

(Đề thi có 07 trang)

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 001

Câu 1. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy nào là cấp số nhân ?

- A. $u_n = 3n$. B. $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = 2^n + 1$.

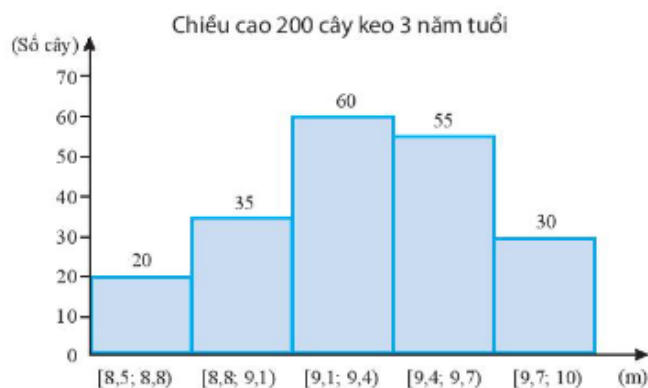
Câu 2. Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{3}{4a}$ C. $\frac{4}{3a}$ D. $\frac{4a}{3}$

Câu 3. Biết $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)^4}$ bằng

- A. $-\infty$. B. 4. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 4. Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Hãy ước lượng một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 9.35 B. 9.1 C. 9.2 D. 8.

Câu 5. Trên giá sách có 10 quyển sách Văn khác nhau, 8 quyển sách Toán khác nhau và 6 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách khác môn nhau?

- A. 80. B. 60. C. 48. D. 188.

Câu 6. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu áo khoác. Người điều tra yêu cầu cho điểm mẫu áo đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày trong bảng ghép nhóm sau:

Nhóm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	
Tần số	4	5	23	6	2	$N = 40$

Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng đơn vị) là

- A. $Q_1 \approx 71, Q_2 \approx 76, Q_3 \approx 78$. B. $Q_1 \approx 71, Q_2 \approx 75, Q_3 \approx 78$.
C. $Q_1 \approx 70, Q_2 \approx 76, Q_3 \approx 79$. D. $Q_1 \approx 70, Q_2 \approx 75, Q_3 \approx 79$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA_1 bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

Câu 8. Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Số phần tử của không gian mẫu là

- A. 220. B. 1320. C. 350. D. 12600.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1;-1)$, $N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G nằm trên trục Ox . Toạ độ của điểm G là

- A. $G(2;4)$. B. $G(2;0)$. C. $G(0;4)$. D. $G(0;2)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1;2)$, $B(2;5-2m)$ và $C(m-3;4)$. Tìm giá trị m để A, B, C thẳng hàng?

- A. $m = 3$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = 1$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)} & \text{khi } x \neq 1 \\ x+m-1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Biết rằng $m = \frac{a\sqrt{2}}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$

và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$. Giá trị của $a+b$ bằng:

- A. 5. B. 37. C. 13. D. 51.

Câu 12. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}}$.

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\sqrt{2}$. D. $-\sqrt{2}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2x}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{5}{4} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

- A. Không tồn tại. B. 0. C. $-\frac{7}{50}$. D. $-\frac{9}{64}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x-2}$.

- A. 0. B. $f'(2)$. C. $2f'(2) - f(2)$. D. $f(2) - 2f'(2)$.

Câu 16. Dưới đây là một mẫu số liệu cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm

Nhóm ghép	Tần số	Nhóm ghép	Tần số
$[62,5;67,5)$	4	$[82,5;87,5)$	22
$[67,5;72,5)$	7	$[87,5;92,5)$	5
$[72,5;77,5)$	10	$[92,5;97,5)$	10
$[77,5;82,5)$	26	$[97,5;102,5)$	16

A. $77,5 \leq M_e < 82,5$.

B. $82,5 \leq M_e < 87,5$.

C. $87,5 \leq M_e < 92,5$.

D. $92,5 \leq M_e < 97,5$.

Câu 17. Kết quả thống kê cho biết ở thời điểm năm 2013 dân số Việt Nam là 90 triệu người, tốc độ tăng dân số là 1,1%/ năm. Nếu mức tăng dân số ổn định như vậy thì dân số Việt Nam sẽ gấp đôi (đạt ngưỡng 180 triệu) vào năm nào?

A. 2077.

B. 2074.

C. 2075.

D. 2076.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m \leq 2$

B. $m > 2$

C. $m \geq 0$

D. $m < 0$

Câu 19. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5}, \forall n \geq 1 \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi

$v_n = u_n - 2$. Biết (v_n) là một cấp số nhân, số hạng tổng quát của cấp số nhân đó là

A. $v_n = (-1) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$. B. $v_n = 1 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$. C. $v_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n$. D. $v_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$.

Câu 20: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $(d): x = -4$ cắt (E) tại hai điểm M, N . Khi đó:

A. $MN = \frac{9}{25}$.

B. $MN = \frac{18}{25}$.

C. $MN = \frac{18}{5}$.

D. $MN = \frac{9}{5}$.

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2015} + u_4 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:

A. 1009000.

B. 100800.

C. 1008000.

D. 100900.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $(IJC) \cap (SAB) = IJ$

B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.

C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.

D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$.

Câu 23. Cho các số thực a, b thỏa mã $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức

$T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2}$.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 6.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 24. Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, AD và SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

A. đường thẳng qua M và song song với SC .

B. đường thẳng qua P và song song với AB .

C. đường thẳng PM .

D. đường thẳng qua S và song song với AB .

Câu 25. Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm

phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 2a + 3b$

- A. $S_{\min} = 33$. B. $S_{\min} = 30$. C. $S_{\min} = 17$. D. $S_{\min} = 25$.

Câu 26. Với các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó chữ số 1 có mặt 3 lần, mỗi chữ số khác có mặt đúng một lần?

- A. 6720 số. B. 40320 số. C. 5880 số. D. 840 số.

Câu 27. Gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Biến cố A là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm:

- A. $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6)\}$. B. $A = \{(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6)\}$
 C. $A = \left\{ \begin{array}{l} (1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6), \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5) \end{array} \right\}$ D. $A = \{(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$.

Câu 28. Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6” là

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{7}{36}$. C. $\frac{11}{36}$. D. $\frac{5}{36}$.

Câu 29. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Gọi M, E, F lần lượt là trung điểm của AB, SC, SD . Biết $SO = a$; $AB = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng ME và CF bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a$. B. $\frac{\sqrt{6}}{6}a$. C. $\frac{\sqrt{2}}{6}a$. D. $\frac{\sqrt{6}}{4}a$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Góc $\widehat{SAB} = 60^\circ$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $\widehat{CAS} = 120^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành; M là trung điểm của SD , E thuộc cạnh BC sao cho $BE = 2EC$, mặt phẳng (AME) cắt SC tại F . Tính tỉ số diện tích 2 tam giác SFD và FCD .

