

Ths. Trần Đình Cư

GV Chuyên luyện thi THPT Quốc gia, TP Huế

CHUYÊN ĐỀ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN:

CHỦ ĐỀ 8: GÓC

- GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

- GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

- GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

HUẾ, 9/03/2017

MỤC LỤC

CHỦ ĐỀ 8. GÓC TRONG KHÔNG GIAN	3
DẠNG 1. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG	3
DẠNG 2. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG.....	9
DẠNG 3. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG.....	15

CHỦ ĐỀ 8. GÓC TRONG KHÔNG GIAN

DẠNG 1. GÓC GIỮA HAI MẶT PHẪNG

Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), $SA = AB = a$, $AD = 3a$. Gọi M là trung điểm BC. Tính cosin góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABCD) và (SMD)

A. $\frac{5}{7}$

B. $\frac{6}{7}$

C. $\frac{3}{7}$

D. $\frac{1}{7}$

Hướng dẫn giải

Kẻ $SH \perp MD$, $H \in MD$,

mà $SA \perp MD \Rightarrow (SAH) \perp MD \Rightarrow AH \perp MD$

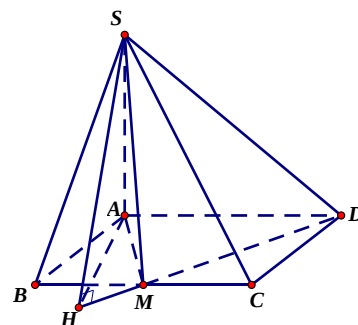
Do đó $\left((SMD), (ABCD) \right) = (SH, AH) = SHA = \varphi$

Ta lại có: $S_{AMD} = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot a = \frac{3a^2}{2}$, $MD = \sqrt{CD^2 + CM^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

$$\Rightarrow AH = \frac{2S_{AMD}}{DM} = \frac{6a\sqrt{13}}{13} \Rightarrow SH = \frac{7a\sqrt{13}}{13}$$

$$\Rightarrow \cos \varphi = \frac{AH}{SH} = \frac{6}{7}. \text{ Vậy cosin góc giữa hai mặt phẳng (SMD) và (ABCD) bằng } \frac{6}{7}$$

Vậy chọn đáp án B.



Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi, có $AB = 2a$ và góc $BAD = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng đáy (ABCD) trùng với giao điểm I của hai đường chéo và $SI = \frac{a}{2}$. Tính góc tạo bởi mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ABCD)

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Hướng dẫn giải

Ta có $BAD = 120^\circ \Rightarrow BAI = 60^\circ$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \sin 60^\circ = \frac{BI}{AB} \\ \cos 60^\circ = \frac{AI}{AB} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BI = a\sqrt{3} \\ AI = a \end{cases}$$

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABCD)

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên AB. Ta có:

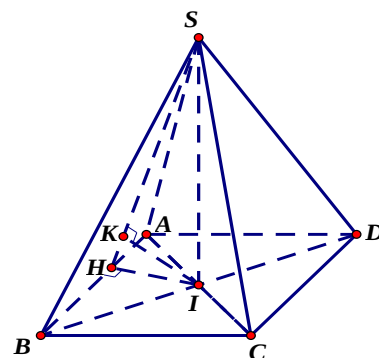
$$AB \perp (SHI) \Rightarrow AB \perp SH$$

$$\text{Do đó: } \varphi = (SH, IH) = SHI$$

$$\text{Xét tam giác vuông AIB có: } \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} \Leftrightarrow IH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\tan SHI = \frac{SI}{HI} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SHI = 30^\circ \text{ hay } \varphi = 30^\circ.$$

Vậy chọn đáp án A.



Câu 3*. Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $SA = SB$ và $\angle ACB = 30^\circ$, $SA \perp SB$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{4}$. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC)

A. $\frac{\sqrt{5}}{33}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{13}$

C. $\frac{\sqrt{65}}{13}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{11}$

Hướng dẫn giải

Gọi D là trung điểm của BC, suy ra tam giác ABD đều cạnh a.

Gọi I, E là trung điểm của BD và AB, H là giao của AI và DE. Khi đó dễ thấy H là trọng tâm tam giác ABD.

Ta có $AI \perp BC$, $DE \perp AB$

Vì $SA = SB \Rightarrow SE \perp AB$, suy ra $AB \perp (SDE) \Rightarrow AB \perp SH$

Khi đó ta có $SH \perp (ABC)$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên SA, khi đó IK là đoạn vuông góc chung của SA và BC.

$$\text{Do đó } IK = d(SA; BC) = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Đặt } SH = h, AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SA = \sqrt{\frac{a^2}{3} + h^2}$$

$$\text{Lại có } AI \cdot SH = IK \cdot SA = 2S_{SAI} \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} h = \frac{3a}{4} \sqrt{\frac{a^2}{3} + h^2} \Rightarrow h = a$$

Gọi M là hình chiếu của A lên SI, khi đó $AM \perp (SBC)$. Gọi N là hình chiếu của M lên SC, khi đó

$$SC \perp (AMN) \Rightarrow ((SAC), (SBC)) = \angle ANM = \varphi$$

$$\text{Ta có: } HI = \frac{a\sqrt{3}}{6}; SI = \frac{a\sqrt{39}}{6} \Rightarrow AM = \frac{AI \cdot SH}{SI} = \frac{3a}{\sqrt{13}}$$

$$\text{Mặt khác } IM = \sqrt{AI^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{39}}{26} < SI \Rightarrow SM = SI - IM = \frac{5a}{\sqrt{39}}; SC = \frac{a\sqrt{30}}{3}$$

$$\text{Ta lại có } \triangle SMN \sim \triangle SCI \Rightarrow \frac{MN}{CI} = \frac{SM}{SC} \Rightarrow MN = \frac{SM \cdot CI}{SC} = \frac{3a\sqrt{130}}{52}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{AM}{MN} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \text{ hay } \cos \varphi = \frac{\sqrt{65}}{13}.$$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAC) là φ với $\cos \varphi = \frac{\sqrt{65}}{13}$.

Vậy chọn đáp án C.

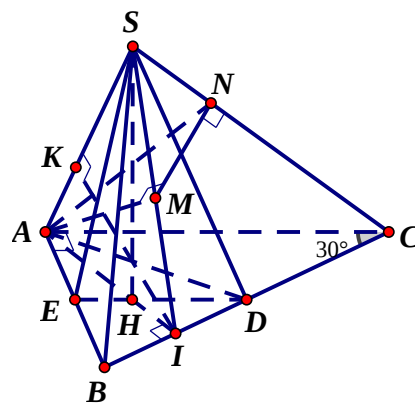
Câu 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AC = a$, $AA' = \frac{a\sqrt{10}}{2}$, $\angle BAC = 120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(ACC'A')$

A. 75°

B. 30°

C. 45°

D. 15°



Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm BC. Từ giả thiết suy ra $C'H \perp (ABC)$. Trong ΔABC ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 120^\circ = 7a^2$$

$$\Rightarrow BC = a\sqrt{7} \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow C'H = \sqrt{C'C^2 - CH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Hạ $HK \perp AC$. Vì $C'H \perp (ABC) \Rightarrow$ đường xiên $C'K \perp AC$

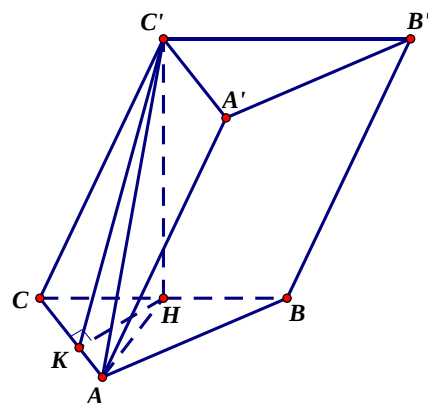
$$\Rightarrow ((ABC), (ACC'A')) = C'KH \quad (1)$$

($\Delta C'HK$ vuông tại H nên $C'KH < 90^\circ$)

$$\text{Trong } \Delta HAC \text{ ta có } HK = \frac{2S_{HAC}}{AC} = \frac{S_{ABC}}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan C'KH = \frac{C'H}{HK} = 1 \Rightarrow C'KH = 45^\circ \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $((ABC), (ACC'A')) = 45^\circ$.

