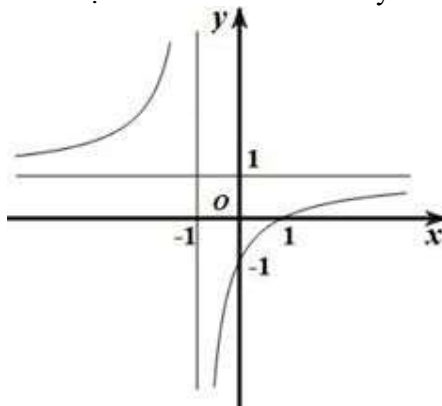




Câu 1. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+3}$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ là

A. $e^x - \cos x + C$.

B. $e^x + \cos x + C$.

C. $\frac{1}{x+1}e^x - \cos x + C$.

D. $\frac{e^x}{x} + \cos x + C$.

Câu 3. Hàm số $y = \sin x + \cos x$ có tập xác định là

A. $D = [-1; 1]$.

B. $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 4. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				4		
				-1			$-\infty$

Đồ thị hàm số và trục Ox có bao nhiêu điểm chung?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 5. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC' = 2\sqrt{3}$ thì có thể tích bằng

A. 8.

B. 1.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $24\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho số phức $z = -4 - 6i$. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng Oxy . Tung độ của điểm M bằng

A. -4.

B. 6.

C. 4.

D. -6.

Câu 7. Khối cầu có thể tích bằng $\frac{4}{3}\pi$ thì có bán kính bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $\sqrt{3}$.

D. 1.

Câu 8. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{12}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$.

Câu 9. Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$. Giá trị của $\int_1^2 [3f(x) - 2x]dx$ bằng

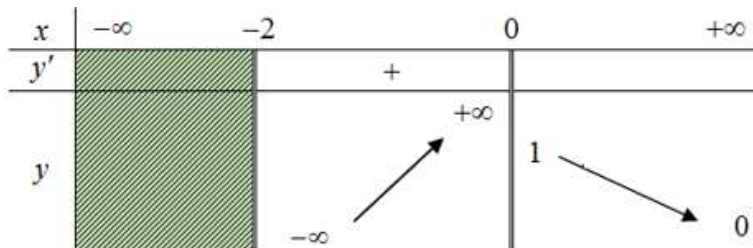
- A.** -12 . **B.** 3 . **C.** 12 . **D.** 9 .
- Câu 10.** Cho a là số thực dương và khác 1. Giá trị của $\log_a \sqrt[5]{a^2}$ bằng
- A.** $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{5}$.
- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là
- A.** $(1;1;0)$. **B.** $(1;0;1)$. **C.** $(3;3;3)$. **D.** $(1;1;1)$.
- Câu 12.** Hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu điểm cực trị?
- A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3$. Tâm I và bán kính R của (S) là
- A.** $I(1;-1;-3)$ và $R = \sqrt{3}$. **B.** $I(1;-1;-3)$ và $R = 3$.
C. $I(-1;1;3)$ và $R = 3$. **D.** $I(-1;1;3)$ và $R = \sqrt{3}$.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị. Tọa độ của $\vec{a}$ là:
- A.** $(2;-4;0)$. **B.** $(2;0;4)$. **C.** $(2;0;-4)$. **D.** $(2;4;0)$.
- Câu 15.** Cho số phức $z = (2i-1)^2 - (3+i)^2$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng
- A.** -21 . **B.** -1 . **C.** 1. **D.** 32.
- Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3;-2;5), N(-1;6;-3)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu đường kính MN ?
- A.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$. **D.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$.
- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1;-2;1)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là
- A.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.
- Câu 18.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x\sqrt{1-x}$ và trục hoành. Vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng D quanh trục Ox có thể tích bằng
- A.** $\frac{\pi}{12}$. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{22\pi}{13}$. **D.** $\frac{7\pi}{15}$.
- Câu 19.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)^2(x+1)(3-x)$. Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?
- A.** $(3; +\infty)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(-1; 3)$. **D.** $(-\infty; -2)$.
- Câu 20.** Gọi m ($m \in \mathbb{R}$) là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$, m là một nghiệm của phương trình nào sau đây?
- A.** $x^2 + x - 2 = 0$. **B.** $3x^2 - 8x - 3 = 0$. **C.** $x^2 - 3x - 4 = 0$. **D.** $2x^2 - 5x + 2 = 0$.
- Câu 21.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ là
- A.** 4. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 2.
- Câu 22.** Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \ln x$. Giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ của hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{x}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 1. C. 3. D. $3\sqrt[3]{4}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$, G là trọng tâm tam giác SBC . Khoảng cách từ G đến (ABC) bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 25. Cho khối trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$ và chiều cao bằng bán kính của đường tròn đáy. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $2\pi a^3$. B. $8\pi a^3$. C. $4\pi a^3$. D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 26. Số phức z thỏa mãn $z = 1 + 4i + (1 - i)^3$ thì có môđun bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. $\sqrt{29}$.

Câu 27. Hàm số $y = \log(x^3 - 3x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 0.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$			
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(1; 100)$ của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. 1. B. 97. C. 2. D. 96.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; -3)$ có phương trình là

- A. $3x - 6y + 2z - 6 = 0$. B. $3x + 6y + 2z - 6 = 0$.
C. $3x - 6y - 2z - 6 = 0$. D. $3x - 6y + 2z + 6 = 0$.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$ và $w = 2z + 1 - i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất bằng

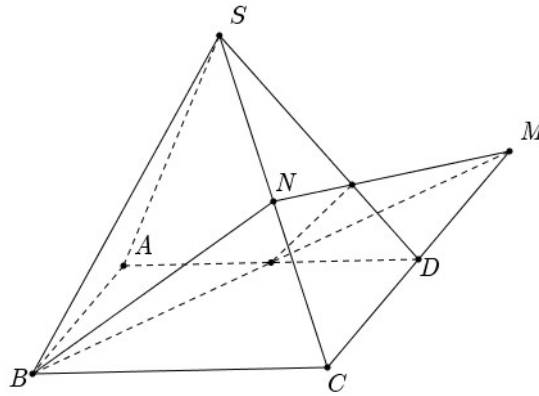
- A. $16 + \sqrt{74}$. B. $4 + \sqrt{74}$. C. $2 + \sqrt{130}$. D. $4 + \sqrt{130}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với (ABC) . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

