

Câu 1 (3 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{x+1}{3-x}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Tìm các số thực m để đường thẳng $d: y = x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N tạo thành tam giác MNI có trọng tâm nằm trên (C).

Câu 2 (2.5 điểm)

Gọi M là tập hợp các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được lập từ tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Lấy ngẫu nhiên 2 phần tử của M . Tính xác suất để có ít nhất một trong hai phần tử đó chia hết cho 3.

Câu 3 (3 điểm)

Giải phương trình: $(x + 2)\sqrt{x + 1} - (4x + 5)\sqrt{2x + 3} = -6x - 23$ (với $x \in \mathbb{R}$).

Câu 4 (3 điểm)

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 1 = 4y \\ y(x + y)^2 = 2x^2 + 7y + 2 \end{cases} \quad (\text{với } x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 5 (2.5 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = \frac{2 \sin^2 x + 12 \sin x \cos x}{1 + 2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x}$.

Câu 6 (2 điểm)

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Các điểm M, N lần lượt thuộc đoạn $AD, A'C$ sao cho $\frac{AM}{AD} = \frac{1}{5}$ và $MN \parallel (BC'D)$. Tìm $\frac{CN}{CA'}$.

Câu 7 (4 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Điểm P là trung điểm của SC , một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD và SB lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$.

-- HẾT --