SỞ GD&ĐT THANH HÓA	**ĐỀ KSCL BỒI DƯỠNG LẦN 1**
TRƯỜNG THPT THẠCH THÀNH 1	**NĂM HỌC 2020 – 2021**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Môn: TOÁN – Lớp: 12 (chương trình chuẩn)**
	Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-1}=4$ là

A. $S=\left\{\sqrt{3}\right\}$. **B.** $S=\left\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\right\}$. **C.** $S=\left\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\right\}$. **D.** $S=\{-2;2\}$.

Câu 2: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a=\log_{27}\left(a^2\sqrt{b}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2=b$. **B.** $a^3=b$. **C.** $a=b$. **D.** $a=b^2$.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $8(cm)$, chiều cao SH bằng $3(cm)$. Tính thể tích khối chóp?

A. $V=64\left(cm^3\right)$. **B.** $V=16\left(cm^3\right)$. **C.** $V=24\left(cm^3\right)$. **D.** $V=48\left(cm^3\right)$.

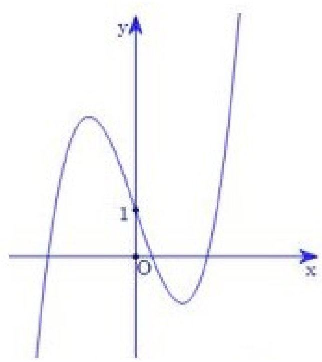
Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$, công sai $d=3$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng

A. 30. **B.** 10. **C.** 162. **D.** 14.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+5$ cắt đường thẳng $y=6$ tại bao nhiêu điểm?

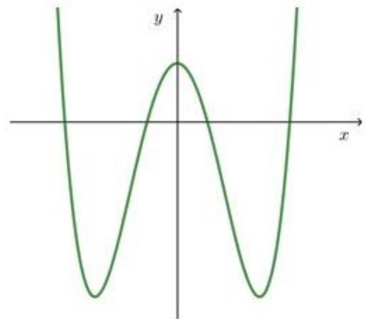
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 6: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Câu 7: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-4x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+4x^2+1$. **D.** $y=x^4+2x^2+1$.

Câu 8: Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=2^{3x-1}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f'(x)=(3x-1)2^{3x-2}$. **B.** $f'(x)=2^{3x-1}\ln 2$.

C. $f'(x)=2^{3x-1}\log 2$. **D.** $f'(x)=3.2^{3x-1}\ln 2$.

Câu 9: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_3(3-x)$.

A. $D=(-\infty;3)$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $D=(-\infty;3]$.

Câu 10: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Tính hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 3.

A. $\dfrac{-3}{4}$. **B.** $\dfrac{-3}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-2;1)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 12: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=7$ và có độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 49π. **B.** 21π. **C.** 42π. **D.** 147π.

Câu 13: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 150.

A. $V=100.$ **B.** $V=125.$ **C.** $V=75.$ **D.** $V=25.$

Câu 14: Lớp $12A$ có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 1 đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?

A. 500. **B.** $C_{45}^{2}.$ **C.** $A_{45}^{2}.$ **D.** 45.

Câu 15: Phương trình $\log_2\left(2^x+4^x-2\right)-x=0$ có nghiệm là

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}.$ **C.** 1. **D.** $\frac{1}{4}.$

Câu 16: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	-1

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y=-2.$ **B.** $x=-1.$ **C.** $x=-2.$ **D.** $y=-1.$

Câu 17: Tính thể tích V của một cái cốc hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm,$ chiều cao bằng $10cm.$

A. $\frac{500}{3}\pi cm^3.$ **B.** $250\pi cm^3.$ **C.** $500\pi\ cm^3.$ **D.** $\frac{250}{3}\pi cm^3.$

Câu 18: Cho $\left(u_n\right)$ là một cấp số nhân có $u_1=3$ và công bội $q=2.$ Giá trị của u_2 bằng.

A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}.$

Câu 19: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA\perp\left(ABCD\right), SA=3a.$ Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=3a^3.$ **B.** $V=\frac{1}{3}a^3.$ **C.** $V=2a^3.$ **D.** $V=a^3.$

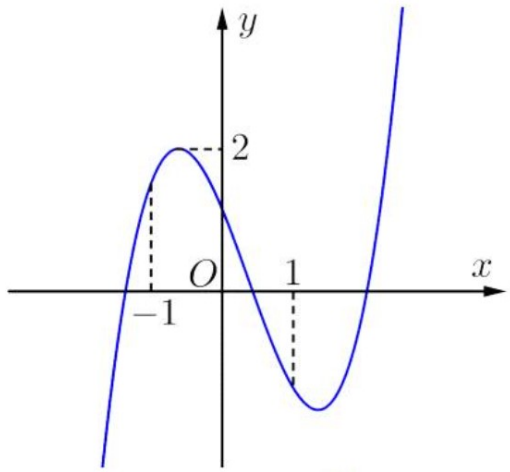
Câu 20: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ như sau.

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 2.$ **B.** $x = 0.$ **C.** $x = 1.$ **D.** $x = -2.$

Câu 21: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0.$

D. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0.$

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \left(-x^2 + 4x + 5\right)^{\frac{3}{4}} + \sqrt{4 - x}$ là

A. $[4;5).$ **B.** $(-1;4].$ **C.** $(-1;5).$ **D.** $(-\infty;-1).$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau.

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Khi đó số cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.

B. Hàm số có đúng một cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và cực tiểu tại $x=1$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

Câu 25: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $y=\dfrac{x-1}{x+3}$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=x^3+x$.

