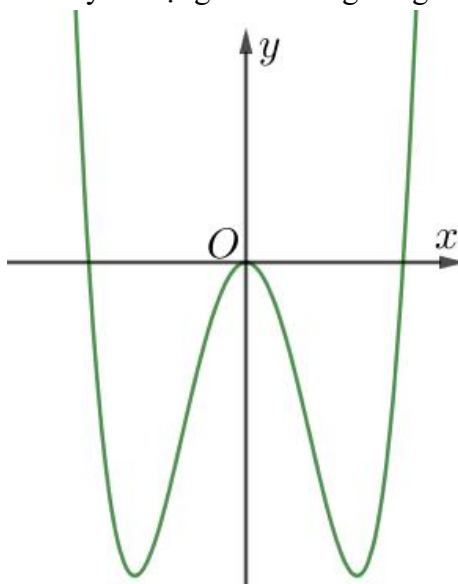
D. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có nghĩa khi $x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$.

Câu 2. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới ?



A. $y = x^3 - 3x^2$.

B. $y = -x^4 + 4$.

C. $y = x^4 - 4x^2$.

D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Đường cong hình trên là dạng đồ thị của hàm số trùng phương và qua gốc tọa độ nên nó là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 4x^2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $Q(-1; 0; -5)$.

B. $M(-2; 1; 3)$.

C. $N(2; -1; -3)$.

D. $P(5; -2; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm Q, M, N, P vào phương trình đường thẳng d ta có tọa độ điểm M :

$$\frac{-2-2}{3} = \frac{1+1}{-1} = \frac{3+3}{2} \text{ là mệnh đề sai, suy ra điểm } M \text{ không thuộc } d.$$

Câu 4: Cho $a, b > 0$, nếu $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$ và $\log_4 a^2 + \log_8 b = 7$ thì giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng:

A. 2^9 .

B. 2^{18} .

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} \log_8 a + \log_4 b^2 = 5 \\ \log_4 a^2 + \log_8 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b = 5 \\ \log_2 a + \frac{1}{3} \log_2 b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 6 \\ \log_2 b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2^6 \\ b = 2^3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \frac{a}{b} = \frac{2^6}{2^3} = 2^3 = 8.$$

Câu 5: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^3 + z_2^3$ bằng.

A. 7.

B. -7.

C. -22.

D. 22.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + 2i \\ z_2 = 1 - 2i \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } z_1^3 + z_2^3 = (1 + 2i)^3 + (1 - 2i)^3 = -22.$$

Câu 6: Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 2$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = 2\pi\sqrt{3}$.

B. $V = 2\pi$.

C. $V = 4\pi\sqrt{3}$.

D. $V = \pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Tính thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{3})^2 \cdot 2 = 2\pi.$$

Câu 7: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Xác định mệnh đề đúng

A. $S = \int_1^3 (x^2 + 4x + 3) dx.$

B. $S = \pi \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)^2 dx.$

C. $S = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx.$

D. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$ là:

$$x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } S = \int_1^3 |-x^2 + 4x - 3| dx = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx \text{ (Do } -x^2 + 4x - 3 > 0, \forall x \in (1; 3)).$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

B. $h = \sqrt{3}a$.

C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

D. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích đáy của hình chóp $S.ABC$ là: $S_{\Delta ABC} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$.

Khi đó: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot h = a^3 \Rightarrow h = \sqrt{3}a$.

Câu 9: Cho số phức $z = 5 - 3i$. Phần thực của số phức $w = 1 - \bar{z} + z^2$ bằng

A. -12 .

B. 12 .

C. -27 .

D. 27 .

Lời giải

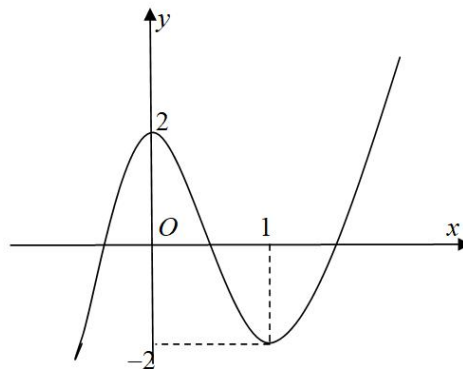
Chọn B

Ta có: $z = 5 - 3i \Rightarrow \bar{z} = 5 + 3i$.

Khi đó: $w = 1 - \bar{z} + z^2 = 1 - (5 + 3i) + (5 - 3i)^2 = 12 + 27i$.

Vậy phần thực của số phức w là 12 .

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 5 = 0$ là:

A. 3 .

B. 0 .

C. 2 .

D. 1 .

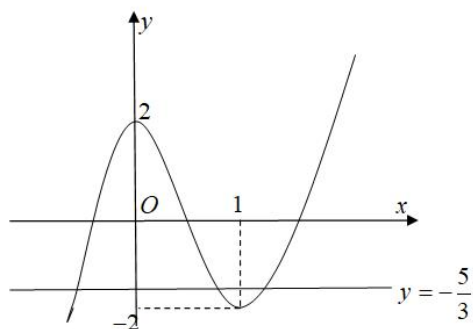
Lời giải

Chọn A

Ta có $3f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{5}{3}$.

