

Câu 1. Từ một nhóm gồm 14 học sinh có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh?

A. C_{14}^2 .

B. A_{14}^2 .

C. 7.

D. $C_{14}^1 \cdot C_{13}^1$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 25$ và $u_3 = 11$. Hãy tính u_2

A. 18.

B. 16

C. 14

D. 12

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	3

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$ là

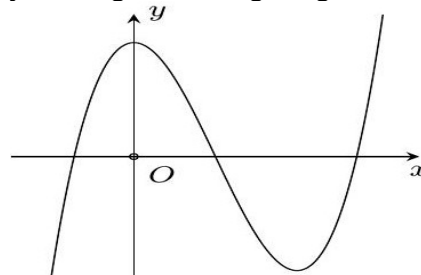
A. $x = 2$.

B. $y = 1$.

C. $y = \frac{1}{2}$.

D. $y = 2$.

Câu 7. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như đường cong hình dưới đây

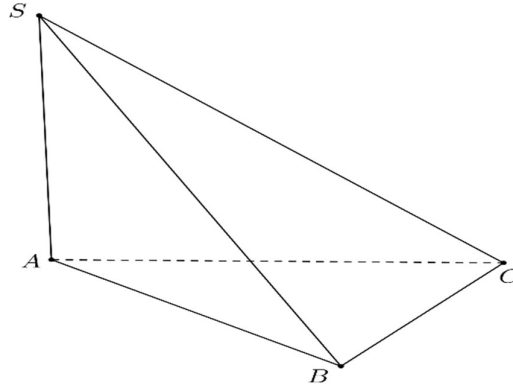


A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

- C.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.
- Câu 8.** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là
A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 9.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(a^3)$ bằng
A. $3\log_2 a$. **B.** $3 + \log_4 a$. **C.** $\frac{3}{2}\log_2 a$. **D.** $\frac{2}{3}\log_2 a$.
- Câu 10.** Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x - \ln x$.
A. $y' = e^x + \frac{1}{x}$. **B.** $y' = e^x - \frac{1}{x}$. **C.** $y' = xe^x$. **D.** $y' = \frac{e^x}{x}$.
- Câu 11.** Viết biểu thức $\sqrt{a\sqrt{a}}$ ($a > 0$) về dạng lũy thừa của a là.
A. $a^{\frac{5}{4}}$. **B.** $a^{\frac{1}{4}}$. **C.** $a^{\frac{3}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{2}}$.
- Câu 12.** Phương trình $2^{3-4x} = \frac{1}{32}$ có nghiệm là
A. $x = -3$ **B.** $x = -2$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = 3$
- Câu 13.** Phương trình $\log_3(3x - 2) = 3$ có nghiệm là
A. $\frac{25}{3}$ **B.** $\frac{29}{3}$ **C.** $\frac{11}{3}$ **D.** 87
- Câu 14.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 - \cos x$ tương ứng là:
A. $x^2 + \sin x + C$. **B.** $2 - \sin x + C$. **C.** $2x - \sin x + C$. **D.** $2x - \cos x + C$.
- Câu 15.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x-2}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là
A. $x + 2\ln(x-2) + C$. **B.** $x - 2\ln(x-2) + C$.
C. $x - \frac{2}{(x-1)^2} + C$. **D.** $x + \frac{2}{(x-2)^2} + C$.
- Câu 16.** Cho $\int_1^2 2f(x)dx = 2$; $\int_2^5 f(x)dx = 3$. Tính $I = \int_1^5 f(x)dx$.
A. $I = 4$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 6$. **D.** $I = 7$.
- Câu 17.** Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$.
A. $I = \frac{1}{2}$. **B.** $I = \frac{e^2 - 2}{2}$. **C.** $I = \frac{e^2 + 1}{4}$. **D.** $I = \frac{e^2 - 1}{4}$.
- Câu 18.** Tìm phần ảo của số phức $z = 19 - 20i$?
A. 19. **B.** $20i$. **C.** 20. **D.** -20.
- Câu 19.** Cho hai số phức $z_1 = 4i - 5$, $z_2 = 7 - 3i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ là
A. -12. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 20.** Cho số phức $z = 2 - i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?
A. $M(2; -1)$. **B.** $N(-1; 2)$. **C.** $P(1; 2)$. **D.** $Q(2; 1)$.
- Câu 21.** Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là
A. $V = 8$. **B.** $V = 4$. **C.** $V = 2$. **D.** $V = 12$.
- Câu 22.** Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là
A. $V = 3Bh$. **B.** $V = Bh$. **C.** $V = 2Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.
- Câu 23.** Cho khối nón có chiều cao bằng 6 và đường kính đường tròn đáy bằng 8. Thể tích của khối nón là
A. $V = 160\pi$. **B.** $V = 32\pi$. **C.** $V = 128\pi$. **D.** $V = 384\pi$.

