

Câu 1: Đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 4x + 3} - \sqrt{4x^2 + 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Câu 2: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 3: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu: $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4 - 3y - z = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

- A. $m = 1$ B. $m = -1$ hoặc $m = -21$
C. $m = 1$ hoặc $m = 21$ D. $m = -9$ hoặc $m = 31$

Câu 4: Khẳng định nào trong các khẳng định sau là sai?

- A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R}$
B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx, f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$
C. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C$ với $\alpha \neq -1$
D. $\left(\int f(x)dx \right)' = f(x)$

Câu 5: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC . Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là:

- A. $\frac{V}{6}$ B. $\frac{V}{4}$ C. $\frac{V}{2}$ D. $\frac{V}{3}$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là:

- A. $S = (1; 4]$ B. $S = (-\infty; 4]$ C. $S = \left(3; \frac{11}{2} \right)$ D. $S = (1; 4)$

Câu 7: Biết $\int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$ trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá

trị của biểu thức $T = a + b + c$ là:

- A.** $T = 10$ **B.** $T = 9$ **C.** $T = 8$ **D.** $T = 11$

Câu 8: Số điểm cực trị của hàm số $y = (x - 1)^{2017}$ là:

- A.** 0 **B.** 2017 **C.** 1 **D.** 2016

Câu 9: Trong không gian Oxyz, cho véc tơ $\vec{a}$ biểu diễn của các véc tơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của véc tơ $\vec{a}$ là:

- A.** $(1; 2; -3)$ **B.** $(2; -3; 1)$ **C.** $(2; 1; -3)$ **D.** $(1; -3; 2)$

Câu 10: Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

- A.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$ **B.** $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1}$ **C.** $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$ **D.** $y = 2017^x$

Câu 11: Đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A,

B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

- A.** $AB = \sqrt{34}$ **B.** $AB = 8$ **C.** $AB = 6$ **D.** $AB = \sqrt{17}$

Câu 12: Tìm tập xác định D của hàm số $y = e^{x^2-2x}$.

- A.** $D = \mathbb{R}$ **B.** $D = [0; 2]$ **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ **D.** $D = \emptyset$

Câu 13: Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- A.** $S = \{-1; 1\}$ **B.** $S = \{-1\}$ **C.** $S = \{1\}$ **D.** $S = (-1; 1)$

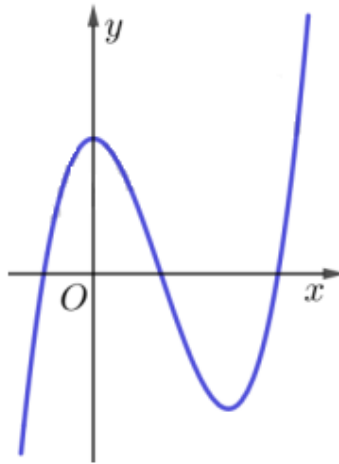
Câu 14: Giải phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2$.

- A.** $x = 2$ **B.** $x = \frac{5}{2}$ **C.** $x = \frac{3}{2}$ **D.** $x = 5$

Câu 15: Trong không gian Oxyz, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là:

- A.** $4x + 5y - 3z + 22 = 0$ **B.** $4x - 5y - 3z - 12 = 0$
C. $2x + y - 3z - 14 = 0$ **D.** $4x + 5y - 3z - 22 = 0$

Câu 16: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ **B.** $y = x^3 - 3x + 2$ **C.** $y = -x^4 + 2x^2 - 2$ **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$

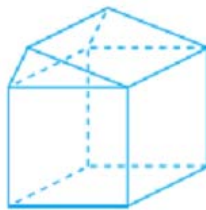
Câu 17: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (2-x)^2 e^x$ trên đoạn $[1;3]$ là:

- A.** e **B.** 0 **C.** e^3 **D.** e^4

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A.** $-\frac{1}{4} \leq m < 0$ **B.** $m \leq -\frac{1}{4}$ **C.** $m < 0$ **D.** $m > 0$

Câu 19: Hình bên có bao nhiêu mặt?



