

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có tập xác định là khoảng $(0; +\infty)$?

- A. $y = x^{\frac{1}{2}}$. B. $y = \ln(x+1)$. C. $y = e^x$. D. $y = x - \sqrt[3]{x}$.

Câu 2: Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}(-2; 2; 5)$, $\vec{b}(0; 1; 2)$ trong không gian bằng

- A. 14. B. 13. C. 10. D. 12.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 2x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. B. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$. C. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 4: Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(x-9) = 3$.

- A. $x = 36$. B. $x = 27$. C. $x = 18$. D. $x = 9$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. d cắt (P) . B. $d // (P)$. C. $d \subset (P)$. D. $d \perp (P)$.

Câu 6: Mặt phẳng nào dưới đây cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$ theo thiết diện là một đường tròn?

- A. $x + 2y + 2z + 6 = 0$. B. $x - y + z = 0$. C. Cả 3 đều sai. D. $x + 2y + 3z + 3 = 0$.

Câu 7: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x - 1$ là

- A. $-\frac{1}{3}$. B. -1 . C. $-\frac{5}{3}$. D. 1 .

Câu 8: Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2 là

- A. 8. B. 4. C. $\frac{8}{3}$. D. 6.

Câu 9: Hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$. B. $(-1; +\infty)$.
C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 10: Mệnh đề nào sau đây sai?

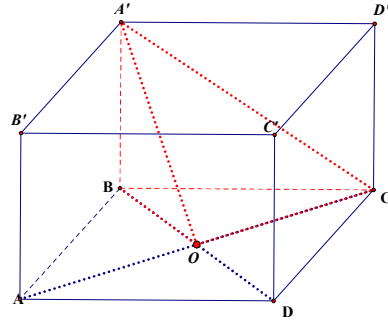
- A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1)$. B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0$.
C. $\int e^x dx = e^x + C$. D. $\int \sin x dx = \cos x + C$.

Câu 11: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là

- A. $(2; -3)$. B. $(2; 3)$. C. $(-2; -3)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Thể tích của tứ diện $OA'BC$ bằng

- A. $\frac{a^3}{12}$. B. $\frac{a^3}{24}$.
C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{4}$.



Câu 13: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC là

- A. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$. B. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.
C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. D. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(-3;0;0), B(0;4;0), C(0;0;-2)$ là

- A. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{-3} - \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 15: Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ của điểm B bằng

- A. -2. B. 0. C. -1. D. -5.

Câu 16: Cho số thực x thỏa mãn: $\log x = \frac{1}{2} \log 3a - 2 \log b + 3 \log \sqrt{c}$ (a, b, c là các số thực dương).
Hãy biểu diễn x theo a, b, c .

- A. $x = \frac{c^3 \sqrt{3a}}{b^2}$. B. $x = \frac{\sqrt{3a}}{b^2 c^3}$. C. $x = \frac{\sqrt{3ac}}{b^2}$. D. $x = \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$.

Câu 17: Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a, AD = 2a, AC' = a\sqrt{14}$ là

- A. $V = 6a^3$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{14}}{3}$. C. $V = a^3 \sqrt{5}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 18: Cho lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng b . Thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ bằng

- A. $\frac{1}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$. B. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.
C. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$. D. $\frac{\pi}{18\sqrt{2}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

Câu 19: Số các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 20: Một kỹ sư được nhận lương khởi điểm là 8.000.000 đồng/tháng. Cứ sau 2 năm lương mỗi tháng của kỹ sư đó được tăng thêm 10% so với mức lương hiện tại. Tính tổng số tiền T (đồng) kỹ sư đó nhận được sau 6 năm làm việc.

- A. 635.520.000. B. 696.960.000. C. 633.600.000. D. 766.656.000.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a, AC = a\sqrt{2}, AD = a\sqrt{3}$, các tam giác ABC, ACD, ABD là các tam giác vuông tại đỉnh A . Khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) là

- A. $d = \frac{a\sqrt{66}}{11}$. B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $d = \frac{a\sqrt{30}}{5}$. D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22: Để đồ thị hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m+1$ có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì tất cả giá trị thực của tham số m là

- A. $m \leq 3$. B. $m < 3$. C. $m \geq 3$. D. $m > 3$.

Câu 23: Nếu $\int_{-2}^0 (4 - e^{-x/2}) dx = a + 2be$ thì giá trị của $a + 2b$ là

- A. 12. B. 9. C. 12,5. D. 8.

Câu 24: Cho số phức z thỏa mãn $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2019}$. Tính z^4 .

- A. -1. B. i . C. $-i$. D. 1.

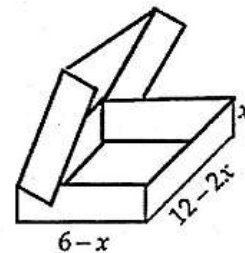
Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; a; 1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 9 = 0$. Tập các giá trị của a để điểm A nằm trong khối cầu là

- A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. B. $(-3; 1)$. C. $[-1; 3]$. D. $(-1; 3)$.

Câu 26: Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với Δ . Đường thẳng d có một VTCP là

- A. $\vec{u} = (-3; 0; 2)$. B. $\vec{u} = (0; 3; 1)$. C. $\vec{u} = (0; 1; 1)$. D. $\vec{u} = (1; -4; -2)$.

Câu 27: Một hộp đựng Chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tư thể tích phía trên của hộp được rải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị V_0 bằng

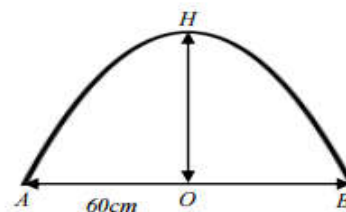


- A. $V_0 = 64$ (đvtt). B. $V_0 = \frac{64}{3}$ (đvtt). C. $V_0 = 16$ (đvtt). D. $V_0 = 48$ (đvtt).

Câu 28: Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$, $(Q): x - y + z - 1 = 0$ là

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x + z - 2 = 0$. D. $y + z - 2 = 0$.

Câu 29: Bạn An cần mua một chiếc gương có đường viền là đường Parabol bậc 2 (xem hình vẽ). Biết rằng khoảng cách đoạn $AB = 60\text{cm}$, $OH = 30\text{cm}$. Diện tích của chiếc gương bạn An mua là



- A. $1000(\text{cm}^2)$. B. $1400(\text{cm}^2)$.
C. $1200(\text{cm}^2)$. D. $900(\text{cm}^2)$.

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho M , N , P lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $2 + 3i$, $1 - 2i$ và $-3 + i$. Tọa độ điểm Q sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành là

- A. $Q(0; 2)$. B. $Q(6; 0)$. C. $Q(-2; 6)$. D. $Q(-4; -4)$.

Câu 31: Nếu $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx = \frac{a}{b} \ln c$ thì $a + 2b + 3c$ là

- A. 13. B. 14. C. 9. D. 11.

Câu 32: Đường thẳng $x=k$ cắt đồ thị hàm số $y=\log_5 x$ và đồ thị hàm số $y=\log_5(x+4)$. Khoảng cách giữa các giao điểm là $\frac{1}{2}$. Biết $k=a+\sqrt{b}$, trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tổng $a+b$ bằng

- A. 7. B. 6. C. 8. D. 5.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C khác gốc tọa độ. Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

- A. 18. B. 9. C. 6. D. 54.

Câu 34: Cho hai điểm A, B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_1, z_2 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2$. Hỏi ba điểm O, A, B tạo thành tam giác gì? (O là gốc tọa độ) Chọn phương án đúng và đầy đủ nhất.

- A. Vuông cân tại O . B. Cân tại O . C. Đều. D. Vuông tại O .

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{6}$. Đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và $B, AB=BC=\frac{1}{2}AD=a$. Gọi E là trung điểm AD . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ECD$.

- A. $R=\frac{a\sqrt{30}}{3}$. B. $R=a\sqrt{\frac{19}{6}}$. C. $R=a\sqrt{6}$. D. $R=\sqrt{\frac{114}{6}}.a$.

Câu 36: Với giá trị thực nào của tham số m thì đường thẳng $y=2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M, N sao cho MN ngắn nhất?

- A. $m=-3$. B. $m=3$. C. $m=-1$. D. $m=1$.

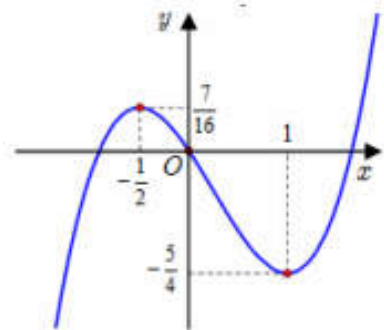
Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-3+4i|\leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=2z+1-i$ là hình tròn có diện tích bằng

- A. $S=25\pi$. B. $S=4\pi$. C. $S=16\pi$. D. $S=9\pi$.

Câu 38: Cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{2}x$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4|x^3|-3x^2-6|x|=m^2-6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt là

- A. $m=0$ hoặc $m=6$. B. $m<0$ hoặc $m>6$.
C. $0<m<3$. D. $1<m<6$.



Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}, d_2: \begin{cases} x=2-t \\ y=3 \\ z=t \end{cases}$. Phương trình mặt

phẳng (P) sao cho d_1, d_2 nằm về hai phía của (P) và (P) cách đều d_1, d_2 là

- A. $(P): x+3y+z-8=0$. B. $(P): x+3y+z+8=0$.
C. $(P): 4x+5y-3z+4=0$. D. $(P): 4x+5y+3z-4=0$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1), B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$. Đường thẳng (d) đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng d nhỏ nhất. Đường thẳng (d) có một VTCP là $\vec{u}=(1;b;c)$ khi đó $\frac{b}{c}$ bằng

A. $\frac{b}{c} = 11$.

B. $\frac{b}{c} = -\frac{11}{2}$.

C. $\frac{b}{c} = -\frac{3}{2}$.

D. $\frac{b}{c} = \frac{3}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -(x-10)(x-11)^2(x-12)^{2019}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(10;11)$ và $(12;+\infty)$.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(10;12)$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $x = 3$.

Câu 42: Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x - m^2}{x - 1}$ tại đúng một điểm. Tích các phần tử của S bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. 4.

C. 5.

D. 20.

Câu 43: Kết quả $(b; c)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện của lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm là

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{17}{36}$.

C. $\frac{23}{36}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Câu 44: Trên cánh đồng cỏ có 2 con bò được cột vào 2 cây cọc khác nhau. Biết khoảng cách giữa 2 cọc là 4 mét còn 2 sợi dây cột 2 con bò dài 3 mét và 2 mét. Tính phần diện tích mặt cỏ lớn nhất mà 2 con bò có thể ăn chung (lấy giá trị gần đúng nhất).