Câu 26: Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 27: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{2}, SC=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 28: Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$ là

A. $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $D=(-1;3)$.

C. $D=[-1;3]$. **D.** $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 29: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{9}{x}$ trên đoạn $[1;5]$. Tính giá trị của biểu thức $A=4m-M$.

A. 14. **B.** 12. **C.** 13. **D.** 11.

Câu 30: Gọi $x_1, x_2\left(x_1 < x_2\right)$ là nghiệm của phương trình $\left(2-\sqrt{3}\right)^x+\left(2+\sqrt{3}\right)^x=4$. Khi đó $2019x_1+2020x_2$ bằng

A. 4039. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2020.

Câu 31: Tính thể tích V của khối nón tròn xoay, biết đường kính đường tròn đáy 4 và độ dài đường sinh bằng 5

A. $V=\dfrac{4\sqrt{21}\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{16\pi}{3}$. **C.** $V=4\sqrt{21}\pi$. **D.** $V=16\pi$.

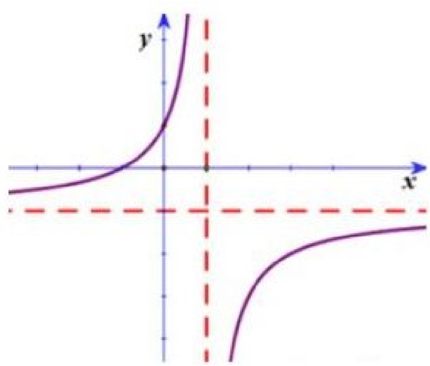
Câu 32: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y=ax+b$ cắt nhau tại hai điểm A và B có hoành độ lần lượt bằng 0 và 2. Lúc đó giá trị $a.b$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$?

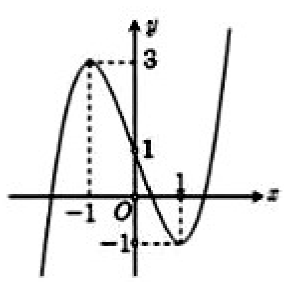
A. $-2\le m\le -1$. **B.** $-2\le m\le 2$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $-2<m\le -1$.

Câu 34: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình sau. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a>0, b>0, c>0$. **B.** $a>0, b>0, c<0$. **C.** $a<0, b<0, c<0$. **D.** $a<0, b>0, c>0$.

Câu 35: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt là



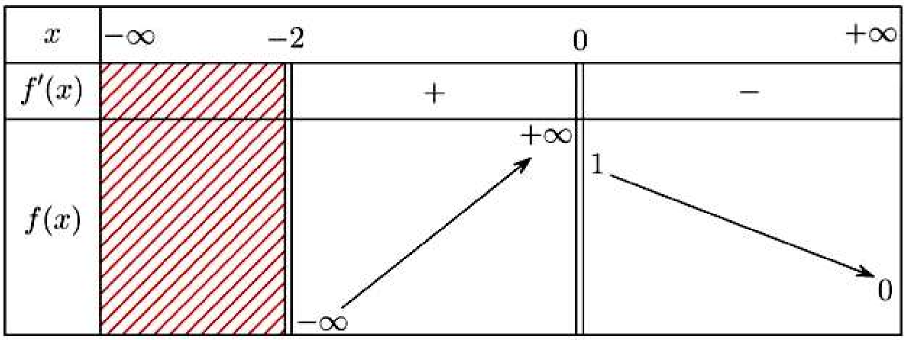
A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 36: Ông A đã gửi tổng cộng 500 triệu đồng vào hai ngân hàng X và Y theo phương thức lãi kép. Số tiền thứ nhất ông gửi vào ngân hàng Y với lãi suất cố định là 0,37% một tháng trong 9 tháng. Số tiền còn lại ông gửi vào ngân hàng X với lãi suất cố định là 1,7% một quý trong thời gian 15 tháng. Tổng số tiền lãi ông đã thu được từ hai ngân hàng khi chưa làm tròn là 27866121,21 đồng. Tính số tiền gần nhất mà ông A đã gửi lần lượt vào hai ngân hàng X và Y.

A. 400 triệu đồng và 100 triệu đồng. **B.** 300 triệu đồng và 200 triệu đồng.

C. 200 triệu đồng và 300 triệu đồng. **D.** 100 triệu đồng và 400 triệu đồng.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 38: An và Bình cùng tham gia kỳ thi THPT Quốc Gia, trong đó có 2 môn thi trắc nghiệm là Vật lí và Hóa học. Đề thi của mỗi môn gồm 6 mã khác nhau và các môn khác nhau có mã khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho các thí sinh một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong 2 môn thi đó An và Bình có chung đúng một mã đề thi là

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{13}{18}$. **C.** $\frac{5}{36}$. **D.** $\frac{31}{36}$.

Câu 39: Cho hình nón $\mathcal{N}_1$ có đỉnh S, chiều cao h. Một hình nón $\mathcal{N}_2$ có đỉnh là tâm của đáy $\mathcal{N}_1$ và có đáy là một thiết diện song song với đáy của $\mathcal{N}_1$ như hình vẽ. Khối nón $\mathcal{N}_2$ có thể tích lớn nhất khi chiều cao x bằng

A. $\frac{h\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{h}{2}$. **C.** $\frac{h}{3}$. **D.** $\frac{2h}{3}$.

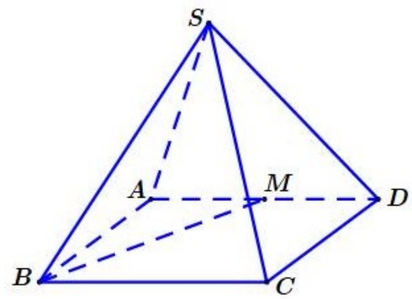
Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, tam giác ABD đều cạnh $a\sqrt{2}, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 100 để hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 90. **B.** 91. **C.** 88. **D.** 89.

