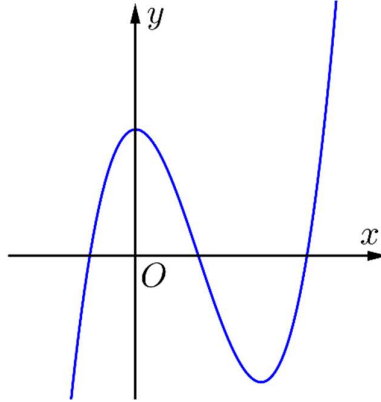




ĐỀ THI CHÍNH THỨC

- Câu 1.** Đường cong hình sau là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. C. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

- Câu 2.** Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Tính thể tích của khối lăng trụ đó theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

- Câu 3.** Tính diện tích xung quanh S của hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$.

- A. $S = 40\pi$. B. $S = 12\pi$. C. $S = 20\pi$. D. $S = 10\pi$.

- Câu 4.** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tính u_9 .

- A. $u_9 = 26$. B. $u_9 = 19$. C. $u_9 = 16$. D. $u_9 = 29$.

- Câu 5.** Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 20. B. 120. C. 25. D. 5^3 .

- Câu 6.** Thể tích V của khối cầu có đường kính 6 cm là

- A. $V = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $V = 12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $V = 108\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $V = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

- Câu 7.** Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và đường cao h là

- A. $S_{xq} = 2\pi rh$. B. $S_{xq} = \pi rh$. C. $S_{xq} = 2\pi r^2 h$. D. $S_{xq} = \pi r^2 h$.

- Câu 8.** Tìm tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ biết $A(1;2;-3), B(3;5;2)$

- A. $\overrightarrow{AB} = (2;3;-5)$. B. $\overrightarrow{AB} = (2;3;5)$. C. $\overrightarrow{AB} = (-2;-3;-5)$. D. $\overrightarrow{AB} = (2;-3;5)$.

- Câu 9.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$.

- A. $\int f(x)dx = 6x + C$. B. $\int f(x)dx = x + C$.
C. $\int f(x)dx = x^3 + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 + C$.

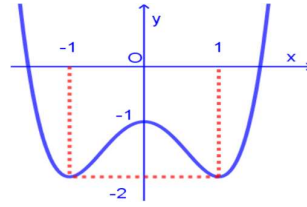
- Câu 10.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{2x+1} = \frac{1}{3}$.

- A. $S = \{0; -1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{0; 1\}$. D. $S = \{1\}$.

- Câu 11.** Cho khối nón có bán kính hình tròn đáy, độ dài đường cao và độ dài đường sinh lần lượt là r, h, l . Thể tích V của khối nón đó là:

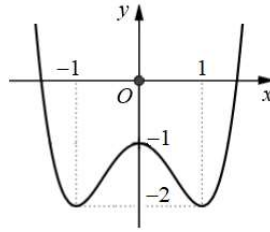
- A. $V = \pi rl$. B. $V = \frac{1}{3}\pi rhl$. C. $V = \pi r^2 h$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị hình dưới đây. Hỏi phương trình $2f(x) = -1$ có bao nhiêu nghiệm?



- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị hình dưới đây. Hỏi phương trình $2f(x) = -1$ có bao nhiêu nghiệm?



- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là:

- A. $x = 7$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = 8$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

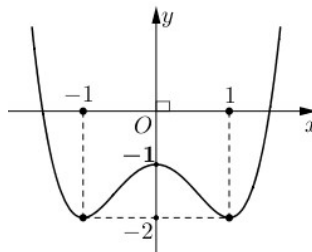
Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-2; 4)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (\ln x + 1)(e^x - 2019)(x + 1)$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 17. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị sau



Giá trị cực đại của hàm số là

- A. -2. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 18. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là:

- A. $V = \frac{1}{3}B^2h$. B. $V = B^2h$. C. $V = Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 19. Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước 1, 2, 3 là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 6.

- Câu 20.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \ln \sqrt{x^2 - 3x + 2}$
A. $D = (1; 2)$. **B.** $D = (2; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; 1)$. **D.** $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
- Câu 21.** Cho khối chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $AB = \sqrt{3}$, $BC = 3$, $SA \perp (ABC)$ và góc giữa SC với đáy bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng
A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** 6.
- Câu 22.** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = xe^x$ tại điểm thuộc đồ thị tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.
A. $y = e(2x - 1)$. **B.** $y = e(2x + 1)$. **C.** $y = 2x - e$. **D.** $y = 2x + e$.
- Câu 23.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khối trụ tròn xoay có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai tam giác đều ABC và $A'B'C'$ có thể tích bằng
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{9}$. **C.** πa^3 . **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.
- Câu 24.** Biết $\int f(x) dx = x^2 + C$. Tính $\int f(2x) dx$
A. $\int f(2x) dx = \frac{1}{2} x^2 + C$. **B.** $\int f(2x) dx = \frac{1}{4} x^2 + C$.
C. $\int f(2x) dx = 2x^2 + C$. **D.** $\int f(2x) dx = 4x^2 + C$.
- Câu 25.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + mx + 2$ có cực đại và cực tiểu?
A. $m \geq 3$. **B.** $m > -3$. **C.** $m > 3$. **D.** $m \geq -3$.
- Câu 26.** Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + m(2 - \sqrt{3})^x = 1$ có hai nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $T = 3a + 8b$.
A. $T = 5$. **B.** $T = 7$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 1$.
- Câu 27.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \cos 2x$.
A. $x^2 - \sin 2x + C$. **B.** $x^2 + \frac{1}{2} \sin 2x + C$. **C.** $x^2 + \sin 2x + C$. **D.** $x^2 - \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
- Câu 28.** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, tam giác ABC đều có cạnh $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
A. $a^3 \sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.
- Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm tọa độ đỉnh A' biết tọa độ các điểm $A(0; 0; 0)$; $B(1; 0; 0)$; $C(1; 2; 0)$; $D'(-1; 3; 5)$.
A. $A'(1; -1; 5)$. **B.** $A'(1; 1; 5)$. **C.** $A'(-1; -1; 5)$. **D.** $A'(-1; 1; 5)$.
- Câu 30.** Đồ thị hàm số $y = \frac{9x+1}{\sqrt{2020-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 31.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 20x^2$ trên đoạn $[-1; 10]$ là
A. -100. **B.** 100. **C.** $10\sqrt{10}$. **D.** $-10\sqrt{10}$.
- Câu 32.** Cho khối lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại B và $AA' = AB = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm hai cạnh AA' và BB' . Tính thể tích khối đa diện $ABCMNC'$ theo a .
A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.
- Câu 33.** Biết tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-x} < 9$ là $(a; b)$. Tính $T = a + b$.