- A. 3. B. 2. C. 4. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 32. Cho tam giác ABC đều. Gọi D là điểm đối xứng của C qua AB . Vẽ đường tròn tâm D qua A, B ; M là điểm bất kì trên đường tròn đó ($M \neq A, M \neq B$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Độ dài MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.
 B. Độ dài MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của 1 tam giác cân (không phải tam giác đều).
 C. Độ dài MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của 1 tam giác đều.
 D. $MB > MC > MA$.

Câu 33. Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh CD sao cho $\overline{MC} = 2\overline{DM}$, $N(0; 2019)$ là trung điểm của cạnh BC , K là giao điểm của hai đường thẳng AM và BD . Biết đường thẳng AM có phương trình $x - 10y + 2018 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng NK bằng

- A. 2019. B. $2019\sqrt{101}$. C. $\frac{2018}{11}$. D. $\frac{2019\sqrt{101}}{101}$.

Câu 34. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{23}{25}$. C. $\frac{2}{25}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O với $AB = a$; $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy. Gọi (α) là mặt phẳng qua SO và vuông góc với (SAD) . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp đã cho

- A. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $S = \frac{a^2}{2}$. D. a^2 .

Câu 36: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

- A. $2C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$. B. $2C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - 2[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$.
C. $3C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - 2[nC_{n-1}^2 - 1 + 5C_n^3]$. D. $C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$.

Câu 37. An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

- A. 0,064. B. 0,1152. C. 0,13824. D. 0,31744.

Câu 38. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$, ta được $y = f(x)$ là hàm số :

- A. Hàm số chẵn. B. Hàm số lẻ.
C. Không chẵn không lẻ. D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 39. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} = 3 \cot x + \sqrt{3}$ là:

- A. $-\frac{\pi}{2}$. B. $-\frac{5\pi}{6}$. C. $-\frac{\pi}{6}$. D. $-\frac{2\pi}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm lớn hơn -10 của m để phương trình $(2 \cos x - 1)(2 \cos 2x + 2 \cos x - m) = 3 - 4 \sin^2 x$ có hai nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$?

A. 7.

B. 6.

C. 2.

D. 3.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình:

$$(m+1)\cos x + (m-1)\sin x = 2m+3 \text{ có 2 nghiệm } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn: } |x_1 - x_2| = \frac{\pi}{3}?$$

A. 0.

B. 6.

C. 2.

D. 3.

Câu 42. Một nhóm gồm 5 bạn nam, 4 bạn nữ và thầy giáo đứng thành 2 hàng, mỗi hàng 5 người để chụp ảnh kỉ niệm. Xác suất để khi đứng, thầy giáo xen giữa hai bạn nam đồng thời các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng bằng

A. $\frac{1}{35}$.B. $\frac{1}{105}$.C. $\frac{1}{70}$.D. $\frac{2}{105}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn BC , $BC = 2a$, $AD = AB = a$, tam giác SAD đều. Gọi I là một điểm trên đoạn BD (I không trùng với B và D). Qua I kẻ đường thẳng song song với AD cắt cạnh AB tại M , qua M kẻ đường thẳng song song với SA cắt cạnh SB tại Q . Đặt $AM = x$. Tìm x để diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (IMQ) đạt giá trị lớn nhất?

A. $\frac{a}{2}$.B. $\frac{a}{3}$.C. $\frac{a}{4}$.D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + mx + 1$. Gọi S là tổng tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 1$ tại ba điểm phân biệt $A(0;1)$, B , C sao cho các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại B , C vuông góc với nhau. Giá trị của S bằng

A. $\frac{9}{2}$.B. $\frac{9}{5}$.C. $\frac{9}{4}$.D. $\frac{11}{5}$.

Câu 45: Ba số $a; b; c$ khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có công sai dương. Nếu cộng thêm vào số hạng thứ ba 9 đơn vị thì ta thu được dãy số mới theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Nếu ta tiếp tục nhân số hạng thứ 2 và thứ 3 của cấp số nhân này với $-\frac{1}{8}$ ta lại thu được dãy số mới theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $P = a + 2b + 3c$.

A. -18.

B. 14.

C. 30.

D. 12.

Câu 46. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\sqrt[n]{(x+a_1)(x+a_2)\dots(x+a_n)} - x \right]$.

A. $+\infty$.B. $-\infty$.C. $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$.D. $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{2n}$.

câu 47. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính giá trị biểu thức $A = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{100}\right)$?

A. 50.

B. 49.

C. $\frac{149}{3}$.D. $\frac{301}{6}$.

Câu 48. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2} (4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$.

A. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$.B. $S = \{-1; 1\}$.C. $S = \{-5; 5\}$.D. $S = \{-7-5; -1; 1; 5; 7\}$.

Câu 49. Cho tứ diện $S.ABCD$ và M là một điểm di động, nằm bên trong tam giác $\triangle ABC$. Qua M kẻ các đường thẳng song song với SA, SB, SC cắt các mặt phẳng tương ứng (SBC) , (SAC) , (SAB) lần lượt tại A', B', C' . Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = \frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} + \frac{MA'}{SA} \cdot \frac{MB'}{SB} \cdot \frac{MC'}{SC}$$
 là

A. $\frac{9}{8}$.

B. $\frac{28}{27}$.

C. $\frac{62}{27}$.

D. $\frac{13}{8}$.

Câu 50. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm

M của $B'C'$, $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

B. $\sqrt{5}$

C. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

.....**HẾT**.....

ĐÁP ÁN ĐỀ HỌC SINH GIỎI TOÁN 11 NĂM 2023 – 2024

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	C	A	D	D	A	A	B	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	D	A	C	B	A	D	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	D	B	B	C	C	D	B	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	D	C	B	D	D	D	A	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	B	C	C	C	D	A	B	C

Câu 1. Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy nào là cấp số nhân ?

- A. $u_n = 3n$. B. $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = 2^n + 1$.

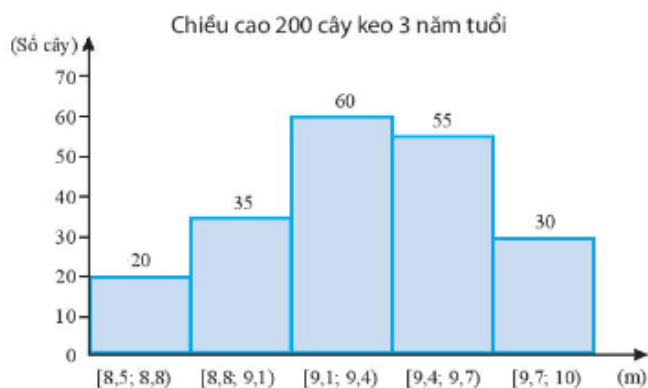
Câu 2. Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{3}{4a}$ C. $\frac{4}{3a}$ D. $\frac{4a}{3}$

Câu 3. Biết $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)^4}$ bằng

- A. $-\infty$. B. 4. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 4. Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây.