Vậy chọn đáp án C.



Câu 5. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , và $A'A = A'B = A'C = a\sqrt{\frac{7}{12}}$.

Tính góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC)

A. 75°

B. 30°

C. 45°

D. 60°

Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu của A trên (ABC)

Vì $A'A = A'B = A'C$ nên $HA = HB = HC$, suy ra H là tâm của tam giác đều ABC .

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC, AB.

$$A'J = \sqrt{AA'^2 - AJ^2} = \sqrt{\frac{7a^2}{12} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$HJ = \frac{1}{3}CJ = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

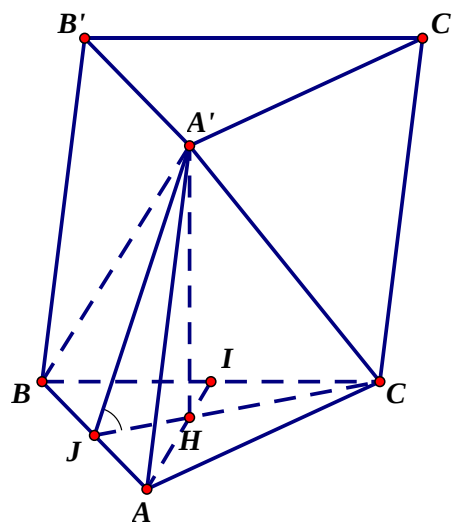
$$\Rightarrow A'H = \sqrt{A'J^2 - HJ^2} = \frac{a}{2}$$

Vì $\begin{cases} A'J \perp AB \\ CJ \perp AB \end{cases} \Rightarrow (A'JC) \perp AB \Rightarrow A'JC$ chính là góc giữa hai

mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) . Khi đó $\tan A'JC = \frac{A'H}{JH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow A'JC = 60^\circ$

Vậy chọn đáp án D.

Câu 6. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = 4$. Gọi H là trung điểm của AB, $SH \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Cosin góc giữa 2 mặt phẳng (SAC) và (ABC) là:



A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

D. $\frac{1}{\sqrt{7}}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Kẻ } HP \perp AC \Rightarrow ((SAC); (ABC)) = SPH \Rightarrow \cos((SAC); (ABC)) = \cos SPH = \frac{HP}{SP}$$

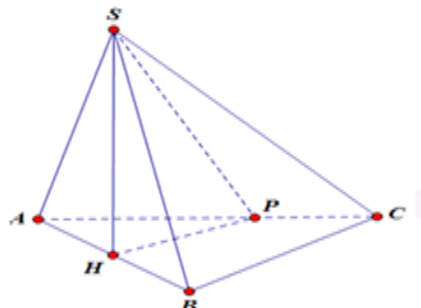
$$\text{Ta có ngay } ((SBC); (ABC)) = SBH \Rightarrow SBH = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SH}{HB} = \sqrt{3} \Rightarrow SH = HB\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\Delta APH \text{ vuông cân } P \Rightarrow HP = \frac{AH}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow SP^2 = SH^2 + HP^2 = 12 + 2 = 14 \Rightarrow SP = \sqrt{14}$$

$$\Rightarrow \cos((SAC); (ABC)) = \frac{HP}{SP} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14}} = \frac{1}{\sqrt{7}}.$$



Vậy chọn đáp án D

Câu 7. Cho khối chóp S.ABCD có đáy là hình thoi tâm O cạnh a. Biết $SO \perp (ABCD)$, $AC = a$ và thể tích khối chóp là $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. Cosin góc giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (ABC) là:

A. $\frac{\sqrt{6}}{7}$

B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{1}{7}$

D. $\frac{2}{7}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Kẻ } OP \perp AB \Rightarrow ((SAB); (ABC)) = SPO$$

$$\Rightarrow \cos((SAB); (ABC)) = \cos SPO = \frac{OP}{SP}$$

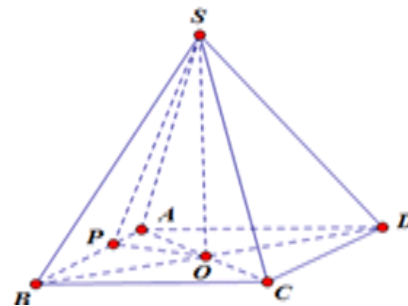
$$\text{Cạnh } AB = BC = a \text{ và } AC = a \Rightarrow AB = BC = CA = a \Rightarrow \Delta ABC$$

$$\text{đều} \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{OP}{OA} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OP = \frac{\sqrt{3}}{2} OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Ta có: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot 2S_{ABC} = \frac{1}{3} SO \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = SO \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow SO = 3a \Rightarrow SP^2 = SO^2 + OP^2 = 9a^2 + \frac{3a^2}{16} = \frac{147a^2}{16}$$

$$\Rightarrow SP = \frac{7a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos((SAB); (ABC)) = \frac{OP}{SP} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{7a\sqrt{3}}{4}} = \frac{1}{7}.$$



Vậy chọn đáp án C.

Câu 8. Cho hình vuông ABCD cạnh a, tâm O và $SA \perp (ABCD)$. Để góc giữa (SBC) và (SCD) bằng 60° thì độ dài của SA

A. a

B. $a\sqrt{2}$

C. $a\sqrt{3}$

D. 2a

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$$

$$\text{Kẻ } BI \perp SC \text{ ta có } \begin{cases} SC \perp BI \\ SC \perp BD \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BID)$$

$$((SBC), (SCD)) = (BI, ID) = 60^\circ$$

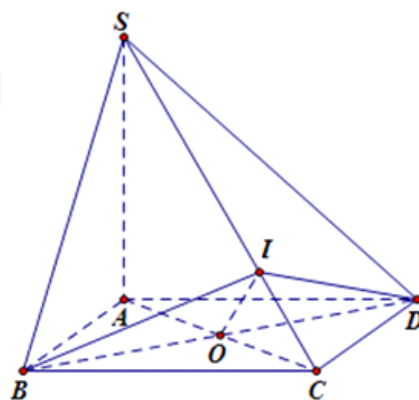
$$\text{Trường hợp 1: } BID = 60^\circ \Rightarrow BIO = 30^\circ$$

$$\text{Ta có } \tan BIO = \frac{BO}{IO} \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{6}}{2} > OC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ (vô lý)}$$

$$\text{Trường hợp 2: } BID = 120^\circ \Rightarrow BIO = 60^\circ$$

$$\text{Ta có } \tan BIO = \frac{BO}{IO} \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$\text{Ta có } \sin ICO = \frac{OI}{OC} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \tan ICO = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow SA = AC \cdot \tan ICO = a$$



Vậy chọn đáp án A.

Câu 9. Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = \sqrt{3}$ và (SAB) vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Cosin của góc giữa 2 đường thẳng SM và DN là:

A. $-\frac{2}{\sqrt{5}}$

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

C. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Hướng dẫn giải

Kẻ ME song song với DN với $E \in AD$ suy ra $AE = \frac{a}{2}$

Đặt φ là góc giữa hai đường thẳng SM, DN nên $(SM; ME) = \varphi$

Gọi H là hình chiếu của S lên AB. Ta có $SH \perp (ABCD)$

Suy ra $SH \perp AD \Rightarrow AD \perp (SAB) \Rightarrow AD \perp SA$

$$\text{Do đó } SE^2 = SA^2 + AE^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow SE = \frac{a\sqrt{5}}{2} \text{ và } ME = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Tam giác SME cân tại E, có } \cos \alpha = \cos SME = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy chọn đáp án D.