- Câu 24.** Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh là l , độ dài đường cao là h và r là bán kính đáy. Công thức diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay đó là
A. $S_{xq} = \pi r l$. **B.** $S_{xq} = \pi r^2 h$. **C.** $S_{xq} = \pi r h$. **D.** $S_{xq} = 2\pi r l$.
- Câu 25.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là
A. $(-2; -1; -3)$. **B.** $(-3; 2; -1)$. **C.** $(2; -3; -1)$. **D.** $(-1; 2; -3)$.
- Câu 26.** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-7)^2 + (z+8)^2 = 25$. Mặt cầu (S) có tọa độ tâm và bán kính lần lượt là
A. $I(5; 7; 8), R=5$ **B.** $I(-5; -7; 8), R=5$
C. $I(5; 7; -8), R=5$ **D.** $I(5; -7; -8), R=25$
- Câu 27.** Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x - 6y + 4z - 5 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?
A. $\vec{n}_2 = (1; -3; 2)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2; 6; 4)$. **C.** $\vec{n}_3 = (2; -6; -5)$. **D.** $\vec{n}_4 = (-6; 4; -5)$.
- Câu 28.** Trong không gian Oxyz, đường thẳng qua hai điểm $M(-2; 1; 2), N(3; -1; 0)$ có vectơ chỉ phương là
A. $\vec{u} = (1; 0; 2)$. **B.** $\vec{u} = (5; -2; -2)$. **C.** $\vec{u} = (-1; 0; 2)$. **D.** $\vec{u} = (5; 0; 2)$.
- Câu 29.** Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt bằng
A. $\frac{135}{988}$. **B.** $\frac{3}{247}$. **C.** $\frac{244}{247}$. **D.** $\frac{15}{26}$.
- Câu 30.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = -x^3 - 2x$. **B.** $y = \frac{x-2}{x-1}$. **C.** $y = x^4 + 3x^2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2$.
- Câu 31.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng
A. 2. **B.** -23. **C.** -22. **D.** -7.
- Câu 32.** Nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{5}}(2x-3) > -1$
A. $x < 4$. **B.** $x > \frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{2} < x < 4$. **D.** $x > 4$.
- Câu 33.** Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.
- Câu 34.** Cho hai số phức $z_1 = 4 + 2i$ và $z_2 = -1 - 3i$. Phần thực của số phức $z_1 \cdot \overline{z_2}$ là
A. -10. **B.** 10. **C.** 2. **D.** -14.
- Câu 35.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