Hãy ước lượng một của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A. 9.35 B. 9.1 C. 9.2 D. 8.

Câu 5. Trên giá sách có 10 quyển sách Văn khác nhau, 8 quyển sách Toán khác nhau và 6 quyển sách Tiếng Anh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách khác môn nhau?

- A. 80. B. 60. C. 48. D. 188.

Câu 6. Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu áo khoác. Người điều tra yêu cầu cho điểm mẫu áo đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày trong bảng ghép nhóm sau:

Nhóm	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	
Tần số	4	5	23	6	2	$N = 40$

Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng đơn vị) là

A. $Q_1 \approx 71, Q_2 \approx 76, Q_3 \approx 78$.

B. $Q_1 \approx 71, Q_2 \approx 75, Q_3 \approx 78$.

C. $Q_1 \approx 70, Q_2 \approx 76, Q_3 \approx 79$.

D. $Q_1 \approx 70, Q_2 \approx 75, Q_3 \approx 79$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA_1 bằng

A. 60° .

B. 90° .

C. 45° .

D. 120° .

Câu 8. Từ một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ hộp đó. Số phần tử của không gian mẫu là

A. 220.

B. 1320.

C. 350.

D. 12600.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1;-1)$, $N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G nằm trên trục Ox . Toạ độ của điểm G là

A. $G(2;4)$.

B. $G(2;0)$.

C. $G(0;4)$.

D. $G(0;2)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1;2)$, $B(2;5-2m)$ và $C(m-3;4)$. Tìm giá trị m để A, B, C thẳng hàng?

A. $m = 3$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 1$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt[3]{7x+1}}{\sqrt{2}(x-1)} & \text{khi } x \neq 1 \\ x+m-1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Biết rằng $m = \frac{a\sqrt{2}}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$

và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$. Giá trị của $a+b$ bằng:

A. 5.

B. 37.

C. 13.

D. 51.

Câu 12. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{\sqrt{2x^2-3}}$.

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $-\sqrt{2}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2x}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ -\frac{5}{4} & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tính $f'(1)$.

A. Không tồn tại.

B. 0

C. $-\frac{7}{50}$.

D. $-\frac{9}{64}$.

Lời giải

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-4x^2}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-4x-1}{(\sqrt{3x+1}+2x)} = \frac{-5}{4} = f(1)$$

$\Rightarrow$ Hàm số liên tục tại $x=1$.

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{\sqrt{3x+1} - 2x}{x-1} + \frac{5}{4}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4\sqrt{3x+1} - 3x - 5}{4(x-1)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{16(3x+1) - (3x+5)^2}{4(x-1)^2(4\sqrt{3x+1} + 3x+5)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-9}{4(4\sqrt{3x+1} + 3x+5)} = -\frac{9}{64}$$

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

- A.** 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm $x_0 = 2$. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf'(2)}{x - 2}$.

- A.** 0. **B.** $f'(2)$. **C.** $2f'(2) - f(2)$. **D.** $f(2) - 2f'(2)$.

Câu 16. Dưới đây là một mẫu số liệu cho ở dạng bảng tần số ghép nhóm

Nhóm ghép	Tần số	Nhóm ghép	Tần số
$[62,5;67,5)$	4	$[82,5;87,5)$	22
$[67,5;72,5)$	7	$[87,5;92,5)$	5
$[72,5;77,5)$	10	$[92,5;97,5)$	10
$[77,5;82,5)$	26	$[97,5;102,5)$	16

- A.** $77,5 \leq M_e < 82,5$. **B.** $82,5 \leq M_e < 87,5$.
C. $87,5 \leq M_e < 92,5$. **D.** $92,5 \leq M_e < 97,5$.

Câu 17. Kết quả thống kê cho biết ở thời điểm năm 2013 dân số Việt Nam là 90 triệu người, tốc độ tăng dân số là 1,1% / năm. Nếu mức tăng dân số ổn định như vậy thì dân số Việt Nam sẽ gấp đôi (đạt ngưỡng 180 triệu) vào năm nào?

- A.** 2077. **B.** 2074. **C.** 2075. **D.** 2076.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A.** $m \leq 2$ **B.** $m > 2$ **C.** $m \geq 0$ **D.** $m < 0$

Câu 19. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5}, \forall n \geq 1 \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$.

Biết (v_n) là một cấp số nhân, số hạng tổng quát của cấp số nhân đó là

- A.** $v_n = (-1) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$. **B.** $v_n = 1 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$. **C.** $v_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n$. **D.** $v_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$.

Câu 20: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $(d): x = -4$ cắt (E) tại hai điểm M, N . Khi đó:

- A.** $MN = \frac{9}{25}$. **B.** $MN = \frac{18}{25}$. **C.** $MN = \frac{18}{5}$. **D.** $MN = \frac{9}{5}$.

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2015} + u_4 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:

- A.** 1009000. **B.** 100800. **C.** 1008000. **D.** 100900.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SB . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $(IJD) \cap (SAB) = IJ$

B. $(SAB) \cap (IBC) = IB$

C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$

D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$

Câu 23. Cho các số thực a, b thỏa mã $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2}$.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 6.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 24. Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, AD và SA . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

A. đường thẳng qua M và song song với SC .

B. đường thẳng qua P và song song với AB .

C. đường thẳng PM .

D. đường thẳng qua S và song song với AB .

Câu 25. Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = 2a + 3b$

A. $S_{\min} = 33$.

B. $S_{\min} = 30$.

C. $S_{\min} = 17$.

D. $S_{\min} = 25$.

Câu 26. Với các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5$ có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số, trong đó chữ số 1 có mặt 3 lần, mỗi chữ số khác có mặt đúng một lần?

A. 6720 số.

B. 40320 số.

C. 5880 số.

D. 840 số.

Câu 27. Gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Biến cố A là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm:

A. $A = \{(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6)\}$.

B. $A = \{(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6)\}$

C. $A = \left\{ \begin{array}{l} (1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6), (6,6), \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5) \end{array} \right\}$

D. $A = \{(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5)\}$.

Câu 28. Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối, đồng chất. Xác suất của biến cố “Tổng số chấm của hai con súc sắc bằng 6” là

A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{7}{36}$.

C. $\frac{11}{36}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Câu 29. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD . Gọi M, E, F lần lượt là trung điểm của AB, SC, SD . Biết $SO = a$; $AB = 2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng ME và CF bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}a$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{6}a$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{4}a$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a\sqrt{2}$. Góc $\widehat{SAB} = 60^\circ$, $\widehat{BAC} = 90^\circ$, $\widehat{CAS} = 120^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành; M là trung điểm của SD , E thuộc cạnh BC sao cho $BE = 2EC$, mặt phẳng (AME) cắt SC tại F . Tính tỉ số diện tích 2 tam giác SFD và FCD .

