

Câu 1: Tìm số phức liên hợp của số phức z thỏa mãn $(1-i)z = 1+3i$.

A. $\bar{z} = -1+2i$.

B. $\bar{z} = 1-2i$.

C. $\bar{z} = -1-2i$.

D. $\bar{z} = 1+2i$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -1; 0)$, biết $\vec{b}$ cùng chiều với $\vec{a}$ và có $|\vec{a}\vec{b}| = 10$. Chọn phương án đúng.

A. $\vec{b} = (-6; 3; 0)$.

B. $\vec{b} = (-4; 2; 0)$.

C. $\vec{b} = (6; -3; 0)$.

D. $\vec{b} = (4; -2; 0)$.

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình sau có đúng 3 nghiệm thực phân biệt $9^{x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+1} + 3m - 1 = 0$.

A. $m = \frac{10}{3}$.

B. $2 < m < \frac{10}{3}$.

C. $m = 2$.

D. $m < 2$.

Câu 4: Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi.

A. $12 - \log 5$ (giờ).

B. $\frac{12}{5}$ (giờ).

C. $12 - \log 2$ (giờ).

D. $12 + \ln 5$ (giờ).

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} - 2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x$ là

A. $(-\infty; -1] \cup [0; 1]$.

B. $[-1; 0]$.

C. $(-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.

D. $[-1; 0] \cup (1; +\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	1	$+\infty$	$-\infty$	2	1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

B. Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt thì $m \in (1; 2)$.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Câu 7: Cho $a = \log_4 3$, $b = \log_{25} 2$. Hãy tính $\log_{60} \sqrt{150}$ theo a , b .

A. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2+2b+ab}{1+4b+2ab}$.

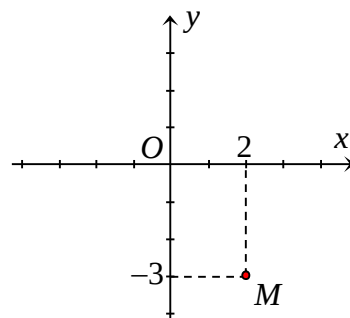
B. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$.

C. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+2ab}$.

D. $\log_{60} \sqrt{150} = 4 \cdot \frac{1+b+2ab}{1+4b+4ab}$.

Câu 8: Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là -3 và phần ảo là 2 .
 B. Phần thực là 2 và phần ảo là -3 .
 C. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.
 D. Phần thực là 2 và phần ảo là $-3i$.



Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a, b để đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y=\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

- A. $a=-1; b=-2$.
 B. $a=1; b=2$.
 C. $a=-1; b=2$.
 D. $a=4; b=4$.

Câu 10: Gọi $S_1; S_2; S_3$ lần lượt là tập nghiệm của các bất phương trình sau: $2^x + 2 \cdot 3^x - 5^x + 3 > 0$; $\log_2(x+2) \leq -2$; $\left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^x > 1$. Tìm khẳng định đúng.

- A. $S_1 \subset S_3 \subset S_2$.
 B. $S_2 \subset S_1 \subset S_3$.
 C. $S_1 \subset S_2 \subset S_3$.
 D. $S_2 \subset S_3 \subset S_1$.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và đồ thị hàm số $y = 5 + \frac{3}{x}$ cắt nhau tại hai điểm A và B . Khi đó, độ dài AB là

- A. $AB = 8\sqrt{5}$.
 B. $AB = 25$.
 C. $AB = 4\sqrt{2}$.
 D. $AB = 10\sqrt{2}$.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tính môđun của số phức $z_2 - iz_1$.

- A. $\sqrt{3}$.
 B. 5 .
 C. $\sqrt{5}$.
 D. $\sqrt{13}$.

Câu 13: Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{4^{4+3\sqrt{2}}}{32 \cdot 8^{2\sqrt{2}}}$.

- A. $2^{1-24\sqrt{2}}$.
 B. 2^{11} .
 C. 8 .
 D. 2 .

Câu 14: Biết $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 60$.
 B. $S = 70$.
 C. $S = 72$.
 D. $S = 68$.

Câu 15: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3) - 1 = \log_{\sqrt{2}} x$ là

- A. 1 .
 B. 3 .
 C. 0 .
 D. 2 .

Câu 16: Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $2\sqrt{2}$ thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 , trong đó $S_1 < S_2$. Tìm tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

- A. $\frac{3\pi+2}{21\pi-2}$.
 B. $\frac{3\pi+2}{9\pi-2}$.
 C. $\frac{3\pi+2}{12\pi}$.
 D. $\frac{9\pi-2}{3\pi+2}$.

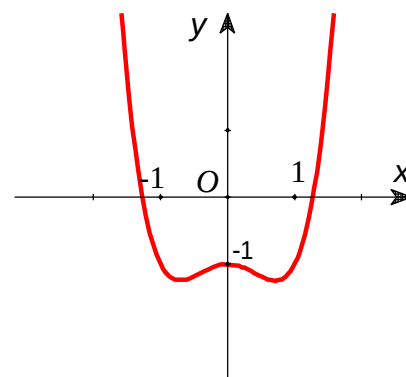
Câu 17: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hãy chọn phương án đúng.

A. $y = x^3 + 2x - 1$.

B. $y = x^4 - x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

D. $y = x^4 + x^2 - 1$.



Câu 18: Cho điểm $M(-3; 2; 4)$, gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox, Oy, Oz . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) .

A. $6x - 4y - 3z - 12 = 0$.

B. $3x - 6y - 4z + 12 = 0$.

C. $4x - 6y - 3z + 12 = 0$.

D. $4x - 6y - 3z - 12 = 0$.

Câu 19: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

D. Hàm số có giá trị cực đại là 6.

Câu 20: Một nhà máy cần thiết kế một chiếc bể đựng nước hình trụ bằng tôn có nắp, có thể tích là $64\pi(m^3)$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất.

A. $r = 3(m)$.

B. $r = \sqrt[3]{16}(m)$.

C. $r = \sqrt[3]{32}(m)$.

D. $r = 4(m)$.

Câu 21: Giá trị cực đại của hàm số $y = x + \sin 2x$ trên $(0; \pi)$ là:

A. $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22: Tìm tập xác định của hàm số $y = 2017^{\sqrt{2-x^2}}$.

A. $(-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

B. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

D. $(-\infty; -\sqrt{2}]$.

Câu 23: Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + m = 0$. Các giá trị của m để (α) và (S) không có điểm chung là:

A. $m \leq -9$ hoặc $m \geq 21$.

B. $m < -9$ hoặc $m > 21$.

C. $-9 \leq m \leq 21$.

D. $-9 < m < 21$.

Câu 24: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Tính $F(0)$.

A. $F(0) = -4 + 6 \ln 2$.

B. $F(0) = -4 - 6 \ln 2$.

C. $F(0) = 4 - 6 \ln 2$.

D. $F(0) = 4 + 6 \ln 2$.

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \cos^3 x$.

A. $\int f(x)dx = \frac{\cos^4 x}{x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{1}{4} \left(\frac{\sin 3x}{3} + 3 \sin x \right) + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{12} \sin 3x - \frac{3}{4} \sin x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{\cos^4 x \cdot \sin x}{4} + C$.