- A.** 10 **B.** 7 **C.** 9 **D.** 4

Câu 20: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là:

- A.** $S = (-\infty; 2)$ **B.** $S = (-\infty; 1)$ **C.** $S = (1; +\infty)$ **D.** $S = (2; +\infty)$

Câu 21: Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3)dx$ là:

- A.** 27 **B.** 3 **C.** 24 **D.** 0

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$.
B. Hàm số có cực trị.
C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 23: Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A.** $(-\infty; -1)$ **B.** $(-\infty; +\infty)$ **C.** $(-1; 1)$ **D.** $(0; +\infty)$

Câu 24: Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ đồng biến trên:

- A.** $(1; +\infty)$ **B.** $(-\infty; 0)$ **C.** $(0; +\infty)$ **D.** $(2; +\infty)$

Câu 25: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là:

- A.** $y = 3x + 9$ **B.** $y = 3x + 3$ **C.** $y = 3x + 12$ **D.** $y = 3x + 6$

Câu 26: Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay hình tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là:

- A.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ **B.** $\frac{4}{3}\pi$ **C.** $\frac{2}{3}\pi$ **D.** $\frac{1}{3}\pi$

Câu 27: Có bao nhiêu số thực b thuộc $(\pi; 3\pi)$ sao cho $\int_{\pi}^b 4\cos 2x dx = 1$?

- A.** 8 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 6

Câu 28: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ.

- A.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$ **B.** $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$ **C.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$ **D.** $\frac{4\pi}{9}$

Câu 29: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (x^2 + m)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $\forall m \in \mathbb{R}$

B. $m \neq 0$

C. $m > 0$

D. $m \geq 0$

Câu 30: Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây không có cực trị?

A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

B. $y = x^4$

C. $y = -x^3 + x$

D. $y = |x|$

Câu 31: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s).

Đi được 5(s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35$ (m/s²). Tính quãng đường của ô tô đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. 87.5 mét

B. 96.5 mét

C. 102.5 mét

D. 105 mét

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x) = 2018 \ln \left(e^{\frac{x}{2018}} + \sqrt{e} \right)$. Tính giá trị biểu thức

$T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017)$.

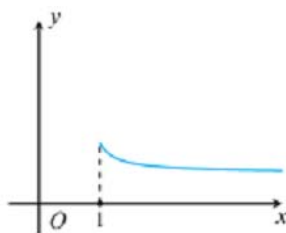
A. $T = \frac{2019}{2}$

B. $T = 1009$

C. $T = \frac{2017}{2}$

D. $T = 1008$

Câu 33: Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$ để hàm số $y = \frac{2x-a}{4x-b}$ có đồ thị trên $[1; +\infty)$ như hình vẽ bên?



A. 1

B. 4

C. 2

D. 3

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a. Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy nội tiếp ABCD là:

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{7}$

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{4}$

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$

Câu 35: Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m + n$.

A. $m + n = 12$

B. $m + n = \frac{25}{2}$

C. $m + n = 14$

D. $m + n = 10$

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

- A.** $m = 2$ **B.** $\begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0; m \neq 2 \end{cases}$ **C.** $m > -1$ **D.** không có m

Câu 37: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , trong đó O là gốc tọa độ.

- A.** $m = 2$ **B.** $m = \frac{3}{2}$ **C.** $m = 3$ **D.** $m = 1$

Câu 38: Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu là:

- A.** 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2x-3}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ I đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng?

- A.** $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **B.** $d = 1$ **C.** $d = \sqrt{2}$ **D.** $d = \sqrt{5}$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA = AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Thể tích khối chóp $S.AGD$ là:

- A.** $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$ **B.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$ **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$

Câu 41: Biết $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a.e + b.\ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó, tỷ số $\frac{a}{b}$ là:

- A.** $\frac{1}{2}$ **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC có góc A bằng 120° và $BC = 2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp theo a .

- A.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O). Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC.

A. $6x + 3y - 2z - 6 = 0$ **B.** $x + 2y + 3z - 14 = 0$ **C.** $x + 2y + 3z - 11 = 0$ **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 3$

Câu 44: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 2a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện OO'AB đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây là đúng? Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp theo a.

A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$ **B.** $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **C.** $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ **D.** $\tan \alpha = 1$

Câu 45: Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} - \sqrt{4-x^2} = m$ có nghiệm khi m thuộc $[a; b]$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị của biểu thức $T = (a+2)\sqrt{2} + b$ là:

A. $T = 3\sqrt{2} + 2$ **B.** $T = 6$ **C.** $T = 8$ **D.** $T = 0$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$ và $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho ABCD là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$.