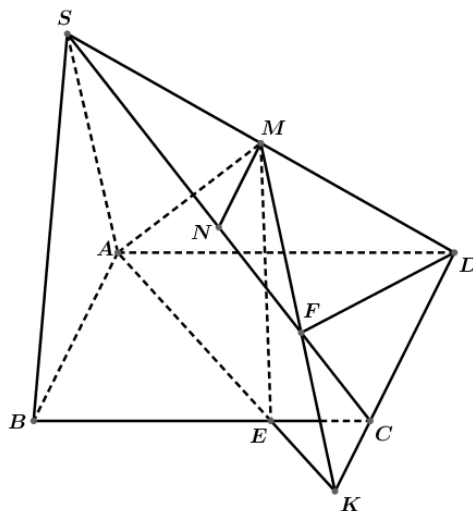
A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi K là giao điểm của AE và CD , trong mặt phẳng (SCD) ta có $F = MK \cap SC$.

Khi đó: $\frac{EC}{EB} = \frac{CK}{AB} = \frac{CK}{CD} = \frac{1}{2}$.

Gọi N là trung điểm SC , ta có: $\frac{CF}{FN} = \frac{CK}{MN} = 1$ suy ra F là trung điểm NC .

Vậy $\frac{S_{SFD}}{S_{FCD}} = \frac{SF}{FC} = 3$.

Câu 32. Cho tam giác ABC đều. Gọi D là điểm đối xứng của C qua AB . Vẽ đường tròn tâm D qua A, B ; M là điểm bất kì trên đường tròn đó ($M \neq A, M \neq B$). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Độ dài MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

B. Độ dài MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của 1 tam giác cân (không phải tam giác đều).

C. Độ dài MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của 1 tam giác đều.

D. $MB > MC > MA$.

Lời giải.

Chọn A

Chọn hệ trục Oxy sao cho Ox trùng với AB , chiều dương hướng từ A đến B , trục Oy là đường trung trực của đoạn $AB \Rightarrow A(-1;0); B(1;0), C(0;\sqrt{3}), D(0;-\sqrt{3})$.

Phương trình đường tròn tâm D qua A, B là: $x^2 + (y + \sqrt{3})^2 = 4$ (1).

Giả sử $M(a;b)$ là điểm bất kì trên đường tròn (1). Ta có:

$$MA^2 = (a+1)^2 + b^2, \quad MB^2 = (a-1)^2 + b^2,$$

$$MC^2 = a^2 + (b - \sqrt{3})^2.$$

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 &= a^2 + (b - \sqrt{3})^2 + a^2 + b^2 + 2b\sqrt{3} - 1 \\ &= MC^2 + a^2 + (b + \sqrt{3})^2 - 4. \end{aligned}$$

M nằm trên đường tròn (1) nên: $a^2 + (b + \sqrt{3})^2 - 4 = 0 \Rightarrow MA^2 + MB^2 = MC^2 \Rightarrow MA, MB, MC$ là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.

Câu 33. Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh CD sao cho $\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{DM}$, $N(0;2019)$ là trung điểm của cạnh BC , K là giao điểm của hai đường thẳng AM và BD . Biết đường thẳng AM có phương trình $x - 10y + 2018 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng NK bằng

A. 2019.

B. $2019\sqrt{101}$.

C. $\frac{2018}{11}$.

D. $\frac{2019\sqrt{101}}{101}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi cạnh hình vuông bằng a . Do $\triangle ABK \sim \triangle MDK \Rightarrow \frac{MD}{AB} = \frac{DK}{KB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DK}{DB} = \frac{1}{4}$.

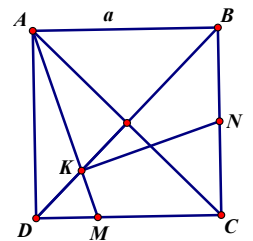
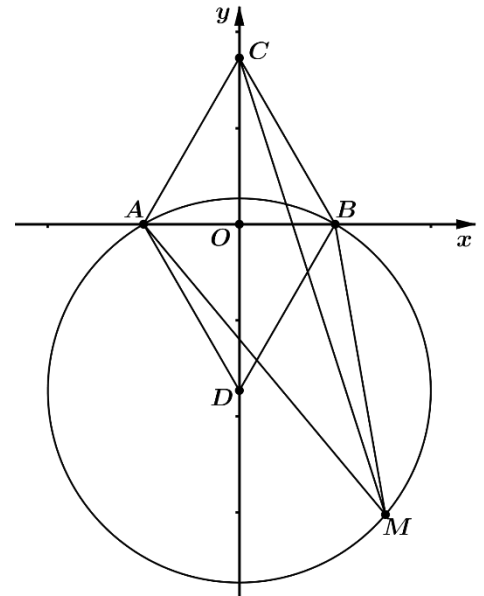
Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$

$$\overrightarrow{NK} = \overrightarrow{BK} - \overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$$

Từ và suy ra $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{NK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \Rightarrow AM \perp NK$.

Vì $AM \perp NK$ nên NK có phương trình tổng quát: $10x + y - 2019 = 0$.

Khoảng cách từ O đến NK là $d(O, NK) = \frac{|-2019|}{\sqrt{10^2 + 1^2}} = \frac{2019\sqrt{101}}{101}$.



Câu 34. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A . Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{23}{25}$. C. $\frac{2}{25}$. D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải.

Gọi số cần tìm của tập S có dạng $\overline{abc}$. Trong đó
$$\begin{cases} a, b, c \in A \\ a \neq 0 \\ a \neq b; b \neq c; c \neq a \end{cases}.$$

Khi đó

- Số cách chọn chữ số a có 5 cách chọn vì $a \neq 0$.
- Số cách chọn chữ số b có 5 cách chọn vì $b \neq a$.
- Số cách chọn chữ số c có 4 cách chọn vì $c \neq a$ và $c \neq b$.

Do đó tập S có $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ phần tử.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S .

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{100}^1 = 100$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu". Khi đó ta có các bộ số là $\overline{1b2}$ hoặc $\overline{2b4}$ thỏa mãn biến cố X và cứ mỗi bộ thì b có 4 cách chọn nên có tất cả 8 số thỏa yêu cầu.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = 8$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O với $AB = a; AD = 2a$. Cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với đáy. Gọi (α) là mặt phẳng qua SO và vuông góc với (SAD) . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp đã cho

- A. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. B. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. C. $S = \frac{a^2}{2}$. D. a^2 .

Câu 36: Trong mặt phẳng cho n điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong tất cả các đường thẳng nối hai điểm bất kì không có hai đường thẳng nào song song, trùng nhau hoặc vuông góc. Qua mỗi điểm vẽ các đường thẳng vuông góc với các đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại. Số giao điểm của các đường thẳng vuông góc giao nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

- A. $2C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$. B. $2C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - 2[n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$.
- C. $3C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - 2[nC_{n-1}^2 - 1 + 5C_n^3]$. D. $C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$.

Đáp án D.