Câu 26: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đường cao $SO = a$, $\widehat{SAB} = 45^\circ$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{3a}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

Câu 27: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$, $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó?

A. 10π .

B. 4π .

C. 2π .

D. 6π .

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 29: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15m/s$ thì tăng vận tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t (m/s^2)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

A. 68,25m.

B. 70,25m.

C. 69,75m.

D. 67,25m.

Câu 30: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(2-i)\bar{z} - 3z = -1 + 3i$. Tính giá trị biểu thức $P = a - b$.

A. $P = 5$.

B. $P = -2$.

C. $P = 3$.

D. $P = 1$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 1$. Đặt $A = \frac{2z-i}{2+iz}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|A| \leq 1$.

B. $|A| \geq 1$.

C. $|A| < 1$.

D. $|A| > 1$.

Câu 32: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A ; $AB = 2$, $AC = 3$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với $(A'B'C')$ góc 60° . Thể tích lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\frac{9\sqrt{39}}{26}$.

B. $\frac{3\sqrt{39}}{26}$.

C. $\frac{18\sqrt{39}}{13}$.

D. $\frac{6\sqrt{39}}{13}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = |2x^2 - 3x - 1|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là:

A. $\frac{17}{8}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. 2.

D. 3.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$; các cạnh bên có độ dài bằng nhau và bằng $5a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{10a^3}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $10a^3\sqrt{3}$.

D. $9a^3\sqrt{3}$.

- Câu 35:** Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình thoi tâm O , cạnh a , $\widehat{QMN} = 60^\circ$. Biết $SM = SP$, $SN = SQ$. Kết luận nào sau đây **sai**?
- A.** M và P đối xứng nhau qua (SNQ) . **B.** MP vuông góc với NQ .
C. SO vuông góc với $(MNPQ)$. **D.** MQ vuông góc với SP .
- Câu 36:** Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là:
- A.** $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$. **B.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$.
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$. **D.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$.
- Câu 37:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Mệnh đề nào đúng?
- A.** Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oxy) .
B. Mặt cầu (S) không tiếp xúc với cả ba mặt (Oxy) , (Oxz) , (Oyz) .
C. Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oyz) .
D. Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oxz) .
- Câu 38:** Cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là:
- A.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. **B.** $x + y + z - 6 = 0$. **C.** $3x + 2y + z - 14 = 0$. **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.
- Câu 39:** Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì giá trị của m là:
- A.** $m \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right] \setminus \{-1\}$. **B.** $m \in (-1; 2] \setminus \{-1\}$. **C.** $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right]$.
- Câu 40:** Gọi I là tâm mặt cầu đi qua 4 điểm $M(1; 0; 0)$, $N(0; 1; 0)$, $P(0; 0; 1)$, $Q(1; 1; 1)$. Tìm tọa độ tâm I .
- A.** $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.
- Câu 41:** Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1 thì giá trị của m là:
- A.** $m = 1; m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$. **B.** $m = -1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.
C. $m = 1; m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. **D.** $m = 1; m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.
- Câu 42:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỷ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:
- A.** $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

- Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song và cách (P) một khoảng bằng $\frac{11}{2\sqrt{14}}$.
- A. $-4x - 2y + 6z + 7 = 0$; $4x + 2y - 6z + 15 = 0$.
 B. $-4x - 2y + 6z - 7 = 0$; $4x + 2y - 6z + 5 = 0$.
 C. $-4x - 2y + 6z + 5 = 0$; $4x + 2y - 6z - 15 = 0$.
 D. $-4x - 2y + 6z + 3 = 0$; $4x + 2y - 6z - 15 = 0$.
- Câu 44:** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a$, $SB = 3a$, $SC = 4a$. Độ dài đường cao SH của hình chóp bằng:
- A. $\frac{14a}{13}$. B. $7a$. C. $\frac{12a}{13}$. D. $\frac{13a}{12}$.
- Câu 45:** Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $x = y^2$ quay quanh trục Ox bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{3\pi}{10}$. B. 10π . C. $\frac{10\pi}{3}$. D. 3π .
- Câu 46:** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log(x^2 - x)$.
- A. $y' = \frac{1}{(x^2 - x)\ln 10}$. B. $y' = \frac{2x - 1}{x^2 - x}$. C. $y' = \frac{2x - 1}{(x^2 - x)\log e}$. D. $y' = \frac{2x - 1}{x^2 - x} \cdot \log e$.
- Câu 47:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c dương. Biết A, B, C di động trên các tia Ox, Oy, Oz sao cho $a + b + c = 2$. Biết rằng khi a, b, c thay đổi thì quỹ tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách từ $M(2016; 0; 0)$ tới mặt phẳng (P) .
- A. 2017. B. $\frac{2014}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{2016}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2015}{\sqrt{3}}$.
- Câu 48:** Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, gọi A, B, C, D lần lượt là bốn điểm biểu diễn bốn nghiệm z_1, z_2, z_3, z_4 đó. Tính giá trị của $P = OA + OB + OC + OD$, trong đó O là gốc tọa độ.
- A. $P = 4$. B. $P = 2 + \sqrt{2}$. C. $P = 2\sqrt{2}$. D. $P = 4 + 2\sqrt{2}$.
- Câu 49:** Một viên phấn bảng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng $0,5\text{cm}$, chiều dài 6cm . Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng các viên phấn đó với kích thước $6\text{cm} \times 5\text{cm} \times 6\text{cm}$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?
- A. 17. B. 15. C. 16. D. 18.
- Câu 50:** Cho hàm số $y = f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}\right)^x$. Tìm khẳng định sai.
- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 B. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.
 C. Hàm số không có cực trị.
 D. $f(x)$ luôn nhỏ hơn 1 với mọi x dương.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	C	A	D	B	B	B	B	D	C	C	C	B	A	B	B	D	D	C	D	C	B	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	C	C	C		C	A	C	D	C	A	C	D	C	C	A	A	C	A	D	D	D	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Tìm số phức liên hợp của số phức z thỏa mãn $(1-i)z = 1+3i$.

- A. $\bar{z} = -1+2i$. B. $\bar{z} = 1-2i$. C. $\bar{z} = -1-2i$. D. $\bar{z} = 1+2i$.

Giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } (1-i)z = 1+3i \Leftrightarrow z = \frac{1+3i}{1-i} \Leftrightarrow z = -1+2i \Rightarrow \bar{z} = -1-2i.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -1; 0)$, biết $\vec{b}$ cùng chiều với $\vec{a}$ và có $|\vec{a}\vec{b}| = 10$. Chọn phương án đúng.

- A. $\vec{b} = (-6; 3; 0)$. B. $\vec{b} = (-4; 2; 0)$. C. $\vec{b} = (6; -3; 0)$. D. $\vec{b} = (4; -2; 0)$.

Giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \vec{b} = x(2; -1; 0) = (2x; -x; 0), x > 0.$$

$$\text{Mà } |\vec{a}\vec{b}| = 10 \Leftrightarrow |4x + x| = 10 \Leftrightarrow x = \pm 2, (x > 0) \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \vec{b} = (4; -2; 0).$$

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình sau có đúng 3 nghiệm thực phân biệt $9^{x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+1} + 3m - 1 = 0$.