Câu 10. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AB = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng ABCD. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

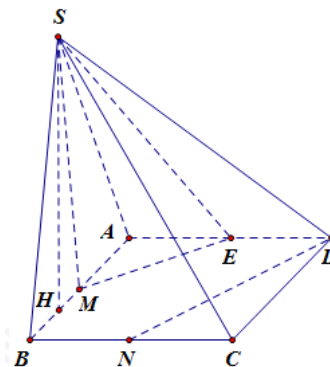
B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{5}$

Hướng dẫn giải

Gọi I là giao điểm của AD và BC



$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AD \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAD) \Rightarrow BD \perp SI$$

$$\text{Kẻ } DE \perp SI \text{ ta có } \begin{cases} SI \perp BD \\ SI \perp DE \end{cases} \Rightarrow SI \perp (BDE)$$

$$\Rightarrow ((SAD), (SBC)) = (DE, BE)$$

$$\text{Ta có } \sin AIS = \frac{SA}{SI} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \text{ mà } \sin AIS = \frac{DE}{DI}$$

$$\Rightarrow DE = DI \cdot \sin AIS = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$\Rightarrow \tan DEB = \frac{BD}{ED} = \sqrt{7} \Rightarrow \cos DEB = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Vậy chọn đáp án C

Câu 11. Cho hình chóp S.ABCD .có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D , có $AB = 2a$, $AD = DC = a$, $SA = a$ và $SA \perp (ABCD)$. Tan của góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABCD) là:

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } ((SBC), (ABCD)) = ACS$$

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \tan ACS = \frac{SA}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy chọn đáp án D

Câu 12. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, $SA = a\sqrt{3}$. Cosin của góc giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (SBC) là:

A. $\frac{-2}{\sqrt{5}}$

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

C. $\frac{-1}{\sqrt{5}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm AB

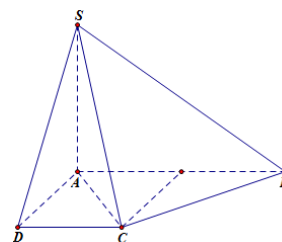
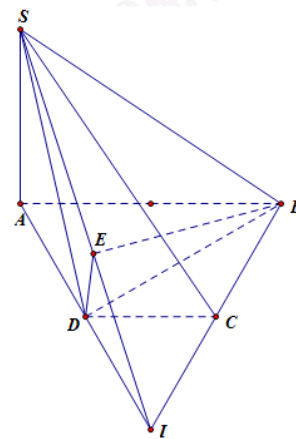
$$\text{Ta có } \begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp SA \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAB) \Rightarrow CM \perp SB$$

$$\text{Kẻ } MN \perp SB \text{ ta có } \begin{cases} SB \perp MN \\ SB \perp CM \end{cases} \Rightarrow SB \perp (CMN)$$

$$\Rightarrow ((SAB), (SBC)) = (MN, NC) = MNC$$

$$\text{Ta có } \tan SBA = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ$$

$$\text{Ta có } \sin SBA = \frac{MN}{MB} \Rightarrow MN = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos MNC = \frac{1}{\sqrt{5}}. \text{ Vậy chọn đáp án D.}$$



DẠNG 2. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1. Cho tứ diện ABCD có các mặt (ABC) và (ABD) là các tam giác đều cạnh a, các mặt (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau. Tính số đo của góc giữa hai mặt đường thẳng AD và BC

A. 30^0

B. 60^0

C. 90

D. 45^0

Hướng dẫn giải

Gọi M, N, E lần lượt là các trung điểm của các cạnh CD, AB, BD

Ta có: $\begin{cases} AB \perp BN \\ AB \perp CN \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCN) \Rightarrow AB \perp MN$

Do $\triangle ACD$ cân tại A $\Rightarrow AM \perp CD$

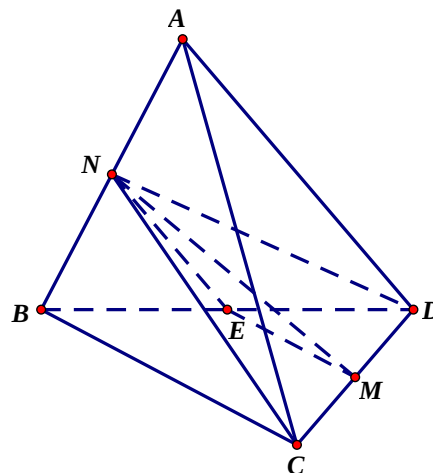
$\Rightarrow AM \perp (BCD) \Rightarrow AM \perp BM \Rightarrow \triangle AMB$ vuông tại M

$$\Rightarrow MN = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow DM = \sqrt{ND^2 - NM^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$\triangle MNE$ là tam giác đều $\Rightarrow \angle MEN = 60^0$

Do $\begin{cases} NE // AD \\ EM // BC \end{cases} \Rightarrow (\angle AD, BC) = (\angle NE, EM) = 60^0$.



Vậy chọn đáp án B

Câu 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN

A. $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu của S trên AB, suy ra $SH \perp (ABCD)$

Do đó SH là đường cao của hình chóp S.BMDN

Ta có: $SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = AB^2 \Rightarrow \triangle SAB$ vuông tại S

$$\Rightarrow SM = \frac{AB}{2} = a. \text{ Kẻ } ME \parallel DN (E \in AD) \Rightarrow AE = \frac{a}{2}$$

Đặt φ là góc giữa hai đường thẳng SM và DN. Ta có:

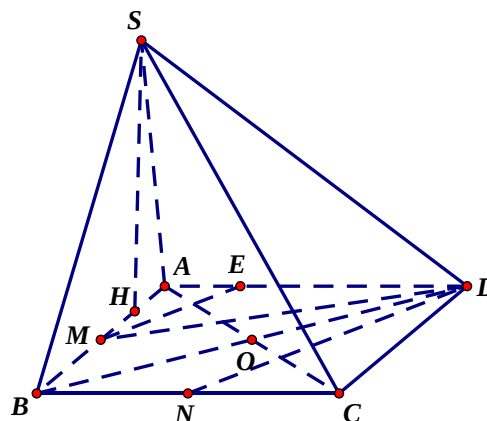
$$\angle SME = \varphi$$

Theo định lý ba đường vuông góc, ta có: $SA \perp AE$

$$\text{Suy ra } SE = \sqrt{SA^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}, ME = \sqrt{AM^2 + AE^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\triangle SME \text{ cân tại E nên } \angle SME = \varphi \text{ và } \cos \varphi = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Vậy chọn đáp án B.



Câu 3. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$ và

$$AH = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 3a^2} = a$$

Do đó:

$$A'H^2 = A'A^2 - AH^2 = 3a^2 \Rightarrow A'H = a\sqrt{3}$$

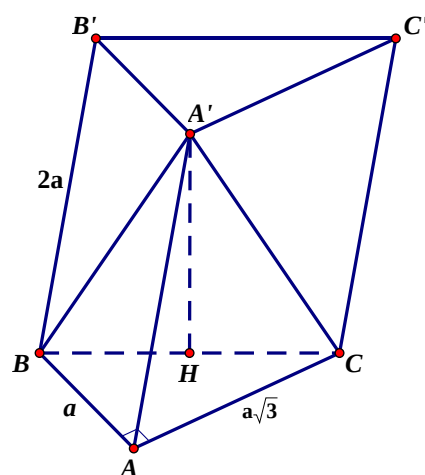
$$\text{Vậy } V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}A'H.S_{\triangle ABC} = \frac{a^3}{3} \text{ (đvtt)}$$

Trong tam giác vuông $A'B'H$ có $HB' = \sqrt{A'B'^2 + A'H^2} = 2a$ nên tam giác $B'BH$ là cân tại B' . Đặt φ là góc giữa hai đường thẳng

AA' và $B'C'$ thì $\varphi = B'BH$

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{a}{2.2a} = \frac{1}{4}.$$

Vậy chọn đáp án B.