Câu 42: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = 2a, SA = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ). Gọi M là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BM bằng



A. $\frac{3\sqrt{3}a}{4}$.　　**B.** $\frac{2\sqrt{93}a}{31}$.　　**C.** $\frac{2a}{3}$.　　**D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 43: Cho phương trình $\sqrt{\log_3^2 x - 4\log_3 x - 5} = m(\log_3 x + 1)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[27; +\infty)$.

A. $0 \le m < 1$.　　**B.** $0 < m \le 2$.　　**C.** $0 \le m \le 1$.　　**D.** $0 < m < 2$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = x^2(x-1)^3(x^2 - 2mx + m + 6)$. Số giá trị nguyên của m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. 6.　　**B.** 4.　　**C.** 7.　　**D.** 5.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - (m-1).3^x - m - 1 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $1 < m < \frac{5}{4}$.　　**B.** $\frac{1}{3} < m < \frac{11}{4}$.　　**C.** $\frac{5}{4} < m < \frac{7}{4}$.　　**D.** $\frac{1}{2} < m < \frac{11}{4}$.

Câu 46: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$, biết hàm số có ba điểm cực trị $x = -3, x = 3, x = 5$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $g(x) = f\left(e^{x^3+3x^2} - m\right)$ có đúng 7 điểm cực trị.

A. 5.　　**B.** 6.　　**C.** 3.　　**D.** 4.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2 + y) \ge \log_2(x + y)$?

A. 45.　　**B.** 90.　　**C.** 89.　　**D.** 46.

Câu 48: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^4\left[f(x-1)\right]^2$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có $AB=a;AC=a\sqrt{2}$ và $\widehat{CAB}=135^0$, tam giác SAB vuông tại B và tam giác SAC vuông tại A. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng 30^0. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ và $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có bảng biên thiên như hình vẽ và $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{137}{16}$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	$-\frac{11}{2}$	$\searrow$		$\nearrow$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-2020;2020]$ để hàm số $g(x)=e^{-x^2+4mx-5}.f(x)$ đồng biến trên $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 4040. **D.** 4041.

____________________ **HẾT** ____________________

BẢNG ĐÁP ÁN

1-B	**2-A**	**3-A**	**4-D**	**5-B**	**6-C**	**7-A**	**8-D**	**9-A**	**10-A**
11-C	**12-C**	**13-B**	**14-A**	**15-B**	**16-D**	**17-B**	**18-C**	**19-D**	**20-D**
21-B	**22-B**	**23-C**	**24-C**	**25-D**	**26-B**	**27-B**	**28-D**	**29-A**	**30-B**
31-A	**32-C**	**33-D**	**34-C**	**35-A**	**36-C**	**37-D**	**38-A**	**39-C**	**40-A**
41-A	**42-D**	**43-A**	**44-D**	**45-D**	**46-B**	**47-B**	**48-C**	**49-D**	**50-B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn B.

Ta có: $2^{x^2-1}=4 \Leftrightarrow 2^{x^2-1}=2^2 \Leftrightarrow x^2-1=2 \Leftrightarrow x^2=3 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}.$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là: $S=\left\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\right\}.$

Câu 2: Chọn A.

Vì $a>0;b>0$ nên ta có $\log_3 a=\log_{27}\left(a^2\sqrt{b}\right) \Leftrightarrow \log_3 a=\frac{1}{3}\log_3\left(a^2\sqrt{b}\right) \Leftrightarrow 3\log_3 a=\log_3\left(a^2\sqrt{b}\right)$

$\Leftrightarrow \log_3\left(a^3\right)=\log_3\left(a^2\sqrt{b}\right) \Leftrightarrow a^3=a^2\sqrt{b} \Leftrightarrow a=\sqrt{b} \Leftrightarrow a^2=b.$

Câu 3: Chọn A.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}AB^2.SH=\frac{1}{3}.8^2.3=64\left(cm^3\right).$

Câu 4: Chọn D.

Áp dụng công thức số hạng thứ n của cấp số cộng $u_n=u_1+\left(n-1\right)d.$

Ta có số hạng thứ 5 của $\left(u_n\right)$ là $u_5=u_1+4d=2+4.3=14.$

Câu 5: Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^4-2x^2+5=6 \Leftrightarrow x^4-2x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1+\sqrt{2}\left(nhan\right) \\ x^2=1-\sqrt{2}\left(loai\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1+\sqrt{2}}$$

Vậy đồ thị hàm số cắt đường thẳng tại 2 điểm.

Câu 6: Chọn C.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$ nên nhận đáp án $y=x^3-3x+1.$

Câu 7: Chọn A.

Do bề lõm quay lên trên nên loại đáp án C.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên loại đáp án D.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên đáp án đúng là A.

Câu 8: Chọn D.

Ta có $f\left(x\right)=2^{3x-1}\Rightarrow f'\left(x\right)=\left(3x-1\right)'.2^{3x-1}\ln 2=3.\ln 2.2^{3x-1}$.

Câu 9: Chọn A.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 3-x>0\Leftrightarrow x<3$.

Vậy tập xác định của hàm số $D=\left(-\infty;3\right)$.

Câu 10: Chọn A.

Ta có $y'=\dfrac{-3}{\left(x-1\right)^2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị $\left(C\right)$ tại điểm có hoành độ bằng 3 là: $k=y'\left(3\right)=\dfrac{-3}{4}$.