- A. $m = \frac{10}{3}$. B. $2 < m < \frac{10}{3}$. C. $m = 2$. D. $m < 2$.

Giải

Chọn C.

Đặt $t = 3^{x^2} \geq 3^0 = 1$. Phương trình trở thành $t^2 - 6t - 1 = -3m$. Nhận xét nếu phương trình có 1 nghiệm $t > 1 \Rightarrow$ có hai nghiệm $x^2 = \log_3 t \Rightarrow x = \pm \sqrt{\log_3 t}$. Nên phương trình muốn có ba nghiệm thì phải có nghiệm $x = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow m = 2$.

$$\text{Thử lại: } m = 2 \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3^{x^2} = 1 \\ 3^{x^2} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\log_3 5} \end{cases}.$$

Câu 4: Một người thả 1 lá bèo vào một cái ao, sau 12 giờ thì bèo sinh sôi phủ kín mặt ao. Hỏi sau mấy giờ thì bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt ao, biết rằng sau mỗi giờ thì lượng bèo tăng gấp 10 lần lượng bèo trước đó và tốc độ tăng không đổi.

- A. $12 - \log 5$ (giờ). B. $\frac{12}{5}$ (giờ). C. $12 - \log 2$ (giờ). D. $12 + \ln 5$ (giờ).

Giải

Chọn A.

Ta gọi u_i là số lá bèo ở giờ thứ i .

$$\text{Ta có } u_0 = 1 = 10^0, u_1 = 10, u_2 = 10^2, \dots, u_{12} = 10^{12}.$$

Ta có số lá bèo để phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt hồ là $\frac{1}{5} \cdot 10^{12} \Rightarrow$ thời gian mà số lá bèo phủ kín $\frac{1}{5}$ mặt hồ là $12 - \log 5$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} - 2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x$ là:

- A.** $(-\infty; -1] \cup [0; 1]$. **B.** $[-1; 0]$. **C.** $(-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$. **D.** $[-1; 0] \cup (1; +\infty)$.

Giải

Chọn D.

$$(\sqrt{5} - 2)^{\frac{2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x \Leftrightarrow (\sqrt{5} + 2)^{\frac{-2x}{x-1}} \leq (\sqrt{5} + 2)^x \Leftrightarrow -\frac{2x}{x-1} \leq x$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{x-1} + x \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 0 \vee x > 1.$$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	1	$+\infty$	$-\infty$	2	1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.
B. Phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt thì $m \in (1; 2)$.
C. Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.
D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$.

Giải

Chọn B.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang.

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

$\Rightarrow$ ĐTHS chỉ có 2 tiệm cận nên loại **A**.

+) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$ nên trên $(-\infty; 1)$ hàm số đb sai vì hàm số không xác định tại $x = -1 \Rightarrow$ loại **D**

+) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty \Rightarrow$ Giá trị lớn nhất hàm số bằng 2 là không đúng $\Rightarrow$ loại **C**

+) Đường thẳng $y = m$ luôn cắt $y = f(x)$ tại 3 điểm với $m \in (1; 2)$ nên chọn **B**.

Câu 7: Cho $a = \log_4 3$, $b = \log_{25} 2$. Hãy tính $\log_{60} \sqrt{150}$ theo a , b .

A. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 + 2b + ab}{1 + 4b + 2ab}$.

B. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1 + b + 2ab}{1 + 4b + 4ab}$.

C. $\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 + b + 2ab}{1 + 4b + 2ab}$.

D. $\log_{60} \sqrt{150} = 4 \cdot \frac{1 + b + 2ab}{1 + 4b + 4ab}$.

Giải

Chọn B.

Cách 1: Ta có

$$\log_{60} \sqrt{150} = \frac{1}{2} \frac{\log_{25} 150}{\log_{25} 60} = \frac{1}{2} \frac{\log_{25} 25 + \log_{25} 2 + \log_{25} 3}{\log_{25} 5 + \log_{25} 4 + \log_{25} 3}$$

$$= \frac{1 + \log_{25} 2 + 2 \log_4 3 \cdot \log_{25} 2}{2 \log_{25} 5 + 4 \log_{25} 2 + 4 \log_4 3 \cdot \log_{25} 2} = \frac{1 + a + 2ab}{1 + 4b + 4ab}$$

Cách 2: Nhập máy tính

Math ▲

$$\log_4(3)$$

0.7924812504

lưu biến A

Math ▲

Ans→A

0.7924812504

Math ▲

$$\log_{25}(2)$$

0.215338279

Tương tự

lưu biến B

Math ▲

Ans→B

0.215338279

Math ▲

$$\log_{60}(\sqrt{150}) - \frac{1}{2} \times \frac{A}{1+A}$$

Sau đó nhập máy tính:

Math ▲

$$\log_{60}(\sqrt{150}) - \frac{1}{2} \times \frac{A}{1+A}$$

0.02139913632

ấn “=” kết quả

chứng tỏ đáp án **A** loại

Math ▲

$$\log_{60}(\sqrt{150}) - \frac{1+B+2AB}{1+4B+4AB}$$

sửa phân sau dấu trừ thành

ấn “=” được kq:

Math ▲

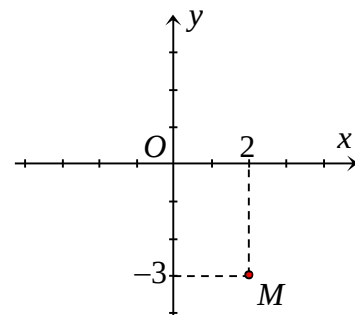
$$\log_{60}(\sqrt{150}) - \frac{1+B}{1+4B}$$

0

⇒ chọn **B**.

Câu 8: Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A.** Phần thực là -3 và phần ảo là 2 .
- B.** Phần thực là 2 và phần ảo là -3 .
- C.** Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.
- D.** Phần thực là 2 và phần ảo là $-3i$.



Giải

Chọn B.

Chúng ta cần nhớ lại định nghĩa: Điểm $M(a;b)$ trong hệ trục tọa độ Oxy được gọi là điểm biểu diễn hình học của số phức $z = a + bi$

Từ hình vẽ ta suy ra điểm $M(2;-3) \Rightarrow z = 2 - 3i$

Nên phần thực của số phức là 2 và phần ảo là -3 .

- Câu 9:** Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$. Tìm a, b để đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.
- A.** $a = -1; b = -2$. **B.** $a = 1; b = 2$. **C.** $a = -1; b = 2$. **D.** $a = 4; b = 4$.

Giải

Chọn B.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+1}{bx-2} = \frac{a}{b} \Rightarrow y = \frac{a}{b}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nên $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ (1)

Mà $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số khi $\begin{cases} b-2=0 \\ a+1 \neq 0 \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow a=1; b=2$.

- Câu 10:** Gọi $S_1; S_2; S_3$ lần lượt là tập nghiệm của các bất phương trình sau: $2^x + 2 \cdot 3^x - 5^x + 3 > 0$; $\log_2(x+2) \leq -2$; $\left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^x > 1$. Tìm khẳng định đúng?
- A.** $S_1 \subset S_3 \subset S_2$. **B.** $S_2 \subset S_1 \subset S_3$. **C.** $S_1 \subset S_2 \subset S_3$. **D.** $S_2 \subset S_3 \subset S_1$.