A. $D(8;7;-1)$ **B.** $\begin{bmatrix} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{bmatrix}$ **C.** $\begin{bmatrix} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{bmatrix}$ **D.** $D(-12;-1;3)$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$ **B.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$ **C.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$ **D.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$

Câu 48: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Diện tích S của tam giác có 3 đỉnh là 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là:

A. $S = 3$ **B.** $S = \frac{1}{2}$ **C.** $S = 1$ **D.** $S = 2$

Câu 49: Trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

A. 4 **B.** vô số **C.** 2 **D.** 0

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1; -6; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 7 = 0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz, điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P). Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là:

A. $B(0; 0; 1)$

B. $B(0; 0; -2)$

C. $B(0; 0; -1)$

D. $B(0; 0; 2)$

ĐÁP ÁN

1-A	2-D	3-C	4-A	5-B	6-A	7-C	8-A	9-B	10-B
11-A	12-A	13-A	14-D	15-D	16-D	17-C	18-B	19-C	20-D
21-B	22-A	23-C	24-D	25-D	26-C	27-C	28-B	29-C	30-A
31-D	32-C	33-A	34-A	35-A	36-B	37-A	38-A	39-A	40-B
41-B	42-D	43-B	44-B	45-B	46-D	47-D	48-C	49-C	50-A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

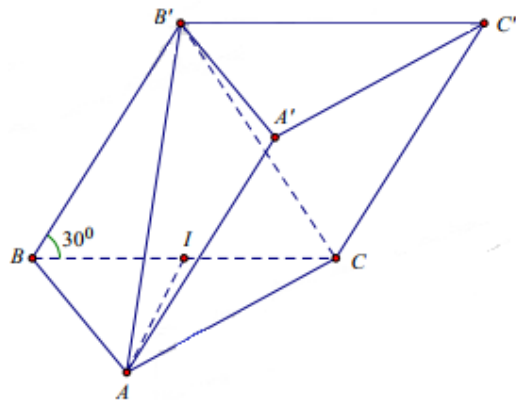
$$\text{Ta có: } y = \frac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3} + \sqrt{4x^2+1}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3} + \sqrt{4x^2+1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{2}{x}}{\sqrt{4 + \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là TCN.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} = \lim_{x \rightarrow -\infty} = \frac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3}+\sqrt{4x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4-\frac{2}{x}}{\sqrt{4+\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}}+\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ là TCN.}$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường TCN.

Câu 2: Đáp án D



Gọi I là trung điểm của BC. Khi đó $BI \perp (BCC'B')$.

Ta có: $AI = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$S_{B'C'C} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4a \cdot \sin 30^\circ = a^2$$

$$V_{A.CC'B'} = \frac{1}{3} A S_{B'C'C} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 3: Đáp án C

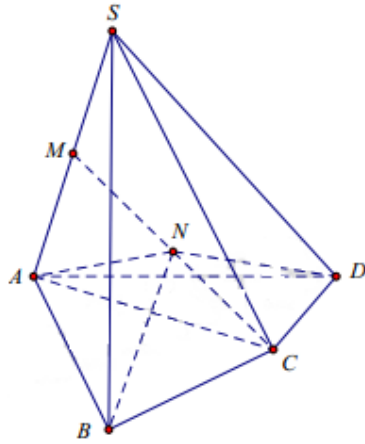
Mặt cầu (S) tâm $I(2; -1; -2)$ và bán kính $R = 2$. Để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có

$$\text{đúng 1 điểm chung thì } d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 2 - 3(-1) - m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 21 \end{cases}.$$

Câu 4: Đáp án A

$$\text{Nếu } k = 0 \Rightarrow \int 0 dx = C; k \int f(x) dx = 0.$$

Câu 5: Đáp án B



$$\text{Vì } NC = MN \text{ và } MA = MS \text{ nên } d(N; (ABCD)) = \frac{1}{2} d(M; (ABCD))$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} d(S; (ABCD)) = \frac{1}{4} d(S; (ABCD))$$

Thể tích khối chóp $N.ABCD$ là:

$$V = \frac{1}{3} d(N; (ABCD)) \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} d(S; (ABCD)) \cdot S_{ABCD} = \frac{V}{4}.$$

Câu 6: Đáp án A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ 11-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{11}{2} (*)$$

Với điều kiện (*) thì bất phương trình trở thành:

$$\log_3(11-2x) - \log_3(x-1) \geq 0 \Leftrightarrow \log_3 \frac{11-2x}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1} \geq 1 \Leftrightarrow 11-2x \geq x-1 \Leftrightarrow x \leq 4.$$

So sánh với (*) ta có: $1 < x \leq 4$.

