



HÀM SỐ BẬC HAI & ĐỒ THỊ

TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM



MỤC LỤC

Bài 1. HÀM SỐ & ĐỒ THỊ

A. Lý thuyết

1. Hàm số - Tập xác định của hàm số	2
2. Cách cho hàm số.....	2
3. Đồ thị hàm số.....	3
4. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số	3

B. Các dạng bài tập

▮ Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số	5
▮ Dạng 2. Tập xác định của hàm số chứa tham số.....	9
▮ Dạng 3. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số	12
▮ Dạng 4. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số chứa tham số.....	15

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	17
B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai.....	21
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	24

Bài 2. HÀM SỐ BẬC HAI

A. Lý thuyết

1. Hàm số bậc hai	27
2. Đồ thị của hàm số bậc hai.....	27
3. Chiều biến thiên của hàm số bậc hai.....	28

B. Các dạng bài tập

▮ Dạng 1. Xác định hàm số bậc 2.....	30
▮ Dạng 2. Vẽ đồ thị hàm số bậc 2	33
▮ Dạng 3. Tìm tham số để hàm số bậc 2 đơn điệu	35
▮ Dạng 4. Các yếu tố liên quan đồ thị hàm số bậc hai	38
▮ Dạng 5. Sự tương giao	41
▮ Dạng 6. Giá trị lớn nhất – Giá trị nhỏ nhất	44
▮ Dạng 7. Bài toán thực tế.....	46

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	50
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	55
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	59



Chương 03

Bài 1.

HÀM SỐ & ĐỒ THỊ



Lý thuyết

1. Hàm số - Tập xác định của hàm số



Định nghĩa

Giả sử x và y là hai đại lượng biến thiên và x nhận giá trị thuộc tập D . Nếu với mỗi giá trị $x \in D$ ta xác định được một và chỉ một giá trị tương ứng của $y \in \mathbb{R}$ thì ta có một hàm số.

Ta gọi

- » x là biến số, y là giá trị của hàm số,
- » D được gọi là tập xác định của hàm số.
- » T được gọi là tập giá trị của hàm số.



Chú ý

- (1) Khi y là hàm số của x , ta có thể viết $y = f(x), y = g(x), \dots$
- (2) Khi hàm số cho bằng công thức $y = f(x)$ mà không chỉ rõ tập xác định thì ta quy ước: Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị x để $f(x)$ có nghĩa.
- (3) Một hàm số có thể cho bằng nhiều công thức công thức.

2. Cách cho hàm số



Hàm số cho bằng bảng

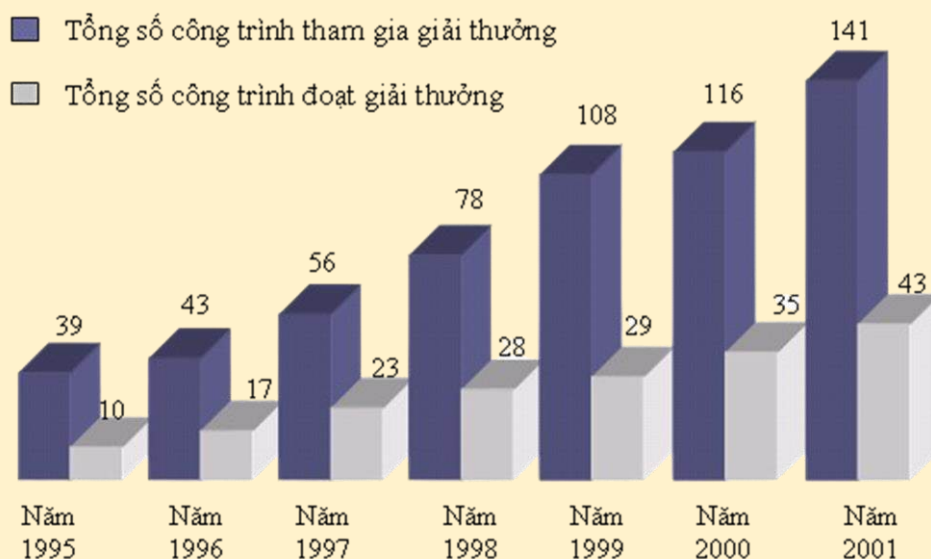
✍ Bảng mô tả thu nhập bình quân đầu người của nước ta từ năm 1995 đến 2004

Năm	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2004
TNBQĐN (tính theo USD)	200	282	295	311	339	363	375	394	564



Hàm số cho bằng biểu đồ

Biểu đồ mô tả số công trình khoa học kỹ thuật đăng kí dự giải thưởng Sáng tạo Khoa học công nghệ Việt Nam và một số công trình đoạt giải hàng năm từ 1995 đến 2001



Hàm số cho bằng công thức

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị của biến x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \text{ có nghĩa}\}$$

Chú ý: Một hàm số có thể xác định bởi hai, ba,.... công thức.

3. Đồ thị hàm số



Định nghĩa

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ với mọi $x \in D$.

Hay có thể diễn tả bằng: $M(x_0; y_0) \in (G) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$ với $x_0 \in D$.

Ta thường gặp đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một đường. Khi đó ta có $y = f(x)$ là phương trình của đường đó.

4. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số



Sự biến thiên

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến (tăng) trên $(a; b)$

$$\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến (giảm) trên $(a; b)$

$$\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$



Nhận xét

- (1) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số “đi lên” trên khoảng đó.
- (2) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số “đi xuống” trên khoảng đó.

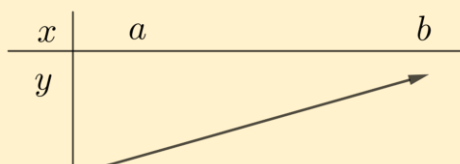


Bảng biến thiên

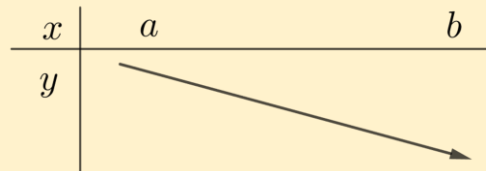
Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$.

- Xét chiều biến thiên của hàm số là tìm khoảng tăng, giảm của hàm số.
- Kết quả đó được tổng kết trong một bảng gọi là bảng biến thiên:

Đồ thị hàm số đồng biến trên (a, b) là một đường “đi lên” trong khoảng (a, b) .



Đồ thị hàm số nghịch biến trên (a, b) là một đường “đi xuống” trong khoảng (a, b) .



TOÁN TỪ TÂM

Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số



» Để tìm tập xác định của hàm số, cần nhớ

$$+ \frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} \text{ xác định } \Leftrightarrow g(x) > 0$$



Tìm tập xác định của hàm số:

$$(4) \quad y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$$

 **Lời giải**



TOÁN TỪ TÂM



Tìm tập xác định của hàm số:

$$(2) y = \frac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$$

$$(4) \quad y = \frac{2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$$





TOÁN TỪ TÂM



Dạng 2. Tập xác định của hàm số chứa tham số



Phương pháp

Bài toán. Cho hàm $y = f(x, m)$. Tìm tất cả các giá trị tham số m để hàm số xác định trên tập K .

» **Bước (1):** Tìm điều kiện xác định của hàm số (theo m). Gọi D là tập xác định của hàm số.

» **Bước (2):** Hàm số xác định trên tập K khi và chỉ khi $K \subset D$.

► **Chú ý:** Cho A là biểu thức luôn có nghĩa

► Hàm số $y = \frac{A}{f(x, m)}$ xác định trên $K \Leftrightarrow f(x, m) \neq 0$ vô nghiệm trên K .