- Câu 32.** Cho hàm số $y = x^3 + (1 - 2m)x^2 + (2 - m)x + 2 + m$, Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(0; 2)$. Số tập hợp con của S là
- A. 1. B. 4. C. 16. D. 0.
- Câu 33.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5; 5]$ để phương trình $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 2m - 1 = 0$ có duy nhất một nghiệm?
- A. 11. B. 3. C. 7. D. 6.
- Câu 34.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)(3 - x)$. Hàm số $f(2x - 1)$ đạt cực đại tại
- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.
- Câu 35.** Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x dx = \ln a - \frac{b}{8}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $M = 3a - 2b$ bằng
- A. 12. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 36.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{8}{x - 2}$ bằng
- A. -8. B. 8. C. $\frac{8}{6}$. D. $\frac{8}{5}$.
- Câu 37.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , chọn ngẫu nhiên một điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên có trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 5, các điểm cùng có xác suất được chọn như nhau. Xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách từ điểm được chọn đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 3.
- A. $\frac{36}{121}$. B. $\frac{13}{81}$. C. $\frac{15}{81}$. D. $\frac{29}{121}$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ trong đó a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{72}{7}$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng.
- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{3}{8}$.
- Câu 39.** Cho biết $\int_1^2 x^2 f(x^3) dx = 12$. Giá trị của $\int_1^8 f(x) dx$ bằng
- A. 3. B. 36. C. 24. D. 15.
- Câu 40.** Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng
- A. $\pi\sqrt{3}a^2$. B. $\frac{1}{3}\pi\sqrt{2}a^2$. C. $\frac{1}{3}\pi\sqrt{3}a^2$. D. $\frac{1}{27}\pi\sqrt{3}a^2$.
- Câu 41.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\ln 3} f(e^x + 3) dx = 1$, $\int_4^6 \frac{(2x - 1)f(x)}{x - 3} dx = -3$.
Giá trị của $\int_4^6 f(x) dx$ bằng
- A. 10. B. -5. C. -4. D. 12.
- Câu 42.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia

khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện (tham khảo hình vẽ bên dưới). Gọi V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S , V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Giá trị của $\frac{V_1}{V_2}$ bằng



- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{7}{5}$. C. $\frac{6}{5}$. D. $\frac{7}{3}$.

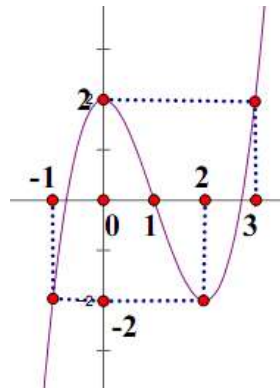
Câu 43. Cho hai số phức $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Gọi z là số phức thỏa mãn $|3z - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |z| + |z - z_1| + |z - z_2|$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $2\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 44. Cho các số thực a, b, x, y thỏa mãn điều kiện $ax - by = \sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + x^2 + y^2 + bx + ay$ bằng

- A. 3. B. 4. C. $3\sqrt{3}$. D. $4\sqrt{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{4x - x^2} + 1) = m - 5$ có 4 nghiệm phân biệt.



- A. 2. B. 3. C. 5. D. 1.

Câu 46. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên âm của giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 6x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

- A. -15. B. -10. C. -3. D. -21.

Câu 47. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = 18$ và $2^a = 6^b = 12^{-c}$. Giá trị biểu thức $M = a + b + c$ bằng

- A. 7. B. -11. C. 3. D. -1.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $[f(2x+1)]^3 = 8x - [f(1-x)]^2$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ tại $x = 1$ có phương trình là

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = -x + 3$. C. $y = x - 2$. D. $y = 3x - 11$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+3)(x^2+4x+m-1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $g(x) = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$?

A. 1010.

B. 2015.

C. 4029.

D. 2020.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ và điểm $A(1; 0; 0)$. Xét đường thẳng d đi qua A và song song với mặt phẳng $(R): x + y + z - 5 = 0$. Giả sử (P) và (P') là hai mặt phẳng chứa d tiếp xúc với (S) lần lượt tại T và T' . Khi d thay đổi gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng TT' . Giá trị biểu thức $\frac{M}{m}$ bằng

A. $\frac{15}{13}$.

B. $\frac{15}{11}$.

C. $\frac{13}{11}$.

D. $\frac{13}{10}$.

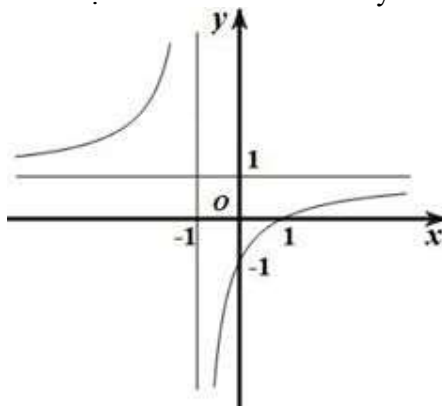
----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	D	A	B	D	D	A	A	D	C	D	C	A	B	A	A	C	B	D	C	C	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	D	D	A	A	C	A	B	B	D	A	B	C	C	B	A	A	A	D	C	C	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+3}$.

Lời giải

Chọn B

+ $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$ suy ra đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng.

Suy ra loại A, C, D.

+ Mặt khác, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$ suy ra đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 1$ làm tiệm cận

ngang và $y' = \left(\frac{x-1}{x+1} \right)' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$ suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên ta chọn

B.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ là

A. $e^x - \cos x + C$.

B. $e^x + \cos x + C$.

C. $\frac{1}{x+1}e^x - \cos x + C$.

D. $\frac{e^x}{x} + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x) dx = \int (e^x + \sin x) dx = e^x - \cos x + C.$$

Câu 3. Hàm số $y = \sin x + \cos x$ có tập xác định là

A. $D = [-1; 1]$.

B. $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sin x + \cos x$ có tập xác định là: $D = \mathbb{R}$.

Câu 4. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$

$\swarrow$ -1 $\nearrow$ 4 $\searrow$

Đồ thị hàm số và trục Ox có bao nhiêu điểm chung?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Trục Ox có phương trình: $y=0$. Từ bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên đồ thị hàm số và trục Ox có 3 điểm chung.

Câu 5. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC' = 2\sqrt{3}$ thì có thể tích bằng

A. 8.

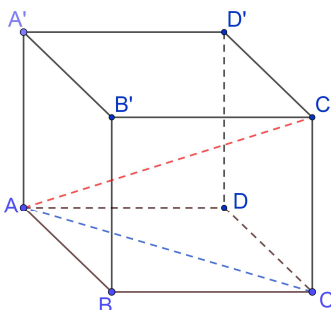
B. 1.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $24\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi cạnh của hình lập phương là $x \Rightarrow AC = x\sqrt{2}$ và $CC' = x (x > 0)$.