- A.** 30° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 90° .
- Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , ΔABC là tam giác đều cạnh bằng a , $SA = 2a$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng
- A.** a **B.** $2a$ **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$
- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(-2;0;0)$ và đi qua $M(0;2;0)$ là:
- A.** $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 8$. **B.** $(x+2)^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{2}$.
C. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$. **D.** $(x+2)^2 + y^2 + z^2 = 8$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là
- A.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.
- Câu 39.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:
- | | | | | | | |
|---------|-----------|------|------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -4 | -1 | 2 | 4 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 |
- Biết $f(-4) = f(4) = -7$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x) + 5|$ trên đoạn $[-4; 4]$ đạt được tại điểm nào?
- A.** $x = -4$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 4$.
- Câu 40.** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$ thỏa mãn $\log_a b + 6 \log_b a = 5$ và $2 \leq a; b \leq 2005$.
- A.** 54. **B.** 43. **C.** 53. **D.** 44.
- Câu 41.** Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x^3 - x & \text{khi } x \geq 1 \\ -3x + 4 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$.
- Biết tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{f(\tan x)}{\cos^2 x} dx + \int_0^{\sqrt{e-1}} \frac{xf(\ln(x^2+1))}{x^2+1} dx = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = a + b$.
- A.** $P = 77$. **B.** $P = 33$. **C.** $P = 66$. **D.** $P = 99$.
- Câu 42.** Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 10$ và $w = (6+8i)\bar{z} + (1-2i)^2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm là
- A.** $I(-3; -4)$. **B.** $I(3; 4)$. **C.** $I(1; -2)$. **D.** $I(6; 8)$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$ cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB tạo với mặt đáy một góc bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 44. Một cuộn túi nilon PE gồm nhiều túi nilon như hình vẽ có lõi rỗng là một hình trụ bán kính đáy của phần lõi là $r = 1,5 \text{ cm}$, bán kính đáy của cuộn nilon là $R = 3 \text{ cm}$. Biết chiều dày mỗi lớp nilon là $0,05 \text{ mm}$, chiều dài của mỗi túi nilon là 25 cm . Số lượng túi nilon trong cuộn gần bằng



A. 512.

B. 286.

C. 1700.

D. 169.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{4}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 6 = 0$. Biết Δ cắt mặt phẳng (P) tại A, M thuộc Δ sao cho $AM = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ M tới mặt phẳng (P) .

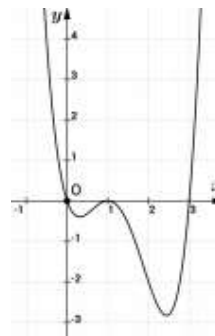
A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $\sqrt{3}$.

D. 3.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Hỏi hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại và bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu.

B. 2 điểm cực tiểu, 1 điểm cực đại.

C. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

D. 2 điểm cực tiểu, 3 điểm cực đại.

Câu 47. Cho các số dương a, b, c thay đổi thỏa mãn $\log_2 a + \log_2 c \geq 2 \log_2 b$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b + c + \frac{1}{3}b^3 - 2b^2 + 2$ bằng

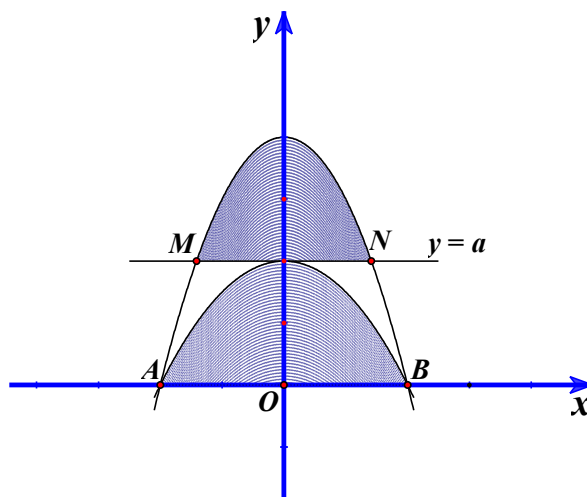
A. $\sqrt{3}$.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

- Câu 48.** Cho parabol $(P_1): y = -x^2 + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d . S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$ (tham khảo hình vẽ bên).



Tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

- A.** $T = 99$. **B.** $T = 64$. **C.** $T = 32$. **D.** $T = 72$.
- Câu 49.** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1| = \sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z + i| + |z - 2 - i|$ bằng
- A.** $8\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 8.
- Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x + 4)^2 + y^2 + z^2 = 16$, $(S_2): (x + 4)^2 + y^2 + z^2 = 36$ và điểm $A(4; 0; 0)$. Đường thẳng Δ đi động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) , đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C . Tam giác ABC có thể có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?
- A.** $24\sqrt{5}$. **B.** 48. **C.** 72. **D.** $28\sqrt{5}$.

-----Hết-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.A	5.C	6.D	7.A	8.A	9.C	10.B
11.C	12.C	13.B	14.C	15.A	16.A	17.C	18.D	19.A	20.D
21.B	22.B	23.B	24.D	25.D	26.C	27.A	28.B	29.C	30.A
31.C	32.C	32.A	34.A	35.B	36.D	37.D	38.D	39.C	40.A
41.A	42.A	43.B	44.D	45.B	46.B	47.B	48.B	49.B	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-4	-1	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Biết $f(-4) = f(4) = -7$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x) + 5|$ trên đoạn $[-4; 4]$ đạt được tại điểm nào?