- A. $T = -3$. B. $T = 1$. C. $T = 3$. D. $T = -1$.

Câu 34. Cho khối tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\frac{a^3}{4\sqrt{3}}$. Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy?

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. $\arctan(2)$.

Câu 35. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 90° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $25\pi\sqrt{2}$. B. $5\pi\sqrt{10}$.
C. $5\pi\sqrt{5}$. D. $10\pi\sqrt{5}$.

Câu 36. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện đều $ABCD$.

- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}}{3}\pi$. D. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 18. B. 16. C. 17. D. 15

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 0. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Lấy N, M là trung điểm của AB và AC . Tính khoảng cách d giữa CN và DM .

- A. $d = a\sqrt{\frac{3}{2}}$. B. $d = \frac{a\sqrt{10}}{10}$. C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $d = \frac{a\sqrt{70}}{35}$.

Câu 40. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- A. $\frac{82}{9}$. B. $\frac{80}{9}$. C. 9. D. 0.

Câu 41. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Trên các tia AA', BB', CC' lần lượt lấy A_1, B_1, C_1 cách mặt phẳng đáy (ABC) một khoảng lần lượt là $\frac{a}{2}, a, \frac{3a}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A_1B_1C_1)$.

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 30° .

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y = x^3 + (a+10)x^2 - x + 1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

- A. 10. B. 8. C. 11. D. 9.

Câu 43. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng **không** chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

- A. 80640. B. 13440. C. 322560. D. 3360.

Câu 44. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \in (6; 7]$. B. $a \in (2; 3]$. C. $a \in (-6; -5]$. D. $a \in (8; +\infty)$.

Câu 45. Biết rằng a là số thực dương để bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a \in (0; 10^2]$. B. $a \in (10^2; 10^3]$. C. $a \in (10^4; +\infty)$. D. $a \in (10^3; 10^4]$.

Câu 46. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x + y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. $\frac{31}{2}$. B. $\frac{29}{2}$. C. $-\frac{31}{2}$. D. $-\frac{25}{2}$.

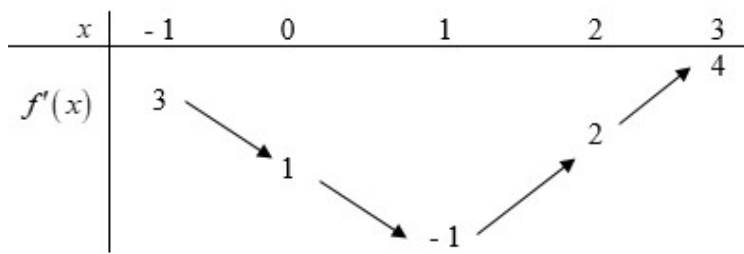
Câu 47. Cho một mô hình tứ diện đều $ABCD$ cạnh 1 và vòng tròn thép có bán kính R . Hỏi có thể cho mô hình tứ diện trên đi qua vòng tròn đó (bỏ qua bề dày của vòng tròn) thì bán kính R nhỏ nhất gần với số nào trong các số sau?

- A. 0,461. B. 0,441. C. 0,468. D. 0,448.

Câu 48. Cho phương trình $\sin 2x - \cos 2x + |\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m} - m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm thực?

- A. 9. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-1; 3)$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ sau. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-4; -2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; 4)$.

Câu 50. Một mặt cầu tâm O nằm trên mặt phẳng đáy của hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng nhau, các đỉnh A, B, C thuộc mặt cầu. Biết bán kính mặt cầu là 1. Tính tổng độ dài l , các giao tuyến của mặt cầu với các mặt bên của hình chóp thỏa mãn?

- A. $l \in (1; \sqrt{2})$. B. $l \in (2; 3\sqrt{2})$. C. $l \in (\sqrt{3}; 2)$. D. $l \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

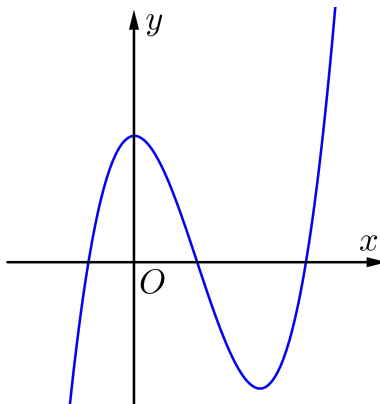
1.B	2.A	3.C	4.B	5.B	6.D	7.A	8.B	9.C	10.B
11.D	12.A	13.A	14.A	15.D	16.A	17.B	18.C	19.D	20.D
21.C	22.A	23.D	24.C	25.B	26.C	27.B	28.B	29.D	30.C
31.A	32.C	33.B	34.A	35.A	36.D	37.D	38.A	39.D	40.A
41.C	42.A	43.B	44.A	45.D	46.B	47.D	48.C	49.A	50.D

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.B	5.B	6.D	7.A	8.B	9.C	10.B
11.D	12.A	13.A	14.A	15.D	16.A	17.B	18.C	19.D	20.D
21.C	22.A	23.D	24.C	25.B	26.C	27.B	28.B	29.D	30.C
31.A	32.C	33.B	34.A	35.A	36.D	37.D	38.A	39.D	40.A
41.C	42.A	43.B	44.A	45.D	46.B	47.D	48.C	49.A	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đường cong hình sau là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **C.** $y = x^4 + 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị như hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nên loại C, D.
Dựa vào đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$ suy ra loại A.

Vậy ta chọn đáp án B.

Câu 2. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Tính thể tích của khối lăng trụ đó theo a .

- A.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đều nên có đáy ABC là tam giác đều và chiều cao $AA' = a$.