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 5 = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$

và đường thẳng $y = -\frac{5}{3}$.



Từ đồ thị ta thấy đường thẳng $y = -\frac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $3f(x) + 5 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$-$ 0 $+$	
y	$+\infty$ ↘	$+\infty$ ↘	2 ↗	$+\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (-1; 1)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$.**

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta chọn phương án D.

Câu 12: Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là:

- A. 1.**
- B. 2.
- C. 0.
- D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là số nghiệm của phương trình: $x^3 - 2x^2 + x - 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

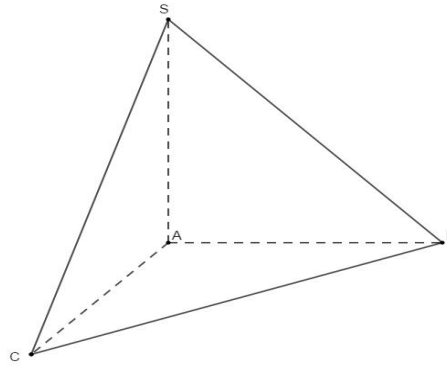
Vậy số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là 1.

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông cân tại điểm A và $BC = a$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy điểm S sao cho $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB và (ABC) .

- A. 30° .
- B. 45° .
- C. 60° .**
- D. 75° .

Lời giải

Chọn C



Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{SBA} = \widehat{SBA}$.

Tam giác ABC vuông cân tại điểm A nên ta có $2AB^2 = BC^2 \Rightarrow AB = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Trong tam giác vuông SAB , ta có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{2}}{\frac{a}{\sqrt{2}}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d .

A. $(P): 2x + y + 2z - 2 = 0$.

B. $(P): 5x + 2y + 4z - 5 = 0$.

C. $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$.

D. $(P): 5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Lấy điểm $B(1; -2; 1) \in d \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (0; -2; 1)$.

Chọn $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{u}_d] = (-5; 2; 4)$ làm véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm. Khi đó, phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d là $-5(x-1) + 2(y-0) + 4(z-0) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y - 4z - 5 = 0$.

Câu 15: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2019}{x-3}$ là

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2019}{x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2019}{x-3} = 0$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2019}{x-3} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x = 3$.

Câu 16: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 5 + 2i = 0$. Modun của z bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. 29.

C. $\sqrt{29}$.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\bar{z} - 5 + 2i = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = 5 - 2i \Leftrightarrow z = 5 + 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{29}$.

Câu 17: Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là:

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

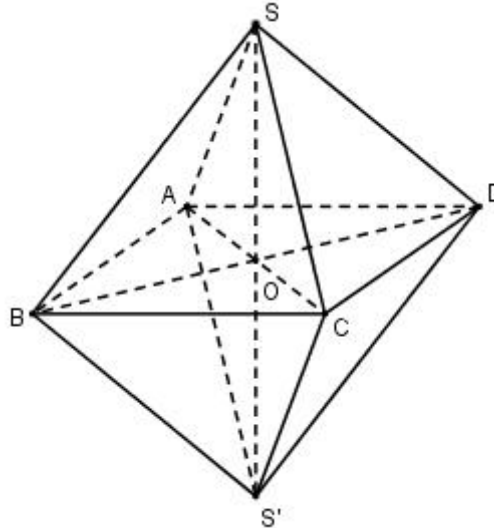
C. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Xét khối bát diện đều:



Khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có tâm O , bán kính $R = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 18: Cho 9 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 9 điểm trên?

A. 168.

B. 729.

C. 56.

D. 84.

Lời giải

Chọn D

Số tam giác mà ba đỉnh được chọn từ 9 điểm trên là $C_9^3 = 84$.

Câu 19: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log a < \log b \Leftrightarrow 0 < a < b$.

B. $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

D. $\log a > \log b \Leftrightarrow a > b > 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\ln x < 1 \Leftrightarrow \ln x < \ln e \Leftrightarrow 0 < x < e$.

Câu 20: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{6}$.

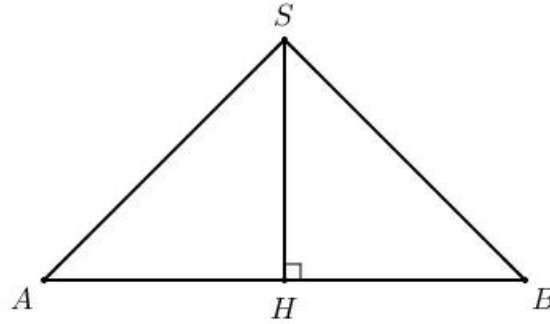
B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA = SB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow S_{xq} = \pi HB SB = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} a = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;-2;1), N(0;1;3)$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M, N là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M, N nhận $\overrightarrow{MN}(-1;3;2)$ và đi qua điểm $N(0;1;3)$

có phương trình chính tắc là: $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 22: Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ là

A. 14.

B. 10.

C. 17.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1 = x^4 - 8x^2 + 17$ liên tục trên $[-1;1]$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 16x$.

