

ĐỀ SỐ 01

Họ tên học sinh:	Điểm số	Nhận xét
Lớp:.....		
TRẮC NGHIỆM 50 CÂU THỜI GIAN: 90 PHÚT	BÁM SÁT CẤU TRÚC CỦA ĐỀ MÌNH HỌA LẦN II – 2020	
MỨC ĐỘ: 5→8 ĐIỂM	Nội dung: 05 câu tổ hợp, xác suất, dãy số, cấp số, quan hệ vuông góc – 12 câu khảo sát hàm số – 09 câu mũ và logarit – 05 câu nguyên hàm, tích phân – 05 câu số phức – 03 câu thể tích khối đa diện – 05 câu nón, trụ, cầu – 06 câu hệ tọa độ Oxyz.	

*Đường tuy gần, không đi chẳng bao giờ đến
Việc tuy nhỏ, không làm chẳng bao giờ nên
Tuân Tử*



Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = 5$.
- B. $y = 0$.
- C. $x = 1$.
- D. $x = 0$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

- A. $[1; +\infty)$.
- B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- C. $(1; +\infty)$.
- D. $(0; +\infty)$.

Câu 4. Cho số phức $z = (1-i)^2(1+2i)$. Số phức z có phần ảo là:
A. 2. B. -2. C. 4. D. $-2i$.

Câu 5. Lớp 12A có 15 bạn nữ, lớp 12B có 20 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn hai bạn nữ lớp 12A và ba bạn nam lớp 12B để tham gia đội xung kích của trường?
A. 239400. B. 119700. C. 718200. D. 1436400.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng:
A. 4. B. -5. C. $\frac{10}{3}$. D. 3.

Câu 7. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3}$. Tọa độ trung điểm của AB là
A. $(1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(0; -\frac{2}{3})$. D. $(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = (2; 3; -7)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.
A. $\vec{x} = (2; -1; 19)$. B. $\vec{x} = (-2; 3; 19)$. C. $\vec{x} = (-2; -3; 19)$. D. $\vec{x} = (-2; -1; 19)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$; đạt cực đại tại $x = 0$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, đạt cực đại tại $x = -2$.
D. Hàm số không có cực trị.

Câu 10. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$.

B. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$.

C. $\log(10ab)^2 = 2 + 2\log(ab)$.

D. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

A. $d = 3$.

B. $d = 2$.

C. $d = -2$.

D. $d = -3$.

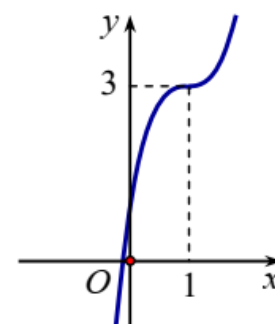
Câu 12. Đường cong ở hình dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = 2x^3 - x^2 + 6x + 1$.

B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$.

C. $y = 2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.

D. $y = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.



Câu 13. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

A. $\frac{2}{7}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{37}{42}$.

D. $\frac{10}{21}$.

Câu 14. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $\frac{7-4i}{z_1}$ trên mặt phẳng phức?

- A. $P(3; 2)$. B. $N(1; -2)$. C. $Q(3; -2)$. D. $M(1; 2)$.

Câu 15. Số hạng không chứa x với $x \neq 0$ trong khai triển $P(x) = \left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ là số hạng thứ mấy?

- A. 6. B. 7. C. 4. D. 5.

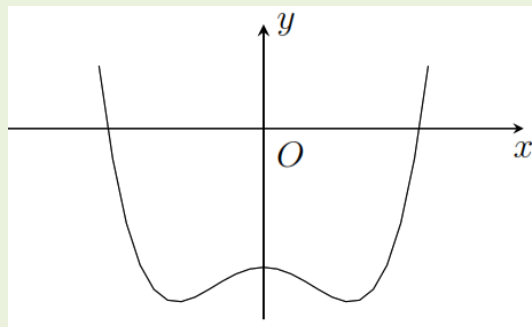
Câu 16. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+3}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x\sqrt{2x+3} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}(2x+3)\sqrt{2x+3} + C$. D. $\int f(x)dx = \sqrt{2x+3} + C$.

Câu 17. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

- A. $S = 2\pi a^2$. B. $S = \pi a^2$. C. $S = \pi a$. D. $S = \frac{\pi a^2}{3}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $a > 0, b < 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c < 0$. C. $a > 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

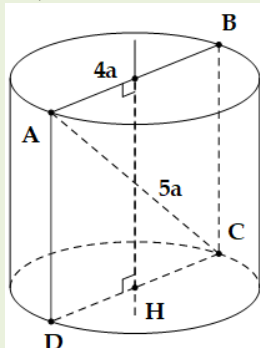
Câu 19. Tìm m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m^2 - 4)x$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- A. $m = 1; m = -3$. B. $m = 1$. C. $m = -3$. D. $m = 3$.

Câu 20. Cho hình chóp $SABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$, gọi I là trung điểm BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

- A. Góc SCA . B. Góc SIA . C. Góc SCB . D. Góc SBA .

Câu 21. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Tính thể tích khối trụ đã cho.



A. $V = 16\pi a^3$.

B. $V = 12\pi a^3$.

C. $V = 4\pi a^3$.

D. $V = 8\pi a^3$.

Câu 22. Cho tích phân $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$, với $a; b \in \mathbb{Z}$. Tổng $a + b$ bằng

A. 1.

B. -3.

C. 5.

D. -1.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông đường chéo $AC = 2\sqrt{2}a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. a^3 .

B. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 24. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$. Tính $P = x_1 + x_2$.

A. 6.

B. -3.

C. 2.

D. 3.

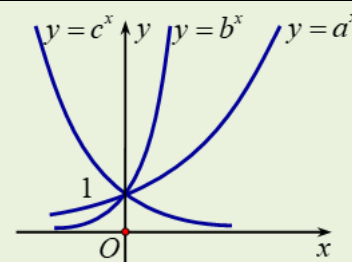
Câu 25. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình bên. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $1 < c < a < b$.

B. $c < a < b < 1$.

C. $c < 1 < b < a$.

D. $c < 1 < a < b$.



Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là:

A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$.

B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.

C. $2x + y - 3z - 14 = 0$.

D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

Câu 27. Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + 10}{x + 2}$ là:

A. 16.

B. 12.

C. 10.

D. 8.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

A. $m = -3$.

B. $m = 3$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{3^x}{\ln 3} - 9x + 17$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đạt cực trị tại $x = 2$.

D. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{9}{\ln 3} - 1$.

Câu 30. Cho $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx = \frac{a}{b} \pi$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = ab$.

A. $T = 35$.

B. $T = 24$.

C. $T = 12$.

D. $T = 36$.

Câu 31. Một người gửi tiết kiệm với số tiền gửi là A đồng với lãi suất 6% một năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính gốc cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó rút ra được số tiền gốc lẫn lãi nhiều hơn số tiền ban đầu là 100 triệu đồng? Hỏi người đó phải gửi số tiền A bằng bao nhiêu?

A. 145037058,3 đồng.

B. 55839477,69 đồng.

C. 126446589 đồng.

D. 111321563,5 đồng.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng:

A. 1.

B. 3.

C. 9.

D. 6.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là:

A. $[3; 5]$.

B. $(1; 3]$.

C. $[1; 3]$.

D. $(1; 5)$.

Câu 34. Cho số phức $z = 3 - 5i$. Gọi $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là một căn bậc hai của z . Giá trị của biểu thức $T = x^4 + y^4$ là:

- A. $T = 706$. B. $T = \frac{17}{2}$. C. $T = \frac{43}{2}$. D. $T = 34$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. D. $V = a^3 \sqrt{\frac{3}{2}}$.

Câu 36. Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ thì $m+n+p$ bằng

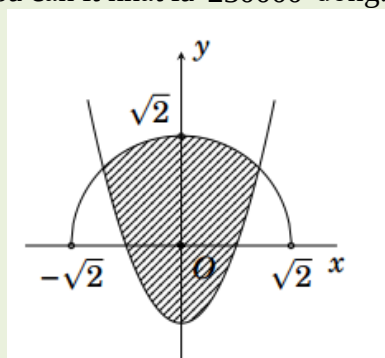
- A. 3. B. 4. C. 6. D. -3.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là:

- A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $\sqrt{14}$.

- Câu 38.** Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

- Câu 39.** Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu (phần được gạch chéo trên hình vẽ). Biết rằng phần gạch chéo là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa trên của đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{2}(m)$ Tính số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu biết rằng để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng.



- A. $\frac{3\pi - 2}{6} \times 250000$. B. $\frac{3\pi + 10}{6} \times 250000$. C. $\frac{3\pi + 10}{3} \times 250000$. D. $\frac{3\pi + 2}{6} \times 250000$.

- Câu 40.** Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m + n$.
- A. 0. B. -3. C. 3. D. 6.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1-i)\bar{z} + 2i$ là

A. Một đường tròn.

B. Một đường thẳng.

C. Một Elip.

D. Một parabol hoặc hyperbol.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A ; $AB = a$; $AC = 2a$. Đỉnh S cách đều A , B , C ; mặt bên (SAB) hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{1}{3}a^3$.

B. $V = \sqrt{3}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3$.

D. $V = a^3$.

Câu 43. Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V . Tính V .

$$\text{A. } V = \frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}.$$

B. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$.

C. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$.

D. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$.

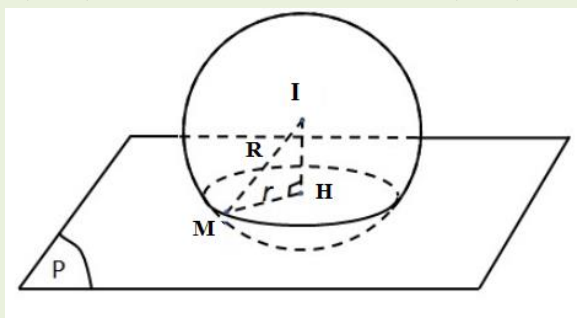
Câu 44. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r = 4$. Phương trình của (S) là:

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.



Câu 45. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

A. $S = \frac{49\pi a^2}{144}$.

B. $S = \frac{7a^2}{3}$.

C. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

D. $S = \frac{49a^2}{144}$.

Câu 46. Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường

thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ là:

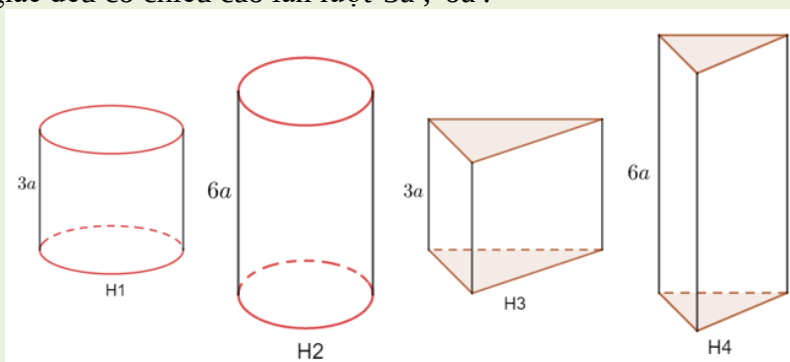
A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 47. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a$, $6a$. Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành bốn hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a$, $6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt $3a$, $6a$.



Trong 4 hình H1, H2, H3, H4 lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là:

A. H1, H4.

B. H2, H3.

C. H1, H3.

D. H2, H4.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$.

Tính $\int_0^1 x^3 f'(x) dx$.

A. -1 .

B. 1 .

C. 3 .

D. -3 .

Câu 49. Tìm tất các giá trị của tham số m để phương trình $x - m - \sqrt{9 - x^2} = 0$ có đúng một nghiệm dương?

A. $m \in (-3; 3]$.

B. $m \in [-3; 3] \cup \{-3\sqrt{2}\}$.

C. $m \in [0; 3]$.

D. $m = \pm 3\sqrt{2}$.

Câu 50. Trong tập hợp các số phức, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$, với z_2 có thành phần ảo dương. Cho số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_2|$ là

A. $\sqrt{2016} - 1$.

B. $\frac{\sqrt{2017} - 1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2016} - 1}{2}$.

D. $\sqrt{2017} - 1$.

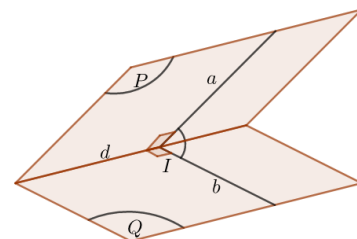
BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 01

1D	2B	3C	4B	5B	6D	7C	8C	9B	10B
11A	12B	13C	14A	15A	16B	17A	18B	19C	20D
21B	22A	23B	24A	25D	26D	27B	28A	29B	30D
31C	32B	33B	34C	35C	36B	37C	38C	39B	40A
41A	42C	43B	44D	45C	46B	47A	48A	49A	50A

HỆ THỐNG KIẾN THỨC TRỌNG TÂM ĐỀ SỐ 01

Học sinh điền vào ô trống tất cả mục sau

- Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có tiệm cận đứng là.....; tiệm cận ngang là.....
- Cho hàm số $y = u^a$ với u là hàm đa thức đại số. Hãy nêu ba trường hợp tìm tập xác định:
- Mô tả cơ bản sự khác nhau của tổ hợp và chỉnh hợp:.....
- Khi nào dùng quy tắc CỘNG, quy tắc NHÂN?
- Hãy nêu công thức tìm trung điểm của I đoạn ABtrọng tâm G của tam giác ABC
- $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} =$
- Cách tìm công sai cấp số cộng khi biết số hạng tổng quát.....
- Nêu công thức tính xác suất của biến cố A
- Viết khai triển tổng quát của $(a+b)^n$
- Viết công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích khối nón.....
- Nêu cách xác định a, b, c khi quan sát đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)
- Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại x_0 suy ra điều gì?
- Viết hệ điều kiện để xác định được góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q)



14. Nêu các công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích khối trụ tròn.....
15. Nêu ba trường hợp cơ bản của phương pháp tích phân từng phần.....
16. Nêu các tiêu chuẩn để so sánh cơ sở khi quan sát đồ thị hàm số mũ.....
17. Nêu tất cả các trường hợp tìm VTPT của mặt phẳng bằng tích có hướng hai vector.....
18. Nêu cách tìm điểm có tọa độ nguyên của các dạng hàm số phân thức.....
19. Định lí Vi-ét dành cho tam thức bậc hai $g(x) = ax^2 + bx + c$
20. Công thức tìm đạo hàm của $y = a^x$; $y = a^u$; $y = e^x$; $y = e^u$
21. Nêu phương pháp đổi biến dạng hai cho tích phân $\int_{x_1}^{x_2} f(\sqrt{a^2 - x^2}) dx$
22. Nêu công thức tính số tiền thu được khi gửi ngân hàng với hình thức lãi kép.....
23. Nêu công thức nhanh tìm khoảng cách hai mặt phẳng song song.....
24. Nêu hai trường hợp của bất phương trình logarit cơ bản.....
25. Công thức nhanh tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện có ba cạnh đôi một vuông góc nhau
26. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đồng biến trên $(\alpha; \beta)$ khi nào?

Nghịch biến trên $(\alpha; \beta)$ khi nào?

27. Nêu công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số
 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$

28. Phương trình của trục hoành.....phương trình của trục tung.....

29. Phát biểu định lí SIN trong tam giác.....

30. Nêu ba vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu.....

31. Khi đường thẳng (cần tìm) cắt đường thẳng (đã biết pt) trong không gian, ta cần làm gì?

32. Nêu nội dung của bất đẳng thức tam giác.....

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG ĐỀ 01

Câu 13. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

A. $\frac{2}{7}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{37}{42}$

D. $\frac{10}{21}$

Lời giải:

▪ Gọi Ω là không gian mẫu, ta có: $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

▪ Gọi A là biến cố: “Lấy được ít nhất 1 sách toán trong 3 quyển sách”.

$\bar{A}$ là biến cố: “Không lấy được sách toán nào trong 3 quyển sách”, khi đó: $P(\bar{A}) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{37}{42}$.

▪ Ta có: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{37}{42}$. **→ Chọn C.**

Câu 15. Số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ ($x \neq 0$) là số hạng thứ mấy?

A. 6.

B. 7.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:

- Công thức của số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_{10}^k (2x)^{10-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_{10}^k (2)^{10-k} (-1)^k (x)^{10-2k}$.
- Số hạng không chứa x ứng với $10-2k=0 \Leftrightarrow k=5$
- Vậy số hạng không chứa x là số hạng thứ 6. **→Chọn A.**

Câu 22. Cho tích phân $\int_0^1 (x-2)e^x dx = a + be$, với $a; b \in \mathbb{Z}$. Tổng $a + b$ bằng:

- A.** 1. **B.** -3. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải:

- Đặt: $\begin{cases} u = x-2 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 (x-2)e^x dx = (x-2)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = -e + 2 - e^x \Big|_0^1 = 3 - 2e = a + be$
- Ta có: $a=3, b=-2 \Rightarrow a+b=1$. **→Chọn A.**

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

- A.** $4x+5y-3z+22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$.
C. $2x+y-3z-14=0$. **D.** $4x+5y-3z-22=0$.

Lời giải:

- Mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ có các vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1;1;3)$ và $\vec{n}_2 = (2;-1;1)$.
- Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) , (R) nên (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4;5;-3)$.
- Ta lại có (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ nên $(P): 4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$.

→Chọn D.

Câu 27. Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2+3x+10}{x+2}$ là:

- A.** 16. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải:

- $M(x_0, y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $\Leftrightarrow y_0 = \frac{2x_0^2+3x_0+10}{x_0+2} = 2x_0 - 1 + \frac{12}{x_0+2}$

$$y_0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{12}{x_0 + 2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} x_0 + 2 = \pm 12 \vee x_0 + 2 = \pm 6 \\ x_0 + 2 = \pm 4 \vee x_0 + 2 = \pm 3 \\ x_0 + 2 = \pm 2 \vee x_0 + 2 = \pm 1 \end{cases}.$$

- Vậy có 12 điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị hàm số đã cho.

→ Chọn B.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + x_2^2 = 6$$

A. $m = -3$.

B. $m = 3$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$.

Lời giải:

▪ $y' = 3x^2 - 6x + m$. Theo định lí Vi-ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$.

▪ $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4 - \frac{2m}{3} \Rightarrow 4 - \frac{2m}{3} = 6 \Rightarrow m = -3$.

→ Chọn A.

Câu 29. Cho hàm số $y = \frac{3^x}{\ln 3} - 9x + 17$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đạt cực trị tại $x = 2$.

D. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{9}{\ln 3} - 1$.

Lời giải:

▪ Ta có: $y' = \frac{3^x \ln 3}{\ln 3} - 9 = 3^x - 9$.

▪ $y' = 0 \Leftrightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y		$\frac{9}{\ln 3} - 1$	

→ Chọn B.

Câu 30. Giá trị của $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx = \frac{a}{b} \pi$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = ab$.

A. $T = 35$.

B. $T = 24$.

C. $T = 12$.

D. $T = 36$.

Lời giải:

▪ Đặt $x = 3\sin t \Leftrightarrow dx = 3\cos t dt$. Đổi cận: $x = 0 \longrightarrow t = 0$; $x = 3 \longrightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

▪ Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{9 - (3\sin t)^2} \cdot 3\cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 9\cos^2 t dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 9 \cdot \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \left(\frac{9}{2}t + \frac{9}{4}\sin 2t \right) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{9}{4}\pi$.

▪ Vậy $T = 9 \cdot 4 = 36$.

→ Chọn D.

Câu 31. Một người gửi tiết kiệm với số tiền gửi là A đồng với lãi suất 6% một năm, biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính gốc cho năm tiếp theo. Sau 10 năm người đó rút ra được số tiền gốc lẫn lãi nhiều hơn số tiền ban đầu là 100 triệu đồng? Hỏi người đó phải gửi số tiền A bằng bao nhiêu?

A. 145037058,3 đồng.

B. 55839477,69 đồng.

C. 126446589 đồng.

D. 111321563,5 đồng.

Lời giải:

▪ Từ công thức lãi kép ta có $T = A(1+r)^n$.

▪ Theo đề bài ta có:
$$\begin{cases} n = 10 \\ r = 0,06 \\ T = A + 100 \end{cases} \Rightarrow 100 + A = A(1 + 0,06)^{10} \Leftrightarrow 100 = A(1,06^{10} - 1) \Leftrightarrow A = \frac{100}{1,06^{10} - 1}$$

$\Leftrightarrow A = 126446597$ (đồng).

→ Chọn C.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 1.

B. 3.

C. 9.

D. 6.

Lời giải:

▪ Dễ thấy $(P) \parallel (Q)$. Chọn $M(0; 0; -3) \in (P)$.

▪ Khi đó: $d((P); (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{|-2 \cdot (-3) + 3|}{3} = 3$.

→ Chọn B.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

A. $[3; 5]$.

B. $(1; 3]$.

C. $[1; 3]$.

D. $(1; 5)$.

Lời giải:

▪ Điều kiện: $1 < x < 5$.

▪ Ta có $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 \leq \log_2[2(5-x)]$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 10-2x \Leftrightarrow x^2-9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3.$

▪ Vậy tập nghiệm của bpt là $S = (1; 3]$. **→ Chọn B.**

Câu 34. Cho số phức $z = 3 - 5i$. Gọi $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là một căn bậc hai của z . Giá trị của biểu thức $T = x^4 + y^4$ là

A. $T = 706.$

B. $T = \frac{17}{2}.$

C. $T = \frac{43}{2}.$

D. $T = 34.$

Lời giải:

▪ Ta có $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) là một căn bậc hai của z khi và chỉ khi $w^2 = z$

$\Leftrightarrow (x + yi)^2 = 3 - 5i \Leftrightarrow x^2 - y^2 + 2xyi = 3 - 5i \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ 2xy = -5 \end{cases} (*)$

▪ Ta có $T = x^4 + y^4 = (x^2 - y^2)^2 + 2x^2y^2 = 3^2 + 2 \cdot \left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \frac{43}{2}.$ **→ Chọn C.**

Lưu ý: Học sinh có thể giải hệ (*) bằng phương pháp thế và tìm được 2 cặp số $(x; y)$ thỏa mãn. Sau đó lần lượt thay từng cặp $(x; y)$ vào T để tính giá trị biểu thức này. Tuy vậy, cách này sẽ mất nhiều thời gian hơn.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = a^3.$

B. $V = \frac{2a^3}{3}.$

C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}.$

D. $V = a^3\sqrt{\frac{3}{2}}.$

Lời giải:

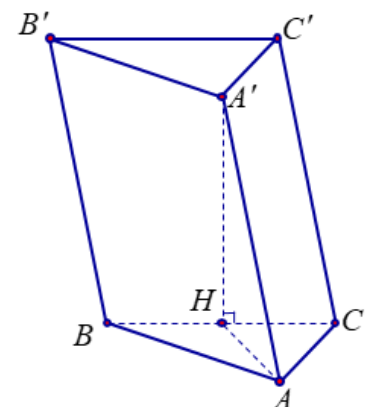
▪ Gọi H là trung điểm BC .

▪ Ta có: $A'H$ là đường cao hình lăng trụ và

$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ với $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

▪ Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}.$

→ Chọn C.



Câu 36. Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ thì $m+n+p$ bằng

A. 3

B. 4

C. 6

D. -3

Lời giải:

$$\log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 9 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{a(2b+1)}{b(1+a)}.$$

Suy ra $m=1, n=2, p=1 \Rightarrow m+n+p=4$.

→ Chọn B.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

A. $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

D. $\sqrt{14}$.

Lời giải:

☺ Cách 1:

Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Vì O, A, B, C thuộc (S) nên ta có:
$$\begin{cases} d = 0 \\ 1 + 2a + d = 0 \\ 4 - 4c + d = 0 \\ 9 + 6b + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 1 \\ d = 0 \end{cases}$$

Vậy bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{9}{4} + 1 - 0} = \frac{\sqrt{14}}{2}$. **→ Chọn C.**

☺ Cách 2:

$OABC$ là tứ diện vuông có cạnh $OA=1$, $OB=3$, $OC=2$ có bán kính mặt cầu ngoại tiếp là

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{1+9+4} = \frac{\sqrt{14}}{2}.$$

🔑 Ghi nhớ: Công thức (*) cũng là công thức nhanh để tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện có ba cạnh đôi một vuông góc nhau.

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải:

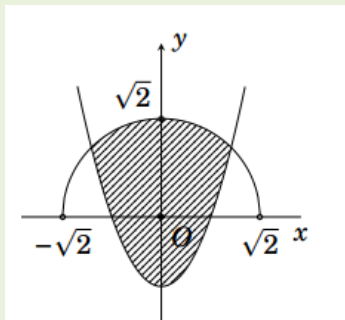
▪ Điều kiện của x : $\begin{cases} \ln x \neq 2m \\ x \in (1; e) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq e^{2m} \\ x \in (1; e) \end{cases} \Rightarrow e^{2m} \notin (1; e) \Rightarrow \begin{cases} e^{2m} \leq 1 \\ e^{2m} \geq e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1)$

▪ Điều kiện đạo hàm: $y' = \frac{6 - 2m}{x(\ln x - 2m)^2} > 0, \forall x \in (1; e) \Rightarrow 6 - 2m > 0 \Rightarrow m < 3 \quad (2)$

▪ Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m < 3 \end{cases}$.

▪ Do m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy tập S có 2 phần tử. **→ Chọn C.**

Câu 39. Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu (phần được gạch chéo trên hình vẽ). Biết rằng phần gạch chéo là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa trên của đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{2}(m)$ Tính số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu biết rằng để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng.



A. $\frac{3\pi - 2}{6} \times 250000$.

B. $\frac{3\pi + 10}{6} \times 250000$.

C. $\frac{3\pi + 10}{3} \times 250000$.

D. $\frac{3\pi + 2}{6} \times 250000$.

Lời giải:

▪ Phương trình đường tròn tâm O, bán kính bằng $\sqrt{2}(m)$ là: $x^2 + y^2 = 2 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{2 - x^2}$ với $-2 \leq x \leq 2$. Ta chọn cung tròn có tung độ không âm tức là $y = \sqrt{2 - x^2}$.

▪ Tọa độ giao điểm của Parabol và cung tròn thỏa hệ: $\begin{cases} y = \sqrt{2 - x^2} \\ y = 2x^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, y = 1 \\ x = 1, y = 1 \end{cases}$.

▪ Diện tích vườn hoa là $S = \int_{-1}^1 (\sqrt{2-x^2} - 2x^2 + 1) dx = \frac{3\pi+10}{6}$ (*)

▪ Số tiền tối thiểu để trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu là $\frac{3\pi+10}{6} \times 250000$. **→ Chọn B.**

Lưu ý: Vì đây là bài toán ứng dụng tích phân nên những khó khăn chỉ xảy ra trước khi ta viết được công thức tính diện tích (thê tích). Sau khi đã viết được công thức này, ta chỉ cần bấm máy. Nếu học sinh muốn chơi đẹp, giải tay, ta sẽ đặt $x = \sqrt{2} \sin t$ để có được kết quả (*).

Câu 40. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ (m, n là các số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Tính tổng $m + n$.
A. 0 **B. -3** **C. 3** **D. 6**

Lời giải:

▪ Đồ thị hàm số nhận $x = -\frac{d}{c} = -m - 3 = 0$ làm TCD $\Rightarrow m = -3$.