Khi đó thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ (đvtt).

Câu 3. Tính diện tích xung quanh S của hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$.

- A.** $S = 40\pi$. **B.** $S = 12\pi$. **C.** $S = 20\pi$. **D.** $S = 10\pi$.

Lời giải

Chọn C

Độ dài đường sinh của hình nón $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S = \pi rl = 4 \cdot 5 \cdot \pi = 20\pi$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tính u_9 .

- A.** $u_9 = 26$. **B.** $u_9 = 19$. **C.** $u_9 = 16$. **D.** $u_9 = 29$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_9 = u_1 + (9-1)d = 3 + 8 \cdot 2 = 19$.

Câu 5. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A.** 20. **B.** 120. **C.** 25. **D.** 5^3 .

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách sắp xếp 5 học sinh là một hoán vị của 5 phần tử.
Vậy có $5! = 120$ cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc.

Câu 6. Thể tích V của khối cầu có đường kính 6 cm là

- A.** $V = 18\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **B.** $V = 12\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **C.** $V = 108\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **D.** $V = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích V của khối cầu có đường kính 6 cm là $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.3^3 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 7. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và đường cao h là

- A.** $S_{xq} = 2\pi rh$. **B.** $S_{xq} = \pi rh$. **C.** $S_{xq} = 2\pi r^2 h$. **D.** $S_{xq} = \pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ ta có $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh$ (Do $h = l$).

Câu 8. Tìm tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ biết $A(1;2;-3), B(3;5;2)$

- A.** $\overrightarrow{AB} = (2;3;-5)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (2;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (-2;-3;-5)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (2;-3;5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3-1;5-2;2+3) = (2;3;5)$.

Câu 9. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$.

- A.** $\int f(x)dx = 6x + C$. **B.** $\int f(x)dx = x + C$.
C. $\int f(x)dx = x^3 + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)dx = \int 3x^2 dx = 3 \cdot \frac{1}{3}x^3 + C = x^3 + C$.

Câu 10. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3^{2x+1} = \frac{1}{3}$.

- A.** $S = \{0;-1\}$. **B.** $S = \{-1\}$. **C.** $S = \{0;1\}$. **D.** $S = \{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{2x+1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^{2x+1} = 3^{-1} \Leftrightarrow 2x+1 = -1 \Leftrightarrow x = -1$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1\}$.

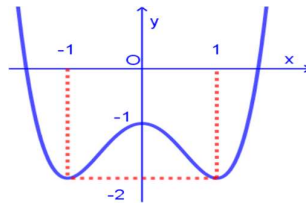
Câu 11. Cho khối nón có bán kính hình tròn đáy, độ dài đường cao và độ dài đường sinh lần lượt là r, h, l .
Thể tích V của khối nón đó là:

- A.** $V = \pi rl$. **B.** $V = \frac{1}{3}\pi rhl$. **C.** $V = \pi r^2 h$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị hình dưới đây. Hỏi phương trình $2f(x) = -1$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

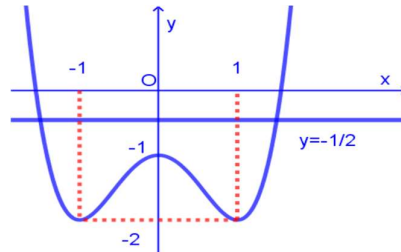
Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x) = -1 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$.

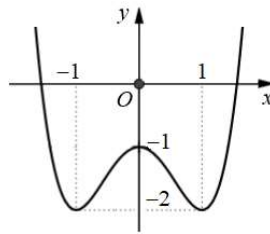
Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng

$$y = -\frac{1}{2}.$$



Phương trình $2f(x) = -1$ có 2 nghiệm.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị hình dưới đây. Hỏi phương trình $2f(x) = -1$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 2.

B. 1.

C. 3.

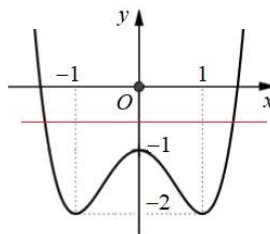
D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f(x) = -1 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}$.

Suy ra số nghiệm của phương trình $2f(x) = -1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$.



Dựa vào hình vẽ trên, suy ra phương trình $2f(x) = -1$ có 2 nghiệm.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là:

A. $x = 7$.

B. $x = 2$.

C. $x = -2$.

D. $x = 8$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXD: $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Ta có: $\log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow x+1 = 2^3 = 8 \Leftrightarrow x = 7$ (thỏa mãn ĐKXD).

Vậy nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là $x = 7$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$			

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-2; 4)$.

B. $(-1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên $(-1; 3)$

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (\ln x + 1)(e^x - 2019)(x + 1)$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (\ln x + 1)(e^x - 2019)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ln x + 1 = 0 \\ e^x - 2019 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = -1 \\ e^x = 2019 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{e} \in (0; +\infty) \\ x = \ln 2019 \in (0; +\infty) \\ x = -1 \notin (0; +\infty) \end{cases}$$

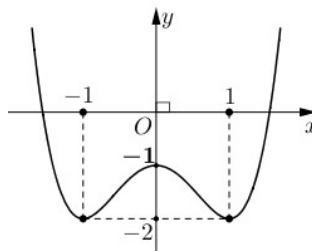
Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{e}$	$\ln 2019$			$+\infty$
y'		+	0	-	0	+

Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{e}$. Đạt cực tiểu tại $x = \ln 2019$

Vậy trên khoảng $(0; +\infty)$ thì hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 17. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị sau



Giá trị cực đại của hàm số là

A. -2.

B. -1.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, nhận thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $y_{CD}=-1$.

Câu 18. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là:

A. $V = \frac{1}{3}B^2h$.

B. $V = B^2h$.

C. $V = Bh$.

D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn C

Khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h có thể tích là $V = Bh$.