Giải

Chọn D.

Bất phương trình $2^x + 2 \cdot 3^x - 5^x + 3 > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x + 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^x + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^x > 1$

Ta thấy VT nghịch biến mà $f(2)=1$ nên $f(x) > f(2) \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow S_1 = (-\infty; 2)$

Bất phương trình $\log_2(x+2) \leq -2 \Leftrightarrow 0 < x+2 \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow -2 < x \leq -\frac{7}{4} \Rightarrow S_2 = \left(-2; -\frac{7}{4}\right]$

Bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^x > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^x > \left(\frac{1}{\sqrt{5}-1}\right)^0 \Leftrightarrow x < 0 \Rightarrow S_3 = (-\infty; 0)$

Ta thấy $S_2 \subset S_3 \subset S_1$.

- Câu 11:** Đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và đồ thị hàm số $y = 5 + \frac{3}{x}$ cắt nhau tại hai điểm A và B . Khi đó, độ dài AB là
- A.** $AB = 8\sqrt{5}$. **B.** $AB = 25$. **C.** $AB = 4\sqrt{2}$. **D.** $AB = 10\sqrt{2}$.

Giải

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 - x = 5 + \frac{3}{x}, x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 2 \\ y = 3 \Rightarrow y = 6 \end{cases}$$

Ta được $A(-1; 2), B(3; 6) \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$.

- Câu 12:** Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tính môđun của số phức $z_2 - iz_1$.
- A.** $\sqrt{3}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Giải

Chọn C.

Ta có: $z_2 - iz_1 = (2 + 3i) - i(1 - i) = 1 + 2i \Rightarrow |z_2 - iz_1| = \sqrt{5}$.

Câu 13: Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{4^{4+3\sqrt[3]{2}}}{32 \cdot 8^{2\sqrt[3]{2}}}$.

A. $2^{1-24\sqrt[3]{2}}$.

B. 2^{11} .

C. 8.

D. 2.

Giải

Chọn C.

Ta có: $P = \frac{4^{4+3\sqrt[3]{2}}}{32 \cdot 8^{2\sqrt[3]{2}}} = \frac{2^{8+6\sqrt[3]{2}}}{2^{5+3\sqrt[3]{2}}} = 2^3 = 8$.

Câu 14: Biết $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 60$.

B. $S = 70$.

C. $S = 72$.

D. $S = 68$.

Giải

Chọn B.

Ta có $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx$

Đặt $\begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x+1} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

$I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{x^2 \ln(2x+1)}{2} \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{x^2}{2x+1} dx$

$= 8 \ln 9 - \int_0^4 \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4(2x+1)} \right) dx = 16 \ln 3 - \left(\frac{x^2}{4} - \frac{1}{4}x + \frac{1}{8} \ln |2x+1| \right) \Big|_0^4 = \frac{63}{4} \ln 3 - 3$

$\Rightarrow \frac{a}{b} \ln 3 - c = \frac{63}{4} \ln 3 - 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 63 \\ b = 4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow S = 70$.

Câu 15: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3) - 1 = \log_{\sqrt{2}} x$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Giải

Chọn A.

Điều kiện: $x > 0$

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2(x+3) = \log_2 2x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$

So sánh điều kiện $\Rightarrow x = \frac{3}{2}$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Câu 16: Parabol $y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $2\sqrt{2}$ thành hai phần có diện

tích là S_1 và S_2 , trong đó $S_1 < S_2$. Tìm tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{3\pi+2}{21\pi-2}$.

B. $\frac{3\pi+2}{9\pi-2}$.

C. $\frac{3\pi+2}{12\pi}$.

D. $\frac{9\pi-2}{3\pi+2}$.

Giải

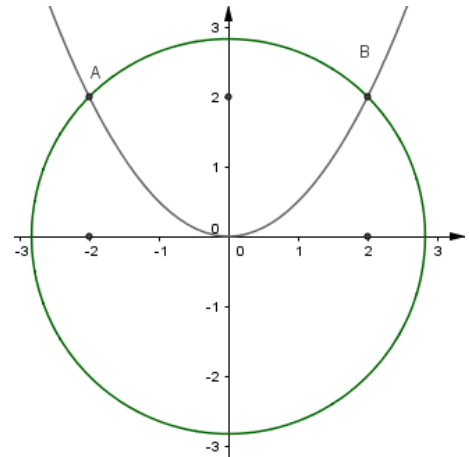
Chọn B.

Diện tích hình tròn là $S = \pi r^2 = 8\pi$.

$$\text{Ta có } S_1 = \int_{-2}^2 \left| \sqrt{8-x^2} - \frac{x^2}{2} \right| dx = 2\pi + \frac{4}{3}$$

$$\text{Suy ra } S_2 = S - S_1 = 6\pi - \frac{4}{3}$$

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi + 2}{9\pi - 2}.$$



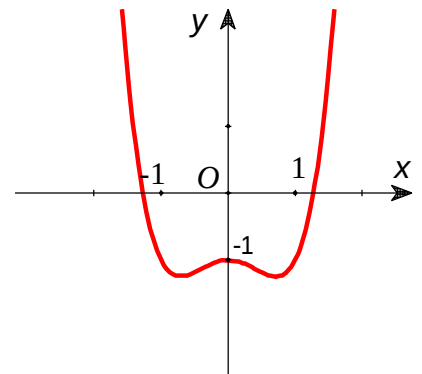
Câu 17: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hãy chọn phương án đúng.

A. $y = x^3 + 2x - 1$.

B. $y = x^4 - x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

D. $y = x^4 + x^2 - 1$.



Giải

Chọn B.

Dạng đồ thị hàm số là hàm bậc 4 trùng phương có $a > 0$. Suy ra loại **A, C**

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $a.b < 0$. Suy ra chọn **B**.

Câu 18: Cho điểm $M(-3; 2; 4)$, gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox, Oy, Oz . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) .

A. $6x - 4y - 3z - 12 = 0$.

B. $3x - 6y - 4z + 12 = 0$.

C. $4x - 6y - 3z + 12 = 0$.

D. $4x - 6y - 3z - 12 = 0$.

Giải

Chọn D.

Ta có: $A(-3; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 4)$. Suy ra PT mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$ hay $4x - 6y - 3z + 12 = 0$.

Khi đó, mặt phẳng có phương trình $4x - 6y - 3z - 12 = 0$ song song với (ABC) .

Câu 19: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 4$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

D. Hàm số có giá trị cực đại là 6.

Giải

Chọn D.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 6$	$\searrow 2$	$\nearrow +\infty$	

Từ BBT suy ra chọn đáp án **D**.

Câu 20: Một nhà máy cần thiết kế một chiếc bể đựng nước hình trụ bằng tôn có nắp, có thể tích là $64\pi(m^3)$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất.

- A.** $r = 3(m)$. **B.** $r = \sqrt[3]{16}(m)$. **C.** $r = \sqrt[3]{32}(m)$. **D.** $r = 4(m)$.