► Hàm số $y = \sqrt{f(x, m)}$ xác định trên $K \Leftrightarrow f(x, m) \geq 0 \forall x \in K$

► Hàm số $y = \frac{A}{\sqrt{f(x, m)}}$ xác định trên $K \Leftrightarrow f(x, m) > 0 \forall x \in K$



Ví dụ 2.1.

Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2+x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

 **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.2.

Cho hàm số $y = \sqrt{2x-m}$. Tìm các giá trị của m để hàm số có tập xác định là $[2; +\infty)$

 **Lời giải**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.3.

Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-5m+6}}{x+m-1}$. Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0; +\infty)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.4.

Cho hàm số $y = \sqrt{m-x} + \sqrt{2x-m+1}$.

Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0;1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.5.

Cho hàm số $y = \sqrt{x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m}$. Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

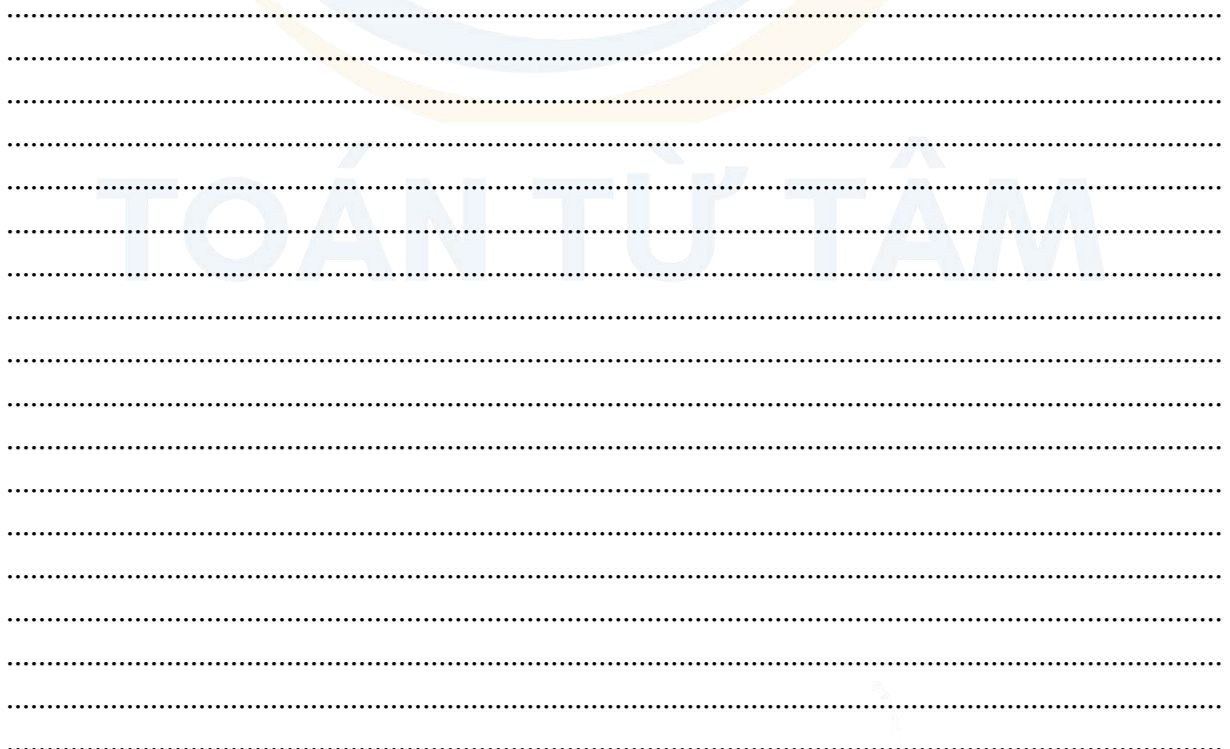
.....

.....

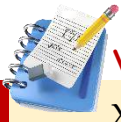
.....



TOÁN TỪ TÂM



TOÁN TỪ TÂM



Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = x^2 - 7$ trên khoảng

(2) $(0; +\infty)$



Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = \frac{x}{x-1}$ trên khoảng

(2) $(1; +\infty)$



TOÁN TỰ TÂM



TOÁN TỪ TÂM



Dạng 4. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số chứa tham số



Phương pháp

Ta xét $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ với mọi $x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$.

» **Bước (1):** Tính $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$.

» **Bước (2):**

□ Để hàm số đồng biến thì $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0 \rightarrow m$

□ Để hàm số nghịch biến thì $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0 \rightarrow m$



Ví dụ 4.1.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = (2m + 3)x + m + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.2.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $f(x) = (m + 1)x + m - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.3.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 4.4.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{x-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

» **Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2-1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathbb{R}$.

» **Câu 3.** Tập giá trị của hàm số $y = 2x+3$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. $[2; 6]$. B. $[5; 9]$. C. $\mathbb{R}$. D. $[5; +\infty)$.

» **Câu 4.** Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}$.

» **Câu 5.** Tập giá trị của hàm số $y = -3x^2$ là

- A. $(-\infty; 0]$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 0)$. D. $[0; +\infty)$.

» **Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+4}{\sqrt{x-1}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

» **Câu 7.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$.

- A. $D = [-3; +\infty)$. B. $D = [-2; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = [2; +\infty)$.

» **Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x} + \sqrt{x+2}}{x^2-x-12}$ là

- A. $[-2; 4]$. B. $(-3; -2) \cup (-2; 4)$. C. $(-2; 4)$. D. $[-2; 4)$.

» **Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a+b$

- A. $a+b = -8$. B. $a+b = -10$. C. $a+b = 8$. D. $a+b = 10$.

» **Câu 10.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}$.

- A. $[-1; +\infty)$. B. $[-2; +\infty)$. C. $[-3; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

» **Câu 11.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

- A. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$. D. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

» **Câu 12.** Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$. B. $y = x^2 - \sqrt{x^2+1} - 3$.



C. $y = \frac{3x}{x^2 - 4}$.

D. $y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$.

» Câu 13. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là

A. $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

B. $D = [-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

C. $D = \emptyset$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

» Câu 14. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ là

A. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right]$.

B. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right)$.

C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

D. $D = [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

» Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2x-3}{x-2} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{1-x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

B. $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$

C. $D = (-\infty; 1]$

D. $D = [1; +\infty)$

» Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2} + \frac{x^3}{4|x|-3}$

A. $D = [-2; +\infty)$.

B. $D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

C. $D = \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

» Câu 17. Giả sử $D = (a; b)$ là tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 7$.

B. $S = 5$.

C. $S = 4$.

D. $S = 3$.

» Câu 18. Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}; a \neq b$. Tính giá trị biểu thức

$Q = a^3 + b^3 - 4ab$.

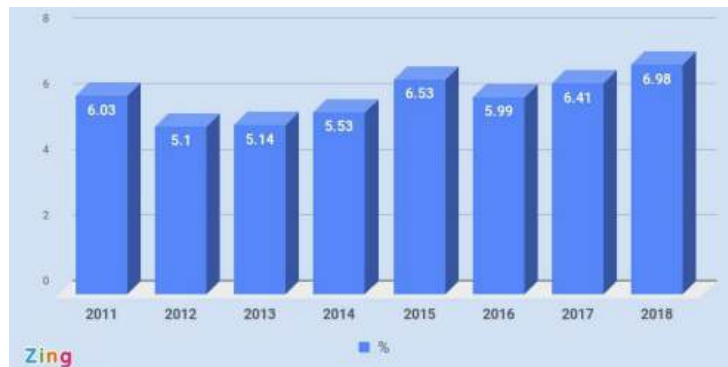
A. $Q = 11$.

