

Câu 1(2 điểm).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

2) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 3.

Câu 2 (1điểm)

1) Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của biểu thức: $P = 10 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + 25 \cos 2\alpha$

2) Cho số phức $z = \frac{2(1+i)^2 + 3(1-2i)}{1+i}$. Tìm $|z|$

Câu 3(1,5 điểm)

1) Giải bất phương trình sau: $\log_3(2-x) + \log_{\frac{1}{3}}(4+2x) > 0$

2) Tính tích phân sau: $I = \int_1^2 x\sqrt{x-1} dx$

Câu 4 (1điểm)

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a\sqrt{3}$, $\angle ABC = 60^\circ$. Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC , cạnh bên tạo với đáy góc 30° . Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách từ B' đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

Câu 5 (1điểm)

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-2;1;1)$ và mặt phẳng

$(\alpha): 2x + 2y - z - 6 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (α) . Tìm tọa độ tiếp điểm.

Câu 6 (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có N là trung điểm của BC và đường thẳng AN có phương trình $13x - 10y + 13 = 0$, điểm $M(-1;2)$ thuộc đoạn BD sao cho $BD = 4DM$. Gọi H là điểm thuộc tia NB sao cho $NH = BC$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành biết $3BD = 2AD$ và H thuộc đường thẳng $d: 2x - 3y = 0$

Câu 7 (1,5 điểm)

1) Một công ty cần tuyển 3 nhân viên mới. Có 5 nam và 4 nữ nộp đơn dự tuyển. Giả sử khả năng trúng tuyển của mỗi người là như nhau. Tính xác suất để trong ba người được tuyển có ít nhất 2 nam.

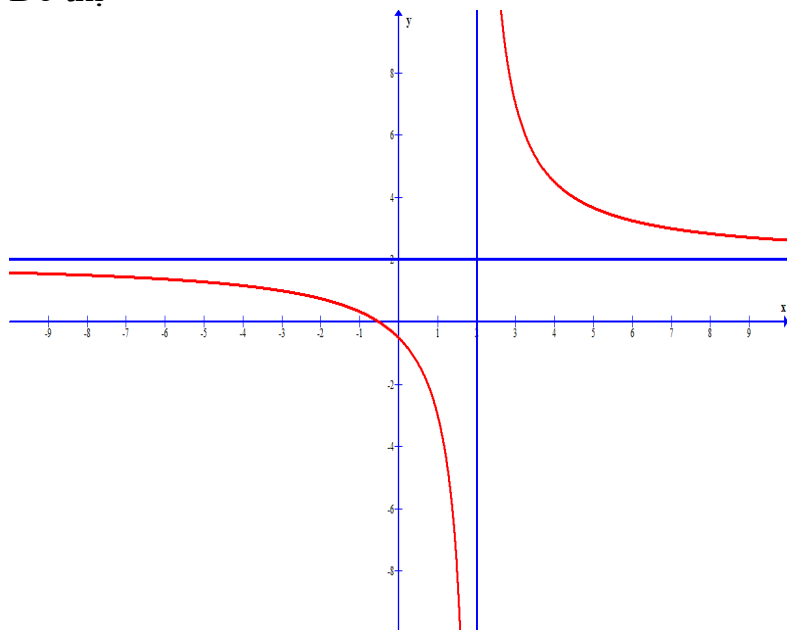
2) Giải bất phương trình:

$$(x-3)\sqrt{x-1} + 3\sqrt{2x^2-10x+16} - 6x \geq x\sqrt{2x^2-10x+16} - x^2 - 9$$

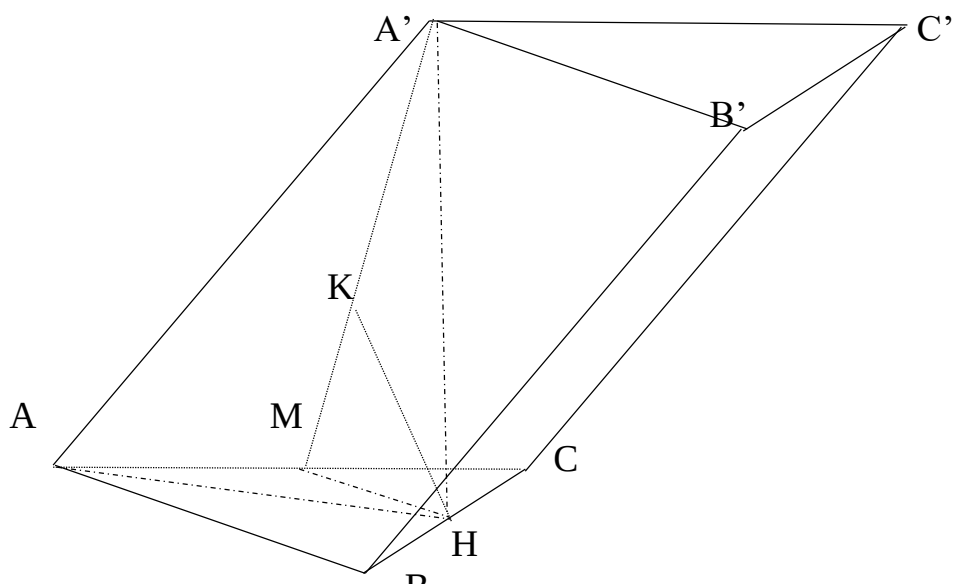
Câu 8 (1điểm) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn: $xyz = 8$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức: $P = \frac{1}{2x+y+6} + \frac{1}{2y+z+6} + \frac{1}{2z+x+6}$