A. $x = -4$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn C

Xét $g(x) = f(x) + 5 \Rightarrow g'(x) = f'(x)$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4 \vee x = -1 \vee x = 2 \vee x = 4$.

Bảng biến thiên

x	-4	-1	2	4		
$g'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-2					-2



Từ bảng biến thiên ta thấy $y = |f(x) + 5|$ đạt GTLN tại $x = 2$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$ thỏa mãn $\log_a b + 6 \log_b a = 5$ và $2 \leq a; b \leq 2005$.

A. 54.

B. 43.

C. 53.

D. 44.

Lời giải

Chọn A

$$\log_a b + 6 \log_b a = 5 \Leftrightarrow \log_a b + 6 \frac{1}{\log_a b} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_b a = 2 \\ \log_b a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a^2 \\ b = a^3 \end{cases}$$

TH1: $b = a^2$ và $2 \leq b \leq 2005$ nên $2 \leq a^2 \leq 2005 \Leftrightarrow \sqrt{2} \leq a \leq \sqrt{2005}$

Vì $a; b \in \mathbb{N}^*$ nên $a \in \{2, 3, 4, 5, \dots, 44\}$. Do đó có 43 cặp số $(a; b)$.

TH2: $b = a^3$ và $2 \leq b \leq 2005$ nên $2 \leq a^3 \leq 2005 \Leftrightarrow \sqrt[3]{2} \leq a \leq \sqrt[3]{2005}$

Vì $a; b \in \mathbb{N}^*$ nên $a \in \{2, 3, 4, 5, \dots, 12\}$. Do đó có 11 cặp số $(a; b)$.

Vậy có 54 cặp số $(a; b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x^3 - x & \text{khi } x \geq 1 \\ -3x + 4 & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$.

Biết tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{f(\tan x)}{\cos^2 x} dx + \int_0^{\sqrt{e-1}} \frac{xf(\ln(x^2+1))}{x^2+1} dx = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối

giản. Tính giá trị biểu thức $P = a + b$.

A. $P = 21$.

B. $P = 33$.

C. $P = 45$.

D. $P = 77$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{f(\tan x)}{\cos^2 x} dx + \int_0^{\sqrt{e}-1} \frac{xf(\ln(x^2+1))}{x^2+1} dx = J + K.$$

$$+) J = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{f(\tan x)}{\cos^2 x} dx. \text{ Đặt } t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{1}{\cos^2 x} dx. \text{ Đổi cận } x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \sqrt{3}; x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1.$$

$$\text{Suy ra } J = \int_1^{\sqrt{3}} f(t) dt = \int_1^{\sqrt{3}} f(x) dx = \int_1^{\sqrt{3}} (2x^3 - x) dx = \left(\frac{x^4}{2} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^{\sqrt{3}} = 3.$$

$$+) K = \int_0^{\sqrt{e}-1} \frac{xf(\ln(x^2+1))}{x^2+1} dx. \text{ Đặt } t = \ln(x^2+1) \Rightarrow dt = \frac{2x}{x^2+1} dx \Rightarrow \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{dt}{2}$$

$$\text{Đổi cận } x = \sqrt{e-1} \Rightarrow t = 1; x = 0 \Rightarrow t = 0.$$

$$\text{Suy ra } K = \int_0^1 f(t) \frac{dt}{2} = \int_0^1 f(x) \frac{dx}{2} = \int_0^1 \frac{-3x+4}{2} dx = \left(-\frac{3}{4}x^2 + 2x \right) \Big|_0^1 = \frac{5}{4}$$

$$\text{Vậy } I = J + K = 3 + \frac{5}{4} = \frac{17}{4}. \text{ Do đó } \begin{cases} a = 17 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow P = a + b = 21$$

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 10$ và $w = (6+8i)\bar{z} + (1-2i)^2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm là