B. $Q = 14$.

C. $Q = -14$.

D. $Q = 10$.

» Câu 19. Biểu đồ dưới đây cho biết tăng trưởng GDP trong 9 tháng đầu năm trong giai đoạn 2011-2018 của Việt Nam.





Cho biết năm nào tăng trưởng GDP trong 9 tháng đầu năm trong giai đoạn 2011-2018 là cao nhất?

- A. 2011. B. 2018. C. 2012. D. 2015.

» **Câu 20.** Bảng giá cước gọi quốc tế của công ty viễn thông A được cho bởi bảng sau:

Thời gian gọi (phút)	Giá cước điện thoại (đồng/phút)
Không quá 8 phút	5000
Từ phút thứ 9 đến phút thứ 15	5500
Từ phút thứ 16 đến phút thứ 25	6000
Từ phút thứ 26 trở đi	6500

Ông An thực hiện cuộc gọi quốc tế 12 phút. Số tiền ông An phải trả là

- A. 60000 đồng. B. 66000 đồng. C. 72000 đồng. D. 62000 đồng.

» **Câu 21.** Bảng dưới đây thể hiện tỉ lệ đỗ tốt nghiệp THPT trên toàn quốc trong năm năm (từ năm 2018 đến năm 2022)

Năm	2018	2019	2020	2021	2022
Tỉ lệ đỗ tốt nghiệp (%)	93,55	95,93	97,43	95,57	96,36

Coi $y = f(x)$ là hàm số biểu thị sự phụ thuộc tỉ lệ đỗ tốt nghiệp THPT vào thời gian x .

Khẳng định nào sau đây sai

- A. Tập xác định của hàm số là $D = \{2018; 2019; 2020; 2021; 2022\}$.
 B. $f(2019) = 95,93$.
 C. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D là 100.
 D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D là 93,55.

» **Câu 22.** Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x$. B. $y = -2x$. C. $y = 2x$. D. $y = \frac{1}{2}x$

» **Câu 23.** Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

» **Câu 24.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

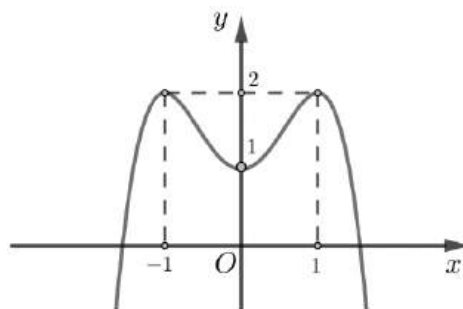
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.



C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

» Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

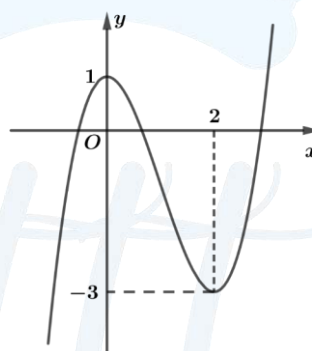
A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; 0)$.

» Câu 26. Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

» Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy , điểm $A(1; y)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{x+3}$ lúc đó giá trị của y bằng:

A. $y = 4$.

B. $y = 2$.

C. $y = 1$.

D. $y = 3$.

» Câu 28. Chuẩn bị hết mùa rét năm 2024 một cửa hàng bán quần áo rét cần thanh lý 350 chiếc áo rét. Mỗi ngày cửa hàng đó thanh lý được 30 chiếc áo. Gọi x là số ngày đã bán, y là số áo còn lại sau x ngày bán. Hãy lập hàm số y theo biến x .

A. $y = 350 - 30x$.

B. $y = 350x - 30$.

C. $y = 350 + 30x$.

D. $y = 30x - 350$.

» Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

A. $P = \frac{5}{3}$.

B. $P = \frac{8}{3}$.

C. $P = 6$.

D. $P = 4$.

» Câu 30. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq -4$.

B. $m < -4$.

C. $m > 0$.

D. $m < 4$.



» **Câu 31.** Cho hàm số $f(x) = \frac{2024x + 2025}{x^2 - 2x + 21 - 2m}$, với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là

- A. vô số. B. 9. C. 11. D. 10.

» **Câu 32.** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên nửa khoảng $(0;1]$.

- A. $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$.

» **Câu 33.** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - m}}$ xác định trên $[2;3]$.

- A. $m < 0$. B. $0 < m < 3$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 3$.

» **Câu 34.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0;2)$?

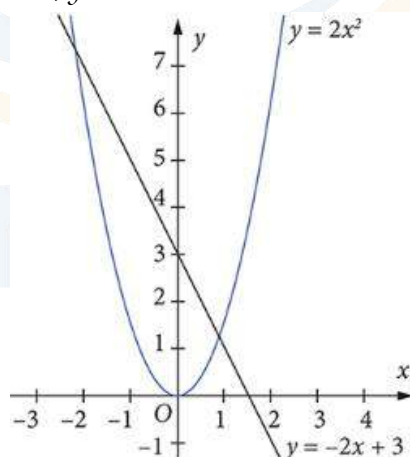
- A. $1 < m < 3$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$. C. $3 < m < 5$. D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

» **Câu 35.** Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$ là

- A. $m \in [-3;0] \cup [0;1]$. B. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.
C. $m \in [-3;0]$. D. $m \in [-4;0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 36.** Cho đồ thị các hàm số $y = -2x + 3$; $y = 2x^2$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ là một đường cong		
(b)	Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^2$ tại hai điểm		
(c)	Đồ thị của hàm số $y = -2x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.		
(d)	Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$		



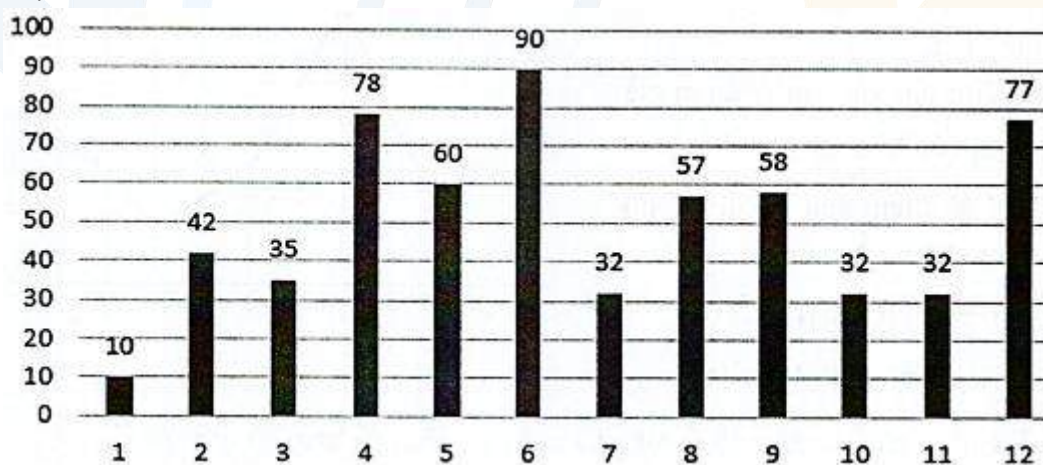
» **Câu 37.** Cho hàm số $y = -2x^2 + x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm $(0;0)$ và $(2;-5)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho		
(b)	Điểm $(1;-1)$ không thuộc đồ thị hàm số đã cho		
(c)	Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ -1 là $(-1;-3)$		
(d)	Những điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng 0 là $(0;0)$ và $\left(\frac{1}{2};0\right)$.		