Câu 7: Đáp án C

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x^2 + 9) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2x}{x^2 + 9} dx \\ v = \frac{x^2 + 9}{2} \end{cases} \Rightarrow \int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = \frac{x^2 + 9}{2} \ln(x^2 + 9) \Big|_0^4 - \int_0^4 x dx$$

$$= 25 \ln 5 - 9 \ln 3 - 8 \Rightarrow a = 25; b = -9; c = -8 \Rightarrow a + b + c = 8.$$

Câu 8: Đáp án A

Ta có: $y' = 2017(x-1)^{2016} \geq 0 \forall x \Rightarrow$ hàm số không có cực trị.

Câu 9: Đáp án B

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}.$$

Câu 10: Đáp án B

Câu 11: Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$x+1 = \frac{x+3}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - x - 4 = 0 \end{cases}, \Delta = \sqrt{17} > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 1 \\ y_A + y_B = -4 \end{cases}$$

Suy ra:

$$\begin{cases} A(x_A; x_A + 1) \\ B(x_B; x_B + 1) \end{cases} \Rightarrow AB = \sqrt{2(x_A - x_B)^2} = \sqrt{2(x_A + x_B)^2 - 8x_A x_B} = \sqrt{2(1)^2 - 8(-4)} = \sqrt{34}.$$

Câu 12: Đáp án A

Câu 13: Đáp án A

$$PT \Leftrightarrow (2^x)^2 - 5(2^x) + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow S = \{-1; 1\}.$$

Câu 14: Đáp án D

$$PT \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = 4 \end{cases} \Rightarrow x-1 = 4 \Leftrightarrow x = 5.$$

Câu 15: Đáp án D

Các vtpt của (Q) và (R) lần lượt là: $\vec{n}_1(1;1;3)$ và $\vec{n}_2(2;-1;1)$

$$\Rightarrow \text{vtpt của (P) là: } \vec{n} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (4; 5; -3)$$

$$\Rightarrow (P): 4(x-2) + 5(y-1) - 3(z+3) \text{ hay } (P): 4x + 5y - 3z - 22 = 0.$$

Câu 16: Đáp án D

Câu 17: Đáp án C

Ta có $y' = 2(x-2)e^x + (x-2)^2 e^x = x(x-2)e^x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Suy ra $y(1) = e, y(2) = 0, y(3) = e^3 \Rightarrow \max_{[1;3]} y = e^3$.

Câu 18: Đáp án B

Ta có $y' = mx^2 - 2(m+1)x + m - 2$. Hàm số nghịch biến trên

$(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$.

TH1: $m = 0 \Rightarrow y' \leq 0 \Leftrightarrow -2x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -1 \Rightarrow$ hàm số không nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$

TH2:

$$m \neq 0 \Rightarrow y' \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta'(y') \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ (m+1)^2 - 3m(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \leq -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow m \leq -\frac{1}{4}$$

Kết hợp 2 TH, suy ra $m \leq -\frac{1}{4}$.

Câu 19: Đáp án C

Câu 20: Đáp án D

BPT $\Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow S = (2; +\infty)$.

Câu 21: Đáp án B

Đặt $t = 3x - 3 \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow \begin{cases} x = 1, t = 0 \\ x = 4, t = 9 \end{cases} \Rightarrow \int_1^4 f(3x-3) dx = \frac{1}{3} \int_0^9 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^9 f(x) dx = 3$.

