

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm 04 trang – 50 câu)

Mã đề: GỐC

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 01. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Số tập hợp con gồm hai phần tử của tập hợp A là

- A. C_5^2 . B. A_5^2 . C. P_2 . D. 11.

Câu 02. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Số hạng thứ hai của cấp số đã cho bằng

- A. 7. B. 12. C. 10. D. -1.

Câu 03. Tập nghiệm của phương trình $4^{x-1} = 64$ là

- A. $\{4\}$. B. $\emptyset$. C. $\{3\}$. D. $\{5\}$.

Câu 04. Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng 9, diện tích đáy bằng 6. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 54. B. 18. C. 15. D. 5.

Câu 05. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x - 3)$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $[3; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Câu 06. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 07. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 10. B. 30. C. 11. D. 15.

Câu 08. Cho hình trụ có độ dài đường sinh bằng 4, bán kính đáy bằng 3. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 24π . B. 12π . C. 36π . D. 48π .

Câu 09. Cho khối cầu có bán kính $R = 3$. Thể tích khối cầu đã cho bằng

- A. 36π . B. 4π . C. 12π . D. 108π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	2	$+\infty$	2	$+\infty$

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 11. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$, khi đó $a^{3\log_a 2}$ bằng

- A. 8. B. a^3 . C. 6. D. $3a$.

Câu 12. Cho khối nón có chiều cao h , bán kính đáy r . Thể tích khối nón đã cho bằng

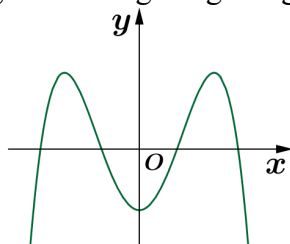
- A. $\frac{h\pi r^2}{3}$. B. $2h\pi r^2$. C. $h\pi r^2$. D. $\frac{4h\pi r^2}{3}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số bằng

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-2	3	$-\infty$	

- A. 3. B. 2. C. -2. D. -1.

Câu 14. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ ?



- A. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 3x^2 - 1$.

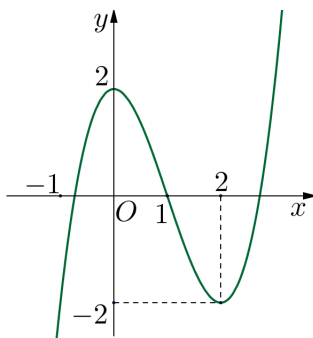
Câu 15. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x}{x+4}$ có phương trình là

- A. $y = 3$. B. $y = -4$. C. $x = 3$. D. $x = -4$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 9$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm phân biệt của phương trình $f(x) = 2$ là



- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 18. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^3 f(x)dx = 3$. Tích phân $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

- A. 5. B. 1. C. 6. D. -1.

Câu 19. Cho số phức $z = 3 + 4i$. Số phức liên hợp của số phức z là

- A. $\bar{z} = 3 - 4i$. B. $\bar{z} = -3 - 4i$. C. $\bar{z} = -3 + 4i$. D. $\bar{z} = 4 - 3i$.

Câu 20. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là

- A. $(2; -3)$. B. $(2; 3)$. C. $(3; 2)$. D. $(-2; -3)$.

Câu 21. Phần ảo của số phức $z = (5 - i)i$ là

- A. 5. B. $5i$. C. -1 . D. 1.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 3; 5)$ lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là điểm có tọa độ

- A. $(1; 3; 0)$. B. $(1; 0; 5)$. C. $(0; 3; 5)$. D. $(0; 0; 5)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) là

- A. $R = 4$. B. $R = 16$. C. $R = 2$. D. $R = \sqrt{2}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -3; 4)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -3; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; 3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 4; -1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ ?

- A. $M(-1; 2; 4)$. B. $N(2; 3; 1)$. C. $P(1; -2; -4)$. D. $Q(1; 2; 4)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $SC = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

- A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Câu 27. Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 28. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. 4. B. 16. C. 2. D. 6.

Câu 29. Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^3} \left(\frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} \right) = 2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

- A. -4 . B. 4. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ với trục hoành là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 31. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(4x - 9) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 10)$.

- A. 4. B. Vô số. C. 0. D. 6.

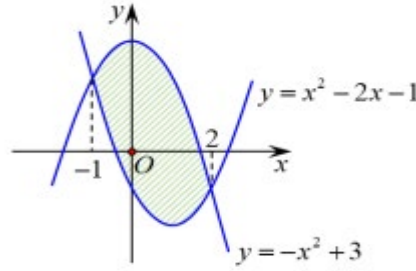
Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC đều cạnh bằng 4. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình tam giác ABC quanh cạnh BC là

- A. 16π . B. 8π . C. 48π . D. 27π .

Câu 33. Xét $\int_0^1 x^3 (x^2 + 2)^{2020} dx$, nếu đặt $u = x^2 + 2$ thì $\int_0^1 x^3 (x^2 + 2)^{2020} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2} \int_2^3 (u-2) u^{2020} du$. B. $\int_0^1 (u-2) u^{2020} du$. C. $\int_2^3 (u-2) u^{2020} du$. D. $\frac{1}{2} \int_0^1 (u-2) u^{2020} du$.

Câu 34. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$ B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$. C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = a + 2i$ và $z_2 = 1 - bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Phần ảo của số phức $\bar{z}_1 + z_2$ bằng

A. $-2 - b$. B. $(-2 - b)i$. C. $a + 1$. D. $2 - b$.

Câu 36. Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm là z_1, z_2 . Giá trị của $|z_1 - z_2|$ là

A. 6. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 1), B(1; 2; 4)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $(P): 2x - 3y - 3z - 6 = 0$. B. $(P): 2x - 3y - 3z - 16 = 0$.
C. $(P): -2x + 3y + 3z - 6 = 0$. D. $(P): -2x + 3y + 3z - 16 = 0$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ là:

A. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}$. B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.
C. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$. D. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 39. Một trường học có 25 giáo viên nam và 15 giáo viên nữ trong đó có đúng 2 cặp vợ chồng. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 5 người trong số 40 giáo viên đi công tác. Tính xác suất p của biến cố: “chọn được đúng một cặp vợ chồng”.

A. $p = \frac{700}{27417}$ B. $p = \frac{350}{27417}$ C. $p = \frac{595}{27417}$ D. $p = \frac{1400}{27417}$

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là điểm nằm trên đoạn SD sao cho $SM = 2MD$. Giá trị tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 41. Hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 - mx + 2$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi

A. $m \in [1; +\infty)$. B. $m \in (1; +\infty)$. C. $m \in [0; +\infty)$. D. $m \in (0; +\infty)$.

Câu 42. Một trang trại nuôi gà dự tính lượng thức ăn tiêu thụ hằng ngày là không đổi và đã dự trữ thức ăn đủ dùng trong 60 ngày. Nhưng thực tế, kể từ ngày thứ hai trở đi lượng thức ăn tiêu thụ hằng ngày của trang trại đã tăng thêm 2% so với ngày trước đó. Hỏi lượng thức ăn mà trang trại đã dự trữ đủ dùng cho tối đa là bao nhiêu ngày ?

- A. 39 (ngày). B. 41 (ngày). C. 40 (ngày). D. 42 (ngày).

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ. Với giá trị nào của m thì

đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f^2(x) - m}$ có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bằng 3. Chọn đáp án đúng

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	0	1	0

- A. $0 < m < 1$. B. $m = 0$. C. $0 < m \leq 1$. D. $0 \leq m \leq 1$.

Câu 44. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác vuông cân có diện tích bằng 18. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

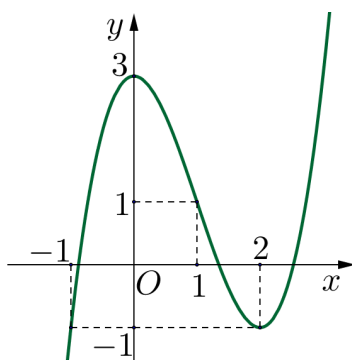
- A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. B. 32π . C. $32\sqrt{5}\pi$. D. 96π .

Câu 45. Cho $F(x) = (x^2 + 2x) \cdot e^x$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot e^{2x}$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot e^{2x}$.

- A. $\int f'(x) e^{2x} dx = (2 - x^2) e^x + C$. B. $\int f'(x) e^{2x} dx = (x^2 - 2) e^x + C$.
C. $\int f'(x) e^{2x} dx = (-x^2 - 2) e^x + C$. D. $\int f'(x) e^{2x} dx = (2 + x^2) e^x + C$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm phân biệt của phương trình

$$\left[f(2^{\sqrt{x}}) \right]^2 - f(2^{\sqrt{x}}) - 2 = 0$$



- A. 2 B. 1 C. 4 D. 3

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất.

$$\begin{cases} 2020^2(2020^{x^2+y^2} - 2020^{2x-6y-6}) + (x-1)^2 + (y+3)^2 \leq 4 \\ e^{(x+1)^2+(y-3)^2} \leq (x^2+y^2+2x-6y+11-m)e^m \end{cases}$$

Tổng của tất cả các phần tử thuộc tập hợp S là

- A. 88. B. $2\sqrt{10} - 2$. C. $2\sqrt{10} + 2$. D. 44.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = \frac{|x^3 - 3x + m|}{\sqrt{(x^3 - 3x + m)^2 + 6}} \text{ trên đoạn } [0; 3] \text{ bằng } \frac{2}{3}. \text{ Tổng tất cả các phần tử của } S \text{ bằng}$$

- A. -16. B. 12. C. -6. D. 2.

Câu 49. Cho tứ khối diện đều $ABCD$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm thuộc cạnh CD thỏa mãn $CN = 2ND$, G là trọng tâm của tam giác ABD . Mặt phẳng (MNG) chia khối tứ diện $ABCD$

thành 2 khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh A . Tính $\frac{V_1}{V}$

- A. $\frac{41}{60}$ B. $\frac{31}{60}$ C. $\frac{51}{60}$ D. $\frac{43}{60}$

Câu 50. Cho các số thực $x, y \geq 1$ thay đổi thỏa mãn $\log_{2019} x + \log_{2020} y = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \sqrt{\log_{2020} x} + \sqrt{\log_{2019} y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M^2 - m^2 = \log_{2019} 2020$ B. $M^2 + m^2 = \sqrt{\log_{2019}^2 2020 + \log_{2020}^2 2019}$
C. $M + m = \sqrt{\log_{2019} 2020} + \sqrt{\log_{2020} 2019}$ D. $M - m = \sqrt{\log_{2019} 2020}$

----- HẾT -----

Hướng dẫn các câu vận dụng, vận dụng cao
(các câu theo thứ tự của đề tham khảo)

Câu 39. Một trường học có 25 giáo viên nam và 15 giáo viên nữ trong đó có đúng 2 cặp vợ chồng. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 5 người trong số 40 giáo viên đi công tác. Gọi p là xác suất của biến cố: “chọn được đúng một cặp vợ chồng”. Tính p .

A. $p = \frac{700}{27417}$ **B.** $p = \frac{350}{27417}$ **C.** $p = \frac{595}{27417}$ **D.** $p = \frac{700}{27417}$

Hướng dẫn

Số cách chọn 5 người bất kỳ là C_{40}^5

Giả sử có 2 cặp vợ chồng là (A, B) và (C, D) trong đó A, C là chồng.

TH1: chọn cặp vợ chồng (A, B)

Cần chọn 3 người trong số 38 còn lại (trừ A, B) mà không có cặp (C, D)

- Số cách chọn 3 người bất kỳ trong 38 người là C_{38}^3
- Số cách chọn 3 người trong 38 người mà có cặp (C, D) là C_{36}^1

suy ra số cách chọn 3 người trong số 38 người mà không có cặp (C, D) là $C_{38}^3 - C_{36}^1$

TH2: chọn cặp vợ chồng (C, D).

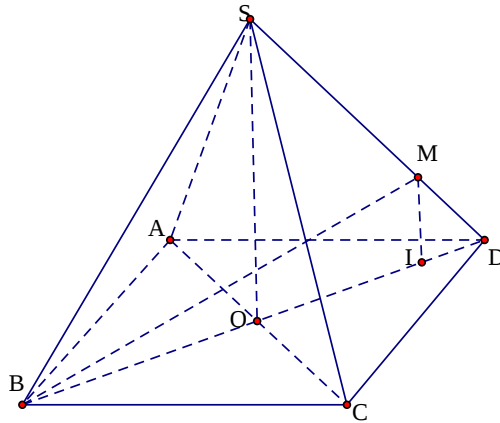
Tương tự trên ta có số cách chọn là $C_{38}^3 - C_{36}^1$

Xác suất cần tính là: $p = \frac{2(C_{38}^3 - C_{36}^1)}{C_{40}^5} = \frac{700}{27417}$

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là điểm nằm trên đoạn SD sao cho $SM = 2MD$. Giá trị tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn



Trong mặt phẳng $(ABCD)$: $AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Xét $\triangle SAO$ vuông tại O có: .

Kẻ $MI \perp BD$ tại I . Suy ra: $MI \parallel SO$ nên $MI \perp (ABCD)$.

Vậy góc giữa BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc MBI .

Ta có: $MI = \frac{1}{3}SO = \frac{a\sqrt{2}}{6}$; $BI = \frac{5}{6}BD = \frac{5\sqrt{2}a}{6}$.

Xét $\triangle MBI$ vuông tại I ta có: $\tan MBI = \frac{MI}{BI} = \frac{1}{5}$

Vậy giá trị tan của góc giữa BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\frac{1}{5}$.

- Câu 41.** Hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 - mx + 2$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi
- A.** $m \in [1; +\infty)$. **B.** $m \in (1; +\infty)$. **C.** $m \in [0; +\infty)$. **D.** $m \in (0; +\infty)$.

Hướng dẫn

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x - m \leq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -x^2 + 2x, \forall x \in (0; +\infty)$$

Xét $g(x) = -x^2 + 2x$ trên khoảng $(0; +\infty)$

Bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$		
$g'(x)$		+	0	-	
$g(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $m \geq g(x), \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 1$

- Câu 42.** Một trang trại nuôi gà dự tính lượng thức ăn tiêu thụ hằng ngày là không đổi và đã dự trữ thức ăn đủ dùng trong 60 ngày. Nhưng thực tế, kể từ ngày thứ hai trở đi lượng thức ăn tiêu thụ hàng ngày của trang trại đã tăng thêm 2% so với ngày trước đó. Hỏi lượng thức ăn mà trang trại đã dự trữ đủ dùng cho tối đa là bao nhiêu ngày?
- A.** 40 (ngày). **B.** 41 (ngày). **C.** 39 (ngày). **D.** 42 (ngày).

Hướng dẫn

Gọi a là lượng thức ăn cần dùng mỗi ngày theo dự kiến, n là số ngày thức ăn hết lượng thức ăn đã chuẩn bị.

Khi đó lượng thức ăn trang trại đã chuẩn bị là: $60a$.

Vì n là số ngày thực tế nên lượng thức ăn đã tiêu thụ sẽ là

$$a + a.1,02 + a.(1,02^2) + 1.(1,02)^3 + \dots + a.(1,02)^{n-1}.$$

Ta có phương trình sau:

$$a + a.1,02 + a.(1,02^2) + 1.(1,02)^3 + \dots + a.(1,02)^{n-1} = 60.a$$

$$\Leftrightarrow a(1 + 1,02 + 1,02^2 + \dots + 1,02^{n-1}) = 60.a$$

$$\Leftrightarrow a \frac{1 - (1,02)^n}{1 - 1,02} = 60.a \Leftrightarrow (1,02)^n = 2,2 \Leftrightarrow n \approx 39,815.$$

Vậy lượng thức ăn đủ dùng cho 39 ngày.

- Câu 43.** Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	0		$+\infty$
y'		+	0	-
y	0	$\nearrow$		$\searrow$ 0

Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{1}{(f(x))^2 - m}$ có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bằng 3.

- A.** $0 < m < 1$. **B.** $0 < m \leq 1$. **C.** $0 \leq m \leq 1$. **D.** $0 \leq m < 1$.

Hướng dẫn

Nếu $m=0$, không có tiệm cận

Nếu $m \neq 0$

Nhận xét: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{-1}{m}; \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{-1}{m}$. Suy ra đồ thị hàm số

$y = g(x)$ có 1 đường tiệm cận ngang.

Suy ra đồ thị hàm số phải có 2 đường tiệm cận đứng.

Xét phương trình $(f(x))^2 - m = 0 \Leftrightarrow (f(x))^2 = m$ (*)

TH1: nếu $m < 0$ thì phương trình (*) vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

TH2: nếu $m > 0$ thì phương trình (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{m} & (1) \\ f(x) = -\sqrt{m} & (2) \end{cases}$

Với (1) : khi $0 < m < 1$ thì (1) có 2 nghiệm; $m = 1$ thì (1) có nghiệm duy nhất

Với (2) : do $m > 0$ nên vô nghiệm.

Vậy để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng thì $0 < m < 1$.

Câu 44. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác vuông cân có diện tích bằng 18. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

B. 32π .

C. $32\sqrt{5}\pi$.

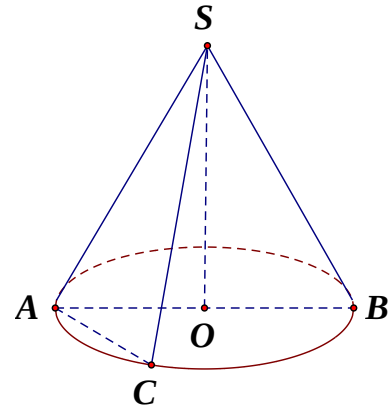
D. 96π .

Hướng dẫn

$$S_{\Delta SAC} = 18 \Leftrightarrow \frac{SA^2}{2} = 18 \Leftrightarrow SA = 6$$

$$OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$$

$$V = \frac{1}{3} \pi OA^2 SO = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}}{3} \pi.$$



Câu 45. Cho $F(x) = (x^2 + 2x) \cdot e^x$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot e^{2x}$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot e^{2x}$.

A. $\int f'(x) e^{2x} dx = (2 + x^2) e^x + C$.

B. $\int f'(x) e^{2x} dx = (x^2 - 2) e^x + C$.

C. $\int f'(x) e^{2x} dx = (-x^2 - 2) e^x + C$.

D. $\int f'(x) e^{2x} dx = (2 - x^2) e^x + C$.

Hướng dẫn

Cách 1. Sử dụng phương pháp từng phần

Cách 2. Sử dụng định nghĩa nguyên hàm Vì $F(x) = (x^2 + 2x) e^x$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot e^{2x}$ nên ta có:

$$F'(x) = f(x) \cdot e^{2x} \Leftrightarrow (2x + 2) e^x + (x^2 + 2x) e^x = f(x) e^{2x} \Leftrightarrow f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{e^x}$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau

Số nghiệm của phương trình $[f(2^{\sqrt{x}})]^2 - f(2^{\sqrt{x}}) - 2 = 0$ là

A. 5

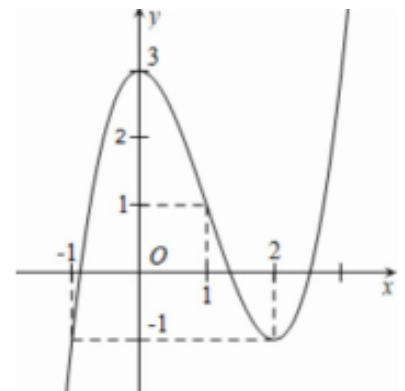
B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn

Điều kiện: $x \geq 0 \Rightarrow 2^{\sqrt{x}} \geq 1$.



Ta có: $\left[f(2^{\sqrt{x}}) \right]^2 - f(2^{\sqrt{x}}) - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(2^{\sqrt{x}}) = 2 & (1) \\ f(2^{\sqrt{x}}) = -1 & (2) \end{cases}$

Quan sát đồ thị hàm số, ta thấy:

+ Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm $x_0 < 0 < x_1 < 1 < 2 < x_2$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\sqrt{x}} = a < 0 & (\text{vô nghiệm}) \\ 2^{\sqrt{x}} = b \in (0;1) & (\text{vô nghiệm}) \\ 2^{\sqrt{x}} = c > 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \log_2 c \Leftrightarrow x = \log_2^2 c \end{cases}$

+ Đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm $x_1 = -1; x_2 = 2$

Do đó (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\sqrt{x}} = -1 & (\text{vô nghiệm}) \\ 2^{\sqrt{x}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 \end{cases}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất.

$$\begin{cases} 2020^2(2020^{x^2+y^2} - 2020^{2x-6y-6}) + (x-1)^2 + (y+3)^2 \leq 4 \\ e^{(x+1)^2 + (y-3)^2} \leq (x^2 + y^2 + 2x - 6y + 11 - m)e^m \end{cases}$$

Tổng của tất cả các phần tử thuộc tập hợp S là

A. 88. **B.** 44 **C.** $2\sqrt{10} + 2$. **D.** $44 + 8\sqrt{10}$.

Hướng dẫn

$$\begin{cases} 2020^2(2020^{x^2+y^2} - 2020^{2x-6y-6}) + (x-1)^2 + (y+3)^2 \leq 4 \\ e^{(x+1)^2 + (y-3)^2} \leq (x^2 + y^2 + 2x - 6y + 11 - m)e^m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2020^{x^2+y^2+2} + x^2 + y^2 + 2 \leq 2020^{2x-6y-4} + 2x - 6y - 4 & (1) \\ e^{(x+1)^2 + (y-3)^2} \leq ((x+1)^2 + (y-3)^2 + 1 - m)e^m & (2) \end{cases}$$

Ta có hàm số luôn đồng biến nên $(1) \Rightarrow x^2 + y^2 + 2 \leq 2x - 6y - 4 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 \leq 4$

Đặt $(x+1)^2 + (y-3)^2 = u; u \geq 0; (2) \Leftrightarrow e^u \leq u + 1 - m \Leftrightarrow e^{u-m} \leq u - m + 1$

Ta có hàm số $f(t) = e^t - t - 1$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0 (lập bảng biến thiên); tức là $e^t \geq t + 1; \forall t \in \mathbb{R}$

Nên $e^{u-m} \leq u - m + 1 \Rightarrow u = m \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 = m$

Như vậy ta tìm m để hệ bất phương trình sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} (x-1)^2 + (y+3)^2 \leq 4 \\ (x+1)^2 + (y-3)^2 = m \end{cases}$

Với $m < 0$; hệ phương trình vô nghiệm.

Với $m = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$; không thỏa mãn.

Với $m > 0$. Gọi $I(1;3); J(-1;3); R_1 = 2; R_2 = \sqrt{m}$; hệ đã cho có nghiệm duy nhất khi

Trường hợp 1: $IJ = R_1 + R_2 \Leftrightarrow 2\sqrt{10} = 2 + \sqrt{m} \Leftrightarrow m = 44 - 8\sqrt{10}$

Trường hợp 2: $IJ = |R_1 - R_2| \Leftrightarrow 2\sqrt{10} = |2 - \sqrt{m}| \Leftrightarrow m = 44 + 8\sqrt{10}$

Vậy $S = \{44 - 8\sqrt{10}; 44 + 8\sqrt{10}\}$, suy ra tổng các phần tử thuộc tập S là 88

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$f(x) = \frac{|x^3 - 3x + m|}{\sqrt{(x^3 - 3x + m)^2 + 6}} \text{ trên đoạn } [0;3] \text{ bằng } \frac{2}{3}. \text{ Tổng tất cả các phần tử của } S \text{ bằng}$$

A. 12. **B.** -16. **C.** -6. **D.** 2.

Hướng dẫn

Ta có $\sqrt{(x^3 - 3x + m)^2} = |x^3 - 3x + m|$

Đặt $|x^3 - 3x + m| = t \geq 0$, ta có $y = \frac{t}{t+6}$.

Từ giả thiết ta có $\frac{t}{t+6} \geq \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3t \geq 2t+12 \Leftrightarrow t \geq 12 \Leftrightarrow \min t = 12$ (vì luôn tồn tại giá trị của x để $t=12$)
 $\Leftrightarrow \min_{[0;3]} |x^3 - 3x + m| = 12$ (1).

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + 2m$ trên $[0;3]$, ta có:

$\min_{[0;3]} f(x) = m - 2$; $\max_{[0;3]} f(x) = m + 18$;

Nếu $(m-2)(m+18) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -18 \\ m \geq 2 \end{cases}$, khi đó $\min |g(x)| = 0$. Không thỏa mãn

Nếu $m > 2$, suy ra $\min |g(x)| = |m-2|$. Ta có $|m-2| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 14 \\ m = -10 \end{cases}$, Từ điều kiện suy ra $m = 14$

Nếu $m < -18$, suy ra $\min |g(x)| = |m+18|$. Ta có $|m+18| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -30 \\ m = -6 \end{cases}$, Từ điều kiện suy ra $m = -30$

Vậy tổng các phân tử của S là -16 .

Câu 49. Cho tứ khối diện đều $ABCD$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm thuộc cạnh CD thỏa mãn $CN=2ND$, G là trọng tâm của tam giác ABD . Mặt phẳng (MNG) chia khối tứ diện $ABCD$ thành 2 khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh A . Tính $\frac{V_1}{V}$

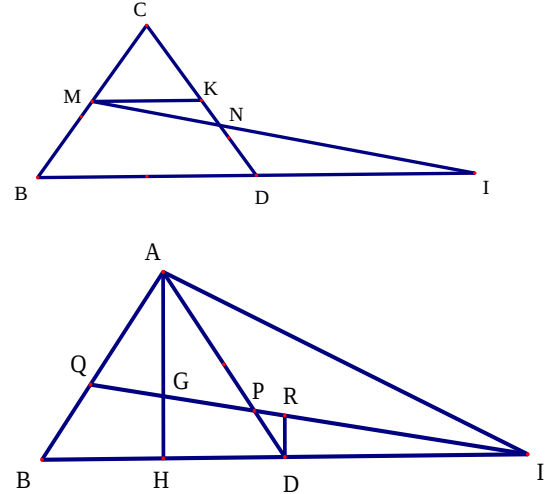
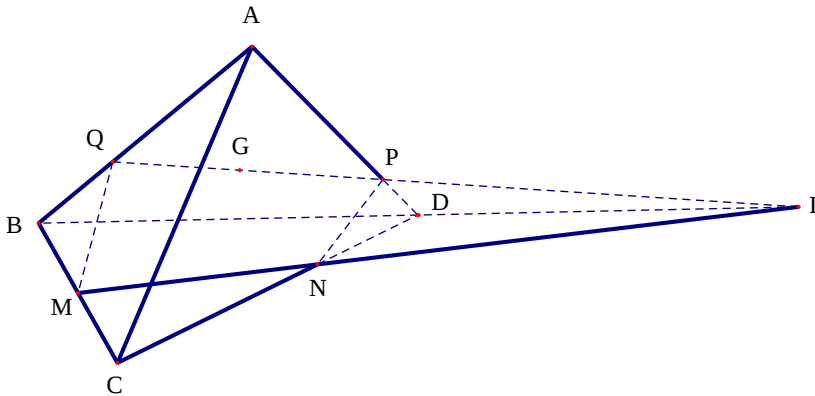
A. $\frac{41}{60}$

B. $\frac{31}{60}$

C. $\frac{51}{60}$

D. $\frac{43}{60}$

Hướng dẫn



Gọi I là giao điểm của MN và BD ; P, Q lần lượt là giao điểm của IG và AD, AB .

Sử dụng định lý Talet ta có: $\frac{MK}{ID} = \frac{1}{2} \Rightarrow ID = BD$

$\frac{PD}{PA} = \frac{RD}{AG} = \frac{1}{2} \cdot \frac{RD}{HG} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

Tương tự ta tính được $\frac{QB}{QA} = \frac{2}{3}$. Từ đó suy ra $\frac{IP}{IQ} = \frac{5}{8}$

Áp dụng tỉ số thể tích ta có $\frac{V_{I.PDN}}{V_{I.QBM}} = \frac{IP}{IQ} \cdot \frac{ID}{IB} \cdot \frac{IN}{IM} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{24} \Rightarrow V_{PDN.QBM} = \frac{19}{24} V_{IQBM}$

Ta tính được $V_{IQMB} = V_{Q.IBM} = \frac{2}{5} V_{ABCD} \Rightarrow V_{PDN.QBM} = \frac{19}{24} V_{IQBM} = \frac{19}{60} V_{ABCD}$

Suy ra thể tích khối đa diện chứa đỉnh A là $V_1 = \frac{41}{60} V_{ABCD} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{41}{60}$

Chú ý: Có thể sử dụng định lý Menelaus để tính các tỉ số: $\frac{PD}{PA} = \frac{1}{3}$; $\frac{QB}{QA} = \frac{2}{3}$; $\frac{IP}{IQ} = \frac{5}{8}$.

Câu 50. Cho các số thực $x, y \geq 1$ thay đổi thỏa mãn $F = \log_{2019} x + \log_{2020} y = 1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \sqrt{\log_{2020} x} + \sqrt{\log_{2019} y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M^2 - m^2 = \log_{2019} 2020$

B. $M^2 + m^2 = \sqrt{\log_{2019}^2 2020 + \log_{2020}^2 2019}$

C. $M + m = \sqrt{\log_{2019} 2020} + \sqrt{\log_{2020} 2019}$

D. $M - m = \sqrt{\log_{2019} 2020}$

Hướng dẫn

Đặt $\sqrt{\log_{2020} x} = a; \sqrt{\log_{2019} y} = b$ với $a, b \geq 0$.

Ta có $F = a + b$ với $a^2 \log_{2019} 2020 + b^2 \log_{2020} 2019 = 1$ (1)

- Tìm giá trị lớn nhất: Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có:

$$(a^2 \log_{2019} 2020 + b^2 \log_{2020} 2019)(\log_{2020} 2019 + \log_{2019} 2020) \geq (a+b)^2$$

suy ra $a + b \leq \sqrt{\log_{2019} 2020 + \log_{2020} 2019}$,

$$\text{dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow \frac{a^2 \log_{2019} 2020}{\log_{2020} 2019} = \frac{b^2 \log_{2020} 2019}{\log_{2019} 2020} \Leftrightarrow a \log_{2019} 2020 = b \log_{2020} 2019$$

Kết hợp (1) ta có $a = \frac{\log_{2020} 2019}{\sqrt{\log_{2019} 2020 + \log_{2020} 2019}}$; $b = \frac{\log_{2019} 2020}{\sqrt{\log_{2019} 2020 + \log_{2020} 2019}}$

Do đó ta có $M = \sqrt{\log_{2019} 2020 + \log_{2020} 2019}$

- Tìm giá trị nhỏ nhất: Ta có

$$1 = a^2 \log_{2019} 2020 + b^2 \log_{2020} 2019 = (a^2 + b^2) \log_{2019} 2020 - b^2 (\log_{2019} 2020 - \log_{2020} 2019) \leq (a^2 + b^2) \log_{2019} 2020$$

suy ra $a^2 + b^2 \geq \log_{2020} 2019 \Rightarrow (a+b)^2 \geq \log_{2020} 2019 \Rightarrow a+b \geq \sqrt{\log_{2020} 2019}$, có “=” khi $b=0$; $a=\sqrt{\log_{2020} 2019}$

Do đó ta có $m = \sqrt{\log_{2020} 2019}$.

Vậy $M^2 - m^2 = \log_{2019} 2020$

----- HẾT -----