» **Câu 38.** Cho hàm số $f(x) = 1 - 3x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f(1-x) = 3x - 2$		
(b)	$f(x^2) = 1 - 2x^2$		
(c)	$f(2x+1) = -6x - 2$		
(d)	Với $x = \frac{1}{7}$ thì $f(x) = 2 \cdot f(1-x) - 3x + 4$.		

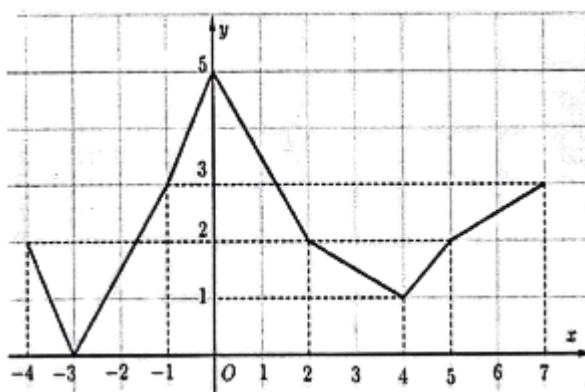
» **Câu 39.** Biểu đồ dưới đây cho biết số người bị nhiễm Covid-19 của một tỉnh trong một tháng của năm 2021.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số người bị nhiễm Covid-19 trong mỗi tháng tương ứng là một hàm số		
(b)	Gọi y là số người bị nhiễm Covid-19 theo tháng, x là tháng tương ứng (x, y nguyên dương). Hàm số theo biểu đồ trên có dạng $y = f(x)$. Khi đó tập giá trị của hàm số là $T = \{10; 32; 35; 42; 57; 58; 60; 77; 78; 90\}$		
(c)	$f(1) = 42$		
(d)	Với $y = 58$ thì $x = 9$, ta có điểm $(9; 58)$ thuộc đồ thị hàm số.		

» **Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc như hình bên.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập giá trị hàm số $T = [-4; 7]$		
(b)	Ta thấy điểm $(-4; 2), (4; 1)$ thuộc đồ thị hàm số, điểm $(2; 3)$ không thuộc đồ thị hàm số.		
(c)	Ta có: $f(-1) = 3, f(5) = 2$.		
(d)	Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng: $(-3; 0), (4; 7)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-4; -3), (0; 4)$.		

» Câu 41. Một công ty dịch vụ cho thuê xe hơi vào dịp tết với giá thuê mỗi chiếc xe hơi như sau: khách thuê tối thiểu phải thuê trọn ba ngày tết (mùng 1, 2, 3) với giá 1000000 triệu đồng/ngày; những ngày còn lại (nếu khách còn thuê) sẽ được tính giá thuê là 700000 đồng/ngày. Giả sử T là tổng số tiền mà khách phải trả khi thuê một chiếc xe hơi của công ty và x là số ngày thuê của khách. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số T theo x là $T = 900000 + 700000x$		
(b)	Điều kiện của x là $x \in \mathbb{N}$		
(c)	Một khách hàng thuê một chiếc xe hơi công ty trong 7 ngày tết thì sẽ trả khoản tiền thuê là 5800000 (đồng).		
(d)	Anh Bình định dành ra một khoản tối đa là 10 triệu đồng cho phí thuê xe đi chơi trong dịp tết, khi đó anh Bình có thể thuê xe của công ty trên tối đa 12 ngày.		

» Câu 42. Cho hàm số $y = f(x) = -2x^2 + 4x + 1$. Khi đó:

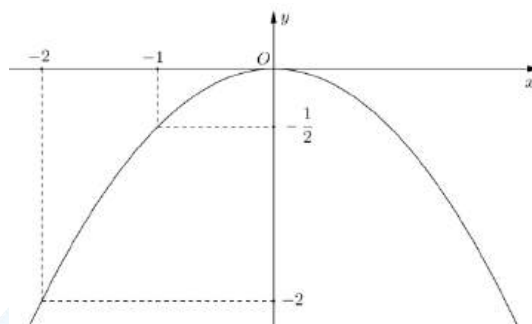
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm $A(0; 1)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số đã cho		
(b)	Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 2 là $E(2; 1)$.		
(c)	Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng -3 là $F(-3; 29)$.		
(d)	$K_1(-3; -15); K_2(5; -15)$ là những điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng -15.		

» Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 8 & \text{khi } x < 0 \\ 8 - 2x & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f(-1) \cdot f(1) = 48$		
(b)	Điểm $A(0;0)$ thuộc đồ thị hàm số.		
(c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.		
(d)	$f\left(\frac{3}{2}\right) = f(5)$		

» **Câu 44.** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ thuộc đồ thị của hàm số.		
(b)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.		
(c)	Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.		
(d)	Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$.		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 45.** Tập xác định hàm số $y = \sqrt{\frac{3-x}{x+2}} + \sqrt[3]{x-1}$ có dạng $D = (-a; b]$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 46.** Tập xác định hàm số $y = \frac{\sqrt[3]{x+3} + x}{\sqrt{|x-1| + |3-2x| + x-2}}$ có dạng $D = \mathbb{R} \setminus \left[b; \frac{a}{2}\right]$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Giá trị $b+2a$ bằng bao nhiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 47.** Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số. Điều kiện của tham số m để hàm số đã cho xác định trên $(0;1)$ có dạng $m \in (-\infty; a] \cup \{b\}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $a-2b$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 48.** Cho $f(x) = \begin{cases} x-4 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2-4x+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $f(m^2) + f(-2) = 18$.



Điền đáp số:

- » **Câu 49.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $f(x) = (2m-1)x + m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Điền đáp số:

- » **Câu 50.** Anh T cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn.
» Nhà hàng 1 đề nghị anh T đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn.
» Nhà hàng 2 đề nghị anh T đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn.
Để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới, anh T nên lựa chọn nhà hàng n (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)? Giá trị n bằng bao nhiêu?

Điền đáp số:

- » **Câu 51.** Tập xác định hàm số $y = \frac{3x-2}{(x^2-x+1)(x-x^2)}$ có dạng $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}$ với $a; b$ là các số tự nhiên.

Tính giá trị $a+b$

Điền đáp số:

- » **Câu 52.** Trong tập xác định hàm số $y = \frac{\sqrt{x+10} + \sqrt{10-x}}{\sqrt[3]{x^2+x-1} - \sqrt[3]{x^2+2}}$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

Điền đáp số:

- » **Câu 53.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của a trong $[-100; 100]$ để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+3a-2} + \sqrt{a+2-x}}$ xác định với mọi $x \in [-1; 1]$.

Điền đáp số:

- » **Câu 54.** Cho hàm số $y = f(x) = mx^3 - 2(m^2+1)x^2 + 2m^2 - m$ với m là tham số. Tìm giá trị của m sao cho $f(-1) = 2$.

Điền đáp số:

- » **Câu 55.** Tập xác định hàm số $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có dạng $D = [-a; +\infty)$ với a là số tự nhiên. Giá trị a bằng bao nhiêu?

Điền đáp số:

- » **Câu 56.** Cho hàm số $y = f(x) = -3x^2 + m^2x + m + 1$ (với m là tham số). Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(1; 0)$.

Điền đáp số:



» **Câu 57.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên $(-1;3)$.