Câu 4. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB=AC=a$, $BAC=120^\circ$ và AB' vuông góc với đáy $(A'B'C')$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm các cạnh CC' và $A'B'$, mặt phẳng $(AA'C')$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30° . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AM và $C'N$

A. $\sqrt{\frac{7}{19}}$

B. $2\sqrt{\frac{5}{39}}$

C. $2\sqrt{\frac{3}{29}}$

D. $2\sqrt{\frac{7}{29}}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC\cos A = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$$

Gọi K là hình chiếu của B' lên $A'C'$, suy ra $A'C' \perp (AB'K)$

Do đó:

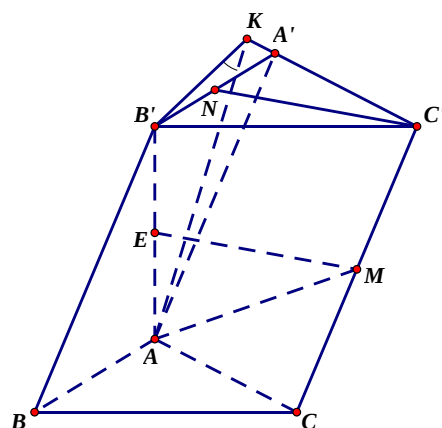
$$\angle AKB' = (\angle(A'B'C'), \angle(AA'C')) = 30^\circ \text{ Trong tam giác } A'KB' \text{ có}$$

$$\angle KA'B' = 60^\circ, A'B' = a \text{ nên } B'K = A'B' \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra } AB' = B'K \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{2}$$

Gọi E là trung điểm của AB' , suy ra $ME \parallel C'N$ nên $(C'N, AM) = (EM, AM)$

$$\text{Vì } AB' \perp C'N \Rightarrow AE \perp EM \Rightarrow (C'N, AM) = \angle AME$$



$$AE = \frac{1}{2}AB' = \frac{a}{4}; EM^2 = C'N^2 = \frac{2(C'B'^2 + C'A'^2) - A'B'^2}{4} \Rightarrow EM = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

$$AM^2 = AE^2 + EM^2 = \frac{29a^2}{16} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{29}}{4}$$

$$\text{Vậy } \cos AME = \frac{ME}{MA} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{29}}.$$

Vậy chọn đáp án D.

Câu 5. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{2}$, $AC = 2a$. Mặt bên SAC là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên SA hợp với mặt đáy một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{6}$. Góc giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Hướng dẫn giải

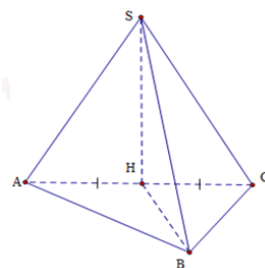
Gọi H là trung điểm của AC khi đó $SH \perp AC$

Mặt khác $(SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Mặt khác $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2} = AB$ nên tam giác ABC vuông cân tại B do đó $BH \perp AC$.

Lại có $SH \perp AC \Rightarrow AC \perp (SBH)$ do đó $SB \perp AC$.

Vậy chọn đáp án D.



Câu 6. Cho hình lăng trụ đều ABC. $A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (BGC') bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa hai đường thẳng chéo nhau $B'G$ và BC gần bằng

A. $61,28^\circ$

B. $64,28^\circ$

C. $68,24^\circ$

D. $52,28^\circ$

Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm của AC ta có: $BM \perp AC$

Dựng $CE \perp CC' \Rightarrow CE \perp (C'MB)$

$$\text{Do đó } d(C; (BC'M)) = d(C; (BC'G)) = GE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Khi đó } \frac{1}{CE^2} = \frac{1}{CM^2} + \frac{1}{CC'^2} \Rightarrow CC' = a\sqrt{3}$$

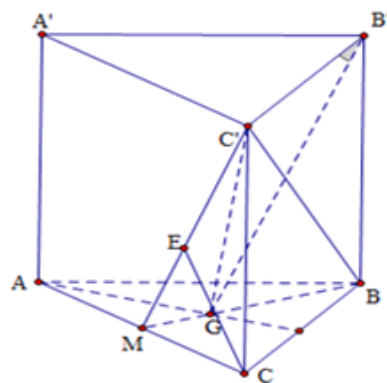
$$\text{Lại có } BM = a\sqrt{3} \Rightarrow BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow B'G = \sqrt{BG^2 + BB'^2} = \frac{a\sqrt{39}}{3}$$

$$\text{Tương tự ta có } C'G = \frac{a\sqrt{39}}{3}$$

$$\text{Do vậy } \cos C'B'G = \frac{C'B'^2 + GB'^2 - GC'^2}{2C'B' \cdot GB'} = \frac{3}{\sqrt{39}} \Rightarrow C'B'G \approx 61,29^\circ$$

Mặt khác $B'C' \parallel BC \Rightarrow (BC; B'G) = (B'C'; B'G) = C'B'G \approx 61,29^\circ$.

Vậy chọn đáp án A.



Câu 7. Cho hình chóp S ABCD . có SA, SB, SC, đôi một vuông góc với nhau và SA = SB = SC = a .
Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC với M là trung điểm của AB

A. 30^0

B. 60^0

C. 90^0

D. 120^0

Hướng dẫn giải

Qua B kẻ đường thẳng d song song với SM

Và cắt đường thẳng SA tại N

Do đó $(SM; BC) = (BN; BC) = NBC$

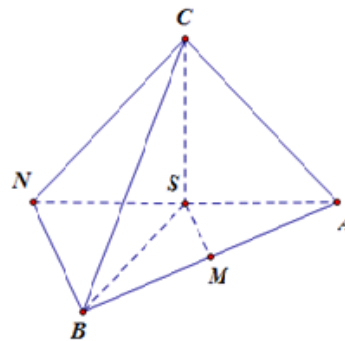
Ta có $SM \parallel BN$ và M là trung điểm của AB

Nên $SN = SA = SC = a \Rightarrow NC = a\sqrt{2}$

$NV = 2SM = a\sqrt{2}$

Mà $BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow \triangle NBC$ là tam giác đều

Vậy $NBC = 60^0 \Rightarrow (SM, BC) = 60^0$.



Vậy chọn đáp án B

Câu 8. Cho tứ diện đều ABCD cạnh a . Tính góc giữa hai đường thẳng CI và AC, với I là trung điểm của AB

A. 10^0

B. 30^0

C. 150^0

D. 170^0

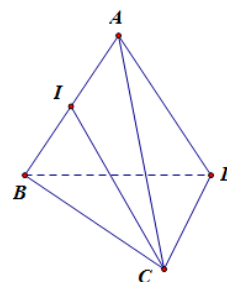
Hướng dẫn giải

Ta có I là trung điểm của AB nên $(CI; CA) = ICA$

Xét tam giác AIC vuông tại I, có $AI = \frac{AB}{2} = \frac{AC}{2} \Leftrightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{1}{2}$

Suy ra $\sin ICA = \frac{IA}{CA} = \frac{1}{2} \Rightarrow ICA = 30^0 \Rightarrow (CI; CA) = 30^0$.

Vậy chọn đáp án B



Câu 9. Cho hình chóp S ABCD . có đáy ABCD là hình chữ nhật. Các tam giác SAB, SAD, SAC là các tam giác vuông tại A . Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SC và BD biết $SA = \sqrt{3}$, $AB = a, AD = 3a$.

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{4}{\sqrt{130}}$

D. $\frac{8}{\sqrt{130}}$

Hướng dẫn giải

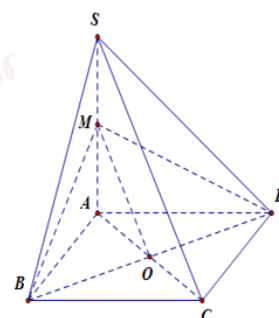
Ta có các tam giác SAB, SAD, SAC là các tam giác vuông tại A.

