

Phần I. TRẮC NGHIỆM (3 điểm)

Câu 1. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu thị véc-tơ $\overrightarrow{AM}$ theo ba véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_5 .

A. $u_5 = 17$.

B. $u_5 = 11$.

C. $u_5 = 14$.

D. $u_5 = 13$.

Câu 3. Cho cấp nhân (u_n) có số hạng $u_3 = -2$ và $u_6 = 128$. Tìm công bội q của cấp số nhân (u_n) .

A. $q = -6$.

B. $q = 4$.

C. $q = -4$.

D. $q = 6$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$ và $BC = a$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 135° .

Câu 5. Tìm giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$.

A. $L = +\infty$.

B. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$.

C. $L = -4$.

D. $L = -\infty$.

Câu 6. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng phân biệt a và b . Biết rằng $a \parallel (P)$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

B. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.

C. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$.

D. Nếu $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M là trung điểm của CD . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AD và BM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

A. $u_n = q \cdot u_1^n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $u_n = u_1 \cdot q^n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_n = q \cdot u_1^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) . Biết $u_n = -5n + 10 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) .

A. $d = 5$.

B. $d = 10$.

C. $d = -5$.

D. $d = -10$.

Câu 10. Tìm giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 3}{(x + 1)^2}$.

A. $L = +\infty$.

B. $L = 2$.

C. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 3}{(x + 1)^2}$.

D. $L = -\infty$.

Câu 11. Tìm giới hạn của dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{3n-2}{2n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

A. $\lim u_n = \frac{2}{3}$.

B. $\lim u_n = +\infty$.

C. $\lim u_n = \frac{3}{2}$.

D. $\lim u_n = -2$.

Câu 12. Dãy số nào dưới đây có giới hạn bằng 0?

A. (u_n) với $u_n = \frac{n+2022}{n^2+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. (v_n) với $v_n = \frac{n}{2022n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. (x_n) với $x_n = \left(-\frac{5}{4}\right)^n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. (y_n) với $y_n = \frac{4^n+16}{4^{n+2}} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Phần II. TỰ LUẬN (7 điểm)

Bài 1 (1,5 điểm).

- Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 6$ và $u_{10} = 34$.
 - Tìm số hạng u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) .
 - Tính tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$.
- Cho cấp số nhân (v_n) . Biết rằng ba số v_1, v_4 và v_7 lần lượt là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ mười của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$. Hãy tìm công bội q của cấp số nhân (v_n) .

Bài 2 (2 điểm). Tính các giới hạn sau

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 5x^2 + 2x + 1)$.

b) $\lim \left(2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots + \frac{2}{3^n} \right)$.

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+4} - 2}{x^2 + x}$.

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 3} + x)$.

Bài 3 (3 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$.

- Chứng minh rằng $BC \perp (SAB)$ và $CD \perp (SAD)$.
- Chứng minh rằng $BD \perp SC$.
- Gọi E là trung điểm của cạnh SC . Chứng minh rằng $AE \perp SO$ và $AE \perp (SBD)$.
- Tính góc tạo bởi đường thẳng AC và mặt phẳng (SCD) .

Bài 4 (0,5 điểm). Chứng minh rằng $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2^n} = 0$.

————— HẾT —————

Ghi chú:

- Học sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.