Giải

Chọn C.

Gọi hình trụ có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r .

Ta có: $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \frac{64\pi}{\pi r^2} = \frac{64}{r^2} \Rightarrow l = \frac{64}{r^2}$

Để tốn ít nhiên liệu nhất thì diện tích toàn phần nhỏ nhất.

Ta có: $S_{tp} = 2S_{day} + S_{xq} = 2\pi r^2 + 2\pi rl = 2\pi r^2 + \frac{128\pi}{r}$.

Xét hàm số $f(r) = 2\pi r^2 + \frac{128}{r}$ với $r > 0$.

Ta có $f'(r) = 4\pi r - \frac{128\pi}{r^2}; f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{32}$.

Lập bảng biến thiên ta có $f(r)$ đạt GTNN khi $r = \sqrt[3]{32}$.

Câu 21: Giá trị cực đại của hàm số $y = x + \sin 2x$ trên $(0; \pi)$ là:

- A.** $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Giải

Chọn D.

Ta có $y' = 1 + 2\cos 2x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 1 + 2\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$.

Do $x \in (0; \pi) \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$.

Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{\pi}{3}$	π
y'	+	0	-
y			

Vậy, $\max_{(0;\pi)} y = \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22: Tìm tập xác định của hàm số $y = 2017^{\sqrt{2-x^2}}$.

A. $(-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty)$.

B. $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

D. $(-\infty; -\sqrt{2}]$.

Giải

Chọn C.

Điều kiện $2 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$.

Câu 23: Cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + m = 0$. Các giá trị của m để (α) và (S) không có điểm chung là:

A. $m \leq -9$ hoặc $m \geq 21$.

B. $m < -9$ hoặc $m > 21$.

C. $-9 \leq m \leq 21$.

D. $-9 < m < 21$.

Giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 3)$ và bán kính $R = 5$

(α) và (S) không có điểm chung khi và chỉ khi $d(I, (\alpha)) > R$

$$\Leftrightarrow \frac{|m-6|}{3} > 5 \Leftrightarrow |m-6| > 15 \Leftrightarrow \begin{cases} m-6 > 15 \\ m-6 < -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 21 \\ m < -9 \end{cases}.$$

Câu 24: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. Tính $F(0)$.

A. $F(0) = -4 + 6 \ln 2$.

B. $F(0) = -4 - 6 \ln 2$.

C. $F(0) = 4 - 6 \ln 2$.

D. $F(0) = 4 + 6 \ln 2$.

Giải

Chọn A.

Cách 1.

Ta có $F(x) = \int f(x) dx$.

$$\begin{aligned} F(x) &= \int \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} dx = \int \frac{2 \sin 2x \cdot \cos 2x}{1 + \frac{1 + \cos 2x}{2}} dx = \int \frac{4 \sin 2x \cdot \cos 2x}{3 + \cos 2x} dx = \int \frac{-2 \cdot \cos 2x \cdot (3 + \cos 2x)'}{3 + \cos 2x} dx \\ &= -2 \int \frac{(3 + \cos 2x) - 3}{3 + \cos 2x} d(3 + \cos 2x) = -2 \int \left(1 - \frac{3}{3 + \cos 2x}\right) d(3 + \cos 2x) \\ &= -2(3 + \cos 2x) + 6 \ln |3 + \cos 2x| + C. \end{aligned}$$

$$\text{Do } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow -2(3 + \cos \pi) + 6 \ln |3 + \cos \pi| + C = 0 \Leftrightarrow C = 4 - 6 \ln 2.$$

$$\Rightarrow F(0) = -2(3 + \cos 0) + 6 \ln |3 + \cos 0| + 4 - 6 \ln 2 = -4 + 6 \ln 2.$$

Cách 2:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} dx = F(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F(0) = -F(0).$$

$$\Rightarrow F(0) = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} dx \approx 0,15888.$$

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \cos^3 x$.

A. $\int f(x) dx = \frac{\cos^4 x}{x} + C.$

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{4} \left(\frac{\sin 3x}{3} + 3 \sin x \right) + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{12} \sin 3x - \frac{3}{4} \sin x + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{\cos^4 x \cdot \sin x}{4} + C.$

Giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } I = \int \cos^3 x dx = \int \cos^2 x \cdot \cos x dx = \int (1 - \sin^2 x) d \sin x = \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$$

$$= \sin x - \frac{3 \sin x - \sin 3x}{12} + C = \frac{1}{12} \sin 3x + \frac{3}{4} \sin x + C.$$

Câu 26: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đường cao $SO = a$, $\widehat{SAB} = 45^\circ$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{3a}{4}.$

B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}.$

C. $\frac{3a}{2}.$

D. $\frac{\sqrt{3}a}{4}.$

Giải

Chọn C.

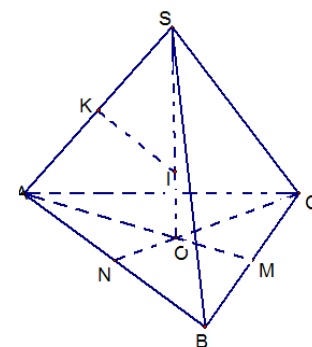
Gọi K là trung điểm của SA , kẻ $KI \perp SA$ cắt SO tại $I \Rightarrow I$ là tâm và bán kính SI của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp

$$SA = \frac{AN}{\cos 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2} AB \text{ và } AO = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} AB \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB\sqrt{3}}{3}$$

$$SO^2 = SA^2 - AO^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{1}{2} AB^2 - \frac{1}{3} AB^2 \Leftrightarrow AB^2 = 6a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow SA = \sqrt{3}a$$

$$\Delta SKI; \Delta SOA \text{ đồng dạng} \Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{SK}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{3a^2}{2a} = \frac{3}{2}a$$



Câu 27: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$, $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó?

A. $10\pi.$

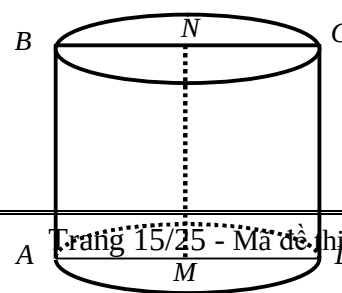
B. $4\pi.$

C. $2\pi.$

D. $6\pi.$

Giải

Chọn B.



Ta có: $R = \frac{1}{2}AD = 1$. Diện tích toàn phần của hình trụ là: $2\pi R(R + AB) = 4\pi$

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-2x-3}}$. Đồ thị hàm số có bao nhiêu tiệm cận?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Giải

Chọn C.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = -2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = 2$ nên TCN là $y = 2$ và $y = -2$.

Và $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-2x-3}} = +\infty$ nên TCD là $x = -1$ và $x = 3$.

Câu 29: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15m/s$ thì tăng vận tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t (m/s^2)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

A. 68,25m.

B. 70,25m.

C. 69,75m.

D. 67,25m.

Giải

Chọn C.

$v(t) = \int (t^2 + 4t) dt = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + C$. Mà $v(0) = 15 \Rightarrow C = 15$ nên $v(t) = \frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15$

$S(t) = \int_0^3 \left(\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 15 \right) dt = \left(\frac{1}{12}t^4 + \frac{2}{3}t^3 + 15t \right) \Big|_0^3 = \frac{279}{4} = 69,75(m)$.