*Gọi n điểm đã cho là $A_1, A_2, \dots, A_n$. Xét một điểm cố định, khi đó có C_{n-1}^2 đường thẳng được xác định bởi 2 trong $n-1$ điểm còn lại nên sẽ có C_{n-1}^2 đường thẳng vuông góc đi qua điểm cố định đó.

*Do đó có tất cả $nC_{n-1}^2 = \frac{n(n-1)(n-2)}{2}$ đường thẳng vuông góc nên có $C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2$ giao điểm

(tính cả những giao điểm trùng nhau)

*Ta chia các điểm trùng nhau thành 3 loại

- Qua một điểm có $C_{n-1}^2 = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$ đường thẳng vuông góc nên ta phải trừ đi $n(C_{n-1}^2 - 1)$ điểm.

- Qua ba điểm A_1, A_2, A_3 của 1 tam giác có 3 đường thẳng cùng vuông góc với A_4A_5 và 3 đường thẳng này song song với nhau nên ta mất 3 giao điểm, do đó trong TH này ta phải loại đi $3C_n^3$

- Trong mỗi tam giác thì ba đường cao chỉ có một giao điểm, nên ta mất 2 điểm cho mỗi tam giác, do đó trường hợp này ta phải trừ đi $2C_n^3$.

Vậy số giao điểm nhiều nhất có được là: $C_{\frac{n(n-1)(n-2)}{2}}^2 - [n(C_{n-1}^2 - 1) + 5C_n^3]$.

Câu 37. An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

A. 0,064 .

B. 0,1152 .

C. 0,13824 .

D. 0,31744 .

Đáp án D.

Phân tích: Bài này điểm mấu chốt là phải liệt kê được các trường hợp mà An thắng Bình chung cuộc. Ví dụ như: Séc 1: An thắng; Séc 2: An thắng; Séc 3: Bình thắng; Séc 4: An thắng.

$\Rightarrow$ An thắng chung cuộc.

Lưu ý là ta phải tính cả thứ tự các séc An thắng hoặc thua. Như ở ví dụ trên là An thua ở séc thứ 3.

Lời giải: Giả sử số séc trong trận đấu giữa An và Bình là x . Dễ dàng nhận thấy $3 \leq x \leq 5$.

Ta xét các trường hợp:

TH1: Trận đấu có 3 séc $\Rightarrow$ An thắng cả 3 séc. Xác suất thắng trong trường hợp này là: $P_1 = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 0,064$

TH2: Trận đấu có 4 séc $\Rightarrow$ An thua 1 trong 3 séc: 1, 2 hoặc 3 và thắng séc thứ 4.

Số cách chọn 1 séc để An thua là: C_3^1 (Chú ý xác suất để An thua trong 1 séc là 0,6.)

$\Rightarrow P_2 = C_3^1 \cdot 0,4^3 \cdot 0,6 = 0,1152$

TH3: Trận đấu có 5 séc $\Rightarrow$ An thua 2 séc và thắng ở séc thứ 5.

Số cách chọn 2 trong 4 séc đầu để An thua là C_4^2 cách.

$\Rightarrow P_3 = C_4^2 \cdot 0,4^3 \cdot 0,6^2 = 0,13824$

Như vậy xác suất để An thắng chung cuộc là: $P = P_1 + P_2 + P_3 = 0,31744$

Câu 38. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = f(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$, ta được $y = f(x)$ là hàm số :

- A. Hàm số chẵn. B. Hàm số lẻ.
C. Không chẵn không lẻ. D. Vừa chẵn vừa lẻ.

Câu 39. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} = 3 \cot x + \sqrt{3}$ là:

- A. $-\frac{\pi}{2}$. B. $-\frac{5\pi}{6}$. C. $-\frac{\pi}{6}$. D. $-\frac{2\pi}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm lớn hơn -10 của m để phương trình $(2 \cos x - 1)(2 \cos 2x + 2 \cos x - m) = 3 - 4 \sin^2 x$ có hai nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$?

- A. 7. B. 6. C. 2. D. 3.

Đáp án A.

PT $(2 \cos x - 1)(2 \cos 2x + 2 \cos x - m) = 3 - 4 \sin^2 x$ có đúng hai nghiệm $\in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

$$\Leftrightarrow (2 \cos x - 1)(4 \cos^2 x - 2 + 2 \cos x - m)$$

$$= (2 \cos x - 1)(2 \cos x + 1)$$

$$\Leftrightarrow (2 \cos x - 1)(4 \cos^2 x - 3 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cos x - 1 = 0 \\ 4 \cos^2 x - 3 - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \quad (1) \\ \cos^2 x = \frac{m+3}{4} \quad (2) \end{cases}$$

Giải (1): $\cos x = \frac{1}{2}$ có hai nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

$$\Leftrightarrow (2) \text{ vô nghiệm hoặc } (2) \Leftrightarrow \cos x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{m+3}{4} > 1 \\ \frac{m+3}{4} < 0 \\ \frac{m+3}{4} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -7 \\ m < -3 \\ m = -3 \end{cases}$$

Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Chú ý: $\cos^2 x \in [0; 1] \forall x \in \mathbb{R}$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình: $(m+1)\cos x + (m-1)\sin x = 2m+3$

có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1 - x_2| = \frac{\pi}{3}$?

- A. 0. B. 6. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{m+1}{\sqrt{2m^2+2}}\cos x + \frac{m-1}{\sqrt{2m^2+2}}\sin x = \frac{2m+3}{\sqrt{2m^2+2}}$$

$$\Leftrightarrow \cos(x+\alpha) = \cos\beta \quad (\text{với đk } -1 \leq \frac{2m+3}{\sqrt{2m^2+2}} \leq 1 \text{ (*)})$$

$$(\text{Trong đó } \cos\alpha = \frac{m+1}{\sqrt{2m^2+2}}; \cos\beta = \frac{2m+3}{\sqrt{2m^2+2}}) \Leftrightarrow x = \beta \pm \alpha + k2\pi$$

Do đó x_1, x_2 có dạng $x_1 = \beta + \alpha + k_1 2\pi$; $x_2 = \beta - \alpha + k_2 2\pi$

(Vì nếu x_1, x_2 cùng thuộc một họ nghiệm thì $x_1 - x_2 = l2\pi$, $l \in \mathbb{Z}$)

$$\text{Do đó: } |x_1 - x_2| = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow |2\alpha + (k_1 - k_2)2\pi| = \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \cos|2\alpha + (k_1 - k_2)2\pi| = \cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \cos 2\alpha = \frac{1}{2}.$$

Mặt khác $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ nên ta có:

$$\frac{1}{2} = 2\left(\frac{m+1}{\sqrt{2m^2+2}}\right)^2 - 1 \Leftrightarrow \frac{3}{4} = \frac{(m+1)^2}{2m^2+2}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{3} \quad (\text{ko thỏa mãn (*)})$$

Vậy không tồn tại m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Một nhóm gồm 5 bạn nam, 4 bạn nữ và thầy giáo đứng thành 2 hàng, mỗi hàng 5 người để chụp ảnh kỉ niệm. Xác suất để khi đứng, thầy giáo xen giữa hai bạn nam đồng thời các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng bằng

A. $\frac{1}{35}$.

B. $\frac{1}{105}$.

C. $\frac{1}{70}$.

D. $\frac{2}{105}$.

Lời giải

*) Ta có: $|\Omega| = 10!$.