▪ Đồ thị hàm số nhận $y = \frac{a}{c} = n - 3 = 0$ làm TCN $\Rightarrow n = 3$.

▪ Vậy $m + n = 0$. **→ Chọn A.**

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = (1-i)\bar{z} + 2i$ là
A. Một đường tròn. **B. Một đường thẳng.**
C. Một Elip. **D. Một parabol hoặc hyperbol.**

Lời giải:

▪ Ta có: $w = (1-i)\bar{z} + 2i \Leftrightarrow w - 2i = (1-i)\bar{z} \Rightarrow |w - 2i| = \underbrace{|(1-i)|}_{=\sqrt{2}} \cdot \underbrace{|\bar{z}|}_{=|z|=2} \Leftrightarrow |w - 2i| = 2\sqrt{2}$.

▪ Do đó, tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(0; 2)$ và bán kính $2\sqrt{2}$.

→ Chọn A.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A ; $AB = a$; $AC = 2a$. Đỉnh S cách đều A, B, C ; mặt bên (SAB) hợp với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{1}{3}a^3$. **B. $V = \sqrt{3}a^3$.** **C. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.** **D. $V = a^3$.**

Lời giải:

▪ Gọi H là trung điểm của BC , vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Do S cách đều $A, B, C \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

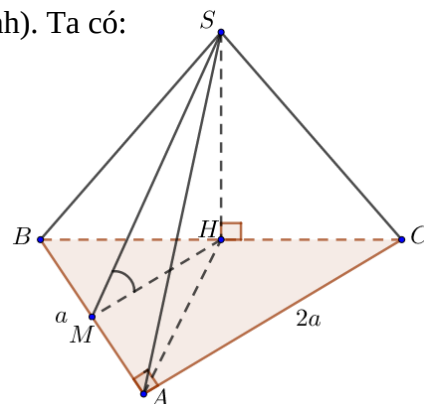
- Gọi M là trung điểm của AB thì $HM \perp AB$ (tính chất đường trung bình). Ta có:

$$\begin{cases} AB \perp HM \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMH) \Rightarrow AB \perp SM \subset (SMH).$$

- Vậy góc giữa (SAB) và (ABC) là góc $SMH = 60^\circ$.

- Ta có $HM = \frac{1}{2}AC = a$; $SH = HM \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

- Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **→ Chọn C.**



Câu 43. Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}$. B. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$. C. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$. D. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$.

Lời giải:

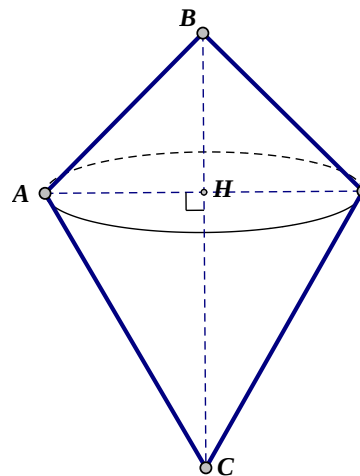
▪ Ta có $\frac{AB}{\sin 30^\circ} = \frac{AC}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin 105^\circ} \Leftrightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{BC}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}$

$$\Rightarrow \begin{cases} AC = 1 \\ BC = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

- Gọi H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A .

Ta có $\underbrace{AH \cdot BC = AB \cdot AC \cdot \sin 105^\circ}_{= \frac{1}{2}S_{ABC}} \Rightarrow AH = \frac{1}{2}$.

- Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = \frac{1}{3}\pi \cdot AH^2 \cdot BC = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$. **→ Chọn B.**



Câu 44. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r = 4$. Phương trình của (S) là

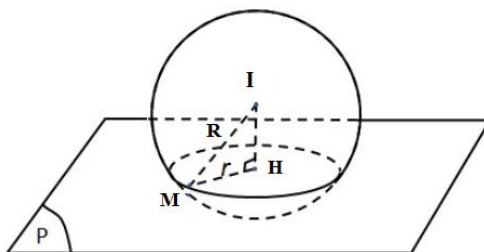
A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Lời giải:



- Ta có: $d(I, (P)) = \frac{|2+1+2+4|}{\sqrt{2^2+1+2^2}} = \frac{9}{3} = 3 = IH$.
- Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{IH^2 + r^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.
- Vậy phương trình của mặt cầu (S) là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$.

→ Chọn D.

Câu 45. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

A. $S = \frac{49\pi a^2}{144}$.

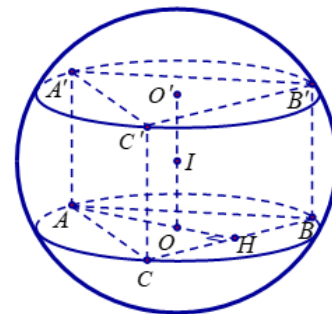
B. $S = \frac{7a^2}{3}$.

C. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$.

D. $S = \frac{49a^2}{144}$.

Lời giải:

- Gọi mặt cầu đi qua 6 đỉnh của lăng trụ là (S) tâm I , bán kính R .
- Do $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC' = R \Rightarrow$ hình chiếu của I trên các π , $(A'B'C')$ lần lượt là tâm O của ΔABC và tâm O' của $\Delta A'B'C'$.
- Mà $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều $\Rightarrow I$ là trung điểm của OO'
 $\Rightarrow OI = \frac{OO'}{2} = \frac{AA'}{2} = \frac{a}{2}$.



- Do O là tâm tam giác đều ABC cạnh $a \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.
- Trong tam giác vuông OAI có: $R = IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.
- Diện tích của mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{21a^2}{36} = \frac{7\pi a^2}{3}$.

→ Chọn C.

Câu 46. Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường

thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ là:

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

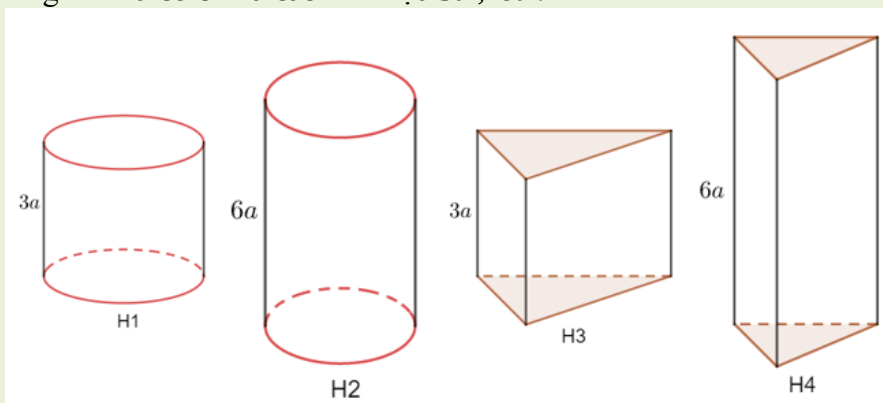
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải:

- Vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 1; -1)$.
- Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $A = \Delta \cap d_1$, $B = \Delta \cap d_2$. Suy ra: $\begin{cases} A(-1+2a; -1+a; 2-a) \\ B(1-b; 2+b; 3+3b) \end{cases}$.
- Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (-b-2a+2; b-a+3; 3b+a+1)$.
- Vì đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{u}$.
- Suy ra: $\frac{-b-2a+2}{1} = \frac{b-a+3}{1} = \frac{3b+a+1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1; 0; 1) \\ B(2; 1; 0) \end{cases}$.
- Thay $A(1; 0; 1)$ vào đường thẳng d ta thấy $A \notin d$.
- Vậy phương trình đường thẳng Δ : $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. **→ Chọn B.**

Câu 47. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a$, $6a$. Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành bốn hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a$, $6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt $3a$, $6a$.



Trong 4 hình H1, H2, H3, H4 lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là

A. H1, H4.

B. H2, H3.

C. H1, H3.

D. H2, H4.

Lời giải:

- Gọi các hình H1, H2, H3, H4 lần lượt theo thứ tự có thể tích V_1, V_2, V_3, V_4 .
- Ta có: $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi \left(\frac{6a}{2\pi} \right)^2 \cdot 3a = \frac{27}{\pi} a^3$. (Vì $2\pi r_1 = 6a \Rightarrow r_1 = \frac{6a}{2\pi}$).
- $V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi \left(\frac{3a}{2\pi} \right)^2 \cdot 6a = \frac{27}{\pi} a^3$. (Vì $2\pi r_2 = 3a \Rightarrow r_2 = \frac{3a}{2\pi}$).

$$V_3 = h_3.B_3 = 3a \cdot \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}a^3. \text{ (Đây là tam giác đều cạnh } 6a:3=2a \text{).}$$

$$V_4 = h_4.B_4 = 6a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3. \text{ (Đây là tam giác đều cạnh } 3a:3=a \text{).}$$

▪ Ta có: $V_1 > V_3 > V_2 > V_4$.

→ Chọn A.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$, $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$ Tính

$$\int_0^1 x^3 f'(x) dx.$$

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. -3.

Lời giải:

▪ Đặt $\begin{cases} u = f(x) \Rightarrow du = f'(x)dx \\ dv = x^2 dx \Rightarrow v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$

▪ Khi đó: $I = \frac{x^3}{3} f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^3}{3} f'(x) dx = \frac{1^3}{3} f(1) - 0 \cdot f(0) - \int_0^1 \frac{x^3}{3} f'(x) dx$

$$\frac{1}{3} = -\frac{1}{3} \int_0^1 x^3 f'(x) dx \Rightarrow \int_0^1 x^3 f'(x) dx = -1.$$

→ Chọn A.

Câu 49. Tìm tất các giá trị của tham số m để phương trình $x - m - \sqrt{9 - x^2} = 0$ có đúng một nghiệm dương?

A. $m \in (-3; 3]$.

B. $m \in [-3; 3] \cup \{-3\sqrt{2}\}$.

C. $m \in [0; 3]$.

D. $m = \pm 3\sqrt{2}$.

Lời giải:

▪ Điều kiện: $x \in [-3; 3]$.

▪ Ta có: $x - m - \sqrt{9 - x^2} = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{9 - x^2} = m$.

▪ Xét hàm số: $f(x) = x - \sqrt{9 - x^2}$ với $x \in [-3; 3]$. Suy ra $f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$.

$$f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{9 - x^2}}; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{9 - x^2} + x}{\sqrt{9 - x^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9 - x^2} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 9 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{\sqrt{2}} \in [-3; 3].$$

▪ BBT:

x	-3	$-\frac{3}{\sqrt{2}}$	0	3
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$f(x)$	-3	$-3\sqrt{2}$	-3	3

- Từ BBT suy ra phương trình có đúng một nghiệm dương $\Leftrightarrow m \in (-3; 3]$.

→ Chọn A.

Câu 50. Trong tập hợp các số phức, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$, với z_2 có thành phần ảo dương. Cho số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_2|$ là

A. $\sqrt{2016} - 1$.

B. $\frac{\sqrt{2017} - 1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2016} - 1}{2}$.

D. $\sqrt{2017} - 1$.

Lời giải:

- Xét phương trình $z^2 - z + \frac{2017}{4} = 0$.

Ta có: $\Delta = -2016 < 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức

$$\begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2016}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2016}}{2}i \end{cases}$$

- Khi đó: $z_1 - z_2 = i\sqrt{2016}$

$$|z - z_2| = |(z - z_1) + (z_1 - z_2)| \geq |z_1 - z_2| - |z - z_1| \Leftrightarrow P \geq \sqrt{2016} - 1.$$

- Vậy $P_{\min} = \sqrt{2016} - 1$.

→ Chọn A.

ĐỀ SỐ 02

Họ tên học sinh:	Điểm số	Nhận xét
Lớp:.....		
TRẮC NGHIỆM 50 CÂU THỜI GIAN: 90 PHÚT	BÁM SÁT CẤU TRÚC CỦA ĐỀ MINH HỌA LẦN II – 2020	
MỨC ĐỘ: 5→8 ĐIỂM	Nội dung: 05 câu tổ hợp, xác suất, dãy số, cấp số, quan hệ vuông góc – 12 câu khảo sát hàm số – 09 câu mũ và logarit – 05 câu nguyên hàm, tích phân – 05 câu số phức – 03 câu thể tích khối đa diện – 05 câu nón, trụ, cầu – 06 câu hệ tọa độ Oxyz.	

Tài năng được nuôi dưỡng trong tình lặng, còn chỉ khi
thì được hình thành qua những giống tổ của cuộc đời
W. GOETHE

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Tọa độ của điểm cực đại của đồ thị hàm số là

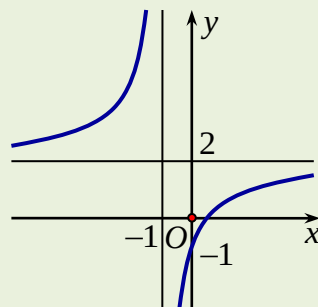
A. $(2; -2)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $\left(3; \frac{2}{3}\right)$.

D. $(1; -2)$.

Câu 2. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1;0)$ là:

A. $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$.

B. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

C. $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

D. $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$.

Câu 4. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -1)$ và $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 5. Từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 7^4 .

B. P_7 .

C. C_7^4 .

D. A_7^4 .

Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2018}(3x - x^2)$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (0; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

D. $D = (0; 3)$.

Câu 7. Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x$.

B. $P = x^{\frac{11}{6}}$.

C. $P = x^{\frac{7}{6}}$.

D. $P = x^{\frac{5}{6}}$.

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^4 + 2}{x^2}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

Câu 9. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (3 - i) = 5x - 4i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = -1, y = -1.$

B. $x = 1, y = 1.$

C. $x = -1, y = 1.$

D. $x = 1, y = -1.$

Câu 10. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Giá trị $|z_1 - z_2|$ bằng

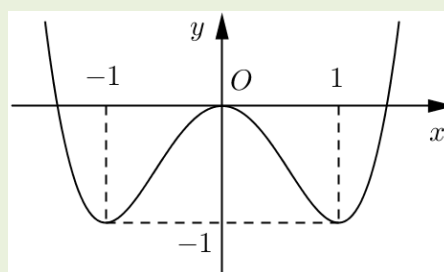
A. 5.

B. 3.

C. 8.

D. 6.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2020f(x) + 1 = 0$ là:



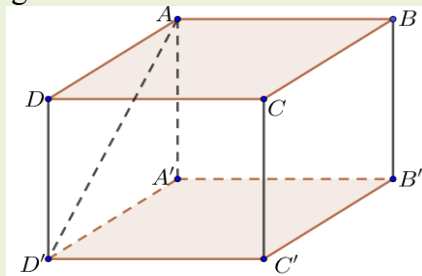
A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 12. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AD' = 3a$ là:



A. a^3 .

B. $3\sqrt{3}.a^3$.

C. $2\sqrt{2}.a^3$.

D. $\frac{27}{2\sqrt{2}}a^3$.

Câu 13. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

B. $V = \frac{\sqrt{34}a^3}{2}$.

C. $V = \frac{\sqrt{34}a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 14. Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a . Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

C. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1;-3;3)$; $B(2;-4;5)$, $C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(1;c;3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a+b+c$ bằng:

A. -5 .

B. 3 .

C. 1 .

D. -2 .

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - \frac{1}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $\frac{8}{3}$.

B. 0.

C. $\frac{10}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Câu 17. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$.

A. $u_1 = 24$.

B. $u_1 = \frac{1334}{11}$.

C. $u_1 = 96$.

D. $u_1 = \frac{217}{3}$.

Câu 18. Cho tích phân $I = \int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$. Với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ ta được:

A. $I = 3 \int_0^1 t^3 dt$.

B. $I = 3 \int_0^1 t^2 dt$.

C. $I = \int_0^1 t^3 dt$.

D. $I = 3 \int_0^1 t dt$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo góc giữa SA và (ABC) .

A. 45° .

B. 75° .

C. 60° .

D. 30° .

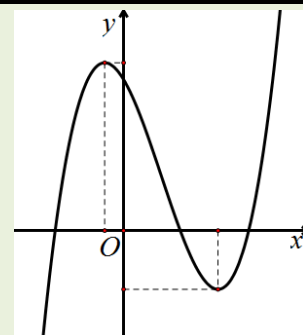
Câu 20. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d ?

A. $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$.

B. $a > 0, c > 0 > b, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



Câu 21. Cho $a > 0, b > 0$ và a khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$; $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

A. 16.

B. 12.

C. 10.

D. 18.

Câu 22. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

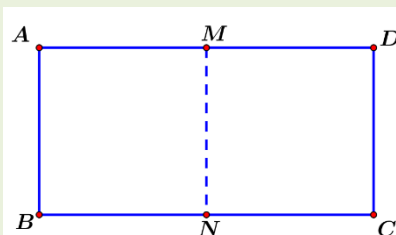
A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 8.

Câu 23. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1, AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Tính diện tích toàn phần của hình trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN .



A. $S_p = 2\pi$.

B. $S_p = 4\pi$.

C. $S_p = 6\pi$.

D. $S_p = 8\pi$.

Câu 24. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = a$, góc giữa mặt bên với mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$.

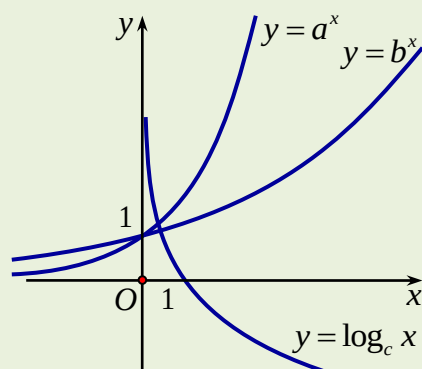
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{7a}{12}$.

C. $\frac{7a}{16}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Câu 25. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < b < c$.

B. $c < b < a$.

C. $a < c < b$.

D. $c < a < b$.

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 27. Phương trình $2^{x-3} = 5^{x^2-5x+6}$ có một nghiệm dạng $x = b + \log_a b$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 7)$. Khi đó $a + 2b$ bằng:

- A. 7. B. 24. C. 9. D. 16.

Câu 28. Ngày 01 tháng 01 năm 2019, ông An đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 01 năm 2020, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi.

- A. $800 \cdot (1,005)^{11} - 72$ (triệu đồng). B. $1200 - 400 \cdot (1,005)^{12}$ (triệu đồng).
C. $800 \cdot (1,005)^{12} - 72$ (triệu đồng). D. $1200 - 400 \cdot (1,005)^{11}$ (triệu đồng).

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ có cực tiểu mà không có cực đại.

- A. $m \leq 0$. B. $m = -1$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq 0$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 31. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ với a là số thực, b và c là các số dương, đồng thời $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + 3b + c$.

A. $P = 6$. B. $P = 5$. C. $P = -6$. D. $P = 4$.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$ là:

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .

A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = -5$.

Câu 34. Tổng bình phương các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = -x + m$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B với $AB = 2\sqrt{2}$ là:

A. 84. B. 5. C. 50. D. 2.

Câu 35. Với các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; -1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; -1; 3)$, $D \in Oy$ và có thể tích bằng 5. Tính tổng tung độ của các điểm D thỏa mãn.

A. -6. B. 2. C. 7. D. -4.

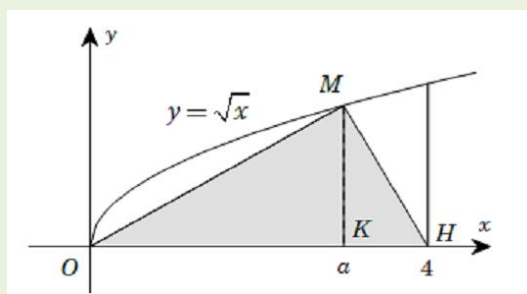
Câu 37. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2\log_2 \sqrt{x+1} \leq 2 - \log_2 (x-2)$ bằng:

A. 12. B. 9. C. 5. D. 3.

Câu 38. Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, một toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\frac{5}{16}$. B. $\frac{7}{16}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{3}{16}$.

Câu 39. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó



A. $a = 2$.

B. $a = 2\sqrt{2}$.

C. $a = \frac{5}{2}$.

D. $a = 3$.

Câu 40. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3 + 2i|z|^2 = 0$.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 6.

Câu 41. Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

A. $S = \frac{4035}{2018}$. B. $S = \frac{2017}{2018}$. C. $S = \frac{2016}{2017}$. D. $S = 2017$.

Câu 43. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $3f(-x) + 2f(x) = x^{10}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = 55$. B. $I = \frac{1}{11}$. C. $I = 11$. D. $I = \frac{1}{55}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = 2a, SC = 4a$ và $ASB = BSC = CSA = 60^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $SAO = 30^\circ$, $SAB = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng:

A. $a\sqrt{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{5}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1; 3; 2)$ là trung điểm MN . Tính độ dài đoạn MN .

A. $MN = 4\sqrt{33}$.

B. $MN = 2\sqrt{26,5}$.

C. $MN = 4\sqrt{16,5}$.

D. $MN = 2\sqrt{33}$.

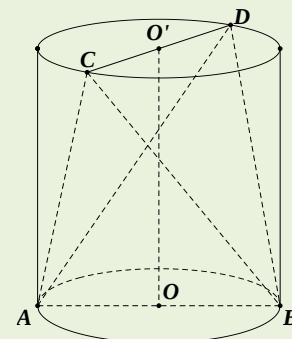
Câu 47. Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 3, các đường tròn đáy lần lượt là $(O;1)$ và $(O';1)$. Giả sử AB là đường kính cố định của $(O;1)$ và CD là đường kính thay đổi trên $(O';1)$. Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $V_{\max} = 2$.

B. $V_{\max} = 6$.

C. $V_{\max} = \frac{1}{2}$.

D. $V_{\max} = 1$.



Câu 48. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;3), B(6;-5;8)$ và $\overrightarrow{OM} = a\vec{i} + b\vec{k}$ trong đó a, b là các số thực luôn thay đổi. Nếu $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị $a - b$ bằng:

A. -25 .

B. -13 .

C. 0 .

D. 26 .

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$.

A. $\sqrt{13} + 3$.

B. $\sqrt{13} + 5$.

C. $\sqrt{13} + 1$.

D. $\sqrt{13} + 6$.

Câu 50. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho phương trình $(x+1)^3 + 3 - m = 3\sqrt[3]{3x+m}$ có đúng hai nghiệm thực. Tính tổng tất cả phân tử của tập hợp S .

A. 4. B. 2. C. 6. D. 5.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 02

1B	2A	3B	4D	5D	6D	7A	8D	9B	10D
11D	12D	13C	14D	15D	16A	17C	18A	19A	20D
21D	22A	23B	24B	25B	26D	27C	28B	29A	30B
31D	32C	33B	34C	35C	36A	37D	38D	39D	40A
41B	42B	43D	44D	45A	46C	47A	48C	49C	50C

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG ĐỀ 02

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - \frac{1}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $\frac{8}{3}$.

B. 0.

C. $\frac{10}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải:

▪ Ta có: $y' = 1 + \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in [1; 3] \Rightarrow$ Hàm số luôn đồng biến trên đoạn $[1; 3]$.

▪ Do đó: $\max_{[1;3]} y = y(3) = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$.

→ Chọn A.

Câu 17. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$.

A. $u_1 = 24$.

B. $u_1 = \frac{1334}{11}$.

C. $u_1 = 96$.

D. $u_1 = \frac{217}{3}$.

Lời giải:

▪ Ta có: $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 168 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 168 \\ u_1 \cdot q^3 + u_1 \cdot q^4 + u_1 \cdot q^5 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 168 \\ u_1 q^3(1 + q + q^2) = 21 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{168}{1 + q + q^2} \\ q^3 = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 96 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

▪ Vậy $u_1 = 96$.

→ Chọn C.

Câu 18. Cho tích phân $I = \int_0^1 \sqrt[3]{1-x} dx$. Với cách đặt $t = \sqrt[3]{1-x}$ ta được

A. $I = 3 \int_0^1 t^3 dt$.

B. $I = 3 \int_0^1 t^2 dt$.

C. $I = \int_0^1 t^3 dt$.

D. $I = 3 \int_0^1 t dt$.

Lời giải:

- Đặt $t = \sqrt[3]{1-x} \Rightarrow t^3 = 1-x \Rightarrow 3t^2 dt = -dx$.
- Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=1; x=1 \Rightarrow t=0$.
- Lúc đó: $I = -\int_1^0 t \cdot 3t^2 dt = 3 \int_0^1 t^3 dt$. **→ Chọn A.**

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Biết tam giác SBC là tam giác đều. Tính số đo của góc giữa SA và (ABC) .

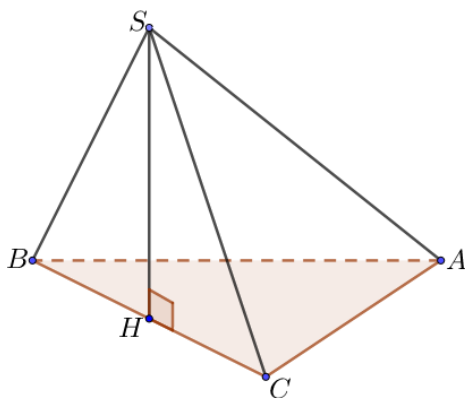
A. 45°

B. 75°

C. 60°

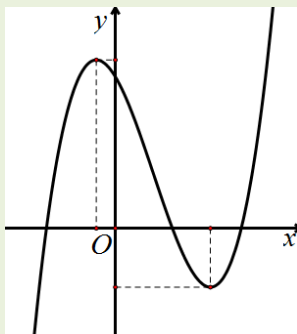
D. 30°

Lời giải:



- Hai tam giác SBC, ABC là tam giác đều cạnh a , suy ra $SH = HA = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \triangle SAH$ vuông cân tại H
 $\Rightarrow \angle SA, (ABC) = \angle SAH = 45^\circ$. **→ Chọn A.**

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d ?



A. $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$.

B. $a > 0, c > 0 > b, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải:

- Nhánh phải đồ thị đi lên nên $a > 0$.
- Đồ thị cắt Oy tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.
- Đồ thị có 2 cực trị trái dấu nên $x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow c < 0$.

→ Chọn D.

Câu 21. Cho $a > 0$, $b > 0$ và a khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$; $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

- A. 16. B. 12. C. 10. D. 18.

Lời giải:

- Nhân theo về mỗi đẳng thức đã cho, ta có: $\log_2 a \cdot \log_a b = \frac{16}{b} \cdot \frac{b}{4} = 4 \Rightarrow \log_2 b = 4 \Rightarrow b = 2^4 = 16$.
- Khi đó: $\log_2 a = \frac{16}{16} = 1 \Rightarrow a = 2$. Vì vậy: $a + b = 18$.

→ Chọn D.

Câu 22. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

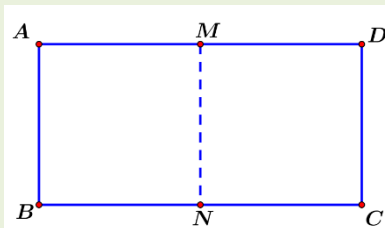
- A. 7. B. 6. C. 5. D. 8.

Lời giải:

- Ta có: $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$.
- Theo đề, ta có: $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \leq 0, \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 12m + 27 \leq 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow -9 \leq m \leq -3$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3\}$.
- Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn.

→ Chọn A.

Câu 23. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$, $AD = 2$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD , BC . Tính diện tích toàn phần của hình trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN



- A. $S_{tp} = 2\pi$. B. $S_{tp} = 4\pi$. C. $S_{tp} = 6\pi$. D. $S_{tp} = 8\pi$.