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1;1] \\ x = 2 \notin [-1;1] \\ x = -2 \notin [-1;1] \end{cases}.$$

$$\Rightarrow y(0) = 17; y(-1) = 10; y(1) = 10.$$

$$\Rightarrow \max_{[-1;1]} y = 17.$$

Câu 23: Cho số phức $z = \frac{i}{3+2i}$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = -\frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$.

B. $\bar{z} = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$.

C. $\bar{z} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$.

D. $\bar{z} = -\frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z = \frac{i}{3+2i} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{2}{13} - \frac{3}{13}i$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2; -3; -5)$. B. $A'(-2; -3; 5)$. C. $A'(-2; -3; -5)$. D. $A'(2; 3; 5)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của A lên trục Oy .

$\Rightarrow H(0; -3; 0)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A \\ y_{A'} = 2y_H - y_A \\ z_{A'} = 2z_H - z_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \cdot 0 - 2 = -2 \\ y_{A'} = 2(-3) - (-3) = -3 \\ z_{A'} = 2 \cdot 0 - 5 = -5 \end{cases} \Rightarrow A'(-2; -3; -5).$$

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x^2 + 2x - 3) < \frac{1}{2}$

- A. $(-3; 1)$. B. $[-3; 1]$. C. $(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $(-1 - \sqrt{6}; -3) \cup (1; -1 + \sqrt{6})$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện bất phương trình: $x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ x > 1 \end{cases}$

Có $\log_4(x^2 + 2x - 3) < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2(x^2 + 2x - 3) < \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 < 2$.

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 5 < 0 \Leftrightarrow -1 - \sqrt{6} < x < -1 + \sqrt{6}$

Kết hợp với điều kiện tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (-1 - \sqrt{6}; -3) \cup (1; -1 + \sqrt{6})$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		0		4		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 4. B. -1. C. 1. D. 0.

Lời giải

Chọn A

+ Vì y' đổi dấu từ “dương” sang “âm” khi x qua $x = 1$.

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ nên giá trị cực đại của hàm số là $y(1) = 4$.

Câu 27: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$.

B. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

D. $\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề D sai.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}^2 x - 2 \log_{\frac{1}{5}} x - 3 > 0$ là.

A. $\left(0; \frac{1}{125}\right] \cup [5; +\infty)$.

B. $\left(\frac{1}{125}; 5\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{1}{125}\right] \cup (5; +\infty)$.

D. $\left(0; \frac{1}{125}\right) \cup (5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_{\frac{1}{5}} x$ ta được:

$$t^2 - 2t - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 3 \\ t < -1 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} \log_{\frac{1}{5}} x > 3 \\ \log_{\frac{1}{5}} x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{125} \\ x > 5 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $x > 0$ ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(0; \frac{1}{125}\right) \cup (5; +\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2019}(x-1)^{2020}(x+1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^{2019}(x-1)^{2020}(x+1) = 0$ ta có:

- 1 nghiệm bội lẻ là $x = 0$.
- 1 nghiệm bội chẵn là $x = 1$.
- 1 nghiệm đơn là $x = -1$.

Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x = 0$ và $x = -1$.

Câu 30: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (-1+3i) - (1-i)$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2; -4)$.

B. $N(2; 4)$.

C. $M(2; -4)$.

D. $P(-2; 4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = (-1+3i) - (1-i) = -2+4i$.

Nên điểm biểu diễn số phức z là $P(-2; 4)$.

Câu 31: Nghiệm của phương trình $5^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{25}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $x = 2$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $5^{\frac{1}{x}} = \frac{1}{25} \Leftrightarrow 5^{\frac{1}{x}} = 5^{-2} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Câu 32: Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow dx = 2t dt$

$I = \int_1^2 \frac{f(t)}{t} \cdot 2t dt = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2 \int_1^2 f(x) dx = 6$.

Câu 33: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình trụ bằng:

A. $3a$.

B. $6a$.

C. $2a$.

D. $4a$.

Lời giải

Chọn A

$S_{xq} = 2\pi r l \Leftrightarrow 6\pi a^2 = 2\pi a l \Leftrightarrow l = 3a$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 5$?

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $r = 5$ là $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 5 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-2; 1; 3)$.

B. $\vec{n} = (1; 3; -2)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

D. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Câu 36: Tính thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng 3, 4, 5.