Câu 11: Chọn C.

Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 12: Chọn C.

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.7.3=42\pi$ (đvdt).

Câu 13: Chọn B.

Mỗi mặt của hình lập phương có diện tích là: $150:6=25$

Cạnh của hình lập phương là: 5.

Vậy thể tích của khối lập phương là: $5^3=125$.

Câu 14: Chọn A.

Số cách chọn một đôi song ca gồm một nam và một nữ là: $C_{25}^1.C_{20}^1=500$.

Câu 15: Chọn B.

Điều kiện $2^x+4^x>2$

Ta có $\log_2\left(2^x+4^x-2\right)-x=0\Leftrightarrow 2^x+4^x-2=2^x\Leftrightarrow 4^x=2\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}\left(N\right)$.

Câu 16: Chọn D.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-1,\lim\limits_{x\to-\infty}y=-1$ nên đồ thị có đường tiệm cận ngang là $y=-1$.

Câu 17: Chọn B.

Thể tích V của khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi.5^2.10=250\pi cm^3$.

Câu 18: Chọn C.

Ta có $u_2 = u_1.q = 3.2 = 6.$

Câu 19: Chọn D.

$V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = a^3.$

Câu 20: Chọn D.

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x = -2$.

Nên $x = -2$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 21: Chọn B.

Dựa vào đồ thị, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ nên $a > 0.$

Hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $-1 < x_1 < 0$ và $x_2 > 1$ nên $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1x_2 < 0 \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} -\dfrac{2b}{3a} > 0 \\ \dfrac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}.$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0.$

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

Câu 22: Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} -x^2 + 4x + 5 > 0 \\ 4 - x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 5 \\ x \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \le 4.$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-1; 4]$.

Câu 23: Chọn C.

Từ bảng xét dấu ta thấy số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là 3.

Câu 24: Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta thấy qua $x = 0$ thì y' không đổi dấu nên hàm số đã cho không đạt cực đại tại $x = 0$ suy ra đáp án C sai.

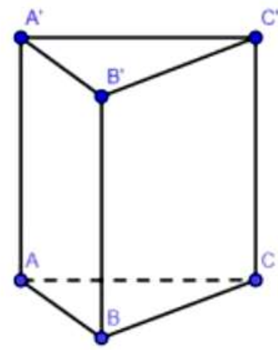
Câu 25: Chọn D.

Loại đáp án A và C là hai hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất.

Loại đáp án B vì $y' = -3x^2 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

Vậy: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là: $y=x^3+x$.

Câu 26: Chọn B.

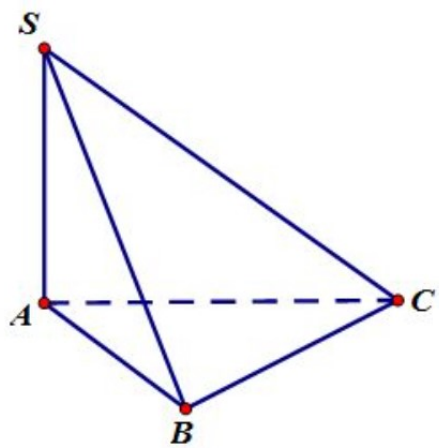


Khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng, cạnh bên có độ dài là: $2a$.

Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ là:

$$V=AA'.S_{\Delta ABC}=2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 27: Chọn B.



Ta có $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AC\Rightarrow AC=\sqrt{SC^2-SA^2}=\sqrt{3a^2-2a^2}=a.$

Khi đó $S_{ABC}=\frac{1}{2}.AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{1}{2}a.a.\sin 60^0=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{6}a^3}{12}.$

Câu 28: Chọn D.

Hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$ xác định $\Leftrightarrow x^2-2x-3>0$

$$\Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(3;+\infty).$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 29: Chọn A.

$y'=1-\frac{9}{x^2}$, với $\forall x\neq 0$.

$y'=0\Leftrightarrow 1-\frac{9}{x^2}=0\Leftrightarrow x=\pm 3$.

$y(1)=10, y(3)=6, y(5)=5+\frac{9}{5}=\frac{34}{5}$.

Vậy $M=10, m=6$ nên $4m-M=14$.

Câu 30: Chọn B.

Đặt $t=\left(2+\sqrt{3}\right)^x, t>0$ ta có $\left(2-\sqrt{3}\right)^x=\frac{1}{t}$.

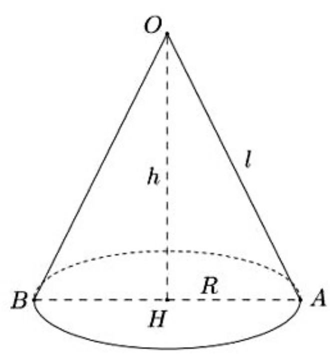
Ta có phương trình $t+\frac{1}{t}=4\Leftrightarrow t^2-4t+1=0\Leftrightarrow t=2\pm\sqrt{3}$.

* Với $t=2+\sqrt{3}\Leftrightarrow\left(2+\sqrt{3}\right)^x=2+\sqrt{3}\Leftrightarrow x=1$.

* Với $t=2-\sqrt{3}\Leftrightarrow\left(2+\sqrt{3}\right)^x=2-\sqrt{3}\Leftrightarrow x=-1$. Vậy $x_1=-1, x_2=1$.

Do đó $2019x_1+2020x_2=-2019+2020=1$.

Câu 31: Chọn A.



Ta có: bán kính đáy $R=2$.

Đường cao hình nón $h=\sqrt{l^2-R^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$.

Diện tích đáy $S=\pi R^2=4\pi$.