Câu 30: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(2-i)\bar{z} - 3z = -1 + 3i$. Tính giá trị biểu thức $P = a - b$.

A. $P = 5$.

B. $P = -2$.

C. $P = 3$.

D. $P = 1$.

Giải

Chọn C.

$(2-i)\bar{z} - 3z = -1 + 3i \Leftrightarrow (2-i)(a-bi) - 3(a+bi) = -1 + 3i \Leftrightarrow (-a-b) + (-a-5b)i = -1 + 3i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -a-b = -1 \\ -a-5b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a-b = 3$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 1$. Đặt $A = \frac{2z-i}{2+iz}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $|A| \leq 1$.

B. $|A| \geq 1$.

C. $|A| < 1$.

D. $|A| > 1$.

Giải

Chọn A.

Đặt $Có a = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow a^2 + b^2 \leq 1$ (do $|z| \leq 1$)

$|A| = \left| \frac{2z-i}{2+iz} \right| = \left| \frac{2a+(2b-1)i}{2-b+ai} \right| = \sqrt{\frac{4a^2+(2b-1)^2}{(2-b)^2+a^2}}$

Ta chứng minh $\frac{4a^2 + (2b+1)^2}{(2-b)^2 + a^2} \leq 1$.

Thật vậy ta có $\frac{4a^2 + (2b+1)^2}{(2-b)^2 + a^2} \leq 1 \Leftrightarrow 4a^2 + (2b+1)^2 \leq (2-b)^2 + a^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \leq 1$

Dấu “=” xảy ra khi $a^2 + b^2 = 1$.

Vậy $|A| \leq 1$.

Câu 32: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A ; $AB = 2$, $AC = 3$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với $(A'B'C')$ góc 60° . Thể tích lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\frac{9\sqrt{39}}{26}$.

B. $\frac{3\sqrt{39}}{26}$.

C. $\frac{18\sqrt{39}}{13}$.

D. $\frac{6\sqrt{39}}{13}$.

Giải

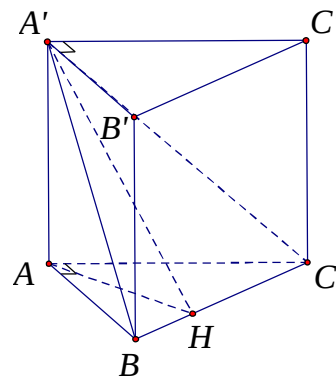
Chọn C.

Gọi H là hình chiếu của A lên BC , khi đó $A'H \perp BC$

do đó $\widehat{AHA'} = 60^\circ$.

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{6}{\sqrt{13}}; AA' = AH \tan 60^\circ = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{18\sqrt{39}}{13}.$$



Câu 33: Cho hàm số $y = |2x^2 - 3x - 1|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là:

A. $\frac{17}{8}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. 2.

D. 3.

Giải

Chọn A.

Xét $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$ ta có $f'(x) = 4x - 3$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = -2$, $f\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{17}{8}$, $f(2) = 1$.

Do đó, giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ là $\frac{17}{8}$.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = 3a$; các cạnh bên có độ dài bằng nhau và bằng $5a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{10a^3}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $10a^3\sqrt{3}$.

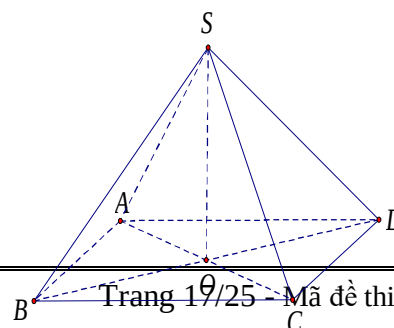
D. $9a^3\sqrt{3}$.

Giải

Chọn C.

Do $SA = SB = SC = SD$ nên $SO \perp (ABCD)$.

$$BD = \sqrt{(3a)^2 + (4a)^2} = 5a \text{ nên } OD = \frac{5a}{2}.$$



$$\text{Vậy } SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{(5a)^2 - \left(\frac{5a}{2}\right)^2} = \frac{5a\sqrt{3}}{2}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{5a\sqrt{3}}{2} \cdot 4a \cdot 3a = 10a^3\sqrt{3}.$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy $MNPQ$ là hình thoi tâm O , cạnh a , $\widehat{QMN} = 60^\circ$. Biết $SM = SP$, $SN = SQ$. Kết luận nào sau đây **sai**?

- A.** M và P đối xứng nhau qua (SNQ) . **B.** MP vuông góc với NQ .
C. SO vuông góc với $(MNPQ)$. **D.** MQ vuông góc với SP .

Giải

Chọn D.

$$\text{Do } \begin{cases} SO \perp MP \\ SO \perp NQ \end{cases} \Rightarrow SO \perp (MNPQ).$$

Giả sử $MQ \perp SP$.

Khi đó, theo định lý 3 đường vuông góc suy ra $OP \perp MQ$ (vô lý).

Vậy **D** sai.

Chú ý: Có thể dùng phương pháp loại trừ các trường hợp đúng.

Câu 36: Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là:

- A.** $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$. **B.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$.
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$. **D.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Giải

Chọn C.

$$\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - 3\frac{x^2}{2} + \ln|x| + C.$$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Mệnh đề nào đúng?

- A.** Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oxy) .
B. Mặt cầu (S) không tiếp xúc với cả ba mặt (Oxy) , (Oxz) , (Oyz) .
C. Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oyz) .
D. Mặt cầu (S) tiếp xúc với (Oxz) .

Giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(2; -1; 3)$ và bán kính $R = 3$.

$d(I, Oxy) = 3 = R$ nên mặt phẳng Oxy tiếp xúc với mặt cầu (S) .

$d(I, Oxz) = 1 < R; d(I, Oyz) = 2 < R$ nên mặt cầu (S) cắt cả hai mặt phẳng Oxz, Oyz .

Câu 38: Cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là:

- A.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0$. **B.** $x + y + z - 6 = 0$. **C.** $3x + 2y + z - 14 = 0$. **D.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Giải

Chọn C.

Tứ diện $OABC$ vuông tại O nên M là trực tâm tam giác ABC khi và chỉ khi $OM \perp (ABC)$.

Vậy mặt phẳng (ABC) có VTPT là $\overrightarrow{OM} = (3;2;1)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) sẽ là $3(x-3) + 2(y-2) + z-1 = 0$ hay

$$3x + 2y + z - 14 = 0.$$

Câu 39: Hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{x + m}$ đồng biến trên $[1; +\infty)$ thì giá trị của m là:

- A.** $m \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right] \setminus \{-1\}$. **B.** $m \in (-1; 2] \setminus \{-1\}$. **C.** $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $m \in \left(-1; \frac{1}{2}\right]$.