A. 60.

B. 90.

C. 30.

D. 120.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng 3, 4, 5 là $V = 3.4.5 = 60$.

Câu 37: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Tổng 7 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng

A. $S_7 = 189$.

B. $S_7 = 381$.

C. $S_7 = 765$.

D. $S_7 = 2186$.

Lời giải

Chọn B

Tổng 7 số hạng đầu tiên của cấp số nhân là $S_7 = \frac{u_1(1-q^7)}{1-q} = \frac{3(1-2^7)}{1-2} = 381$.

Câu 38: Tích phân $\int_1^2 \frac{1}{3x-2} dx$ bằng

A. $\frac{2}{3} \log 2$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3} \ln 2$.

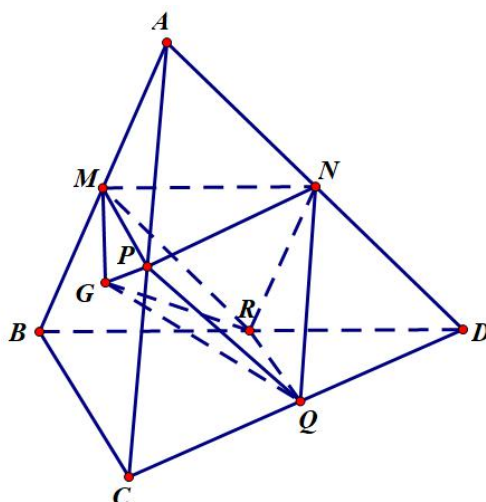
D. $\frac{1}{3} \ln \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^2 \frac{1}{3x-2} dx = \frac{1}{3} \int_1^2 \frac{1}{3x-2} d(3x-2) = \frac{1}{3} \ln|3x-2| \Big|_1^2 = \frac{1}{3} (\ln 4 - \ln 1) = \frac{2}{3} \ln 2$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là V . Gọi M, N, P, Q, R lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, AC, DC, BD và G là trọng tâm tam giác ABC (như hình vẽ). Tính thể tích khối đa diện lồi $MNPQRG$ theo V .



A. $\frac{V}{3}$.

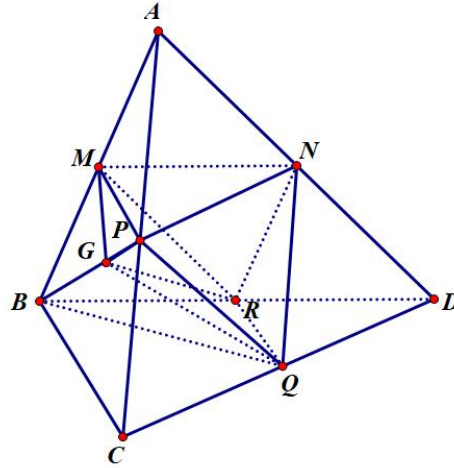
B. $\frac{2V}{5}$.

C. $\frac{V}{6}$.

D. $\frac{V}{2}$.

Lời giải

Chọn A



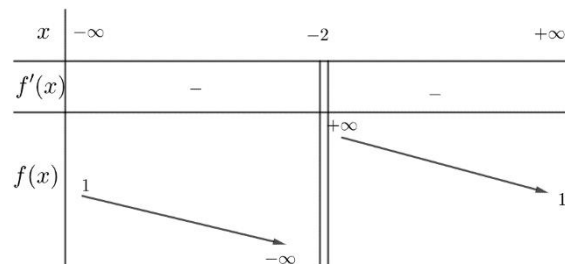
Ta có $V_{MNPQRG} = V_{G.MPQR} + V_{N.MPQR}$

$$\begin{aligned} \diamond V_{G.MPQR} &= \frac{1}{3} V_{B.MPQR} \text{ (do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } GP = \frac{1}{3} BP) \\ &= \frac{2}{3} V_{B.PQR} = \frac{2}{3} V_{P.BQR} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} V_{A.BQR} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{1}{12} V. \end{aligned}$$

$$\diamond V_{N.MPQR} = 2V_{N.MPR} = 2V_{P.MNR} = 2 \cdot \frac{1}{2} V_{C.MNR} = \frac{1}{4} V_{C.ABD} = \frac{1}{4} V.$$

$$\text{Vậy, } V_{MNPQRG} = V_{G.MPQR} + V_{N.MPQR} = \frac{1}{12} V + \frac{1}{4} V = \frac{1}{3} V.$$

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau



Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2 \Rightarrow \frac{c}{b} = -2 \Rightarrow c = -2b$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $y' = \frac{6b-ac}{(bx-c)^2} < 0 \Rightarrow 6b < ac$.

Như vậy $6b < b \cdot (-2b) \Rightarrow b^2 + 3b < 0 \Rightarrow -3 < b < 0 \Rightarrow b < 0; a < 0; c > 0$.

Trong các số a, b, c có 2 số âm.

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a; AC = 2a; \widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' thì $\widehat{BMA'} = 90^\circ$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BMA') .

A. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$.