Lời giải:

- Hình trụ tạo thành có bán kính đáy $r = MD = 1$ và chiều cao $h = MN = 1$.
- Khi đó $S_{tp} = 2\pi \cdot r \cdot h + 2\pi \cdot r^2 = 4\pi$.

→ Chọn B.

Câu 24. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = a$, góc giữa mặt bên với mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$:

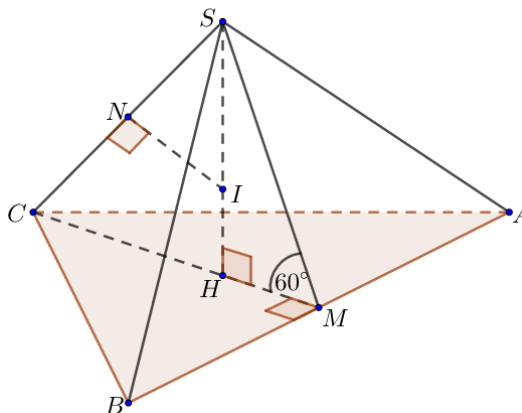
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{7a}{12}$.

C. $\frac{7a}{16}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải:



☺ Cách 1: Tự luận.

- Hình chóp $S.ABC$ đều nên SH là đường cao của hình chóp với H là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC (cũng là trọng tâm tam giác).
- Ta chứng minh được: $AB \perp (SMC)$ tại $M \Rightarrow ((SAB); (ABC)) = (SM, MC) = SMC = 60^\circ$.
- Gọi N là trung điểm của SC . Đường trung trực của SC đi qua N cắt SH tại I . I cách đều 4 điểm S, A, B, C nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$.

$$CH = \frac{2}{3}CM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}; SH = HM \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

- Xét hai tam giác đồng dạng SNI và SHC , có:

$$\frac{SI}{SC} = \frac{SN}{SH} \Rightarrow SI = \frac{\frac{1}{2}SC^2}{SH} = \frac{1}{2} \frac{SH^2 + CH^2}{SH} = \frac{1}{2} \frac{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{4}}{\frac{a}{2}} = \frac{7a}{12}.$$

→ Chọn B.

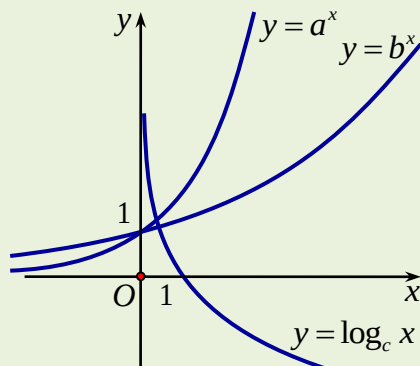
☺ Cách 2: Trắc nghiệm.

- Ta tính được: $CH = \frac{2}{3}CM = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}; SH = HM \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2} \Rightarrow h = \frac{a}{2}$.

$$SC = \sqrt{SH^2 + CH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{21}}{6} \Rightarrow b = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

- Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp: $R = \frac{b^2}{2h} = \frac{\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2}} = \frac{7a}{12}$.

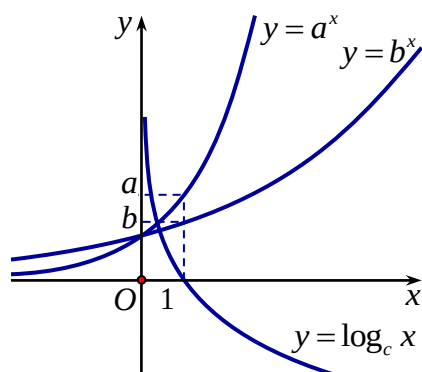
Câu 25. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a < b < c$. B. $c < b < a$. C. $a < c < b$. D. $c < a < b$.

Lời giải:



- Đồ thị hàm $y = \log_c x$ đi xuống (từ trái sang phải) nên $0 < c < 1$, đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x$ đi lên (từ trái sang phải) nên $a > 1; b > 1$. Vậy c là số nhỏ nhất trong ba số.
- Đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị hai hàm số $y = a^x, y = b^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là a và b , dễ thấy $a > b$ (hình vẽ). Vậy $c < b < a$. **→ Chọn B.**

Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Lời giải:

☺ **Cách 1: Tự luận.**

- Tập xác định: $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} - \sqrt{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}}}{1 + \frac{2}{x}} = 0 \Rightarrow y=0 \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ}$$

thị hàm số.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} y &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2+2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5x+1)^2 - x - 1}{(x^2+2x)(5x+1+\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x^2+9x}{(x^2+2x)(5x+1+\sqrt{x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x+9}{(x+2)(5x+1+\sqrt{x+1})} = \frac{9}{4} \Rightarrow x=0 \text{ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.} \end{aligned}$$

- Vậy đồ thị hàm số chỉ có 1 đường tiệm cận.

→ Chọn D.

☺ Cách 2: Trắc nghiệm.

- Tập xác định: $D = [-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

$$\text{Nhập vào máy tính bỏ túi: } \frac{5X+1-\sqrt{X+1}}{X^2+2X} \xrightarrow{\text{NEXT}} \boxed{\text{CALC}} \xrightarrow{\text{NEXT}} \boxed{X=10 \wedge 10} \xrightarrow{\text{NEXT}} \boxed{=}$$

Máy tính sẽ hiển thị $4.999999999 \times 10^{-10} \approx 0$, ta hiểu rằng: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ suy ra $y=0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\text{Tiếp tục nhập vào máy: } \frac{5X+1-\sqrt{X+1}}{X^2+2X} \xrightarrow{\text{NEXT}} \boxed{\text{CALC}} \xrightarrow{\text{NEXT}} \boxed{X=0,0000000001} \xrightarrow{\text{NEXT}} \boxed{=}$$

Máy tính hiển thị $\boxed{2,25} = \frac{9}{4}$. Ta hiểu: $\lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{9}{4}$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

- Vậy đồ thị hàm số đã cho có duy nhất một tiệm cận.

Câu 27. Phương trình $2^{x-3} = 5^{x^2-5x+6}$ có một nghiệm dạng $x = b + \log_a b$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 7)$. Khi đó $a + 2b$ bằng:

A. 7.

B. 24.

C. 9.

D. 16.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } 2^{x-3} = 5^{x^2-5x+6} \Leftrightarrow \log_2 2^{x-3} = \log_2 5^{x^2-5x+6} \Leftrightarrow x-3 = (x^2-5x+6) \log_2 5.$$

$$\Leftrightarrow x-3 = (x-3)(x-2) \log_2 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ (x-2) \log_2 5 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=2+\log_5 2 \end{cases}$$

$$\text{Xét định dạng: } x = 2 + \log_5 2 = b + \log_a b \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=5 \end{cases} \Rightarrow a+2b = 5+2.2 = 9.$$

→ Chọn C.

Câu 28. Ngày 01 tháng 01 năm 2019, ông An đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5%

một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 01 năm 2020, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi

A. $800 \cdot (1,005)^{11} - 72$ (triệu đồng).

B. $1200 - 400 \cdot (1,005)^{12}$ (triệu đồng).

C. $800 \cdot (1,005)^{12} - 72$ (triệu đồng).

D. $1200 - 400 \cdot (1,005)^{11}$ (triệu đồng).

Lời giải:

- Gửi ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất $r\%$./tháng. Mỗi tháng vào ngày ngân hàng tính lãi, rút ra số tiền là X đồng. Số tiền còn lại sau n tháng được tính theo công thức:

$$S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 800(1,005)^{12} - 6 \cdot \frac{(1,005)^{12} - 1}{0,005} = 775.3288752.$$

→ Chọn B.

Câu 29. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m \leq 0$.

B. $m = -1$.

C. $m \geq 1$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải:

$$y' = 2x^3 - 2mx = 2x(x^2 - m); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}.$$

- Nhận thấy $a = \frac{1}{2} > 0$, hàm số có cực đại mà không có cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ chỉ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m \leq 0$. → Chọn A.

Câu 30. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2 - 2x + 3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Nhận xét:

$f(x) = mx^2 - 2x + 3$ có bậc ≥ 1 nên đồ thị hàm số luôn có 1 tiệm cận ngang (vì giới hạn tại vô cùng sẽ cho một kết quả hữu hạn).

Do đó: Theo yêu cầu đề bài thì chỉ cần đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.

Lời giải:

- Với $m = 0$, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \frac{3}{2} \Rightarrow m = 0$ thỏa bài toán.

- Với $m \neq 0$, đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2 - 2x + 3 = 0$ có nghiệm kép hoặc nhận $x = 1$ làm nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_f = 0 \\ f(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{3} \\ m = -1 \end{cases}$.
- Vậy $m \in \left\{0; \frac{1}{3}; -1\right\}$. **→ Chọn B.**

Câu 31. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ với a là số thực, b và c là các số dương, đồng thời $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + 3b + c$.

A. $P = 6$. B. $P = 5$. C. $P = -6$. D. $P = 4$.

Lời giải:

- Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{dx}{x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases} \Rightarrow I = \left. \frac{-\ln x}{x} \right|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \left. \left(\frac{-\ln x}{x} + \frac{-1}{x} \right) \right|_1^2 = \frac{1}{2} - \frac{\ln 2}{2}$.
- Xét định dạng: $\frac{b}{c} + a \ln 2 = \frac{1}{2} - \frac{\ln 2}{2} \Rightarrow b = 1, c = 2, a = -\frac{1}{2} \Rightarrow P = 2a + 3b + c = 4$.

→ Chọn D.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;2)$, H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P) , số đo góc giữa mặt (P) và mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải:

- Mặt phẳng (P) qua O và nhận $\overrightarrow{OH} = (2;1;2)$ làm VTPT;
Mặt phẳng $(Q): x + y - 11 = 0$ có VTPT $\vec{n} = (1;1;0)$.
- Ta có $\cos((P), (Q)) = \frac{|\overrightarrow{OH} \cdot \vec{n}|}{OH \cdot |\vec{n}|} = \frac{3}{3 \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow ((P), (Q)) = 45^\circ$.

→ Chọn C.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .

A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = -5$.

Lời giải:

- Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 1)$, bán kính $R = 3$.

- Điều kiện để (P) và (S) tiếp xúc nhau: $d(I; (P)) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|1-m^2-3m|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+3m-10=0 \\ m^2+3m+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-5 \end{cases} \rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 34. Tổng bình phương các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = -x + m$ cắt đồ thị $(C): y = \frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B với $AB = 2\sqrt{2}$ là:

- A. 84. B. 5. C. 50. D. 2.

Lời giải:

- Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và $(C): \frac{-2x+1}{x+1} = -x+m \Leftrightarrow -2x+1 = (-x+m)(x+1); (x \neq -1) \Leftrightarrow x^2 - (m+1)x + 1 - m = 0 \quad (1).$

- Điều kiện để (1) có hai nghiệm phân biệt: $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 - 2\sqrt{3} \\ m > -3 + 2\sqrt{3} \end{cases} \quad (1).$

- Gọi $A(x_1; -x_1 + m), B(x_2; -x_2 + m)$ suy ra $\overline{AB} = (x_2 - x_1; x_1 - x_2)$
 $\Rightarrow AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_1 - x_2)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow AB^2 = 2(x_1 - x_2)^2 \Leftrightarrow 2(x_1 - x_2)^2 = 8$
 $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 4 \quad (2)$

Theo định lý Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = m+1 \\ x_1x_2 = 1-m \end{cases}$

$$(2) \Leftrightarrow m^2 + 6m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-7 \end{cases} \text{ (thỏa mãn (1)).}$$

- Vậy tổng bình phương các giá trị của tham số m là 50. $\rightarrow$ Chọn C.

Lưu ý: Trong trắc nghiệm, ta có thể xử lý như sau:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_1 - x_2)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2}|x_2 - x_1| = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{\Delta_{y'}}}{|a_{y'}|} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{m^2 + 6m - 3}}{1} = 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 6m - 3 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-7 \end{cases} \text{ (Vậy là không cần phải dừng lại thực hiện Định lý Vi-ét, ta đã nhanh chóng tìm được đáp số).}$$

Câu 35. Với các số thực x, y dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

Lời giải:

- Đặt $t = \log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right) \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t & (1) \\ y = 6^t & (2) \\ \frac{x+y}{6} = 4^t & (3) \end{cases}$.
- Thay (1) và (2) vào (3), ta được: $9^t + 6^t = 6 \cdot 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^{2t} + \left(\frac{3}{2} \right)^t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^t = 2$.
- Lấy (1) chia (2) theo vế: $\frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{3}{2} \right)^t = 2$. **→ Chọn C.**

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; -1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; -1; 3)$, $D \in Oy$ và có thể tích bằng 5. Tính tổng tung độ của các điểm D .

- A. -6. B. 2. C. 7. D. -4.

Lời giải:

- Gọi $D(0; y; 0) \in Oy$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (0; 0; 2)$, $\overrightarrow{AD} = (-2; y+1; -1)$.
- Khi đó: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; -2; 0)$, suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \overrightarrow{AD} = -2 \cdot 2 - 2(y+1) = -2y - 6$.
- $V = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \overrightarrow{AD}| = \frac{|-2y-6|}{6} = 5 \Leftrightarrow |2y+6| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} 2y+6=30 \\ 2y+6=-30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=12=y_1 \\ y=-18=y_2 \end{cases}$.
- Vậy $y_1 + y_2 = 12 - 18 = -6$. **→ Chọn A.**

Câu 37. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2\log_2 \sqrt{x+1} \leq 2 - \log_2 (x-2)$ bằng

- A. 12. B. 9. C. 5. D. 3.

Lời giải:

- Điều kiện: $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2 \quad (1)$
- $2\log_2 \sqrt{x+1} \leq 2 - \log_2 (x-2) \Leftrightarrow \log_2 (x+1) \leq \log_2 \frac{4}{x-2} \Leftrightarrow x+1 \leq \frac{4}{x-2}$
 $\Leftrightarrow (x+1)(x-2) \leq 4$, do $x > 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3 \quad (2)$
- Giao nghiệm (1) và (2) ta được: $x \in (2; 3]$. Vì x nguyên nên $x = 3$.
- Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình bằng 3. **→ Chọn D.**

Câu 38. Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, một toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

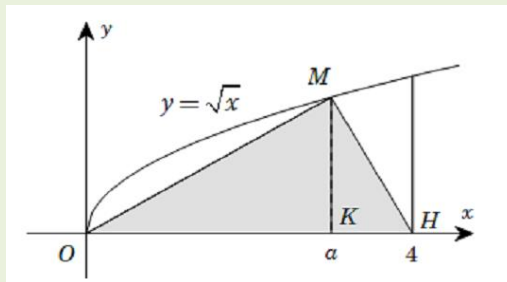
- A. $\frac{5}{16}$. B. $\frac{7}{16}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{3}{16}$.

Lời giải:

- Gọi Ω là không gian mẫu, ta có: $n(\Omega) = 4.4.4.4 = 256$.
- **Chọn 1 toa để xếp 3 người vào:**
Chọn 1 toa trong 4 toa: có 4 cách chọn.
Chọn 3 người từ 4 người để xếp vào toa đó: có C_4^3 cách.
Vậy có $4C_4^3$ cách chọn thỏa mãn.
- **Chọn 1 toa còn lại từ 3 toa để xếp 1 người vào:** có 3 cách chọn.
- Tổng số cách chọn thỏa mãn là: $n(A) = 4C_4^3.3 = 48$ (cách).
- Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{256} = \frac{3}{16}$.

→ Chọn D.

Câu 39. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó:



A. $a = 2$.

B. $a = 2\sqrt{2}$.

C. $a = \frac{5}{2}$.

D. $a = 3$.

Lời giải:

- Ta có: $V = \pi \int_0^4 x dx = \pi \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi$. Mà $V = 2V_1 \Rightarrow V_1 = 4\pi$.
- Gọi K là hình chiếu của M trên $Ox \Rightarrow OK = a, KH = 4 - a, MK = \sqrt{a}$.
- Khi xoay tam giác OMH quanh Ox ta được khối tròn xoay là sự lắp ghép của hai khối nón sinh bởi các tam giác OMK, MHK , hai khối nón đó có cùng mặt đáy và có tổng chiều cao là $OH = 4$ nên thể tích của khối tròn xoay đó là $V_1 = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot (\sqrt{a})^2 = \frac{4\pi a}{3}$.
- Ta có $\frac{4\pi a}{3} = 4\pi \Rightarrow a = 3$.

→ Chọn D.

Câu 40. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3 + 2i|z|^2 = 0$.

A. 4

B. 3

C. 2

D. 6

Lời giải:

$$z^3 + 2i|z|^2 = 0 \Leftrightarrow z^3 + 2izz\bar{z} = 0 \Leftrightarrow z(z^2 + 2i\bar{z}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 0 \\ z^2 + 2i\bar{z} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Gọi $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó (2) trở thành:

$$x^2 - y^2 + 2y + 2x(y+1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 0 \\ 2x(y+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2y = 0 \\ x = 0 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Trường hợp 1: $\begin{cases} x = 0 \\ x^2 - y^2 + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ y = 2 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} z = 0 \\ z = 2i \end{cases}$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} y = -1 \\ x^2 - y^2 + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} z = \sqrt{3} - i \\ z = -\sqrt{3} - i \end{cases}$.

Vậy có 4 số phức thỏa mãn đề bài.

→ Chọn A.

Câu 41. Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng:

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải:

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z .

$$\text{Ta có } w = \frac{z+2}{z-2i} = \frac{x+2+yi}{x+(y-2)i} = \frac{(x+2+yi)[x-(y-2)i]}{x^2+(y-2)^2}$$

$$= \frac{x(x+2)+y(y-2)+[-(x+2)(y-2)+xy]i}{x^2+(y-2)^2}.$$

w là số thuần ảo $\Leftrightarrow x(x+2)+y(y-2)=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+2x-2y=0$.

Vậy điểm M thuộc đường tròn tâm $I(-1;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

→ Chọn B.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

A. $S = \frac{4035}{2018}$

B. $S = \frac{2017}{2018}$

C. $S = \frac{2016}{2017}$

D. $S = 2017$

Lời giải:

▪ Ta có $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{\left(\frac{x}{x+1}\right)'}{\frac{x}{x+1}} = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

▪ Do đó $S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}$. **→ Chọn B.**

Câu 43. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $3f(-x) + 2f(x) = x^{10}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = 55$.

B. $I = \frac{1}{11}$.

C. $I = 11$.

D. $I = \frac{1}{55}$.

Lời giải:

▪ Ta có $3f(-x) + 2f(x) = x^{10}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Thay $x = -x$ ta được $3f(x) + 2f(-x) = x^{10}, \forall x \in \mathbb{R}$.

▪ Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} 3f(-x) + 2f(x) = x^{10} & (1) \\ 3f(x) + 2f(-x) = x^{10} & (2) \end{cases}$.

▪ Lấy (1) trừ (2) theo vế, ta có: $f(-x) - f(x) = 0 \Leftrightarrow f(-x) = f(x) & (3)$

Thay (3) vào (1): $5f(x) = x^{10}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{5}x^{10}, \forall x \in \mathbb{R}$.

▪ Khi đó $I = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \frac{x^{10}}{5}dx = \frac{x^{11}}{55} \Big|_0^1 = \frac{1}{55}$. **→ Chọn D.**

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = 2a, SC = 4a$ và $ASB = BSC = CSA = 60^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

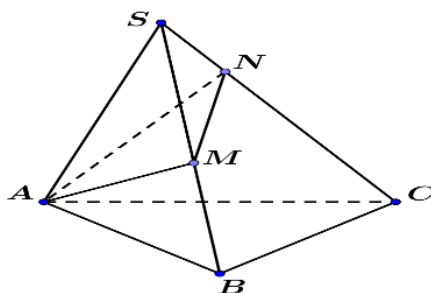
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải:

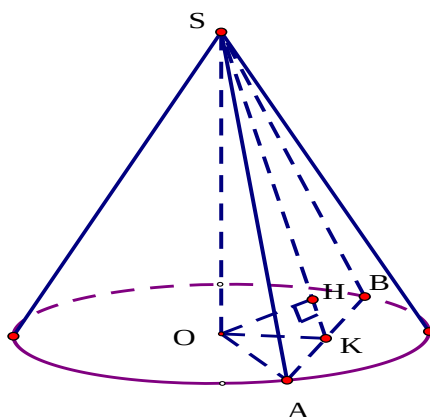


- Gọi $M \in SB, N \in SC$ sao cho $SA = SM = SN = a$.
- Xét $ASB = BSC = CSA = 60^\circ \Rightarrow \triangle SAM; \triangle SMN; \triangle SNA; \triangle AMN$ là các tam giác đều cạnh a . Do đó $SAMN$ là tứ diện đều cạnh a , suy ra $V_{SAMN} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.
- Lại có $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{SABC} = 8V_{SAMN} = 8 \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{3}$. → Chọn D.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $SAO = 30^\circ, SAB = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải:



- Gọi K là trung điểm của AB ta có $OK \perp AB$ (vì tam giác OAB cân tại O); hơn nữa $SO \perp AB$ nên $AB \perp (SOK)$.

- Trong tam giác SOK , kẻ đường cao OH , ta có: $\begin{cases} OH \perp SK \\ OH \perp AB \text{ (do } AB \perp (SOK)) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB)$. Vậy

$$OH = d(O, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

- Xét tam giác SAO ta có: $\sin SAO = \frac{SO}{SA} = \frac{1}{2} \Rightarrow SO = \frac{SA}{2}$.

$$\text{Xét tam giác } SAB \text{ ta có: } \sin SAB = \frac{SK}{SA} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SK = \frac{SA\sqrt{3}}{2}.$$

- Xét tam giác SOK ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{SK^2 - SO^2} + \frac{1}{SO^2}$
 $\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{\frac{3SA^2}{4} - \frac{SA^2}{4}} + \frac{1}{\frac{SA^2}{4}} = \frac{2}{SA^2} + \frac{4}{SA^2} \Rightarrow \frac{6}{SA^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow SA^2 = 2a^2 \Rightarrow SA = a\sqrt{2}.$

→ Chọn A.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1;3;2)$ là trung điểm MN . Tính độ dài đoạn MN .

- A. $MN = 4\sqrt{33}$. B. $MN = 2\sqrt{26,5}$. C. $MN = 4\sqrt{16,5}$. D. $MN = 2\sqrt{33}$.

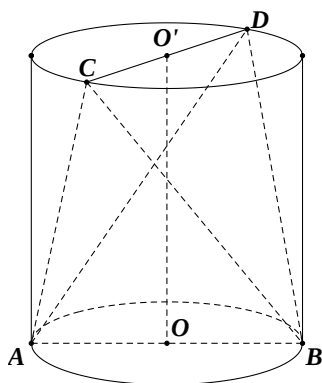
Lời giải:

- Vì $N = \Delta \cap d$ nên $N \in d$, ta gọi $N(-2+2t; 1+t; 1-t)$.
- $A(1;3;2)$ là trung điểm MN nên $\begin{cases} x_M = 2x_A - x_N \\ y_M = 2y_A - y_N \\ z_M = 2z_A - z_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 4-2t, \\ y_M = 5-t, \\ z_M = 3+t. \end{cases}$
- Vì $M = \Delta \cap (P)$ nên $M \in (P)$, do đó $2(4-2t) - (5-t) + (3+t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.
Do đó $M(8;7;1)$ và $N(-6;-1;3)$. Vậy $MN = 2\sqrt{66} = 4\sqrt{16,5}$. → Chọn C.

Câu 47. Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 3, các đường tròn đáy lần lượt là $(O;1)$ và $(O';1)$. Giả sử AB là đường kính cố định của $(O;1)$ và CD là đường kính thay đổi trên $(O';1)$. Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối tứ diện $ABCD$.

- A. $V_{\max} = 2$. B. $V_{\max} = 6$. C. $V_{\max} = \frac{1}{2}$. D. $V_{\max} = 1$.

Lời giải:



- Gọi α là số đo góc giữa AB và CD .
- Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot d(AB; CD) \cdot \sin \alpha = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin \alpha = 2 \sin \alpha \leq 2$.
- Do đó V_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất là 2, khi đó $AB \perp CD$.

→ Chọn A.

Câu 48. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(6; -5; 8)$ và $\overrightarrow{OM} = a\vec{i} + b\vec{k}$ trong đó a, b là các số thực luôn thay đổi. Nếu $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị $a - b$ bằng

A. -25.

B. -13.

C. 0.

D. 26.

Lời giải:

- Ta có: $\overrightarrow{OM} = a\vec{i} + b\vec{k} \Rightarrow M(a; 0; b)$
- $\overrightarrow{MA} = (-1 - a; 2; 3 - b)$; $\overrightarrow{MB} = (6 - a; -5; 8 - b) \Rightarrow -2\overrightarrow{MB} = (-12 + 2a; 10; -16 + 2b)$
 $\Rightarrow \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = (a - 13; 12; b - 13)$
 $\Rightarrow |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}| = \sqrt{(a - 13)^2 + 12^2 + (b - 13)^2} \geq 12$.
- Vậy $|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}|_{\min} = 12$. Khi đó $\begin{cases} a = 13 \\ b = 13 \end{cases} \Rightarrow a - b = 0$.

→ Chọn C.

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$.

A. $\sqrt{13} + 3$.

B. $\sqrt{13} + 5$.

C. $\sqrt{13} + 1$.

D. $\sqrt{13} + 6$.

Lưu ý: Học sinh cần nắm vững :

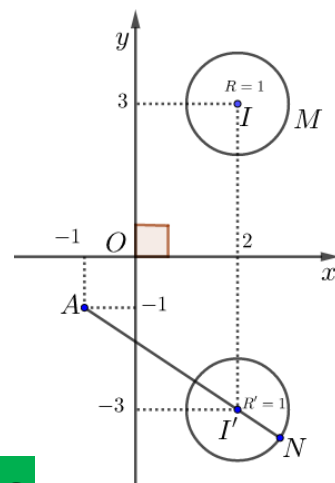
- $|z - z_1| = |x + yi - (a + bi)| = MN$ với $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z , $N(a; b)$ là điểm biểu diễn của z_1 .
- Nếu $|z - (a + bi)| = k > 0$ thì điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho z di chuyển trên đường tròn tâm $I(a; b)$, bán kính $R = k$.
- Nếu M và M' lần lượt là các điểm biểu diễn của z và $\bar{z}$ thì M, M' đối xứng nhau qua Ox .

Lời giải:

- Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của hai số phức $z = x + yi$ và $\bar{z} = x - yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).
- Ta có: $|z - 2 - 3i| = 1 \Leftrightarrow |z - (2 + 3i)| = 1$. Do đó M chuyển động trên đường tròn (C) có tâm $I(2; 3)$, bán kính $R = 1$ (xem hình).
- Vì M và N luôn đối xứng nhau qua Ox nên N chuyển động trên đường tròn (C') có tâm $I'(2; -3)$, bán kính $R' = R = 1$ (xem hình).
- Xét $|\bar{z} + 1 + i| = |\bar{z} - (-1 - i)| = NA$ với $N(x; -y)$, $A(-1; -1)$. Theo hình vẽ, ta thấy:

$$|\bar{z} + 1 + i|_{\max} = NA_{\max} = AI' + R' = \sqrt{3^2 + (-2)^2} + 1 = \sqrt{13} + 1.$$

→ Chọn C.