*) Chọn hàng cho thầy giáo, có 2 cách chọn.

*) Đối với hàng có thầy giáo, có 2 cách xếp như sau:

+) TH1: Trong hàng thầy giáo có 2 nam, 2 nữ.

Vì thầy giáo xen giữa hai bạn nam nên xếp 2 bạn nam đứng hai bên thầy giáo, có: A_5^2 cách.

Vì các bạn nữ không đứng cạnh nhau trong cùng một hàng nên ta xếp hai bạn nữ đứng ở hai đầu hàng, có A_4^2 cách xếp.

Hàng còn lại gồm 3 bạn nam và 2 bạn nữ còn lại.

Ta xếp 3 bạn nam, có $3!$ cách, tạo ra 4 vị trí giữa các bạn.

Xếp 2 bạn nữ vào 2 trong 4 vị trí đó, có: A_4^2 cách xếp.

Do đó, trường hợp này có: $A_5^2 \cdot A_4^2 \cdot 3! \cdot A_4^2$ cách xếp.

+) TH2: Trong hàng thầy giáo có 3 nam, 1 nữ.

Xếp 1 bạn nam, 1 bạn nữ và thầy giáo thành một hàng, có $C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot 3!$.

Xếp hai bạn nam trong 4 bạn nam còn lại đứng hai bên thầy giáo, có A_4^2 cách.

Hàng còn lại gồm 3 bạn nữ và 2 bạn nam còn lại.

Ta xếp 3 bạn nữ, có $3!$ cách, tạo ra 2 vị trí xen giữa các bạn.

Xếp 2 bạn nam vào 2 vị trí đó, có: $2!$ cách xếp.

Do đó, trường hợp này có: $C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot 3! \cdot A_4^2 \cdot 3! \cdot 2!$ cách xếp.

Vậy xác suất cần tính là: $\frac{2(A_5^2 \cdot A_4^2 \cdot 3! \cdot A_4^2 + C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot 3! \cdot 2!)}{10!} = \frac{2}{105}$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, đáy lớn BC , $BC = 2a$, $AD = AB = a$, tam giác SAD đều. Gọi I là một điểm trên đoạn BD (I không trùng với B và D). Qua I kẻ đường thẳng song song với AD cắt cạnh AB tại M , qua M kẻ đường thẳng song song với SA cắt cạnh SB tại Q . Đặt $AM = x$. Tìm x để diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (IMQ) đạt giá trị lớn nhất?

A. $\frac{a}{2}$.

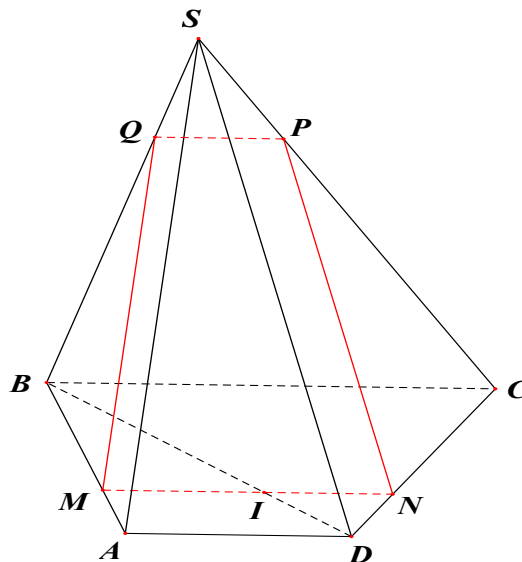
B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a}{4}$.

D. $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Trong $(ABCD)$: $MI \cap CD = N$.

+ $(IMQ) \cap (ABCD) = MN$.

+ $(IMQ) \cap (SAB) = MQ$.

+ Xét (IQM) và (SBC) có Q chung và $MN \parallel BC$

$\Rightarrow (IQM) \cap (SBC) = QP$, $QP \parallel BC$, $P \in SC$.

$$+ (IMQ) \cap (SCD) = PN.$$

Thiết diện cần tìm là hình thang $MNPQ$.

$$\text{Ta có } \frac{CP}{CS} = \frac{BQ}{BS} = \frac{BM}{BA} = \frac{CN}{CD}. \text{ Do đó } NP \parallel SD.$$

$$\text{Khi đó } \frac{NP}{SD} = \frac{CP}{CS} = \frac{BQ}{BS} = \frac{MQ}{SA}.$$

Mà $SA = SD$. Suy ra $MQ = PN$.

$$\text{Ta có } \frac{PQ}{BC} = \frac{SQ}{SB} = \frac{MA}{AB} \Rightarrow PQ = 2x.$$

Mà $MN = MI + IN = a - x + 2x = a + x$, $0 < x < a$. Suy ra $MN > PQ$

Do đó $MNPQ$ là hình thang cân.

Trong hình thang cân $MNPQ$ kẻ đường cao QH , $H \in MN$.

$$\text{Ta có } MH = \frac{MN - PQ}{2} = \frac{a - x}{2}, MQ = a - x.$$

$$QH^2 = MQ^2 - MH^2 = \frac{3}{4}(a - x)^2 \Rightarrow QH = \frac{\sqrt{3}}{2}(a - x).$$

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{2}(MN + PQ) \cdot QH = \frac{\sqrt{3}}{4}(a + 3x)(a - x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(-3x^2 + 2ax + a^2).$$

Biểu thức $-3x^2 + 2ax + a^2$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{a}{3} \in (0; a)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 + mx + 1$. Gọi S là tổng tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 1$ tại ba điểm phân biệt $A(0; 1)$, B , C sao cho các tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại B , C vuông góc với nhau. Giá trị của S bằng

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{9}{5}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{11}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$ là:

$$x^3 + 3x^2 + mx + 1 = 1 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 3x + m = 0 \end{cases}.$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm phân biệt thì phương trình $x^2 + 3x + m = 0$ phải có hai

$$\text{nghiệm phân biệt khác } 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^2 - 4.1.m > 0 \\ 0^2 + 3.0 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m > -9 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{4} \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Với điều kiện trên, hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm phân biệt $A(0; 1)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$, ở đó x_B, x_C là nghiệm của phương trình $x^2 + 3x + m = 0$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 + 6x + m.$$

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại B, C lần lượt là

$$k_B = f'(x_B) = 3x_B^2 + 6x_B + m; \quad k_C = f'(x_C) = 3x_C^2 + 6x_C + m.$$

Để hai tiếp tuyến này vuông góc thì $k_B \cdot k_C = -1$.