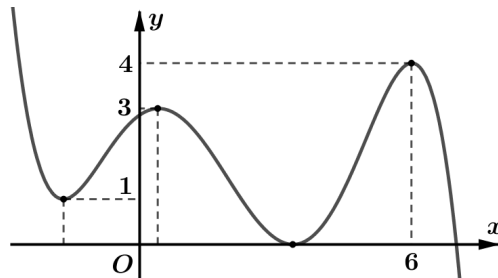
A. $1,989\text{m}^2$.

B. $1,034\text{m}^2$.

C. $1,574\text{m}^2$.

D. $2,824\text{m}^2$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ.



Các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3$ có 3 nghiệm phân biệt là

A. $m = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$.

B. $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $m = \frac{\sqrt{37}}{2}$.

D. $m = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ (m là tham số). Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2; -2)$. Tổng tất cả các giá trị của m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

A. $\frac{20}{17}$.

B. $-\frac{2}{17}$.

C. $\frac{4}{17}$.

D. $\frac{14}{17}$.

Câu 47: Một thùng rượu có bán kính các đáy là 30cm , thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có bán kính là 40cm , chiều cao thùng rượu là 1m (hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh thùng rượu là các đường parabol, hỏi thể tích của thùng rượu (đơn vị lít) là bao nhiêu?

- A. 425162 lít. B. 212581 lít.
C. 212,6 lít. D. 425,2 lít.

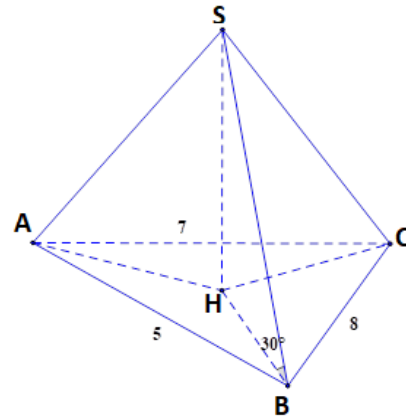


Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;-1), B(0;4;0)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất. (Q) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (1; a; b)$, khi đó $a + b$ bằng

- A. 4. B. 0. C. 1. D. -2.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng 30° . Biết $AB = 5, BC = 8, AC = 7$ khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $d = \frac{35\sqrt{39}}{13}$. B. $d = \frac{35\sqrt{39}}{52}$.
C. $d = \frac{35\sqrt{13}}{52}$. D. $d = \frac{35\sqrt{13}}{26}$.



Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên R thỏa mãn $f'(x) - 2018f(x) = 2018.x^{2017}.e^{2018x}$ với mọi $x \in R; f(0) = 2018$. Giá trị của $f(1)$ là

- A. $f(1) = 2018.e^{-2018}$. B. $f(1) = 2019.e^{-2018}$. C. $f(1) = 2018.e^{2018}$. D. $f(1) = 2019.e^{2018}$.

----- HẾT -----

Câu	134	210	356	483	568	641
1	A	D	D	B	B	A
2	D	A	D	B	B	A
3	B	A	D	C	C	D
4	A	D	B	B	A	B
5	C	C	C	D	A	A
6	B	C	A	D	B	D
7	C	B	A	D	C	A
8	A	A	B	A	C	B
9	A	D	A	C	B	A
10	D	C	B	C	C	D
11	B	B	C	A	A	D
12	A	C	A	A	A	C
13	C	B	A	B	B	A
14	B	A	B	D	D	A
15	C	C	B	B	A	C
16	D	D	B	C	A	B
17	A	A	C	A	A	C
18	B	B	A	B	C	C
19	C	D	B	A	B	A
20	A	D	D	C	D	C
21	A	D	B	D	B	B
22	C	A	D	D	B	B
23	D	C	A	A	C	D
24	D	B	C	B	B	A
25	D	D	A	B	C	D
26	D	B	C	C	D	D
27	D	A	C	C	B	C
28	D	C	D	B	D	D
29	C	B	D	D	D	B
30	C	A	D	D	D	B
31	D	B	D	B	D	B
32	B	B	D	C	B	B
33	B	D	B	B	D	C
34	C	B	C	A	D	C
35	B	D	C	A	C	A
36	B	C	B	A	A	B
37	C	C	A	C	A	D
38	A	C	B	A	D	D
39	A	B	D	B	C	C
40	B	B	B	C	B	D
41	C	B	C	C	C	A
42	D	A	C	D	D	C
43	B	C	B	D	A	B
44	A	A	C	D	A	B
45	C	D	B	A	C	C
46	A	D	A	C	D	D
47	D	B	D	C	A	A
48	B	A	A	D	C	D
49	B	A	C	C	D	C
50	D	C	A	A	D	D



GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THPT CHUYÊN SƠN LA
LẦN 2 - NĂM 2019
MÔN: TOÁN
THỜI GIAN LÀM BÀI: 90 PHÚT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.A	5.C	6.B	7.C	8.A	9.A	10.D
11.B	12.A	13.C	14.B	15.C	16.D	17.A	18.B	19.C	20.A
21.A	22.C	23.D	24.D	25.D	26.D	27.D	28.D	29.C	30.C
31.D	32.B	33.B	34.C	35.B	36.B	37.C	38.A	39.A	40.B
41.C	42.D	43.B	44.A	45.C	46.A	47.D	48.B	49.B	50.D

Câu 1. [2D2-2.1-1] Hàm số nào dưới đây có tập xác định là $(0; +\infty)$?

A. $y = x^{\frac{1}{2}}$.

B. $y = \ln(x+1)$.

C. $y = e^x$.

D. $y = x - \sqrt[3]{x}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Phương; Fb: Phương Nguyễn

Chọn A

+) Hàm số $y = x^{\frac{1}{2}}$ là hàm số lũy thừa với số mũ $\alpha = \frac{1}{2}$ không nguyên nên có tập xác định là $D = (0; +\infty)$. Chọn **A**.

+) Hàm số $y = \ln(x+1)$ có tập xác định là $D = (-1; +\infty)$. Loại **B**.

+) Hàm số $y = e^x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$. Loại **C**.

+) Hàm số $y = x - \sqrt[3]{x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$. Loại **D**.

Câu 2. [2H3-1.1-1] Tích vô hướng của hai vector $\vec{a}(-2; 2; 5)$, $\vec{b}(0; 1; 2)$ trong không gian bằng

A. 14.

B. 13.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Phương ; Fb: Phương Nguyễn

Chọn D

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2.0 + 2.1 + 5.2 = 12$.

Câu 3. [2D3-1.3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 2x$ là

A. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

C. $x^2 + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

D. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Lời giải

Tác giả: Trần Lê Hương Ly; Fb: Trần Lê Hương Ly

Chọn B

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 2x$ là: $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 4. [2D2-6.1-1] Tìm nghiệm của phương trình $\log_3(x-9)=3$.

A. $x=36$.

B. $x=27$.

C. $x=18$.

D. $x=9$.

Lời giải

Tác giả: Trần Lê Hương Ly; **Fb:** Trần Lê Hương Ly

Chọn A

Ta có: $\log_3(x-9)=3 \Leftrightarrow (x-9)=3^3 \Leftrightarrow x=36$.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=36$.

Câu 5. [2H3-6.3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. d cắt (P) .

B. $d \parallel (P)$.

C. $d \subset (P)$.

D. $d \perp (P)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Huyền; **Fb:** Huyen Nguyen

Chọn C

Cách 1:

+) d đi qua $M(1;1;2)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;-3)$.

+) (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1;1;1)$.

Ta có: $\vec{u} \cdot \vec{n} = 1.1 + 2.1 + (-3).1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} d \parallel (P) \\ d \subset (P) \end{cases}, (1)$.

Mặt khác tọa độ $M(1;1;2)$ thỏa mãn phương trình $(P): x+y+z-4=0 \Rightarrow M \in (P), (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $d \subset (P)$.

Cách 2: Lưu Thêm.

$M \in d \Leftrightarrow M(1+t;1+2t;2-3t)$.

Thay tọa độ của M vào phương trình của (P) ta được:

$(1+t) + (1+2t) + (2-3t) - 4 = 0 \Leftrightarrow 0.t + 0 = 0$, (đúng $\forall t \in \mathbb{R}$)

Suy ra mọi điểm thuộc d đều thuộc (P) . Vậy $d \subset (P)$.

Câu 6. [2H3-6.4-2] Mặt phẳng nào dưới đây cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z - 3 = 0$ theo thiết diện là một đường tròn?

A. $x+2y+2z+6=0$.

B. $x-y+z=0$.

C. Cả 3 đều sai.

D. $x+2y+3z+3=0$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Huyền; **Fb:** Huyen Nguyen

Chọn B

Tập xác định: $\mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		0		$-\infty$

$\swarrow$ -4 $\nearrow$ $\searrow$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 10. [2D3-1.3-1] Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, (0 < a \neq 1).$

B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C, x \neq 0.$

C. $\int e^x dx = e^x + C.$

D. $\int \sin x dx = \cos x + C.$

Lời giải

Tác giả: Lê Bá Phi ; Fb: Lee Bas Phi

Chọn D

Theo định nghĩa nguyên hàm các đáp án A, B, C đúng.