Điền đáp số:

» **Câu 58.** Cho hàm số $f(x) = 2x^4 + (m-1)x^3 + (m^2-1)x^2 + 2(m^2-3m+2)x - 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để điểm $M(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Điền đáp số:

» **Câu 59.** Tập xác định hàm số $y = \frac{1-2x}{|x|-1} - \sqrt{5x-3}$ có dạng $D = \left[\frac{3}{b}; +\infty\right) \setminus \{a\}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

Điền đáp số:

» **Câu 60.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $(-10;10)$ để hàm số $y = \sqrt{3x-m}$ xác định trên tập $(1; +\infty)$.

Điền đáp số:

Hết

TOÁN TỪ TÂM



Chương 03

Bài 2.

HÀM SỐ BẬC HAI



Lý thuyết

1. Hàm số bậc hai



Định nghĩa

Hàm số bậc hai là hàm số cho bởi công thức: $y = ax^2 + bx + c$,

Trong đó x là biến số, a, b, c là các hằng số và $a \neq 0$.

Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathbb{R}$.

Chú ý:

» Khi $a = 0, b \neq 0$, hàm số trở thành hàm số bậc nhất $y = bx + c$.

» Khi $a = b = 0$, hàm số trở thành hàm hằng $y = c$.

2. Đồ thị của hàm số bậc hai



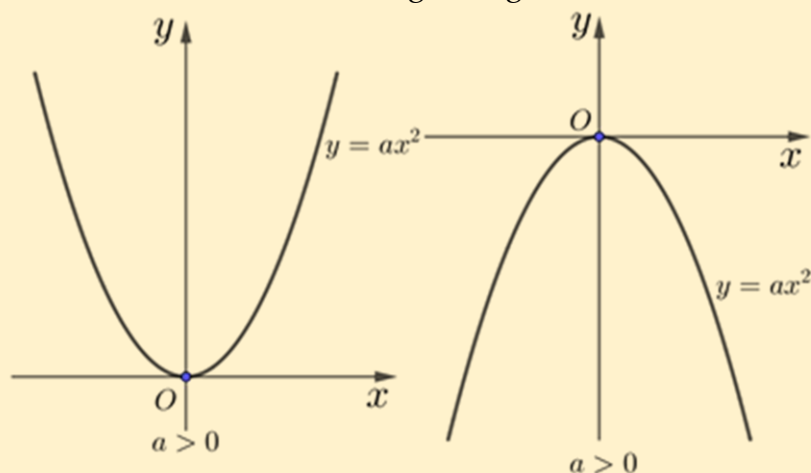
Đồ thị hàm số: $y = ax^2$

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ là các đặc điểm sau:

» Đỉnh là gốc $O(0;0)$.

» Có trục đối xứng là $x = 0$.

» Hướng bề lõm lên trên khi $a > 0$ và hướng xuống khi $a < 0$.

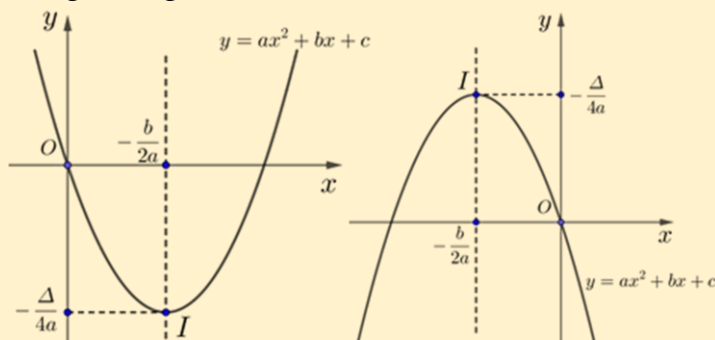




Đồ thị hàm số: $y=ax^2+bx+c$

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) là một đường Parabol có:

- » Đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- » Có trục đối xứng: đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.
- » $a > 0$: Bề lõm hướng lên trên.
- » $a < 0$: Bề lõm hướng xuống dưới.



Cách vẽ:

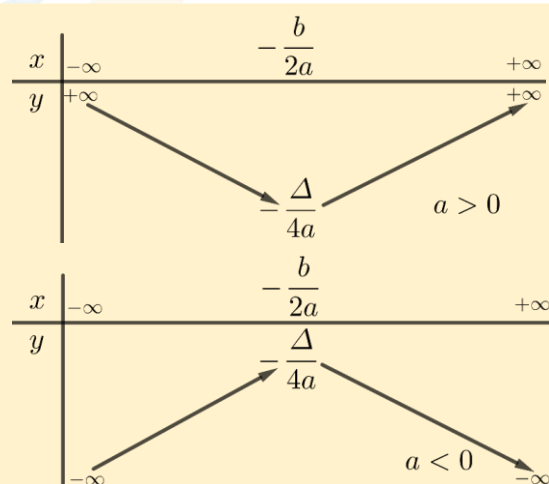
1. Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$;
2. Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$;
3. Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có)
4. Vẽ parabol.

3. Chiều biến thiên của hàm số bậc hai



Cách vẽ:

- Nếu $a > 0$ thì hàm số $y = ax^2 + bx + c$
 - » Nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.
 - » Đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.
- Nếu $a < 0$ thì hàm số $y = ax^2 + bx + c$
 - » Đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.
 - » Nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.





Bảng biến thiên của hàm số: $y=ax^2+bx+c$

--



TOÁN TỪ TÂM



Các dạng bài tập

Dạng 1. Xác định hàm số bậc 2



Phương pháp

Để xác định hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (xác định các tham số a, b, c)

Dựa vào giả thiết để lập nên các phương trình (hệ phương trình) ẩn là a, b, c .

Việc lập nên các phương trình nêu ở trên thường sử dụng đến các kết quả sau:

» Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

» Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = x_0 \Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = x_0$.

» Đồ thị hàm số có đỉnh là $I(x_I; y_I) \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = x_I \\ -\frac{\Delta}{4a} = y_I \end{cases}$.

» Trên $\mathbb{R}$, ta có:

1. $f(x)$ có giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow a < 0$. Lúc này giá trị lớn nhất $f(x)$ là $-\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

2. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow a > 0$. Lúc này giá trị nhỏ nhất $f(x)$ là $-\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.



Ví dụ 1.1.

Xác định parabol

(1) $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết (P) qua $M(1; 5)$, có trục đối xứng là $x = -\frac{1}{4}$.

(2) $(P): y = ax^2 + 2x + c$, biết $I\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$ là đỉnh của (P) .

(3) $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) đi qua $A(1; -1)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -3)$

(4) $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết hoành độ đỉnh (P) bằng -3 và (P) qua $M(-2; 1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.2.

Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các tham số, biết rằng hàm số ấy đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x = -2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1; -1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 1.3.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ ($m \neq 0$) cắt đường thẳng $y = 3x - 1$ tại đỉnh của nó.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....



TOÁN TỪ TÂM

» **Bước 1.** Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

» **Bước 3.** Lập bảng giá trị

x	x_1	x_2	$x = -\frac{b}{2a}$	x_3	x_4
y	$y(x_1)$	$y(x_2)$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$y(x_3)$	$y(x_4)$

- Khi vẽ cần chú ý dấu của hệ số a (bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$)
- Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;c)$
- Đồ thị của hàm số cắt trục hoành (nếu có) tại điểm $(x_0;0)$ với x_0 là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$



Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$.

 Lời giải



Ví dụ 2.2.

Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 2.3.

Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$.