Giải

Chọn D.

$$y = \frac{x^2 - 4x}{x + m} \text{ có tập xác định là } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\} \text{ và } y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{(x + m)^2}.$$

$$\text{Hàm số đã cho đồng biến trên } [1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m < 1 \\ x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \end{cases}$$

$$x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow 2m(x-2) \geq -x^2, \forall x \in [1; +\infty) \quad (1)$$

Do $x = 2$ thỏa bất phương trình $2m(x-2) \geq -x^2$ với mọi m nên ta chỉ cần xét $x \neq 2$.

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq \frac{-x^2}{x-2}, \forall x \in [1; 2) \\ 2m \geq \frac{-x^2}{x-2}, \forall x \in (2; +\infty) \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{-x^2}{x-2} \text{ trên } [1; +\infty) \setminus \{2\} \text{ có } f'(x) = \frac{-x^2 + 4x}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	2		4		$+\infty$
y'		+		+	0	-
y	1	$+\infty$		$-\infty$	8	$+\infty$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2m \leq 1 \\ 2m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq \frac{1}{2}.$$

Cách khác

$$y = \frac{x^2 - 4x}{x + m} \text{ có tập xác định là } D = \mathbb{R} \setminus \{-m\} \text{ và } y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{(x + m)^2}.$$

$$\text{Hàm số đã cho đồng biến trên } [1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m < 1 \\ x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \end{cases}$$

$$x^2 + 2mx - 4m \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \leq 0 \\ \Delta > 0 \\ x_1 < x_2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m \leq 0 \\ m^2 + 4m > 0 \\ -m + \sqrt{m^2 + 4m} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq m \leq 0 \\ \begin{cases} m > 0 \\ m < -4 \end{cases} \\ m \geq -1 \\ m \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với đk $m > -1$ ta được $-1 < m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 40: Gọi I là tâm mặt cầu đi qua 4 điểm $M(1;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;1)$, $Q(1;1;1)$. Tìm tọa độ tâm I .

A. $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

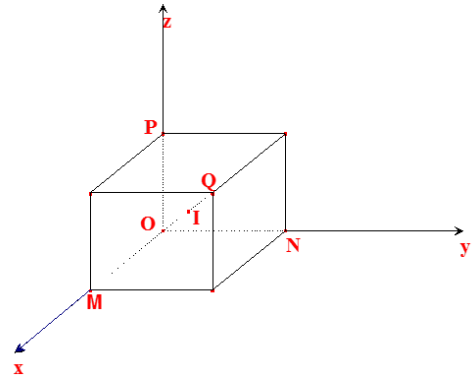
D. $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Giải

Chọn C.

Nhận xét M, N, P, Q, O nằm trên một hình lập phương cạnh 1, có một đường chéo là OQ . Tâm mặt cầu ngoại tiếp $MNPQ$ cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương này và là trung điểm của OQ . Vậy $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án C.



Câu 41: Hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị này có bán kính bằng 1 thì giá trị của m là:

A. $m = 1; m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

B. $m = -1; m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

C. $m = 1; m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

D. $m = 1; m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$.

Giải

Chọn C.

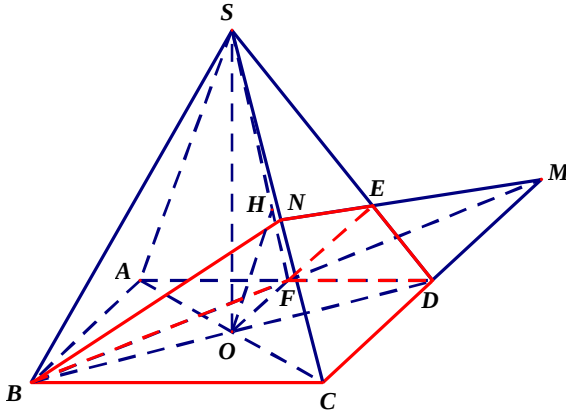
$$y' = 4x^3 - 4mx \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$. Loại A, B, **D**.

- Câu 42:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:
- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{7}{3}$. D. $\frac{6}{5}$.

Giải

Chọn A.



Giả sử các điểm như hình vẽ.

$E = SD \cap MN \Rightarrow E$ là trọng tâm tam giác SCM , $DF \parallel BC \Rightarrow F$ là trung điểm BM .

$$\text{Ta có: } \left(\widehat{SD, (ABCD)} \right) = \widehat{SDO} = 60^\circ \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}, SF = \sqrt{SO^2 + OF^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow d(O, (SAD)) = OH = h = \frac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}; S_{SAD} = \frac{1}{2} SF \cdot AD = \frac{a^2\sqrt{7}}{4}$$

$$\frac{V_{MEFD}}{V_{MNBC}} = \frac{ME}{MN} \cdot \frac{MF}{MB} \cdot \frac{MD}{MC} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow V_{BFDCNE} = \frac{5}{6} V_{MNBC} = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot d(M, (SAD)) \cdot \frac{1}{2} S_{SBC} = \frac{5}{18} \cdot 4h \cdot \frac{1}{2} S_{SAD} = \frac{5a^3\sqrt{6}}{72}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6} \Rightarrow V_{SABFEN} = V_{S.ABCD} - V_{BFDCNE} = \frac{7a^3\sqrt{6}}{36}.$$

$$\text{Suy ra: } \frac{V_{SABFEN}}{V_{BFDCNE}} = \frac{7}{5}.$$

- Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song và cách (P) một khoảng bằng $\frac{11}{2\sqrt{14}}$.

- A. $-4x - 2y + 6z + 7 = 0$; $4x + 2y - 6z + 15 = 0$.
 B. $-4x - 2y + 6z - 7 = 0$; $4x + 2y - 6z + 5 = 0$.
 C. $-4x - 2y + 6z + 5 = 0$; $4x + 2y - 6z - 15 = 0$.
 D. $-4x - 2y + 6z + 3 = 0$; $4x + 2y - 6z - 15 = 0$.

Giải

Chọn A.

(Q) song song (P) nên (Q) có dạng: $2x + y - 3z + D = 0$ với $D \neq 2$.

Lấy $M(-1; 0; 0) \in (P)$.

$$\text{Ta có: } d((P), (Q)) = \frac{11}{2\sqrt{14}} \Leftrightarrow d(M, (Q)) = \frac{11}{2\sqrt{14}} \Leftrightarrow \frac{|D-2|}{\sqrt{14}} = \frac{11}{2\sqrt{14}} \Leftrightarrow \begin{cases} 2D = 15 \\ 2D = -7 \end{cases}$$

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, SB = 3a, SC = 4a$. Độ dài đường cao SH của hình chóp bằng:

- A. $\frac{14a}{13}$. B. $7a$. C. $\frac{12a}{13}$. D. $\frac{13a}{12}$.

Giải

Chọn C.

$$\text{Áp dụng tính chất của tứ diện vuông ta có: } \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{169}{144a^2} \Rightarrow SH = \frac{12a}{13}.$$

Câu 45: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $x = y^2$ quay quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{3\pi}{10}$. B. 10π . C. $\frac{10\pi}{3}$. D. 3π .

Giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } x = y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y = \sqrt{x} \end{cases}$$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Thể tích khối tròn xoay thu được: } V = \pi \left| \int_0^1 x^4 dx - \int_0^1 x dx \right| = \pi \left| \left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^2}{2} \right) \right|_0^1 = \frac{3\pi}{10}.$$

Câu 46: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log(x^2 - x)$.