Trong tam giác vuông $C'CA$ ta có: $C'A^2 = AC^2 + CC'^2 \Rightarrow 12 = 2x^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$.

Vậy thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = x^3 = 8$.

Câu 6. Cho số phức $z = -4 - 6i$. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng Oxy . Tung độ của điểm M bằng

A. -4.

B. 6.

C. 4.

D. -6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = -4 - 6i \Rightarrow \bar{z} = -4 + 6i$.

Vì M là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng Oxy nên $M(-4; 6)$.

Vậy điểm M có tung độ bằng 6.

Câu 7. Khối cầu có thể tích bằng $\frac{4}{3}\pi$ thì có bán kính bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $\sqrt{3}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi R là bán kính của khối cầu. Khi đó thể tích của khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

Theo giả thiết ta có $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \Leftrightarrow R^3 = 1 \Leftrightarrow R = 1$.

Vậy khối cầu có bán kính $R = 1$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{12}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{e}{3}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$.

Lời giải**Chọn D**

Hàm số mũ $y = a^x$ với $a > 0, a \neq 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a > 1$.

Ta có $\frac{3}{2} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$. Giá trị của $\int_1^2 [3f(x) - 2x]dx$ bằng

A. -12 .

B. 3 .

C. 12 .

D. 9 .

Lời giải**Chọn A**

Ta có $\int_1^2 [3f(x) - 2x]dx = 3\int_1^2 f(x)dx - \int_1^2 2xdx = 3\int_1^2 f(x)dx - x^2 \Big|_1^2 = -12$.

Câu 10. Cho a là số thực dương và khác 1. Giá trị của $\log_a \sqrt[5]{a^2}$ bằng

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{6}{5}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải**Chọn A**

Với a là số thực dương và khác 1, ta có: $\log_a \sqrt[5]{a^2} = \frac{2}{15} \log_a a = \frac{2}{15}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A. $(1;1;0)$.

B. $(1;0;1)$.

C. $(3;3;3)$.

D. $(1;1;1)$.

Lời giải**Chọn D**

Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(1;1;1)$.

Câu 12. Hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1 .

B. 0 .

C. 3 .

D. 2 .

Lời giải**Chọn C**

Ta có $y' = 4x^3 - 6x = 2x(2x^2 - 3)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \end{cases}$, nên Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3$. Tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(1;-1;-3)$ và $R = \sqrt{3}$.

B. $I(1;-1;-3)$ và $R = 3$.

C. $I(-1;1;3)$ và $R = 3$.

D. $I(-1;1;3)$ và $R = \sqrt{3}$.

Lời giải**Chọn D**

Mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3$ có $I(-1;1;3)$ và $R = \sqrt{3}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{k}$ là các vector đơn vị. Tọa độ của $\vec{a}$ là:

A. $(2;-4;0)$.

B. $(2;0;4)$.

C. $(2;0;-4)$.

D. $(2;4;0)$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} + 0\vec{j} - 4\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2;0;-4)$.

- Câu 15.** Cho số phức $z = (2i - 1)^2 - (3 + i)^2$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng
A. -21 . **B.** -1 . **C.** 1 . **D.** 32 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = (2i - 1)^2 - (3 + i)^2 = -11 - 10i$.

Vậy tổng phần thực và phần ảo là -21 .

- Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5), N(-1; 6; -3)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu đường kính MN ?
A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 6$. **B.** $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 36$.
C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$. **D.** $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 36$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{MN}(-4; 8; -8), MN = 12$.

Gọi I là trung điểm của $MN \Rightarrow I(1; 2; 1)$.

Phương trình mặt cầu đường kính MN có tâm $I(1; 2; 1)$, bán kính $R = \frac{MN}{2} = \frac{12}{2} = 6$ là:

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 36.$$

- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ và điểm $A(1; -2; 1)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n}(2; -1; 1)$.

Vì đường thẳng vuông góc với (P) nên đường thẳng nhận $\vec{n}(2; -1; 1)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

- Câu 18.** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x\sqrt{1 - x}$ và trục hoành. Vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng D quanh trục Ox có thể tích bằng
A. $\frac{\pi}{12}$. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{22\pi}{13}$. **D.** $\frac{7\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $x\sqrt{1 - x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là $V = \pi \int_0^1 (x\sqrt{1 - x})^2 dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi}{12}$.

- Câu 19.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 2)^2(x + 1)(3 - x)$. Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?
A. $(3; +\infty)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(-1; 3)$. **D.** $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Cho } f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow (x+2)^2(x+1)(3-x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 3 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 20. Gọi m ($m \in \mathbb{R}$) là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$, m là một nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $x^2 + x - 2 = 0$.

B. $3x^2 - 8x - 3 = 0$.

C. $x^2 - 3x - 4 = 0$.

D. $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $x - 1 > 0$.

$$\text{Khi đó, } y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} = x + \frac{1}{x - 1} = (x - 1) + 1 + \frac{1}{x - 1} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{(x - 1) \cdot 1 \cdot \frac{1}{x - 1}} = 3.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } x - 1 = 1 = \frac{1}{x - 1} \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Suy ra } m = \min_{(1; +\infty)} y = 3.$$

Dễ thấy m là một nghiệm của phương trình $3x^2 - 8x - 3 = 0$.

Câu 21. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1)$ là

A. 4.

B. 1.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > -1$.

$$\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2(x + 7) > \log_2(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x + 7) > \log_2(x + 1)^2 \Leftrightarrow x + 7 > (x + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } \Rightarrow -1 < x < 2.$$

$$\text{Do } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0; 1\}$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \ln x$. Giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ của hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{x}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 1.

C. 3.

D. $3\sqrt[3]{4}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

$$\text{Ta có } f'(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}, x \in (0; +\infty).$$

$$\text{Suy ra } g(x) = 2x + \frac{1}{x^2}, x \in (0; +\infty).$$

$$\text{Trên khoảng } (0; +\infty), g'(x) = 2 - \frac{2}{x^3}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{2}{x^3} = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; +\infty).$$

Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		-	0 +
$g(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min_{(0;+\infty)} g(x) = g(1) = 3$.

Cách 2:

Ta có $f'(x) = 2x^2 + \frac{1}{x}$, $x \in (0; +\infty)$.

Suy ra $g(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$, $x \in (0; +\infty)$.