Câu 22: Đáp án A

Câu 23: Đáp án C

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1) \Rightarrow y' < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 24: Đáp án D

Hàm số có tập xác định $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

Ta có $y' = \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2} \Rightarrow y' > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 25: Đáp án D

Gọi $M(a; b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có tiếp tuyến thỏa mãn đề bài.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 6 \Rightarrow y'(a) = 3a^2 - 6a + 6 = 3(a-1)^2 + 3 \geq 3 \Rightarrow \min y'(a) = 3 \Leftrightarrow a = 1$

Suy ra $y(1) = 9 \Rightarrow$ PTTT tại $M(1;9)$ là $y = 3(x-1) + 9 \Rightarrow y = 3x + 6$.

Câu 26: Đáp án C

Khối tròn xoay tạo thành 2 khối nón, đó là: khối nón đỉnh B, đường sinh AB và khối nón đỉnh C đường sinh CA. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành là:

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 1 = \frac{2\pi}{3}.$$

Câu 27: Đáp án C

$$\text{Ta có } \int_{\pi}^b 4\cos 2x dx = 2\sin 2x \Big|_{\pi}^b = 2 \Leftrightarrow \sin(2b) = 1 \Rightarrow \sin(2b) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ b = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$b \in (\pi; 3\pi) \Rightarrow \begin{cases} \pi < \frac{\pi}{12} + k_1\pi < 3\pi \\ \pi < \frac{5\pi}{12} + k_2\pi < 3\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{11}{12} < k_1 < \frac{35}{12} \\ \frac{7}{12} < k_2 < \frac{31}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 \in \{1; 2\} \\ k_2 \in \{1; 2\} \end{cases}$$

Suy ra có 4 giá trị thực của b thuộc $(\pi; 3\pi)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 28: Đáp án B

Gọi bán kính đáy là $R \Rightarrow$ độ dài đường sinh là: $2R$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình trụ là: } S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot 2R = 6\pi R^2 = 4\pi \Leftrightarrow R = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\text{Thể tích khối trụ là: } V = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi \left(\frac{2}{\sqrt{6}} \right)^3 = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}.$$

Câu 29: Đáp án C

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + m > 0 \Rightarrow m > 0$.

Câu 30: Đáp án A

Câu 31: Đáp án D

$$\text{Sau 5s đầu người lái xe đi được } \int_0^5 75 dt = 87,5 \text{m}$$

Vận tốc đạt được sau 5s là: $s = v(5) = 35 \text{ m/s}$

Khi gặp chướng ngại vật, vận tốc của vật giảm theo PT: $v = 35 - 35t$

Quãng đường vật đi được từ khi gặp chướng ngại vật đến khi dừng hẳn là:

$$s = \int_0^1 (35 - 35t) dt = 17,5 \text{m}$$

Do đó $\sum s = 105$ mét.

Câu 32: Đáp án C

$$\text{Ta có: } f'(x) = 2018 \cdot \frac{\left(e^{\frac{x}{2018} + \sqrt{e}} \right)'}{e^{\frac{x}{2018} + \sqrt{e}}} = \frac{e^{\frac{x}{2018}}}{e^{\frac{x}{2018} + \sqrt{e}}} = g(x)$$

$$\text{Lại có: } g(a) + g(2018 - a) = \frac{e^{\frac{a}{2018}}}{e^{\frac{a}{2018} + \sqrt{e}}} + \frac{e^{1 - \frac{a}{2018}}}{e^{1 - \frac{a}{2018} + \sqrt{e}}} = \frac{e^{\frac{a}{2018}}}{e^{\frac{a}{2018} + \sqrt{e}}} + \frac{\sqrt{e}}{e^{\frac{a}{2018} + \sqrt{e}}} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } T &= g(1) + g(2017) + g(2) + g(2016) + \dots + g(1010) + g(1009) = 1008 + g(1009) \\ &= 1008 + \frac{1}{2} = \frac{2017}{2}. \end{aligned}$$

Câu 33: Đáp án A

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-2b + 4a}{(4x - b)^2}$$

Hàm số liên tục và nghịch biến trên $[1; +\infty)$ nên

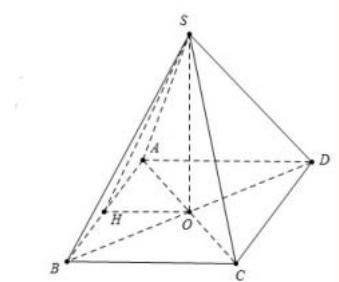
$$\begin{cases} \frac{b}{4} < 1 \\ -2b + 4a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 4 \\ b > 2a \end{cases} \xrightarrow{a, b \in \mathbb{N}^*} \{a; b\} = \{1; 3\}.$$