Nên $SA \perp AB, SA \perp AD \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

Gọi $O = AC \cap BD$. Và M là trung điểm của SA. Do đó $OM \parallel SC$

Hay $SC \parallel (MBD)$ nên $(SC; BD) = (OM; BD) = MOB$

Có $BM = \sqrt{AM^2 + AB^2} = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + AB^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}, MO = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$



$$BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}. \text{ Áp dụng định lý cosin trong tam giác MOB.}$$

$$\text{Ta được } BM^2 = OM^2 + OB^2 - 2OM \cdot OB \cdot \cos MOB$$

$$\Leftrightarrow \cos MOB = \frac{OM^2 + OB^2 - BM^2}{2OM \cdot OB} = \frac{8}{\sqrt{130}}.$$

Vậy chọn đáp án D

Câu 10: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SD và BC biết $AD = DC = a$, $AB = 2a$,

$$SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

A. $\frac{1}{\sqrt{42}}$

B. $\frac{2}{\sqrt{42}}$

C. $\frac{3}{\sqrt{42}}$

D. $\frac{4}{\sqrt{42}}$

Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm của AB. Ta có $AM = AD = DC = a$

Mà AB song song với CD nên AMCD là hình vuông cạnh a.

Do đó DM song song với BC. Suy ra $(SD; BC) = (SD; DM) = \angle SDM$

$$\text{Lại có } SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}$$

$$\text{Và } DM = a\sqrt{2}, SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác SDM, ta được

$$\cos \angle SDM = \frac{SD^2 + DM^2 - SM^2}{2SD \cdot DM} = \frac{3}{\sqrt{42}}.$$

Vậy chọn đáp án C

Câu 11. Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng AB và CI với I là trung điểm của AD.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

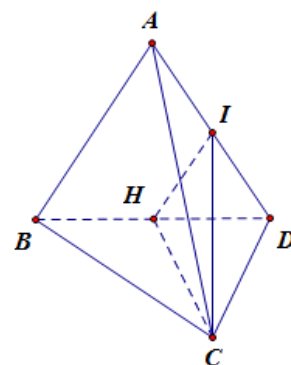
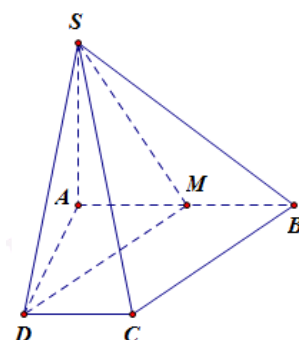
Gọi H là trung điểm của BD. Ta có $IH \parallel AB \Rightarrow AB \parallel (HIC)$

Nên $(AB; CI) = (IH; IC) = \angle HIC$. Mà $IH = \frac{a}{2}, CH = CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác HIC, ta được

$$\cos \angle HIC = \frac{HI^2 + CI^2 - HC^2}{2HI \cdot CI} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \cos(AB; CI) = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Vậy chọn đáp án C



Câu 12. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đáy bằng a . Biết góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là 60° và H là hình chiếu của đỉnh A lên mặt phẳng $(A'B'C')$, H trùng với trung điểm của cạnh $B'C'$. Góc giữa BC và AC' là α . Giá trị của $\tan \alpha$ là:

A. 3

B. -3

C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $A'H$ là hình chiếu của AA' lên mặt phẳng đáy

$$\text{Do đó } (AA'; (ABC)) = (AA'; A'H) = \angle A'AH = 60^\circ$$

$$\text{Lại có } A'H = \frac{a}{2} \Rightarrow AH = \tan 60^\circ \cdot \frac{a}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} = B'H \text{ nên } AB' = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

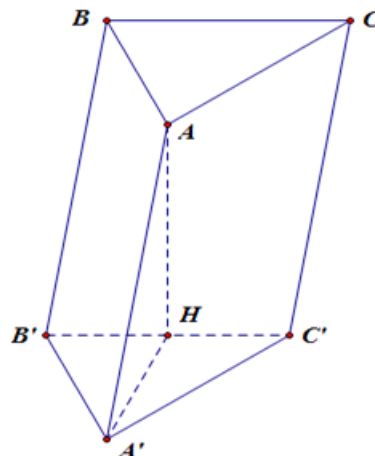
$$\text{Và } AA' = \frac{A'H}{\cos 60^\circ} = a \Rightarrow AC' = a$$

$$\text{Mặt khác } (BC; AC') = (AC'; B'C') = \angle AC'B' = \alpha$$

$$\text{Do đó } \cos \alpha = \frac{AC'^2 + B'C'^2 - AB'^2}{2 \cdot AC' \cdot B'C'} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Suy ra } \tan \alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = 3.$$

Vậy chọn đáp án A



Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại D , với $AB = 3a$, $AD = 2a$, $DC = a$. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng $(ABCD)$ là H thuộc AB với $AH = 2HB$. Biết $SH = 2a$, cosin của góc giữa SB và AC là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $-\frac{1}{5}$

Hướng dẫn giải

Qua B kẻ đường thẳng d song song với AC và cắt CH tại K

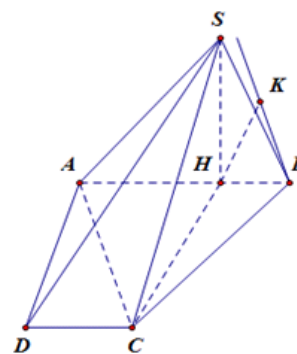
$$\text{Ta có } (SB; AC) = (SB; BK) = \angle SBK = \varphi$$

$$\text{Xét hai tam giác đồng dạng } ACH \text{ và } BKH \text{ có } \frac{CH}{HK} = \frac{AH}{BH} = 2$$

$$\text{Nên } HK = \frac{CH}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} = BK \Rightarrow \begin{cases} SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = a\sqrt{5} \\ SK = \sqrt{SH^2 + HK^2} = \frac{a\sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \cos \angle SBK = \cos \varphi = \frac{SB^2 + BK^2 - SK^2}{2 \cdot SB \cdot BK} = \frac{1}{5}.$$

Vậy chọn đáp án C



Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , SA vuông góc với đáy. Biết $SA = a$; $AB = a$; $BC = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC . Cosin của góc giữa 2 đường thẳng AI và SC là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

B. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của SB $\Rightarrow$ IH song song với SC.

Do đó $SC \parallel (AHI) \Rightarrow (AI; SC) = (AI; HI) = AIH$

Ta có $AI = \sqrt{AB^2 + BI^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và $IH = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = a$

$$AH = \sqrt{\frac{AB^2 + AS^2}{2} - \frac{BS^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác AHI, có

$$\cos AIH = \frac{AI^2 + HI^2 - AH^2}{2AI \cdot HI} = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy chọn đáp án A

DẠNG 3. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

Câu 1. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$ và $\cos BA'C = \frac{5}{6}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$

A. 30^0

B. 45^0

C. 60^0

D. 90^0

Hướng dẫn giải

Đặt $AB = x$ thì $A'B^2 = A'C^2 = x^2 + 2a^2$

Áp dụng định lý hàm số cosin trong $\triangle A'BC$, ta có:

$$\cos BA'C = \frac{A'B^2 + A'C^2 - BC^2}{2A'B \cdot A'C} \Leftrightarrow \frac{2x^2 + 4a^2 - a^2}{2(x^2 + 2a^2)} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow x = a$$

Kẻ $BH \perp AC$, khi đó $BH \perp (AA'C'C)$

Suy ra góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ là góc $BA'H$.

Trong tam giác vuông $A'BH$ có

$$\sin BA'H = \frac{BH}{A'B} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow BA'H = 30^0$$

Vậy chọn đáp án A.