Thể tích khối tròn xoay là: $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}4\pi.\sqrt{21}=\frac{4\sqrt{21}\pi}{3}$.

Câu 32: Chọn C.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Với $x_A=0\Rightarrow y_A=-1\Rightarrow A(0;-1)$.

Với $x_B=2\Rightarrow y_B=3\Rightarrow B(2;3)$.

Ta có: $A(0;-1)\in d, B(2;3)\in d\Rightarrow\begin{cases}b=-1\\2a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$.

Vậy $a.b=-2$.

Câu 33: Chọn D.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

$$y'=\frac{m^2-4}{(x+m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\Leftrightarrow\begin{cases}ad-bc<0\\-m\notin(-\infty;1)\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\-m\geq 1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\m\leq -1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2<m\leq 1$$

Vậy $-2<m\leq -1$.

Câu 34: Chọn C.

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-c$ nằm bên phải trục tung nên $-c>0\Rightarrow c<0$.

Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=a$ nằm bên dưới trục hoành nên $a<0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{b}{c}>0\Leftrightarrow b<0$.

Câu 35: Chọn A.

Xét phương trình $f(x)+1=m\Leftrightarrow f(x)=m-1$ (1).

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m-1$ là đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành.

Vậy để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì $-1<m-1<3\Leftrightarrow 0<m<4$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 36: Chọn C.

* Gọi x (triệu đồng) là số tiền ban đầu mà ông A gửi vào ngân hàng X.

y (triệu đồng) là số tiền ban đầu mà ông A gửi vào ngân hàng Y.

(Điều kiện $x, y > 0$)

* Ban đầu ông A gửi tổng cộng 500 triệu đồng vào hai ngân hàng X và Y nên ta có phương trình $x + y = 500\ (1)$.

* Số tiền ông A thu được sau 9 tháng gửi ngân hàng Y là $y(1+0,37\%)^9$ (triệu đồng)

$\Rightarrow$ số tiền lãi sau 9 tháng là $y(1+0,37\%)^9 - y = y\left[(1+0,37\%)^9 - 1\right]$ (triệu đồng)

* Số tiền ông A thu được sau 15 tháng gửi ngân hàng X là $x(1+1,7\%)^5$ (triệu đồng)

$\Rightarrow$ số tiền lãi sau 15 tháng là $x(1+1,7\%)^5 - x = x\left[(1+1,7\%)^5 - 1\right]$ (triệu đồng).

* Tổng số tiền lãi ông đã thu được từ hai ngân hàng là 27866121,21 đồng nên ta có phương trình $x\left[(1+1,7\%)^5 - 1\right] + y\left[(1+0,37\%)^9 - 1\right] = 27,86612121\ (2)$.

* Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ x\left[(1+1,7\%)^5 - 1\right] + y\left[(1+0,37\%)^9 - 1\right] = 27,86612121 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 202,568 \\ y = 291,431 \end{cases}.$$

Vậy số tiền gần nhất mà ông A đã gửi lần lượt vào hai ngân hàng X và Y là 200 triệu đồng và 300 triệu đồng.

Câu 37: Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

* $\lim\limits_{x \to (-2)^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$

* $\lim\limits_{x \to 0^-} y = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 0$

* $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$

Vậy đồ thị của hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 38: Chọn A.

Số cách nhận mã đề 2 môn thi của An là $6.6 = 36$

Số cách nhận mã đề 2 môn thi của Bình là $6.6 = 36$

$\Rightarrow$ Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 36.36 = 1296$

Gọi M là biến cố "An và Bình có chung đúng một mã đề thi"

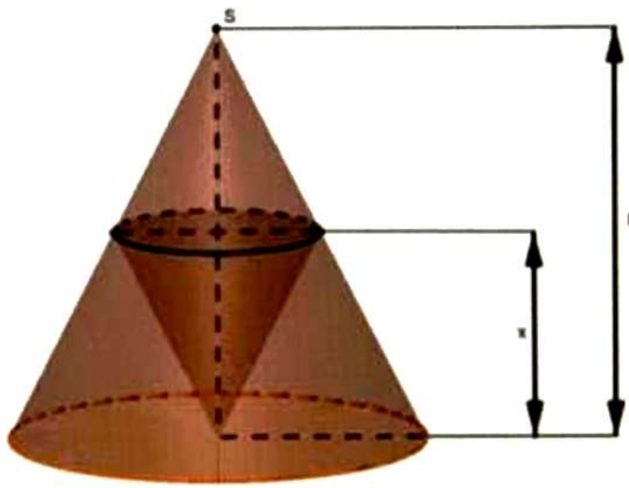
Có hai trường hợp trùng mã đề (Vật lí hoặc Hóa học). Nếu An nhận đề trước thì An có $6.6=36$ cách nhận. Bình nhận đề sau mã đề trùng với mã đề của An thì môn trùng chỉ có 1 cách nhận (An nhận mã đề gì thì bắt buộc Bình nhận mã đề đấy), môn còn lại Bình phải nhận mã đề khác An nên Bình có 5 cách nhận mã đề (nhận 5 mã đề còn lại, trừ mã đề của An ra)

$\Rightarrow$ Số kết quả thuận lợi cho biến cố M là $|\Omega_M|=2.36.5=360$

Vậy xác suất để trong 2 môn thi đó An và Bình có chung đúng một mã đề thi là

$$P(M)=\frac{|\Omega_M|}{|\Omega|}=\frac{360}{1296}=\frac{5}{18}.$$

Câu 39: Chọn C.



Gọi r là bán kính đáy khối nón $\mathcal{N}_1$. Gọi V_1 là thể tích khối nón $\mathcal{N}_1$.