A. $I(-3; -4)$.

B. $I(3; 4)$.

C. $I(1; -2)$.

D. $I(6; 8)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$w = (6+8i)\bar{z} + (1-2i)^2$$

$$\Leftrightarrow w - (-3-4i) = (6+8i)\bar{z}$$

$$\Leftrightarrow |w - (-3-4i)| = \sqrt{6^2 + 8^2} |\bar{z}|$$

$$\Leftrightarrow |w - (-3-4i)| = 10 \cdot 10 \Leftrightarrow |w - (-3-4i)| = 100$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn (C) có tâm $I(-3; -4)$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$ cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB tạo với mặt đáy một góc bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

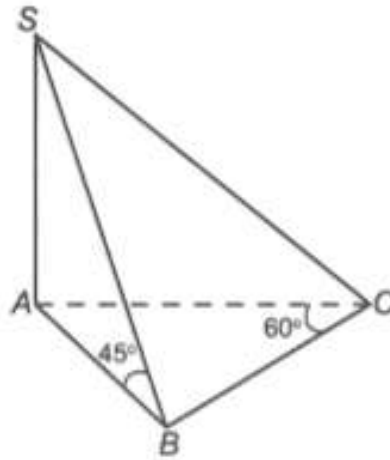
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải

Chọn B



Ta có $\triangle ABC$ vuông tại B nên $BC = AB \cdot \cot \widehat{ACB} = a \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$$

Ta có AB là hình chiếu vuông góc của SB trên $(ABC) \Rightarrow (\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = 45^\circ$

$\triangle SAB$ vuông tại A nên $SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = AB \cdot \tan 45^\circ = a$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{6} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$$

Câu 44. Một cuộn túi nilon PE gồm nhiều túi nilon như hình vẽ có lõi rỗng là một hình trụ bán kính đáy của phần lõi là $r = 1,5 \text{ cm}$, bán kính đáy của cuộn nilon là $R = 3 \text{ cm}$. Biết chiều dày mỗi lớp nilon là $0,05 \text{ mm}$, chiều dài của mỗi túi nilon là 25 cm . Số lượng túi nilon trong cuộn gần bằng



A. 512.

B. 286.

C. 1700.

D. 169.

Lời giải

Chọn D

Giả sử chiều cao của hình trụ lõi là h .

Cách 1

Gọi số lượng túi nilon là x , ($x > 0$).

Thể tích của phần nilon là $25 \cdot x \cdot h \cdot 0,05 \cdot 10^{-1} = 0,125hx \text{ (cm}^3\text{)}$.

Mặt khác thể tích phần nilon là $(\pi R^2 - \pi r^2) \cdot h = \pi \cdot (3^2 - 1,5^2) \cdot h \approx 21,2h \text{ (cm}^3\text{)}$.

Do đó: $0,125hx \approx 21,2h \Leftrightarrow x \approx 169$.

Cách 2

Coi mỗi lớp nilon là một hình trụ.

$$\text{Số lớp nilon là } \frac{R-r}{0,05 \cdot 10^{-2}} = \frac{3-1,5}{0,05 \cdot 10^{-2}} = 300$$

Khi trải cuộn nilon ta được một tấm nilon hình chữ nhật có chiều dài bằng

$$\sum_{k=0}^{299} 2\pi(r+k \cdot 0,005) = 2\pi \left(300r + \frac{299 \cdot 300}{2} \cdot 0,005 \right) = 2\pi \left(300 \cdot 1,5 + \frac{299 \cdot 300}{2} \cdot 0,005 \right) \approx 4236,44.$$

$$\text{Do đó số túi nilon bằng } \frac{4236,44}{25} \approx 169.$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{4}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+6=0$. Biết Δ cắt mặt phẳng (P) tại A, M thuộc Δ sao cho $AM = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ M tới mặt phẳng (P) .

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $\sqrt{3}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

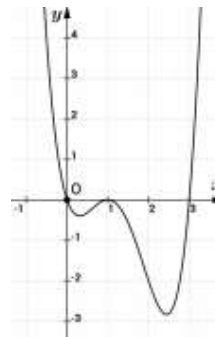
Đường thẳng $\Delta: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{4}$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 4)$.