Câu 50. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho phương trình $(x+1)^3 + 3 - m = 3\sqrt[3]{3x+m}$ có đúng hai nghiệm thực. Tính tổng tất cả phần tử của tập hợp S .

A. 4.

B. 2.

C. 6.

D. 5.

Yêu cầu: Học sinh cần biết cách vận dụng tính đơn điệu của hàm đặc trưng vào giải phương trình, tính chất ấy được phát biểu như sau :

$$\circ \begin{cases} f u = f v \\ f t \text{ đơn điệu trên tập điều kiện} \end{cases} \Leftrightarrow u = v.$$

- Cách đơn giản nhất để chứng minh $f(t)$ đơn điệu là tính đạo hàm và chứng minh đạo hàm chỉ mang một dấu duy nhất (luôn âm hoặc luôn dương).

Lời giải:

- Ta có : $(x+1)^3 + 3 - m = 3\sqrt[3]{3x+m} \Leftrightarrow (x+1)^3 + 3(x+1) = 3x+m + 3\sqrt[3]{3x+m} \quad (*)$
- Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t$; $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Do đó $(*) \Leftrightarrow x+1 = \sqrt[3]{3x+m} \Leftrightarrow (x+1)^3 - 3x = m$.
- Xét $f(x) = (x+1)^3 - 3x$; $f'(x) = 3(x+1)^2 - 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m = 5; m = 1$. Ta có: $5 + 1 = 6$. → Chọn C.

HỆ THỐNG LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM ĐỀ SỐ 02

(Học sinh điền vào ô trống)

1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ có dạng
2. Phân biệt tổ hợp và chỉnh hợp
3. Điều kiện xác định của hàm $y = \ln u$ là
 Đạo hàm của hàm $y = \ln u$ là
4. Nêu công thức: $x^m \cdot x^n$ và $\sqrt[m]{x^n}$
5. Công thức nguyên hàm của $\frac{1}{x^2}$ là
6. Thể tích của khối lập phương cạnh x là
7. Nêu công thức diện tích xung quanh của hình nón
8. Nêu định nghĩa của cấp số nhân (viết số hạng tổng quát của nó)
9. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (với $a \neq 0$) đồng biến trên TXĐ $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi nào và nghịch biến trên TXĐ $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi nào?
10. Công thức diện tích toàn phần của khối trụ tròn
11. Công thức nhanh tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều
12. Nêu hai tiêu chí cơ bản để so sánh cơ sở khi đề bài cho các đồ thị hàm mũ
13. Cách tìm tiệm cận ngang
 Cách tìm tiệm cận đứng
14. Phương trình $a^{f(x)} = b^{g(x)}$ được giải bằng cách nào
15. Công thức tính số tiền nhận được khi gửi tiền vào ngân hàng theo hình thức: hàng tháng rút ra một số tiền cố định để tiêu xài
16. Nêu thứ tự đặt u, dv trong tích phân từng phần

17. Điều kiện để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R là gì

18. Công thức tính nhanh: $|x_1 - x_2|$ khi có phương trình hoành độ giao điểm dạng bậc hai

19. Gặp dạng đề kiểu: $\log_a x = \log_b y = \log_c z$, ta thường làm gì trước (sau khi đặt điều kiện).

20. Công thức thể tích tứ diện $ABCD$ khi đã có tọa độ các điểm

21. Nêu cách giải BPT: $\log_a f(x) \geq \log_a g(x)$ trong hai trường hợp của a .

22. Nêu công thức tìm xác suất biến cố

23. Viết công thức tách phân số: $\frac{1}{n(n+1)}$; $\frac{1}{mn}$ biết $m, n \in \mathbb{Z}$

24. Một tam giác cân cần điều kiện gì về góc để trở thành tam giác đều

Thể tích tứ diện đều cạnh a là

Nêu công thức về tỉ lệ thể tích đối với khối chóp (Vẽ hình)

25. Trong không gian Oxyz, khi tìm điểm thuộc đường thẳng (có phương trình) thì ta làm gì trước tiên?

Điểm A đối xứng với B qua I , nêu công thức nhanh tìm tọa độ A

26. Một tứ diện có hai cạnh đối AB, CD tạo với nhau góc α và khoảng cách giữa chúng là h , hãy nêu công thức nhanh để tìm thể tích tứ diện này

27. Cho phương trình dạng $f(u) = f(v)$, điều kiện nào đi kèm để: $f(u) = f(v) \Leftrightarrow u = v$?

HẾT

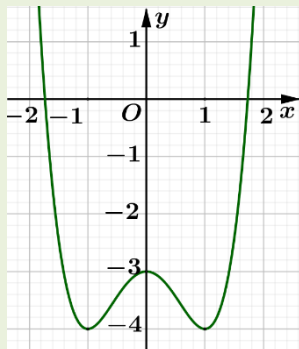
ĐỀ SỐ 03

Họ tên học sinh:	Điểm số	Nhận xét
Lớp:.....		
TRẮC NGHIỆM 50 CÂU THỜI GIAN: 90 PHÚT	BÁM SÁT CẤU TRÚC CỦA ĐỀ MINH HỌA LẦN II – 2020	
MỨC ĐỘ: 5→8 ĐIỂM	Nội dung: 05 câu tổ hợp, xác suất, dãy số, cấp số, quan hệ vuông góc – 11 câu khảo sát hàm số – 06 câu mũ và logarit – 07 câu nguyên hàm, tích phân – 05 câu số phức – 04 câu thể tích khối đa diện – 05 câu nón, trụ, cầu – 07 câu hệ tọa độ Oxyz.	



Khí, kieng nhất là hung hăng
Tâm, kieng nhất là hẹp hòi
Tài, kieng nhất là bợc lộ
_____Lữ Khôn_____

Câu 1. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



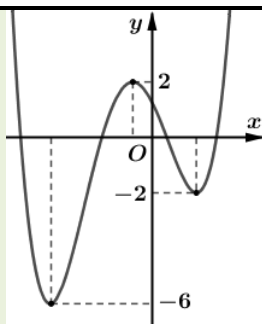
A. $y = -x^3 + x^2 - 2$.

B. $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^2 + x - 1$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x) - 1 = 0$ có mấy nghiệm?



A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	-	0	+
y''	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 1.

B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

D. Hàm số $y = f(x)$ có đúng một cực trị.

Câu 4. Từ một nhóm có 10 học sinh nam và 8 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

A. $C_{10}^3 \cdot C_8^2$.

B. $A_{10}^2 \cdot A_8^2$.

C. $A_{10}^2 + A_8^2$.

D. $C_{10}^3 + C_8^2$.

Câu 5. Xác định a để 3 số $1+2a; 2a^2-1; -2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của a .

B. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $a = \pm 3$.

D. $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. Rút gọn biểu thức $A = [\sqrt{2}a(1+a^2) - 2\sqrt{2}a] : a^2(1-a^{-2})$ với $a \neq 0$ và $a \neq \pm 1$ ta được

A. $A = 2a$.

B. $A = \frac{\sqrt{2}}{a}$.

C. $A = \frac{2}{a}$.

D. $A = \sqrt{2}a$.

Câu 7. Cho phương trình $13^{1-2x} - 13^{-x} - 12 = 0$. Bằng cách đặt $t = 13^x$ phương trình trở thành phương trình nào sau đây?

A. $12t^2 - t - 13 = 0$.

B. $13t^2 - t - 12 = 0$.

C. $12t^2 + t - 13 = 0$.

D. $13t^2 + t - 2 = 0$.

Câu 8. Số phức z nào sau đây thỏa $|z| = \sqrt{5}$ và z là số thuần ảo?

A. $z = \sqrt{5}$.

B. $z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$.

C. $z = 5i$.

D. $z = -\sqrt{5}i$.

Câu 9. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{2x}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$.

B. $F(x) = 2e^{2x}\left(x - \frac{1}{2}\right) + C$.

C. $F(x) = 2e^{2x}(x - 2) + C$.

D. $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}(x - 2) + C$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq 0$ là:

A. $(1; 2]$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-\infty; 2]$.

D. $[2; +\infty)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là:

A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Câu 12. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng :

A. 1.

B. -3.

C. 3.

D. -1.

Câu 13. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

A. $h = a$.

B. $h = 3a$.

C. $h = 9a$.

D. $h = \frac{a}{3}$.

Câu 14. Cho hình nón tròn xoay có đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón lần lượt là

A. $S_{xq} = \pi a^2$ và $V = \frac{\sqrt{6}}{24} a^3$.

B. $S_{xq} = 2\pi a^2$ và $V = \frac{\sqrt{6}}{12} a^3$.

C. $S_{xq} = 3\pi a^2$ và $V = \frac{\sqrt{6}}{4} a^3$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$ và $V = \frac{\sqrt{6}}{8} a^3$.

Câu 15. Hai người A , B đang chạy xe ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai xe tiếp tục di chuyển theo chiều của mình thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một người di chuyển tiếp với vận tốc $v_1(t) = 6 - 3t$ mét trên giây, người còn lại di chuyển với vận tốc $v_2(t) = 12 - 4t$ mét trên giây. Tính khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn.

A. 25 mét.

B. 22 mét.

C. 20 mét.

D. 24 mét.

Câu 16. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $3\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. πa^3 .

Câu 17. Cho hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

B. $(0; 3)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính tọa độ điểm M .

A. $M(-1; 4; -2)$.

B. $M(-1; 4; 2)$.

C. $M(1; -4; -2)$.

D. $M(-1; -4; 2)$.

Câu 19. Cho khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển trên.

A. 80.

B. 160.

C. 240.

D. 60.

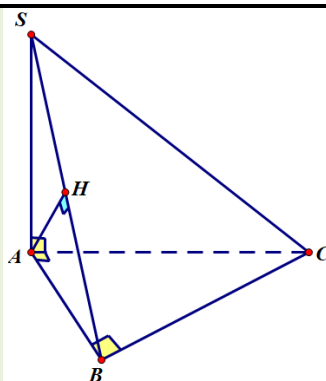
Câu 20. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , AH là đường cao trong tam giác SAB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

A. $AH \perp AC$.

B. $AH \perp BC$.

C. $SA \perp BC$.

D. $AH \perp SC$.



Câu 21. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ.

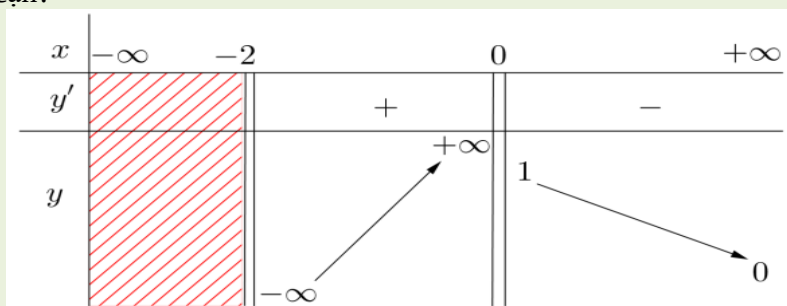
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A.1.

B.3.

C.2.

D.4.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^4 x - \cos^2 x + 4$ bằng:

A. 5.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 4.

D. $\frac{17}{4}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$ và $D(0;m;p)$. Hệ thức liên hệ giữa m và p để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là
A. $m+p=3$. **B.** $2m-3p=3$. **C.** $2m+p=3$. **D.** $m+2p=3$.

Câu 25. Cho hai điểm $A(1;-1;5)$, $B(0;0;1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với trục Oy có phương trình là
A. $4x-z+1=0$. **B.** $4x+y-z+1=0$. **C.** $2x+z-5=0$. **D.** $x+4z-1=0$.

Câu 26. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2(a+b)$ bằng
A. $\frac{1}{2}(3+\log_2 a + \log_2 b)$. **B.** $\frac{1}{2}(1+\log_2 a + \log_2 b)$.
C. $1+\frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$. **D.** $2+\frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Câu 27. Dân số thế giới cuối năm 2010, ước tính khoảng 7 tỉ người. Hỏi với mức tăng trưởng 1,5% mỗi năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm nữa dân số thế giới sẽ lên đến 10 tỉ người?
A. 2. **B.** 28. **C.** 23. **D.** 24.

Câu 28. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

A. $I = \frac{1}{e}$.

B. $I = \frac{1}{2}$.

C. $I = e$.

D. $I = 1$.

Câu 29. Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=8$.

B. $a+b=8$.

C. $2a-b=8$.

D. $a-b=8$.

Câu 30. Tìm m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt thuộc hai nhánh đồ thị.

A. $m \in (-\infty; 0)$.

B. $m \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right) \setminus \{0\}$.

C. $m \in (0; +\infty)$.

D. $m = 0$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có các điểm cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

A. 1.

B. -1.

C. $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. 2.

Câu 32. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$.

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2017} z_0$?

- A. $M(3; -1)$. B. $M(3; 1)$. C. $M(-3; 1)$. D. $M(-3; -1)$.

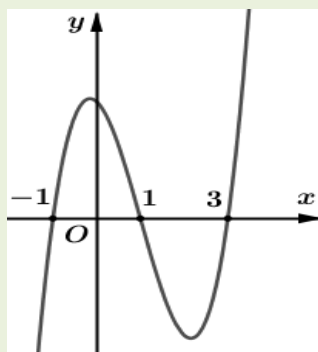
Câu 33. Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 2| = |z|$ và $(z + 1)(\bar{z} - i)$ là số thực.

- A. $z = 1 + 2i$. B. $z = -1 - 2i$. C. $z = 2 - i$. D. $z = 1 - 2i$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$. D. $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y = f(1 - x)$ nghịch biến trên khoảng nào?



- A. $(-2; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(-1; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 36. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2+3\tan x}}{1+\cos 2x} dx = a\sqrt{5} + b\sqrt{2}$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính giá trị biểu thức $A = a + b$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 37. Cho các số phức z thỏa mãn $|z - i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = iz + 1 - i$ là đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $r = 22$.

B. $r = 20$.

C. $r = 4$.

D. $r = 5$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S , hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc nhau. Tính tỉ số $\frac{V}{a^3}$ biết V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 39. Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Tính thể tích V của khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{18}$.

C. $V = \frac{9\sqrt{2}}{32}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 40. Cho khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của một hình lập phương. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu và khối lập phương đó. Tính $k = \frac{V_1}{V_2}$.

A. $k = \frac{2\pi}{3}$.

B. $k = \frac{\pi}{6}$.

C. $k = \frac{\pi}{3}$.

D. $k = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41. Xét hình trụ (T) nội tiếp một mặt cầu bán kính R và S là diện tích thiết diện qua trục của (T) . Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T) biết S đạt giá trị lớn nhất.

A. $S_{xq} = \frac{2\pi R^2}{3}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi R^2}{3}$.

C. $S_{xq} = 2\pi R^2$.

D. $S_{xq} = \pi R^2$.

Câu 42. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O). Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 0$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1$.

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $l = 2\sqrt{13}$. B. $l = 2\sqrt{41}$. C. $l = 2\sqrt{26}$. D. $l = 2\sqrt{11}$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị $x \in (1; 64)$.

- A. $m \leq 0$. B. $m \geq 0$. C. $m < 0$. D. $m > 0$.

Câu 45. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A, B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') . Biết $AB = 2a$ và

khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đáy bằng:

A. $\frac{a\sqrt{17}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{14}}{9}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B . Độ dài đoạn AB là:

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. 5.

D. $\sqrt{15}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (3-x)(x^2-1) + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

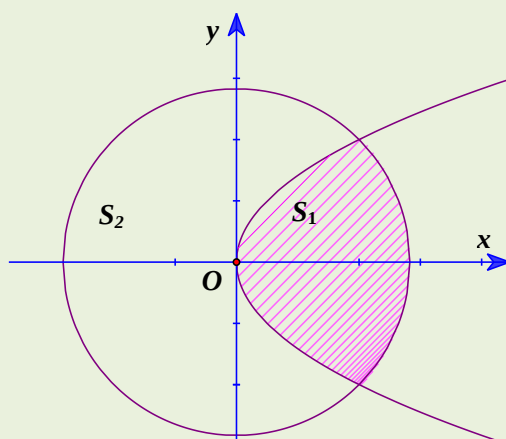
A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-1; 0)$.

Câu 48. Biết rằng parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (như hình vẽ). Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.



A. $S = 13$.

B. $S = 16$.

C. $S = 15$.

D. $S = 14$.

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ và $|z - 3 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2|$ là:

A. $\sqrt{13}+1$.

B. $\sqrt{10}+1$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{10}$.

Câu 50. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \sqrt{4-x^2} + x - \frac{1}{2} \right| + m$ là 18. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0 < m < 5$.

B. $10 < m < 15$.

C. $5 < m < 10$.

D. $15 < m < 20$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 03

1C	2D	3C	4A	5D	6A	7C	8D	9A	10A
11B	12A	13B	14A	15D	16B	17A	18B	19D	20A
21A	22B	23C	24D	25A	26A	27D	28B	29D	30C
31C	32D	33D	34B	35B	36A	37D	38D	39D	40B
41C	42B	43C	44B	45C	46B	47C	48C	49C	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG ĐỀ 03

Câu 15. Hai người A, B đang chạy xe ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai xe tiếp tục di chuyển theo chiều của mình thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một người di chuyển tiếp với vận tốc $v_1(t) = 6 - 3t$ mét trên giây, người còn lại di chuyển với vận tốc $v_2(t) = 12 - 4t$ mét trên giây. Tính khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn.

- A. 25 mét. B. 22 mét. C. 20 mét. D. 24 mét.

Lời giải:

- Thời gian người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là: $6 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 2$ giây.
- Quãng đường người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là:

$$S_1 = \int_0^2 (6 - 3t) dt = \left(6t - \frac{3t^2}{2} \right) \Big|_0^2 = 6 \text{ mét.}$$

- Thời gian người thứ hai di chuyển sau khi va chạm là: $12 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 3$ giây.
- Quãng đường người thứ hai di chuyển sau khi va chạm là:

$$S_2 = \int_0^3 (12 - 4t) dt = \left(12t - 2t^2 \right) \Big|_0^3 = 18 \text{ mét.}$$

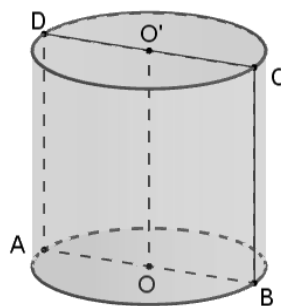
- Khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn là: $S = S_1 + S_2 = 6 + 18 = 24$ mét.

→ Chọn D.

Câu 16. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a , chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $3\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. πa^3 .

Lời giải:



- Gọi $ABCD$ là thiết diện qua trục của hình trụ, ta có $ABCD$ là hình chữ nhật. Từ giả thiết suy ra $AB = 2a$ và $2(AB + BC) = 10a \Rightarrow BC = 3a$.
- Vậy thể tích khối trụ đã cho bằng $V = \pi a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3$. **→ Chọn B.**

Câu 17. Cho hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

B. $(0; 3)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; 3\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải:

TXĐ: $D = [0; 3]$. Ta có $y' = \frac{3-2x}{2\sqrt{3x-x^2}}$, $y' \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \in (0; 3) \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(0; \frac{3}{2}\right]$.

- Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{3}{2}\right) \subset \left(0; \frac{3}{2}\right]$. **→ Chọn A.**

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính tọa độ điểm M .

A. $M(-1; 4; -2)$.

B. $M(-1; 4; 2)$.

C. $M(1; -4; -2)$.

D. $M(-1; -4; 2)$.

Lời giải:

- Gọi $M(x; y; z)$. Vì M là điểm nằm trên đoạn BC thỏa $MC = 2MB$ nên $\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MB}$.

Ta có:
$$\begin{cases} x_C - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_C - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_C - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{2x_B + x_C}{3} \\ y_M = \frac{2y_B + y_C}{3} \\ z_M = \frac{2z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = 4 \\ z_M = 2 \end{cases}$$

- Vậy $M(-1; 4; 2)$. **→ Chọn B.**

Câu 19. Cho khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển trên.

A. 80.

B. 160.

C. 240.

D. 60.

Lời giải:

- Số hạng tổng quát của khai triển $T_{k+1} = C_6^k x^{6-k} \left(2x^{\frac{1}{2}}\right)^k = C_6^k 2^k x^{6-k-\frac{k}{2}} = C_6^k 2^k x^{6-\frac{3k}{2}}$.
- Hệ số chứa x^3 ứng với k thỏa mãn: $6 - \frac{3k}{2} = 3 \Leftrightarrow 12 - 3k = 6 \Leftrightarrow k = 2$.
- Vậy hệ số cần tìm là $C_6^2 \cdot 2^2 = 60$. **→ Chọn D.**

Câu 20. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , AH là đường cao trong tam giác SAB . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định sai?

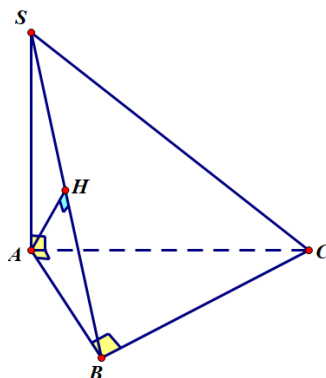
A. $AH \perp AC$

B. $AH \perp BC$

C. $SA \perp BC$

D. $AH \perp SC$

Lời giải:



- Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ nên đáp án C đúng.
- Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} (gt) \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ nên đáp án B đúng.
- Ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$ mà $SC \subset (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$. Do đó đáp án D đúng.
- Vậy đáp án A sai. **→ Chọn A.**

Câu 21. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ.

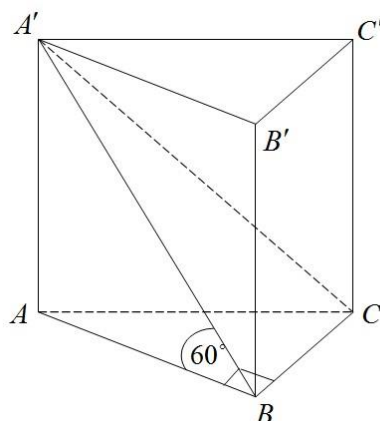
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

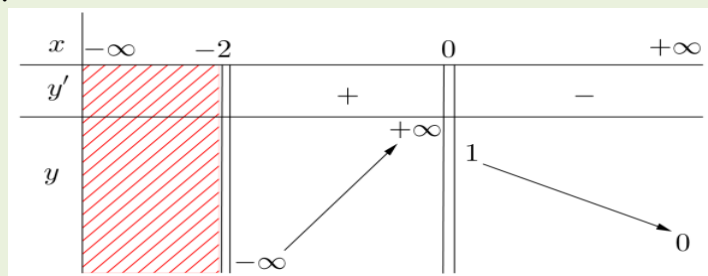
Lời giải:



- Tam giác ABC vuông cân tại B , $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = BC = a$. Do đó: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2}{2}$.
- Ta có: $\begin{cases} BC \perp BB' \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABB'A') \Rightarrow BC \perp A'B$.
- Vì vậy: $\begin{cases} BC = (A'BC) \cap (ABC) \\ AB \perp BC \text{ trong } (ABC) \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = (A'B, AB) = A'BC = 60^\circ \\ A'B \perp BC \text{ trong } (A'BC) \end{cases}$
- Ta có: $A'A = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.
- Từ đó: $V_{ABC.A'B'C'} = A'A \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

→ Chọn A.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A.1.

B.3.

C.2.

D.4.

Lời giải:

- Từ bảng biến thiên, ta có:
- $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = -\infty$, suy ra: đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường **tiệm cận đứng** là $x = -2$.
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, suy ra: đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường **tiệm cận đứng** là $x = 0$.

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, suy ra: đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang là $y = 0$.
- Vậy đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận. **→ Chọn B.**

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \cos^4 x - \cos^2 x + 4$ bằng:

- A. 5. B. $\frac{1}{2}$. C. 4. D. $\frac{17}{4}$.

Lời giải:

- Đặt $t = \cos^2 x$, $t \in [0; 1]$
- Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(t) = t^2 - t + 4$, $t \in [0; 1]$; $f(t)$ liên tục trên $[0; 1]$.
- Ta có $f'(t) = 2t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$. Ta có: $f(0) = 4$; $f(1) = 4$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{4}$.
- Do đó $\max_{[0;1]} f(t) = 4$. Khi đó: $\begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x = 0 \\ \cos^2 x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

→ Chọn C.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(1; 0; -1)$, $C(0; -1; 2)$ và $D(0; m; p)$. Hệ thức liên hệ giữa m và p để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng là

- A. $m + p = 3$. B. $2m - 3p = 3$. C. $2m + p = 3$. D. $m + 2p = 3$.

Lời giải:

- Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 1; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (5; 1; 2)$.
 $\overrightarrow{AD} = (-1; m + 2; p) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = m + 2p - 3$.
- Để bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng thì: $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Rightarrow m + 2p = 3$. **→ Chọn D.**

Câu 25. Cho hai điểm $A(1; -1; 5)$, $B(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với trục Oy có phương trình là

- A. $4x - z + 1 = 0$. B. $4x + y - z + 1 = 0$. C. $2x + z - 5 = 0$. D. $x + 4z - 1 = 0$.

Lời giải:

- Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; -4)$.
- Do mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với trục Oy nên vector pháp tuyến của (P) là:
 $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \vec{j}] = (4; 0; -1)$.
- Phương trình (P) : $4(x - 0) + 0(y - 0) - 1(z - 1) = 0 \Leftrightarrow 4x - z + 1 = 0$. **→ Chọn A.**

Câu 26. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2(a + b)$ bằng

A. $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$.

B. $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$.

C. $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

D. $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$.

Lời giải:

▪ Ta có: $a^2 + b^2 = 6ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 6ab + 2ab \Leftrightarrow (a + b)^2 = 8ab$ (*).

▪ Do $a, b > 0 \Rightarrow \begin{cases} ab > 0 \\ a + b > 0 \end{cases}$, lấy logarit cơ số 2 hai vế của (*) ta được:

$$\log_2 (a + b)^2 = \log_2 (8ab) \Leftrightarrow 2 \log_2 (a + b) = 3 + \log_2 a + \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (a + b) = \frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b). \rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 27. Dân số thế giới cuối năm 2010, ước tính khoảng 7 tỉ người. Hỏi với mức tăng trưởng 1,5% mỗi năm thì sau ít nhất bao nhiêu năm nữa dân số thế giới sẽ lên đến 10 tỉ người?

A. 2.

B. 28.

C. 23.

D. 24.

Lời giải:

▪ Áp dụng công thức: $S_n = A(1 + r)^n$. Suy ra: $n = \log_{(1+r)} \left(\frac{S_n}{A} \right)$

Trong đó: $A = 7$ (tỉ người), $S_n = 10$ (tỉ người), $r = 1,5\% = \frac{1,5}{100}$.

▪ Ta được $n = 23,95622454$. Vậy sau ít nhất 24 năm nữa dân số thế giới sẽ lên đến 10 tỉ người. $\rightarrow$ Chọn D.

Câu 28. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

A. $I = \frac{1}{e}$.

B. $I = \frac{1}{2}$.

C. $I = e$.

D. $I = 1$.

Lời giải:

▪ Xét $I = F(e) - F(1) = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x \cdot \underbrace{d(\ln x)}_{dt} = \frac{\ln^2 x}{2} \Big|_1^e = \frac{1}{2}$.