Ta có $V_1=\frac{1}{3}\pi r^2 h \Leftrightarrow r=\sqrt{\frac{3V_1}{\pi h}}.$

Gọi r' là bán kính đáy của khối nón $\mathcal{N}_2$.

Ta có $\frac{r'}{r}=\frac{h-x}{h} \Leftrightarrow r'=\frac{r(h-x)}{h}.$

Gọi V_2 là thể tích khối nón $\mathcal{N}_2$.

Ta có $V_2=\frac{1}{3}\pi r'^2 x=\frac{\pi r^2}{3h^2}(h-x)^2 x=\frac{\pi}{6h^2}.\frac{3V_1}{\pi h}(h-x)(h-x)2x=\frac{V_1}{2h^3}(h-x)(h-x)2x.$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương $h-x, h-x, 2x$ ta có:

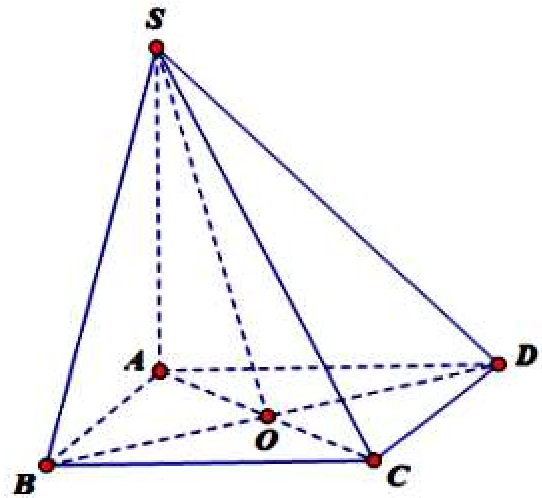
$(h-x)(h-x)2x \le \frac{(h-x+h-x+2x)^3}{27} \Leftrightarrow (h-x)(h-x)2x \le \frac{8h^3}{27}$

$\Leftrightarrow \dfrac{V_1}{2h^3}(h-x)(h-x)2x \le \dfrac{4V_1}{27}$.

Dấu "=" xảy ra $h-x=2x \Leftrightarrow x=\dfrac{h}{3}$.

Vậy khối nón $\mathcal{N}_2$ có thể tích lớn nhất khi chiều cao x bằng $\dfrac{h}{3}$.

Câu 40: Chọn A.



Tứ giác $ABCD$ là hình thoi tâm O nên $AC \perp BD$ tại O.

Tam giác ABD đều cạnh $a\sqrt{2}$ nên $AO = a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Tam giác SAO vuông tại A nên $\tan\widehat{SOA} = \dfrac{SA}{AO} = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{2}{a\sqrt{6}} = \sqrt{3}$, do đó $\widehat{SOA} = 60^0$.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow A$ là hình chiếu của S trên $(ABCD)$.

$\Rightarrow AO$ là hình chiếu của SO trên $(ABCD)$.

$\Rightarrow \widehat{\left(SO,(ABCD)\right)} = \widehat{(SO,AO)} = \widehat{SOA} = 60^0$.

Câu 41: Chọn A.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-1)x$.

Hàm số nghịch biến trên $(1;3) \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in (1;3) \Leftrightarrow g(x) = x^2+1 \le m, \forall x \in (1;3)$.

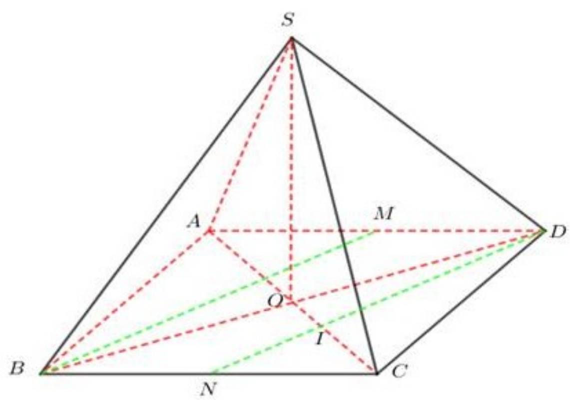
Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1;3)$. Ta có:

x	1		3
$g'(x)$		$+$	0
$g(x)$	2	$\nearrow$	10

Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận: $m \geq 10$ hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

Vậy có 90 giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 100 để hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

Câu 42: Chọn D.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD, N$ là trung điểm của BC, DN cắt AC tại I.

$$\Rightarrow AC = 2a\sqrt{2}, OI = \frac{OC}{3} = \frac{AC}{6} = \frac{a\sqrt{2}}{3}, SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a.$$

$O.SID$ là tam diện vuông tại O

$$\Rightarrow \frac{1}{d^2\left(O,(SID)\right)} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(a\sqrt{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2} = \frac{6}{a^2}.$$

$$\Rightarrow d\left(O,(SID)\right) = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$BM // BN \Rightarrow BM // (SID) \Rightarrow d(BM, SD) = d\left(B,(SID)\right) = 2d\left(O,(SID)\right) = 2.\frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 43: Chọn A.