Mặt phẳng $(P): x+y-2z+6=0$ có vector chỉ phương $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

$$\sin(\Delta, (P)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \sin \varphi$$

$$\text{Suy ra } d(M, \Delta) = MH = MA \cdot \sin \varphi = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Hỏi hàm số $y = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại và bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu.

B. 2 điểm cực tiểu, 1 điểm cực đại.

C. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

D. 2 điểm cực tiểu, 3 điểm cực đại.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta thấy:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases},$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1) \cup (1; 3).$$

Ta có $y' = (f(x^2))' = 2x \cdot f'(x^2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$$

$$f'(x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 0 \\ x^2 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(x^2)$	+	0	-	0	-	0	+
$y' = 2xf'(x^2)$	-	0	+	0	-	0	+
$y = f(x^2)$							

Vậy hàm số $y = f(x^2)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

Câu 47. Cho các số dương a, b, c thay đổi thỏa mãn $\log_2 a + \log_2 c \geq 2\log_2 b$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b + c + \frac{1}{3}b^3 - 2b^2 + 2$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Từ giả thiết $\log_2 a + \log_2 c \geq 2\log_2 b \Leftrightarrow \log_2(ac) \geq \log_2 b^2 \Leftrightarrow ac \geq b^2$.

Ta có: $P = (a + c) + b + \frac{1}{3}b^3 - 2b^2 + 2 \geq 2\sqrt{ac} + b + \frac{1}{3}b^3 - 2b^2 + 2$.

$$\geq 2b + b + \frac{1}{3}b^3 - 2b^2 + 2 = \frac{1}{3}b^3 - 2b^2 + 3b + 2.$$

Xét hàm số: $f(b) = \frac{1}{3}b^3 - 2b^2 + 3b + 2$ với $b > 0$.

$$\text{Có } f'(b) = b^2 - 4b + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

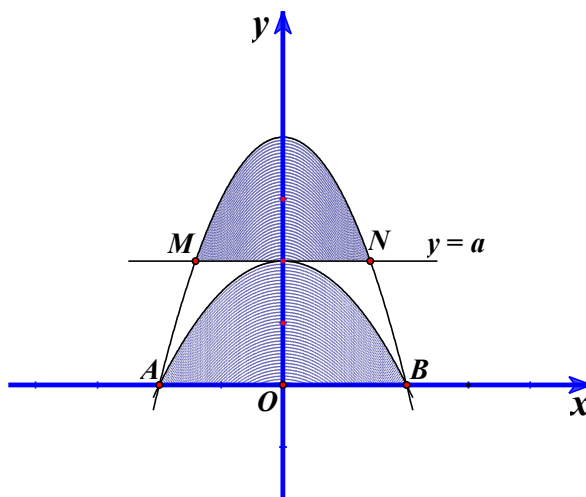
b	0	1	3	$+\infty$		
$f'(b)$		+	0	-	0	+
$f(b)$			$\frac{10}{3}$		$+\infty$	
	2			2		

Từ bảng biến thiên, ta được: $\min_{b>0} f(b) = f(3) = 2$.

$$\Rightarrow P \geq 2.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 2 đạt được khi $b = 3$ và $a = c = 3$.

Câu 48. Cho parabol $(P_1): y = -x^2 + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d . S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$ (tham khảo hình vẽ bên).



Tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

A. $T = 99$.

B. $T = 64$.

C. $T = 32$.

D. $T = 72$.

Lời giải

Chọn B

- Gọi A, B là các giao điểm của (P_1) và trục $Ox \Rightarrow A(-2; 0), B(2; 0) \Rightarrow AB = 4$.

- Gọi M, N là giao điểm của (P_1) và đường thẳng $d \Rightarrow M(-\sqrt{4-a}; a), N(\sqrt{4-a}; a)$

$\Rightarrow MN = 2\sqrt{4-a}$.

- Nhận thấy: (P_2) là parabol có phương trình $y = -\frac{a}{4}x^2 + a$.

- Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta được:

$$S_1 = 2 \int_a^4 \sqrt{4-y} \cdot dy = -\frac{4}{3} \left((4-y)^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_a^4 = \frac{4}{3} (4-a) \sqrt{4-a}.$$

$$S_2 = 2 \int_0^2 \left(-\frac{a}{4}x^2 + a \right) \cdot dx = 2 \left(-\frac{ax^3}{12} + ax \right) \Big|_0^2 = \frac{8a}{3}.$$

$$\text{- Theo giả thiết: } S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{4}{3} (4-a) \sqrt{4-a} = \frac{8a}{3} \Leftrightarrow (4-a)^3 = 4a^2$$

$$\Leftrightarrow a^3 - 8a^2 + 48a = 64.$$

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1| = \sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z+i| + |z-2-i|$ bằng

A. $8\sqrt{2}$.

B. 4.

C. $4\sqrt{2}$.

D. 8.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có

$$|z-1| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |x-1+yi| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2x+1 \quad (*).$$

Lại có

$$T = |z+i| + |z-2-i| = |x+(y+1)i| + |x-2+(y-1)i|$$

$$= \sqrt{x^2 + y^2 + 2y + 1} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 2y + 5}$$

Kết hợp với (*) ta được

$$T = \sqrt{2x+2y+2} + \sqrt{6-2x-2y} = \sqrt{2(x+y)+2} + \sqrt{6-2(x+y)}$$

Đặt $T = x + y$, khi đó $T = f(t) = \sqrt{2t+2} + \sqrt{6-2t}$ với $t \in [-1; 3]$.

Cách 1: Sử dụng phương pháp hàm số

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{1}{\sqrt{2t+2}} - \frac{1}{\sqrt{6-2t}}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Mà $f(1) = 4, f(-1) = 2\sqrt{2}, f(3) = 2\sqrt{2}$. Vậy $\max f(t) = f(1) = 4$.

Cách 2: Sử dụng phương pháp đại số

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz ta có

$$T = \sqrt{2t+2} + \sqrt{6-2t} \leq \sqrt{(1+1).8} = 4.$$

Đẳng thức xảy ra khi $t = 1$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x+4)^2 + y^2 + z^2 = 16$, $(S_2): (x+4)^2 + y^2 + z^2 = 36$ và điểm $A(4; 0; 0)$. Đường thẳng Δ đi động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) , đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C . Tam giác ABC có thể có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. $24\sqrt{5}$.

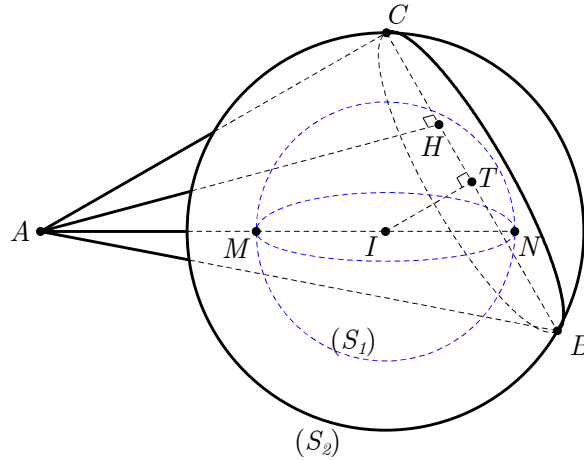
B. 48.

C. 72.

D. $28\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.



$(S_1), (S_2)$ có cùng tâm $I(-4; 0; 0)$ và lần lượt có bán kính là $r_1 = 4, r_2 = 6$.

Gọi T là hình chiếu của I trên d , ta được $TB = \sqrt{IB^2 - IT^2} = 2\sqrt{5}$, tức $BC = 4\sqrt{5}$.

Gọi (P) là tiếp diện của (S_1) tại T , khi đó Δ qua T và nằm trong (P) .

Gọi H là hình chiếu của A trên d , ta có $AH \leq AT$, dấu bằng xảy ra khi $d \perp AT$.

Gọi M, N là các giao điểm của đường thẳng AI và (S_1) với $AM < AN$. Dễ thấy $AN = 12$ và đây cũng chính là độ dài lớn nhất của AT .

Lúc này ta có $AH \leq AN = 12$, bằng xảy ra khi $d \perp AN$.

Vậy diện tích lớn nhất của tam giác ABC là $24\sqrt{5}$.