$$\text{Suy ra: } (3x_B^2 + 6x_B + m)(3x_C^2 + 6x_C + m) = -1$$

$$\Leftrightarrow 9(x_B x_C)^2 + 18x_B^2 x_C + 3mx_B^2 + 18x_B x_C^2 + 36x_B x_C + 6mx_B + 3mx_C^2 + 6mx_C + m^2 = -1$$

$$\Leftrightarrow 9(x_B x_C)^2 + 18x_B x_C (x_B + x_C) + 3m(x_B^2 + x_C^2) + 36x_B x_C + 6m(x_B + x_C) + m^2 + 1 = 0.$$

$$\text{Ta lại có theo Vi-et: } \begin{cases} x_B + x_C = -3 \\ x_B x_C = m \end{cases}. \text{ Từ đó } x_B^2 + x_C^2 = (x_B + x_C)^2 - 2x_B x_C = 9 - 2m.$$

$$\text{Suy ra: } 9m^2 + 18m(-3) + 3m(9 - 2m) + 36m + 6m(-3) + m^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 9m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{9 + \sqrt{65}}{8} \\ m = \frac{9 - \sqrt{65}}{8} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{9 + \sqrt{65}}{8} + \frac{9 - \sqrt{65}}{8} = \frac{9}{4}.$$

Câu 45: Ba số $a; b; c$ khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có công sai dương. Nếu cộng thêm vào số hạng thứ ba 9 đơn vị thì ta thu được dãy số mới theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Nếu ta tiếp tục nhân số hạng thứ 2 và thứ 3 của cấp số nhân này với $-\frac{1}{8}$ ta lại thu được dãy số mới theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $P = a + 2b + 3c$.

A. -18.

B. 14.

C. 30.

D. 12.

Lời giải

$$+ \text{ Dãy số } a; b; c \text{ là cấp số cộng có công sai dương} \Leftrightarrow \begin{cases} a < b < c \\ 2b = a + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < b < c \\ a - 2b + c = 0, \end{cases} \quad (*) \quad (1)$$

$$+) \text{ Do } a, b \text{ khác 0 nên dãy số } a; b; c + 9 \text{ là cấp số nhân} \Leftrightarrow b^2 = a(c + 9) \quad (2).$$

$$+) \text{ Dãy số } a; -\frac{b}{8}; -\frac{c+9}{8} \text{ là cấp số cộng} \Leftrightarrow a - \frac{c+9}{8} = 2 \cdot \left(-\frac{b}{8}\right) \Leftrightarrow 8a + 2b - c = 9 \quad (3). \quad +) \text{ Từ (1)}$$

$$\text{và (3) ta có } \begin{cases} a = 1 \\ c = 2b - 1 \end{cases}.$$

$$+) \text{ Thay vào (2), ta được: } b^2 = 2b + 8 \Leftrightarrow b^2 - 2b - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ b = -2 \end{cases}.$$

$+) \text{ Đối chiếu điều kiện } (*), \text{ ta được } b = 4.$

$+) \text{ Với } b = 4 \text{ ta có } c = 7. \text{ Khi đó 3 số cần tìm là } a = 1; b = 4; c = 7.$

Vậy $P = a + 2b + 3c = 30$.

Câu 46. Tìm giới hạn $C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\sqrt[n]{(x+a_1)(x+a_2)\dots(x+a_n)} - x \right]$.

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$.

D. $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{2n}$.

Lời giải

Đặt $y = \sqrt[n]{(x+a_1)(x+a_2)\dots(x+a_n)}$

$$\Rightarrow y^n - x^n = (y-x)(y^{n-1} + y^{n-2}x + \dots + x^{n-1}) \Rightarrow y-x = \frac{y^n - x^n}{y^{n-1} + y^{n-2}x + \dots + x^{n-1}}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} (y-x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y^n - x^n}{y^{n-1} + y^{n-2}x + \dots + x^{n-1}}$$

$$\Rightarrow C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{y^n - x^n}{x^{n-1}}}{\frac{y^{n-1} + y^{n-2}x + \dots + x^{n-1}}{x^{n-1}}}.$$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y^n - x^n}{x^{n-1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n + \frac{b_2}{x} + \frac{b_3}{x^2} + \dots + \frac{b_n}{x^{n-1}})$$

$$= a_1 + a_2 + \dots + a_n.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y^k x^{n-1-k}}{x^{n-1}} = 1 \quad \forall k = 0, \dots, n-1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y^{n-1} + y^{n-2}x + \dots + x^{n-1}}{x^{n-1}} = n.$$

$$\text{Vậy } C = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}.$$

câu 47. Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính giá trị biểu thức $A = f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{2}{100}\right) + \dots + f\left(\frac{100}{100}\right)$?

A. 50.

B. 49.

C. $\frac{149}{3}$.

D. $\frac{301}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hai số dương a và b sao cho $a+b=1$, ta có

$$\begin{aligned} f(a) + f(b) &= \frac{4^a}{4^a + 2} + \frac{4^b}{4^b + 2} = \frac{4^a(4^b + 2) + 4^b(4^a + 2)}{(4^a + 2)(4^b + 2)} \\ &= \frac{2(4^{a+b} + 4^a + 4^b)}{4^{a+b} + 2(4^a + 4^b) + 4} = \frac{2(4 + 4^a + 4^b)}{2(4 + 4^a + 4^b)} = 1. \end{aligned}$$

Do

đó

$$A = \left[f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{99}{100}\right) \right] + \left[f\left(\frac{2}{100}\right) + f\left(\frac{98}{100}\right) \right] + \dots + \left[f\left(\frac{49}{100}\right) + f\left(\frac{51}{100}\right) \right] + f\left(\frac{50}{100}\right) + f\left(\frac{100}{100}\right)$$

$$= 49 + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) = 49 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{301}{6}. \text{ Vậy } A = \frac{301}{6}.$$

Câu 48. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$.

A. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$.

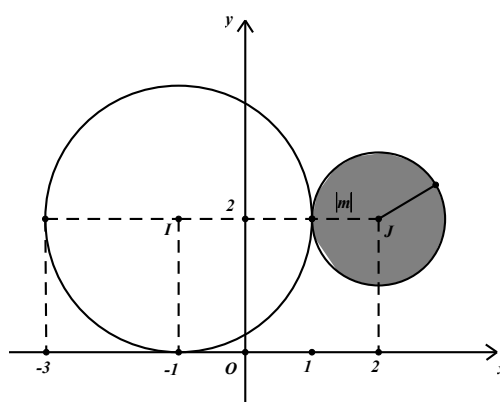
B. $S = \{-1; 1\}$.