Đáp án D sai vì $\int \sin x dx = -\cos x + C.$

Câu 11. [2D4-3.1-1] Cho số phức $z = 2 - 3i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là

A. $(2; -3).$

B. $(2; 3).$

C. $(-2; -3).$

D. $(-2; 3).$

Lời giải

Tác giả: Trương Hồng Hà ; Fb: Trương Hồng Hà

Chọn B

Ta có $z = 2 - 3i \Rightarrow$ Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = 2 + 3i.$

Vậy điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là $(2; 3).$

Câu 12. [2H1-7.1-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Thể tích của tứ diện $OA'BC$ bằng

A. $\frac{a^3}{12}.$

B. $\frac{a^3}{24}.$

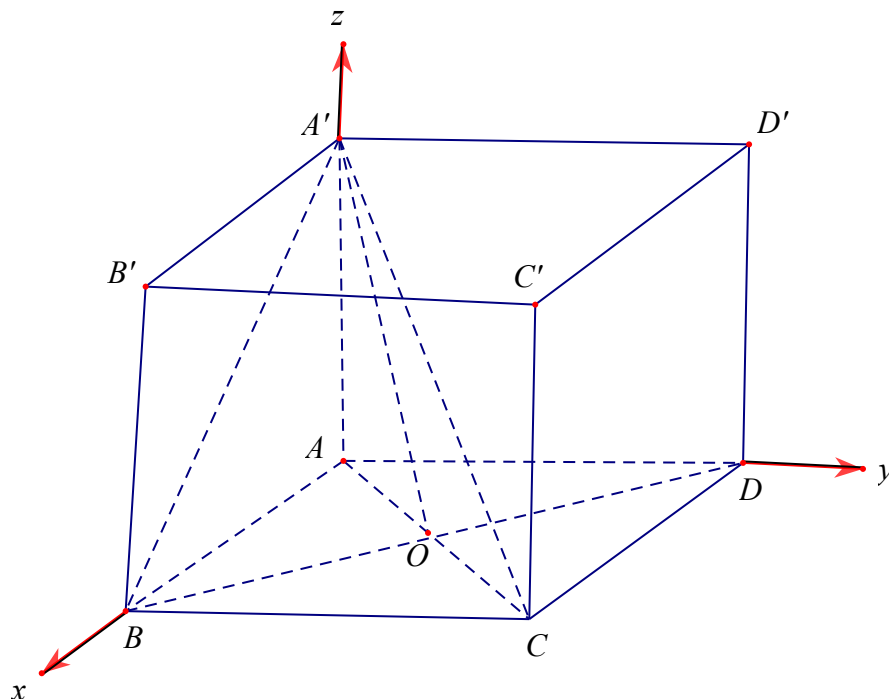
C. $\frac{a^3}{6}.$

D. $\frac{a^3}{4}.$

Lời giải

Tác giả: Trương Hồng Hà ; Fb: Trương Hồng Hà

Chọn A



Cách 1:

Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương $\Rightarrow AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AA' \perp (OBC)$.

$$\Rightarrow V_{OA'BC} = V_{A'OBC} = \frac{1}{3} AA' \cdot S_{OBC} = \frac{1}{12} AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{12} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{12}.$$

Cách 2:

+) Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0), B(a;0;0), D(0;a;0), C(a;a;0), A'(0;0;a)$.

+) O là trung điểm $AC \Rightarrow O\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$.

+) Khi đó $V_{OA'BC} = \frac{1}{6} \left| \begin{vmatrix} \overrightarrow{OA'} & \overrightarrow{OB} & \overrightarrow{OC} \end{vmatrix} \right|$.

+) $\overrightarrow{OA'} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; a\right), \overrightarrow{OB} = \left(\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; 0\right), \overrightarrow{OC} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{OA'}; \overrightarrow{OB} \right] = \left(\frac{a^2}{2}; \frac{a^2}{2}; \frac{a^2}{2} \right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{OA'}; \overrightarrow{OB} \right] \cdot \overrightarrow{OC} = \frac{a^3}{2} \Rightarrow V_{OA'BC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{a^3}{2} = \frac{a^3}{12}.$$

Câu 13. [2H3-3.13-2] Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC là

A. $(P): 6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

B. $(P): 6x + 3y + 2z + 6 = 0$.

C. $(P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

D. $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Phương Thúy; Fb: thuypham

Chọn C

+) Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

+) Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

+) Có $M(x_M; y_M; z_M)$ là trọng tâm của tam giác ABC

$$\Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_M \\ y_A + y_B + y_C = 3y_M \\ z_A + z_B + z_C = 3z_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Câu 14. [2H3-3.13-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;-2)$ là

A. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1$. C. $\frac{x}{-3} - \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Phương Thúy; Fb: thuypham

Chọn B

Ta có $A(-3;0;0) \in Ox$, $B(0;4;0) \in Oy$, $C(0;0;-2) \in Oz$.

Vậy phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm A , B , C là $\frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1$.

Câu 15. [2D1-6.1-2] Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ tại hai điểm phân biệt A và B , biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ của điểm B bằng

A. -2 . B. 0 . C. -1 . D. -5 .

Lời giải

Tác giả: Đào Văn Tiến ; Fb:Đào Văn Tiến

Chọn C

+) Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số đề cho: $x^3 + x^2 + 2x - 3 = 2x - 3$, (1).

+) Ta có (1) $\Leftrightarrow x^3 + x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$.

+) Điểm B có hoành độ âm, suy ra $x_B = -1$.

Câu 16. [2D2-3.1-2] Cho số thực x thỏa mãn: $\log x = \frac{1}{2} \log 3a - 2 \log b + 3 \log \sqrt{c}$ (a, b, c là các số thực dương). Hãy biểu diễn x theo a, b, c .

A. $\frac{c^3 \sqrt{3a}}{b^2}$. B. $\frac{\sqrt{3a}}{b^2 c^3}$. C. $\frac{\sqrt{3ac}}{b^2}$. D. $\frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}$.

Lời giải

Tác giả: Đào Văn Tiến ; Fb: Đào Văn Tiến

Chọn D

+ Ta có: $\log x = \frac{1}{2} \log 3a - 2 \log b + 3 \log \sqrt{c} \Leftrightarrow \log x = \log \sqrt{3a} - \log b^2 + \log c^{\frac{3}{2}}$

$$\Leftrightarrow \log x = \log \frac{c^{\frac{3}{2}} \sqrt{3a}}{b^2} \Leftrightarrow x = \frac{c^{\frac{3}{2}} \sqrt{3a}}{b^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3ac^3}}{b^2}.$$

Câu 17. [2H1-3.6-1] Thể tích V của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = a$, $AD = 2a$, $AC' = a\sqrt{14}$ là

A. $V = 6a^3$.

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{14}}{3}$.

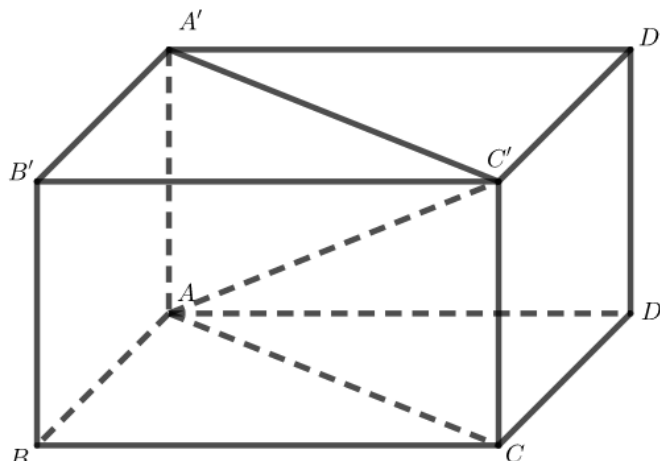
C. $V = a^3 \sqrt{5}$.

D. $V = 2a^3$.

Lời giải

Tác giả: Ngô Quốc Tuấn; Fb: Quốc Tuấn

Chọn A



Ta có $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2$

$\Rightarrow AA'^2 = AC'^2 - AB^2 - AD^2 = 14a^2 - a^2 - 4a^2 = 9a^2 \Rightarrow AA' = 3a$.

Thể tích V của khối hộp chữ nhật là $V = AB \cdot AD \cdot AA' = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$.

Câu 18. [2H2-3.5-3] Cho lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng b . Thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ bằng

A. $\frac{1}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

B. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

C. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}} \sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$.

D. $\frac{\pi}{18\sqrt{2}} \sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

Lời giải

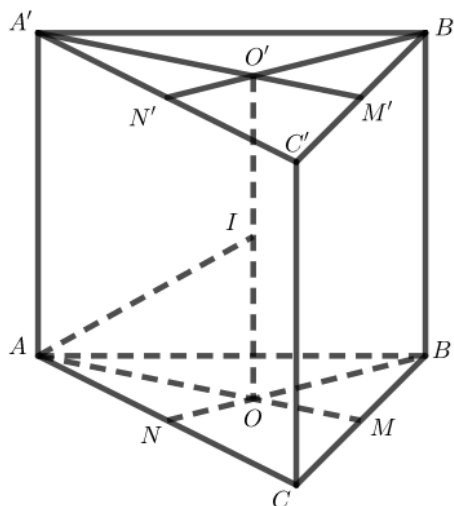
Tác giả: Ngô Quốc Tuấn; Fb: Quốc Tuấn

Chọn B

+) Xét lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = b$.

+) Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác đều tam giác $ABC, A'B'C'$
 $\Rightarrow OO' \perp (A'B'C')$.

+) Gọi I là trung điểm OO' . Khi đó $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC' \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu (S) đi qua các đỉnh của hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Bán kính mặt cầu (S) là $R = IA$.



+) Ta có $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}, IO = \frac{b}{2}.$

+) $R = IA = \sqrt{AO^2 + IO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4a^2 + 3b^2}{3}}.$

+) Thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ là

$$V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4a^2 + 3b^2}{3}}\right)^3 = \frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}.$$

Chú ý: Có thể áp dụng công thức nhanh.

Cho hình lăng trụ đứng có chiều cao h và bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy là R_d .

Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là $R = \sqrt{R_d^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2}.$

Áp dụng: Ta có đáy là tam giác đều cạnh a nên $R_d = \frac{a}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}; h = b.$

Suy ra $R = \sqrt{R_d^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4a^2 + 3b^2}{3}}.$

Thể tích của khối cầu cần tính là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}.$

Câu 19. [2D1-4.6-2] Số các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Đàm Văn Thượng ; Fb:Thượng Đàm

Chọn C

+) Tập xác định $D = [-3; +\infty) \setminus \{-1; 1\}.$

+) Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+3}+2)} = \frac{1}{8}.$

+) Tương tự ta được $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1} = \frac{1}{8}$ suy ra $x=1$ không là đường tiệm cận đứng.

$$+) \text{ Do } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (\sqrt{x+3}-2) = \sqrt{2}-2 < 0 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x^2-1) = 0 \\ x^2-1 > 0, \text{ khi } x < -1 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x^2-1} = -\infty.$$

Vậy đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 20. [2D2-4.8-2] Một kĩ sư được nhận lương khởi điểm là 8.000.000 đồng/tháng. Cứ sau 2 năm lương mỗi tháng của kĩ sư đó được tăng thêm 10% so với mức lương hiện tại. Tính tổng số tiền T (đồng) kĩ sư đó nhận được sau 6 năm làm việc.

A. 635.520.000.

B. 696.960.000.

C. 633.600.000.

D. 766.656.000.

Lời giải

Tác giả: Đàm Văn Thượng ; Fb:Thượng Đàm

Chọn A

+) Lương khởi điểm của anh kĩ sư B là $A = 8.000.000$ đồng/tháng.

+) 2 năm sau, lương của anh B là $A_1 = A + A.10\% = A.(1+10\%) = A.\frac{11}{10}$ đồng/tháng.

+) 2 năm tiếp theo, lương của anh B là $A_2 = A_1.(1+10\%) = A.\left(\frac{11}{10}\right)^2$ đồng/tháng.

+) Tổng số tiền T (đồng) kĩ sư đó nhận được sau 6 năm làm việc là

$$T = 24.A + 24.A_1 + 24.A_2 = 24.A \left(1 + \frac{11}{10} + \left(\frac{11}{10}\right)^2 \right) = 635.520.000.$$

Câu 21. [1H3-5.2-2] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $AD = a\sqrt{3}$. Các tam giác ABC , ACD , ABD là các tam giác vuông tại điểm A . Khoảng cách d từ điểm A đến $mp(BCD)$ là

A. $d = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

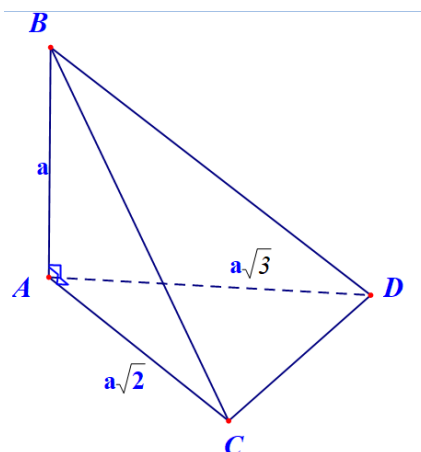
D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Ngọc Lan; Fb: Ngoclan Nguyen

Chọn A

Cách 1:



+) Ta có các tam giác ABC , ACD , ABD là các tam giác vuông tại đỉnh A nên $AB \perp AC$, $AD \perp AC$, $AB \perp AD$ hay $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A .

$$+) \text{ Do đó } \frac{1}{d^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{11}{6a^2}$$

$$\Rightarrow d = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

Cách 2: Ngọc Thanh.

$$+) \text{ Do } AB \perp (ACD) \text{ nên } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ACD} \cdot AB = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

$$+) BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = a\sqrt{3}; CD = \sqrt{AD^2 + AC^2} = a\sqrt{5}; BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 2a.$$

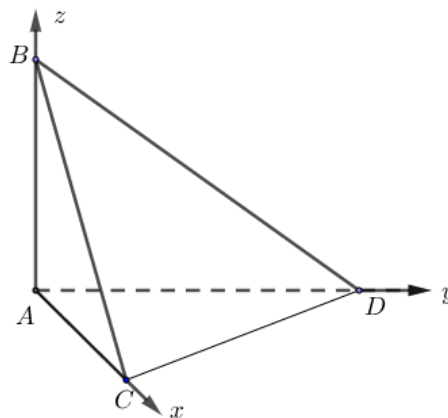
$$+) \text{ Đặt } p = \frac{BC + CD + BD}{2} = \frac{a\sqrt{3} + a\sqrt{5} + 2a}{2}.$$

$$+) \text{ Lúc đó: } S_{\triangle BCD} = \sqrt{p(p-BC)(p-CD)(p-BD)} = \frac{a^2\sqrt{11}}{2}.$$

$$+) \text{ Mà } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (BCD)) \cdot S_{\triangle BCD} \Rightarrow d(A, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{ABCD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{6}}{6}}{\frac{a^2\sqrt{11}}{2}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

$$\text{Vậy } d = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

Cách 3: Lưu Thêm



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

$$\text{Ta có } A(0;0;0), B(0;0;a), C(a\sqrt{2};0;0), D(0;a\sqrt{3};0).$$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (BCD): \frac{x}{a\sqrt{2}} + \frac{y}{a\sqrt{3}} + \frac{z}{a} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3}x + \sqrt{2}y + \sqrt{6}z - a\sqrt{6} = 0.$$

$$\text{Suy ra } d(A, (BCD)) = \frac{|-a\sqrt{6}|}{\sqrt{3+2+6}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}.$$

Câu 22. [2D1-2.7-2] Để đồ thị hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m+1$ có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì tất cả các giá trị thực của tham số m là

A. $m \leq 3$.

B. $m < 3$.

C. $m \geq 3$.

D. $m > 3$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Ngọc Lan; Fb: Ngoclan Nguyen

Chọn CTập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = -4x^3 - 2(m-3)x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2x(2x^2 + m - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{-m+3}{2} \end{cases}.$$

Hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m + 1$ là hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a = -1 < 0$ nên đồ thị hàm số có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng một điểm cực trị $\Leftrightarrow \frac{-m+3}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 23. [2D3-3.3-2] Nếu $\int_{-2}^0 \left(4 - e^{-\frac{x}{2}}\right) dx = a + 2be$ thì giá trị của $a + 2b$ là

A. 12.

B. 9.

C. 12,5.

D. 8.**Lời giải**

Tác giả: Nguyễn Tình; Fb: Gia Sư Toàn Tâm

Chọn D

$$+) \text{ Ta có } \int_{-2}^0 \left(4 - e^{-\frac{x}{2}}\right) dx = \left(4x + 2e^{-\frac{x}{2}}\right) \Big|_{-2}^0 = 10 - 2e.$$

$$+) \text{ Theo giả thiết } \int_{-2}^0 \left(4 - e^{-\frac{x}{2}}\right) dx = a + 2be \Rightarrow a = 10, b = -1.$$

Vậy $a + 2b = 8$.

Câu 24. [2D4-1.1-1] Cho số phức z thỏa mãn $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2019}$. Tính z^4 .

A. -1 .B. i .C. $-i$.**D. 1.****Lời giải**

Tác giả: Nguyễn Tình; Fb: Gia sư Toàn Tâm

Chọn D

$$\text{Ta có } z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2019} = (i)^{2019} = (i^2)^{1009} \cdot i = -i.$$

$$\text{Suy ra } z^4 = (-i)^4 = 1.$$

Câu 25. [2H3-6.0-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; a; 1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 9 = 0$. Tập các giá trị của a để điểm A nằm trong khối cầu là

A. $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.B. $(-3; 1)$.C. $[-1; 3]$.**D. $(-1; 3)$.****Lời giải**

Tác giả: Trần Thị Thúy; Fb: Thúy Minh

Chọn D

Cách 1:

+) Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính $R = \sqrt{1+(-2)^2+9} = \sqrt{14}$.

+) Ta có: $IA = \sqrt{1+(a-1)^2+(1+2)^2} = \sqrt{a^2-2a+11}$.

+) Điểm A nằm trong khối cầu $\Leftrightarrow IA < R \Leftrightarrow \sqrt{a^2-2a+11} < \sqrt{14}$

$$\Leftrightarrow a^2-2a+11 < 14 \Leftrightarrow a^2-2a-3 < 0 \Leftrightarrow a \in (-1;3).$$

Cách 2: Lưu Thêm

+) Mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 9 = 0$.

+) Điểm $A(1;a;1)$ nằm trong khối cầu (S)

$$\Leftrightarrow 1^2 + a^2 + 1^2 - 2.a + 4.1 - 9 < 0 \Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 < 0 \Leftrightarrow a \in (-1;3).$$

Câu 26. [2H3-5.9-2] Cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường

thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với Δ . Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u} = (-3;0;2)$.

B. $\vec{u} = (0;3;1)$.

C. $\vec{u} = (0;1;1)$.

D. $\vec{u} = (1;-4;-2)$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thúy; Fb: Thúy Minh

Chọn D

+) Gọi $A = d \cap \Delta$.

+) $A \in \Delta \Leftrightarrow A(1+2t;-1+t;-t)$.

+) Đường thẳng d đi qua A và M nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{MA} = (2t-1;t-2;-t)$.

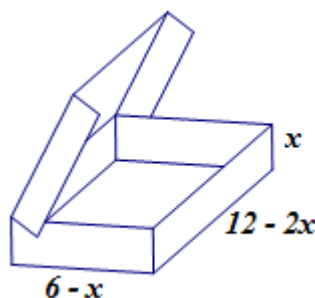
+) Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{v} = (2;1;-1)$.

+) $d \perp \Delta \Leftrightarrow \vec{MA} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + (t-2) - t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

+) Ta có $\vec{MA} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, suy ra $\vec{MA}$ cùng phương với $\vec{u}(1;-4;-2)$.

Vậy đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;-4;-2)$.

Câu 27. [2D1-3.14-2] Một hộp đựng Chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tứ thể tích phía trên của hộp được rải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị V_0 bằng



- A. $V_0 = 64$ (đvtt). B. $V_0 = \frac{64}{3}$ (đvtt). C. $V_0 = 16$ (đvtt). **D. $V_0 = 48$ (đvtt).**

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh ; Fb: Bùi Thị Kim Oanh

Chọn D

Thể tích của khối hộp kim loại là

$$V = x(6-x)(12-2x) = 2x(6-x)(6-x) \leq \left(\frac{2x+6-x+6-x}{3} \right)^3 = 64, \forall x \in (0;6).$$

$\Rightarrow \max V = 64$ đạt được khi $2x = 6-x \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy thể tích chocolate nguyên chất là $V_0 = \frac{3}{4}V = 48$ (đvtt).

Câu 28. [2H3-3.4-2] Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng

$(P): x + y - z - 2 = 0$, $(Q): x - y + z - 1 = 0$ là

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x + z - 2 = 0$. **D. $y + z - 2 = 0$.**

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh ; Fb: Bùi Thị Kim Oanh

Chọn D

+) Gọi (α) là mặt phẳng cần lập.

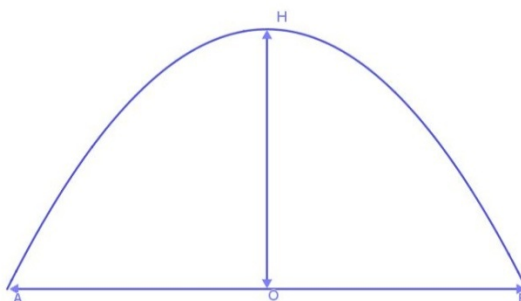
+) Mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}_P = (1;1;-1)$ và $\vec{n}_Q = (1;-1;1)$.

+) $[\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (0;-2;-2)$, suy ra $[\vec{n}_P; \vec{n}_Q]$ cùng phương với $\vec{n} = (0;1;1)$.

+) $\begin{cases} (\alpha) \perp (P) \\ (\alpha) \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \text{ có một vectơ pháp tuyến là } \vec{n} = (0;1;1).$

+) Mà (α) đi qua điểm $A(1;1;1)$. Suy ra phương trình $(\alpha): y + z - 2 = 0$.

Câu 29. [2D3-5.13-2] Bạn An cần mua một chiếc gương có đường viền là đường Parabol bậc 2 (xem hình vẽ). Biết rằng khoảng cách đoạn $AB = 60$ cm, $OH = 30$ cm. Diện tích của chiếc gương bạn An mua là:

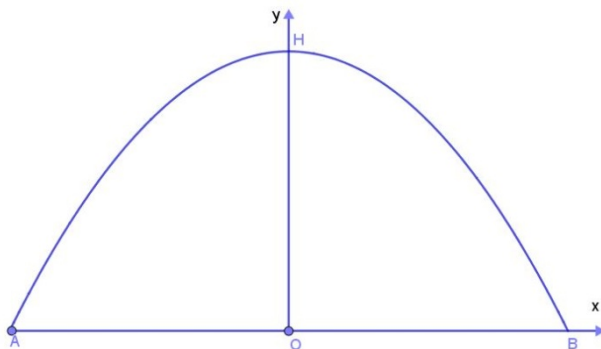


- A. $1000(\text{cm}^2)$. B. $1400(\text{cm}^2)$. **C. $1200(\text{cm}^2)$.** D. $900(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Tác giả: Võ Tự Lực; Fb: Võ Tự Lực

Chọn C



+) Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

+) Ta có $O(0;0)$; $A(-30;0)$; $B(30;0)$; $H(0;30)$.

+) Phương trình Parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

+) Parabol đi qua các điểm A, B, H nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (-30)^2 a - 30b + c = 0 \\ 30^2 a + 30b + c = 0 \\ c = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{30} \\ b = 0 \\ c = 30 \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình Parabol } y = -\frac{1}{30}x^2 + 30.$$

Vậy diện tích chiếc gương là $S = \int_{-30}^{30} \left(-\frac{1}{30}x^2 + 30 \right) dx = 1200 (\text{cm}^2)$.

Trắc nghiệm nhanh: Diện tích Parabol có đáy $R = \frac{AB}{2} = 30$ và đường cao $h = OH = 30$ là

$$S = \frac{4}{3}Rh = \frac{4}{3} \cdot 30 \cdot 30 = 1200 (\text{cm}^2).$$

Câu 30. [2D4-3.1-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $2+3i$; $1-2i$; $-3+i$. Tọa độ điểm Q sao cho tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành

A. $Q(0;2)$.

B. $Q(6;0)$.

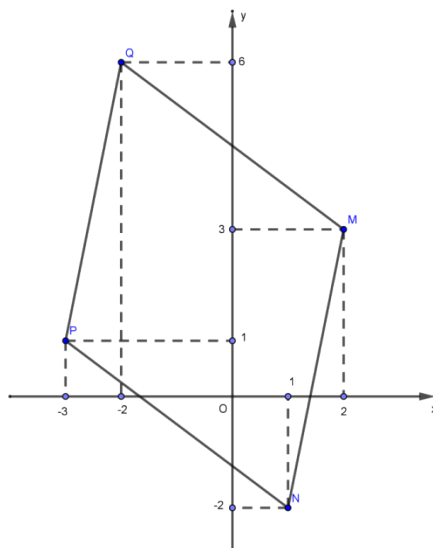
C. $Q(-2;6)$.

D. $Q(-4;-4)$.

Lời giải

Tác giả: Võ Tự Lực; Fb: Võ Tự Lực

Chọn C



+) Do M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $2+3i$; $1-2i$; $-3+i$

nên $M(2;3)$; $N(1;-2)$; $P(-3;1)$.

+) Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_M = x_P - x_Q \\ y_N - y_M = y_P - y_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2 = -3-x_Q \\ -2-3 = 1-y_Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_Q = -2 \\ y_Q = 6 \end{cases}$$

Vậy $Q(-2;6)$.

Câu 31. [2D3-4.3-2] Nếu $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx = \frac{a}{b} \ln c$ thì $a+2b+3c$ là:

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 11.

Lời giải

Tác giả: Trần Bạch Mai ; Fb: Trần Bạch Mai

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{+) Ta có } I &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x}} dx \\ &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{(\sin x + \cos x)^2}} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{|\sin x + \cos x|} dx \end{aligned}$$

+) Do $\sin x + \cos x > 0$, $\forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$ nên ta có:

$$I = - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = - \ln(\sin x + \cos x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = -\ln 1 + \ln \sqrt{2} = \frac{1}{2} \ln 2.$$

Vậy $a=1; b=2; c=2 \Rightarrow a+2b+3c=11$.

Câu 32. [2D2-4.0-2] Đường thẳng $x=k$ cắt đồ thị hàm số $y=\log_5 x$ và $y=\log_5(x+4)$. Khoảng cách giữa các giao điểm là $\frac{1}{2}$. Biết $k=a+\sqrt{b}$, trong đó a, b là các số nguyên.

Tính tổng $a+b$

A. 7.

B. 6.

C. 8.

D. 5.

Lời giải

Tác giả: Trần Bạch Mai ; Fb: Bạch Mai

Chọn B

+) Gọi A, B lần lượt là các giao điểm của đường thẳng $x=k$ và hai đồ thị hàm số $y=\log_5 x$ và $y=\log_5(x+4)$. Ta có $A(k; \log_5 k)$, $B(k; \log_5(k+4))$, ($k > 0$).

$$\begin{aligned}
 +) \text{ Ta có } AB = \frac{1}{2} &\Leftrightarrow \left| \log_5 k - \log_5 (k+4) \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| \log_5 \frac{k}{k+4} \right| = \frac{1}{2} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 \frac{k}{k+4} = \frac{1}{2} \\ \log_5 \frac{k}{k+4} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{k}{k+4} = \sqrt{5} \\ \frac{k}{k+4} = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -5 - \sqrt{5} \\ k = 1 + \sqrt{5} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện ta được $k = 1 + \sqrt{5} \Leftrightarrow a = 1; b = 5$. Vậy $a + b = 6$.

Câu 33. [2H3-6.18-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C khác gốc tọa độ. Tính giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. 18.

B. 9.

C. 6.

D. 54.

Lời giải

Tác giả: Vũ Thị Thanh Huyền; Fb: Vu Thi Thanh Huyen

Chọn B

+) Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a > 0, b > 0, c > 0$.

+) Phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

+) $M(1;2;1) \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$.

+) Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} abc$.

+) Mà $1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{2}{abc}}, \forall a, b, c > 0 \Rightarrow abc \geq 54, \forall a, b, c > 0 \Rightarrow V_{OABC} \geq 9, \forall a, b, c > 0$.

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3}$ hay $a = 3, b = 6, c = 3$ (thỏa mãn).

Vậy thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất là 9.

Câu 34. [2D4-3.1-3] Cho hai điểm A, B là hai điểm biểu diễn hình học số phức theo thứ tự z_1, z_2 khác 0 và thỏa mãn đẳng thức $z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2$. Hỏi ba điểm O, A, B tạo thành tam giác gì? (O là gốc tọa độ). Chọn phương án đúng và đầy đủ nhất.

A. Vuông cân tại O .

B. Cân tại O .

C. Đều.

D. Vuông tại O .

Lời giải

Tác giả: Vũ Thị Thanh Huyền; Fb: Vu Thi Thanh Huyen

Chọn C

+) Ta có: $z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2 \Leftrightarrow z_2^2 = z_1 (z_2 - z_1)$

$\Rightarrow |z_2|^2 = |z_1| |z_2 - z_1| \Leftrightarrow |z_2 - z_1| = \frac{|z_2|^2}{|z_1|} \quad (1) \text{ (do } z_1 \neq 0 \text{)}.$

+) Tương tự: $|z_2 - z_1| = \frac{|z_1|^2}{|z_2|} \quad (2).$

+) Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{|z_1|^2}{|z_2|} = \frac{|z_2|^2}{|z_1|} \Leftrightarrow |z_1|^3 = |z_2|^3 \Leftrightarrow |z_1| = |z_2|$.

+) Mà $|z_2|^2 = |z_1||z_2 - z_1|$ suy ra $|z_1| = |z_2| = |z_2 - z_1| \Leftrightarrow OA = OB = AB \Rightarrow \Delta OAB$ đều.

Câu 35. [2H2-3.5-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{6}$. Đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Gọi E là trung điểm AD . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ECD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{30}}{3}$.

B. $R = a\sqrt{\frac{19}{6}}$.

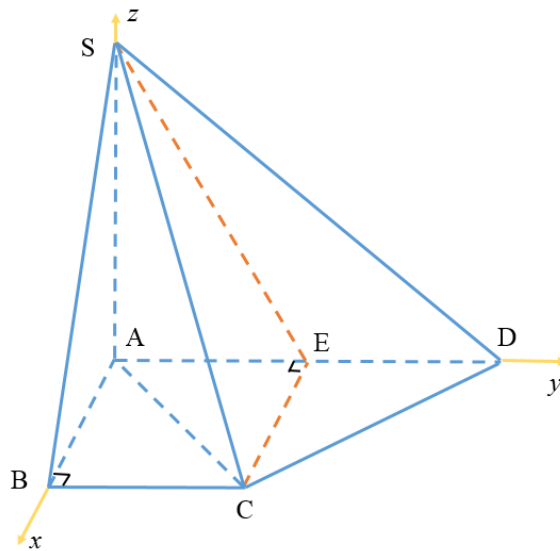
C. $R = a\sqrt{6}$.

D. $R = \sqrt{\frac{114}{6}}.a$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Dũng ; Fb: Phạm Chí Dũng

Chọn B



+) Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $A \equiv O$ và B, D, S lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz .

+) Để đơn giản cho việc tính toán, ta chọn $a = 1$.

+) Khi đó $A(0;0;0), E(0;1;0), D(0;2;0), S(0;0;\sqrt{6}), C(1;1;0)$.

+) Gọi (T) mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ECD$

+) (T) có phương trình có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2a'x - 2by - 2cz + d = 0$.

+) Ta có
$$\begin{cases} E \in (T) \\ D \in (T) \\ C \in (T) \\ S \in (T) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2b + d = 0 \\ 4 - 4b + d = 0 \\ 2 - 2a' - 2b + d = 0 \\ 6 - 2\sqrt{6}c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a' = \frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{2} \\ c = \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ d = 2 \end{cases}.$$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ECD$ là: $R = \sqrt{a'^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{\frac{19}{6}}$.

- Câu 36. [2D1-6.14-3]** Với giá trị thực nào của tham số m thì đường thẳng $y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ tại 2 điểm phân biệt M, N sao cho MN ngắn nhất?
- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Dũng ; Fb: Phạm Chí Dũng

Chọn B

- +) Gọi $(d): y = 2x + m$; (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$.
- +) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) : $\frac{x+3}{x+1} = 2x + m$ (1)
- +) Ta có (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x+3 = (2x+m)(x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 2x^2 + (m+1)x + m - 3 = 0, (2) \end{cases}$
- +) (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác -1
- $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 2 - (m+1) + m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 6m + 25 > 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 + 16 > 0$ (đúng $\forall m \in \mathbb{R}$).
- Suy ra $\forall m \in \mathbb{R}$, (d) luôn cắt (C) tại 2 điểm phân biệt M, N .
- +) Gọi $M(x_M; 2x_M + m)$ và $N(x_N; 2x_N + m)$. Theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases} x_M + x_N = -\frac{m+1}{2} \\ x_M \cdot x_N = \frac{m-3}{2} \end{cases}$.
- +) Ta có $MN = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + 4(x_N - x_M)^2} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{(x_N + x_M)^2 - 4x_N x_M} = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{m^2 - 6m + 25}$
- $= \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{(m-3)^2 + 16} \geq 2\sqrt{5}, \forall m$. Dấu bằng xảy ra khi $m = 3$.
- Vậy MN ngắn nhất khi $m = 3$.

- Câu 37. [2D4-3.3-2]** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| \leq 2$. Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = 2z + 1 - i$ là hình tròn có diện tích bằng
- A. $S = 25\pi$. B. $S = 4\pi$. C. $S = 16\pi$. D. $S = 9\pi$.

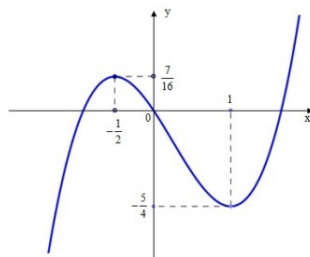
Lời giải

Tác giả: Lưu Thị Thủy; Fb: thuy.luu.33886

Chọn C

- +) Gọi M là điểm biểu diễn số phức w .
- +) Ta có $w = 2(z - 3 + 4i) + 7 - 9i \Leftrightarrow w - 7 + 9i = 2(z - 3 + 4i)$
- $\Rightarrow |w - 7 + 9i| = 2|z - 3 + 4i| \leq 4 \Rightarrow MI \leq 4$, với $I(7; -9)$.
- +) Suy ra tập hợp các điểm M là hình tròn (C) tâm $I(7; -9)$ và bán kính $R = 4$.
- +) Diện tích của hình tròn (C) bằng $\pi R^2 = 16\pi$.

Câu 38. [2D1-5.6-3] Cho hàm số $y = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt là



A. $m = 0$ hoặc $m = 6$.

B. $m < 0$ hoặc $m > 6$.

C. $0 < m < 3$.

D. $1 < m < 6$.

Lời giải

Tác giả: Lưu Thị Thủy; Fb: thuy.luu.33886

Chọn A

Cách 1:

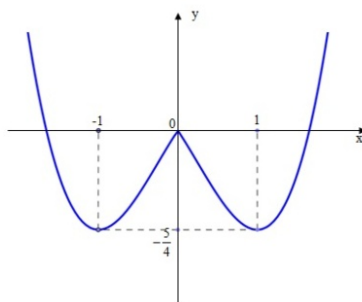
+) Ta có $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m \Leftrightarrow |x^3| - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}|x| = \frac{m^2}{4} - \frac{3m}{2}$ (1).

+) Gọi (C) là đồ thị của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x$.

+) Đồ thị của hàm số $f(|x|) = |x^3| - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}|x|$ gồm 2 phần:

Phần 1: Phần đồ thị (C) nằm trên miền $[0; +\infty)$.

Phần 2: Đối xứng của phần 1 qua trục Oy.



+) Phương trình (1) có đúng 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = \frac{m^2}{4} - \frac{3m}{2}$ cắt đồ thị hàm số $f(|x|)$ tại đúng 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{m^2}{4} - \frac{3m}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases}$.

Cách 2:

Xét phương trình $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m$ (*)

Nhận thấy nếu x_0 là nghiệm của phương trình (*) thì $-x_0$ cũng là nghiệm của phương trình (*). Do đó điều kiện cần để phương trình (*) có đúng 3 nghiệm phân biệt là phương trình (*)

có nghiệm $x = 0$. Suy ra $m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases}$.

Thử lại với $m = 0$ hoặc $m = 6$ ta có: $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = 0 \Leftrightarrow |x|(4x^2 - 3|x| - 6) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x| = 0 \\ |x| = \frac{3 + \sqrt{105}}{8} \\ |x| = \frac{3 - \sqrt{105}}{8} (VN) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3 + \sqrt{105}}{8} \\ x = -\frac{3 + \sqrt{105}}{8} \end{cases}.$$

Vậy $m = 0$ hoặc $m = 6$.

Câu 39. [2H3-5.0-3] Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Phương trình

mặt phẳng (P) sao cho d_1, d_2 nằm về hai phía của (P) và (P) cách đều d_1, d_2 là

A. $(P): x + 3y + z - 8 = 0$.

B. $(P): x + 3y + z + 8 = 0$.

C. $(P): 4x + 5y - 3z + 4 = 0$.

D. $(P): 4x + 5y + 3z - 4 = 0$.

Lời giải

Fb: Bi Tran

Chọn A

+) Gọi $\vec{n}$ là một vectơ pháp tuyến của mp (P) .

+) Đường thẳng d_1 qua $A(2;1;0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$.

+) Đường thẳng d_2 qua $B(2;3;0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-1; 0; 1)$.

+) Ta có $\begin{bmatrix} \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix} = (-1; -3; -1)$

+) Do (P) cách đều $d_1, d_2 \Rightarrow \begin{cases} d_1 // (P) \\ d_2 // (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u}_1 \\ \vec{n} \perp \vec{u}_2 \end{cases}$

$\Rightarrow \vec{n}$ cùng phương $\begin{bmatrix} \vec{u}_1 & \vec{u}_2 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}$. Chọn $\vec{n} = (1; 3; 1)$.

+) Ta có d_1, d_2 nằm về hai phía của (P) và (P) cách đều d_1, d_2

$\Rightarrow (P)$ đi qua trung điểm $M(2;2;0)$ của AB .

+) Mặt phẳng (P) qua $M(2;2;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 3; 1)$

$\Rightarrow (P): x + 3y + z - 8 = 0$.

Câu 40. [2H3-4.16-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Đường thẳng (d) đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng d nhỏ nhất. Đường thẳng (d) có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; b; c)$ khi đó $\frac{b}{c}$ bằng

D. $\frac{b}{c} = \frac{3}{2}$.

- Câu 41. [2D1-1.4-2]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -(x-10)(x-11)^2(x-12)^{2019}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(10;11)$ và $(12;+\infty)$.
 B. Hàm số có ba điểm cực trị.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(10;12)$.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $x = 3$.

Lời giải

Tác giả: Trương Thanh Nhân; Fb: Trương Thanh Nhân.

Chọn C

$$+) \text{ Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = 11 \\ x = 12 \end{cases}.$$

+) Ta có bảng xét dấu: $f'(x)$

x	$-\infty$	10	11	12	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-

Từ bảng xét dấu suy ra:

- +) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(12;+\infty)$. Loại A.
 +) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị. Loại B.
 +) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(10;12)$. Chọn C.
 +) Hàm số đạt cực đại tại $x = 12$. Loại D.
- Câu 42. [2D1-6.8-2]** Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x - m^2}{x - 1}$ tại đúng một điểm. Tích các phần tử của S bằng
- A. $\sqrt{5}$. B. 4. C. 5. **D. 20.**

Lời giải

Tác giả: Trương Thanh Nhân; Fb: Trương Thanh Nhân.

Chọn D.

+) Hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị hàm số đã cho là nghiệm của phương trình: $\frac{4x - m^2}{x - 1} = x + 1$ (1)

$$+) \text{ Ta có (1) } \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \neq 0 \\ 4x - m^2 = (x - 1)(x + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 4x + m^2 - 1 = 0 \end{cases} \text{ (2)}$$

+) Đường thẳng d cắt đồ thị hàm số đã cho tại duy nhất một điểm khi và chỉ khi (1) có duy nhất một nghiệm. Khi đó xảy ra hai trường hợp sau:

$$\text{- Phương trình (2) có nghiệm kép } x \neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 5 - m^2 = 0 \\ 1^2 - 4 \cdot 1 + m^2 - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{5}.$$

- Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 5 - m^2 > 0 \\ 1^2 - 4 \cdot 1 + m^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

+ Do đó $S = \{-\sqrt{5}; -2; 2; \sqrt{5}\}$ nên tích các phần tử của S là 20.

Câu 43. [1D2-4.3-2] Kết quả $(b; c)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện của lần thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm là

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{17}{36}$.

C. $\frac{23}{36}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Hoa; Fb: Lê Hoa

Chọn B

+ Phép thử T : “ Gieo con súc sắc hai lần liên tiếp”.

+ Gọi b là số chấm xuất hiện của lần thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai.

+ Ta có $\Omega = \{(b; c) \mid 1 \leq b, c \leq 6, b \in \mathbf{N}, c \in \mathbf{N}\} \Rightarrow n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

+ Gọi A là biến cố “ Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm”.

+ Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow b^2 - 4c < 0 \Leftrightarrow c > \frac{b^2}{4}$.

- Nếu $b = 6 \Rightarrow c > 9$: không có giá trị c thỏa mãn.

- Nếu $b = 5 \Rightarrow c > \frac{25}{4}$: không có giá trị c thỏa mãn.

- Nếu $b = 4 \Rightarrow c > 4 \Rightarrow c \in \{5, 6\}$.

- Nếu $b = 3 \Rightarrow c > \frac{9}{4} \Rightarrow c \in \{3; 4; 5; 6\}$.

- Nếu $b = 2 \Rightarrow c > 1 \Rightarrow c \in \{2; 3; 4; 5; 6\}$.

- Nếu $b = 1 \Rightarrow c > \frac{1}{4} \Rightarrow c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

$\Rightarrow n(A) = 2 + 4 + 5 + 6 = 17$. Vậy $P(A) = \frac{17}{36}$.

Câu 44. [2D3-5.13-2] Trên cánh đồng cỏ có hai con bò được cột vào hai cây cọc khác nhau. Biết khoảng cách giữa hai cọc là 4 mét, còn hai sợi dây cột hai con bò dài 3 mét và 2 mét. Tính phần diện tích mặt cỏ lớn nhất mà hai con bò có thể ăn chung (lấy giá trị gần đúng nhất).

A. $1,989 m^2$.

B. $1,034 m^2$.

C. $1,574 m^2$.

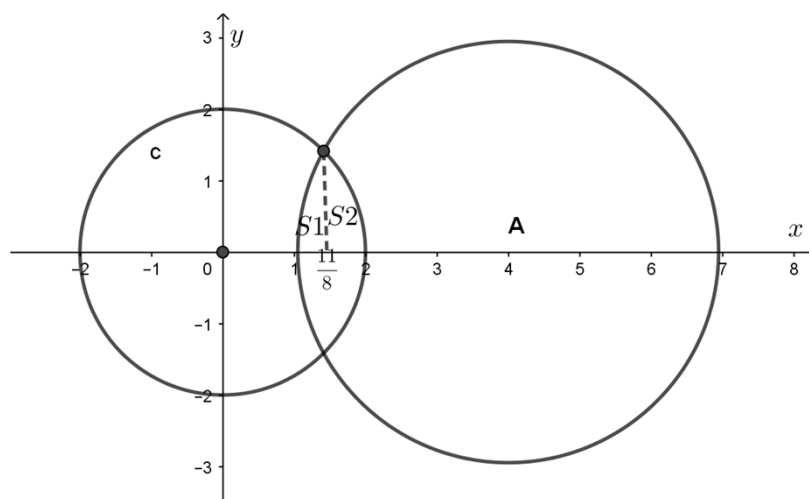
D. $2,824 m^2$.

Lời giải

Tác giả: Lê Hoa; Fb: Lê Hoa

Chọn A

Cách 1:



+) Gọi hai vị trí cột hai con bò là O và A . Phần cỏ lớn nhất mà hai con bò có thể ăn chung là phần giao nhau của hai đường tròn (C_1) tâm O bán kính $R_1 = 2$ và (C_2) tâm A bán kính $R_2 = 3$. Gắn hệ Oxy như hình vẽ với $O(0;0)$ và $A(4;0)$.

+) Khi đó ta được phương trình hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2): (x-4)^2 + y^2 = 9$.

+) Hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là nghiệm phương trình $4 - x^2 = 9 - (x-4)^2$
 $\Leftrightarrow x = \frac{11}{8}$.

+) Ta có (C_1) là hợp 2 đồ thị hàm số $y = \pm\sqrt{4-x^2}$.

(C_2) là hợp 2 đồ thị hàm số $y = \pm\sqrt{9-(x-4)^2}$.

+) Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{9-(x-4)^2}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = \frac{11}{8}$

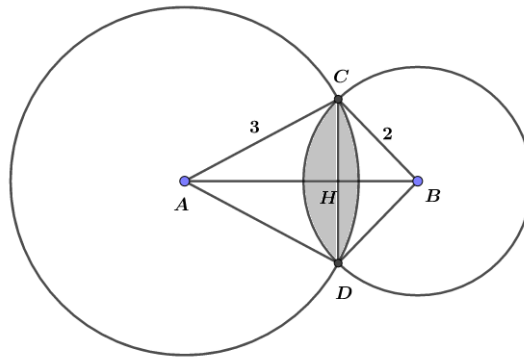
+) Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4-x^2}$; $y = 0$; $x = \frac{11}{8}$; $x = 2$.

+) Phần diện tích mặt cỏ lớn nhất mà hai con bò có thể ăn chung là:

$$S = 2(S_1 + S_2) = 2 \left[\int_1^{\frac{11}{8}} \sqrt{9-(x-4)^2} dx + \int_{\frac{11}{8}}^2 \sqrt{4-x^2} dx \right] \approx 1,989 m^2.$$

Cách 2: Đăng Ân

+ Gọi hai vị trí buộc hai con bò là A và B . Phần cỏ lớn nhất mà hai con bò có thể ăn chung là phần giao nhau H của hai đường tròn (C_1) tâm A bán kính $R_1 = 3$ và (C_2) tâm B bán kính $R_2 = 2$ (phần được tô trên hình).



$$+) S_H = S_{\text{quat}BCD} - S_{BCD} + S_{\text{quat}ADC} - S_{ADC}.$$

$$+) \cos \angle CBA = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot BA \cdot BC} = \frac{16 + 4 - 9}{2 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{11}{16} \Rightarrow \angle CBD = 2 \cdot \angle CBA \approx 1,6255$$

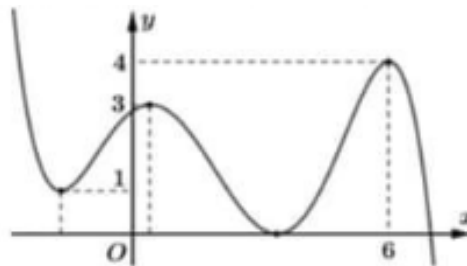
$$\Rightarrow S_{\text{quat}BCD} \approx \frac{1,6255 \cdot 2^2}{2} = 3,251$$

$$+) \cos \angle CAB = \frac{AB^2 + AC^2 - CB^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{16 + 9 - 4}{2 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{7}{8} \Rightarrow \angle CAD = 2 \cdot \angle CAB \approx 1,0107$$

$$\Rightarrow S_{\text{quat}ADC} \approx \frac{1,0107 \cdot 3^2}{2} = 4,5481$$

$$\text{Vậy } S_H \approx 3,251 - \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot \sin 1,6255 + 4,5481 - \frac{1}{2} \cdot 3^2 \cdot \sin 1,0107 \approx 1,989 (m^2).$$

Câu 45. [2D1-1.11-4] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ.



Các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3$ có 3 nghiệm phân biệt

là

A. $m = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$.

B. $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $m = \frac{\sqrt{37}}{2}$.

D. $m = \pm \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Anh Đào; Fb: Đào Nguyễn

Chọn C

$$+) \text{ Đặt } u = \sqrt{2f^2(x) + 5} \quad (u \geq \sqrt{5}).$$

+) Phương trình đã cho trở thành:

$$\frac{4m^3 + m}{u} = \frac{u^2 + 1}{2} \Leftrightarrow 8m^3 + 2m = u^3 + u \Leftrightarrow (2m)^3 + 2m = u^3 + u \quad (*).$$

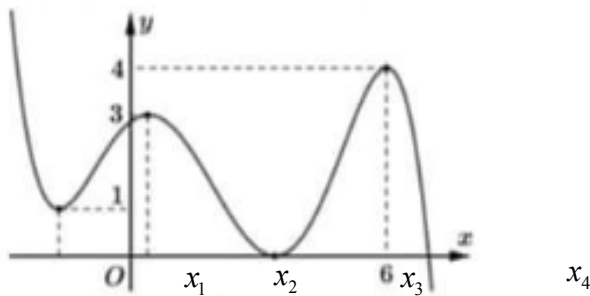
$$+) \text{ Xét hàm số } h(t) = t^3 + t.$$

+) Ta có $h'(t) = 3t^2 + 1 > 0$, $\forall t \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $h(t) = t^3 + t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

+) Do đó (*) $\Leftrightarrow h(2m) = h(u) \Leftrightarrow 2m = u$ hay $2m = \sqrt{2f^2(x) + 5} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ f^2(x) = 2m^2 - \frac{5}{2}, (**). \end{cases}$

+) Phương trình (*) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (**) có 3 nghiệm phân biệt hay đồ thị hàm số $y = g(x) = f^2(x)$ cắt đường thẳng $y = 2m^2 - \frac{5}{2}$ tại 3 điểm phân biệt.

+) Xét hàm số $y = g(x) = f^2(x)$. Ta có $g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$.



+) Gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ tương ứng với các giá trị cực trị 1, 3, 0, còn x_4 là hoành độ lớn hơn 6 của giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành.

+) Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	6	x_4	$+\infty$
$f(x)$	+		+		+	0	-
$f'(x)$	-	0	+	0	-		+
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	1	9	0	16	0	$+\infty$

+) Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $g(x) = f^2(x)$ cắt đường thẳng $y = 2m^2 - \frac{5}{2}$ tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $2m^2 - \frac{5}{2} = 16 \Leftrightarrow m^2 = \frac{37}{4} \Leftrightarrow m = \pm \frac{\sqrt{37}}{2}$.

+) Đối chiếu điều kiện $m \geq 0$ ta được $m = \frac{\sqrt{37}}{2}$.

Cách 2: Đăng Ân

+) Ta có $\frac{4m^3 + m}{\sqrt{2f^2(x) + 5}} = f^2(x) + 3 \Leftrightarrow [f^2(x) + 3]\sqrt{2f^2(x) + 5} = 4m^3 + m$ (*)

+) Đặt $f^2(x) = t$ ($t \geq 0$). Phương trình (*) thành $(t + 3)\sqrt{2t + 5} = 4m^3 + m$ (**)

+) Dễ thấy hàm số $y = (t+3)\sqrt{2t+5}$ là hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$. Do đó nếu phương trình (**) có nghiệm thì nghiệm đó là duy nhất.

+) Với $t = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ và phương trình này có 2 nghiệm ($t = 0$ không thỏa mãn).

$$+) \text{ Với } t > 0, f^2(x) = t \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \sqrt{t} & (1) \\ f(x) = -\sqrt{t} & (2) \end{cases}.$$

+) Dựa vào đồ thị đã cho, dễ thấy phương trình (2) luôn cho một nghiệm.

+) (*) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có đúng 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \sqrt{t} = 4$.

+) Khi đó $t = 16$ là một nghiệm của (**) $\Leftrightarrow 4m^3 + m = 19\sqrt{37}$.

Các đáp án A, B, D đều không thỏa mãn, thử lại với C đúng.

Câu 46. [2D1-2.13-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ (m là tham số). Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2; -2)$. Tổng tất cả các giá trị của m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

A. $\frac{20}{17}$.

B. $-\frac{2}{17}$.

C. $\frac{4}{17}$.

D. $\frac{14}{17}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Huyền Trang ; Fb: Nguyen Trang.

Chọn A

+) Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$. TXĐ: $D = \mathbf{R}$.

$$+) y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) = 3[(x - m)^2 - 1].$$

$$+) y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - m = 1 \\ x - m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{cases}.$$

+) Suy ra $\forall m \in \mathbf{R}$, đồ thị hàm số $y = f(x)$ luôn có 2 điểm cực trị là:

$$A(m+1; -4m-2), B(m-1; -4m+2).$$

+) Ta có $AB = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$; Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔIAB là $R = \sqrt{5}$.

+) Theo định lý sin trong ΔIAB ta có: $\frac{AB}{\sin \angle IAB} = 2R \Leftrightarrow \sin \angle IAB = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 1 \Leftrightarrow \angle IAB = 90^\circ$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-3) + (-4m)(-4m+4) = 0 \Leftrightarrow 17m^2 - 20m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{3}{17} \end{cases}.$$

Vậy tổng các giá trị của m là: $1 + \frac{3}{17} = \frac{20}{17}$.

Câu 47. [2D3-5.13-3] Một thùng rượu có bán kính các đáy là 30cm , thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có bán kính là 40cm , chiều cao thùng rượu là 1m (hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh thùng rượu là các đường parabol. Hỏi thể tích của thùng rượu (đơn vị lít) là bao nhiêu?