Câu 34: Đáp án A

$$\text{Ta có: } S_{SAB} = \frac{1}{2} SH \cdot AB = 2a^2 \Rightarrow SH = 4a$$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \frac{3a\sqrt{7}}{2}$$

$$V_{(N)} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot \frac{3a\sqrt{7}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}.$$



Câu 35: Đáp án A

$$P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab) = \log_a b + \log_a c + \log_b a + 4\log_b c + 4\log_c b$$

$$\text{Ta có: } \log_a b + \log_b a \geq 2; \log_a c + 4\log_c a \geq 4; \log_b c + 4\log_c b \geq 4$$

$$\text{Khi đó } P \geq 10 = m$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ \log_a c = 4\log_c a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ \log_a c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ \log_b c = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m + n = 12.$$

Câu 36: Đáp án B

$$PT \Leftrightarrow (x-m)(x^2+mx+m^2)-3(x-m)(x+m)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-m)(x^2+mx-3x+m^2-3m)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=m \\ g(x)=x^2+(m-3)x+m^2-3m \end{cases}$$

PT có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow g(x)=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-3)^2-4(m^2-3m)>0 \\ g(m)=3m^2-6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2+6m+9>0 \\ m \neq 0; m \neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \neq 0; m \neq 2 \end{cases}$$

Câu 37: Đáp án A

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^4-3x^2-2-m=0(1)$

Gọi $A(x;m); B(-x;m)$ là tọa độ giao điểm

Khi đó ΔOAB vuông tại O khi $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = -x^2 + m^2 = 0 \Leftrightarrow |x|=|m|$

Khi đó $m^4-3m^2-2-m=0 \Leftrightarrow m=2$ (thỏa mãn).

Câu 38: Đáp án A

Đặt $t=4^x > 0 \Rightarrow (m+1)t^2-2(2m-3)+6m+5=0$

$$\text{ĐK để PT có 2 nghiệm là: } \begin{cases} \frac{2m-3}{m+1} > 0 \\ \frac{6m+5}{m+1} > 0 \\ \Delta'=(2m-3)^2-(m+1)(6m+5) \end{cases} (*)$$

Khi đó: $4^{x_1}=t_1; 4^{x_2}=t_2 \Rightarrow x_1x_2=\log_4 t_1 \cdot \log_4 t_2 < 0 \Leftrightarrow 0 < t_1 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow (t_1-1)(t_2-1) < 0 \Leftrightarrow t_1t_2-t_1-t_2+1 < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6m+5}{m+1}-2\frac{2m-3}{m+1}+1 < 0 \Leftrightarrow \frac{3m+12}{m+1} < 0 \Leftrightarrow -1 < m < -4$$

Kết hợp (*) $\Rightarrow m=-2; m=-3$.

Câu 39: Đáp án A

Ta có: $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. PTTT tại điểm M bất kì là: $y = \frac{-1}{(2x_0-3)^2}(x-x_0) + \frac{x_0-1}{2x_0-3}(\Delta)$

$$\text{Khi đó: } d(I; \Delta) = \frac{\left| \frac{1}{2(2x_0-3)} + \frac{x_0-1}{2x_0-3} - \frac{1}{2} \right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{2x_0-3} + 1 \right)^2}} = \frac{\frac{1}{(2x_0-3)^2}}{\sqrt{\frac{1}{(2x_0-3)^2} + (2x_0-2)^2}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 40: Đáp án B

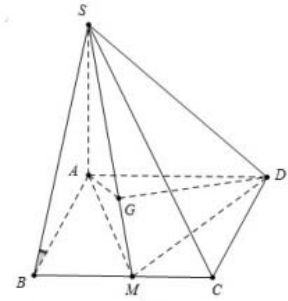
Gọi M là trung điểm của BC ta có: $\frac{SG}{SM} = \frac{2}{3}$

$$\text{Do } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SBA) \Rightarrow \widehat{SBA} = \widehat{(SBC; ABC)} = 60^\circ$$