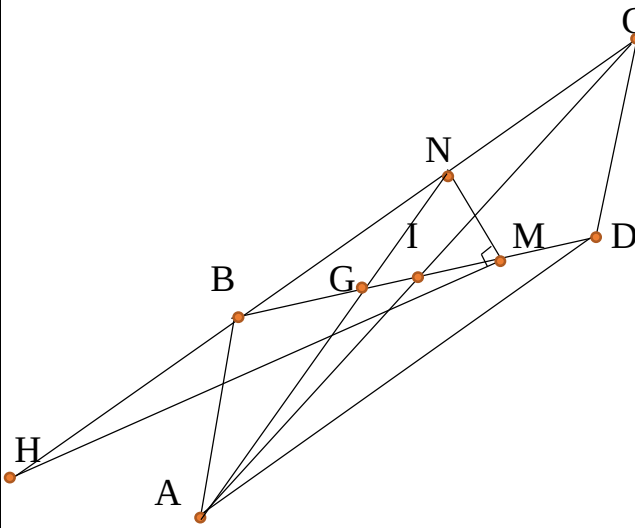
.....Hết.....

Câu	Đáp án	Điểm												
1 (2điểm)	1) (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$.													
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \in D$ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$	0,25												
	Giới hạn và tiệm cận: Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$; tiệm cận ngang: $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$; tiệm cận đứng: $x = 2$	0,25												
	Bảng biến thiên:<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td></td><td>2</td></tr></table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'	-		-	y	2		2	0,25
x	$-\infty$	2	$+\infty$											
y'	-		-											
y	2		2											
	Đồ thị	0,25												
	2) (1,0 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 3.													
	Giả sử tiếp điểm là $M_o(x_o; y_o)$ Từ giả thiết ta có $y_o = 3$	0,25												

	$\Rightarrow \frac{2x_0+1}{x_0-2} = 3 \Leftrightarrow 2x_0+1 = 3x_0-6 \Leftrightarrow x_0 = 7$	0,25
	$y'(x_0) = y'(7) = \frac{-1}{5}$	0,25
	Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M_0(7;3)$ là $y = \frac{-1}{5}(x-7)+3 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{5}x + \frac{22}{5}$	0,25
2 (1 điểm)	1) (0,5 điểm) Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của biểu thức: $P = 10 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + 25 \cos 2\alpha$	
	Áp dụng công thức $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$ Mà $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right) \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$	0,25
	$A = 10 \left(\sin \alpha \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \sin \frac{\pi}{3} \right) + 25(1 - 2 \sin^2 \alpha)$ $= 10 \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 25 \left(1 - 2 \cdot \frac{9}{25} \right) = 10 - 4\sqrt{3}$	0,25
	2) (0,5 điểm) Cho số phức $z = \frac{2(1+i)^2 + 3(1-2i)}{1+i}$. Tìm $ z $	
	$z = \frac{3-2i}{1+i} = \frac{(3-2i)(1-i)}{2} = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$	0,25
	$ z = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}$	0,25
3 (1,5 điểm)	1) (0,5 điểm) Giải bất phương trình sau: $\log_3(2-x) + \log_{\frac{1}{3}}(4+2x) > 0$	
	ĐK: $\begin{cases} 2-x > 0 \\ 4+2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-2; 2)$ Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_3(2-x) > \log_3(4+2x)$	0,25
	$\Leftrightarrow 2-x > 4+2x \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}$ Kết hợp điều kiện, suy ra tập nghiệm của BPT là $S = \left(-2; -\frac{2}{3}\right)$	0,25
	2) (1 điểm) Tính tích phân sau: $I = \int_1^2 x\sqrt{x-1} dx$	
	Đặt $\sqrt{x-1} = t \Rightarrow x-1 = t^2 \Rightarrow \begin{cases} x = t^2 + 1 \\ dx = 2t dt \end{cases}$	0,25

