



Thời gian làm bài: 90 phút

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ BÀI

Bài 1: (1.0 điểm) Tìm giới hạn của dãy số:

a) $\lim (2n+3)$

b) $\lim \frac{1+3^n}{3^{n+1}}$

c) $\lim \frac{-4n^3+3n^2-2n+1}{2n^3+n}$

d) $\lim \frac{2+4+6+\dots+2n}{n(6n+1)}$

Bài 2: (1.0 điểm) Tính giới hạn của hàm số:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x - 3)$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{x+2}{1-2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x^2 + x + 1);$

d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}.$

Bài 3: (1.0 điểm) Tìm đạo hàm của hàm số :

a) $y = \sqrt{x^2+1}$

b) $y = (x+2\sqrt{x})(x^2+4)$

c) $y = \sin(2x) - 2\cos x$

d) $y = \sin^2 5x$

Bài 4: (1.0 điểm)

a) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2+2x-5}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

b) Cho $f(x) = \frac{1}{x}; g(x) = 2\sqrt{x}$. Tính $A = f'(1) + 2g'(1)$

Bài 5: (1.5 điểm)

a) Cho chuyển động xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$ (t được tính bằng giây, s được tính bằng mét). Tìm gia tốc khi $t = 2s$.

b) Cho hàm số $y = \cot x$. Tìm $y''\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Bài 6: (1.5 điểm)

a) Cho đường cong (C) có phương trình $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$. Gọi A là giao điểm của (C) với trục tung. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại A.

b) Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến với (C) , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = 7x + 3$

Bài 7: (3.0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng chứa đáy $(ABCD)$, $SA = a$.

a) (0.5đ) Chứng minh đường thẳng BC vuông góc mp (SAB) .

b) (0.5đ) Chứng minh hai mặt phẳng (SBD) và (SAC) vuông góc.

c) (1.0đ) Tính tang của góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$

d) (1.0đ) Gọi M là trung điểm SB, N là trung điểm SD, số đo góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và $(ABCD)$ là α . Tính $\cos \alpha$.

-----Hết-----

Học sinh không được sử dụng tài liệu.
Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

Câu	Nội dung	Điểm
1a	$\lim(2n+3) = \lim \left[n \left(2 + \frac{3}{n} \right) \right] = \lim(n) \cdot \lim \left(2 + \frac{3}{n} \right) = +\infty$	0.25
1b	$\lim \frac{1+3^n}{3^{n+1}} = \lim \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^n + 1}{3} = \frac{1}{3}$	0.25
1c	$\lim \frac{-4n^3 + 3n^2 - 2n + 1}{2n^3 + n} = \lim \frac{-4 + \frac{3}{n} - \frac{2}{n^2} + \frac{1}{n^3}}{2 + \frac{1}{n^2}} = -2$	0.25
1d	$\lim \frac{2+4+6+\dots+2n}{n(6n+1)} = \lim \frac{\frac{n}{2}(2+2n)}{6n^2+n} = \lim \frac{n^2+n}{6n^2+n} = \lim \frac{1+\frac{1}{n}}{6+\frac{1}{n}} = \frac{1}{6}$	0.25
2a	$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 2x - 3) = -4$	
2b	$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} (x+2) = \frac{5}{2} > 0 \\ \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} (1-2x) = 0; \quad ; \text{ suy ra } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{x+2}{1-2x} = -\infty \\ 1-2x < 0 \text{ khi } x > \frac{1}{2} \end{cases}$	0.25
2c	$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 2x^2 + x + 1) = \lim \left[x^3 \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) \right] = \dots = -\infty$	0.25
2d	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{1}{4}$	0.25
3a	$y' = \left(\sqrt{x^2+1} \right)' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$	0.25
3b	$\begin{aligned} y' &= \left(x + 2\sqrt{x} \right)' (x^2+4) + (x+2\sqrt{x})(x^2+4)' = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) (x^2+4) + (x+2\sqrt{x}) \cdot 2x \\ &= 3x^2 + 5x\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} + 4 \end{aligned}$	0.25
3c	$y' = 2\cos(2x) + 2\sin x$	0.25
3d	$y' = 2\sin 5x \cdot (\sin 5x)' = 2 \cdot \sin 5x \cdot 5\cos 5x = 5\sin 10x$	0.25
4a	Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2+2x-5}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm giá trị của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.	
	Tính $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x+5)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (3x+5) = 8$	0.25
	$f(1) = a$	
	Hàm số liên tục tại $x = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a = 8$	0.25