Câu 19. Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước 1,2,3 là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho là:

$$V = 1.2.3 = 6.$$

Câu 20. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \ln \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

A. $D = (1; 2)$.

B. $D = (2; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 1)$.

D. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , $AB = \sqrt{3}$, $BC = 3$, $SA \perp (ABC)$ và góc giữa SC với đáy bằng 45° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

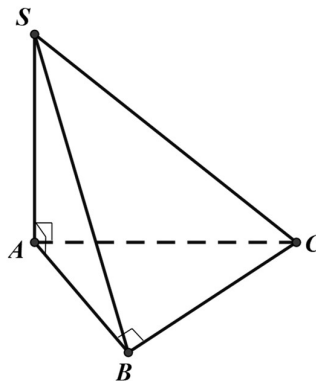
B. $2\sqrt{3}$.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Chọn C



Ta có góc giữa SC với đáy là $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\Delta SAC \text{ vuông tại } A \text{ suy ra } SA = AC \cdot \tan \widehat{SCA} = 2\sqrt{3},$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot SA = 3.$$

Câu 22. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = xe^x$ tại điểm thuộc đồ thị tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

A. $y = e(2x-1)$.

B. $y = e(2x+1)$.

C. $y = 2x - e$.

D. $y = 2x + e$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = e$,

$y' = e^x(x+1) \Rightarrow y'(1) = 2e$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là $y = 2e(x-1) + e \Leftrightarrow y = e(2x-1)$.

Câu 23. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khối trụ tròn xoay có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai tam giác đều ABC và $A'B'C'$ có thể tích bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3}{9}$.

C. πa^3 .

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC là: $R = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Bán kính đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác đều ABC và $A'B'C'$ chính là bán kính đáy khối trụ:

$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối trụ tròn xoay cần tìm: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 24. Biết $\int f(x)dx = x^2 + C$. Tính $\int f(2x)dx$

A. $\int f(2x)dx = \frac{1}{2}x^2 + C$.

B. $\int f(2x)dx = \frac{1}{4}x^2 + C$.

C. $\int f(2x)dx = 2x^2 + C$.

D. $\int f(2x)dx = 4x^2 + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x)dx = x^2 + C \Rightarrow f(x) = 2x$.

Suy ra: $\int f(2x)dx = \int 2 \cdot 2x dx = 2x^2 + C$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + mx + 2$ có cực đại và cực tiểu?

A. $m \geq 3$.

B. $m > -3$.

C. $m > 3$.

D. $m \geq -3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -3x^2 - 6x + m$. Hàm số có cực đại và cực tiểu khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3$.

Câu 26. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + m(2 - \sqrt{3})^x = 1$ có hai nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tính $T = 3a + 8b$.

A. $T = 5$.

B. $T = 7$.

C. $T = 2$.

D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = (2 + \sqrt{3})^x$, $t > 0$, khi đó $x = \log_{(2+\sqrt{3})} t$ và mỗi $t > 0$ cho ta đúng một nghiệm x .

Phương trình đã cho được viết lại $t + \frac{m}{t} - 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 - t + m = 0$ (*). Bài toán trở thành tìm m để phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P = t_1 t_2 > 0 \\ S = t_1 + t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4m > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{4}. \text{ Suy ra: } a = 0; b = \frac{1}{4}.$$

Vậy $T = 3a + 8b = 2$.

Câu 27. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \cos 2x$.

- A.** $x^2 - \sin 2x + C$. **B.** $x^2 + \frac{1}{2} \sin 2x + C$. **C.** $x^2 + \sin 2x + C$. **D.** $x^2 - \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn B

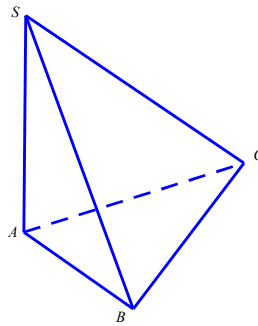
Ta có: $\int (2x + \cos 2x) dx = \int 2x dx + \int \cos 2x dx = x^2 + \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 28. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, tam giác ABC đều có cạnh $2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A.** $a^3 \sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2a)^2 = a^2 \sqrt{3}$

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm tọa độ đỉnh A' biết tọa độ các điểm $A(0;0;0)$; $B(1;0;0)$; $C(1;2;0)$; $D'(-1;3;5)$.

- A.** $A'(1;-1;5)$. **B.** $A'(1;1;5)$. **C.** $A'(-1;-1;5)$. **D.** $A'(-1;1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Hình hộp $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'}$

$$\begin{aligned} \bullet \quad \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \\ z_D - z_A = z_C - z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 = 1 - 1 \\ y_D - 0 = 2 - 0 \\ z_D - 0 = 0 - 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 2 \\ z_D = 0 \end{cases} \\ \bullet \quad \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} &\Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - x_A = x_{D'} - x_D \\ y_{A'} - y_A = y_{D'} - y_D \\ z_{A'} - z_A = z_{D'} - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 0 = -1 - 0 \\ y_{A'} - 0 = 3 - 2 \\ z_{A'} - 0 = 5 - 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = -1 \\ y_{A'} = 1 \\ z_{A'} = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $A'(-1;1;5)$.

Câu 30. Đồ thị hàm số $y = \frac{9x+1}{\sqrt{2020-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \frac{9x+1}{\sqrt{2020-x^2}}$

$$\text{TXĐ: } D = (-\sqrt{2020}; \sqrt{2020})$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{2020})^+} y = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2020})^-} y = +\infty$$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = -\sqrt{2020}$ và $x = \sqrt{2020}$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{9x+1}{\sqrt{2020-x^2}}$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 20x^2$ trên đoạn $[-1; 10]$ là

- A.** -100 . **B.** 100 . **C.** $10\sqrt{10}$. **D.** $-10\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = x^4 - 20x^2$ liên tục trên $[-1; 10]$ và có

$$y' = 4x^3 - 40x = 4x(x^2 - 10) \text{ nên } y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{10} \\ x = -\sqrt{10} (L) \end{cases}$$

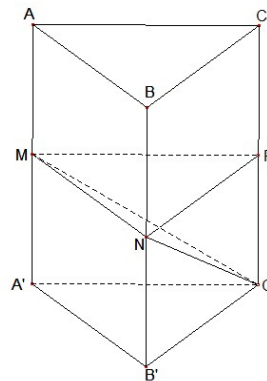
Mà $y'(-1) = -1$, $y'(0) = 0$, $y'(\sqrt{10}) = -100$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 20x^2$ trên đoạn $[-1; 10]$ là -100 .