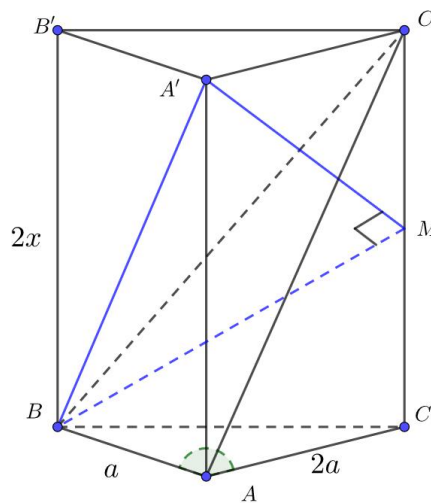
B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Trong tam giác BAC : $BC^2 = a^2 + (2a)^2 - 2.a.2a \cos 120^\circ = 7a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{7}$.

Đặt $BB' = 2x \Rightarrow A'B = \sqrt{a^2 + 4x^2}$; $A'M = \sqrt{4a^2 + x^2}$; $BM = \sqrt{7a^2 + x^2}$.

Do $\widehat{BMA'} = 90^\circ \Rightarrow 4a^2 + x^2 + 7a^2 + x^2 = a^2 + 4x^2 \Rightarrow 2x^2 = 10a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{5} \Rightarrow h = 2a\sqrt{5}$.

Theo định lý Talet $A'A = 2C'M \Rightarrow d(A, (BMA')) = 2.d(C', (BMA')) = 2d$.

Thể tích khối lăng trụ tổng là $V = Sh = \frac{1}{2}.a.2a.\sin 120^\circ.2a\sqrt{5} = a^3\sqrt{15}$.

Ta có $V_{B.B'C'A'} = \frac{V}{3} \Rightarrow V_{B.A'C'CA} = \frac{2V}{3}$.

Khi đó $S_{C'MA'} = \frac{1}{4}S_{A'C'CA} \Rightarrow V_{B.C'MA'} = \frac{1}{4}V_{B.A'C'CA} = \frac{1}{4}.\frac{2V}{3} = \frac{1}{4}.\frac{2}{3}.a^3\sqrt{15} = \frac{a^3\sqrt{15}}{24}$.

Lại có $V_{B.C'MA'} = V_{C'.BMA'} = \frac{1}{3}d.S_{BMA'} = \frac{1}{3}d.\frac{1}{2}MA'MB = d.\frac{1}{6}.3a.2a\sqrt{3} = da^2\sqrt{3}$.

So sánh diện tích $S_{C'MA'} = \frac{1}{4}S_{A'C'CA} \Rightarrow V_{B.C'MA'} = \frac{1}{4}V_{B.A'C'CA} = \frac{1}{4}.\frac{2V}{3} = \frac{1}{4}.\frac{2}{3}.a^3\sqrt{15} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Thành thử $da^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{5}}{6} \Rightarrow d(A, (BMA')) = 2d = \frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \sin^8 x - \cos^8 x - 4\sin^6 x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tính $I = \int_0^\pi 16f(x)dx$.

A. $I = 160\pi$.

B. $I = -10\pi^2$.

C. $I = 16\pi^2$.

D. $I = 10\pi^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} f'(x) &= \sin^8 x - \cos^8 x - 4\sin^6 x = (\sin^4 x - \cos^4 x)(\sin^4 x + \cos^4 x) - 4\sin^6 x \\ &= (\sin^2 x - \cos^2 x) \left[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x \right] - 4\sin^6 x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (\sin^2 x - \cos^2 x) [1 - 2\sin^2 x \cos^2 x] - 4\sin^6 x \\ &= (2\sin^2 x - 1)(2\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1) - 4\sin^6 x \\ &= -6\sin^4 x + 4\sin^2 x - 1 \\ f(x) &= \frac{1}{2}\sin(2x) - \frac{3}{16}\sin(4x) - \frac{5}{4}x + C. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } f(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$$

$$\text{Như vậy } \int_0^\pi 16f(x)dx = \int_0^\pi 16\left(\frac{1}{2}\sin(2x) - \frac{3}{16}\sin(4x) - \frac{5}{4}x\right)dx = -10\pi^2.$$

Câu 43: Với mọi giá trị $m \geq a\sqrt{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ thì hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x + 5$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. Khi đó $a - b$ bằng?