Câu 2. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AB = 3\text{cm}$, $BC' = 3\sqrt{2}\text{cm}$. Tính góc hợp bởi đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$

A. 90^0

B. 60^0

C. 45^0

D. 30^0

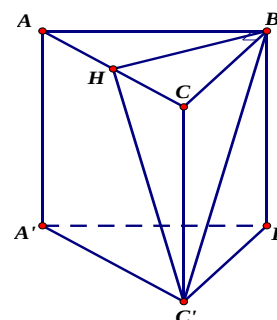
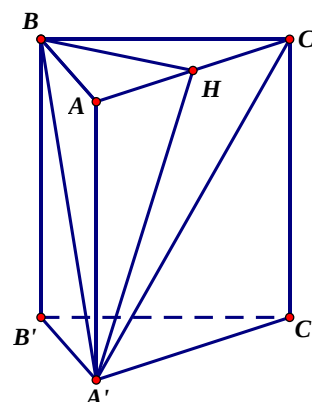
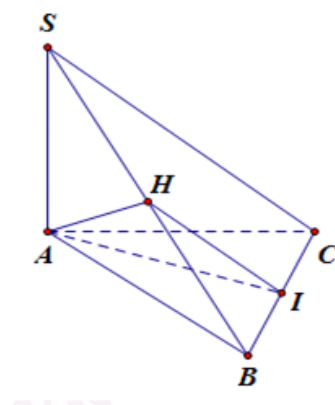
Hướng dẫn giải

Tính góc hợp bởi đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$

Gọi H là trung điểm của cạnh AC, suy ra HC' là hình chiếu của BC' lên mặt phẳng $(ACC'A')$

Do đó $(BC', (ACC'A')) = (BC'; HC')$

Ta có tam giác BHC' vuông tại H, cạnh $BH = \frac{3\sqrt{2}}{2}\text{cm}$



Ta có $\sin \angle HC'B = \frac{BH}{BC'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle HC'B = 30^\circ$. Vậy $(BC', (ACC'A')) = 30^\circ$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 60° .

Vậy chọn đáp án B.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $A = 60^\circ$. Chân đường vuông góc hạ từ B' xuống mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của hai đường chéo của đáy $ABCD$. Cho $BB' = a$. Tính góc giữa cạnh bên và đáy

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Hướng dẫn giải

Tính góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy.

Gọi $O = AC \cap BD$. Theo giả thiết ta có $B'O \perp (ABCD)$

$$\begin{cases} B'B \cap (ABCD) = \{B\} \\ B'O \perp (ABCD), O \in (ABCD) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Hình chiếu $B'B$ trên $(ABCD)$ là OB

$\Rightarrow (B'B, (ABCD)) = (B'B, BO) = \angle B'BO$ Tam giác ABD có

$AB = AD = a, \angle BAD = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ là tam giác đều $\Rightarrow OB = \frac{a}{2}$

Trong tam giác vuông $B'OB$: $\cos \angle B'OB = \frac{OB}{BB'} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle B'OB = 60^\circ$.

Vậy chọn đáp án C.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $4a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tam giác SAB có diện tích bằng $\frac{8a^2\sqrt{6}}{3}$. Côsin của góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{\sqrt{19}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{6}}{5}$

C. $\frac{6}{25}$

D. $\frac{19}{25}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên mặt phẳng (SBC)

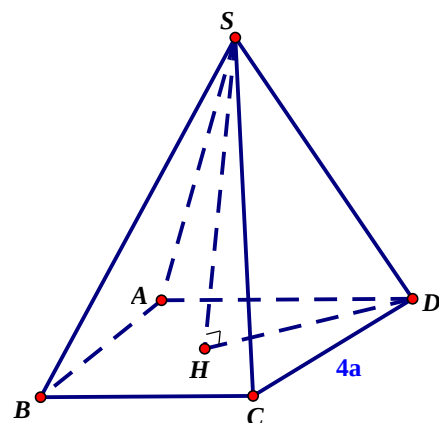
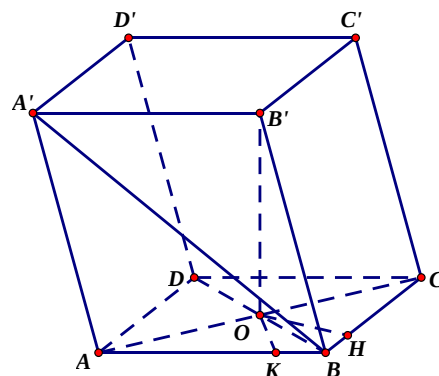
$$\Rightarrow (SD, (SBC)) = \angle HSD \Rightarrow \cos(SD, (SBC)) = \cos \angle HSD = \frac{SH}{SD}$$

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} SA \cdot AB = \frac{1}{2} SA \cdot 4a = \frac{8a^2\sqrt{6}}{3} \Rightarrow SA = \frac{4a\sqrt{6}}{3}$$

$$V_{D.SBC} = \frac{1}{3} DH \cdot S_{\triangle SBC} \text{ và}$$

$$V_{D.SBC} = V_{S.BCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot 4a = \frac{32a^3\sqrt{6}}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} DH \cdot S_{\triangle SBC} = \frac{32a^3\sqrt{6}}{9} \Rightarrow DH = \frac{32a^3\sqrt{6}}{3S_{\triangle SBC}}$$



$$\text{Từ } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow S_{SBC} = \frac{1}{2} BC \cdot SB = \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot SB = 2a \cdot SB$$

$$SB^2 = SA^2 + AB^2 = \left(\frac{4a\sqrt{6}}{3} \right)^2 + 16a^2 = \frac{80a^2}{3} \Rightarrow SB = a\sqrt{\frac{80}{3}} \Rightarrow S_{SBC} = 2a^2 \sqrt{\frac{80}{3}}$$

$$\text{Thế vào (1)} \Rightarrow DH = \frac{32a^3 \sqrt{6}}{3 \cdot 2a^2 \sqrt{\frac{80}{3}}} = \frac{4a\sqrt{10}}{5}$$

$$SD^2 = SA^2 + AD^2 = \left(\frac{4a\sqrt{6}}{3} \right)^2 + 16a^2 = \frac{80a^2}{3} \Rightarrow SD = a\sqrt{\frac{80}{3}}$$

$$\Rightarrow SH^2 = SD^2 - HD^2 = \frac{80a^2}{3} - \left(\frac{4a\sqrt{10}}{5} \right)^2 = \frac{304a^2}{15}$$

$$\Rightarrow SA = a\sqrt{\frac{304}{15}} \Rightarrow \cos(SD; (SBC)) = \frac{SH}{SD} = \frac{a\sqrt{\frac{304}{15}}}{a\sqrt{\frac{80}{3}}} = \frac{\sqrt{19}}{5}.$$

Chọn A

Câu 5. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D, $CD = 2a$, $AD = AB = a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là trung điểm H của đoạn AB. Khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Tan của góc giữa đường thẳng BC và mặt phẳng (SCD) bằng:

A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Gọi P là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (SCD)

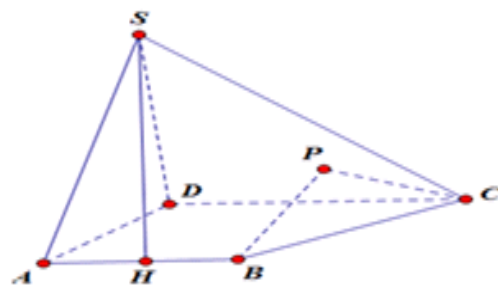
$$\Rightarrow (BC; (SCD)) = BCP \Rightarrow \tan(BC; (SCD)) = \tan BCP = \frac{BP}{PC}$$

$$AB // CD \Rightarrow AB // (SCD) \Rightarrow d(H; (SCD)) = d(B; (SCD)) = BP \Rightarrow BP = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Ta có } BC^2 = AD^2 + (CD - AB)^2 = a^2 + (2a - a)^2 = 2a^2$$

$$\Rightarrow PC^2 = BC^2 - BP^2 = 2a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{3} \right)^2 = \frac{16a^2}{9}$$

$$\Rightarrow PC = \frac{4a}{3} \Rightarrow \tan(BC; (SCD)) = \frac{BP}{PC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{3}}{\frac{4a}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$



