

I. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm).

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3}$ đồng biến trên $[2; +\infty)$.

2. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $P(2;5)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho tam giác PAB đều.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\log\left(\frac{3^x+2^x}{3x+2}\right) + 3^x + 2^x - 3x - 2 = 0$.

Câu 3 (3,0 điểm).

1. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a .

a. Tính góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) .

b. Gọi G là trọng tâm tam giác $AA'B$, I là trung điểm của BB' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'G$ và $A'I$.

2. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B , biết $AB = BC = 2a$, $AD = a$. Tam giác SBC cân tại S , tam giác SCD vuông tại C . Khoảng cách giữa SA và CD bằng $\frac{4a}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ đã cho.

Câu 4 (2,0 điểm).

Cho S là tập tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1.

II. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (12,0 điểm)

Câu 1. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên âm của bất phương trình $\log_3(x+3) < 2$. Giá trị của $x_1 + x_2$ bằng

- A. -4. B. -5. C. -1. D. -3.

Câu 2. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + (2020-m)x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị phân biệt là

- A. $m < 2020$. B. $m \leq 2020$. C. $m > 2020$. D. $m \geq 2020$.

Câu 3. Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Diện tích của tam giác đã cho bằng

- A. $\frac{15}{32}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{15}{16}$.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 4. B. 6. C. 7. D. 5.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \log_{2020}(x^2 + 1)$ là

- A. $\frac{1}{(x^2+1)\ln 2020}$. B. $\frac{2x}{x^2+1}$. C. $\frac{2x}{(x^2+1)\ln 2020}$. D. $\frac{2x}{\ln 2020}$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4; S_3 = 13$. Biết $u_2 < 0$, giá trị của S_5 bằng

- A. 11. B. 2. C. $\frac{35}{16}$. D. $\frac{181}{16}$.

Câu 7. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+m^2}{x-2}$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng -1 . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

- A. $m \in (-1;0)$. B. $m \in (-4;3)$. C. $m \in (4;6)$. D. $m \in (0;1)$.

Câu 8. Cho 10 điểm phân biệt. Có tất cả bao nhiêu cách chọn 2 vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là 2 điểm trong 10 điểm đã cho?

- A. C_{10}^2 . B. A_{10}^2 . C. A_{90}^2 . D. C_{90}^2 .

Câu 9. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2} + 2x}{2x^2 - 3x + 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 10. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $6a^3$. C. $3a^3$. D. a^3 .

Câu 11. Một đa giác đều 12 đỉnh có số đường chéo bằng

- A. 120. B. 54. C. 66. D. 132.

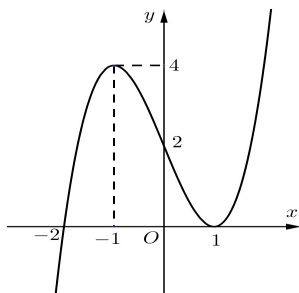
Câu 12. Phương trình $\log_2(5-2^x) = 2-x$ có hai nghiệm thực phân biệt $x_1; x_2$. Giá trị của $x_1 + x_2 + x_1x_2$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 9. D. 11.

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác đều $ABCD$ có cạnh đáy bằng a , O là tâm của đáy và $SO = a$. Gọi α là góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) . Giá trị của $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{2}{\sqrt{15}}$. B. $\frac{4}{\sqrt{30}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{30}}$. D. $\frac{4}{\sqrt{15}}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi phương trình $|f(x-2) - 2| = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(\log_3 x)$ là

- A. $(0;1)$. B. $(0;+\infty)$. C. $(3;+\infty)$. D. $(1;+\infty)$.

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = x^4 + ax^2 + b$ có điểm cực tiểu là $M(1;5)$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $(0;6)$. B. $(0;4)$. C. $(0;2)$. D. $(0;3)$.

Câu 17. Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 - 23ab + b^2 = 0$. Tính giá trị của $4m + n + p$ biết

$\log_5(a+b) = \frac{1}{2}(m + n \log_5 a + p \log_5 b)$ với $m, n, p \in \mathbb{Z}$.

- A. 10. B. 8. C. 7. D. 4.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a . Cho $A'B = A'D = BD = a$. Khoảng cách giữa hai mặt đáy của hình hộp bằng

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 19. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 2x}$ là

- A. $-\frac{1}{2} \tan 2x + C$. B. $\frac{1}{\cos 2x} + C$. C. $\frac{1}{2} \tan 2x + C$. D. $-\frac{1}{2} \cot 2x + C$.

Câu 20. Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+4x+m}$ có duy nhất một đường tiệm cận là

- A. $m > 4$. B. $m < 4$. C. $m \geq 4$. D. $m \leq 4$.

Câu 21. Cho hình nón có đỉnh S , bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác vuông cân SAB , biết khoảng cách giữa AB và trục của hình nón bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $a^3\pi$. B. $\frac{a^3\pi}{3}$. C. $\frac{a^3\pi}{6}$. D. $3a^3\pi$.

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Biết $BC = \sqrt{5}, CD = \sqrt{10}, DB = \sqrt{13}$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 12. D. 6.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x) dx = 8; \int_0^3 f(x) dx = 10$. Giá trị của $\int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$ bằng

- A. -1. B. 1. C. 9. D. -9.

Câu 24. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = a\sqrt{3}$, góc giữa mặt phẳng $(ABC'D')$ và $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $\sqrt{3}a^3$. D. $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(3) = \ln 3, \int_0^3 x.f'(x).e^{f(x)} dx = 8$.

Giá trị của $\int_0^3 e^{f(x)} dx$ bằng

- A. 1. B. 11. C. $8 - \ln 3$. D. $8 + \ln 3$.

Câu 26. Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = AC = 2a$. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng d đi qua đỉnh A và song song với cạnh BC , ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $6\pi a^3\sqrt{2}$. B. $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{10\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $4\pi a^3\sqrt{2}$.

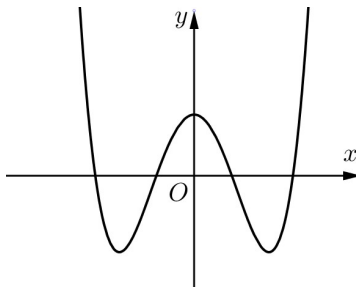
Câu 27. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{\ln x - 6}{\ln x - 2m}$ đồng biến trên $(1; e)$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 6.

Câu 28. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, B'C'$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AC, MN . Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = 3f^4(x) + 2f^2(x) + 2020$ có số điểm cực trị là

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) - f(x) = e^{-x}$ và $f(0) = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{1}{2e} + e - 2$. B. $\frac{1}{2e} + e - \frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{e} + e - \frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2e} + e - 1$.

Câu 31. Giả sử m là số thực sao cho phương trình $(m+1)25^{\log_2 x} + (m-2)5^{\log_2 x} - 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $-2 < m < 1$. B. $-1 < m < 0$. C. $0 < m < 1$. D. $1 < m < 2$.

Câu 32. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3} \cot^3 x - m \cot^2 x + \cot x + 1$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

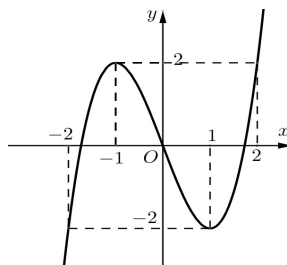
Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , cạnh đáy bằng $2a$ và góc ABC bằng 60° . Cho $SO = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD, SB bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 34. Tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3m - 1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt trong đó có đúng hai điểm có hoành độ lớn hơn 1 là khoảng $(a; b)$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{13}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{2f(\cos x)}) = m$ có nghiệm trên

$\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ bằng

- A. -1. B. 0. C. 1. D. -2.

Câu 36. Một tổ có 10 học sinh gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ, trong đó có hai học sinh nữ là Minh và Trang. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh trên thành một hàng ngang. Xác suất để chỉ hai học sinh Minh và Trang đứng cạnh nhau bằng

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{24}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A và $AB = 4a, AC = 3a$, mặt bên SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy (ABC) . Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$. D. $a\sqrt{7}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4; 4]$ như hình vẽ.

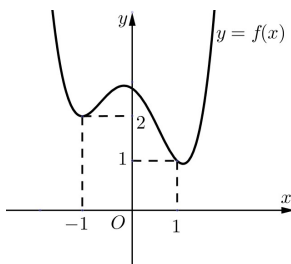
x	-4	-3	-1	0	2	4			
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$		4		3		1			

The graph shows a function $f(x)$ plotted on the interval $[-4, 4]$. The x-axis is marked at -4, -3, -1, 0, 2, and 4. The y-axis is marked at -4, 2, and 3. The function starts at $(-4, -4)$, increases to a local maximum at $(-3, 4)$, decreases to a local minimum at $(-1, 2)$, increases to a local maximum at $(0, 3)$, decreases to a local minimum at $(2, -3)$, and increases to a local maximum at $(4, 1)$. The function is continuous and differentiable on the interval $[-4, 4]$.

Có bao nhiêu giá trị của tham số m trên đoạn $[-4; 4]$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(|x^3| + 3|x|) + f(m)$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 1 ?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

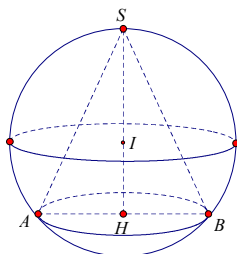
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình $2.6^{f(x)} + (f^2(x) - 1).9^{f(x)} - 3.4^{f(x)}.m \geq (m^2 - m).2^{2f(x)}$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là đoạn $[a; b]$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

- A. 13. B. 9. C. 10. D. 5.

Câu 40. Một khối cầu có bán kính 3cm. Một hình nón thay đổi có đỉnh S và đáy là đường tròn đường kính AB nằm trên mặt cầu như hình vẽ.



Thể tích lớn nhất của hình nón bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$. B. $\frac{28\pi}{3}$. C. 36π . D. 9π .

HẾT