▪ Vậy $I = \frac{1}{2}$. $\rightarrow$ Chọn B.

Câu 29. Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = a \ln|x+1| + b \ln|x-2| + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a + 2b = 8$.

B. $a + b = 8$.

C. $2a - b = 8$.

D. $a - b = 8$.

Lời giải:

▪ Ta có : $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{5}{x+1} - \frac{3}{x-2} \right) dx = 5\ln|x+1| - 3\ln|x-2| + C.$

▪ Vậy $\begin{cases} a=5 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow a-b=8.$ **→ Chọn D.**

Câu 30. Tìm m để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt thuộc hai nhánh đồ thị.

A. $m \in (-\infty; 0).$ **B.** $m \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right) \setminus \{0\}.$ **C.** $m \in (0; +\infty).$ **D.** $m = 0.$

Lời giải:

- Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho:

$$mx + 1 = \frac{x+1}{x-1} \Leftrightarrow (mx+1)(x-1) = x+1, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow \underbrace{mx^2 - mx - 2}_{g(x)} = 0. \quad (1)$$

- Yêu cầu đề bài tương đương với phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1 < 1 < x_2 \text{ (tức là } (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0).$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ g(1) \neq 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 + 8m > 0 \\ -2 \neq 0 \\ \frac{-2}{m} - 1 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -8 \Leftrightarrow m > 0 \\ m > 0 \end{cases}$$

- Vậy $m \in (0; +\infty)$ thỏa mãn đề bài. **→ Chọn C.**

Lưu ý: Trong trắc nghiệm, ta nên chọn giải pháp nhanh hơn là hệ điều kiện như trên. Cụ thể các em học sinh cần nắm một tính chất gọn trong tam thức bậc hai là:

- $\underbrace{ax^2 + bx + c}_{g(x)} = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa $x_1 < \alpha < x_2 \Leftrightarrow a.g(\alpha) < 0.$
- $\underbrace{ax^2 + bx + c}_{g(x)} = 0$ có hai nghiệm trái dấu ($x_1 < 0 < x_2$) $\Leftrightarrow a.g(0) < 0 \Leftrightarrow ac < 0.$

Dựa vào tính chất trên, ta xử lý như sau:

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa $x_1 < 1 < x_2$

$$\Leftrightarrow a.g(1) < 0 \Leftrightarrow m(m - m - 2) < 0 \Leftrightarrow m > 0.$$

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có các điểm cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x.$

A. 1. **B.** -1. **C.** $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$ **D.** 2.

Lời giải:

- $y' = 3x^2 - 6mx \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$. Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow 2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.
- Hai điểm cực trị đối xứng qua đường thẳng $y = x$ nên điểm uốn (tâm đối xứng) của đồ thị thuộc đường thẳng $y = x$. Ta tìm điểm uốn trước:

$$y'' = 6x - 6m = 0 \Rightarrow x = m, y = 2m^3, \text{ suy ra điểm uốn } I(m; 2m^3).$$

$$\text{Vì } I \in d: y = x \text{ nên: } 2m^3 = m \Leftrightarrow m(2m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (l)} \\ m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (n)} \end{cases}.$$

- Vậy $m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$ thỏa mãn đề bài.

→ Chọn C.

Câu 32. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^{2017} z_0$?

A. $M(3; -1)$. B. $M(3; 1)$. C. $M(-3; 1)$. **D. $M(-3; -1)$.**

Lời giải:

- Ta có: $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$. Suy ra $z_0 = -1 + 3i$ (phần thực âm, phần ảo dương).
- $w = i^{2017} z_0 = (i^2)^{1008} \cdot i \cdot (-1 + 3i) = i \cdot (-1 + 3i) = -3 - i$.
- Do đó điểm $M(-3; -1)$ biểu diễn số phức w .

→ Chọn D.

Câu 33. Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 2| = |z|$ và $(z + 1)(\bar{z} - i)$ là số thực.

A. $z = 1 + 2i$. B. $z = -1 - 2i$. C. $z = 2 - i$. **D. $z = 1 - 2i$.**

Lời giải:

- Gọi $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.
- Xét hệ thức: $|z - 2| = |z| \Leftrightarrow (x - 2)^2 + y^2 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow -4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.
- Do đó: $(z + 1)(\bar{z} - i) = (x + yi + 1)(x - yi - i) = (2 + yi)(1 - yi - i) = 2 - 2yi - 2i + yi + y^2 + y = (2 + y + y^2) + (-2 - y)i$
- Theo đề, $(z + 1)(\bar{z} - i)$ là số thực nên $-2 - y = 0 \Rightarrow y = -2$.
- Vậy $z = 1 - 2i$.

→ Chọn D.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

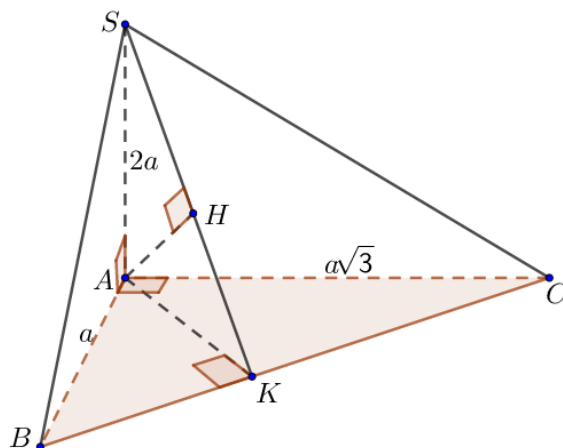
A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$

B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$

D. $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$

Lời giải:



- Vẽ đường cao AK trong tam giác ABC , suy ra: $AK = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

- Vẽ đường cao AH trong tam giác SAK . Ta sẽ chứng minh: $AH \perp (SBC)$.

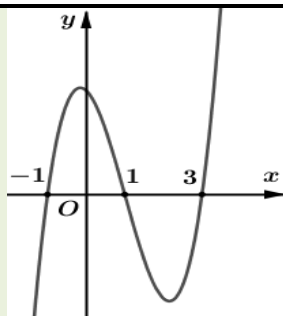
Ta có: $\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAK), \text{ mà } AH \subset (SAK) \Rightarrow AH \perp BC.$

$\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SK \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH.$

- Xét tam giác SAK vuông tại A có đường cao: $AH = \frac{SA \cdot AK}{\sqrt{SA^2 + AK^2}} = \frac{2a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$

- Vậy $d(A, (SBC)) = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$. **→ Chọn B.**

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng nào?



A. $(-2; 0)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải:

- Đặt $g(x) = f(1-x) \Rightarrow g'(x) = f'(1-x) \cdot (1-x)' = -f'(1-x)$.
- Ta có : $g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow -f'(1-x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(1-x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq 1-x \leq 1 \\ 1-x \geq 3 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq -x \leq 0 \\ x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \geq x \geq 0 \\ x \leq -2 \end{cases}$.
- Ta thấy $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2) \subset (-\infty; -2] \cup [0; 2]$. **→ Chọn B**

Câu 36. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2+3\tan x}}{1+\cos 2x} dx = a\sqrt{5} + b\sqrt{2}$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính giá trị biểu thức $A = a + b$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải:

- Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2+3\tan x}}{1+\cos 2x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2+3\tan x}}{2\cos^2 x} dx$.
- Đặt $u = \sqrt{2+3\tan x} \Rightarrow u^2 = 2+3\tan x \Rightarrow 2udu = \frac{3}{\cos^2 x} dx \Rightarrow \boxed{\frac{1}{3}udu = \frac{1}{2\cos^2 x} dx}$.
- Đổi cận : $x=0 \Rightarrow u=\sqrt{2}$; $x=\frac{\pi}{4} \Rightarrow u=\sqrt{5}$.
- Khi đó $I = \frac{1}{3} \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} u^2 du = \frac{1}{9} u^3 \Big|_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{9} - \frac{2\sqrt{2}}{9}$.
- Do đó $a = \frac{5}{9}$, $b = -\frac{2}{9} \Rightarrow a+b = \frac{1}{3}$. **→ Chọn A.**

Câu 37. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-i|=5$. Biết rằng tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = iz + 1 - i$ là đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

A. $r = 22$.

B. $r = 20$.

C. $r = 4$.

D. $r = 5$.

Lời giải:

- Ta có: $w = iz + 1 - i \Leftrightarrow w - 1 + i = iz \Leftrightarrow w - 1 + i = i(z - i + i) \Leftrightarrow w - 1 + i = i(z - i) + i^2$
 $\Leftrightarrow w + i = i(z - i) (*)$.
- Lấy môđun hai vế của (*), ta được: $|w + i| = |i(z - i)| \Leftrightarrow |w + i| = |i| \cdot |z - i| \Leftrightarrow |w + i| = 1.5 = 5$.
- Do đó tập hợp điểm biểu diễn của w là đường tròn tâm $(0; -1)$, bán kính bằng 5. **→ Chọn D**

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S , hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc nhau. Tính tỉ số $\frac{V}{a^3}$ biết V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

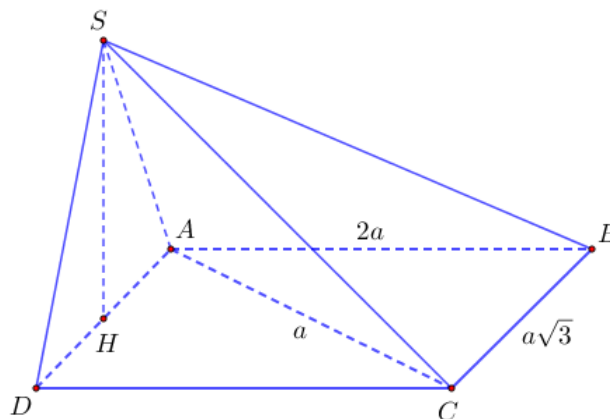
A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải:



- Gọi H là trung điểm $AD \Rightarrow SH \perp AD$.
 Ta có $(SAD) \perp (ABCD)$, $(SAD) \cap (ABCD) = AD$, $SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.
- Nhận thấy: $AB^2 = AC^2 + CB^2 \Rightarrow \Delta ACB$ vuông tại $C \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC} = a^2\sqrt{3}$.
 Do tam giác SAD vuông cân tại S có H là trung điểm AD nên $SH = \frac{1}{2}AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{a^3}{2} \Rightarrow \frac{V}{a^3} = \frac{1}{2}$. **→ Chọn D**

Câu 39. Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Tính thể tích V của khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

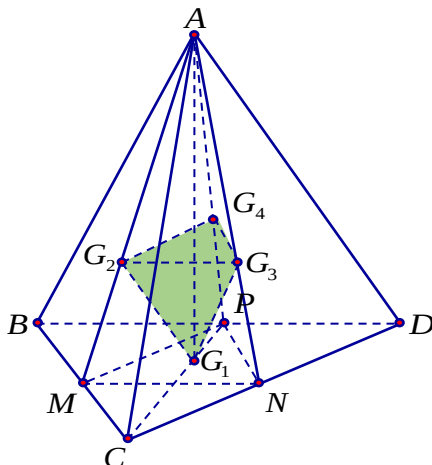
A. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{18}$.

C. $V = \frac{9\sqrt{2}}{32}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải:



- $ABCD$ là tứ diện đều $\Rightarrow AG_1 \perp (BCD)$.
- Ta có: $(G_2G_3G_4) \parallel (BCD) \Rightarrow \frac{d(G_1; (G_2G_3G_4))}{G_1A} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow d(G_1; (G_2G_3G_4)) = \frac{1}{3}G_1A$.
- Thể tích khối tứ diện đều cạnh bằng 3 là $V = \frac{3^3\sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$; $S_{\triangle BCD} = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Do đó, đường cao hình chóp là $h = AG_1 = \frac{3V}{S_{\triangle BCD}} = \frac{3 \cdot \frac{9\sqrt{2}}{4}}{\frac{9\sqrt{3}}{4}} = \sqrt{6}$.

Suy ra $d(G_1; (G_2G_3G_4)) = \frac{1}{3}G_1A = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

- Tam giác $G_2G_3G_4$ đồng dạng với tam giác MNP theo tỉ số: $k = \frac{G_2G_3}{MN} = \frac{AG_2}{AM} = \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow S_{\triangle G_2G_3G_4} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot S_{\triangle MNP} = \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{4} S_{\triangle BCD} = \frac{1}{9} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.
- Vậy $V_{G_1G_2G_3G_4} = \frac{1}{3}d(G_1; (G_2G_3G_4)) \cdot S_{\triangle G_2G_3G_4} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}$. **→ Chọn D**

Câu 40. Cho khối cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của một hình lập phương. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu và khối lập phương đó. Tính $k = \frac{V_1}{V_2}$.

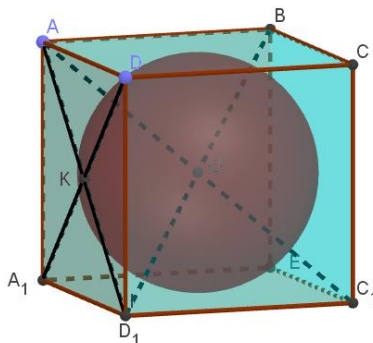
A. $k = \frac{2\pi}{3}$.

B. $k = \frac{\pi}{6}$.

C. $k = \frac{\pi}{3}$.

D. $k = \frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải:



- Xét hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AB = a$ và mặt cầu tâm O tiếp xúc với các mặt của hình lập phương như hình vẽ.
- Vì mặt cầu nội tiếp hình lập phương nên có bán kính $R = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.
- Ta có: $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$; $V_2 = a^3$. Vậy $k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}$.

→ Chọn B

Câu 41. Xét hình trụ (T) nội tiếp một mặt cầu bán kính R và S là diện tích thiết diện qua trục của (T) . Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T) biết S đạt giá trị lớn nhất

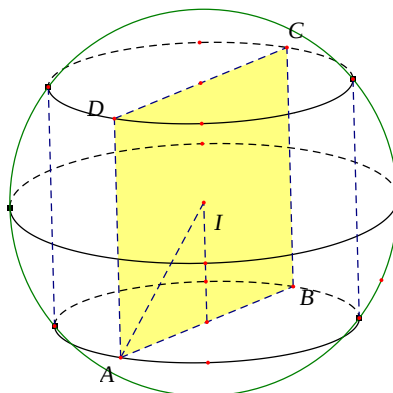
A. $S_{xq} = \frac{2\pi R^2}{3}$.

B. $S_{xq} = \frac{\pi R^2}{3}$.

C. $S_{xq} = 2\pi R^2$.

D. $S_{xq} = \pi R^2$.

Lời giải:



- Gọi x là bán kính của hình trụ $0 < x < R$. Diện tích thiết diện là:

$$S = 2x \cdot 2\sqrt{R^2 - x^2} = 4x\sqrt{R^2 - x^2}.$$

- Vì $4x\sqrt{R^2 - x^2} \leq 2 \cdot (x^2 + R^2 - x^2)$ nên $S \leq 2R$. Vậy $S_{\max} = 2R$.

Khi đó: $x = \sqrt{R^2 - x^2} \Leftrightarrow x = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

- Hình trụ có đường cao $h = 2\sqrt{R^2 - x^2} = 2\sqrt{R^2 - \frac{2R^2}{4}} = R\sqrt{2}$; bán kính $x = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ nên có diện tích xung quanh là: $S_{xq} = 2\pi \cdot \frac{R\sqrt{2}}{2} \cdot R\sqrt{2} = 2\pi R^2$. **→ Chọn C**

Câu 42. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O). Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{2} - \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 0$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} - \frac{z}{6} = 1$.

Lời giải:

- Do cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C (khác O) nên $A(2; 0; 0), B(0; 4; 0), C(0; 0; 6)$.
- Phương trình mặt phẳng (ABC) được viết theo đoạn chắn là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1$. **→ Chọn B**

Câu 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $l = 2\sqrt{13}$. B. $l = 2\sqrt{41}$. C. $l = 2\sqrt{26}$. D. $l = 2\sqrt{11}$.

Lời giải:

- Gọi tâm mặt cầu là: $I(x; y; 0) \in (Oxy)$.
- Ta có:
$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2 + (-1)^2} \\ \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2 + (-3)^2} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-2)^2 + 4^2 = (y+3)^2 + 1^2 \\ (x-1)^2 + 4^2 = (x-2)^2 + 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 10 \\ 2x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow l = 2R = 2IA = 2\sqrt{(-3)^2 + (-1)^2 + 4^2} = 2\sqrt{26}.$$
 → Chọn C

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị $x \in (1; 64)$.

- A. $m \leq 0$. B. $m \geq 0$. C. $m < 0$. D. $m > 0$.

Lời giải:

- Điều kiện : $x > 0$. Ta có : $4(\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m \geq 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x + m \geq 0$.
- Đặt $t = \log_2 x$; khi $x \in (1; 64)$ thì $t \in (0; 6)$.
Phương trình trở thành: $t^2 + t + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -t^2 - t$ (*).
- Xét hàm số $f(t) = -t^2 - t$ với $t \in (0; 6)$.
- Ta có $f'(t) = -2t - 1 < 0, \forall t \in (0; 6)$.
- Ta có bảng biến thiên:

t	0	6
$f'(t)$		-
$f(t)$	0	-42

- Ta thấy $f(t) \in (-42; 0)$ với $t \in (0; 6)$. Vậy yêu cầu bài toán tương đương $m \geq 0$.

→ Chọn B

Câu 45. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông. Gọi A, B là hai điểm lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') . Biết $AB = 2a$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đáy bằng:

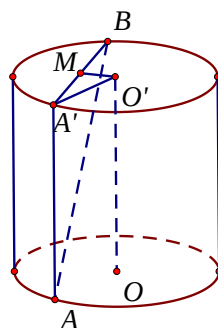
A. $\frac{a\sqrt{17}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{14}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{14}}{9}$.

Lời giải:



- Gọi r là bán kính đáy. Do thiết diện qua trục là hình vuông nên độ dài đường sinh bằng $2r$.
- Dựng đường sinh AA' . Gọi M là trung điểm của $A'B$, khi đó:

$$\begin{cases} O'M \perp A'B \\ O'M \perp AA' \text{ (do } AA' \parallel OO', OO' \perp O'M) \end{cases} \Rightarrow O'M \perp (AA'B) \Rightarrow O'M \perp AB.$$
Do đó $O'M$ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng OO', AB .

Ta có: $d(OO', AB) = O'M \Rightarrow O'M = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

▪ Ta có $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{4a^2 - 4r^2}$.

▪ Mặt khác $A'M = \sqrt{O'A'^2 - O'M^2} = \sqrt{r^2 - \frac{3a^2}{4}}$. Ta có: $A'B = 2A'M$

$$\Rightarrow \sqrt{4a^2 - 4r^2} = 2\sqrt{r^2 - \frac{3a^2}{4}} \Leftrightarrow 4a^2 - 4r^2 = 4\left(r^2 - \frac{3a^2}{4}\right) \Leftrightarrow 8r^2 = 7a^2 \Leftrightarrow r = \frac{a\sqrt{14}}{4}.$$

→ Chọn C

Câu 46. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B. Độ dài đoạn AB là

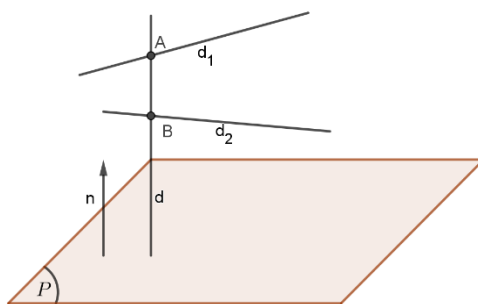
A. $2\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. 5.

D. $\sqrt{15}$.

Lời giải:



▪ d_1 có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 3-t \\ y = 3-2t \\ z = -2+t \end{cases}$ và d_2 có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 5-3k \\ y = -1+2k \\ z = 2+k \end{cases}$.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

▪ Chọn $A(3-t; 3-2t; -2+t) \in d_1$; chọn $B(5-3k; -1+2k; 2+k) \in d_2$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2-3k+t; -4+2k+2t; 4+k-t).$$

Mà $d \perp (P)$ nên $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương, suy ra $\frac{2-3k+t}{1} = \frac{-4+2k+2t}{2} = \frac{4+k-t}{3} \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ k = 1 \end{cases}$. Do

đó $A(1; -1; 0), B(2; 1; 3)$. Vậy $AB = \sqrt{14}$.

→ Chọn B

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (3-x)(x^2-1) + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải:

- Ta có: $g'(x) = f'(x) - 2x = (3-x)(x^2-1) + 2x - 2x = (3-x)(x^2-1)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

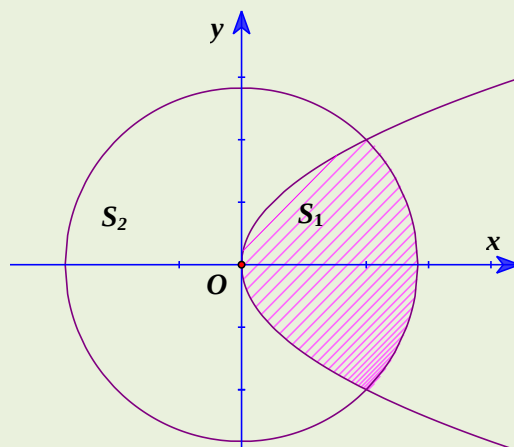
- Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

- Từ bảng xét dấu trên ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

→ Chọn C.

Câu 48. Biết rằng parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (như hình vẽ). Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.



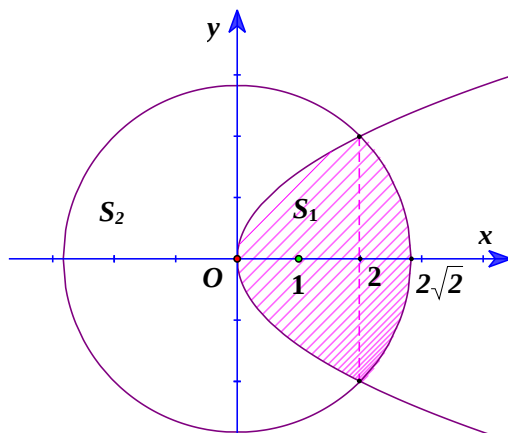
A. $S = 13$.

B. $S = 16$.

C. $S = 15$

D. $S = 14$.

Lời giải:



- Để tìm các giao điểm của (P) và (C), ta xét hệ: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 \\ y^2 = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 8 = 0 \\ y^2 = 2x \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \vee x = 2 \\ y^2 = 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y^2 = 4 \end{cases}.$$

- Xét nhánh dương ($y \geq 0$) của parabol và đường tròn là $y = \sqrt{2x}$ và $y = \sqrt{8 - x^2}$.

Ta có: $S_1 = 2 \int_0^2 \sqrt{2x} dx + 2 \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx$.

- Xét $I_1 = 2 \int_0^2 \sqrt{2x} dx = \left(2\sqrt{2} \cdot \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{3}$.

- Xét $I_2 = 2 \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8 - x^2} dx$. Đặt $x = 2\sqrt{2} \cos t \Rightarrow dx = -2\sqrt{2} \sin t dt$.

Đổi cận: $x = 2$, chọn $t = \frac{\pi}{4}$; $x = 2\sqrt{2}$, chọn $t = 0$.

$$I_2 = 2 \int_{\frac{\pi}{4}}^0 \sqrt{8 - 8 \cos^2 t} (-2\sqrt{2} \sin t dt) = 16 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 t dt = 8 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \cos 2t) dt$$

$$= 8 \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 2\pi - 4.$$

- Do đó: $S_1 = I_1 + I_2 = 2\pi + \frac{4}{3}$; $S_2 = \pi (2\sqrt{2})^2 - S_1 = 6\pi - \frac{4}{3} \Rightarrow S_2 - S_1 = 4\pi - \frac{8}{3}$.

- Vậy $a = 4, b = 8, c = 3 \Rightarrow S = a + b + c = 15$. **→ Chọn C**

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| \leq |z - 4i|$ và $|z - 3 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2|$ là:

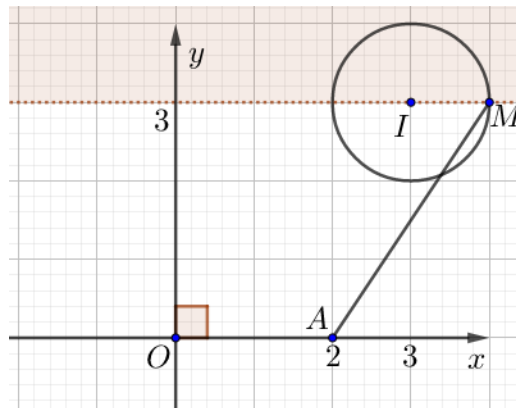
A. $\sqrt{13}+1$.

B. $\sqrt{10}+1$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải:



- Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Ta có: $|z-2i| \leq |z-4i|$
 $\Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 \leq x^2 + (y-4)^2 \Leftrightarrow y \leq 3$. (1)
- $|z-3-3i|=1 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-3)^2 = 1$. Do đó, điểm M nằm trên đường tròn tâm $I(3;3)$ và bán kính bằng 1. (2)
- Từ (1) và (2) ta thấy tập hợp điểm M chính là một nửa đường tròn $\begin{cases} (x-3)^2 + (y-3)^2 = 1 \\ y \leq 3 \end{cases}$
 (phần sáng trong hình).
- Biểu thức $P = |z-2| = AM$ trong đó $A(2;0)$.
- Theo hình vẽ thì giá trị lớn nhất của $P = |z-2|$ đạt được khi M là giao điểm (nằm bên phải điểm I) giữa đường tròn và đường thẳng $y = 3$.

Thay $y = 3$ vào phương trình đường tròn, ta có: $(x-3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (l)} \\ x = 4 \text{ (n)} \end{cases}$. Do đó $M(4;3)$.

Khi đó $\max P = \sqrt{(4-2)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$.

→ Chọn C

Câu 50. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \sqrt{4-x^2} + x - \frac{1}{2} \right| + m$ là 18. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0 < m < 5$.

B. $10 < m < 15$.

C. $5 < m < 10$.

D. $15 < m < 20$.

Lời giải:

- Xét hàm số $g(x) = \sqrt{4-x^2} + x - \frac{1}{2}$ liên tục trên tập xác định $[-2;2]$.

Đạo hàm: $g'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} + 1$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

$g(-2) = -\frac{5}{2}$; $g(\sqrt{2}) = \frac{-1+4\sqrt{2}}{2}$; $g(2) = \frac{3}{2}$. Ta thấy: $-\frac{5}{2} \leq g(x) \leq \frac{-1+4\sqrt{2}}{2}$

$$\Rightarrow \max_{[-2;2]} |g(x)| = \frac{5}{2}.$$

- Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \sqrt{4-x^2} + x - \frac{1}{2} \right| + m$ bằng $\frac{5}{2} + m$

$$\Rightarrow \frac{5}{2} + m = 18 \Leftrightarrow m = 15,5. \text{ Do đó: } 15 < m < 20.$$

→ Chọn D

ĐỀ SỐ 04

Họ tên học sinh:	Điểm số	Nhận xét
Lớp:.....		
TRẮC NGHIỆM 25 CÂU THỜI GIAN: 90 PHÚT	CÁC CÂU HỎI Ở MỨC ĐỘ VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO	
MỨC ĐỘ: 7→10 ĐIỂM	Nội dung: 5 câu khảo sát hàm số – 3 câu mũ và logarit – 04 câu nguyên hàm, tích phân – 04 câu số phức – 05 câu thể tích khối đa diện, khối nón, trụ, cầu – 04 câu hệ tọa độ Oxyz.	