	Đổi cận: <table border="1" data-bbox="528 120 817 210"> <tr> <td>x</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr> <td>t</td><td>0</td><td>1</td></tr> </table> $I = \int_0^1 (t^2 + 1)t \cdot 2t dt = 2 \int_0^1 (t^4 + t^2) dt$	x	1	2	t	0	1	0,5
x	1	2						
t	0	1						
	$= 2 \left(\frac{t^5}{5} + \frac{t^3}{3} \right) \Big _0^1 = \frac{16}{15}$	0,25						
4 (1 điểm)	Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = a\sqrt{3}$, $\angle ABC = 60^\circ$. Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC, cạnh bên tạo với đáy góc 30°. Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách từ B' đến mặt phẳng $(ACC'A')$.  $A'H \perp (ABC) = H \Rightarrow AH$ là hình chiếu của AA' trên mp (ABC) Suy ra góc giữa AA' và (ABC) là góc $\angle A'AH = 30^\circ$ Xét tam giác vuông ABC có $\frac{AB}{AC} = \cot 60^\circ \Leftrightarrow AB = AC \cdot \cot 60^\circ = a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = a$ $BC = \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2a$, $AH = \frac{BC}{2} = a$ Xét tam giác vuông $AA'H$ có $A'H = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$ $dt\Delta ABC = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ $V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot dt\Delta ABC = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}$	0,25 0,25						

	do $BB' // (ACC'A')$ $\Rightarrow d(B', (ACC'A')) = d(B, (ACC'A')) = 2d(H, (ACC'A'))$ Kẻ $HM \perp AC \Rightarrow \begin{cases} HM // AB \\ HM = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2} \end{cases}$ Lại có $A'H \perp AC$, Suy ra $AC \perp (A'HM)$ $(ACC'A')$ vuông góc với $(A'HM)$ theo giao tuyến $A'M$ Suy ra nếu kẻ $HK \perp A'M = K$ thì $HK \perp (ACC'A') = K$ $\Rightarrow d(H, (ACC'A')) = HK$	0,25
	Có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{7}{a^2}$ $\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{7}}{7} \Rightarrow d(B, (ACC'A')) = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$ Vậy $d(B', (ACC'A')) = \frac{2a\sqrt{7}}{7}$	0,25
5 (1 điểm)	Trong hệ trục Oxyz cho điểm $A(-2;1;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z - 6 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (α). Tìm tọa độ tiếp điểm.	
	Mặt cầu tâm A và tiếp xúc với $(\alpha) \Rightarrow$ bán kính $R = d(A, (\alpha))$	0,25
	$\Leftrightarrow R = \frac{ 2 \cdot (-2) + 2 \cdot 1 - 1 - 6 }{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 3$ $\Rightarrow$ PT mặt cầu là: $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$	0.25
	Gọi H là tiếp điểm $\Rightarrow AH \perp (\alpha) = H$ $\Rightarrow AH$ nhận VTPT của (α) là $\vec{n}_\alpha(2;2;-1)$ làm VTCP $\Rightarrow$ Phương trình AH: $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \Rightarrow H(-2 + 2t; 1 + 2t; 1 - t)$	0.25
	Mà $H \in (\alpha) \Rightarrow 2(-2 + 2t) + 2(1 + 2t) - (1 - t) - 6 = 0$ $\Leftrightarrow 9t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 1$ $\Rightarrow H(0; 3; 0)$	0,25
6 (1 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành ABCD có N là trung điểm của BC và đường thẳng AN có phương trình $13x - 10y + 13 = 0$, điểm $M(-1; 2)$ thuộc đoạn BD sao cho $BD = 4DM$. Gọi H là điểm thuộc tia NB sao cho $NH = BC$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình bình hành biết $3BD = 2AD$ và H thuộc đường thẳng $d: 2x - 3y = 0$	

