

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1(2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 1$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C).

b) Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại M là giao điểm của (C) với (P): $y = 2x^2 + x + 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). a) Giải phương trình: $2\log_2 \sqrt{x+1} = 2 - \log_2(x-2)$

b) Giải phương trình: $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 4x = 2 \cos 3x \cos x + 1$

Câu 3(1,0 điểm). a) Tìm phần thực của số phức z thỏa mãn: $5z(1+3i) - 5\bar{z} = (6+7i)(1+3i)$.

b) Gọi S là tập hợp tất cả số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các số $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn là một số không chia hết cho 5.

Câu 4(1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_0^1 x(2 + e^{x-1}) dx$

Câu 5(1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 6 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 8y - 4z + 12 = 0$. Chứng minh rằng (S) tiếp xúc (P). Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P), tiếp xúc (S) và vuông góc với trục Oz .

Câu 6(1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $\angle SBC = \angle SDC = 90^\circ$. Chứng minh SA vuông góc với mặt đáy và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

Câu 7(1,0 điểm). Trong mặt phẳng với tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D có $AB = AD < CD$, điểm $B(1;2)$, đường thẳng BD có phương trình $y = 2$. Biết rằng đường thẳng $(d): 7x - y - 25 = 0$ lần lượt cắt các đoạn thẳng AD và CD theo thứ tự tại M và N sao cho $BM \perp BC$ và tia BN là tia phân giác của góc MBC . Tìm tọa độ đỉnh D (với hoành độ của D là số dương).

Câu 8(1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - x^2 + x - xy = y^3 + y^2 + y + 1 \\ x^3 - 9y^2 + 6x - 18y - 15 = 3\sqrt{6x^2 + 2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 9(1,0 điểm). Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $y^2 \geq 2xz$; $z^2 \geq 2xy$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{2x}{2x+y} + \frac{y}{y+z} + \frac{3z}{z+2x}$

.....HẾT.....

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: