

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐỀ BÀI

Câu 1. (4,0 điểm) Giải các phương trình, hệ phương trình sau:

a) $\sqrt{2x^2 + 3x + 35} = 9x - 11$

b) $|x^2 + 8x - 12| = 6x + 3$

c) $\sqrt{7x + 2} - \sqrt{3x + 1} = \sqrt{2 - x}$

d)
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ (x + 1)(2x + y) = y - 3 \end{cases}$$

Câu 2. (1,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 2)x + m^2 + 1 = 0$. Tìm m để phương trình

có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $(x_1 - x_2)^2 + x_1 + x_2 = \frac{23}{2}$.

Câu 3. (1,0 điểm) Cho biết $\sin x = \frac{2}{9}$ ($90^\circ < x < 180^\circ$). Tính $\cos x$; $\tan x$; $\cot^2(180^\circ - x)$.

Câu 4. (3,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ, cho ba điểm $A(-1; 4)$; $B(2; 5)$; $C(3; -8)$.

a) Chứng minh rằng tam giác ABC vuông. Tính diện tích tam giác ABC .

b) Tìm tọa độ H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC .

c) Tìm tọa độ điểm D trên trục tung và có tung độ nhỏ hơn 3 sao cho tam giác ABD cân tại A .

Câu 5. (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực khác 0. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^4}{b^2 + 3c^2} + \frac{b^4}{c^2 + 3a^2} + \frac{c^4}{a^2 + 3b^2} \geq \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}$$

HẾT

Câu	Đáp án	Điểm
1	Câu 1a (1,0 điểm).	
	$\sqrt{2x^2 + 3x + 35} = 9x - 11(1) \quad \text{ĐK: } x \geq \frac{11}{9}$ $\text{PT}(1) \Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 35 = (9x - 11)^2$	0,25
	$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x + 35 = 81x^2 - 198x + 121$ $\Leftrightarrow 79x^2 - 201x + 86 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = \frac{48}{79}$	0,25
	Vậy $x = 2$	0,25
	Câu 1b (1,0 điểm). $ x^2 + 8x - 12 = 6x + 3$	
	ĐK: $6x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{-1}{2}$ $\text{PT}(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 8x - 12 = 6x + 3 \\ x^2 + 8x - 12 = -6x - 3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x - 15 = 0 \\ x^2 + 14x - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 (N) \vee x = -5 (L) \\ x = -7 \pm \sqrt{58} \end{cases}$	0,25×2
	Nghiệm là: 3; $-7 + \sqrt{58}$	0,25
	Câu 1c (1,0 điểm). $\sqrt{7x+2} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x}$	
	ĐK: $\begin{cases} 7x+2 \geq 0 \\ 3x+1 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{-2}{7} \\ x \geq \frac{-1}{3} \\ x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow -\frac{2}{7} \leq x \leq 2$	0,25
	$\sqrt{7x+2} = \sqrt{2-x} + \sqrt{3x+1}$ $7x+2 = 2-x+3x+1+2\sqrt{(2-x)(3x+1)}$ $7x+2 = 2x+3+2\sqrt{(2-x)(3x+1)}$ $5x-1 = 2\sqrt{(2-x)(3x+1)}$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 1 \geq 0 \\ (5x - 1)^2 = 4(-3x^2 + 5x + 2) \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{5} \\ 25x^2 - 10x + 1 = 12x^2 + 10x + 8 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{5} \\ 37x^2 - 30x - 7 = 0 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{5} \\ x = 1 \text{ (N)} \vee x = \frac{-7}{37} \text{ (L)} \end{cases}$	0,25
Câu 1d (1,0 điểm) $\begin{cases} x + y = 2 \\ (x + 1)(2x + y) = y - 3 \end{cases}$		
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ (x + 1)(x + 2) = -1 - x \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ x^2 + 4x + 3 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 3 \\ x = -3 \Rightarrow y = 5 \end{cases} \end{cases}$	0,25
	Vậy tập nghiệm $S = \{(-1, 3), (-3, 5)\}$	0,25
2	Câu 2 (1,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - 2(m - 2)x + m^2 + 1 = 0$. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $(x_1 - x_2)^2 + x_1 + x_2 = \frac{23}{2}$.	
	pt có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$ $\Delta = [2(m - 2)]^2 - 4(m^2 + 1)$ $= 4(m^2 - 4m + 4) - 4m^2 - 4$ $= -16m + 12 > 0$ $\Leftrightarrow m < \frac{3}{4}$	0,25
	Khi đó : $(x_1 - x_2)^2 + x_1 + x_2 = \frac{23}{2}$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + x_1 + x_2 - 4x_1x_2 = \frac{23}{2}$	0,25
	$\Leftrightarrow 4(m - 2)^2 + 2(m - 2) - 4(m^2 + 1) = \frac{23}{2}$	0,25

	$\left(\text{Thay } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2(m-2); x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m^2 + 1 \right)$	
	$4(m^2 - 4m + 4) + 2m - 4 - 4m^2 - 4 = \frac{23}{2}$ $\Leftrightarrow -14m - \frac{7}{2} = 0$ $\Leftrightarrow m = \frac{-1}{4}$	0,25
3	Câu 3 (1,0 điểm). Cho $\sin x = \frac{2}{9} (90^\circ < x < 180^\circ)$ tính $\cos x; \tan x; \cot^2(180^\circ - x)$	
	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ $\cos^2 x + \left(\frac{2}{9}\right)^2 = 1$ $\cos^2 x + \frac{4}{81} = 1$ $\cos^2 x = \frac{77}{81} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{77}}{9}$	0,25
	$\text{Vì } 90^\circ < x < 180^\circ \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{77}}{9}$	0,25
	$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-2\sqrt{77}}{77}$	0,25
	$\cot^2(180^\circ - x) = \cot^2 x = \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2 = \frac{77}{4}$	0,25
4	Câu 4a (1,0 điểm). $A(-1;4); B(2;5)C(3;-8)$ Chứng minh tam giác ABC vuông góc tại A, tính diện tích tam giác ABC	
	$\overrightarrow{AB} = (3;1) \Rightarrow AB = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ $\overrightarrow{AC} = (4;-12) \Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + (-12)^2} = 4\sqrt{10}$	0,25×2
	$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 \cdot 4 + 1(-12) = 0$ $\Rightarrow \Delta ABC \perp A$	0,25
	$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot 4\sqrt{10} = 20$	0,25
	Câu 4b (1,0 điểm). $A(-1;4); B(2;5)C(3;-8)$ Tìm tọa độ H là hình chiếu vuông góc của A trên BC	
	H là hình chiếu vuông góc của A trên BC nên $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC}$ và B,H,C thẳng hàng	0,25×2

	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_H - x_A)(x_C - x_B) + (y_H - y_A)(y_C - y_B) = 0 \\ \frac{x_H - x_B}{x_C - x_B} = \frac{y_H - y_B}{y_C - y_B} \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_H + 1).1 + (y_H - 4)(-13) = 0 \\ \frac{x_H - 2}{1} = \frac{y_H - 5}{-13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H - 13y_H = -53 \\ -13x_H - y_H = -31 \end{cases}$ Vậy $H\left(\frac{35}{17}; \frac{72}{17}\right)$	0,25×2
Câu 4b (1,0 điểm). $A(-1;4); B(2;5)C(3;-8)$ Tìm tọa độ điểm D trên trục tung sao cho tg ABD cân tại A .		
	$D \in Oy \Rightarrow D(O; y); y < 3$	0,25
	$AD^2 = 1 + (y - 4)^2$ $AB^2 = 9 + 1 = 10$ TgABD cân tại A $\Rightarrow AB^2 = AD^2 \Rightarrow (y - 4)^2 = 9$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} y - 4 = 3 \\ y - 4 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7(L) \\ y = 1(N) \end{cases}$	0,25×2
5	Câu 5 (1,0 điểm). Cho a,b,c là 3 số thực khác 0. Chứng minh $\frac{a^4}{b^2 + 3c^2} + \frac{b^4}{c^2 + 3a^2} + \frac{c^4}{a^2 + 3b^2} \geq \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4}$	
	$\frac{16a^4}{b^2 + 3c^2} + b^2 + 3c^2 \geq 2\sqrt{\frac{16a^4}{b^2 + 3c^2} \cdot (b^2 + 3c^2)} = 8a^2$ $\frac{16b^4}{c^2 + 3a^2} + c^2 + 3a^2 \geq 2\sqrt{\frac{16b^4}{c^2 + 3a^2} \cdot (c^2 + 3a^2)} = 8b^2$ $\frac{16c^4}{a^2 + 3b^2} + a^2 + 3b^2 \geq 2\sqrt{\frac{16c^4}{a^2 + 3b^2} \cdot (a^2 + 3b^2)} = 8c^2$	0,25×3
	Cộng theo vế ta có : $\frac{16a^4}{b^2 + 3c^2} + \frac{16b^4}{c^2 + 3a^2} + \frac{16c^4}{a^2 + 3b^2} + 4(a^2 + b^2 + c^2) \geq 8(a^2 + b^2 + c^2)$ $\frac{a^4}{b^2 + 3c^2} + \frac{b^4}{c^2 + 3a^2} + \frac{c^4}{a^2 + 3b^2} \geq \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$	

Ghi chú: Học sinh giải cách khác đúng cho đủ điểm theo từng phần

____ HẾT ____