Vì $x \in [27;+\infty) \Rightarrow \log_3 x \geq 3$

Đặt $t=\log_3 x \Rightarrow t\ge 3$ ta có: $\sqrt{t^2-4t-5}=m(t+1)\quad (t\ge 3)\Rightarrow m\ge 0.$

Khi đó ta có $\sqrt{t^2-4t-5}=m(t+1)\Leftrightarrow \sqrt{(t+1)(t-5)}=m(t+1)$

Vì $t\ge 3\Rightarrow t+1\ge 4\Rightarrow$ Từ điều kiện $(t-5)(t+1)\ge 0\Rightarrow t\ge 5$

Do đó $\sqrt{(t+1)(t-5)}=m(t+1)\Leftrightarrow (t+1)(t-5)=m^2(t+1)^2$

$$\Leftrightarrow t-5=m^2(t+1)\Leftrightarrow (m^2-1)t=-m^2-5\Leftrightarrow t=\frac{-m^2-5}{m^2-1}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow t=\dfrac{-m^2-5}{m^2-1}\ge 5\Leftrightarrow \dfrac{-6m^2}{m^2-1}\ge 0\Leftrightarrow -1<m<1.$

Kết hợp với điều kiện $m\ge 0\Rightarrow 0\le m<1.$

Câu 44: Chọn D.

Ta có $f'(x)=x^2(x-1)^3(x^2-2mx+m+6)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=1\\ x^2-2mx+m+6=0\end{array}\right.$

Trong đó nghiệm $x=0$ là nghiệm bội chẵn nên không là điểm cực trị.

Để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị thì phương trình: $g(x)=x^2-2mx+m+6=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x=1$ hoặc có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=1$.

Trường hợp 1: $\Delta'<0\Leftrightarrow m^2-m-6<0\Leftrightarrow -2<m<3.$

Trường hợp 2:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\Delta'>0\\ g(1)=0\end{cases}\\ \begin{cases}\Delta'=0\\ \dfrac{-b}{2a}=1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m^2-m-6>0\\ -m+7=0\end{cases}\\ \begin{cases}m^2-m-6=0\\ m=1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-2\\ m>3\end{array}\right.\\ m=7\end{cases}\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=-2\\ m=3\end{array}\right.\\ m=1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow m=7$$

Vậy $m\in\{-1;0;1;2;7\}$. Suy ra có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 45: Chọn D.

Đặt $t=3^x; x\in(0;1)\Rightarrow t\in(1;3).$

Phương trình trở thành:

$t^2-(m-1)t-m-1=0$

$\Leftrightarrow t^2+t-1=m(t+1)$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{t^2+t-1}{t+1}=t-\dfrac{1}{t+1}(*)$

Phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;3)$.

Xét $f(t)=t-\dfrac{1}{t+1}$ trên $(1;3)$

$f'(t)=1+\dfrac{1}{(t+1)^2}>0,\forall t\in(1;3)$

t	1		3
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{11}{4}$

Phương trình $(*)$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;3)\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}<m<\dfrac{11}{4}$.

Câu 46: Chọn B.

Đặt $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=3 \\ x=5 \end{array}\right.$

$g'(x)=(3x^2+6x)e^{x^3+3x^2}.f'\left(e^{x^3+3x^2}-m\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2+6x=0 \\ f'\left(e^{x^3+3x^2}-m\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ e^{x^3+3x^2}-m=-3 \\ e^{x^3+3x^2}-m=3 \\ e^{x^3+3x^2}-m=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ e^{x^3+3x^2}=m-3\ (1) \\ e^{x^3+3x^2}=m+3\ (2) \\ e^{x^3+3x^2}=m+5\ (3) \end{array}\right.$$

Xét hàm số

$g(x)=e^{x^3+3x^2}$

$g'(x)=(3x^2+6x).e^{x^3+3x^2}$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	e^4	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ ba phương trình $(1);(2);(3)$ có 5 nghiệm phân biệt.

Xét các trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases} m+5 \ge e^4 \\ m-3 \le 1 \\ 1 < m+3 < e^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge e^4-5 \\ m \le 4 \\ -2 < m < e^4-3 \end{cases}$ (Vô lý)

TH2: $\begin{cases} 1 < m-3 < e^4 \\ m+3 \ge e^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 < m < e^4+3 \\ m \ge e^4-3 \end{cases} \Leftrightarrow e^4-3 \le m < e^4+3 \Leftrightarrow 51,598 \le m < 57,598$

Mà $m \in \mathbb{Z} \rightarrow m \in \{52;53;54;55;56;57\}$

$\Rightarrow$ có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 47: Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0 \end{cases}$.

Ta có: $\log_3\left(x^2+y\right) \ge \log_2(x+y) \Leftrightarrow x^2+y \ge 3^{\log_2(x+y)}$

$$\Leftrightarrow x^2+y \ge (x+y)^{\log_2 3}$$

$$\Leftrightarrow x^2-x \ge (x+y)^{\log_2 3}-(x+y) \quad (1).$$

Đặt $t=x+y,(t>0)$ thì (1) trở thành $x^2-x \ge t^{\log_2 3}-t \quad (2)$.

Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình (2) có không quá 127 nghiệm t nguyên dương.

Ta có hàm số $f(t)=t^{\log_2 3}-t$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ nên nếu $x^2-x>128^{\log_2 3}-128=2059$ thì sẽ có ít nhất 127 nghiệm nguyên $t \ge 1$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2-x \le 2059 \Leftrightarrow -44 \le x \le 45$ (do x nguyên).

Vậy có 90 số nguyên x.

Câu 48: Chọn C.

Ta có: $f\left(x\right)=4x^4-8x^2+3\Rightarrow f'\left(x\right)=16x\left(x^2-1\right)$

Ta có $g'\left(x\right)=2x^3.f\left(x-1\right).\left[2f\left(x-1\right)+x.f'\left(x-1\right)\right]$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^3=0 & (1)\\ f\left(x-1\right)=0 & (2)\\ 2f\left(x-1\right)+x.f'\left(x-1\right)=0 & (3)\end{array}\right.$$

Phương trình (1) có $x=0$ (nghiệm bội ba).