Ta có: $g(x) = 2x + \frac{1}{x^2} = x + x + \frac{1}{x^2} \geq 3\sqrt{x \cdot x \cdot \frac{1}{x^2}} = 3$. Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy $\min_{(0;+\infty)} g(x) = 3$, khi $x = 1$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$, G là trọng tâm tam giác SBC . Khoảng cách từ G đến (ABC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

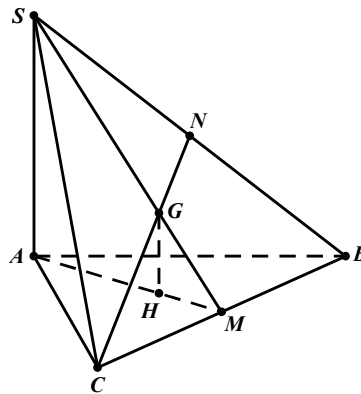
B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



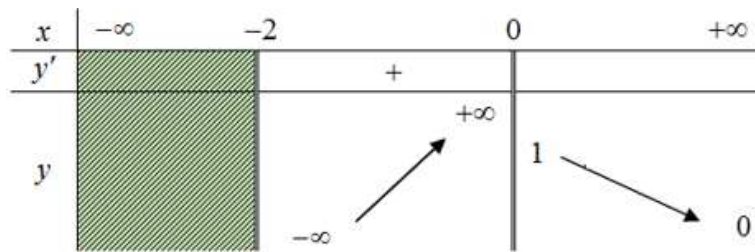
Gọi M là trung điểm đoạn thẳng BC .

Kẻ $GH \parallel SA$, $H \in AM$. Vì $SA \perp (ABC)$ nên $GH \perp (ABC)$. Như vậy $d(G, (ABC)) = GH$.

Xét tam giác SAM ta có: $\frac{GH}{SA} = \frac{MG}{MS} = \frac{1}{3} \Rightarrow GH = \frac{SA}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d(G, (ABC)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là



A. 1.

B. 2.

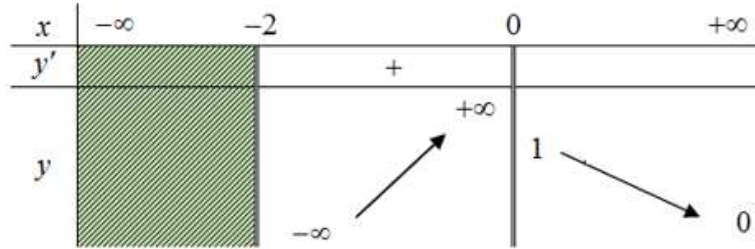
C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Dựa bảng biến thiên



+ $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 0$.

+ $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

Câu 25. Cho khối trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$ và chiều cao bằng bán kính của đường tròn đáy. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $2\pi a^3$.

B. $8\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi bán kính đáy trụ là R và chiều cao là h .

Do khối trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$ nên ta có $2\pi R = 4\pi a \Leftrightarrow R = 2a$.

Mặt khác khối trụ có chiều cao bằng bán kính của đường tròn đáy nên $h = R = 2a$.

Khi đó, thể tích của khối trụ đã cho $V = \pi R^2 h = \pi (2a)^2 \cdot 2a = 8\pi a^3$.

Câu 26. Số phức z thỏa mãn $z = 1 + 4i + (1 - i)^3$ thì có môđun bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. 5.

D. $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

$$z = 1 + 4i + (1 - i)^3 = 1 + 4i + 1 - 3i + 3i^2 - i^3 = -1 + 2i.$$

$$\text{Suy ra } |z| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 27. Hàm số $y = \log(x^3 - 3x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } x^3 - 3x^2 > 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

$$\text{Ta có } y' = \frac{3x^2 - 6x}{(x^3 - 3x^2) \ln 10} = \frac{3x(x - 2)}{(x^3 - 3x^2) \ln 10} > 0, \forall x > 3. \text{ Do đó hàm số đã cho không có cực trị.}$$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			1		$+\infty$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(1;100)$ của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 1.

B. 97.

C. 2.

D. 96.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$.

Do đó phương trình $f(x) + m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = -m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại đúng hai điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} -m = -2 \\ -m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m < -1 \end{cases}$.

Vì m là giá trị nguyên thuộc khoảng $(1;100)$ nên $m = 2$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-3)$ có phương trình là

A. $3x - 6y + 2z - 6 = 0$.

B. $3x + 6y + 2z - 6 = 0$.

C. $3x - 6y - 2z - 6 = 0$.

D. $3x - 6y + 2z + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-3)$ có phương trình là

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow 3x - 6y + 2z + 6 = 0.$$

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 2$ và $w = 2z + 1 - i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $16 + \sqrt{74}$.

B. $4 + \sqrt{74}$.

C. $2 + \sqrt{130}$.

D. $4 + \sqrt{130}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w = 2z + 1 - i \Leftrightarrow w = 2z - 6 + 8i + 7 - 9i \Leftrightarrow w - 7 + 9i = 2z - 6 + 8i$.

$$\Rightarrow |w - 7 + 9i| = |2z - 6 + 8i| \Leftrightarrow |w - 7 + 9i| = 2|z - 3 + 4i| = 4.$$

Do đó tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(7; -9)$, bán kính $R = 4$.

$$\text{Vậy } \max |w| = OI + R = \sqrt{7^2 + (-9)^2} + 4 = 4 + \sqrt{130}.$$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với (ABC) . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 30° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

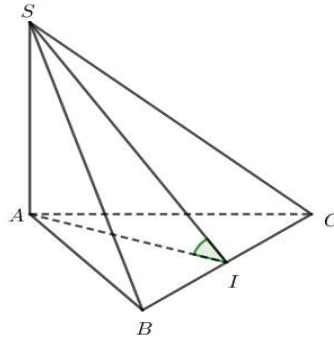
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của BC

Khi đó ta có $AI \perp BC$, $SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SI$.

Do đó $\widehat{(SBC), (ABC)} = \widehat{(SI, AI)} = \widehat{SIA}$.

Tam giác ABC đều cạnh $2a \Rightarrow AI = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, ta có $SA = AI \cdot \tan 30^\circ = a$.

Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AI \cdot BC \cdot SA = \frac{1}{6} a\sqrt{3} \cdot 2a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = x^3 + (1-2m)x^2 + (2-m)x + 2+m$, Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2)$. Số tập hợp con của S là

A. 1.

B. 4.

C. 16.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 + 2(1-2m)x + (2-m)$.

Hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2) \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0;2)$.

Phương trình $3x^2 + 2(1-2m)x + (2-m) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \in (0;2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \\ x_1 - 2 < 0 \\ x_2 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0, x_1 x_2 > 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \\ x_1 + x_2 - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ \frac{-2+4m}{3} > 0, \frac{2-m}{3} > 0 \\ x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0 \\ \frac{-2+4m}{3} - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{5}{4} \\ m > \frac{1}{2}, m < 2 \\ 18 - 9m > 0 \\ m < \frac{7}{2} \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2$ suy ra không có giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn điều kiện hay $S = \emptyset$.