4b	Cho $f(x) = \frac{1}{x}$; $g(x) = 2\sqrt{x}$. Tính $A = f'(1) + 2g'(1)$ $f'(x) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow f'(1) = -1$ $g'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow g'(1) = 1$ $A = -1 + 2.1 = 1$	0.25 0.25
5a	Cho chuyển động xác định bởi phương trình $s = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$ (t được tính bằng giây, s được tính bằng mét). Tìm gia tốc khi $t = 2s$.	
	$s'(t) = 3t^2 - 6t - 9$	0.25
	$a(t) = s''(t) = 6t - 6$	0.25
	$a(2) = 6$	0.25
5b	Cho hàm số $y = \cot x$. Tìm $y''\left(\frac{\pi}{4}\right)$	
	$y' = -(1 + \cot^2 x)$	0.25
	$y'' = 2(\cot x)(1 + \cot^2 x)$	0.25
	$y''\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2.1(1+1) = 4$	0.25
6a	Cho đường cong (C) có phương trình $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$. Gọi A là giao điểm của (C) với trục tung. Tìm hệ số góc k của tiếp tuyến với (C) tại A.	
	Ta có $x_A = 0$; $y' = 3x^2 - 4x - 3$	0.25
	Hệ số góc $k = f'(0) = -3$	0.25
6b	Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = 7x + 3$	
	Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm; $y' = \frac{7}{(x+2)^2}$, tiếp tuyến song song với đt d nên tiếp tuyến có hệ số góc bằng 7	0.25
	Ta có $\frac{7}{(x_0+2)^2} = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = -3 \end{cases}$	0.25
	Với $x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -4$. Suy ra pt tiếp tuyến: $y = 7x + 3$ (loại)	0.25
	Với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 10$. Suy ra pt tiếp tuyến: $y = 7x + 31$	0.25

7		
7a	Chứng minh đường thẳng BC vuông góc mp (SAB) Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BC$ $\begin{cases} BC \perp AB(gt) \\ BC \perp SA(cmt) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$	0.25 0.25
7b	Chứng minh hai mặt phẳng (SBD) và (SAC) vuông góc. $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BD$; $\begin{cases} BD \perp AC(tchv) \\ BD \perp SA(cmt) \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ $\begin{cases} BD \perp (SAC) \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow (SBD) \perp (SAC)$	0.25 0.25
7c	Tính tang của góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABCD) Hình chiếu của SC lên mp (ABCD) là AC nên: $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{ACS}$ Tính được $AC = a \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$ $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ AC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AC$ Trong tam giác SAC vuông tại A, $\tan \widehat{C} = \frac{SA}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ KL	0.25 0.25 0.25 0.25
7d	Gọi M là trung điểm SB, N là trung điểm SD, số đo góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABCD) là α. Tính $\cos \alpha$. Tam giác SAB và SAD là tam giác vuông cân tại A nên $AM \perp SB, AN \perp SD$ $\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ AM \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow AM \perp BC$ $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp SC$, Chứng minh tương tự: $AN \perp SC$. Suy ra: $(AMN) \perp SC$ $\begin{cases} (AMN) \perp SC \\ (ABCD) \perp SA \end{cases} \Rightarrow ((AMN), (ABCD)) = (SC, SA) = \widehat{CSA} = \alpha$ $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{3}$ $\cos \alpha = \frac{SA}{SC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	0.25 0.25 0.25 0.25