Phương trình (2) có cùng số nghiệm với phương trình $f\left(x\right)=0$ nên (2) có 4 nghiệm đơn.

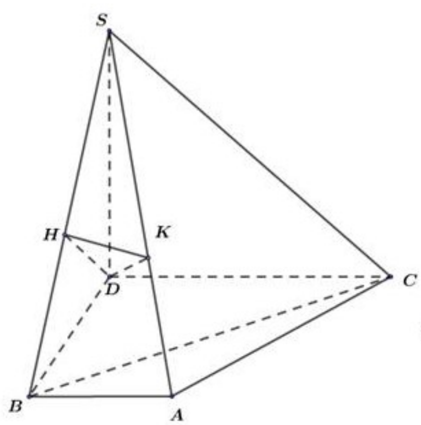
Phương trình (3) có cùng số nghiệm với phương trình:

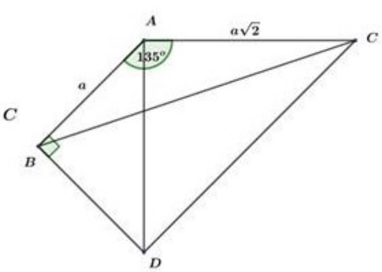
$$2.f\left(x\right)+\left(x+1\right).f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 2\left(4x^4-8x^2+3\right)+16x\left(x+1\right)\left(x^2-1\right)=0$$

$\Leftrightarrow 24x^4+16x^3-32x^2-16x+6=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Dễ thấy 9 nghiệm trên phân biệt nên hàm số $g\left(x\right)=0$ có tất cả 9 điểm cực trị.

Câu 49: Chọn D.





Gọi D là hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng $\left(ABC\right)$.

$$\begin{cases}AB\perp SB\\ AB\perp SD\end{cases}\Rightarrow AB\perp\left(SBD\right)\Rightarrow AB\perp BD.$$

$$\begin{cases}AC\perp SA\\ AC\perp SD\end{cases}\Rightarrow AC\perp\left(SAD\right)\Rightarrow AC\perp AD.$$

Tam giác ABC có $\widehat{CAB}=135^0\Rightarrow\widehat{BAD}=45^0$.

Tam giác ABD vuông tại B có $\widehat{BAD}=45^0$ suy ra tam giác ABD vuông cân và $AD=a\sqrt{2}$.

Từ đó có tam giác ACD vuông cân tại $A \Rightarrow$ tứ giác $ABDC$ là hình thang vuông tại B và D.

Trong mặt phẳng (SBD), hạ $DH \perp SB(H \in SB)$. Dễ chứng minh $DH \perp (SAB)$.

Trong mặt phẳng (SAD), hạ $DK \perp SA(K \in SA)$. Dễ chứng minh $DK \perp (SAC)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) ta có: $\alpha=\widehat{(DH,DK)}=\widehat{HDK}=30^0$ do tam giác DHK vuông tại H.

Đặt $SD=x,(x>0)$.

Tam giác DHK vuông tại H có $\cos\widehat{HDK}=\dfrac{HD}{DK} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}.\dfrac{\sqrt{2a^2+x^2}}{\sqrt{2}.ax}$

$\Leftrightarrow \sqrt{6}.\sqrt{a^2+x^2}=2\sqrt{2a^2+x^2} \Leftrightarrow 6a^2+6x^2=8a^2+4x^2 \Leftrightarrow x=a.$

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{6}.SD.AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\dfrac{a^3}{6}.$

Vậy thể tích khối $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 50: Chọn B.

Ta có $g'(x)=(-2x+4m).e^{-x^2+4mx-5}.f(x)+e^{-x^2+4mx-5}.f'(x)$

$\Leftrightarrow g'(x)=\left[(-2x+4m).f(x)+f'(x)\right].e^{-x^2+4mx-5}.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow g'(x)\ge 0,\forall x\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$ và $g'(x)=0$ chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm thuộc $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

$\Leftrightarrow (-2x+4m).f(x)+f'(x)\ge 0,\forall x\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$ (vì $e^{-x^2+4mx-5}>0$)

$\Leftrightarrow -2x+4m\ge -\dfrac{f'(x)}{f(x)},\forall x\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$, (vì $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow 4m\ge 2x-\dfrac{f'(x)}{f(x)},\forall x\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$ (*).

Xét $h(x)=2x-\dfrac{f'(x)}{f(x)},\forall x\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$. Ta có $h'(x)=2-\dfrac{f''(x).f(x)-\left[f'(x)\right]^2}{f^2(x)}$.

Mà $\begin{cases} f''(x)<0 \\ f(x)>0 \end{cases},\forall x\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)\Rightarrow \dfrac{f''(x).f(x)-\left[f'(x)\right]^2}{f^2(x)}<0,\forall x\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Từ đó suy ra $h'(x) > 0, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. Vậy hàm số $h(x)$ đồng biến trên $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Bảng biến thiên:

x	-1		$\frac{1}{2}$
$h'(x)$		$+$	
$h(x)$	$h(-1)$	$\nearrow$	$h\left(\frac{1}{2}\right)$

Vậy điều kiện $(*) \Leftrightarrow 4m \ge h\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4m \ge 2.\left(\frac{1}{2}\right) - \dfrac{f'\left(\frac{1}{2}\right)}{f\left(\frac{1}{2}\right)} \Leftrightarrow 4m \ge \frac{225}{137} \Leftrightarrow m \ge \frac{225}{548}$.

Lại có $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2020; 2020] \end{cases} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; ...; 2020\}$.

Vậy có 2020 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

HẾT

https://toanmath.com/