- A. $y' = \frac{1}{(x^2 - x)\ln 10}$. B. $y' = \frac{2x-1}{x^2 - x}$. C. $y' = \frac{2x-1}{(x^2 - x)\log e}$. D. $y' = \frac{2x-1}{x^2 - x} \cdot \log e$.

Giải

Chọn C.

$$\left(\log(x^2 - x) \right)' = \frac{1}{(x^2 - x)\ln 10} (x^2 - x)' = \frac{2x-1}{(x^2 - x)\ln 10} = \frac{2x-1}{(x^2 - x)\log_e 10}.$$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với a, b, c dương. Biết A, B, C di động trên các tia Ox, Oy, Oz sao cho $a + b + c = 2$. Biết rằng khi a, b, c thay đổi thì quỹ tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc mặt phẳng (P) cố định. Tính khoảng cách từ $M(2016; 0; 0)$ tới mặt phẳng (P) .

- A. 2017. B. $\frac{2014}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{2016}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2015}{\sqrt{3}}$.

Giải**Chọn D.**

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn OA

$\Rightarrow (\alpha)$ đi qua điểm $D\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$ và có VTPT $\overrightarrow{OA} = (a; 0; 0) = a(1; 0; 0)$

$$\Rightarrow (\alpha): x - \frac{a}{2} = 0.$$

Gọi (β) là mặt phẳng trung trực của đoạn OB

$\Rightarrow (\beta)$ đi qua điểm $E\left(0; \frac{a}{2}; 0\right)$ và có VTPT $\overrightarrow{OB} = (0; a; 0) = a(0; 1; 0)$

$$\Rightarrow (\beta): y - \frac{a}{2} = 0.$$

Gọi (γ) là mặt phẳng trung trực của đoạn OC

$\Rightarrow (\gamma)$ đi qua điểm $F\left(0; 0; \frac{a}{2}\right)$ và có VTPT $\overrightarrow{OC} = (0; 0; a) = a(0; 0; 1)$

$$\Rightarrow (\gamma): z - \frac{a}{2} = 0.$$

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC \Rightarrow I = (\alpha) \cap (\beta) \cap (\gamma) \Rightarrow I\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; \frac{a}{2}\right).$

Mà theo giả thiết, $a + b + c = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{2} + \frac{b}{2} + \frac{c}{2} = 1 \Rightarrow I \in (P): x + y + z = 1.$

$$\text{Vậy, } d(M, (P)) = \frac{|2016 - 1|}{\sqrt{3}} = \frac{2015}{\sqrt{3}}.$$

Câu 48: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, gọi A, B, C, D lần lượt là bốn điểm biểu diễn bốn nghiệm z_1, z_2, z_3, z_4 đó. Tính giá trị của $P = OA + OB + OC + OD$, trong đó O là gốc tọa độ.

A. $P = 4$.

B. $P = 2 + \sqrt{2}$.

C. $P = 2\sqrt{2}$.

D. $P = 4 + 2\sqrt{2}$.

Giải**Chọn D.**

$$z^4 - 2z^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(2; 0); B(-2; 0); C(0; \sqrt{2}); D(0; -\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow OA = OB = 2; OC = OD = \sqrt{2} \Rightarrow OA + OB + OC + OD = 4 + 2\sqrt{2}.$$

Câu 49: Một viên phấn bảng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng $0,5\text{cm}$, chiều dài 6cm . Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng các viên phấn đó với kích thước $6\text{cm} \times 5\text{cm} \times 6\text{cm}$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

A. 17.

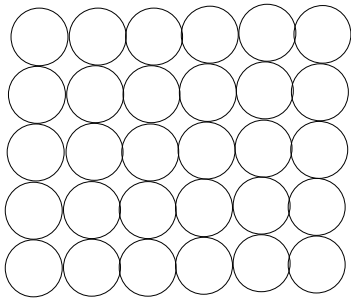
B. 15.

C. 16.

D. 18.

Giải**Chọn C.**

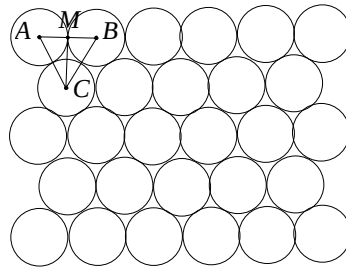
Có 3 cách xếp phần theo hình vẽ dưới đây:



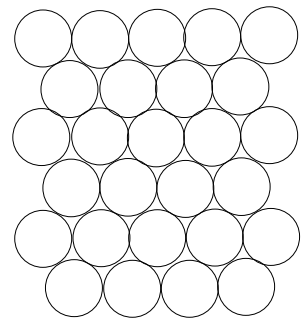
✓ Nếu $H1$

xếp theo hình $H1$: vì đường kính viên phân là $2,0,5 = 1cm$ nên mỗi hộp xếp được tối đa số viên phân là: $6.5 = 30$.

✓ Nếu xếp theo hình $H2$: hàng 6 viên xen kẽ hàng 5 viên. Gọi số hàng xếp được là $n+1, n \in \mathbb{Z}_+$.



$H2$



$H3$

Ta có $\triangle ABC$ đều cạnh bằng 1 $\Rightarrow CM = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta phải có $2,0,5 + n \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \leq 5 \Rightarrow n \leq \frac{8}{\sqrt{3}} \Rightarrow$ xếp tối đa được 5 hàng $\Rightarrow$ mỗi hộp xếp được tối đa số viên phân là: $3.6 + 2.5 = 28$.

✓ Nếu xếp theo hình $H3$: hàng 5 viên xen kẽ hàng 4 viên. Gọi số hàng xếp được là $m+1, m \in \mathbb{Z}_+$.

Ta phải có $2,0,5 + m \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \leq 6 \Rightarrow m \leq \frac{10}{\sqrt{3}} \Rightarrow$ xếp tối đa được 6 hàng $\Rightarrow$ nên mỗi hộp xếp được tối đa số viên phân là: $3.5 + 3.4 = 27$.

Vậy, xếp theo hình $H1$ thì xếp được nhiều phần nhất, nên cần ít hộp nhất.

Ta có $460 : 30 \approx 15,3 \Rightarrow$ cần ít nhất 16 hộp để xếp hết 460 viên phân.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^x$. Tìm khẳng định **sai**.

- A.** Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B.** Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.
- C.** Hàm số không có cực trị.
- D.** $f(x)$ luôn nhỏ hơn 1 với mọi x dương.

Giải

Chọn B.

Hàm số $y = \left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^x$ có TXĐ = $\mathbb{R}$

$a = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} < 1 \Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ **A** đúng.

$y = \left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^x > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ đồ thị hàm số không cắt trục $Ox \Rightarrow$ **B** sai.

$y' = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^x \right]' = \left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^x \cdot \ln \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \Rightarrow y' < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số không có cực trị
 $\Rightarrow \mathbf{C}$ đúng.

$a = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} < 1 \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^x > \left(\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \right)^0 \Leftrightarrow y > 1, \forall x > 0 \Rightarrow \mathbf{D}$ đúng.

----- **HẾT** -----