- (1) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số.
- (2) Tìm các giá trị của x để $y > 0$ và $y < 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

» Trường hợp $a = 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

» Trường hợp $a > 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ (m; n) \subset \left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right) \end{cases}$.

» Trường hợp $a < 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ (m; n) \subset \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right) \end{cases}$.

» Việc tìm điều kiện để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ nghịch biến trên khoảng $(m; n)$ được làm tương tự.

» Có thể đưa vào định nghĩa tính đồng biến, nghịch biến của hàm số để thực hiện các bài toán trên.

(1) $y = -x^2 + 2mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; 3)$.

(2) $y = -4x^2 + 4mx - m^2 + 2$ nghịch biến trên $(-2; +\infty)$.

TOÁN TỬ TÂM



Ví dụ 3.2.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

(1) $y = (m^2 + 1)x^2 - 4mx + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

(2) $y = mx^2 - (m^2 + 1)x + 3$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.3.

Tìm các giá trị của tham số m để hàm số

$$y = mx^2 + 2(m-1)x + 2m+1 \text{ nghịch biến trên } (-1; 2).$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.4.

Tìm các giá trị của tham số m để hàm số

$$y = (m - 2)x^2 - 2mx + m + 2025 \text{ nghịch biến trên } (-\infty; 3).$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



Dạng 4. Các yếu tố liên quan đồ thị hàm số bậc hai



Phương pháp

Loại 1: Cho parabol: $(P): y = ax^2 + bx + c$.

- » Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của (P) .
- » Tương giao của (P) với trục Ox .
- » Tìm điều kiện để các giao điểm của (P) và trục Ox thỏa mãn điều kiện nào đó.

Thường dùng đến các kết quả sau:

- » Đường thẳng $x = \frac{-b}{2a}$ là trục đối xứng của (P) , điểm $I\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$ là đỉnh của (P) .
- » Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ là hoành độ giao điểm của (P) và Ox .
- » Giả sử $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm của (P) và trục Ox . Khi đó:

$$\square A, B \text{ cùng ở bên trái đối với trục } Oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A + x_B < 0 \\ x_A \cdot x_B > 0 \end{cases}$$

$$\square A, B \text{ cùng ở bên phải đối với trục } Oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A + x_B > 0 \\ x_A \cdot x_B > 0 \end{cases}$$

$$\square A, B \text{ cùng ở một bên đối với trục } Oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A \cdot x_B > 0 \end{cases}$$

$$\square A, B \text{ không ở cùng một bên đối với trục } Oy \Leftrightarrow x_A \cdot x_B < 0.$$

Loại 2: Cho parabol: $(P): y = ax^2 + bx + c$ và đường thẳng $d: y = mx + n$

- » Biện luận số điểm chung của (P) và trục hoành.
- » Tìm điều kiện để đường thẳng d tiếp xúc với (P) .

Thường dùng đến các kết quả sau: Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (*)$.

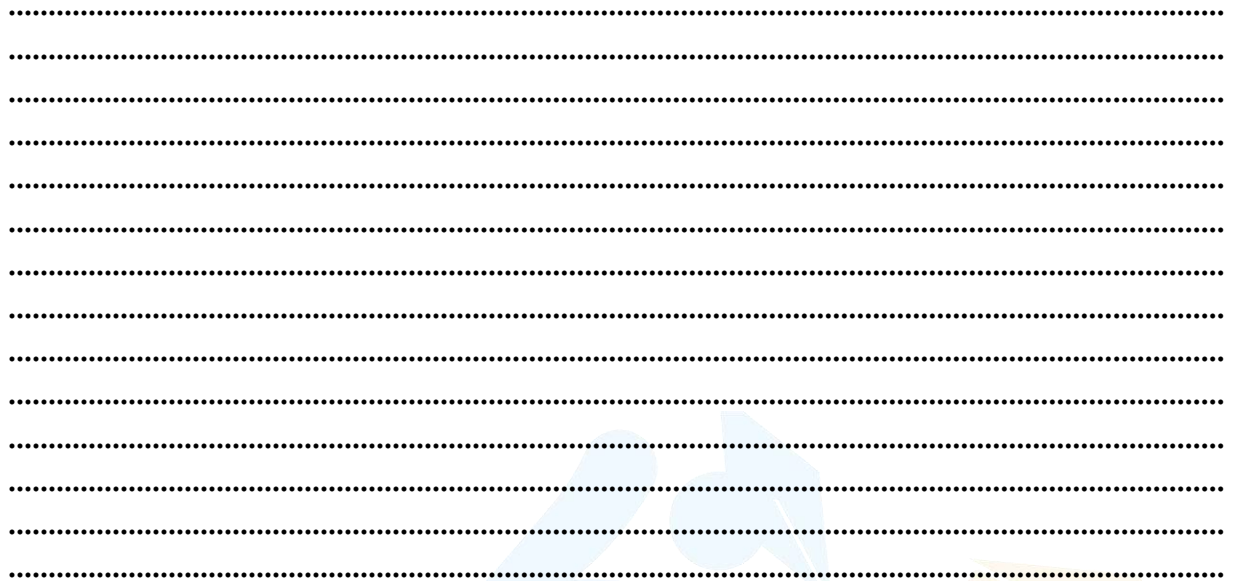
- » (P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt.
- » (P) và Ox có một điểm chung (còn gọi là tiếp xúc với nhau) $\Leftrightarrow (*)$ có một nghiệm.
- » (P) và trục hoành không có điểm chung $\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm.
- » d và (P) tiếp xúc với nhau $\Leftrightarrow ax^2 + bx + c = mx + n$ có nghiệm kép.



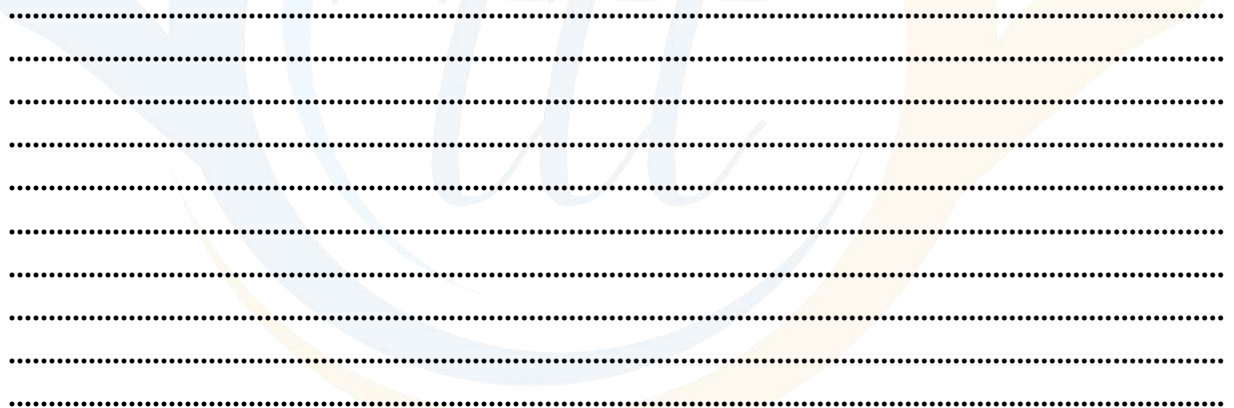
Ví dụ 4.1.

Cho parabol $(P): y = x^2 + 5x - 6$. Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của parabol (P) , tọa độ giao điểm của parabol (P) với trục hoành.

 Lời giải



 Lời giải



~~✎~~ **Lời giải**

[illegible]



Ví dụ 4.4.