Số tập hợp con của S là 1.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để phương trình $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 2m - 1 = 0$ có duy nhất một nghiệm?

A. 11.

B. 3.

C. 7.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow 9^x - 6 \cdot 3^x + 2m - 1 = 0 \quad (1)$.

Đặt $t = 3^x (t > 0)$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - 6t + 2m - 1 = 0 \quad (2)$.

Phương trình (1) có duy nhất một nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có một nghiệm kép dương hoặc

$$\text{có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ 3 > 0 \\ 2m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Đổi chiều điều kiện $m \in [-5; 5], m \in \mathbb{Z}$ ta có $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 5\}$.

Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn điều kiện.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(3-x)$. Hàm số $f(2x-1)$ đạt cực đại tại

A. $x = 2$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x) = f(2x-1)$

$$g'(x) = 2 \cdot f'(2x-1) = 2(2x-1-1)[3-(2x-1)] = 2 \cdot (2x-2)(4-2x).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2x-2)(4-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y							

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 35. Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x dx = \ln a - \frac{b}{8}$ với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $M = 3a - 2b$

bằng

A. 12.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{(1 - \cos^2 x) \sin x}{\cos x} dx.$$

Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$

Với $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{2}$.

$$\text{Do đó } I = \int_1^{\frac{1}{2}} \frac{\frac{1}{2}(1-t^2)(-dt)}{t} = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{(1-t^2)dt}{t} = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{1}{t} - t\right) dt = \left(\ln|t| - \frac{t^2}{2}\right) \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = \ln 2 - \frac{3}{8}.$$

Suy ra $a = 2, b = 3$.

Vậy $M = 3a - 2b = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$.

Câu 36. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{8}{x-2}$ bằng

A. -8.

B. 8.

C. $\frac{8}{6}$.

D. $\frac{8}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{8}{x-2} = \frac{8}{3-2} = 8$.

Câu 37. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , chọn ngẫu nhiên một điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên có trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 5, các điểm cùng có xác suất được chọn như nhau. Xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách từ điểm được chọn đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 3.

A. $\frac{36}{121}$.

B. $\frac{13}{81}$.

C. $\frac{15}{81}$.

D. $\frac{29}{121}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu Ω : tập hợp các điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên có trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 5.

$$\Rightarrow n(\Omega) = 11 \cdot 11 = 121.$$

Gọi điểm $A(x; y)$ thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 3.

$$\Rightarrow OA \leq 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} \leq 3$$

TH1. $A(0; y)$

$$\Rightarrow |y| \leq 3 \Rightarrow y \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\} \Rightarrow \text{có 7 điểm thỏa mãn.}$$

TH2. $A(x; 0) \ (x \neq 0)$

$$\Rightarrow |x| \leq 3 \Rightarrow x \in \{-3; -2; -1; 1; 2; 3\} \Rightarrow \text{có 6 điểm thỏa mãn.}$$

TH3. $A(x, y) \ (x, y \neq 0)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} \leq 3 \Rightarrow \begin{cases} x \in \{-2; -1; 1; 2\} \\ y \in \{-2; -1; 1; 2\} \end{cases} \Rightarrow \text{số cách chọn điểm là: } 4 \cdot 4 = 16.$$

Số cách chọn điểm A thỏa mãn điều kiện là: $n(A) = 7 + 6 + 16 = 29$ (cách).

$$\text{Vậy xác suất chọn điểm } A \text{ thỏa mãn điều kiện là: } P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{29}{121}.$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ trong đó a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}. \text{ Thể tích khối tứ diện } OABC \text{ bằng.}$$

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi phương trình mp } (ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow bcx + acy + abz - abc = 0.$$

$$\text{Từ } \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7 \ (1) \Rightarrow \frac{1}{7a} + \frac{2}{7b} + \frac{3}{7c} = 1.$$

$$\Rightarrow \text{Mặt phẳng } (ABC) \text{ đi qua điểm } M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right).$$

$$\text{Nhận thấy } M \text{ thuộc mặt cầu } (S) \Rightarrow \text{mặt phẳng } (ABC) \text{ tiếp xúc mặt cầu } (S) \text{ tại } M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right).$$

$$\Rightarrow \text{Vecto } \overrightarrow{IM} = \left(-\frac{6}{7}; -\frac{12}{7}; -\frac{18}{7}\right) \text{ là vecto pháp tuyến của mặt phẳng } (ABC).$$

$$\Rightarrow \frac{bc}{\frac{6}{-7}} = \frac{ac}{\frac{12}{-7}} = \frac{ab}{\frac{18}{-7}} \Leftrightarrow bc = \frac{ac}{2} = \frac{ab}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{a}{2} \\ c = \frac{a}{3} \end{cases} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được: $\frac{1}{a} + \frac{4}{a} + \frac{9}{a} = 7 \Leftrightarrow a = 2 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c = \frac{2}{3} \end{cases}$

Thể tích khối chóp $OABC$ là: $\frac{1}{6}|abc| = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$.

Câu 39. Cho biết $\int_1^2 x^2 f(x^3) dx = 12$. Giá trị của $\int_1^8 f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 36.

C. 24.

D. 15.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = x^3 \Leftrightarrow 3x^2 dx = dt \Leftrightarrow x^2 dx = \frac{1}{3} dt$.

$$\int_1^2 x^2 f(x^3) dx = \frac{1}{3} \int_1^8 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_1^8 f(x) dx \Leftrightarrow \int_1^8 f(x) dx = 3 \int_1^2 x^2 f(x^3) dx = 36.$$

Câu 40. Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\pi\sqrt{3}a^2$.

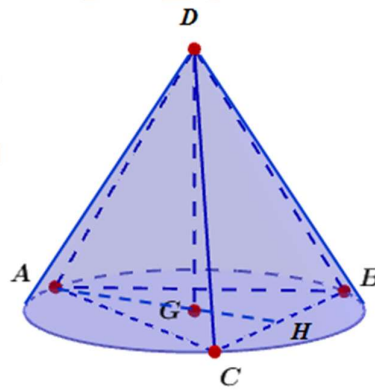
B. $\frac{1}{3}\pi\sqrt{2}a^2$.

C. $\frac{1}{3}\pi\sqrt{3}a^2$.

D. $\frac{1}{27}\pi\sqrt{3}a^2$.

Lời giải

Chọn C



Tứ diện đều $ABCD$ nội tiếp hình nón đỉnh D , đáy của hình nón là đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC .

Gọi H là trung điểm của BC .

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G$ là tâm đường tròn $(C) \Rightarrow$ Đường tròn (C) có bán kính

$$r = AG = \frac{2}{3} AH = \frac{\sqrt{3}a}{3}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón bằng: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \frac{\sqrt{3}a}{3} \cdot a = \pi \frac{\sqrt{3}a^2}{3}$ (đvdt).

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\ln 3} f(e^x + 3) dx = 1$, $\int_4^6 \frac{(2x-1)f(x)}{x-3} dx = -3$.

Giá trị của $\int_4^6 f(x) dx$ bằng

A. 10.

B. -5.

C. -4.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Đặt $I_1 = \int_0^{\ln 3} f(e^x + 3) dx = 1$.

Đặt $e^x + 3 = t \Rightarrow e^x = t - 3 \Rightarrow e^x dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{t - 3}$

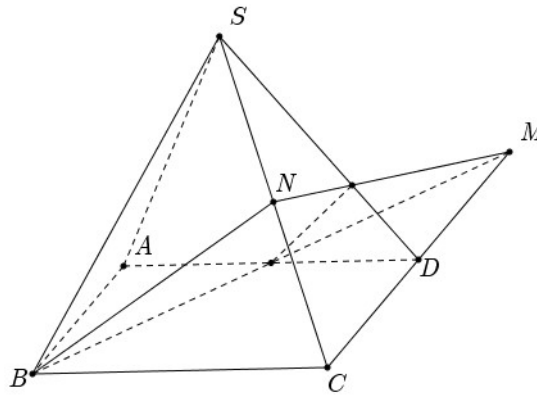
Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 4$, $x = \ln 3 \Rightarrow t = 6$.

Khi đó: $I_1 = \int_4^6 \frac{f(t) dt}{t - 3} = \int_4^6 \frac{f(x) dx}{x - 3} = 1$.

Ta có $\int_4^6 \frac{(2x - 1)f(x)}{x - 3} dx = \int_4^6 \frac{(2x - 6)f(x) + 5f(x)}{x - 3} dx = 2 \int_4^6 f(x) dx + 5 \int_4^6 \frac{f(x)}{x - 3} dx = -3$.

$\Rightarrow 2 \int_4^6 f(x) dx + 5 = -3 \Rightarrow \int_4^6 f(x) dx = -4$.

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện (tham khảo hình vẽ bên dưới). Gọi V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S , V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Giá trị của $\frac{V_1}{V_2}$ bằng



A. $\frac{1}{7}$.

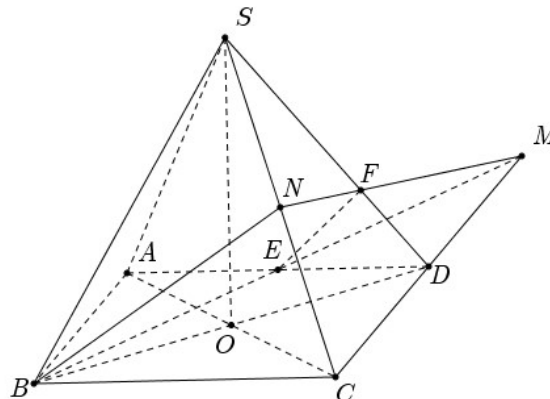
B. $\frac{7}{5}$.

C. $\frac{6}{5}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi E là giao điểm của hai đường thẳng AD và BM .

Suy ra E là trung điểm BM .

Trong mặt phẳng (SCD) gọi F là giao điểm của hai đường thẳng SD và MN .

Suy ra F là trọng tâm của tam giác SCM .

Cách 1:

$$\text{Ta có } \frac{V_{M.EFD}}{V_{M.BNC}} = \frac{ME}{MB} \cdot \frac{MF}{MN} \cdot \frac{MD}{MC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{M.EFD} = \frac{1}{6} V_{M.BNC}.$$

$$V_2 = V_{M.BCN} - V_{M.EFD} = \frac{5}{6} V_{M.BCN} = \frac{5}{6} V_{N.BCM}.$$

$$V_{N.BCM} = \frac{1}{3} d(N, (BCM)) \cdot S_{BCM}, \quad d(N, (BCM)) = \frac{1}{2} d(S, (ABCD)), \quad S_{BCM} = S_{ABCD}$$

(do $\triangle ABE = \triangle DME$)

$$\Rightarrow V_{N.BCM} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_2 = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{5}{12} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_1 = \frac{7}{12} V_{S.ABCD}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$$

Cách 2:

Gọi $V = V_{S.ABCD}$, $h = SO$, $AB = a$.

$$V_{N.MCB} = \frac{1}{3} d(N, (ABCD)) \cdot S_{BCM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} \cdot a^2 = \frac{1}{2} V.$$

$$V_{F.EMD} = \frac{1}{3} d(F, (ABCD)) \cdot S_{EMD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{3} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{1}{12} V.$$

$$V_2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12} \right) V = \frac{5}{12} V, \quad V_1 = V - V_2 = \frac{7}{12} V \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$$

Câu 43. Cho hai số phức $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Gọi z là số phức thỏa mãn $|3z - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |z| + |z - z_1| + |z - z_2|$ bằng

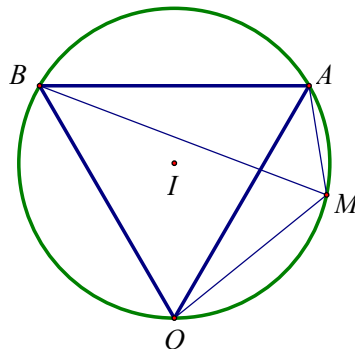
A. 2.

B. 3.

C. $2\sqrt{2}$.
Lời giải

D. $3\sqrt{2}$.

Chọn A



Gọi $M(x; y), A\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức z, z_1, z_2 .

Ta có $OA = OB = AB = 1$ nên tam giác OAB đều cạnh bằng 1.

$$\text{Ta có } |3x + 3yi - \sqrt{3}i| = \sqrt{3} \Leftrightarrow 9x^2 + (3y - \sqrt{3})^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 + \left(y - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}.$$

Suy ra M thuộc đường tròn (C) tâm $I\left(0; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Để thấy các điểm O, A, B thuộc (C) và $T = MO + MA + MB$.

Nếu M thuộc cung nhỏ $\widehat{OA}$ thì ta có: $T = MO + MA + MB \geq OA + OB = 2$

Tương tự với trường hợp M thuộc các cung nhỏ $\widehat{OB}, \widehat{AB}$. Đẳng thức xảy ra khi M trùng với một trong ba đỉnh O, A, B .