Câu 32. Cho khối lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại B và $AA' = AB = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm hai cạnh AA' và BB' . Tính thể tích khối đa diện $ABCMNC'$ theo a .

- A.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn C



$$\text{Diện tích đáy là: } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ là: } V_{ABCA'B'C'} = \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{2} = V.$$

Gọi P là trung điểm cạnh CC' ta có

$$V_{ABCMNC'} = V - V_{A'B'C'MNP} = V - \frac{2}{3} V_{A'B'C'MNP} = V - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} V \right) = \frac{2}{3} V = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{2} = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 33. Biết tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-x} < 9$ là $(a; b)$. Tính $T = a + b$.

- A.** $T = -3$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = -1$.

Lời giải

Chọn B

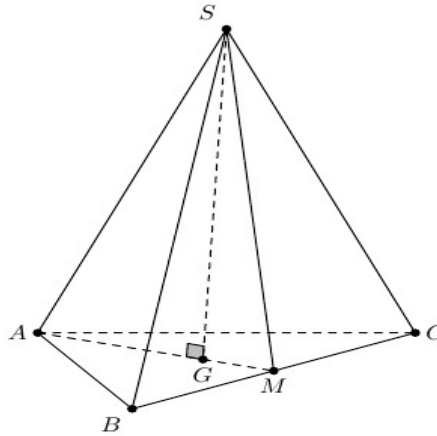
$$\text{Ta có: } 3^{x^2-x} < 9 \Leftrightarrow 3^{x^2-x} < 3^2 \Leftrightarrow x^2 - x < 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2).$$

Vậy $T = a + b = -1 + 2 = 1$.

- Câu 34.** Cho khối tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\frac{a^3}{4\sqrt{3}}$. Tính góc giữa cạnh bên và mặt đáy?
A. 60° . **B.** 30° . **C.** 45° . **D.** $\arctan(2)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M , G lần lượt là trung điểm của BC và trọng tâm $\triangle ABC$.
 Do $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều nên hình chiếu của S lên (ABC) là trọng tâm $\triangle ABC$.
 Suy ra $SG \perp (ABC)$.

Khi đó góc giữa cạnh bên và mặt đáy là $\widehat{SAG}$.

$$\text{Ta có: } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AG = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}; S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

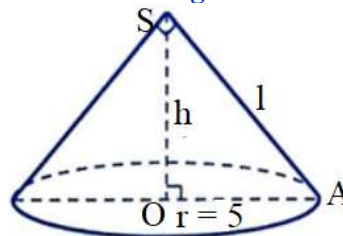
$$\text{Theo đề bài: } V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3}{4\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot SG \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4\sqrt{3}} \Leftrightarrow SG = a.$$

$$\text{Trong } \triangle SAG \text{ vuông tại } G \text{ ta có: } \tan \widehat{SAG} = \frac{SG}{AG} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SAG} = 60^\circ.$$

- Câu 35.** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 90° . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A.** $25\pi\sqrt{2}$. **B.** $5\pi\sqrt{10}$.
C. $5\pi\sqrt{5}$. **D.** $10\pi\sqrt{5}$.

Lời giải



Chọn A

Hình nón có góc ở đỉnh bằng 90° nên $\widehat{OSA} = 45^\circ$, Suy ra $\triangle SOA$ vuông cân tại O . Khi đó
 $h = r = 5, l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

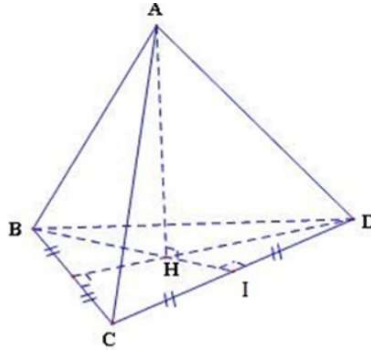
Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 5 \cdot 5\sqrt{2} = 25\sqrt{2}\pi$.

Câu 36. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao của tứ diện đều $ABCD$.

- A. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}}{3}\pi$. **D. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$.**

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng CD .

Gọi H là trọng tâm của tam giác đều BCD . Khi đó $HI = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $BH = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Gọi H là trọng tâm của tam giác đều BCD nên H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác BCD . Và HI là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác BCD . Suy ra bán kính đường tròn đáy của hình

trụ là $r = HI = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Tứ diện $ABCD$ đều nên $AH \perp (BCD) = H$. Suy ra AH là chiều cao của khối tứ diện.

Áp dụng định lý Py – ta – go vào tam giác AHB vuông tại H ta có

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Leftrightarrow AH^2 = AB^2 - BH^2 = 4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{32}{3} \Leftrightarrow AH = \frac{4\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy chiều cao của hình trụ là $h = AH = \frac{4\sqrt{6}}{3}$. Suy ra độ dài đường sinh của hình trụ là

$$l = \frac{4\sqrt{6}}{3}. \text{ Diện tích xung quang của hình trụ là } S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi.$$

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 18. B. 16. C. 17. **D. 15**

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = (2x-8)f'(x^2-8x+m)$. Hàm số $y = f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f'(x^2-8x+m) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt khác 4. Mà $f'(x) = 0$ có hai nghiệm

đơn là $x = 0$ và $x = 2$ nên $f'(x^2 - 8x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + m = 0 \\ x^2 - 8x + m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + m = 0 \\ x^2 - 8x + m - 2 = 0 \end{cases}$ có bốn

$$\text{nghiệm phân biệt khác 4 khi và chỉ khi } \begin{cases} \Delta' = 16 - m > 0 \\ 16 - 32 + m \neq 0 \\ \Delta' = 16 - m + 2 > 0 \\ 16 - 32 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m \neq 16 \\ m < 18 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16.$$

Kết hợp điều kiện m nguyên dương nên có 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài ra.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 0.

