

Bài 1. (5,0 điểm)

Cho dãy số (x_n) được xác định như sau: $x_1 = \frac{7}{3}$, $x_{n+1} = x_n^2 + 2x_n - 2$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Tìm số hạng tổng quát của dãy số (x_n) .

b) Tìm $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{1+x_1} + \frac{1}{(1+x_1)(1+x_2)} + \dots + \frac{1}{(1+x_1)(1+x_2)\dots(1+x_n)} \right)$.

Bài 2. (5,0 điểm)

Tìm tất cả các hàm số liên tục $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sao cho: $8f(4x) - 10f(2x) + 3f(x) = 30x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Bài 3. (5,0 điểm)

Trên tập hợp các số nguyên không âm, xét phương trình: $x^2 + 2.3^y = x(2^{y+1} - 1)$ (1).

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên không âm $(x; y)$ thỏa mãn (1) mà $y \leq 5$.

b) Chứng minh rằng không tồn tại cặp số nguyên không âm $(x; y)$ với $y \geq 6$ thỏa mãn phương trình (1).

Bài 4. (5,0 điểm)

Cho đường tròn (C_1) và điểm B thuộc (C_1) . Điểm A khác B sao cho đường thẳng AB là tiếp tuyến của (C_1) . Điểm C không thuộc (C_1) sao cho đoạn thẳng AC cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt. Gọi (C_2) là đường tròn tiếp xúc với AC tại C và tiếp xúc với (C_1) tại D (điểm B và D ở khác phía so với bờ AC). Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và Δ là tiếp tuyến chung của (C_1) , (C_2) tại D .

a) Chứng minh rằng điểm I cách đều hai đường thẳng AB và Δ .

b) Chứng minh rằng tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

----- **HẾT** -----

<https://toanmath.com/>

Ghi chú:

+ Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

+ Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.