Vậy chọn đáp án B

Câu 6. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình chữ nhật ABCD có $AB = 2a$; $AD = 2a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của CD, biết SC tạo với đáy góc 45° . Cosin góc tạo bởi đường thẳng SM và mặt phẳng (ABCD) là:

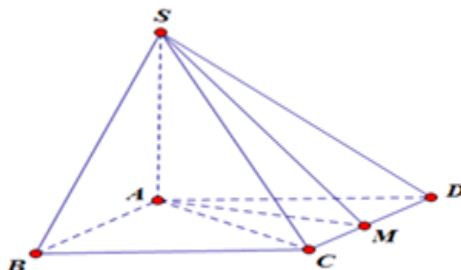
A. $\frac{\sqrt{3}}{13}$

B. $\frac{\sqrt{13}}{29}$

C. $\frac{\sqrt{377}}{29}$

D. $\frac{\sqrt{277}}{29}$

Hướng dẫn giải



$$\text{Từ } SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SM; (ABCD)) = SMA \Rightarrow \cos(SM; (ABCD)) = \cos SMA = \frac{AM}{SM}$$

$$\text{Từ } SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC; (ABCD)) = SCA \Rightarrow SCA = 45^\circ \Rightarrow \Delta SAC \text{ vuông cân tại A}$$

$$\Rightarrow SA = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + 12a^2} = 4a$$

$$\Rightarrow SM^2 = SA^2 + AM^2 = 16a^2 + 13a^2 = 29a^2 \Rightarrow SM = a\sqrt{29}$$

$$\Rightarrow \cos(SM; (ABCD)) = \frac{AM}{SM} = \frac{a\sqrt{13}}{a\sqrt{29}} = \frac{\sqrt{377}}{29}. \text{ Vậy chọn đáp án C}$$

Câu 7. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông cân tại B có $AB = BC = a$; $SA \perp (ABC)$. Biết mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Cosin góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là:

A. $\frac{\sqrt{10}}{15}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

C. $\frac{\sqrt{10}}{20}$

D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

Hướng dẫn giải

$$\text{Từ } SA \perp (ABC) \Rightarrow (SC; (ABC)) = SCA \Rightarrow \cos(SC; (ABC)) = \cos SCA = \frac{AC}{SC}$$

$$\Delta ABC \text{ vuông cân B} \Rightarrow AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

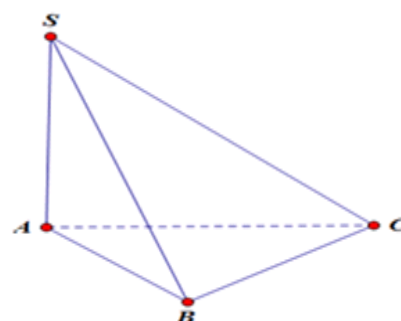
+Ta có ngay

$$(SB; (ABC)) = SBA \Rightarrow SBA = 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow SC^2 = SA^2 + AC^2 = 3a^2 + 2a^2 = 5a^2 \Rightarrow SC = a\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \cos(SC; (ABC)) = \frac{AC}{SC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{5}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

Vậy chọn đáp án D



Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác vuông tại B có $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$. Biết $A'C = 3a$. Cosin góc tạo bởi đường thẳng A'B và mặt đáy (ABC) là:

A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{6}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

Hướng dẫn giải

Lăng trụ đứng $A'B'C.ABC \Rightarrow A'A \perp (ABC)$

$$\Rightarrow (A'B; (ABC)) = A'BA \Rightarrow \cos(A'B; (ABC)) = \cos A'BA = \frac{AB}{A'B}$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } B \Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3a^2 + a^2 = 4a^2 \Rightarrow AC = 2a$$

$$\Rightarrow A'A^2 = A'C^2 - AC^2 = 9a^2 - 4a^2 = 5a^2$$

$$\Rightarrow A'B^2 = A'A^2 + AB^2 = 5a^2 + 3a^2 = 8a^2 \Rightarrow A'B = 2a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \cos(A'B; (ABC)) = \cos A'BA = \frac{AB}{A'B} = \frac{a\sqrt{3}}{2a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}. \text{ Vậy chọn đáp án C}$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và $SC = a\sqrt{2}$. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD . Cosin của góc giữa SC và mặt phẳng (SHD) là

A. $\sqrt{\frac{3}{5}}$

B. $\sqrt{\frac{5}{3}}$

C. $\sqrt{\frac{2}{5}}$

D. $\sqrt{\frac{5}{2}}$

Hướng dẫn giải

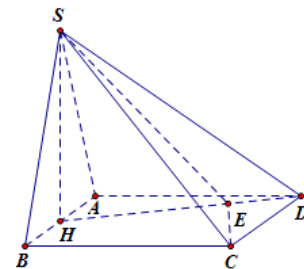
$$\text{Ta có } SB^2 + BC^2 = SC^2 = 2a^2 \Rightarrow SB \perp BC \text{ mà } BC \perp AB$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SH \text{ mà } SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$\text{Kẻ } CE \perp HD \Rightarrow CE \perp (SHD) \Rightarrow (SC, (SHD)) = (SC, SE) = CSE$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{2} CE \cdot HD = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow CE = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow SE = \sqrt{SC^2 - CE^2} = \frac{a\sqrt{30}}{5} \Rightarrow \cos CSE = \frac{SE}{SC} = \sqrt{\frac{3}{5}}.$$



Vậy chọn đáp án A

Câu 10. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A có $AB = AC = 4a$, góc $BAC = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BC , N là trung điểm của AB , ΔSAM là tam giác cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa SN và mặt phẳng (ABC) là:

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Hướng dẫn giải

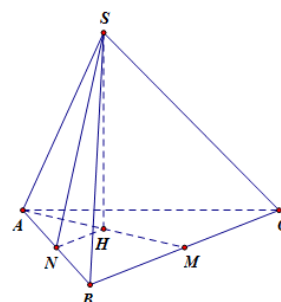
$$\text{Ta có } (SN; (ABC)) = (SN; NH) = SNH$$

$$\text{Ta có } \angle MAC = 60^\circ \Rightarrow AM = 2a, MC = 2a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{1}{2} AM = a \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = a$$

$$\text{Ta có } NH = \frac{1}{2} BM = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan SNH = \frac{SH}{NH} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SNH = 30^\circ \Rightarrow (SN, (ABC)) = 30^\circ$$



Vậy chọn đáp án A

Câu 11. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S lên (ABCD) là trọng tâm G của ΔABD . Biết $SG = 2a$, cosin của góc giữa SD và (ABCD) là:

- A. $\sqrt{\frac{5}{21}}$ B. $-\sqrt{\frac{5}{21}}$ C. $\sqrt{\frac{5}{41}}$ D. $-\sqrt{\frac{5}{41}}$

Hướng dẫn giải

Ta có $(SD; (ABCD)) = (SD, GD) = SDG$

Ta có $DG = \frac{2}{3}DM = \frac{2}{3}\sqrt{AM^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{3}$

$$\Rightarrow \tan SDG = \frac{SG}{GD} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