B. 4.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^2}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$y' = 3x^2 + m + \frac{2}{5x^3} > 0 \quad \forall x > 0 \Leftrightarrow m > -3x^2 - \frac{2}{5x^3} \quad \forall x > 0 \Leftrightarrow m > \max_{(0; +\infty)} \left\{ -3x^2 - \frac{2}{5x^3} \right\} \text{ mà}$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - \frac{2}{5x^3} < 0 \quad \forall x > 0 \text{ nên không có giá trị nguyên âm nào của tham số } m \text{ để thỏa mãn bài ra.}$$

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Lấy N, M là trung điểm của AB và AC . Tính khoảng cách d giữa CN và DM .

A. $d = a\sqrt{\frac{3}{2}}$.

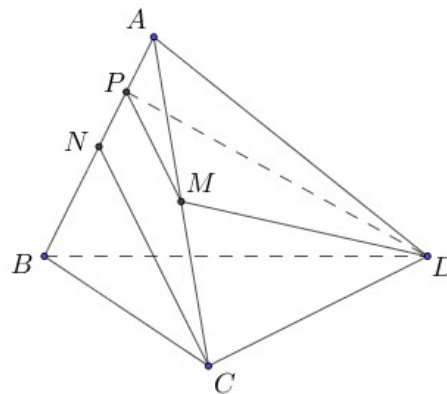
B. $d = \frac{a\sqrt{10}}{10}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{70}}{35}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi P là trung điểm của $AN \Rightarrow MP \parallel CN$, $MP \subset (DMP) \Rightarrow CN \parallel (DMP)$

$$\Rightarrow d(CN, DM) = d(CN, (DMP)) = d(N, (DMP)) = d(A, (DMP)).$$

$$\text{Ta có } ABCD \text{ là tứ diện đều cạnh } a \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{A.DMP}}{V_{A.DBC}} = \frac{AP}{AB} \cdot \frac{AM}{AC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{A.DMP} = \frac{1}{8} V_{A.DBC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{96}.$$

$$\text{Tam giác } ACD \text{ đều cạnh } a, \text{ có } M \text{ là trung điểm của } AC \Rightarrow DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều cạnh } a, \text{ có } N \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow CN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MP = \frac{1}{2} CN = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Tam giác ADP , có $AP = \frac{a}{4}$, $AD = a$, $\widehat{PAD} = 60^\circ$

$$\Rightarrow DP = \sqrt{AD^2 + AP^2 - 2AD \cdot AP \cdot \cos \widehat{PAD}} = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$$

$$\text{Đặt } p = \frac{DM + DP + MP}{2} = \frac{a(\sqrt{13} + 3\sqrt{3})}{8}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta DMP} = \sqrt{p(p-DM)(p-DP)(p-MP)} = \frac{a^2\sqrt{35}}{32}$$

$$\text{Lại có } V_{A.DMP} = \frac{1}{3} S_{\Delta DMP} \cdot d(A, (DMP)) \Rightarrow d(A, (DMP)) = \frac{3V_{A.DMP}}{S_{\Delta DMP}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{96}}{\frac{a^2\sqrt{35}}{32}} = \frac{a\sqrt{70}}{35}.$$

$$\text{Vậy } d(CN, DM) = \frac{a\sqrt{70}}{35}.$$

Câu 40. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{82}{9}$.

B. $\frac{80}{9}$.

C. 9.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có } \log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} (\log_3 x)^4 = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow (\log_3 x)^4 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy tổng các nghiệm bằng $\frac{82}{9}$.

Câu 41. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Trên các tia AA' , BB' , CC' lần lượt lấy A_1 , B_1 , C_1 cách mặt phẳng đáy (ABC) một khoảng lần lượt là $\frac{a}{2}$, a , $\frac{3a}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A_1B_1C_1)$.

A. 60° .

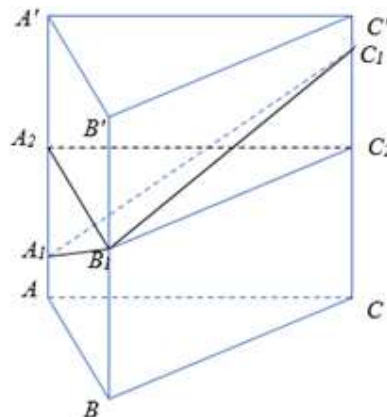
B. 90° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Từ B_1 dựng mặt phẳng song song với (ABC) cắt AA' và CC' tại A_2 , C_2 .

Ta có $A_1A_2 = BB_1 - AA_1 = \frac{a}{2} \Rightarrow A_1B_1 = \sqrt{A_1A_2^2 + A_2B_1^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, tương tự

$B_1C_1 = \frac{a\sqrt{5}}{2}, A_1C_1 = a\sqrt{2}$. Vậy tam giác $A_1B_1C_1$ cân tại B_1 .

Khi đó đường cao ứng với đỉnh B_1 của tam giác $A_1B_1C_1$ là $\sqrt{B_1C_1^2 - \frac{A_1C_1^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$S_{\Delta A_1B_1C_1} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}; S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, mặt khác tam giác ABC là hình chiếu của tam giác $A_1B_1C_1$ trên mặt phẳng (ABC) .

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A_1B_1C_1)$.

Ta có $\cos \varphi = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A_1B_1C_1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y = x^3 + (a+10)x^2 - x + 1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

A. 10.

B. 8.

C. 11.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 + (a+10)x^2 - x + 1 = 0 \quad (1) \Leftrightarrow x^3 + 10x^2 - x + 1 = -ax^2$,

Nhận thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của phương trình nên

$$x^3 + (a+10)x^2 - x + 1 = 0(1) \Leftrightarrow \frac{x^3 + 10x^2 - x + 1}{-x^2} = a,$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 10x^2 - x + 1}{-x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-x^3 - x + 2}{x^3} = \frac{-(x^2 + x + 2)(x-1)}{x^3}$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		+	0	-	
y	$+\infty$				-11		

$\swarrow$ $-\infty$ $\nwarrow$ $-\infty$ $\searrow$ $-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có một nghiệm khi $a > -11$ suy ra $a \in \{-10; -9; \dots; -1\}$

Câu 43. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng **không** chứa x trong khai triển của

biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 80640.

B. 13440.

C. 322560.

D. 3360.

Lời giải

Chọn B

*) Xét phương trình $C_n^1 + C_n^2 = 55$

Điều kiện $\begin{cases} n \in \mathbb{N} \\ n \geq 2 \end{cases}$.

$$C_n^1 + C_n^2 = 55 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!2!} = 55$$

$$\Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 55$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = -11 \\ n = 10 \end{cases}$$

Với điều kiện $n \geq 2$ ta chỉ chọn $n = 10$, khi đó $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10}$

*) Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10}$ là: $C_{10}^k x^{3(10-k)} \cdot \frac{2^k}{x^{2k}} = C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^{30-5k}$.

Số hạng không chứa x ứng với $30 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 6$.

Số hạng cần tìm là $C_{10}^6 2^6 = 13440$.

Câu 44. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in (6; 7]$. **B.** $a \in (2; 3]$. **C.** $a \in (-6; -5]$. **D.** $a \in (8; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Với $a = 0$ có $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra $a = 0$ thỏa mãn.

Vậy ta chỉ cần tìm các giá trị $a > 0$.

Đặt $t = x^2 - x + 1$, có $t \geq \frac{3}{4}$.

Bất phương trình đưa về tìm $a > 0$ để $t + 1 + a \ln t \geq 0, \forall t \geq \frac{3}{4}$.

Đặt $f(t) = t + 1 + a \ln t$ có $f'(t) = 1 + \frac{a}{t} > 0, \forall a > 0, t \geq \frac{3}{4}$.

Bảng biến thiên

t	$\frac{3}{4}$ $+\infty$
$f'(t)$	+
$f(t)$	$\frac{7}{4} + a \ln \frac{3}{4}$ $+\infty$

Có $f(t) \geq 0, \forall t \geq \frac{3}{4}$ khi và chỉ khi $\frac{7}{4} + a \ln \frac{3}{4} \geq 0 \Leftrightarrow a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}} \approx 6,08 \Rightarrow a \in (6; 7]$.

Câu 45. Biết rằng a là số thực dương để bất phương trình $a^x \geq 9x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a \in (0; 10^2]$. **B.** $a \in (10^2; 10^3]$. **C.** $a \in (10^4; +\infty)$. **D.** $a \in (10^3; 10^4]$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = a^x$ có tiếp tuyến tại điểm $M(0; 1)$ là đường thẳng $y = x \ln a + 1$.

Đường thẳng $y = 9x + 1$ cũng đi qua điểm M .

Đồ thị hàm $y = a^x$ có bề lõm quay lên trên nên ta có $a^x \geq x \ln a + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Từ giả thiết $a^x \geq 9x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên ta có $\ln a = 9 \Leftrightarrow a = e^9 \in (10^3; 10^4]$.

Câu 46. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x + y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. $\frac{31}{2}$. **B.** $\frac{29}{2}$. **C.** $-\frac{31}{2}$. **D.** $-\frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết:

$$\begin{cases} \log(x+y) = z \\ \log(x^2+y^2) = z+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 10^z \\ x^2+y^2 = 10^{z+1} \end{cases} \Rightarrow xy = \frac{1}{2}[(x+y)^2 - (x^2+y^2)] = \frac{10^{2z} - 10^{z+1}}{2}.$$

$$\text{Khi đó: } x^3 + y^3 = (x+y)(x^2+y^2-xy) = -\frac{1}{2} \cdot 10^{3z} + 15 \cdot 10^{2z} = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}.$$

$$\text{Vậy } a = -\frac{1}{2}; b = 15 \Rightarrow a+b = \frac{29}{2}.$$

Câu 47. Cho một mô hình tứ diện đều $ABCD$ cạnh 1 và vòng tròn thép có bán kính R . Hỏi có thể cho mô hình tứ diện trên đi qua vòng tròn đó (bỏ qua bề dày của vòng tròn) thì bán kính R nhỏ nhất gần với số nào trong các số sau?

A. 0,461.

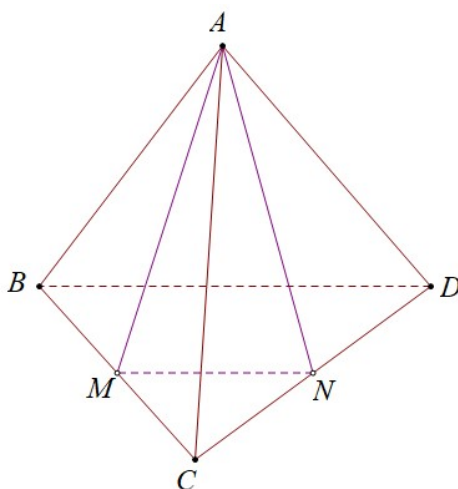
B. 0,441.

C. 0,468.

D. 0,448.

Lời giải

Chọn D



Gọi tứ diện đều là $ABCD$, rõ ràng nếu bán kính R của vòng thép bằng bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD ta có thể cho mô hình tứ diện đi qua được vòng tròn, do đó ta chỉ cần xét các vòng tròn có bán kính không lớn hơn bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD .

Đưa đỉnh C qua vòng thép và đặt đỉnh A lên vòng thép, giả sử vòng thép tiếp xúc với hai cạnh BC và CD lần lượt tại M và N , có thể thấy trong trường hợp này ta luôn đưa được mô hình tứ diện qua vòng thép bằng cách cho đỉnh A đi qua trước rồi đổi sang các đỉnh B hoặc D .

Do vậy để tìm vòng thép có bán kính nhỏ nhất ta chỉ cần tìm các điểm M, N lần lượt trên các cạnh BC, CD sao cho bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN nhỏ nhất.

Do tính đối xứng của hình ta chỉ cần xét với tam giác AMN cân tại A .