		
	Ta có $MB = \frac{3}{4}BD = \frac{AD}{2} = \frac{BC}{2} = \frac{HN}{2}$ $\Rightarrow \triangle HMN$ vuông tại M	0,25
	Do $HN = 2BN$ nên $d(H, AN) = 2d(B, AN)$ Dễ thấy $BG = \frac{1}{3}BD$ $MG = \frac{1}{2}BI + \frac{1}{3}BI = \frac{5}{6}BI = \frac{5}{12}BD$ $BG = \frac{4}{5}MG \Rightarrow d(B, AN) = \frac{4}{5}d(M, AN)$	0,25
	$\Rightarrow d(H, AN) = \frac{8}{5}d(M, AN) = \frac{32}{\sqrt{269}}$ Mà $H \in d: 2x - 3y = 0 \Rightarrow H(3t; 2t)$ $\Rightarrow \frac{ 13 \cdot 3t - 10 \cdot 2t + 13 }{\sqrt{269}} = \frac{32}{\sqrt{269}} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -\frac{45}{19} \end{cases}$ Với $t = 1 \Rightarrow H(3; 2)$ Với $t = -\frac{45}{19} \Rightarrow H\left(-\frac{135}{19}; -\frac{90}{19}\right)$ (loại vì H và M nằm cùng phía đối với AN)	0,25
	Phương trình MH: $y - 2 = 0$ Vì $MN \perp MH \Rightarrow$ phương trình MN: $x + 1 = 0 \Rightarrow N(-1; 0)$ Do B là trung điểm của HN $\Rightarrow B(1; 1)$ Lại có N là trung điểm của BC $\Rightarrow C(-3; -1)$ Do $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MD} \Rightarrow D\left(-\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right) \Rightarrow I\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right) \Rightarrow A\left(\frac{7}{3}; \frac{13}{3}\right)$	0,25
7 (1,5 điểm)	1) (0,5 điểm) Một công ty cần tuyển 3 nhân viên mới. Có 5 nam và 4 nữ nộp đơn dự tuyển. Giả sử khả năng trúng tuyển của mỗi người là như nhau. Tính xác suất để trong ba người được tuyển có ít nhất 2 nam.	
	$n(\Omega) = C_9^3$ Gọi A là biến cố: trong ba người được tuyển có ít nhất 2 nam.	0,25

	$\Rightarrow n(A) = C_5^2 \cdot C_4^1 + C_5^3$	
	$P(A) = \frac{C_5^2 \cdot C_4^1 + C_5^3}{C_9^3} = \frac{25}{42}$	0,25
	2) (1,0 điểm) Giải bất phương trình: $(x-3)\sqrt{x-1} + 3\sqrt{2x^2-10x+16} - 6x \geq x\sqrt{2x^2-10x+16} - x^2 - 9$	
	Điều kiện: $x \geq 1$ $BPT \Leftrightarrow (x-3)\sqrt{x-1} + (x-3)^2 - (x-3)\sqrt{2x^2-10x+16} \geq 0$ $\Leftrightarrow (x-3)\left[\sqrt{x-1} + x-3 - \sqrt{2x^2-10x+16}\right] \geq 0 \quad (*)$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Bunhicopxiki ta có $(\sqrt{x-1} + (x-3))^2 \leq (1^2 + 1^2)(x-1 + (x-3)^2) = 2x^2 - 10x + 16$ $\Leftrightarrow \sqrt{x-1} + (x-3) \leq \sqrt{2x^2-10x+16} \quad \forall x \geq 1$ Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x-1} = x-3$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x-1 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} x = 2 \Leftrightarrow x = 5 \\ x = 5 \end{cases} \end{cases}$	0,5
	$\Rightarrow \sqrt{x-1} + x-3 - \sqrt{2x^2-10x+16} \leq 0 \quad \forall x \geq 1$ Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = 5$ Nên $(*) \Leftrightarrow x \leq 3$ Kết hợp ĐK ta có tập nghiệm của BPT là $S = [1; 3] \cup \{5\}$	0,25
8 (1 điểm)	Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn: $xyz = 8$. Hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2x+y+6} + \frac{1}{2y+z+6} + \frac{1}{2z+x+6}$	
	Ta có $P = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x + \frac{y}{2} + 3} + \frac{1}{y + \frac{z}{2} + 3} + \frac{1}{z + \frac{x}{2} + 3} \right)$ Đặt $\frac{x}{2} = a; \frac{y}{2} = b; \frac{z}{2} = c \Rightarrow abc = 1$	0,25
	$P = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2a+b+3} + \frac{1}{2b+c+3} + \frac{1}{2c+a+3} \right)$ Có $2a+b+3 = (a+b) + (a+1) + 2 \geq 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 2$ $2b+c+3 = (b+c) + (b+1) + 2 \geq 2\sqrt{bc} + 2\sqrt{b} + 2$ $2c+a+3 = (c+a) + (c+1) + 2 \geq 2\sqrt{ca} + 2\sqrt{c} + 2$	0,25
	$\Rightarrow P \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 2} + \frac{1}{2\sqrt{bc} + 2\sqrt{b} + 2} + \frac{1}{2\sqrt{ca} + 2\sqrt{c} + 2} \right)$ $= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{ab} + \sqrt{a} + 1} + \frac{1}{\sqrt{bc} + \sqrt{b} + 1} + \frac{1}{\sqrt{ca} + \sqrt{c} + 1} \right)$	0,25

	$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{ab} + \sqrt{a} + 1} + \frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{ab} + \sqrt{a}} + \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + 1 + \sqrt{ab}} \right) = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \text{Max} P = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = b = c = 1 \Leftrightarrow x = y = z = 2$	0,25
--	---	------