Vậy $\min T = 2$.

Câu 44. Cho các số thực a, b, x, y thỏa mãn điều kiện $ax - by = \sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + x^2 + y^2 + bx + ay$ bằng

A. 3.

B. 4.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1.

Trước hết, từ $ax - by = \sqrt{3}$ ta thấy a và b không đồng thời bằng 0. Suy ra $a^2 + b^2 > 0$.

$$\text{Nhận xét: } P = a^2 + b^2 + x^2 + y^2 + bx + ay = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}(a^2 + b^2) \geq \frac{3}{4}(a^2 + b^2).$$

Đẳng thức xảy ra khi $x = -\frac{b}{2}$ và $y = -\frac{a}{2}$. Nhưng khi đó $ax - by = a\left(-\frac{b}{2}\right) - b\left(-\frac{a}{2}\right) = 0$ mâu thuẫn với giả thiết. Như vậy $P > \frac{3}{4}(a^2 + b^2)$.

$$\text{Ta có: } P = a^2 + b^2 + x^2 + y^2 + bx + ay \Leftrightarrow x^2 + y^2 + bx + ay + a^2 + b^2 - P = 0.$$

Vì $\left(-\frac{b}{2}\right)^2 + \left(-\frac{a}{2}\right)^2 - a^2 - b^2 + P = P - \frac{3}{4}(a^2 + b^2) > 0$ nên $x^2 + y^2 + bx + ay + a^2 + b^2 - P = 0$ là phương trình của đường tròn (C) có tâm $I\left(-\frac{b}{2}; -\frac{a}{2}\right)$, bán kính $R = \sqrt{P - \frac{3}{4}(a^2 + b^2)}$.

Để tồn tại x, y thì (C) và đường thẳng $\Delta: ax - by = \sqrt{3}$ phải có giao điểm. Điều này xảy ra khi và

$$\text{chỉ khi } d(I, \Delta) \leq R \Leftrightarrow \frac{\left|a\left(-\frac{b}{2}\right) - b\left(-\frac{a}{2}\right) - \sqrt{3}\right|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \leq \sqrt{P - \frac{3}{4}(a^2 + b^2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \leq \sqrt{P - \frac{3}{4}(a^2 + b^2)} \Leftrightarrow \frac{3}{a^2 + b^2} \leq P - \frac{3}{4}(a^2 + b^2) \Leftrightarrow P \geq \frac{3}{a^2 + b^2} + \frac{3}{4}(a^2 + b^2) \geq 3.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi } \frac{3}{a^2 + b^2} = \frac{3}{4}(a^2 + b^2) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2.$$

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ ax - by = \sqrt{3} \\ x^2 + y^2 + bx + ay = 1 \end{cases} \text{ . Tồn tại } a = 0; b = \sqrt{2}; x = -\frac{1}{\sqrt{2}}; y = -\frac{\sqrt{6}}{2} \text{ thỏa mãn.}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 3.

Cách 2.

Xét $b = 0$, khi đó $ax = \sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{x}$, thay vào biểu thức ta được:

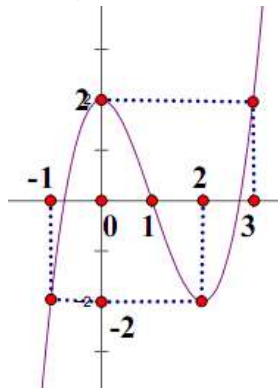
$$P = \frac{3}{x^2} + x^2 + y^2 + \frac{\sqrt{3}}{x}y = \frac{3}{x^2} + x^2 + \left(y + \frac{\sqrt{3}}{2x}\right)^2 - \frac{3}{4x^2} \geq \frac{9}{4x^2} + x^2 \geq 3$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} b=0 \\ ax=\sqrt{3} \\ y=-\frac{\sqrt{3}}{2x} \\ \frac{9}{4x^2}=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ x=\frac{\pm\sqrt{6}}{2} \\ ax=\sqrt{3} \\ 2xy=-\sqrt{3} \end{cases}, \text{ giải hệ được } \begin{cases} b=0 \\ x=\frac{\sqrt{6}}{2} \\ a=\sqrt{2} \\ y=-\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} b=0 \\ x=-\frac{\sqrt{6}}{2} \\ a=-\sqrt{2} \\ y=\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Do 3 là số dương nhỏ nhất trong 4 đáp án nên suy ra min $P=3$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{4x-x^2}+1)=m-5$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sqrt{4x-x^2} + 1 = g(x)$, $0 \leq x \leq 4$

$$g'(x) = \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}}, \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Bảng biến thiên $g(x)$

x	0	2	4
$g'(x)$	+	0	-
$t = g(x)$	1	3	1

Để phương trình $f(\sqrt{4x-x^2}+1)=m-5$ có 4 nghiệm phân biệt thì phương trình $f(t)=m-5$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc $[1;3)$

Dựa vào đồ thị suy ra $-2 < m-5 \leq 0 \Leftrightarrow 3 < m \leq 5$

Suy ra có 2 giá trị nguyên m thỏa mãn bài toán là $m=4$ và $m=5$

Câu 46. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên âm của giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-mx^2+6x$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -15.

B. -10.

C. -3.

D. -21

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=2x^3-mx^2+6x$; $y'=6x^2-2mx+6$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (-2;0)$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 2mx + 6 \geq 0, \forall x \in (-2; 0)$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 6 \geq 2mx, \forall x \in (-2; 0)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{3x^2 + 3}{x} = g(x), \forall x \in (-2; 0)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max g(x) \text{ trên đoạn } [-2; 0]$$

$$g'(x) = \frac{3x^2 - 3}{x^2} \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Bảng biến thiên g(x)

x	-2	-1	0	1
g'(x)	+	0	-	-
g(x)		-6		

Suy ra $m \geq -6$ thì hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$

$\Rightarrow$ Tổng các giá trị nguyên âm m thỏa mãn là -21

Câu 47. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = 18$ và $2^a = 6^b = 12^{-c}$. Giá trị biểu thức $M = a + b + c$ bằng

A. 7.

B. -11.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Theo giả thiết: } 2^a = 6^b = 12^{-c} \Rightarrow \begin{cases} 2^a = 12^{-c} \\ 6^b = 12^{-c} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2^a)^b = (12^{-c})^b \\ (6^b)^a = (12^{-c})^a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^{ab} = 12^{-bc} \\ 6^{ab} = 12^{-ca} \end{cases} \Rightarrow 12^{ab} = 12^{-bc-ca}$$

$$\Rightarrow ab = -bc - ca \Rightarrow ab + bc + ca = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 = M^2.$$

$$\text{Do đó, } (a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = 18 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 6(a + b + c) + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow M^2 - 6M + 9 = 0 \Leftrightarrow M = 3.$$