A. -2.

B. 1.

C. -5.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = 2x^3 - mx^2 + 2x + 5$ có $y' = 6x^2 - 2mx + 2$.

Hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x + 5$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in (-2; 0) \Leftrightarrow 6x^2 - 2mx + 2 \geq 0, \forall x \in (-2; 0)$$

$$\Leftrightarrow 2mx \leq 6x^2 + 2, \forall x \in (-2; 0) \Leftrightarrow m \geq \frac{6x^2 + 2}{2x}, \forall x \in (-2; 0).$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = \frac{6x^2 + 2}{2x} = 3x + \frac{1}{x} \text{ với } x \in (-2; 0).$$

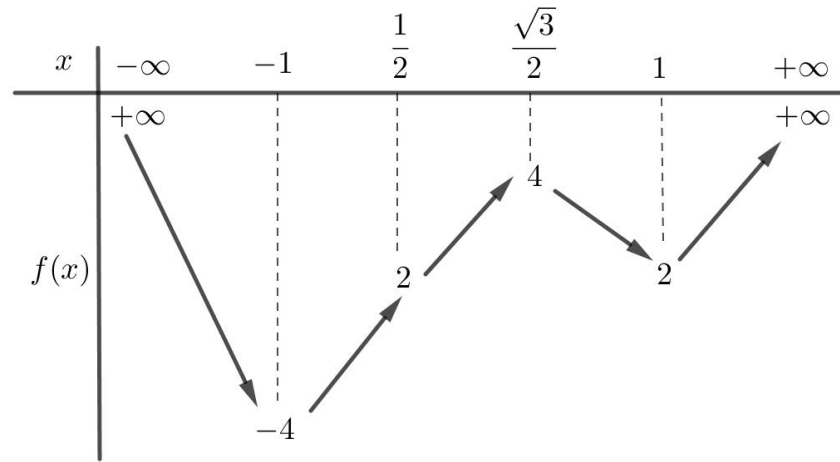
$$\text{Có } g'(x) = 3 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3 - \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Bảng biến thiên

x	-2	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\frac{13}{2}$	$-2\sqrt{3}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m \geq -2\sqrt{3}$ nên $a = -2; b = 3$. Do đó $a - b = -2 - 3 = -5$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(\cos x) + (3-m)f(\cos x) + 2m - 10 = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$ là

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f^2(\cos x) + (3-m)f(\cos x) + 2m - 10 = 0$.

Đặt $t = f(\cos x)$ ta được phương trình $t^2 + (3-m)t + 2m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = m - 5 \end{cases}$.

+) Với $t = 2 \Rightarrow f(\cos x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} \\ x = 0 \end{cases}$ vì $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

+) Với $t = m - 5 \Rightarrow f(\cos x) = m - 5$ (1).

Để phương trình ban đầu có 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$ thì phương trình (1) có đúng 1 nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$ khác $-\frac{\pi}{3}; 0; \frac{\pi}{3}$.

Với $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right] \Rightarrow u = \cos x \in [-1; 1]$.

Nhận xét:

Nếu $u \in \left[\frac{1}{2}; 1\right)$ thì có 2 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

Nếu $u = 1$ hoặc $u \in \left[-1; \frac{1}{2}\right)$ thì có đúng 1 nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; \pi\right]$.

Do đó yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi phương trình (1):

$f(\cos x) = m - 5 \Leftrightarrow f(u) = m - 5$ có nghiệm $u \in \left[-1; \frac{1}{2}\right)$. Từ bảng biến thiên suy ra

$-4 \leq m - 5 < 2 \Leftrightarrow 1 \leq m < 7$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Câu 45: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc

giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

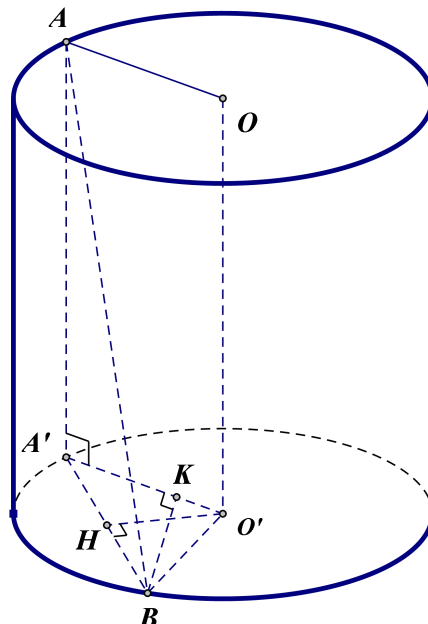
B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

C. $\tan \alpha = 1$.

D. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chon D


$$\text{Ta có } V_{OAO'B} = V_{B.OAO'} = \frac{1}{3} . d(B, (OAO')) . S_{OAO'} .$$

$$\text{Mà } S_{OAO'} = \frac{1}{2} \cdot OO' \cdot OA = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a = 2a^2.$$

Kẻ AA' vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O') tại $A' \Rightarrow \widehat{ABA'} = \alpha$. Suy ra

$$\tan \alpha = \frac{AA'}{A'B} \Rightarrow A'B = \frac{2a}{\tan \alpha}.$$

$$\text{Nếu } BK \perp O'A' \Rightarrow BK \perp (OAA'O') \equiv (OAO') \text{ nên } d(B, (OAO')) = BK.$$

Xét tam giác $O'A'B$ cân tại O' có $OA' = O'B = 2a; A'B = \frac{2a}{\tan \alpha}$.