Cho parabol $(P): y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để d tiếp xúc với (P) .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

TOÁN TỪ TÂM



Dạng 5. Sự tương giao



Phương pháp

- Loại 1:** Dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$ biện luận theo tham số m số nghiệm của $f(x) = g(m)$
- » Vẽ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$.
 - » Tùy vào giá trị của để chỉ ra số giao điểm của $d: y = g(m)$ và (C) .
 - » Số giao điểm của d và (C) cũng chính là số nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$.

Lưu ý: $d: y = g(m)$ là đường thẳng có phương ngang và cắt Oy tại điểm có tung độ $g(m)$.

Loại 2: Sự tương giao của đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai

Cho đồ thị (P) của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ và đồ thị d của hàm số $y = kx + m$.

Toạ độ giao điểm của hai đồ thị (P) và d là nghiệm của
$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = kx + m \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$ax^2 + bx + c = kx + m \Leftrightarrow ax^2 + (b - k)x + c - m = 0 \quad (2)$$

Nhận xét:

1. Số giao điểm của (P) và d bằng số nghiệm của hệ phương trình và cũng bằng số nghiệm của phương trình (2).
2. Nếu phương trình (2) vô nghiệm thì ta nói d và (P) không giao nhau.
3. Nếu phương trình (2) có nghiệm kép thì ta nói d và (P) tiếp xúc với nhau.
Lúc này ta nói d là tiếp tuyến của (P) .
4. Nếu phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt thì ta nói d và (P) cắt nhau.



Ví dụ 5.1.

Tìm tọa độ giao điểm của Parabol $(P): y = -x^2 - 4x + 1$ và đường thẳng $d: y = -x + 3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 5.2.

Cho Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$. Tìm m để d tiếp xúc với (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm khi đó.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 5.3.

Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị tìm các giá trị của tham số m để phương trình $-x^2 + 4x + 2 = m$ có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 5.4.

Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 5$ có đồ thị (P) như hình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị, tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $2x^2 - 12x + 6m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt dương.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

.....



TOÁN TỪ TÂM



Dạng 6. Giá trị lớn nhất - Giá trị nhỏ nhất



Phương pháp

Loại 1: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên 1 tập cho trước

- » Lập bảng biến thiên
- » Xác định tập bài toán yêu cầu
- » Kết luận.

Loại 2: Tìm điều kiện để hàm số bậc hai đạt giá trị lớn nhất/nhỏ nhất.

Cho hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

» Nếu $a > 0$ thì $\min y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_l = -\frac{b}{2a}$.

» Nếu $a < 0$ thì $\max y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_l = -\frac{b}{2a}$.

Trường hợp tập xác định khác $\mathbb{R}$, ta kẻ bảng biến thiên của hàm số trên tập đó để có được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.



Ví dụ 6.1.

Cho hàm số $y = x^2 - 4x - 3$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3; 5]$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 6.2.

Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2; 7]$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 6.3.

Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 6.4.

Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x = 2$. Tính abc .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 6.5.

Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Tìm giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

» **Bước 3:** Dùng tính chất hàm số bậc hai để giải quyết bài toán hình thành ở **bước 2**. Lưu ý kiểm tra điều kiện, và kết quả thu được có phù hợp với bài toán thực tế đã cho chưa.

(2) Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất ?

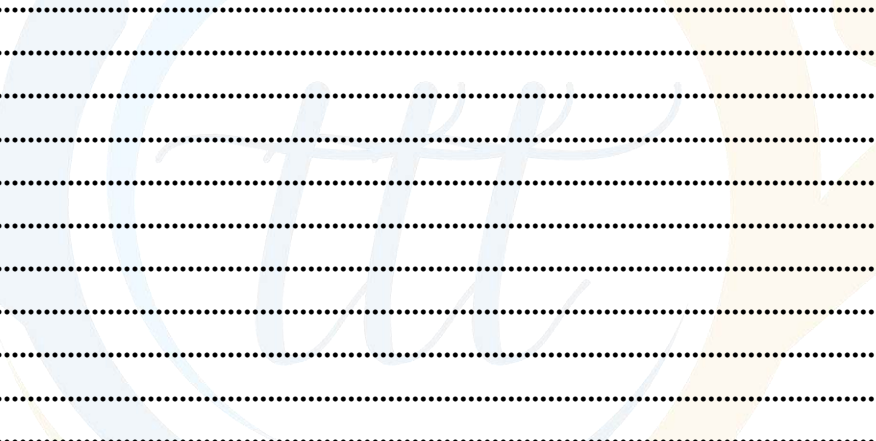
 **Lời giải**

[illegible]

Thời gian (giây)	0	0,5	1	2
Độ cao (mét)	0	28	48	64

The diagram shows a rectangular prism. The length of the prism is labeled as 32 cm. The width of the prism is labeled as x cm. The height of the prism is labeled as $(32 - 2x)$ cm. A label 'Cross-sectional area' points to the face with dimensions x cm and $(32 - 2x)$ cm.

[illegible]

[illegible]



A right-angled triangle ABC is shown, with the right angle at vertex A . A rectangular area is inscribed within the triangle, with its bottom-left corner at A and its top-right corner at point E on the hypotenuse BC . The area of this rectangle is labeled "Ao cá".

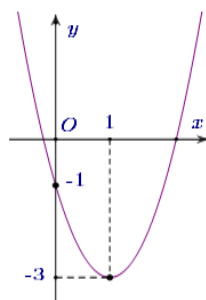
[illegible]



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?
A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.
- » **Câu 2.** Điểm $I(-2; 1)$ là đỉnh của Parabol nào sau đây?
A. $y = x^2 + 4x + 5$. **B.** $y = 2x^2 + 4x + 1$. **C.** $y = x^2 + 4x - 5$. **D.** $y = -x^2 - 4x + 3$.
- » **Câu 3.** Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1; 0)$ và có đỉnh $I(1; 2)$. Tính $a + b + c$.
A. 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.
- » **Câu 4.** Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ (1) biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
A. $y = -x^2 + 3x + 2$. **B.** $y = -x^2 - 3x - 2$. **C.** $y = x^2 - 3x + 2$. **D.** $y = -x^2 + 3x - 2$.
- » **Câu 5.** Cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 + bx + c$. Tìm $a + b + c$, biết (P) đi qua điểm $A(0; 3)$ và có đỉnh $I(-1; 2)$.
A. $a + b + c = 6$ **B.** $a + b + c = 5$ **C.** $a + b + c = 4$ **D.** $a + b + c = 3$
- » **Câu 6.** Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1; 5)$ và $N(-2; 8)$ có phương trình là
A. $y = x^2 + x + 2$. **B.** $y = 2x^2 + x + 2$. **C.** $y = 2x^2 + 2x + 2$ **D.** $y = x^2 + 2x$
- » **Câu 7.** Cho $(P): y = x^2 + bx + 1$ đi qua điểm $A(-1; 3)$. Khi đó
A. $b = -1$. **B.** $b = 1$. **C.** $b = 3$. **D.** $b = -2$.
- » **Câu 8.** Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(8; 0)$ và có đỉnh $I(6; -12)$. Khi đó tích $a.b.c$ bằng
A. -10368 . **B.** 10368 . **C.** 6912 . **D.** -6912 .
- » **Câu 9.** Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1; 3)$. Tổng giá trị $a + 2b$ là
A. $-\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1 .
- » **Câu 10.** Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau

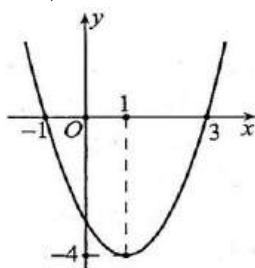


Phương trình của parabol này là



- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 1$. C. $y = x^2 - 2x - 1$. D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

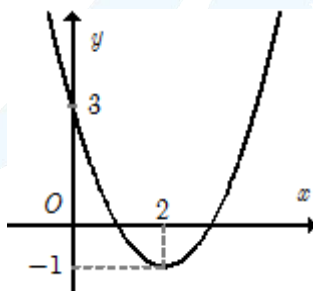
» Câu 11. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là:

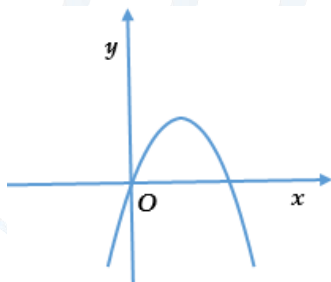
- A. -9. B. 9. C. -6. D. 6.