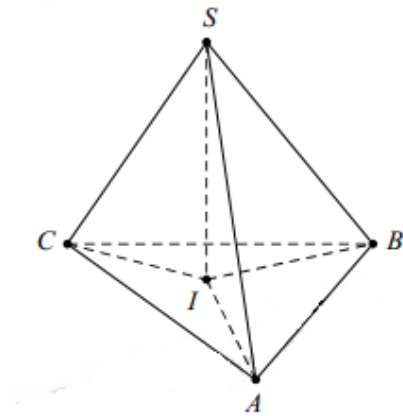
$$\text{Ta có: } AB \tan 60^\circ = SA \Rightarrow AB = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

$$S_{AMB} = \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{2a^2}{\sqrt{3}} \Rightarrow V_{S.AMD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{AMB} = \frac{4a^3 \sqrt{3}}{9}$$

$$V_{S.AMD} = \frac{2}{3} V_{S.AMD} = \frac{8\sqrt{3}a^3}{27}.$$

**Câu 41: Đáp án B**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_1^e \frac{(x+1) \ln x + 2}{1+x \ln x} dx &= \int_1^e \frac{1+x \ln x + 1 + \ln x}{1+x \ln x} dx = \int_1^e \left(1 + \frac{1+\ln x}{1+x \ln x} \right) dx = \int_1^e dx + \int_1^e \frac{1+\ln x}{1+x \ln x} dx \\ &= x \Big|_1^e + \int_1^e \frac{d(1+x \ln x)}{1+x \ln x} = e - 1 + \ln |1+x \ln x| \Big|_1^e = e - 1 + \ln(e+1) = e + \ln \left(\frac{e+1}{e} \right) \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 42: Đáp án D

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

$$R_{\triangle ABC} = \frac{BC}{2 \cdot \sin A} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \text{ (định lí sin)}$$

Vì $SA = SB = SC$ suy ra hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là tâm I

$$\text{đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC \Rightarrow IA = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Tam giác SAI vuông tại I, có } SI = SA^2 - IA^2 = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$$

Áp dụng CTTN, bán kính mặt cầu cần tính là $R_{S.ABC} = \frac{SA^2}{2.SI} = 4a^2 : \left(2 \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} \right) = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

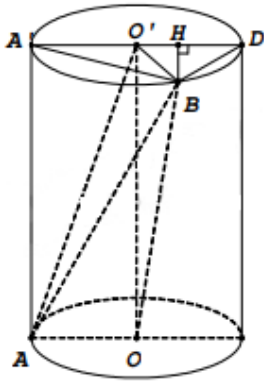
Câu 43: Đáp án B

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc và M là trực tâm $\Delta ABC \Rightarrow OM \perp (ABC)$

Suy ra mp (ABC) nhận $\overline{OM}$ làm véc tơ pháp tuyến và đi qua điểm M(1;2;3)

Vậy phương trình mp(P): $1 \cdot (x-1) + 2 \cdot (y-2) + 3 \cdot (z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Câu 44: Đáp án B



Kẻ đường sinh AA', gọi D là điểm đối xứng A' qua tâm O'.

Kẻ BH vuông góc với A'D $\Rightarrow BH \perp (AOO'A') \Rightarrow V_{OO'AB} = \frac{1}{3} \cdot BH \cdot S_{\Delta OOA'}$

Mà $S_{\Delta OOA'} = \frac{1}{2} \cdot OO' \cdot OA = 2a^2 \Rightarrow V_{OO'AB} = \frac{2a^2}{3} \times BH$

Để $V_{OO'AB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow BH = BO' (H \equiv O') \Rightarrow A'B = 2a\sqrt{2}$

Tam giác AA'B vuông tại A', có $\tan \widehat{ABA'} = \frac{AA'}{A'B} = \frac{2a}{2a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Vậy $\widehat{AB; (O')} = (\widehat{AB; A'B}) = \widehat{ABA'} = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 45: Đáp án B

Đặt $t = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} \Leftrightarrow t^2 = 4 + 2\sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = \frac{t^2-4}{2}$ và $x \in [-2; 2] \Rightarrow t \in [2; 2\sqrt{2}]$

Khi đó, phương trình đã cho trở thành: $t - \frac{t^2-4}{2} = m \Leftrightarrow 2m = -t^2 + 2t + 4 = f(t)$.