Gọi H là trung điểm $A'B$ suy ra $O'H \perp A'B$ nên

$$O'H = \sqrt{O'B^2 - BH^2} = \sqrt{O'B^2 - \frac{A'B^2}{4}} = \sqrt{4a^2 - \frac{1}{4} \cdot \frac{4a^2}{\tan^2 \alpha}} = 2a \sqrt{1 - \frac{1}{4 \tan^2 \alpha}}.$$

$$\text{Mà } BK.O'A' = O'H.A'B \Rightarrow BK = \frac{O'H.A'B}{O'A'} = \frac{2a\sqrt{1-\frac{1}{4\tan^2\alpha}} \cdot \frac{2a}{\tan\alpha}}{2a} = 2a \cdot \frac{1}{\tan\alpha} \cdot \sqrt{1-\frac{1}{4\tan^2\alpha}}.$$

$$\text{Do đó } V_{OAO'B} = \frac{1}{3} \cdot d(B, (OAO')) \cdot S_{OAO'} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{1}{\tan \alpha} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4 \tan^2 \alpha}} \cdot 2a^2 = \frac{4a^3}{3} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} \sqrt{1 - \frac{1}{4 \tan^2 \alpha}}.$$

Xét hàm số $y = \frac{1}{\tan \alpha} \sqrt{1 - \frac{1}{4 \tan^2 \alpha}}$.

Đặt $t = \frac{1}{\tan \alpha}$ mà $\tan \alpha = \frac{AA'}{A'B} = \frac{2a}{A'B}$ và $0 \leq A'B < 4a$ nên $\frac{1}{2} \leq \tan \alpha < +\infty \Rightarrow t \in (0; 2]$.

Ta được $y = f(t) = t\sqrt{1 - \frac{t^2}{4}} = \frac{t}{2}\sqrt{4 - t^2}$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{4 - t^2} + t \frac{(4 - t^2)'}{2\sqrt{4 - t^2}} \right) = \frac{4 - 2t^2}{2\sqrt{4 - t^2}} \Leftrightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{2}.$$

Bảng biên thiên

t	0	$\sqrt{2}$	2		
$f'(t)$		+	0	-	0
$f(t)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Vậy giá trị lớn nhất của $V_{OAO'B}$ bằng $\frac{4a^3}{3}$ khi $t = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\tan \alpha} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ với $x \leq 2020$ thỏa mãn:

$$2(3x - y) = 3(1 + 9^y) - \log_3(2x - 1) \quad (1)$$

A. 4.

B. 3.

C. 2020.

D. 1010.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1) \Leftrightarrow 3(2x - 1) + \log_3(2x - 1) = 2y + 3 \cdot 3^{2y} \quad (2)$, đặt $u = \log_3(2x - 1) \Rightarrow 2x - 1 = 3^u$

$(2) \Leftrightarrow 3 \cdot 3^u + u = 3 \cdot 3^{2y} + 2y \quad (3)$. Do hàm số $f(t) = 3 \cdot 3^t + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên ta suy ra

$(3) \Leftrightarrow u = 2y \Leftrightarrow 2x - 1 = 3^{2y}.$

Do $1 \leq x \leq 2020 \Rightarrow 1 \leq 2x - 1 \leq 4039 \Rightarrow 1 \leq 9^y \leq 4039 \Rightarrow 0 \leq y \leq \log_9(4039) \approx 3,779.$

Mà y nguyên dương nên $y \in \{1; 2; 3\}$. Với mỗi y nguyên dương ta có đúng một giá

trị $x = \frac{1 + 3^{2y}}{2}$ số nguyên dương. Vậy có 3 cặp số (x, y) nguyên dương thỏa mãn yêu cầu.

Câu 47: Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x + 2y) = \log x + \log y$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x^2}{1 + 2y} + \frac{4y^2}{1 + x} \text{ là}$$

A. $\frac{32}{5}.$

B. $\frac{29}{5}.$

C. 6.

D. $\frac{31}{5}.$

Lời giải

Chọn C

Từ gt $\log(x + 2y) = \log x + \log y \Leftrightarrow \log(x + 2y) = \log(xy) \Leftrightarrow x + 2y = xy \quad (1)$

Theo bất AM-GM ta có: $\frac{x^2}{1 + 2y} + 1 + 2y \geq 2\sqrt{\frac{x^2}{1 + 2y} \cdot (1 + 2y)} = 2x$

$$\frac{4y^2}{1 + x} + 1 + x \geq 2\sqrt{\frac{4y^2}{1 + x} \cdot (1 + x)} = 4y$$

Suy ra $P \geq 2x + 4y - (1 + 2y) - (1 + x) = x + 2y - 2$

Từ (1) ta có: $x \cdot 2y \leq \left(\frac{x + 2y}{2}\right)^2 \Rightarrow 8(x + 2y) = 4x \cdot 2y \leq (x + 2y)^2$

Suy ra $x + 2y \geq 8 \Rightarrow P \geq 6$. Vậy $\min P = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$.

