

TRƯỜNG THPT VIỆT TRÌ ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2015-2016- LẦN 1

Môn: Toán

Thời gian làm bài 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (2.0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ (1).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
- Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C).

Câu 2 (1.0 điểm).

Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số : $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0;4]$.

Câu 3 (1.0 điểm).

- Cho $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{2}(1 + \cot \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} + \alpha)$.
- Giải phương trình: $3^{4-2x} = 9^{5-3x-x^2}$

Câu 4 (1.0 điểm).

- Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển : $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{14}$.
- Trong bộ môn Toán, thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 20 câu hỏi dễ. Một ngân hàng đề thi mỗi đề thi có 7 câu hỏi được chọn từ 40 câu hỏi đó. Tính xác suất để chọn được đề thi từ ngân hàng đề nói trên nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.

Câu 5 (1.0 điểm).

Giải bất phương trình: $\sqrt{9x^2 + 3} + 9x - 1 \geq \sqrt{9x^2 + 15}$

Câu 6 (1.0 điểm).

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, M, N lần lượt là trung điểm của CC' và $B'C'$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B'$ và MN .

Câu 7 (1.0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 3x - 5y + 6 = 0$. Trục tâm của tam giác ABC là $H(2;2)$ và đoạn $BC = \sqrt{5}$. Tìm tọa độ các điểm A, B, C biết điểm A có hoành độ dương .

Câu 8 (1.0 điểm).

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 5x^2 - 2y^2 + 10x - 3y + 6 = 0 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{4-y} = x^3 + y^2 - 4x - 2y \end{cases}$$

Câu 9 (1.0 điểm).

Cho ba số thực dương a, b, c và thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $S = \frac{a^3 + b^3}{a + 2b} + \frac{b^3 + c^3}{b + 2c} + \frac{c^3 + a^3}{c + 2a}$.

-----Hết-----

Thí sinh không được dùng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Câu	Nội dung	Điểm																							
1a	Câu 1 (2.0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ (C). a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.	1.0																							
	• TXĐ $D = \mathbb{R}$	0.25																							
	• $y' = 3x^2 - 12x + 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -2 \end{cases}$	0.25																							
	• - Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$																								
	BBT	0.25																							
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>-2</td><td></td><td></td></tr></table> KL: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1); (3; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$ Hàm số đạt cực đại tại $x_{cd} = 1, y_{cd} = 2$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{ct} = 3, y_{ct} = -2$	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$		2		$+\infty$				-2			
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$																					
y'	+	0	-	0	+																				
y	$-\infty$		2		$+\infty$																				
			-2																						
	• Đồ thị	0.25																							
1b	b) Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(-1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C).	1.0																							
	Đường thẳng đi qua 2 cực trị $A(1; 2)$ và $B(3; -2)$ là $y = -2x + 4$	0.5																							
	Ta có pt đt vuông góc với (AB) nên có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$	0.25																							
	Vậy PT đt vuông góc cần tìm là $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	0.25																							

2	Câu 2 (1.0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0;4]$.	1.0
	$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$	0.25
	$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1 \in [0;4]$ $x = -1$ loại	0.25
	Ta có: $f(0) = 3$, $f(1) = 2$, $f(4) = 227$	0.25
	Vậy GTLN $y = 227$, trên $[0;4]$ khi $x = 4$ GTNN $y = 2$ trên $[0;4]$ khi $x = 1$	0.25
3	a) Cho $\sin \alpha = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = \sqrt{2}(1 + \cot \alpha) \cdot \cos(\frac{\pi}{4} + \alpha)$	0.5
	$P = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha} (\cos \alpha - \sin \alpha) = \frac{1 - 2\sin^2 \alpha}{\sin \alpha}$	0.25
	thay $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ vào ta tính được $P = 1$	0.25
	b) Giải phương trình: Giải phương trình: $3^{4-2x} = 9^{5-3x-x^2}$	0.5
	đưa về cùng cơ số 3 khi đó phương trình tđ với $x^2 + 2x - 3 = 0$	0.25
	nghiệm cần tìm là $x = 1$ hoặc $x = -3$	0.25
4	a) Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{14}$.	0.25
	$\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{14} = (x + 2x^{-2})^{14} = \sum C_{14}^k x^{14-3k} \cdot 2^k$	0.25
	số hạng chứa x^5 trong khai triển ứng với k thỏa mãn $14 - 3k = 5 \Rightarrow k = 3$ Hệ số cần tìm là $C_{14}^3 2^3 = 2912$	
	b) Trong môn học Toán, thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 20 câu hỏi dễ. Một ngân hàng đề thi mỗi đề thi có 7 câu hỏi được chọn từ 40 câu hỏi đó. Tính xác suất để chọn được đề thi từ ngân hàng đề nói trên nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.	0.5
	Không gian mẫu của việc tạo đề thi là: $ \Omega = C_{40}^7 = 18643560$ Gọi A là biến cố chọn được đề thi có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4. $ \Omega_A = C_{20}^4 \cdot C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_{20}^4 \cdot C_5^1 \cdot C_{15}^2 + C_{20}^5 \cdot C_5^1 C_{15}^1 = 4433175$	0.25
	Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{915}{3848}$	0.25
5	Giải bất phương trình: $\sqrt{9x^2 + 3} + 9x - 1 \geq \sqrt{9x^2 + 15}$	1.0
	Nhận xét: $9x - 1 \geq \sqrt{9x^2 + 15} - \sqrt{9x^2 + 3} \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{9}$	0.25
	bpt $\Leftrightarrow (\sqrt{9x^2 + 3} - 2) + 3(3x - 1) \geq \sqrt{9x^2 + 15} - 4$	
	$\Leftrightarrow \frac{9x^2 - 1}{\sqrt{9x^2 + 3} + 2} + 3(3x - 1) - \frac{9x^2 - 1}{\sqrt{9x^2 + 15} + 4} \geq 0$	0.25