A. 425162 lít.

B. 212581 lít.

C. 212,6 lít.

D. 425,2 lít.

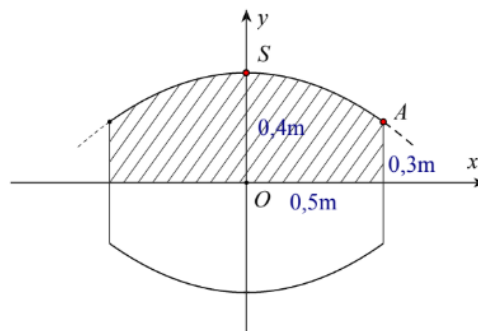


Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Phương Thúy; Fb: thuypham

Chọn D

- +) Gọi (α) là mặt phẳng chứa trục của thùng rượu.
- +) Mặt phẳng (α) cắt mặt xung quanh của thùng rượu theo các đường parabol.
- +) Trong mặt phẳng (α) , chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



- +) Gọi phương trình parabol (P) có đỉnh S là $y = ax^2 + c$ ($a \neq 0$).

- +) (P) có đỉnh $S\left(0; \frac{2}{5}\right)$ và đi qua $A\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{10}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot 0^2 + c = \frac{2}{5} \\ a \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + c = \frac{3}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{5} \\ c = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình } (P): y = -\frac{2}{5}x^2 + \frac{2}{5}.$$

- +) Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -\frac{2}{5}x^2 + \frac{2}{5}$, $y = 0$, $x = -\frac{1}{2}$ và $x = \frac{1}{2}$.

- +) Thùng rượu được xem là khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng D khi D quay xung quanh

trục Ox . Suy ra thể tích thùng rượu là: $V = \pi \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{2}{5}x^2 + \frac{2}{5}\right)^2 dx = \frac{203}{1500} \pi m^3 \approx 425,2$ (lít).

Câu 48. [2H3-3.10-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; 4; 0)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và tạo với (P) một góc nhỏ nhất. (Q) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (1; a; b)$, khi đó $a + b$ bằng

A. 4.

B. 0.

C. 1.

D. -2.

Lời giải

Tác giả: Thu Trang; Fb: Nguyễn Thị Thu Trang

Chọn B

Cách 1:

+) Ta có $\vec{AB} = (-1; 2; 1)$.

+) (Q) đi qua hai điểm $A, B \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{n}_{(Q)} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0 \Leftrightarrow -1 + 2a + b = 0 \Leftrightarrow b = 1 - 2a$.

+) Khi đó $\vec{n}_{(Q)} = (1; a; 1 - 2a)$

+) Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; -2)$.

+) Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

+) Ta có $\cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|2 - a - 2 + 4a|}{3 \cdot \sqrt{1 + a^2 + (1 - 2a)^2}} = \frac{|a|}{\sqrt{5a^2 - 4a + 2}}$.

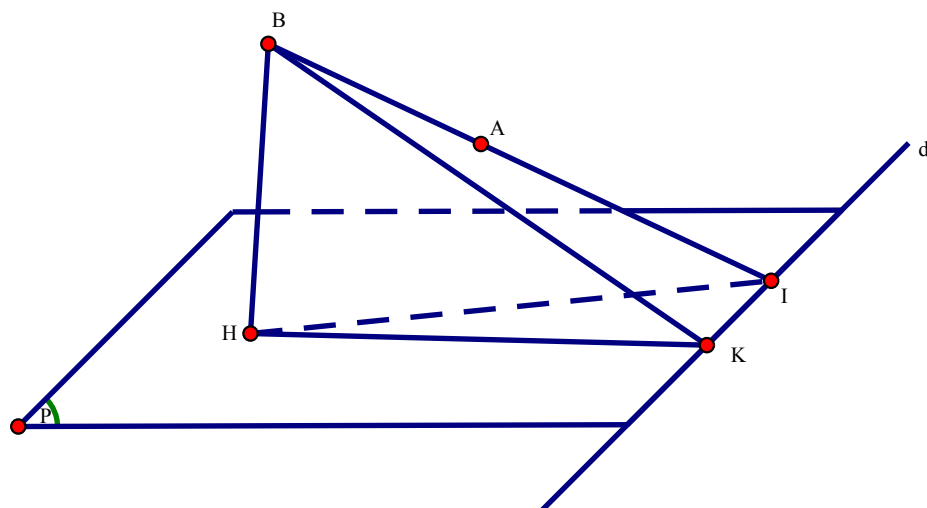
+) Nếu $a = 0$ thì $\cos \alpha = 0$.

+) Nếu $a \neq 0$ thì $\cos \alpha = \frac{|a|}{|a| \cdot \sqrt{5 - \frac{4}{a} + \frac{2}{a^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 + 3}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}, \forall a \neq 0$.

+) Ta có α nhỏ nhất khi $\cos \alpha$ lớn nhất.

+) Kết hợp 2 trường hợp ta có $\max \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, đạt được khi $a = 1, b = -1$. Khi đó $a + b = 0$.

Cách 2:



+) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AB với $mp(P)$.

+) Đường thẳng d là giao tuyến của (P) và $(Q) \Rightarrow d$ đi qua I .

+) Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (P) , K là hình chiếu của H trên d .

+) Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và $(Q) \Rightarrow \alpha = \angle BKH$.

+) Vì B, I, H cố định nên $\widehat{BIH}$ không đổi.

+) Ta có $\sin \alpha = \sin \widehat{BKH} = \frac{BH}{BK} \geq \frac{BH}{BI} = \sin \widehat{BIH} \Rightarrow \alpha \geq \widehat{BIH}$

$\Rightarrow \min \alpha = \widehat{BIH}$, đạt được khi $K \equiv I$.

+) Khi đó d đi qua I , vuông góc với đường thẳng AB và nằm trên $mp(P)$.

+) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$

+) Mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}} = (2; -1; -2)$

+) Ta có $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (-3; 0; -3)$.

+) $\begin{cases} d \perp AB \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow$ Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d} = (1; 0; 1)$.

+) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u_d}] = (2; 2; -2)$.

+) $\begin{cases} (Q) \supset AB \\ (Q) \supset d \end{cases} \Rightarrow$ Một véc tơ chỉ phương của mặt phẳng (Q) là $\overrightarrow{n_{(Q)}} = (1; 1; -1)$

$\Rightarrow a = 1; b = -1$ Vậy $a + b = 0$.

Câu 49. [1H3-5.3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng 30° . Biết $AB = 5, BC = 8, AC = 7$, khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $d = \frac{35\sqrt{39}}{13}$.

B. $d = \frac{35\sqrt{39}}{52}$.

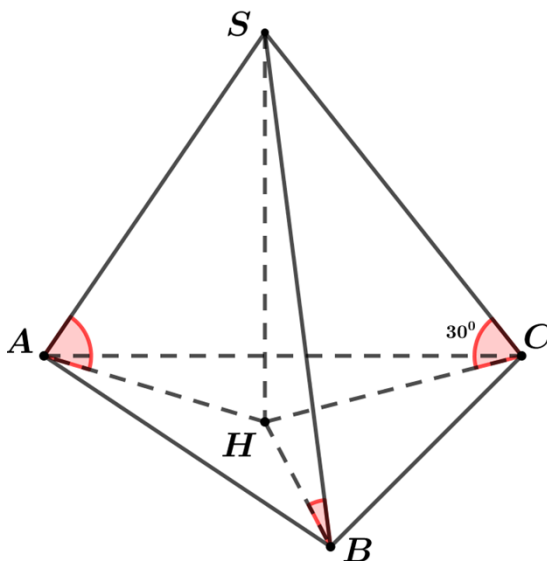
C. $d = \frac{35\sqrt{13}}{52}$.

D. $d = \frac{35\sqrt{13}}{26}$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Việt Tiến, FB: Vũ Việt Tiến

Chọn B



+) Kẻ $SH \perp (ABC)$ tại H .

+) Ta có HA, HB, HC lần lượt là hình chiếu vuông góc của SA, SB, SC lên (ABC) .

+) Theo giả thiết ta có $\widehat{SAH} = \widehat{SBH} = \widehat{SCH} = 30^\circ \Rightarrow \Delta SAH = \Delta SBH = \Delta SCH$

$\Rightarrow HA = HB = HC$. Do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

$$+) \text{ Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} d(A, (SBC)) \cdot S_{\Delta SBC} \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}, (*)$$

$$+) p = \frac{AB + BC + AC}{2} = 10 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = 10\sqrt{3}.$$

$$+) S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4R} \Rightarrow HA = R = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{4S_{\Delta ABC}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

$$+) SH = AH \cdot \tan 30^\circ = \frac{7}{3}.$$

$$+) V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{70\sqrt{3}}{9}.$$

$$+) p' = \frac{SB + SC + BC}{2} = \frac{26}{3} \Rightarrow S_{\Delta SBC} = \sqrt{p'(p'-SB)(p'-SC)(p'-BC)} = \frac{8\sqrt{13}}{3}.$$

$$\text{Thế vào } (*) \text{ ta được } d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{\frac{70\sqrt{3}}{9}}{\frac{8\sqrt{13}}{3}} = \frac{35\sqrt{39}}{52}.$$

Câu 50. [2D3-1.7-3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$$f'(x) - 2018f(x) = 2018x^{2017}e^{2018x} \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}, f(0) = 2018. \text{ Giá trị của } f(1) \text{ là}$$

A. $f(1) = 2018e^{-2018}.$

B. $f(1) = 2019e^{-2018}.$

C. $f(1) = 2018e^{2018}.$

D. $f(1) = 2019e^{2018}.$

Lời giải

Tác giả: Đào Văn Tiến ; Fb: Đào Văn Tiến

Chọn D

$$+) \text{ Ta có: } f'(x) - 2018f(x) = 2018x^{2017}e^{2018x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x) - 2018f(x)}{e^{2018x}} = 2018x^{2017} \Leftrightarrow f'(x)e^{-2018x} - 2018e^{-2018x}f(x) = 2018x^{2017}$$

$$\Leftrightarrow (f(x) \cdot e^{-2018x})' = 2018x^{2017}.$$

$$+) \text{ Suy ra } \int (f(x)e^{-2018x})' dx = \int 2018x^{2017} dx \Leftrightarrow f(x)e^{-2018x} = x^{2018} + C.$$

$$+) \text{ Lại có: } f(0) = 2018, \text{ suy ra } f(0)e^0 = 0^{2018} + C \Leftrightarrow 2018 = 0 + C \Leftrightarrow C = 2018.$$

$$+) \text{ Do đó } f(x)e^{-2018x} = x^{2018} + 2018.$$

$$+) \text{ Suy ra } f(1)e^{-2018} = 1^{2018} + 2018 \Leftrightarrow f(1) = 2019e^{2018}.$$

STRONG TEAM TOÁN VD VDC