Câu 48: Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 4 kỹ sư chế biến thực phẩm, 3 kỹ thuật viên và 13 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid-19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho ca 1 có 6 người và 2 ca còn lại mỗi ca có 7 người. Tính xác suất sao cho mỗi ca có 1 kỹ thuật viên, ít nhất một kỹ sư chế biến thực phẩm

A. $\frac{440}{3230}$.

B. $\frac{41}{230}$.

C. $\frac{441}{3230}$.

D. $\frac{401}{3230}$.

Lời giải

Chọn C

+) Gọi biến cố cần tính xác suất là biến cố A: "Mỗi ca có 1 kỹ thuật viên, ít nhất một kỹ sư chế biến thực phẩm".

+) TH1: Ca 1 có 2 kỹ sư

Số cách chọn người ca 1 là: $C_3^1 \cdot C_4^2 \cdot C_{13}^3 = 5148$.

Số cách chọn người ca 2 là: $C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_{10}^5 = 1008$.

Số cách chọn người ca 3 là 1 cách

Suy ra số cách chọn bằng $5148 \cdot 1008$

TH2: Ca 2 có 2 kỹ sư

Số cách chọn người ca 1 là: $C_3^1 \cdot C_4^1 \cdot C_{13}^4 = 8580$.

Số cách chọn người ca 2 là: $C_2^1 \cdot C_2^1 \cdot C_9^4 = 756$.

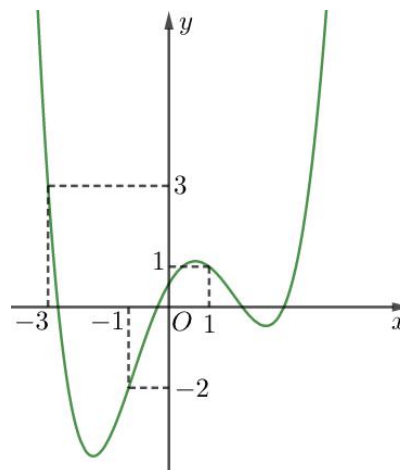
Số cách chọn người ca 3 là 1 cách

Suy ra số cách chọn bằng $8580 \cdot 756$

TH3: Ca 3 có 2 kỹ sư thì cách chọn tương tự TH2 nên ta có số cách chọn bằng $8580 \cdot 756$

+) Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{5148 \cdot 1008 + 2 \cdot (8580 \cdot 756)}{C_{20}^6 \cdot C_{14}^7 \cdot C_7^7} = \frac{441}{3230}$.

Câu 49: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2020$.

Trong các mệnh đề dưới đây:

(I) $g(0) < g(1)$

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3; 1)$

(II) $\min_{[-3; 1]} g(x) = g(-1)$

(IV) $\max_{[-3; 1]} g(x) = \max\{g(-3); g(1)\}$

Số mệnh đề đúng là:

A. 4.

B. 3.

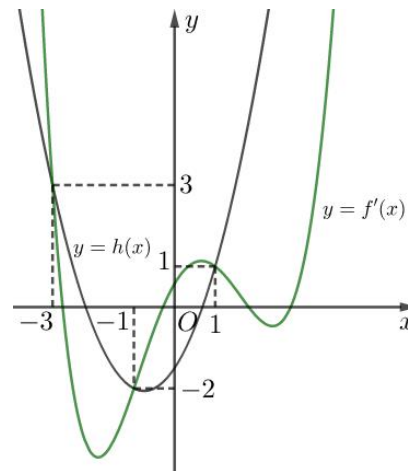
C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$g'(x) = f'(x) - \left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) = f'(x) - h(x), \text{ với } h(x) = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}.$$



Từ hình vẽ ta có phương trình $f'(x) - h(x) = 0$ có ba nghiệm trên đoạn $[-3; 1]$ là $x = -3; -1; 1$.

x	-3		-1		1
$g'(x)$	0	-	0	+	0
$g(x)$	$g(-3)$				$g(1)$
			$g(-1)$		

Suy ra các mệnh đề (I), (II), (IV) là mệnh đề đúng, mệnh đề (III) là mệnh đề sai.

Câu 50: Ông An dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất không đổi là 7% một năm. Biết rằng cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm kế tiếp. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông An gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy giá trị 45 triệu đồng.

A. 200.

B. 250.

C. 150.

D. 190.

Lời giải

Chọn A

Với số tiền gửi là x triệu đồng thì sau 3 năm số tiền lãi ông An thu được là $x(1+7\%)^3 - x$ (triệu đồng). Vậy số tiền lãi để ông An đủ mua một chiếc xe gắn máy giá trị 45 triệu đồng khi $x(1+7\%)^3 - x \geq 45 \Leftrightarrow x \geq \frac{45}{(1+7\%)^3 - 1} \approx 199,961$.

----- HẾT -----