Anh hoa phát tiết ra ngoài
 Nghìn thu bạc mệnh một đời tài hoa
 ————— Nguyễn Du —————

- Câu 1.** Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S .
- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

- Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): 2x - z - 4 = 0$, $(Q): x - 2y - 2 = 0$ là:
- A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$. B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{5}$.

C. $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=5$.

D. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3$.

Câu 3. Với các số thực a, b biết phương trình $z^2 + 8az + 64b = 0$ có nghiệm phức $z_0 = 8 + 16i$. Tính môđun của số phức $w = a + bi$.

A. $|w| = \sqrt{19}$.

B. $|w| = \sqrt{3}$.

C. $|w| = \sqrt{7}$.

D. $|w| = \sqrt{29}$.

Câu 4. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

A. $a + b = 6$.

B. $a + b = 11$.

C. $a + b = 4$.

D. $a + b = 8$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' xuống (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, G và song song với BC . Mặt phẳng (α) cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại các điểm M và N . Thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng:

- A. $\frac{V}{9}$. B. $\frac{V}{2}$. C. $\frac{4V}{9}$. D. $\frac{V}{4}$.

Câu 7. Biết rằng $m = m_0$ là giá trị của tham số m sao cho phương trình $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(3; 9)$. B. $(9; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 8. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $S = [-1;0]$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{-1\}$.

D. $S = [0;1]$.

Câu 9. Xét các số phức z thỏa mãn $(2-z)(\bar{z}+i)$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ là:

A. Đường tròn tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. Đường tròn tâm $I\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(2;1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

D. Đường tròn tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$ nhưng bỏ điểm $A(2;0); B(0;1)$.

Câu 10. Cho số phức z có phần thực là số nguyên và z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Môđun của số phức $w = 1 - z + z^2$ bằng

A. $|w| = \sqrt{445}$.

B. $|w| = \sqrt{425}$.

C. $|w| = \sqrt{37}$.

D. $|w| = \sqrt{457}$.

Câu 11. Biết $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a.e + b \ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tỉ số $\frac{a}{b}$ là:

A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

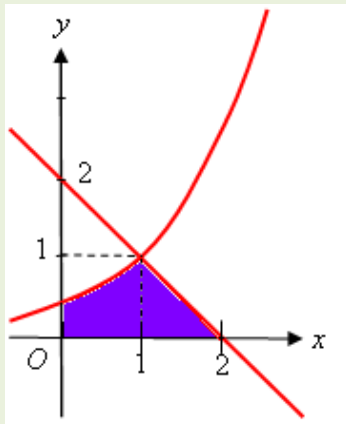
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						
	$-\infty$		5		1	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 13. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y = 2 - x$ với $x \geq 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

- A. $V = \frac{1}{3} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$. B. $V = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}$. C. $V = \frac{1}{2} + \frac{e-1}{e}\pi$. D. $V = \frac{1}{2} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$.



Câu 14. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

- A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục hoành và tiếp xúc với mặt cầu (S) biết rằng (Q) không là mặt phẳng tọa độ.

A. $4y + 3z = 0$.

B. $4y + 3z + 1 = 0$.

C. $4y - 3z + 1 = 0$.

D. $4y - 3z = 0$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) .

A. $3x + 2y + z + 14 = 0$.

B. $2x + y + 3z + 9 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

D. $2x + y + z - 9 = 0$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2 + 4}}$ có hai tiệm cận đứng:

A. $m < 0$.

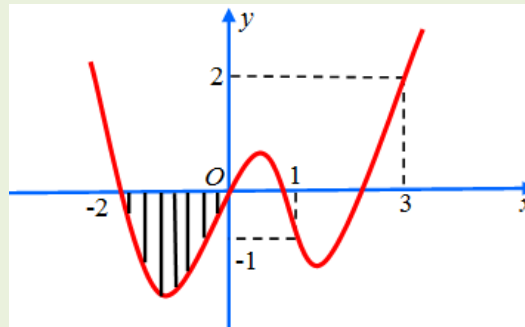
B. $m = 0$.

C. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

D. $m < 1$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phân sọc kẻ bằng 3. Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \int_1^2 f'(x+1)dx + \int_2^3 f'(x-1)dx + \int_3^4 f(2x-8)dx.$$



A. $T = \frac{9}{2}$.

B. $T = 6$.

C. $T = 0$.

D. $T = \frac{3}{2}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(0) + f(1) = 0$. Biết

$$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{2}, \int_0^1 f'(x) \cos(\pi x) dx = \frac{\pi}{2}. \text{ Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

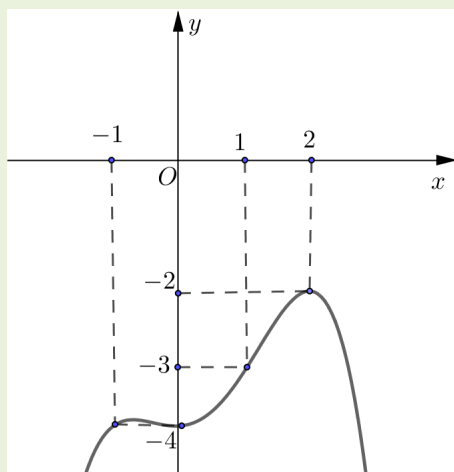
A. π .

B. $\frac{3\pi}{2}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

D. $\frac{1}{\pi}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$9.6^{f(x)} + (4 - f^2(x)).9^{f(x)} \leq (-m^2 + 5m).4^{f(x)}$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. 10. B. 4. C. 5. D. 9.

Câu 21. Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z + 2w = 8 - 6i$ và $|z - w| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z| + |w|$ bằng:

- A. $4\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{26}$. C. $\sqrt{66}$. D. $3\sqrt{6}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC)

là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

A. $\frac{1}{36}$.

B. $\frac{1}{48}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Câu 23. Cho khối trụ có bán kính đáy R và có chiều cao $h = 2R$. Hai đáy của khối trụ là hai đường tròn có tâm lần lượt là O và O' . Trên đường tròn (O) ta lấy điểm A cố định. Trên đường tròn (O') ta lấy điểm B thay đổi. Hỏi độ dài đoạn AB lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$.

B. $AB_{\max} = 4R\sqrt{2}$.

C. $AB_{\max} = 4R$.

D. $AB_{\max} = R\sqrt{2}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi đó độ dài

MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2; -1; 3)$.

B. $I(-1; -2; 3)$.

C. $K(3; 0; 15)$.

D. $J(-3; 2; 7)$.

Câu 25. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt:

$$3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1}.$$

A. $3 \leq m < 1$.

B. $-2 < m \leq \frac{1}{3}$.

C. $-1 \leq m \leq \frac{1}{4}$.

D. $0 \leq m < \frac{1}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 04

1C	2A	3D	4A	5A	6D	7C	8C	9A	10D
11B	12B	13B	14D	15A	16A	17C	18D	19C	20B
21C	22B	23A	34B	25D					

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 04

- Câu 1.** Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S .
- A. 1. B. 5. **C. 2.** D. 3.

Lời giải:

- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{2} \right\}$. Đạo hàm: $y' = \frac{m^2-4}{(2x+m)^2}$.
- Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} -\frac{m}{2} \leq 0 \\ -\frac{m}{2} \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$
- Từ đây, ta tìm được hai giá trị nguyên của m là 0; 1 thỏa mãn. **→ Chọn C.**

- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$ và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P): 2x - z - 4 = 0$, $(Q): x - 2y - 2 = 0$ là

A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5.$

B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{5}.$

C. $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 5.$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3.$

Lời giải:

- Gọi $I(t; 1+t; 2+t) \in d$ là tâm mặt cầu (S) .
- $d(I, (P)) = d(I, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|2t - (2+t) - 4|}{\sqrt{5}} = \frac{|t - 2(1+t) - 2|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow |t-6| = |-t-4| \Leftrightarrow t=1.$
- Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính $R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - (2+1) - 4|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$

- Do đó mặt cầu (S) có phương trình (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 5$.

→ Chọn A.

Câu 3. Cho các số thực a, b biết phương trình $z^2 + 8az + 64b = 0$ có nghiệm phức $z_0 = 8 + 16i$. Tính môđun của số phức $w = a + bi$.

A. $|w| = \sqrt{19}$.

B. $|w| = \sqrt{3}$.

C. $|w| = \sqrt{7}$.

D. $|w| = \sqrt{29}$.

Lời giải:

- Thay $z = z_0 = 8 + 16i$ vào phương trình $z^2 + 8az + 64b = 0$, ta được:

$$(8 + 16i)^2 + 8a(8 + 16i) + 64b = 0 \Leftrightarrow -192 + 256i + 64a + 128ai + 64b = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -192 + 64a + 64b = 0 \\ 256 + 128a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \end{cases}$$

- Ta có: $w = -2 - 5i \Rightarrow |w| = \sqrt{29}$.

→ Chọn D.

Câu 4. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

A. $a + b = 6$.

B. $a + b = 11$.

C. $a + b = 4$.

D. $a + b = 8$.

Lời giải:

- Đặt $t = \log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$. Theo đề, ta có:
$$\begin{cases} x = 9^t & (1) \\ y = 6^t & (2) \\ x + y = 4^t & (3) \end{cases}$$

- Thay (1), (2) vào (3) ta có:

$$9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} & (n) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} & (l) \end{cases}$$

- Ta có: $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases}$.

- Thử lại ta thấy $a = 1, b = 5$ thỏa mãn dữ kiện bài toán. Suy ra $a + b = 6$.

→ Chọn A.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu của A' xuống (ABC) là trung điểm BC . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

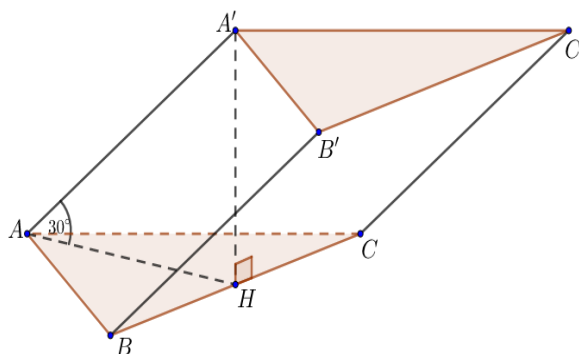
Lời giải:

▪ Gọi H là trung điểm BC suy ra $A'H \perp (ABC)$.

▪ Ta có $(A'A, (ABC)) = (A'A, AH) = A'AH = 30^\circ$.

▪ Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (do ABC là tam giác đều); $A'H = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$.

▪ Vậy $V = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **→ Chọn A.**



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, G và song song với BC . Mặt phẳng (α) cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại các điểm M và N . Thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng

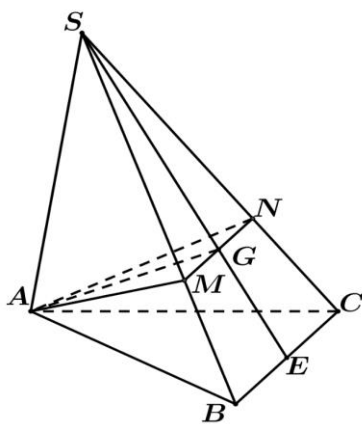
A. $\frac{V}{9}$.

B. $\frac{V}{2}$.

C. $\frac{4V}{9}$.

D. $\frac{V}{4}$.

Lời giải:



▪ Ta có $\begin{cases} (\alpha) \cap (SBC) = G \\ BC \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = MN \parallel BC$ (MN đi qua G ; $M \in SB$; $N \in SC$).

Vì G là trọng tâm $\Delta SBC \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SC} = \frac{SG}{SE} = \frac{2}{3}$.

▪ Ta có $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{SAMN} = \frac{4V}{9}$.

→ Chọn D.

Câu 7. Biết rằng $m = m_0$ là giá trị của tham số m sao cho phương trình $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+2)(x_2+2) = 12$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. (3;9).

B. (9; +∞).

C. (1;3).

D. (-2;0).

Lời giải:

Xét phương trình: $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ (1)

▪ Đặt $t = 3^x$, $t > 0$; (1) trở thành: $t^2 - 2(2m+1)t + 3(4m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 4m-1 \end{cases}$.

▪ Phương trình (1) có 2 nghiệm khi và chỉ khi $4m-1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Với $t = 3$ thì $3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Với $t = 4m-1$ thì $3^x = 4m-1 \Leftrightarrow x = \log_3(4m-1)$.

▪ Từ giả thiết $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12 \Leftrightarrow 3[\log_3(4m-1) + 2] = 12 \Leftrightarrow \log_3(4m-1) = 2$

$\Leftrightarrow m = \frac{1}{4} \cdot (3^2 + 1) = \frac{5}{4}$. Vậy $m \in (1;3)$. → Chọn C.

Mẹo nhỏ: Với phương trình bậc hai chứa tham số m là $t^2 - 2(2m+1)t + 3(4m-1) = 0$, ta có thể thử vận may của mình bằng cách nhán vào chức năng giải phương trình bậc hai với việc gán $m=100$. Khi đó máy tính hiển thị hai nghiệm: $X = 3$; $X = 399 = 400 - 1 = 4m - 1$.

Câu 8. Tìm tập hợp S tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $S = [-1;0]$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \{-1\}$.

D. $S = [0;1]$.

Lời giải:

▪ Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m)$;

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+2 \end{cases}$.

▪ Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(m; m+2)$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

▪ Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ thì $(-1;1) \subset (m; m+2)$.

Khi đó: $m \leq -1 < 1 \leq m+2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$. → Chọn C.

Mẹo nhỏ: Trong bài này ta tiếp tục sử dụng mẹo giải phương trình bậc hai chứa tham số bằng việc thay $m=100$, khi ấy kết quả của máy tính là: $X = 100 = m$; $X = 102 = m+2$.

Câu 9. Xét các số phức z thỏa mãn $(2-z)(\bar{z}+i)$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z trong

mặt phẳng tọa độ là:

A. Đường tròn tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. Đường tròn tâm $I\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(2;1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

D. Đường tròn tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$ nhưng bỏ điểm $A(2;0); B(0;1)$.

Lời giải:

- Gọi số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn $M(x;y)$; $\bar{z} = x - yi$.
- Thay vào điều kiện ta được: $(2 - z)(\bar{z} + i) = (2 - x - yi)(x - yi + i)$

$$= [(2 - x) - yi][x + (1 - y)i] = (2 - x)x + y(1 - y) + [(2 - x)(1 - y) - xy]i.$$
- Theo đề: $(2 - z)(\bar{z} + i)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow (2 - x)x + y(1 - y) = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - y = 0$.
- Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$. **→ Chọn A.**

Câu 10. Cho số phức z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Môđun của số phức $w = 1 - z + z^2$ bằng:

A. $|w| = \sqrt{445}$.

B. $|w| = \sqrt{425}$.

C. $|w| = \sqrt{37}$.

D. $|w| = \sqrt{457}$.

Lời giải:

- Đặt $z = a + bi$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{R}$), suy ra $\bar{z} = a - bi$
 Khi đó: $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} - 2a + 2bi = -7 + 3i + a + bi$
- $$\Leftrightarrow (\sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7) + (b - 3)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2} - 3a + 7 = 0 \\ b - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + 9} = 3a - 7 \\ b = 3 \end{cases}$$
- $$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \frac{7}{3} \\ a^2 + 9 = 9a^2 - 42a + 49 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}.$$
- Ta có: $z = 4 + 3i \Rightarrow w = 4 + 21i \Rightarrow |w| = \sqrt{457}$. **→ Chọn D.**

Câu 11. Biết $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a.e + b \ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tỉ số $\frac{a}{b}$ là

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

▪ Ta có: $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = \int_1^e \frac{1+x\ln x + 1 + \ln x}{1+x\ln x} dx = \int_1^e dx + \int_1^e \frac{d(1+x\ln x)}{1+x\ln x}$

$$= x \Big|_1^e + \ln(1+x\ln x) \Big|_1^e = e - 1 + \ln(1+e) = e + \ln \frac{e+1}{e}.$$

▪ Suy ra $a = b = 1$. Vậy $\frac{a}{b} = 1$.

→ Chọn B.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		3	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		5		1	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

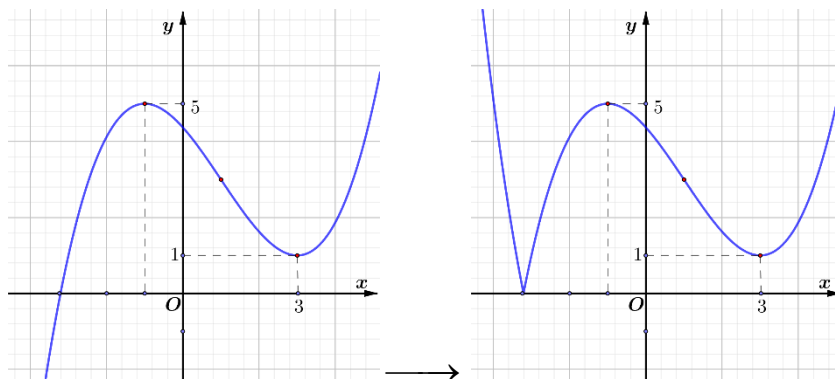
A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải:



- Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị nằm phía trên trục Ox và cắt trục Ox tại 1 điểm duy nhất.
- Suy ra đồ thị $y = |f(x)|$ sẽ có 3 điểm cực trị (tham khảo hình vẽ).

→ Chọn B.

Mẹo nhỏ: Muốn tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x)|$ thì ta lấy số cực trị của hàm

$y = f(x)$ cộng với số giao điểm của $\begin{cases} y = 0 \text{ (Ox)} \\ y = f(x) \end{cases}$.

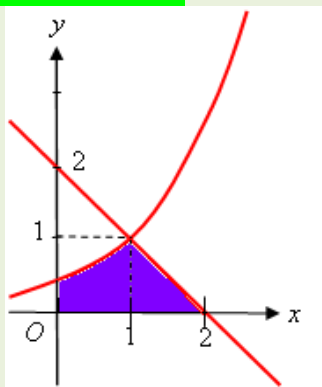
Câu 13. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^{x-1}$, các trục tọa độ và phần đường thẳng $y = 2 - x$ với $x \geq 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành.

A. $V = \frac{1}{3} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$.

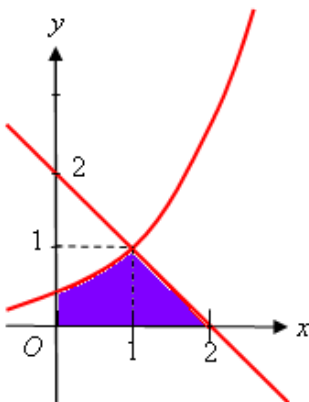
B. $V = \frac{\pi(5e^2 - 3)}{6e^2}$.

C. $V = \frac{1}{2} + \frac{e-1}{e}\pi$.

D. $V = \frac{1}{2} + \frac{e^2 - 1}{2e^2}$.



Lời giải:



- Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y = e^{x-1}$ và đường thẳng $y = 2 - x$ là:
 $e^{x-1} = 2 - x \Leftrightarrow x = 1$. (Vì $y = e^{x-1}$ là hàm đồng biến và $y = 2 - x$ là hàm nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ nên phương trình có tối đa một nghiệm, ngoài ra ta nhận được nghiệm đó là $x = 1$).
- Đường thẳng $y = 2 - x$ cắt trục hoành tại $x = 2$.

$$V = \pi \int_0^1 (e^{x-1})^2 dx + \pi \int_1^2 (2-x)^2 dx = \frac{\pi}{2} e^{2x-2} \Big|_0^1 + \pi \left(\frac{x^3}{3} - 2x + 4 \right) \Big|_1^2 = \frac{\pi(5e^2 - 1)}{6e^2} \rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 14. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

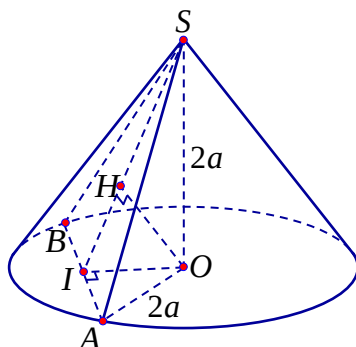
A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$.

B. a .

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải:



- Gọi I là trung điểm của AB , đường tròn đáy có tâm O , bán kính R . Kẻ $OH \perp SI$. Ta có $AB \perp SO$ và $AB \perp OI$. Suy ra $AB \perp OH$. Khi đó $OH \perp (P)$. Do đó $d(O, (P)) = OH$.

- Ta có $OI = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$.

- Suy ra $OH = \frac{SO \cdot OI}{\sqrt{SO^2 + OI^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$. **→ Chọn D.**

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S) có phương trình

$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục hoành và tiếp xúc với mặt cầu (S) biết rằng (Q) không phải mặt phẳng tọa độ.

A. $4y + 3z = 0$.

B. $4y + 3z + 1 = 0$.

C. $4y - 3z + 1 = 0$.

D. $4y - 3z = 0$.

Lời giải:

- Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính $R=1$.
- Gọi vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n} = (A; B; C)$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$.
- (Q) qua O nên $(Q): Ax + By + Cz = 0$; $\vec{n} \perp \vec{i} \Leftrightarrow A = 0$. Do đó: $(Q): By + Cz = 0$.
- (Q) tiếp xúc mặt cầu (S) nên $d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|2B - C|}{\sqrt{B^2 + C^2}} = 1 \Leftrightarrow (2B - C)^2 = B^2 + C^2$

$$\Leftrightarrow 3B^2 - 4BC = 0 \Leftrightarrow B(3B - 4C) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B = 0 \\ 3B - 4C = 0 \end{cases}$$

Với $B=0$, chọn $C=1$, ta có $(Q): z=0$ (loại vì trùng với (Oxy)).

Với $3B-4C=0$, chọn $B=4 \Rightarrow C=3$. Vậy $(Q): 4y + 3z = 0$.

→ Chọn A.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(3; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các

trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C không trùng với gốc tọa độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) .

A. $3x + 2y + z + 14 = 0$.

B. $2x + y + 3z + 9 = 0$.

C. $3x + 2y + z - 14 = 0$.

D. $2x + y + z - 9 = 0$.

Lời giải:

- Gọi $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c)$ với $abc \neq 0$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

- Vì (P) qua M nên $\frac{3}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$ (1)

- Ta có: $\overrightarrow{MA} = (a - 3; -2; -1); \overrightarrow{MB} = (-3; b - 2; -1); \overrightarrow{BC} = (0; -b; c); \overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$.

Vì M là trực tâm của tam giác ABC nên: $\begin{cases} \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = c \\ 3a = c \end{cases}$ (2)

- Từ (1) và (2) suy ra $a = \frac{14}{3}; b = 7; c = 14$. Khi đó phương trình (P) : $3x + 2y + z - 14 = 0$.

- Vậy mặt phẳng song song với (P) là: $3x + 2y + z + 14 = 0$.

→ Chọn A.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2 + 4}}$ có hai tiệm cận đứng:

A. $m < 0$.

B. $m = 0$.

C. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

D. $m < 1$.

Lời giải:

- Đặt $g(x) = m(x-1)^2 + 4 = mx^2 - 2mx + 4 + m$.

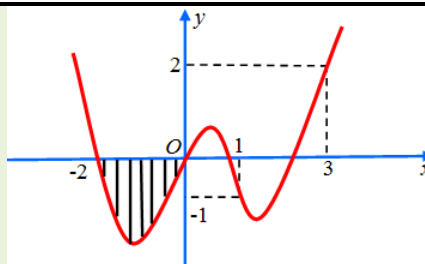
- Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $g(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1 .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = m^2 - m(4+m) > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$$

→ Chọn C.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phân sọc kẻ bằng 3. Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \int_1^2 f'(x+1) dx + \int_2^3 f'(x-1) dx + \int_3^4 f(2x-8) dx.$$



A. $T = \frac{9}{2}$.

B. $T = 6$.

C. $T = 0$.

D. $T = \frac{3}{2}$.

Lời giải:

▪ Diện tích phần kẻ sọc là: $S = \int_{-2}^0 |f(x)| dx = 3$.

Vì $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [-2; 0] \Rightarrow 3 = \int_{-2}^0 |f(x)| dx = \int_{-2}^0 [-f(x)] dx \Leftrightarrow \int_{-2}^0 f(x) dx = -3$.

▪ Tính $I = \int_3^4 f(2x-8) dx$.

Đặt $t = 2x-8 \Rightarrow dt = 2dx$; $x=3 \Rightarrow t=-2$; $x=4 \Rightarrow t=0$.

Suy ra: $I = \int_{-2}^0 f(t) \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_{-2}^0 f(x) dx = -\frac{3}{2}$.

▪ Vậy $T = \int_1^2 f'(x+1) dx + \int_2^3 f'(x-1) dx + \int_3^4 f(2x-8) dx = f(x+1) \Big|_1^2 + f(x-1) \Big|_2^3 + I$
 $= f(3) - f(2) + f(2) - f(1) - \frac{3}{2} = 2 - (-1) - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$. **→ Chọn D.**

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $f(0) + f(1) = 0$. Biết

$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{2}$, $\int_0^1 f'(x) \cos(\pi x) dx = \frac{\pi}{2}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

A. π .

B. $\frac{3\pi}{2}$.

C. $\frac{2}{\pi}$.

D. $\frac{1}{\pi}$.

Lời giải:

▪ Xét tích phân $I = \int_0^1 f'(x) \cos(\pi x) dx = \frac{\pi}{2}$

▪ Đặt: $\begin{cases} u = \cos(\pi x) \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\pi \sin(\pi x) dx \\ v = f(x) \end{cases}$.

Ta có: $I = f(x) \cos(\pi x) \Big|_0^1 + \pi \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx$

$$= -f(1) - f(0) + \pi \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx = \pi \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx$$

▪ Theo đề: $I = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \pi \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \boxed{\int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx = \frac{1}{2}}$.

▪ Mặt khác: $\int_0^1 \sin^2(\pi x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 [1 - \cos(2\pi x)] dx = \frac{1}{2} \left[x - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi x) \right]_0^1 = \frac{1}{2}$.

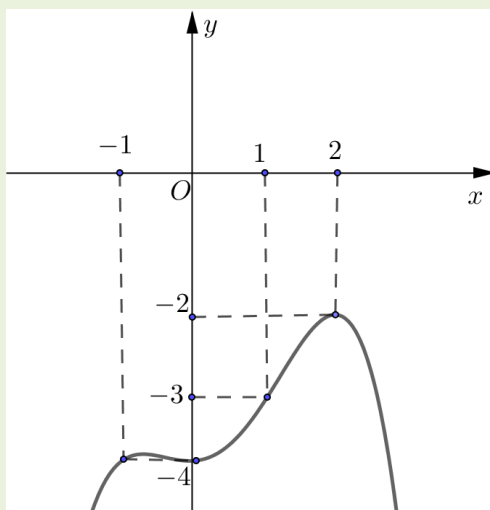
Xét $\int_0^1 [f^2(x) - 2f(x)\sin(\pi x) + \sin^2(\pi x)] dx = \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$.

Khi đó $\int_0^1 [f(x) - \sin(\pi x)]^2 dx = 0$.

▪ Vì $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $[f(x) - \sin(\pi x)]^2 \geq 0, \forall x \in [0;1]$ nên ta suy ra $f(x) - \sin(\pi x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \sin(\pi x)$.