Đặt $CM = x$, ($0 < x < 1$), ta có $MN = CM = CN = x$.

$$AM^2 = CM^2 + CA^2 - 2CM \cdot CA \cdot \cos 60^\circ = x^2 + 1 - 2x \cdot \frac{1}{2} = x^2 - x + 1 \Rightarrow AM = \sqrt{x^2 - x + 1}$$

$$AN = AM = \sqrt{x^2 - x + 1}.$$

$$\text{Ta có } \cos \widehat{MAN} = \frac{AM^2 + AN^2 - MN^2}{2AM \cdot AN} = \frac{2(x^2 - x + 1) - x^2}{2(x^2 - x + 1)} = \frac{x^2 - 2x + 2}{2(x^2 - x + 1)}$$

$$\sin \widehat{MAN} = \sqrt{1 - \left(\frac{x^2 - 2x + 2}{2(x^2 - x + 1)} \right)^2} = \frac{\sqrt{x^2(3x^2 - 4x + 4)}}{2(x^2 - x + 1)}$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN là

$$R_{AMN} = \frac{MN}{2 \sin \widehat{MAN}} = \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 4}}$$

R chính là giá trị nhỏ nhất của R_{AMN} trên khoảng $(0;1)$.

Xét $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 4}}, x \in (0;1)$, sử dụng Casio ta được giá trị nhỏ nhất gần đúng của $f(x)$ là 0.4478.

Vậy giá trị nhỏ nhất mà R có thể nhận được gần với 0.448.

- Câu 48.** Cho phương trình $\sin 2x - \cos 2x + |\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m} - m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm thực?
A. 9. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\sin 2x - \cos 2x + |\sin x + \cos x| - \sqrt{2 \cos^2 x + m} - m = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x + 1 + |\sin x + \cos x| = 1 + \cos 2x + \sqrt{2 \cos^2 x + m} + m$$

$$\Leftrightarrow |\sin x + \cos x|^2 + |\sin x + \cos x| = 2 \cos^2 x + m + \sqrt{2 \cos^2 x + m} \quad (1)$$

Xét hàm $f(t) = t^2 + t$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

Ta có phương trình (1) được viết lại $f(|\sin x + \cos x|) = f(\sqrt{2 \cos^2 x + m})$.

Vì $f(t) = t^2 + t$ đồng biến trên $[0; +\infty)$ nên

$$(1) \Leftrightarrow |\sin x + \cos x| = \sqrt{2 \cos^2 x + m}$$

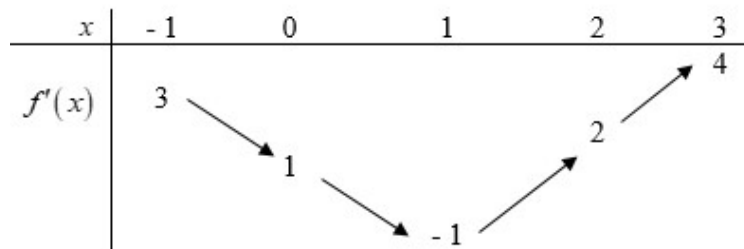
$$\Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x = m \quad (2)$$

Suy ra phương trình đã cho có nghiệm thực khi và chỉ khi (2) có nghiệm thực.

(2) có nghiệm thực khi và chỉ khi $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán $m \in \{-1; 0; 1\}$

- Câu 49.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-1;3)$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ sau. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



- A.** $(-4; -2)$. **B.** $(-2; 0)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(2; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số: $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$.

Ta có: $y' = f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1$.

Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến khi $f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) \geq 2$ (*)

Từ bảng biến thiên ta có:

$$(*) \Rightarrow \begin{cases} 2 \leq 1 - \frac{x}{2} \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq -2. \\ a \leq 1 - \frac{x}{2} \leq -1 \quad (-1 < a < 0) \Leftrightarrow 4 \leq x \leq \frac{1-a}{2}. \end{cases}$$

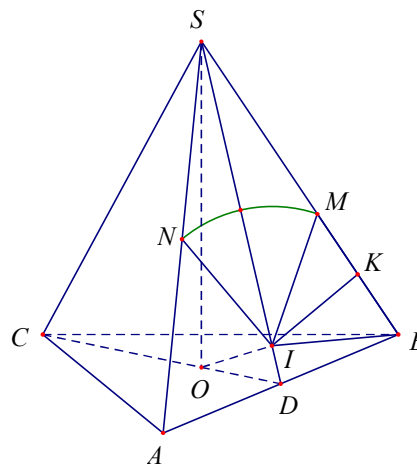
Trong các đáp án ta chỉ có thể chọn đáp án A.

Câu 50. Một mặt cầu tâm O nằm trên mặt phẳng đáy của hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng nhau, các đỉnh A, B, C thuộc mặt cầu. Biết bán kính mặt cầu là 1. Tính tổng độ dài l , các giao tuyến của mặt cầu với các mặt bên của hình chóp thỏa mãn?

- A. $l \in (1; \sqrt{2})$. B. $l \in (2; 3\sqrt{2})$. C. $l \in (\sqrt{3}; 2)$. D. $l \in \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là trung điểm của đoạn AB , kẻ $OI \perp SD$, dễ dàng chứng minh được $OI \perp (SAB)$.

Suy ra I là tâm đường tròn (C) giao tuyến của mặt cầu tâm O với mặt phẳng (SAB) . Gọi

M, N lần lượt là giao điểm của đường tròn (C) với SB, SA ; K là trung điểm của MB .

Giả sử $AB = a$, theo giả thiết ta suy ra $OC = 1 \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{3} = 1 \Leftrightarrow a = \sqrt{3}$.

Ta có $SD = CD = \frac{3}{2}$, $OD = \frac{1}{2}$, $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{2}$, $OI = \frac{SO \cdot OD}{SD} = \frac{\sqrt{2}}{3}$,

$$ID = \frac{OD^2}{SD} = \frac{1}{6}, SI = \frac{4}{3}.$$

Gọi r là bán kính đường tròn (C) , khi đó $r = \sqrt{1 - OI^2} = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

Ta có tam giác SIK vuông tại K và góc $\angle ISK = 30^\circ$ suy ra $IK = \frac{1}{2} IS = \frac{2}{3}$

Xét tam giác MIK có $\cos I = \frac{IK}{IM} = \frac{2}{\sqrt{7}} \Rightarrow I \approx 28^\circ \Rightarrow \angle MIN \approx 64^\circ$

Khi đó chiều dài cung MN bằng $\frac{64}{180} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{16\sqrt{7}}{135}$. Vậy tổng độ dài l , các giao tuyến của mặt

cầu với các mặt bên của hình chóp là $l = \frac{16\sqrt{7}}{45} \approx 0,94$.