	$BC = \sqrt{5}$.	
	Gọi tâm đường tròn (C) là $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ và A(x;y) suy ra $\overline{AH}(2-x; 2-y)$ M là trung điểm của BC	
	Học sinh tính được $AH = \sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$	0.25
	kết hợp với A thuộc đường tròn (C) nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 3x - 5y + 6 = 0 \end{cases}$ Giải hệ ta được (x;y)=(0;3) (loại); Hoặc (x;y)=(1;4) (Nhận)	0.25
	Suy ra toạ độ của A(1;4), chứng minh được $\overline{AH} = 2\overline{IM}$	0.25
	Từ $\overline{AH} = 2\overline{IM}$ ta tính được M(2;3/2) Do (BC) vuông góc với IM nên ta viết được phương trình (BC): $x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 1$ thay vào phương trình đường tròn (C) ta được $(2y - 1)^2 + y^2 - 3(2y - 1) - 5y + 6 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$	0.25
	Suy ra toạ độ của B(1;1), C(3;2) hoặc B(3;2), C(1;1) Vậy A(1;4), B(1;1), C(3;2) hoặc A(1;4), B(3;2), C(1;1)	
	Câu 8: Giải hệ $\begin{cases} x^3 - y^3 + 5x^2 - 2y^2 + 10x - 3y + 6 = 0 & (1) \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{4-y} = x^3 + y^2 - 4x - 2y & (2) \end{cases}$	1.0
	Điều kiện $x \geq -2; y \leq 4$ (1) $\Leftrightarrow x^3 + 5x^2 + 10x + 6 = y^3 + 2y^2 + 3y$ $\Leftrightarrow (x+1)^3 + 2(x+1)^2 + 3(x+1) = y^3 + 2y^2 + 3y$ Xét hàm số $f(t) = t^3 + 2t^2 + 3t, f'(t) = 3t^2 + 4t + 3 > 0 \forall t \in \mathbb{R}$ Suy ra $f(x+1) = f(y) \Rightarrow y = x+1$ thay vào pt (2) ta được Phương trình: $\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x^3 + x^2 - 4x - 1$	0.25
8	$\Leftrightarrow (\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x}) - 3 = x^3 + x^2 - 4x - 4 \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{(x+2)(3-x)} - 2)}{\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3} = (x+1)(x^2 - 4)$ $\Leftrightarrow \frac{2[(x+2)(3-x) - 4]}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3)(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2)} = (x+2)(x^2 - x - 2)$ $\Leftrightarrow \frac{2(-x^2 + x + 2)}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3)(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2)} - (x+2)(x^2 - x - 2) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow (x^2 - x - 2) \left[x + 2 + \frac{2}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3)(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2)} \right] = 0$ $> 0 \text{ (vì } x \geq -2)$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$ Vậy hệ pt có nghiệm (x; y) = (2;3), (x;y) = (-1; 0)	0.25
9	Câu 9 : Cho ba số thực dương a,b,c và thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = \frac{a^3 + b^3}{a + 2b} + \frac{b^3 + c^3}{b + 2c} + \frac{c^3 + a^3}{c + 2a}$.	1.0
	Trước tiên ta chứng minh BĐT: $\frac{x^3 + 1}{x + 2} \geq \frac{7}{18}x^2 + \frac{5}{18} (x > 0) (*)$	0.25

	$(*) \Leftrightarrow 18(x^3 + 1) \geq (x + 2)(7x^2 + 5)$ luôn đúng với mọi $x > 0$, dấu “=” xảy ra khi $x = 1$ $\Leftrightarrow (x - 1)^2(11x + 8) \geq 0$	0.25
	Áp dụng (*) cho x lần lượt là $\frac{a}{b}; \frac{b}{c}; \frac{c}{a}$ $\frac{a^3 + b^3}{a + 2b} \geq \frac{7a^2}{18} + \frac{5b^2}{18}; \frac{b^3 + c^3}{b + 2c} \geq \frac{7b^2}{18} + \frac{5c^2}{18}; \frac{c^3 + a^3}{c + 2a} \geq \frac{7c^2}{18} + \frac{5a^2}{18};$	0.25
	Từ các đẳng thức trên suy ra $S \geq \frac{12(a^2 + b^2 + c^2)}{18} = 2$ Vậy MinS = 2 khi $a = b = c = 1$	0.25