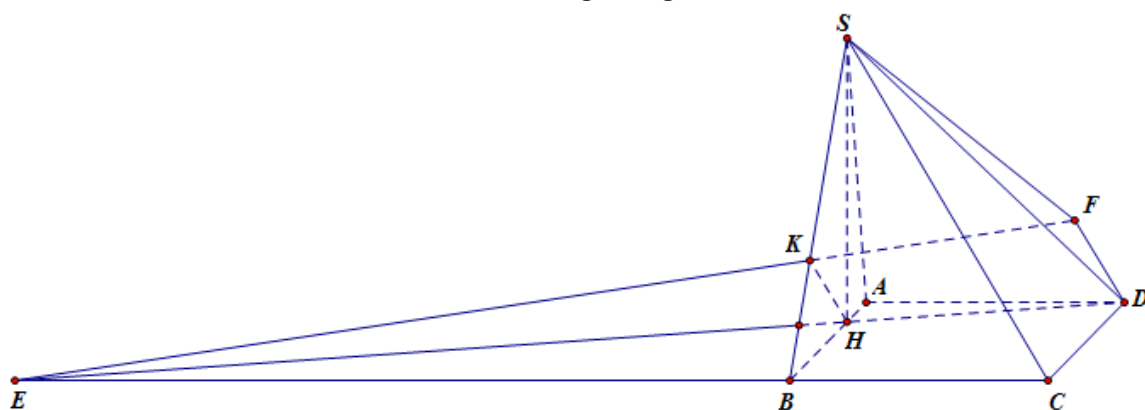
$$\Rightarrow \cos SDG = \sqrt{\frac{5}{41}} \Rightarrow \cos(SD, (ABCD)) = \sqrt{\frac{5}{41}}$$

Vậy chọn đáp án C

Câu 12. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật cạnh $AB = 4a$, $AD = a\sqrt{3}$. Điểm H nằm trên cạnh AB thỏa mãn $AH = \frac{1}{3}HB$. Hai mặt phẳng (SHC) và (SHD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = a\sqrt{5}$. Cosin của góc giữa SD và (SBC) là:

- A. $\sqrt{\frac{5}{12}}$ B. $\sqrt{\frac{5}{13}}$ C. $\sqrt{\frac{4}{13}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Hướng dẫn giải



Kẻ $HK \perp SB \Rightarrow HK \perp (SBC)$. Gọi $E = DH \cap BC$, kẻ $DF \parallel HK (F \in EK)$

$\Rightarrow DF \perp (SBC) \Rightarrow (SD, (SBC)) = (SD, SF) = DSF$

Ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 2a$. Xét ΔSHB có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{13}{36a^2} \Rightarrow HK = \frac{6a}{\sqrt{13}}$

Ta có $\frac{EH}{ED} = \frac{HB}{CD} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{HK}{DF} = \frac{EH}{ED} = \frac{3}{4} \Rightarrow DF = \frac{8a}{\sqrt{13}}$. Ta có $SD = \sqrt{SH^2 + DH^2} = 2a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow SF = \sqrt{SD^2 - DF^2} = \frac{2a\sqrt{10}}{\sqrt{13}} \Rightarrow \cos DSF = \frac{SF}{SD} = \sqrt{\frac{5}{13}}$$

Vậy chọn đáp án B.

Câu 13. Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a. Tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết SC tạo với đáy một góc 60° , gọi M là trung điểm của BC. Cosin góc tạo với SM và mặt đáy là:

A. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$

B. $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{10}}$

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\cos \varphi = \frac{3}{\sqrt{10}}$

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm của AB khi đó $SH \perp AB$

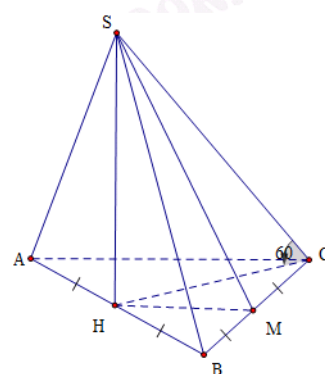
Mặt khác $(SAB) \perp (ABC)$ suy ra $SH \perp (ABC)$

Khi đó $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SH = CH \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$

Do M là trung điểm của BC nên $HM = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$

$$\cos SMH = \frac{HM}{\sqrt{HM^2 + SH^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Vậy chọn đáp án B



BDKT và LT THPT Quốc gia Môn Toán

ĐC: P5. Dãy 22. Tập thể Xá tắc-Đường Ngô Thời Nhậm. TP Huế

Ths. Trần Đình Cư. SĐT: 01234332133

Facebook: Trần Đình Cư.

Page face: <https://www.facebook.com/trandinhcu01234332133/>

Khai giảng các lớp hè: 10,11,12

Bắt đầu từ ngày 01/06/2017. Có thể gọi điện để đặt chỗ trước. Lớp học chất lượng cao (Không quá 20 học sinh)

Để sử dụng file word, quý thầy cô vui lòng đóng góp chút kinh phí để tạo động lực cho tác giả ra đời những chuyên đề khác hay hơn

STT	TÊN TÀI LIỆU	GIÁ	MÃ SỐ
1	KĨ THUẬT GIẢI NHANH TRẮC NGHIỆM SỐ PHỨC_123 Tặng 6 đề word thi thử THPT Quốc gia 2017 (có đáp án và lời giải chi tiết) {Đề 1-6}	60K	SO PHUC_123
2	CHỦ ĐỀ 1_KHỐI ĐA DIỆN {26 Trang} Tặng 5 đề word thi thử THPT Quốc gia 2017 (có đáp án và lời giải chi tiết) {Đề 7-11}	50K	HHKG_KDD
3	CHỦ ĐỀ 2_THỂ TÍCH KHỐI CHÓP {59 Trang} Tặng 10 đề word thi thử THPT Quốc gia 2017 (có đáp án và lời giải chi tiết) {Đề 12-21}	110 K	HHKG_TTKC
4	CHỦ ĐỀ 3_THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ {34 Trang} Tặng 5 đề word thi thử THPT Quốc gia 2017 (có đáp án và lời giải chi tiết) {Đề 22-26}	70K	HHKG_TTLT
5	CHỦ ĐỀ 456_NÓN TRỤ CẦU {56 Trang} Tặng 10 đề word thi thử THPT Quốc gia 2017 (có đáp án và lời giải chi tiết) {Đề 27-36}	110 K	HHKG_NTC
6	CHỦ ĐỀ 7_KHOẢNG CÁCH {68 Trang} Tặng 12 đề word thi thử THPT Quốc gia 2017 (có đáp án và lời giải chi tiết) {Đề 37-49}	130 K	HHKG_KC
7	CHỦ ĐỀ 8_GÓC {21 Trang} Tặng 5 đề word thi thử THPT Quốc gia 2017 (có đáp án và lời giải chi tiết) {Đề 50-54}	50K	HHKG_GOC
8	CHỦ ĐỀ 9_CỰC TRỊ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN VÀ CÁC KHỐI LỒNG NHAU {29 Trang} Tặng 8 đề word thi thử THPT Quốc gia 2017 (có đáp án và lời giải chi tiết) {Đề 55-63}	80k	HHKG_CT

Hướng dẫn thanh toán

Quý thầy cô thanh toán cho mình qua ngân hàng. Sau khi chuyển khoản, mình sẽ lập tức gửi tài liệu cho quý thầy cô.

Nếu trong ngày mà thầy cô chưa nhận được thì vui lòng gọi điện trực tiếp cho mình.

Thầy cư. SĐT: 01234332133

NGÂN HÀNG			
TÊN TÀI KHOẢN	TRẦN ĐÌNH CƯ	TRẦN ĐÌNH CƯ	TRẦN ĐÌNH CƯ
SỐ TÀI KHOẢN	4010205025243	0161000381524	55110000232924
CHI NHÁNH	THỪA THIÊN HUẾ	THỪA THIÊN HUẾ	THỪA THIÊN HUẾ
Nội dung: Họ và tên_email_ma tài liệu			

Ví dụ: Nguyễn Thị B_nguyenthib@gmail.com_HHKG_TTKC

Lưu ý:

Thầy cô đọc kỹ file PDF trước khi mua, tài liệu mua chỉ dùng với mục đích cá nhân, không được bán lại hoặc chia sẻ cho người khác.

CHÚC QUÝ THẦY CÔ DẠY TỐT VÀ THÀNH CÔNG TRONG SỰ NGHIỆP TRỒNG NGƯỜI