▪ Do đó $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \sin(\pi x) dx = -\frac{1}{\pi} \cos(\pi x) \Big|_0^1 = \frac{2}{\pi}$. **→ Chọn C.**

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $9.6^{f(x)} + (4 - f^2(x)).9^{f(x)} \leq (-m^2 + 5m).4^{f(x)}$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$ là

A. 10.

B. 4.

C. 5.

D. 9.

Lời giải:

▪ Ta có: $9.6^{f(x)} + (4 - f^2(x)).9^{f(x)} \leq (-m^2 + 5m).4^{f(x)}$

$$\Leftrightarrow (4 - f^2(x)).\left(\frac{3}{2}\right)^{2f(x)} + 9.\left(\frac{3}{2}\right)^{f(x)} \leq -m^2 + 5m \quad (1)$$

- Từ đồ thị hàm số suy ra $f(x) \leq -2, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó $(4 - f^2(x)) \left(\frac{3}{2}\right)^{2f(x)} \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{f(x)} \leq 9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = 4, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $(4 - f^2(x)) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{2f(x)} + 9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{f(x)} \leq 4, \forall x \in \mathbb{R}$.

- Đề (1) có nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$ thì $4 \leq -m^2 + 5m \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 4$.

- Do m là số nguyên nên $m \in \{1, 2, 3, 4\}$.

→ Chọn B.

Câu 21. Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z + 2w = 8 - 6i$ và $|z - w| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z| + |w|$ bằng

A. $4\sqrt{6}$.

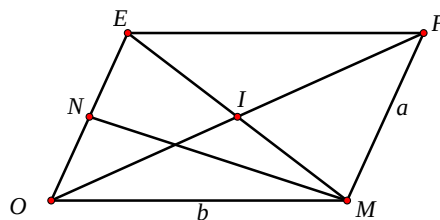
B. $2\sqrt{26}$.

C. $\sqrt{66}$.

D. $3\sqrt{6}$.

Lời giải:

- Giả sử M, N lần lượt là các điểm biểu diễn cho z, w . Dựng hình bình hành $OMFE$ với điểm E đối xứng với O qua N và điểm $F(8; -6)$, I là trung điểm của OF (xem hình vẽ), khi đó: $OF = 2OI = 10$.



- Ta có: $z + 2w = 8 - 6i$. Suy ra $\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OF} = 2\overrightarrow{OI}$, $|z - w| = MN = 4$.

- Đặt $|z| = ON = \frac{a}{2}$; $|w| = OM = b$.

- Theo công thức trung tuyến, ta có:
$$\begin{cases} \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{ME^2}{4} = OI^2 = 25 \\ \frac{b^2 + ME^2}{2} - \frac{a^2}{4} = MN^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ME^2 = 2a^2 + 2b^2 - 100 \\ 2b^2 + 2ME^2 - a^2 = 64 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ME^2 = 2a^2 + 2b^2 - 100 \\ 2b^2 + 2(2a^2 + 2b^2 - 100) - a^2 = 64 \end{cases} \Rightarrow a^2 + 2b^2 = \frac{264}{3}.$$

- Theo bất đẳng thức B-C-S: ta có:

$$|z| + |w| = \left| \frac{a}{2} + b \right| = \left| \frac{1}{2}a + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}b \right| \leq \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{a^2 + 2b^2}{\frac{264}{3}}\right)} = \sqrt{66}. \text{ Vậy } (a + b)_{\max} = \sqrt{66}.$$

Dấu đẳng thức trên xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}b}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ và $a^2 + 2b^2 = \frac{264}{3} \Leftrightarrow a = b = \frac{2\sqrt{66}}{3}$. **→ Chọn C.**

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1, biết khoảng cách từ A đến (SBC) là $\frac{\sqrt{6}}{4}$, từ B đến (SCA) là $\frac{\sqrt{15}}{10}$, từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{30}}{20}$ và hình chiếu vuông góc của S xuống đáy nằm trong tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $V_{S.ABC}$.

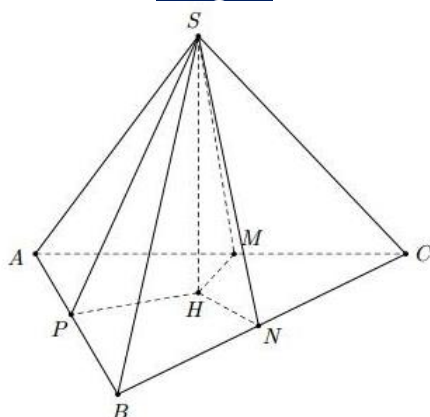
A. $\frac{1}{36}$.

B. $\frac{1}{48}$.

C. $\frac{1}{12}$.

D. $\frac{1}{24}$.

Lời giải:



- Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AC, BC, AB .
- Đặt $SH = h \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{h\sqrt{3}}{12}$.
- Ta có: $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SP \cdot AB \Rightarrow SP = \frac{2S_{\Delta SAB}}{AB} = 2S_{SAB} = \frac{6V_{S.ABC}}{d(C; (SAB))} = \frac{6 \cdot \frac{h\sqrt{3}}{12}}{\frac{\sqrt{30}}{20}} = h\sqrt{10}$.
- Do đó: $PH = \sqrt{SP^2 - SH^2} = 3h$. Tương tự như thế, ta tính được $HM = 2h, HN = h$.
- Ta có $S_{ABC} = S_{HAB} + S_{HAC} + S_{HBC} = \frac{1}{2}(HP \cdot 1 + HM \cdot 1 + HN \cdot 1)$
 $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2}(3h + 2h + h) \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{12}$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{48}$. **→ Chọn B.**

Câu 23. Cho khối trụ có bán kính đáy R và có chiều cao $h = 2R$. Hai đáy của khối trụ là hai đường tròn có tâm lần lượt là O và O' . Trên đường tròn (O) ta lấy điểm A cố định. Trên đường tròn (O') ta lấy điểm B thay đổi. Hỏi độ dài đoạn AB lớn nhất bằng bao nhiêu?

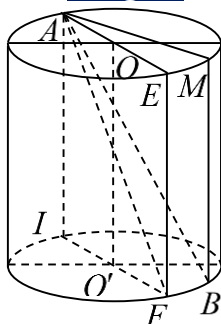
A. $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$.

B. $AB_{\max} = 4R\sqrt{2}$.

C. $AB_{\max} = 4R$.

D. $AB_{\max} = R\sqrt{2}$.

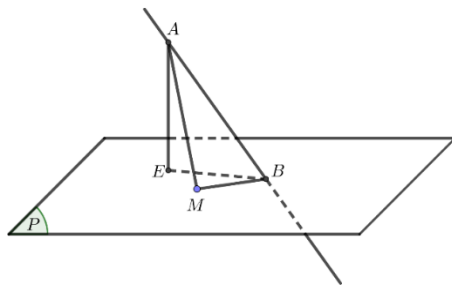
Lời giải:



- Gọi $AEFI$ là thiết diện đi qua trục của khối trụ.
- Với mỗi điểm B thay đổi trên đường tròn (O') , gọi BM là đường sinh tương ứng của hình trụ, M thuộc đường tròn (O) , khi đó: $AB^2 = AM^2 + MB^2 = AM^2 + 4R^2 \leq AE^2 + 4R^2$. (Dây cung luôn bé hơn hoặc bằng đường kính của đường tròn).
- Suy ra $AB_{\max}^2 = AE^2 + 4R^2 = 8R^2$.
- Vậy $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$, khi đó M trùng E , B trùng F . **→ Chọn A.**

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi đó độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?
A. $H(-2; -1; 3)$. **B.** $I(-1; -2; 3)$. **C.** $K(3; 0; 15)$. **D.** $J(-3; 2; 7)$.

Lời giải:



- d qua $A(1; 2; -3)$, có VTCP $\vec{u} = (3; 4; -4)$ nên d có phương trình:
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$$
. Thay vào (P) , ta được: $2(1 + 3t) + 2(2 + 4t) - (-3 - 4t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1) = d \cap (P)$.
- Ta có: $MB^2 = AB^2 - MA^2$. Do đó: $(MB)_{\max} \Leftrightarrow (MA)_{\min}$ (vì AB đã cố định) $\Leftrightarrow M$ trùng với hình chiếu E của A trên mặt phẳng (P) .

- Xét đường thẳng AE qua $A(1; 2; -3)$, nhận $\vec{n}_p = (2; 2; -1)$ làm vector chỉ phương có phương

$$\text{trình là } \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 2 + 2t' \\ z = -3 - t' \end{cases}. \text{ Thay vào phương trình (P): } 2(1 + 2t') + 2(2 + 2t') - (-3 - t') + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow t' = -2 \Rightarrow E(-3; -2; -1) \text{ mà } M \text{ trùng } E \text{ nên } M(-3; -2; -1).$$

- Ta có: $\vec{BM} = (-1; 0; -2)$. Từ các phương án, ta thấy điểm I ứng với $\vec{BI} = (1; 0; 2) = -\vec{BM}$.

Do đó hai vector $\vec{BI}$, $\vec{BM}$ cùng phương tức là BM đi qua điểm I .

→ Chọn B.

Câu 25. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt:

$$3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1}.$$

A. $3 \leq m < 1$.

B. $-2 < m \leq \frac{1}{3}$.

C. $-1 \leq m \leq \frac{1}{4}$.

D. $0 \leq m < \frac{1}{3}$.

Lời giải:

- Điều kiện $x \geq 1$.

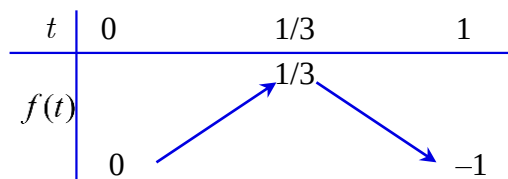
$$\text{Ta có: } 3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1} \Leftrightarrow 3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + m = 2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}.$$

- Đặt $t = \sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}} = \sqrt[4]{1 - \frac{2}{x+1}} \Rightarrow 0 \leq t < 1$. Phương trình trở thành: $m = -3t^2 + 2t$ (1)

$$\text{Nhận thấy, ứng với mỗi } t = t_0 \in [0; 1), \text{ ta có: } \sqrt[4]{1 - \frac{2}{x+1}} = t_0 \Leftrightarrow 1 - \frac{2}{x+1} = t_0^4 \Leftrightarrow x = \frac{2}{1-t_0^4} - 1.$$

Vậy, với mỗi $t \in [0; 1)$ sẽ cho ra một nghiệm x tương ứng.

- Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $t \in [0; 1)$.
- Xét hàm $f(t) = -3t^2 + 2t, t \in [0; 1) \Rightarrow f'(t) = -6t + 2 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$.
- Bảng biến thiên:



- Từ bảng biến thiên, ta có: $0 \leq m < \frac{1}{3}$ thỏa mãn. → Chọn D.

ĐỀ SỐ 05

Họ tên học sinh:	Điểm số	Nhận xét
Lớp:		
TRẮC NGHIỆM 25 CÂU THỜI GIAN: 90 PHÚT	CÁC CÂU HỎI Ở MỨC ĐỘ VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO	
MỨC ĐỘ: 7→10 ĐIỂM	Nội dung: 5 câu khảo sát hàm số – 3 câu mũ và logarit – 04 câu nguyên hàm, tích phân – 04 câu số phức – 05 câu thể tích khối đa diện, khối nón, trụ, cầu – 04 câu hệ tọa độ Oxyz.	



Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4			$+\infty$
	$-\infty$			-2		

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ là:

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 4 .

Câu 2. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -1 + i$, $z_2 = 1 + 2i$, $z_3 = 2 - i$, $z_4 = -3i$. Gọi S là diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S .

A. $S = \frac{17}{2}$.

B. $S = \frac{19}{2}$.

C. $S = \frac{23}{2}$.

D. $S = \frac{21}{2}$.

Câu 3. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1| = |z+\bar{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một
A. đường thẳng. B. đường tròn. C. parabol. D. hypebol.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của $m \in \mathbb{R}$ để hàm số $y = \sin x + \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
A. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. B. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. C. $m \geq \sqrt{2}$. D. $m \geq \sqrt{2}$.

Câu 5. Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 5$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = 2b - a$.
A. $T = \sqrt{51} + 6$. B. $T = \sqrt{61} + 3$. C. $T = \sqrt{61} - 3$. D. $T = \sqrt{51} - 6$.

Câu 6. Có bao giá trị nguyên dương của m để phương trình $4^x - m \cdot 2^x + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

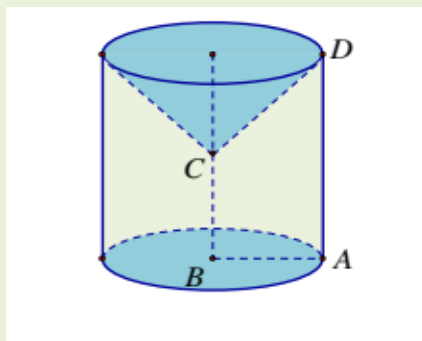
Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $H(2;1;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 7 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua H và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) có diện tích nhỏ nhất. Bán kính đường tròn (C) là

- A. 1. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. 2.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 9. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$.

C. $V = \pi a^3$.

D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$; $B(0;3;0)$; $C(0;0;4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH .

A. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = -2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 4t \\ z = 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 11. Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đạt giá trị nhỏ nhất.

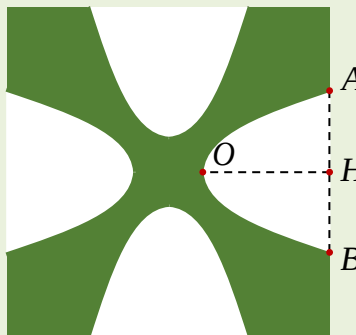
A. $M(1; -3)$.

B. $M(3; 5)$.

C. $M(0; -1)$.

D. $M(4; 3)$.

Câu 12. Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



A. $\frac{160}{3} \text{ cm}^2$.

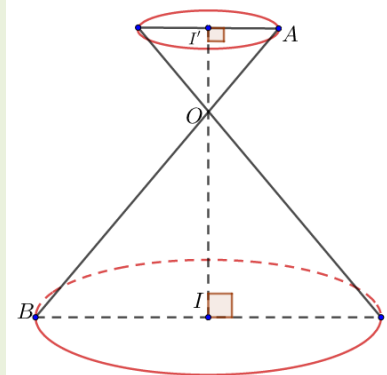
B. $\frac{140}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{14}{3} \text{ cm}^2$.

D. 50 cm^2 .

Câu 13. Cho một đồng hồ cát như bên dưới (gồm hai hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° . Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi \text{ cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần bên trên thì khi chảy hết

xuống dưới, tỷ số thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



A. $\frac{1}{64}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{27}$.

D. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ biết: $\int_1^{e^6} \frac{f(\ln \sqrt{x})}{x} dx = 6$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x) \sin 2x dx = 2$. Giá trị

của $\int_1^3 [f(x) + 2] dx$ bằng:

A. 10.

B. 16.

C. 9.

D. 5.

Câu 15. Cho $m = \log_a \left(\sqrt[3]{ab} \right)$ với $a > 1$, $b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = 4$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Câu 16. Biết rằng tích phân $\int_0^4 \frac{(x+1)e^x}{\sqrt{2x+1}} dx = ae^4 + b$. Tính $T = a^2 - b^2$

A. $T = 1$.

B. $T = 2$.

C. $T = \frac{3}{2}$.

D. $T = \frac{5}{2}$.

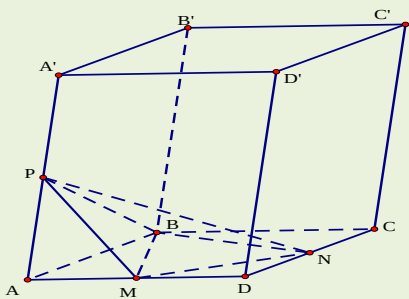
Câu 17. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12 (đơn vị thể tích). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, DC, AA' . Tính thể tích khối chóp $P.BMN$.

A. $V_{P.BMN} = \frac{3}{2}$.

B. $V_{P.BMN} = 3$.

C. $V_{P.BMN} = \frac{3}{4}$.

D. $V_{P.BMN} = 2$.



- Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(-3;1;1)$, $B(1;-1;5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tính bán kính r của đường tròn (T) .
- A. $r = 4$. B. $r = 2$. C. $r = \sqrt{3}$. D. $r = \sqrt{2}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh $SA = x$ còn tất cả các cạnh khác có độ dài bằng 2. Tính thể tích V lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 1$

B. $V = \frac{1}{2}$.

C. $V = 3$.

D. $V = 2$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC thỏa mãn $AC = 4AH$ và $SH = a$. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$ (mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt bên của hình chóp)

A. $\frac{4a}{9 + \sqrt{13}}$.

B. $\frac{4a}{5 + \sqrt{17}}$.

C. $\frac{4a}{5 + \sqrt{13}}$.

D. $\frac{4a}{9 + \sqrt{17}}$.

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$,
 $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $d_4: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là
A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $[0;1]$. Biết $f(x) \cdot f(1-x) = 1$ với

$\forall x \in [0;1]$. Tính giá trị $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)}$

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Câu 23. Cho hàm số $y = x^3 + 3x$ có đồ thị là (C) . M_1 là điểm trên (C) có hoành độ bằng 1. Tiếp tuyến tại điểm M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 . Tiếp tuyến tại điểm M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác M_2 . Tiếp tuyến tại điểm M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} ($n \geq 4, n \in \mathbb{N}$)? Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện $y_n - 3x_n + 2^{21} = 0$.

A. $n = 7$.

B. $n = 8$.

C. $n = 22$.

D. $n = 21$.

Câu 24. Tìm môđun của số phức z biết $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$.

A. $|z| = \frac{1}{2}$.

B. $|z| = 2$.

C. $|z| = 4$.

D. $|z| = 1$.

Câu 25. Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$T = |z| + |w|$.

A. $\max T = \sqrt{176}$.

B. $\max T = 14$.

C. $\max T = 4$.

D. $\max T = \sqrt{106}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 05

1C	2A	3C	4C	5C	6A	7D	8C	9B	10C
11D	12B	13B	14D	15C	16B	17C	18A	19D	20D
21A	22B	23B	24B	25D					

LỜI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ SỐ 05

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2020}{f(x)}$ ($f(x) \neq 0$) là:

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 4 .

Lời giải:

- Điều kiện : $f(x) \neq 0$.
- Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2018}{f(x)}$ là số nghiệm phương trình $f(x) = 0$ (tức là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành).
- Nhìn bảng biến thiên ta thấy số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ với trục hoành bằng 3 nên đồ thị đã cho có 3 tiệm cận đứng. **→ Chọn C.**

Câu 2. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C, D lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -1+i, z_2 = 1+2i, z_3 = 2-i, z_4 = -3i$. Gọi S là diện tích tứ giác $ABCD$. Tính S .

A. $S = \frac{17}{2}$.

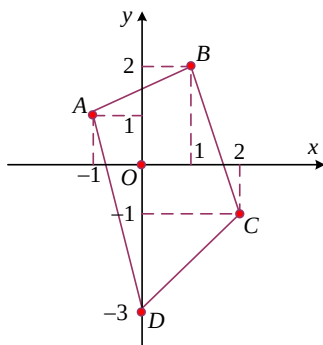
B. $S = \frac{19}{2}$.

C. $S = \frac{23}{2}$.

D. $S = \frac{21}{2}$.

Lời giải:

- Ta có $z_1 = -1+i \Rightarrow A(-1;1), z_2 = 1+2i \Rightarrow B(1;2), z_3 = 2-i \Rightarrow C(2;-1), z_4 = -3i \Rightarrow D(0;-3)$



- $\overrightarrow{AB} = (2; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (3; -2)$, $\overrightarrow{AD} = (1; -4)$.
- $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |2 \cdot (-2) - 1 \cdot 3| = \frac{7}{2}$; $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} |-4 \cdot 3 - 1 \cdot (-2)| = 5$.
- Do đó: $S_{\triangle ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = \frac{7}{2} + 5 = \frac{17}{2}$. **→ Chọn A.**

Câu 3. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $2|z-1| = |z+\bar{z}+2|$ trên mặt phẳng tọa độ là một
A. đường thẳng. **B.** đường tròn. **C.** parabol. **D.** hypebol.

Lời giải:

- Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi \Rightarrow z + \bar{z} = 2x$.
- Ta có $2|x-1+yi| = |2x+2| \Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)^2 + y^2} = |2x+2|$
 $\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow y^2 = 4x$.
- Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một parabol. **→ Chọn C.**

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của $m \in \mathbb{R}$ để hàm số $y = \sin x + \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
A. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. **B.** $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. **C.** $m \geq \sqrt{2}$. **D.** $m \geq \sqrt{2}$.

Lời giải:

- Ta có: $y' = \cos x - \sin x + m$.
- Hàm đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
 $\Leftrightarrow \cos x - \sin x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sin x - \cos x \leq m, \forall x \in \mathbb{R}$.
- Xét hàm $f(x) = \sin x - \cos x$ trên $\mathbb{R}$.
- Ta có $\sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow -\sqrt{2} \leq f(x) \leq \sqrt{2}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \max_{\mathbb{R}} f(x) = \sqrt{2}$.
- Do đó $f(x) \leq m, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \sqrt{2}$. **→ Chọn C.**

Câu 5. Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \leq 5$. Biết $S = (a; b]$. Tính $T = 2b - a$.

A. $T = \sqrt{51} + 6$

B. $T = \sqrt{61} + 3$

C. $T = \sqrt{61} - 3$

D. $T = \sqrt{51} - 6$

Lời giải:

- Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 27$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 9 = 0$ (1)
- Hàm số đạt cực trị tại $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$
 $\Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$. Theo giả thiết $m > 0$ nên ta chỉ nhận $m > 3$ (*)
- $|x_1 - x_2| \leq 5 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{\Delta_{y'}}}{|a_{y'}|} \leq 5 \Leftrightarrow 4m^2 - 36 \leq 25 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{61}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{61}}{2}$
- Dựa vào điều kiện (*), ta được: $3 < m \leq \frac{\sqrt{61}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{\sqrt{61}}{2} \end{cases} \Rightarrow T = 2b - a = \sqrt{61} - 3$.

→ Chọn C.

Câu 6. Có bao giá trị nguyên dương của m để phương trình $4^x - m \cdot 2^x + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

- Đặt $t = 2^x > 0$. Phương trình đã cho trở thành: $\underbrace{t^2 - mt + 2m - 5}_{g(t)} = 0$.
- Phương trình ban đầu có hai nghiệm trái dấu $x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow 2^{x_1} < 2^0 < 2^{x_2} \Rightarrow 0 < t_1 < 1 < t_2$.
- Yêu cầu bài toán tương đương $g(t) = 0$ có hai nghiệm $0 < t_1 < 1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0, P > 0 \\ a \cdot g(1) < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 20 > 0 \\ m > 0 \\ 2m - 5 > 0 \\ 1 - m + 2m - 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < m < 4. \text{ Vì } m \text{ nguyên dương nên } m = 3.$$

→ Chọn A.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $H(2;1;2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z - 7 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua H và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) có diện tích nhỏ nhất. Bán kính đường tròn (C) là

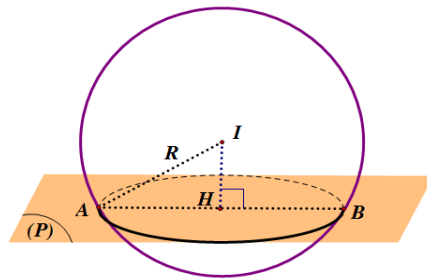
A. 1.

B. $\sqrt{5}$.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:



- Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;1)$ và bán kính $R=3$.
- Ta có $IH = \sqrt{(2-0)^2 + (1-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{5} < 3 = R$ nên H nằm trong mặt cầu (S).
- Diện tích của đường tròn (C) nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ Bán kính của (C) nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (P))$ lớn nhất.
Do $d(I, (P)) \leq IH \Rightarrow [d(I, (P))]_{\max} = IH$. Vậy (P) vuông góc IH.
- Bán kính của (C): $r = AH = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{3^2 - \sqrt{5}^2} = 2$. **→ Chọn D.**

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; e)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3

B. 2

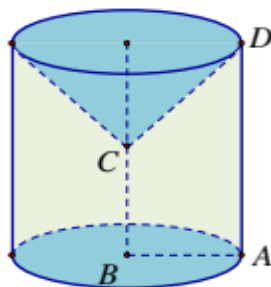
C. 1

D. 4

Lời giải:

- Điều kiện: $\ln x - 2m \neq 0, \forall x \in (1; e) \Rightarrow 2m \neq \ln x, \forall x \in (1; e) \Rightarrow 2m \notin (0; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1)$
- Đạo hàm: $y' = \frac{-2m+4}{(\ln x - 2m)^2} \cdot \frac{1}{x} > 0, \forall x \in (1; e) \Rightarrow -2m+4 > 0 \Rightarrow m < 2 \quad (2)$
- Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} m \leq 0 \\ \frac{1}{2} \leq m < 2 \end{cases}$.
- S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m nên $S = \{1\}$. **→ Chọn C.**

Câu 9. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

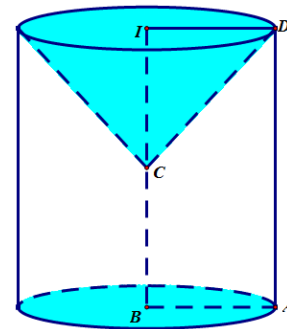
B. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$.

C. $V = \pi a^3$.

D. $V = \frac{7\pi a^3}{3}$.

Lời giải:

- Vẽ hình chữ nhật $ABID$. Thể tích của khối trụ sinh bởi hình chữ nhật $ABID$ khi quay cạnh BI là: $V_1 = \pi \cdot AB^2 \cdot AD = 2\pi a^3$.
- Thể tích của khối nón sinh bởi tam giác CID khi quay cạnh CI là: $V_2 = \frac{1}{3} \pi \cdot ID^2 \cdot CI = \frac{\pi a^3}{3}$.
- Vậy $V = V_1 - V_2 = \frac{5\pi a^3}{3}$. → Chọn B.



Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$; $B(0;3;0)$; $C(0;0;4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH .

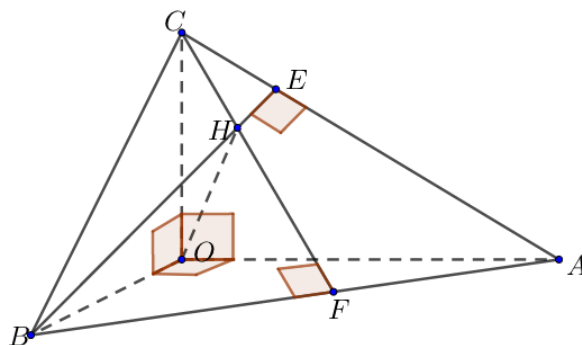
A. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = -2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 4t \\ z = 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Lời giải:



- Do tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc nhau và H là trực tâm tam giác ABC . Ta sẽ chứng minh: $OH \perp (ABC)$.

- Vẽ các đường cao EB, CF của tam giác ABC .

Ta có: $\begin{cases} AC \perp OB \text{ (do } OB \perp (OAC)) \\ AC \perp BH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (OBH) \Rightarrow AC \perp OH \quad (1)$

Tương tự như thế, ta có $AB \perp OH \quad (2)$. Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (ABC)$.

- Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$, hay $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.
- Vì $OH \perp (ABC)$ nên đường thẳng OH có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (6; 4; 3)$.

Vậy, phương trình tham số của đường thẳng OH là $\begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases} \rightarrow \text{Chọn C.}$

Câu 11. Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) đạt giá trị nhỏ nhất.

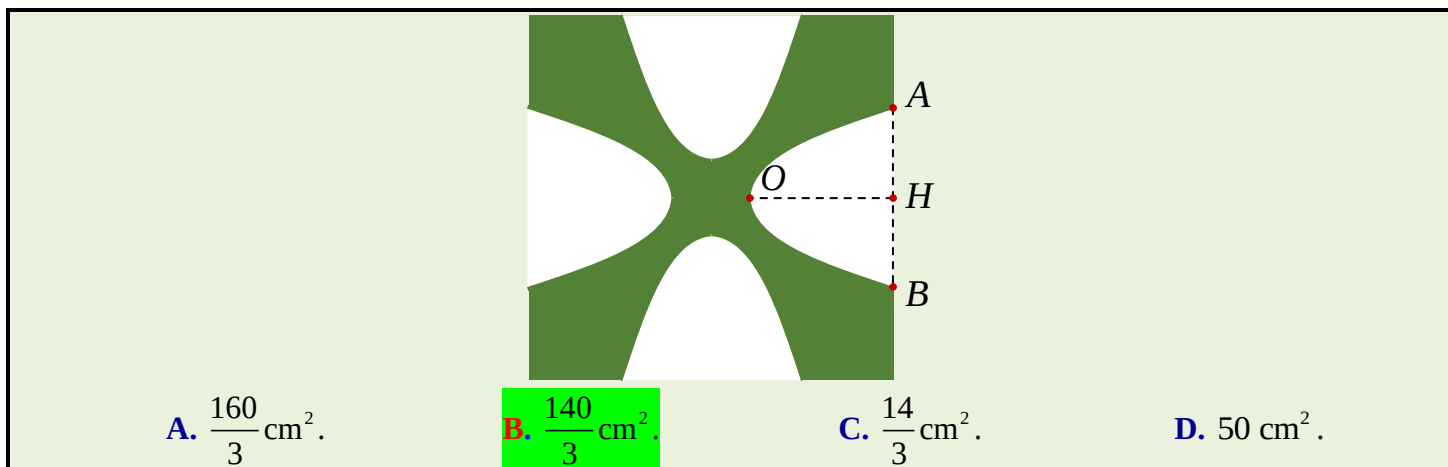
- A. $M(1; -3)$. B. $M(3; 5)$. C. $M(0; -1)$. **D. $M(4; 3)$.**

Lời giải:

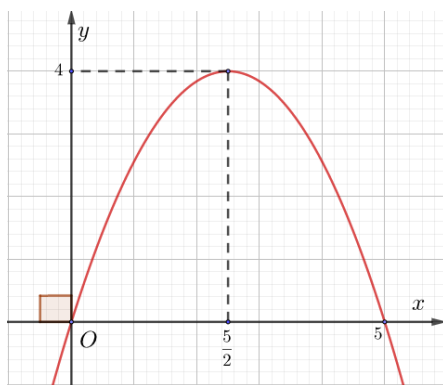
- Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $d_1: x - 2 = 0$ và tiệm cận ngang $d_2: y - 1 = 0$.
- Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0+2}{x_0-2}\right) \in (C)$ với $x_0 > 0, x_0 \neq 2$.
- Ta có: $d(M; (d_1)) + d(M; (d_2)) = |x_0 - 2| + \left| \frac{x_0+2}{x_0-2} - 1 \right| = |x_0 - 2| + \left| \frac{4}{x_0-2} \right|$
 $\geq 2\sqrt{|x_0-2| \cdot \left| \frac{4}{x_0-2} \right|} = 4$ (Áp dụng BĐT Cauchy cho 2 số dương $|x_0-2|, \left| \frac{4}{x_0-2} \right|$).
- Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} |x_0-2| = \left| \frac{4}{x_0-2} \right| \\ x_0 > 0, x_0 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_0-2)^2 = 4 \\ x_0 > 0, x_0 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \\ x_0 = 0 \\ x_0 > 0, x_0 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 4 \Rightarrow M(4; 3). \rightarrow \text{Chọn D.}$$

Câu 12. Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.

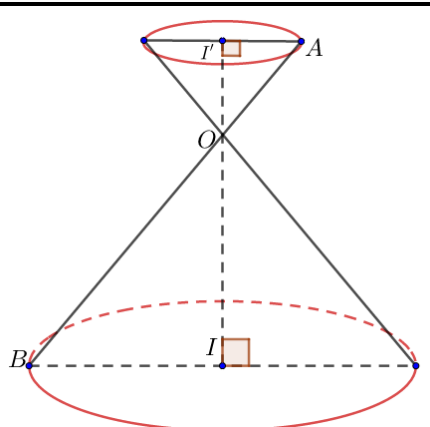


Lời giải:



- Đưa parabol vào hệ trục Oxy ta tìm được phương trình là $(P): y = -\frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{5}x$.
- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = -\frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{5}x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=5$ là $S = \int_0^5 \left(-\frac{16}{25}x^2 + \frac{16}{5}x \right) dx = \frac{40}{3}$.
- Tổng diện tích phần bị khoét đi: $S_1 = 4S = \frac{160}{3} \text{ cm}^2$.
- Diện tích của hình vuông là $S_{hv} = 100 \text{ cm}^2$.
- Vậy diện tích bề mặt hoa văn là $S_2 = S_{hv} - S_1 = 100 - \frac{160}{3} = \frac{140}{3} \text{ cm}^2$. → Chọn B.

Câu 13. Cho một đồng hồ cát như bên dưới (gồm hai hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° . Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30 cm và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi \text{ cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần bên trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỷ số thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



A. $\frac{1}{64}$.

B. $\frac{1}{8}$.

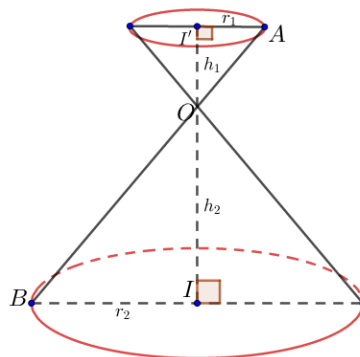
C. $\frac{1}{27}$.

D. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Lời giải:

- Gọi r_1, h_1, r_2, h_2 lần lượt là bán kính, đường cao của hình nón trên và hình nón dưới.
- Do đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° nên $OAI' = OBI = 60^\circ$, khi đó

ta có mối liên hệ:
$$\begin{cases} \tan 60^\circ = \frac{h_1}{r_1} \\ \tan 60^\circ = \frac{h_2}{r_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \frac{h_1}{\sqrt{3}} \\ r_2 = \frac{h_2}{\sqrt{3}} \end{cases}.$$



- Theo đề ta có: $V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi(h_1r_1^2 + h_2r_2^2)$
 $= \frac{1}{9}\pi(h_1^3 + h_2^3) = 1000\pi \Rightarrow h_1^3 + h_2^3 = 9000.$
- $h_1^3 + h_2^3 = \left(\underbrace{h_1 + h_2}_{=30}\right)^3 - 3\left(\underbrace{h_1 + h_2}_{=30}\right)h_1h_2 \Leftrightarrow 9000 = 30^3 - 3 \cdot 30 \cdot h_1h_2 \Rightarrow h_1 \cdot h_2 = 200.$
- Kết hợp giả thiết: $h_1 + h_2 = 30$ ta được $\begin{cases} h_1 = 10 \\ h_2 = 20 \end{cases}.$

Từ đó tỉ lệ cần tìm là $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \frac{\left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 10}{\left(\frac{20}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 20} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}.$

→ Chọn B.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ biết: $\int_1^{e^6} \frac{f(\ln \sqrt{x})}{x} dx = 6$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x) \sin 2x dx = 2$. Giá trị

của $\int_1^3 [f(x) + 2] dx$ bằng:

A. 10.

B. 16.

C. 9.

D. 5.

Lời giải:

▪ Ta có: $I_1 = \int_1^{e^6} \frac{f(\ln \sqrt{x})}{x} dx = 6$. Đặt $t = \ln \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2x} dx \Rightarrow 2dt = \frac{1}{x} dx$.

Ta có: $I_1 = \int_0^3 2f(t)dt = 6 \Rightarrow \int_0^3 f(t)dt = \int_0^3 f(x)dx = 3$ (1)

▪ Ta có: $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x) \cdot \sin 2x dx$. Đặt $t = \cos^2 x \Rightarrow dt = -\sin 2x dx$.

Ta có: $I_2 = \int_1^0 f(t)(-dt) = 2 \Rightarrow \int_0^1 f(x)dx = 2$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\int_1^3 f(x)dx = 3 - 2 = 1$.

▪ Vậy $\int_1^3 [f(x) + 2] dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_1^3 2dx = 1 + 4 = 5$.

→ Chọn D.

Câu 15. Cho $m = \log_a (\sqrt[3]{ab})$ với $a > 1$, $b > 1$ và $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$. Tìm m sao cho P đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = 4$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Lời giải:

▪ Với $a > 1$, $b > 1$ thì $\log_b a > 0$. Áp dụng BĐT Cauchy ta được:

$$P = \log_a^2 b + 8 \log_b a + 8 \log_b a \geq 3 \sqrt{\log_a^2 b \cdot 8 \log_b a \cdot 8 \log_b a} = 12.$$

$P_{\max} = 12$, khi đó dấu “=” của BĐT trên xảy ra

$$\Leftrightarrow \log_a^2 b = 8 \log_b a \Leftrightarrow \log_a^3 b = 8 \Leftrightarrow \log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2.$$

▪ $m = \log_a (\sqrt[3]{ab}) = \log_a \sqrt[3]{a \cdot a^2} = 1$.

→ Chọn C.

Câu 16. Biết rằng tích phân $\int_0^4 \frac{(x+1)e^x}{\sqrt{2x+1}} dx = ae^4 + b$. Tính $T = a^2 - b^2$

A. $T = 1$.

B. $T = 2$.

C. $T = \frac{3}{2}$.

D. $T = \frac{5}{2}$.

Lời giải:

▪ Ta có $I = \int_0^4 \frac{x+1}{\sqrt{2x+1}} e^x dx = \frac{1}{2} \int_0^4 \frac{2x+2}{\sqrt{2x+1}} e^x dx = \frac{1}{2} \left(\int_0^4 \sqrt{2x+1} e^x dx + \int_0^4 \frac{e^x}{\sqrt{2x+1}} dx \right)$ (1)

▪ Xét $I_1 = \int_0^4 \frac{e^x}{\sqrt{2x+1}} dx$.

Đặt $\begin{cases} u = e^x \\ dv = \frac{dx}{\sqrt{2x+1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = \int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2x+1} \end{cases}$

Do đó $I_1 = e^x \cdot \sqrt{2x+1} \Big|_0^4 - \int_0^4 e^x \cdot \sqrt{2x+1} dx = 3e^4 - 1 - \int_0^4 e^x \cdot \sqrt{2x+1} dx$ (2).

▪ Thay (2) vào (1), ta được: $I = \frac{1}{2} \left(\int_0^4 \sqrt{2x+1} e^x dx + 3e^4 - 1 - \int_0^4 e^x \cdot \sqrt{2x+1} dx \right) = \frac{3}{2} e^4 - \frac{1}{2}$.

▪ Khi đó $a = \frac{3}{2}, b = \frac{-1}{2} \Rightarrow T = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2$. **→ Chọn B.**

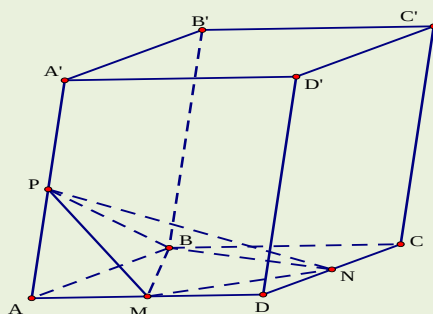
Câu 17. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12 (đơn vị thể tích). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, DC, AA' . Tính thể tích khối chóp $P.BMN$.

A. $V_{P.BMN} = \frac{3}{2}$.

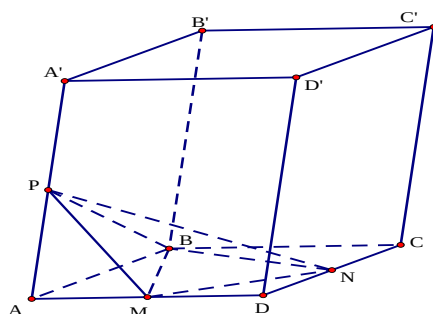
B. $V_{P.BMN} = 3$.

C. $V_{P.BMN} = \frac{3}{4}$.

D. $V_{P.BMN} = 2$.



Lời giải:



- Gọi h là đường cao của hình hộp và S là diện tích đáy $ABCD$. Ta có: $h.S = 12$.
 - Gọi h' , S' lần lượt là độ dài đường cao và diện tích đáy của hình chóp $P.BMN$.
 - Ta có: $\frac{h'}{h} = \frac{PA}{A'A} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{h' = \frac{1}{2}h}$.
 - Xét các tỉ số diện tích: $\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \boxed{\frac{1}{4}S}$.
 - $\frac{S_{\triangle DMN}}{S_{\triangle DAC}} = \frac{DM}{DA} \cdot \frac{DN}{DC} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\triangle DMN} = \frac{1}{4}S_{\triangle DAC} = \frac{1}{8}S_{ABCD} = \boxed{\frac{1}{8}S}$.
 - $\frac{S_{\triangle CBN}}{S_{\triangle CBD}} = \frac{CN}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{\triangle CBN} = \frac{1}{2}S_{\triangle CBD} = \frac{1}{4}S_{ABCD} = \boxed{\frac{1}{4}S}$.
- Ta có: $S' = S - \frac{1}{4}S - \frac{1}{8}S - \frac{1}{4}S = \frac{3S}{8}$. Do đó: $V_{P.BMN} = \frac{1}{3}h'.S' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}h \cdot \frac{3S}{8} = \frac{hS}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

→ Chọn C.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(-3;1;1)$, $B(1;-1;5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tính bán kính r của đường tròn (T) .

A. $r = 4$.

B. $r = 2$.

C. $r = \sqrt{3}$.

D. $r = \sqrt{2}$.

Lời giải:

- Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; -2; 4)$ và mp (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 2) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Do đó AB vuông góc với (P) .
- Giả sử mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có tâm $I(a; b; c)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên ta có:

$$\begin{cases} 9 + 1 + 1 + 6a - 2b - 2c + d = 0 \\ 1 + 1 + 25 - 2a + 2b - 10c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a - 2b - 2c + d = -11 \\ 2a - 2b + 10c - d = 27 \end{cases}$$
 Suy ra $8a - 4b + 8c = 16 \Leftrightarrow \boxed{2a - b + 2c = 4}$.
- Mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) nên ta có $R = d(I, (P)) = \frac{\left| \overbrace{2a - b + 2c}^{=4} + 11 \right|}{3} = 5$.

- Trong ΔSAC hạ $SH \perp AC$. Khi đó: $\begin{cases} SH \perp AC \\ SH \perp BD \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD);$

$$SH = \frac{SA \cdot SC}{\sqrt{SA^2 + SC^2}} = \frac{2 \cdot x}{\sqrt{4 + x^2}}.$$

- $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \sqrt{x^2 + 4} \cdot \sqrt{12 - x^2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot \sqrt{12 - x^2} \leq \frac{1}{3} \frac{x^2 + 12 - x^2}{2} = 2.$

- Vậy $(V_{S.ABCD})_{\max} = 2$. Khi đó $x = \sqrt{12 - x^2} \Rightarrow x^2 = 12 - x^2 \Rightarrow x = \sqrt{6}$ (do $x > 0$). **→ Chọn D.**

Lưu ý: Trong lời giải trên, ta có sử dụng đến BĐT: $ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$. BĐT này cũng dễ dàng được chứng minh bởi biến đổi tương đương. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

Cụ thể là: $x \cdot \sqrt{12 - x^2} \leq \frac{x^2 + 12 - x^2}{2} = 6.$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC thỏa mãn $AC = 4AH$ và $SH = a$. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$ (mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt bên của hình chóp)

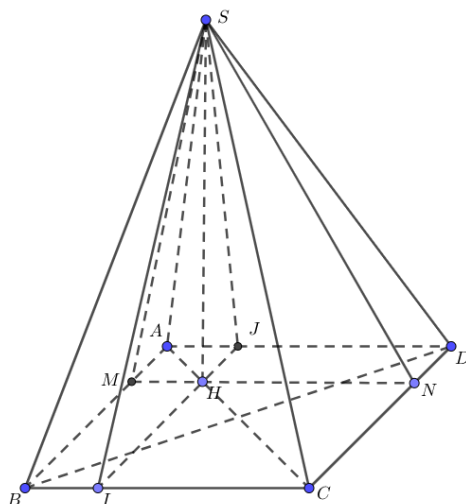
A. $\frac{4a}{9 + \sqrt{13}}.$

B. $\frac{4a}{5 + \sqrt{17}}.$

C. $\frac{4a}{5 + \sqrt{13}}.$

D. $\frac{4a}{9 + \sqrt{17}}.$

Lời giải:



- Gọi I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$ và r là bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- Ta có $d(I, (ABCD)) = d(I, (SAD)) = d(I, (SAB)) = d(I, (SBC)) = d(I, (SCD)) = r$
- Mặt khác, ta lại có: $V_{S.ABCD} = V_{I.ABCD} + V_{I.SAD} + V_{I.SAB} + V_{I.SBC} + V_{I.SCD} \quad (*)$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.r.S_{ABCD} + \frac{1}{3}.r.S_{\Delta SAD} + \frac{1}{3}.r.S_{\Delta SAB} + \frac{1}{3}.r.S_{\Delta SBC} + \frac{1}{3}.r.S_{\Delta SCD} \quad (*)$$

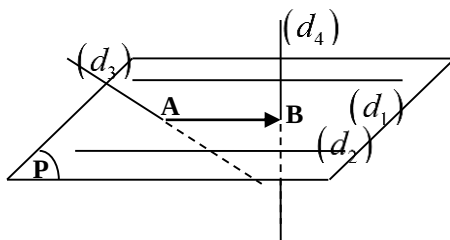
- Suy ra $r = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD} + S_{\Delta SAD} + S_{\Delta SAB} + S_{\Delta SBC} + S_{\Delta SCD}}$ với $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.
- Từ H ta dựng đường thẳng song song với AB cắt BC, AD lần lượt tại I và J .
Từ H ta dựng đường thẳng song song với AD cắt AB, CD lần lượt tại M và N .
Ta có $HI = HN = \frac{3a}{4}$ và $HM = HJ = \frac{a}{4}$; suy ra $SI = SN = \frac{5a}{4}$ và $SM = SI = \frac{\sqrt{17}a}{4}$
- Do đó $S_{\Delta SBC} = S_{\Delta SCD} = \frac{5a^2}{8}$ và $S_{\Delta SAD} = S_{\Delta SAB} = \frac{\sqrt{17}a^2}{8}$
- Do đó, từ (*) ta suy ra: $r = \frac{a^3}{\frac{5a^2}{8} + \frac{5a^2}{8} + \frac{a^2\sqrt{17}}{8} + \frac{a^2\sqrt{17}}{8} + a^2} = \frac{4a}{9 + \sqrt{17}}$. **→ Chọn D.**

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$,

$d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $d_4: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là

- A.** 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải:



- Các đường thẳng $d_1 \begin{cases} \text{qua } M(3; -1; -1) \\ \text{VTCP } \vec{u}_1 = (1; -2; 1) \end{cases}$, $d_2 \begin{cases} \text{qua } N(0; 0; 1) \\ \text{VTCP } \vec{u}_1 = (1; -2; 1) \end{cases}$; $\vec{MN} = (-3; 1; 2)$.
- Dễ thấy d_1 song song d_2 . Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai đường thẳng d_1, d_2 , khi đó (P) qua $M(3; -1; -1)$ và có VTPT: $\vec{n}_{(P)} = [\vec{MN}, \vec{u}_1] = (5; 5; 5) = 5(1; 1; 1)$ nên có phương trình $(P): x + y + z - 1 = 0$.
- Gọi $A = d_3 \cap (P) \Rightarrow A(1; -1; 1)$, $(A \notin d_1, A \notin d_2)$; $B = d_4 \cap (P) \Rightarrow B(0; 1; 0)$, $(B \notin d_1, B \notin d_2)$.
- Một đường thẳng muốn cắt hai đường d_1, d_2 thì đường thẳng đó phải nằm trong mặt phẳng (P) , nếu đường thẳng đó cắt cả d_3, d_4 thì nó phải đi qua hai điểm A, B .

Ta có $\overline{AB} = (-1; 2; -1)$ cùng phương với VTCP của hai đường thẳng d_1, d_2 nên không tồn tại đường thẳng nào đồng thời cắt cả bốn đường thẳng trên. **→ Chọn A.**

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $[0; 1]$. Biết $f(x) \cdot f(1-x) = 1$ với

$$\forall x \in [0; 1]. \text{ Tính giá trị } I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)}$$

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải:

▪ $f(x) \cdot f(1-x) = 1, \forall x \in [0; 1] \Rightarrow f(x) = \frac{1}{f(1-x)}, \forall x \in [0; 1].$

Khi đó $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)} = \int_0^1 \frac{dx}{1+\frac{1}{f(1-x)}} = \int_0^1 \frac{f(1-x)dx}{f(1-x)+1}.$

Xét $I = \int_0^1 \frac{f(1-x)dx}{f(1-x)+1}$. Đặt $t = 1-x \Rightarrow dt = -dx$. Khi đó:

$$I = \int_1^0 \frac{f(t)}{f(t)+1} (-dt) = \int_0^1 \frac{f(x)}{f(x)+1} dx.$$

▪ Ta có: $I + I = \int_0^1 \left(\frac{1}{f(x)+1} + \frac{f(x)}{f(x)+1} \right) dx = \int_0^1 dx = 1 \Rightarrow 2I = 1 \Rightarrow I = \frac{1}{2}.$

→ Chọn B.

Câu 23. Cho hàm số $y = x^3 + 3x$ có đồ thị là (C) . M_1 là điểm trên (C) có hoành độ bằng 1. Tiếp tuyến tại điểm M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 . Tiếp tuyến tại điểm M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác M_2 . Tiếp tuyến tại điểm M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} ($n \geq 4, n \in \mathbb{N}$)? Tìm số tự nhiên n thỏa mãn điều kiện $y_n - 3x_n + 2^{21} = 0$.

A. $n = 7$.

B. $n = 8$.

C. $n = 22$.

D. $n = 21$.

Lời giải:

▪ Phương trình tiếp tuyến Δ_n của (C) tại điểm $M_n(x_n; x_n^3 + 3x_n)$:

$$\Delta_n: y = (3x_n^2 + 3)(x - x_n) + x_n^3 + 3x_n.$$

▪ Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và tiếp tuyến Δ_n :

$$\begin{aligned} x^3 + 3x &= (3x_n^2 + 3)(x - x_n) + x_n^3 + 3x_n \Leftrightarrow x^3 - 3x_n^2x + 2x_n^3 = 0 \Leftrightarrow (x^3 - x_n^3) - 3x_n^2x + 3x_n^3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x - x_n)(x^2 + xx_n + x_n^2) - 3x_n^2(x - x_n) = 0 \Leftrightarrow (x - x_n)(x^2 + x_nx - 2x_n^2) = 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (x - x_n) \left[(x^2 + 2x_n x) - x_n x - 2x_n^2 \right] \Leftrightarrow (x - x_n) \left[x(x + 2x_n) - x_n(x + 2x_n) \right] \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_n \\ x = -2x_n \end{cases}.$$

- Do đó $x_{n+1} = -2x_n$ và $x_n = (-2)^{n-1} x_1 = (-2)^{n-1}$. Từ giả thiết $y_n - 3x_n + 2^{21} = 0$

Suy ra: $x_n^3 + 2^{21} = 0 \Leftrightarrow (-2)^{3n-3} + 2^{21} = 0 \Rightarrow n = 8.$

→ Chọn B.

Câu 24. Tìm môđun của số phức z biết $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$.

A. $|z| = \frac{1}{2}.$

B. $|z| = 2.$

C. $|z| = 4.$

D. $|z| = 1.$

Lời giải:

- Ta có $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i \Leftrightarrow z - 4 = |z| + i|z| - 4i - 3iz \Leftrightarrow (1 + 3i)z = |z| + 4 + (|z| - 4)i$ (*)

- Lấy môđun hai vế của (*): $|(1 + 3i)z| = \left| \underbrace{|z| + 4}_a + \underbrace{(|z| - 4)i}_b \right| \Leftrightarrow \sqrt{10}|z| = \sqrt{(|z| + 4)^2 + (|z| - 4)^2}$

$$\Leftrightarrow 10|z|^2 = (|z| + 4)^2 + (|z| - 4)^2 \Leftrightarrow 8|z|^2 = 32 \Leftrightarrow |z|^2 = 4 \Leftrightarrow |z| = 2.$$

→ Chọn B.

Câu 25. Cho số phức z và w thỏa mãn $z + w = 3 + 4i$ và $|z - w| = 9$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z| + |w|$.

A. $\max T = \sqrt{176}.$

B. $\max T = 14.$

C. $\max T = 4.$

D. $\max T = \sqrt{106}.$

Lời giải:

☺ **Cách 1:**

- Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Do $z + w = 3 + 4i$ nên $w = (3 - x) + (4 - y)i$.
- Mặt khác $|z - w| = 9$ nên $\sqrt{(2x - 3)^2 + (2y - 4)^2} = \sqrt{4x^2 + 4y^2 - 12x - 16y + 25} = 9$
 $\Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 6x - 8y = 28$ (1).

- Ta có: $T = |z| + |w| = \sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(3 - x)^2 + (4 - y)^2}.$

- Áp dụng bất đẳng thức B-C-S ta có $T \leq \sqrt{2 \left(\underbrace{2x^2 + 2y^2 - 6x - 8y + 25}_{=28} \right)}$ (2).

- Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(3 - x)^2 + (4 - y)^2}.$

- Từ (1) và (2) ta có $T^2 \leq 2.(28 + 25) \Leftrightarrow -\sqrt{106} \leq T \leq \sqrt{106}$. Vậy $T_{\max} = \sqrt{106}.$

→ Chọn D.

☺ **Cách 2:**

- Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z và w trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Đặt $a = OA = |z|$, $b = OB = |w|$. Khi đó $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (3; 4)$. Vẽ hình bình hành $OACB$, ta có điểm $C(3; 4)$.

- Hơn nữa: $|z - w| = 9 \Leftrightarrow AB = 9$. Gọi I là tâm của hình bình hành trên, ta có: $OI = \frac{5}{2}$.

- Xét tam giác OAB có trung tuyến OI thì $OI^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{AB^2}{4}$
 $\Leftrightarrow \frac{25}{4} = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{81}{4} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 53$.

- Áp dụng B-C-S: $T = 1.a + 1.b \leq \sqrt{(1^2 + 1^2) \left(\underbrace{a^2 + b^2}_{=53} \right)} = \sqrt{106}$. Do đó $T_{Max} = \sqrt{106}$.