C. $S = \{-5; 5\}$.

D. $S = \{-7-5; -1; 1; 5; 7\}$.

Lời giải

Chọn A



Nhận thấy $x^2 + y^2 + 2 > 1$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$ nên:

$$\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-6+m^2 \geq x^2+y^2+2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq m^2 \quad (*).$$

Khi $m = 0$ thì $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$. Cặp $(2; 2)$ không là nghiệm của phương trình

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0.$$

Khi $m \neq 0$, tập hợp các điểm $(x; y)$ thỏa mãn $(*)$ là hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính là $|m|$.

Trường hợp này, yêu cầu bài toán trở thành tìm m để đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính 2 và hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính $|m|$ có đúng một điểm chung (hình vẽ)

$$\text{Điều này xảy ra khi } \begin{cases} |m| = 1 \\ |m| = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m = \pm 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn } m \neq 0 \text{)}.$$

$$\text{Vậy } S = \{-5; -1; 1; 5\}.$$

Câu 49. Cho tứ diện $S.ABCD$ và M là một điểm di động, nằm bên trong tam giác ΔABC . Qua M kẻ các đường thẳng song song với SA, SB, SC cắt các mặt phẳng tương ứng (SBC) ,

$(SAC), (SAB)$ lần lượt tại A', B', C' . Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = \frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} + \frac{MA'}{SA} \cdot \frac{MB'}{SB} \cdot \frac{MC'}{SC} \text{ là}$$

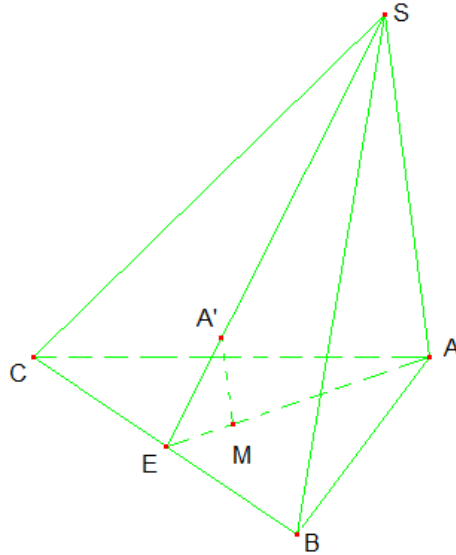
A. $\frac{9}{8}$.

B. $\frac{28}{27}$.

C. $\frac{62}{27}$.

D. $\frac{13}{8}$.

Lời giải



Do $MA' // SA$ nên bốn điểm này cùng nằm trong một mặt phẳng. Giả sử

$$E = BC \cap (MA', SA). \text{ Khi đó } A, E, M \text{ thẳng hàng và ta có } \frac{MA'}{SA} = \frac{EM}{EA} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}}.$$

$$\text{Tương tự ta có: } \frac{MB'}{SB} = \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}}, \frac{MC'}{SC} = \frac{S_{MAB}}{S_{ABC}}.$$

$$\text{Khi đó } P = \frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} = \frac{S_{MBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{MAC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{MAB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1.$$

Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho các số $\frac{MA'}{SA}, \frac{MB'}{SB}, \frac{MC'}{SC}$ ta được:

$$\frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{MA'}{SA} \cdot \frac{MB'}{SB} \cdot \frac{MC'}{SC}}$$

$$\Leftrightarrow P \geq 3 \sqrt[3]{\frac{MA'}{SA} \cdot \frac{MB'}{SB} \cdot \frac{MC'}{SC}}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{MA'}{SA} \cdot \frac{MB'}{SB} \cdot \frac{MC'}{SC} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

$$\text{Suy ra } T = \frac{MA'}{SA} + \frac{MB'}{SB} + \frac{MC'}{SC} + \frac{MA'}{SA} \cdot \frac{MB'}{SB} \cdot \frac{MC'}{SC} \leq 1 + \frac{1}{27} \Leftrightarrow T \leq \frac{28}{27}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $T = \frac{28}{27}$. Dấu “=” xảy ra khi $\frac{MA'}{SA} = \frac{MB'}{SB} = \frac{MC'}{SC}$.

Câu 50. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

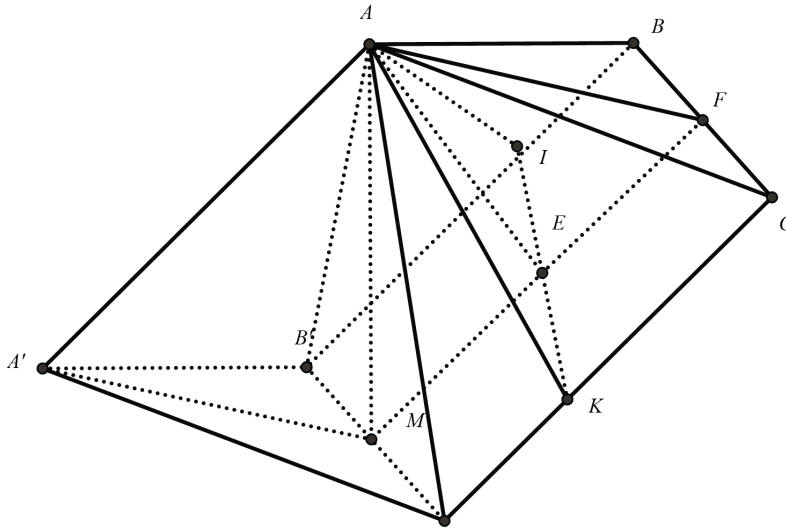
B. $\sqrt{5}$

C. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AI \perp BB'$, $AK \perp CC'$ (hình vẽ).

Khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2 $\Rightarrow AI = 1$, $AK = 2$.

Gọi F là trung điểm của BC . $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{15}}{3}$

Ta có $\left. \begin{array}{l} AI \perp BB' \\ BB' \perp AK \end{array} \right\} \Rightarrow BB' \perp (AIK) \Rightarrow BB' \perp IK$.

Vì $CC' \parallel BB' \Rightarrow d(C, BB') = d(K, BB') = IK = \sqrt{5} \Rightarrow \triangle AIK$ vuông tại A .

Gọi E là trung điểm của $IK \Rightarrow EF \parallel BB' \Rightarrow EF \perp (AIK) \Rightarrow EF \perp AE$.

Lại có $AM \perp (ABC)$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AIK) là góc giữa

EF và AM bằng góc $\widehat{AME} = \widehat{FAE}$. Ta có $\cos \widehat{FAE} = \frac{AE}{AF} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{FAE} = 30^\circ$.

Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là $\triangle AIK$ nên ta có:

$$S_{AIK} = S_{ABC} \cos \widehat{EAF} \Rightarrow 1 = S_{ABC} \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = S_{ABC}.$$

$$\text{Xét } \triangle AMF \text{ vuông tại } A: \tan \widehat{AMF} = \frac{AF}{AM} \Rightarrow AM = \frac{\frac{\sqrt{15}}{3}}{\frac{3}{\sqrt{3}}} \Rightarrow AM = \sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}.$$

.....**HẾT**.....