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 3t + 4$ trên đoạn $[2; 2\sqrt{2}] \Rightarrow \min_{[2; 2\sqrt{2}]} f(t) = -4 + 4\sqrt{2}; \max_{[2; 2\sqrt{2}]} f(t) = 4$

Do đó, để phương trình $f(t) = 2m$ có nghiệm $\Leftrightarrow -2 + 2\sqrt{2} \leq m \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 + 2\sqrt{2} \\ b = 2 \end{cases}$

Vậy $T = (a + 2)\sqrt{2} + b(-2 + 2\sqrt{2} + 2)\sqrt{2} + 2 = 6$.

Câu 46: Đáp án D

Vì ABCD là hình thang $\Rightarrow AD \parallel BC \Rightarrow \vec{u}_{AD} = \vec{u}_{BC} = (-5; -2; 1)$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng AD là $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{1} \Rightarrow D(-5t-2; -2t+3; t+1)$

Ta có $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC} \Leftrightarrow S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = 3S_{\triangle ABC} \Leftrightarrow S_{\triangle ACD} = 2S_{\triangle ABC}$

Mà diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overline{AB}; \overline{AC}] \right| = \frac{\sqrt{341}}{2} \Rightarrow S_{\triangle ACD} = \sqrt{341}$

Mặt khác $\left| [\overline{AD}; \overline{AC}] \right| = \sqrt{341}t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{341}t^2 = \sqrt{341} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D(-12; -1; 3) \\ D(8; 7; -1) \end{cases}$

Vì ABCD là hình thang $\rightarrow D(-12; -1; 3)$.

Câu 47: Đáp án D

Gọi $I(x_I; y_I; z_I)$ thỏa mãn điều kiện $3\overline{IA} + 2\overline{IB} - \overline{IC} = \vec{0} \Rightarrow I\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$

Ta có $P = 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 = 3(\overline{MI} + \overline{IA})^2 + 2(\overline{MI} + \overline{IB})^2 - (\overline{MI} + \overline{IC})^2$
 $= 4MI^2 + 2\overline{MI} \underbrace{(3\overline{IA} + 2\overline{IB} - \overline{IC})}_0 + 3IA^2 + 2IB^2 - IC^2 = 4MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 - IC^2$

Suy ra $P_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min} \Rightarrow M$ trùng với điểm I. Vậy $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Câu 48: Đáp án C

Ta có $y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y(0) = 2 \\ x = \pm 1 \Rightarrow y(\pm 1) = 1 \end{cases}$

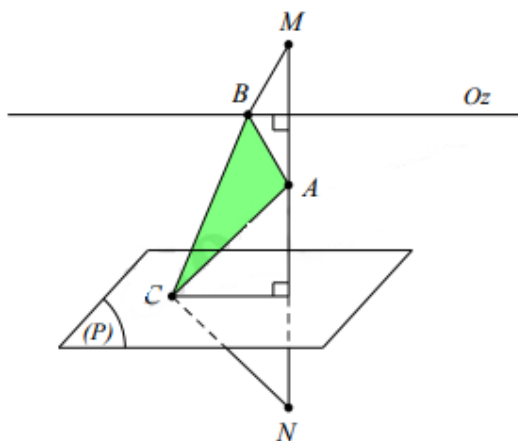
Suy ra 3 điểm cực trị của ĐTHS là $A(0; 2), B(1; 1), C(-1; 1)$

Khi đó $AB = AC = \sqrt{2}, BC = 2 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{(\sqrt{2})^2}{2} = 1$.

Câu 49: Đáp án C

Có 2 điểm có tọa độ nguyên thuộc ĐTHS là $A(0; 5), B(-4; 1)$.

Câu 50: Đáp án A



Gọi M, N lần lượt là hai điểm đối xứng với A qua Oz và mặt phẳng (P) (Hình vẽ bên:
Điểm A nằm giữa Oz, (P) vì O, A cùng phía với (P) và $d(Oz; (P)) > d(A; (P))$).

Khi đó $C_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = BM + BC + CN$

Suy ra $\{BM + BC + CN\}_{\min} \Rightarrow B, C, M, N$ thẳng hàng

Hay B là hình chiếu của A trên Oz, Vậy $B(0;0;1)$.