Vậy $M = 3$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $[f(2x+1)]^3 = 8x - [f(1-x)]^2$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ tại $x = 1$ có phương trình là

A. $y = 2x - 1$.

B. $y = -x + 3$.

C. $y = x - 2$.

D. $y = 3x - 11$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét phương trình } [f(2x+1)]^3 = 8x - [f(1-x)]^2 \quad (1).$$

$$\text{Thay } x = 0 \text{ vào (1), ta được: } f^3(1) = -f^2(1) \Leftrightarrow f^3(1) + f^2(1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(1) = -1 \end{cases}.$$

Mặt khác, lấy đạo hàm 2 vế của (1), ta được:

$$3[f(2x+1)]^2 \cdot f'(2x+1) \cdot 2 = 8 - 2f(1-x) \cdot f'(1-x) \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow 6[f(2x+1)]^2 \cdot f'(2x+1) = 8 + 2f(1-x) \cdot f'(1-x) \quad (2).$$

$$\text{Thay } x = 0 \text{ vào (1), ta được: } 6f^2(1) \cdot f'(1) = 8 + 2f(1) \cdot f'(1) \quad (3).$$

□ Với $f(1) = 0$ thì (3) vô nghiệm.

□ Với $f(1) = -1$ thì (3) trở thành $6f'(1) = 8 - 2f'(1) \Leftrightarrow f'(1) = 1$.

Vậy tiếp tuyến cần tìm có phương trình là: $y = f'(1) \cdot (x - 1) + f(1) = 1(x - 1) - 1$ hay $y = x - 2$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+3)(x^2+4x+m-1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $g(x) = f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$?

A. 1010.

B. 2015.

C. 4029.

D. 2020.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x) = -2 \cdot (3-2x)^2 \cdot (6-2x) \cdot [(3-2x)^2 + 4(3-2x) + m - 1]$

$\Rightarrow g'(x) = 4 \cdot (2x-3)^2 \cdot (x-3) \cdot (4x^2 - 20x + m + 20)$.

Với mọi $x \in (-\infty; 2)$ ta có $\begin{cases} (2x-3)^2 \geq 0 \\ (x-3) \leq 0 \end{cases}$ do đó:

$g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ khi và chỉ khi

$g'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; 2) \Leftrightarrow 4x^2 - 20x + m + 20 \geq 0, \forall x \in (-\infty; 2)$

$\Leftrightarrow m \geq -4x^2 + 20x - 20, \forall x \in (-\infty; 2) (*)$

Xét hàm $h(x) = -4x^2 + 20x - 20, x \in (-\infty; 2)$

Có $h'(x) = -8x + 20 = 4(5-2x) > 0, \forall x \in (-\infty; 2)$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} h(x) = 4$ nên $(*) \Leftrightarrow m \geq 4$.

Vì m là số nguyên và thuộc đoạn $[-2019; 2019] \Rightarrow$ Có 2015 số nguyên m .

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ và điểm $A(1; 0; 0)$. Xét đường thẳng d đi qua A và song song với mặt phẳng $(R): x + y + z - 5 = 0$. Giả sử (P) và (P') là hai mặt phẳng chứa d tiếp xúc với (S) lần lượt tại T và T' . Khi d thay đổi gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng TT' . Giá trị biểu thức $\frac{M}{m}$ bằng

A. $\frac{15}{13}$.

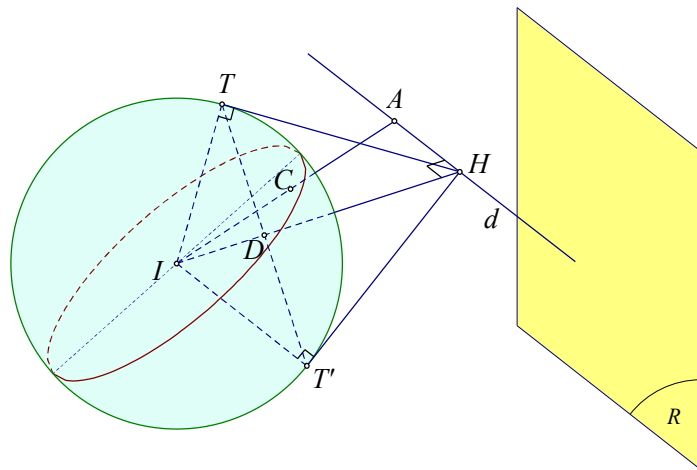
B. $\frac{15}{11}$.

C. $\frac{13}{11}$.

D. $\frac{13}{10}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $d \subset (Q): x + y + z - 1 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ bán kính $R = 2$.

Gọi H là giao điểm của d và (ITT') .

Có $\begin{cases} IT \perp (P) \\ IT' \perp (P') \end{cases} \Rightarrow d \perp (ITT') \Rightarrow d \perp IH \Rightarrow \widehat{IHA} = 90^\circ \Rightarrow \text{Điểm } H \text{ nằm trên mặt cầu đường kính}$

IA có tâm $C\left(1;1;\frac{3}{2}\right)$ bán kính $R' = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Suy ra H nằm trên đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (Q) và mặt cầu (C) .

Có $d(C;(Q)) = \frac{5\sqrt{3}}{6} \Rightarrow$ Đường tròn giao tuyến có bán kính $r = \frac{\sqrt{42}}{6}$

$\Rightarrow 0 \leq AH \leq 2r \Leftrightarrow 0 \leq AH \leq \frac{\sqrt{42}}{3}$.

Gọi D là giao điểm của TT' và IA .

$\Rightarrow TT' = 2TD = 2 \cdot \frac{IT \cdot TH}{IH} = 2 \cdot \frac{IT \cdot \sqrt{IH^2 - IT^2}}{IH} = 2 \cdot IT \sqrt{1 - \frac{IT^2}{IH^2}} = 2 \cdot IT \sqrt{1 + \frac{IT^2}{AH^2 - IA^2}}$.

$\Rightarrow 2 \cdot IT \sqrt{1 + \frac{IT^2}{4r^2 - IA^2}} \leq TT' \leq 2 \cdot IT \sqrt{1 - \frac{IT^2}{IA^2}} \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{\sqrt{1 - \frac{IT^2}{IA^2}}}{\sqrt{1 + \frac{IT^2}{4r^2 - IA^2}}} = \frac{15}{13}$.

----- HẾT -----