» Câu 12. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.



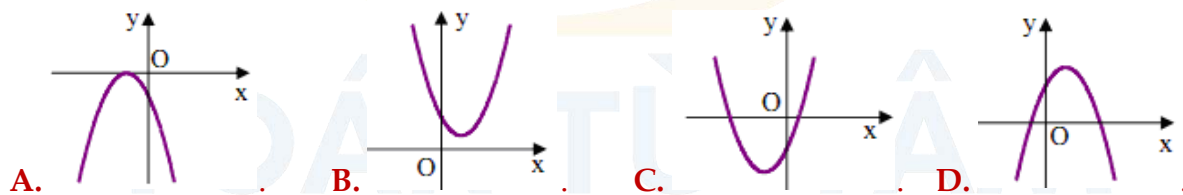
- A. 0. B. 26. C. 8. D. 20.

» Câu 13. Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ có hệ số a là

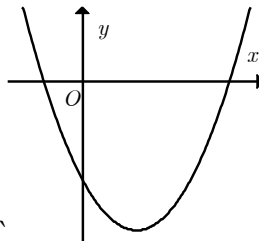


- A. $a > 0$. B. $a < 0$. C. $a = 1$. D. $a = 2$.

» Câu 14. Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a > 0$, $b > 0$ và $c < 0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng

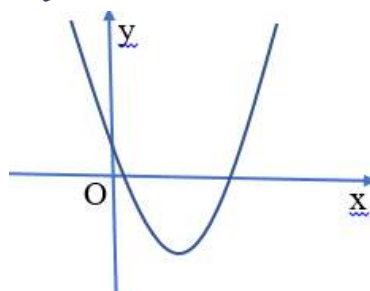


» Câu 15. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



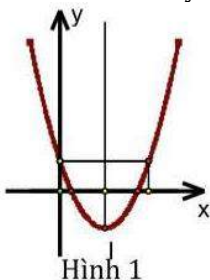
- A. $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$. B. $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$. C. $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. D. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$.

» Câu 16. Cho đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?

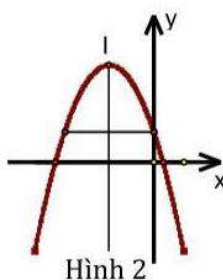


A. $a > 0, b = 0, c > 0$. B. $a > 0, b > 0, c > 0$. C. $a > 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

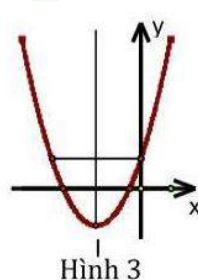
» Câu 17. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0; b < 0; c > 0$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



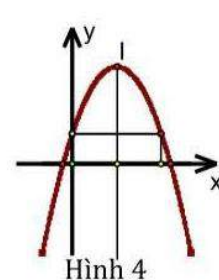
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

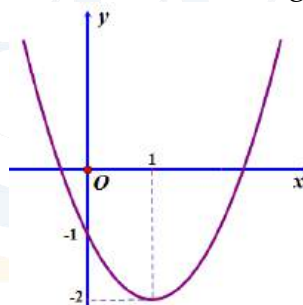
A. hình (4). B. hình (3). C. hình (2). D. hình (1).

» Câu 18. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$		-4		$+\infty$

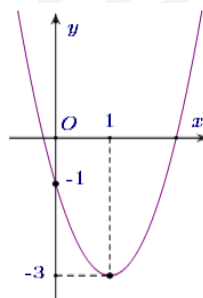
A. $y = x^2 - 4x$. B. $y = x^2 + 4x$. C. $y = -x^2 + 4x$. D. $y = -x^2 - 4x$.

» Câu 19. Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A; B; C; D sau đây?



A. $y = x^2 + 2x - 1$. B. $y = x^2 + 2x - 2$. C. $y = 2x^2 - 4x - 2$. D. $y = x^2 - 2x - 1$.

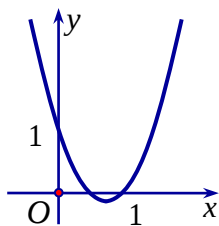
» Câu 20. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

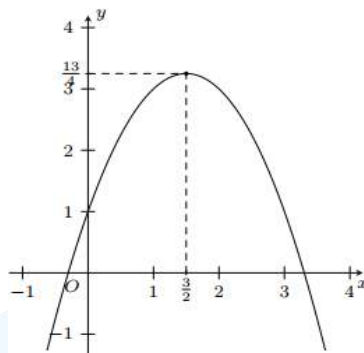
A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 1$. C. $y = x^2 - 2x - 1$. D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

» Câu 21. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



- A. $y = x^2 - 3x + 1$. B. $y = 2x^2 - 3x + 1$. C. $y = -x^2 + 3x - 1$. D. $y = -2x^2 + 3x - 1$.

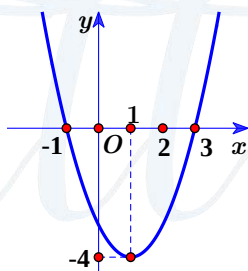
» Câu 22. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

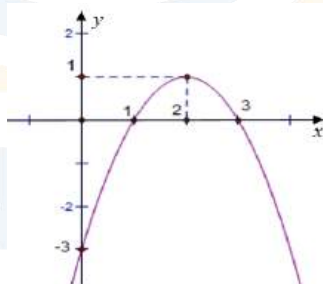
- A. $y = x^2 + 3x - 1$. B. $y = x^2 - 3x - 1$. C. $y = -x^2 - 3x - 1$. D. $y = -x^2 + 3x + 1$.

» Câu 23. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



- A. -9. B. 9. C. -6. D. 6.

» Câu 24. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới



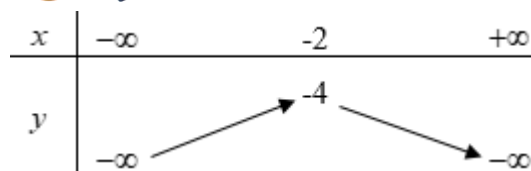
- A. $y = -x^2 + 2x - 3$. B. $y = -x^2 + 4x - 3$. C. $y = x^2 - 4x + 3$. D. $y = x^2 - 2x - 3$.

» Câu 25. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		-5		$+\infty$

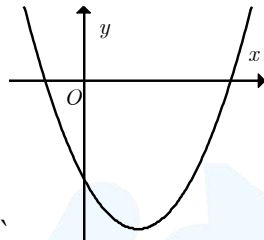
- A. $y = -x^2 + 4x$. B. $y = -x^2 + 4x - 9$. C. $y = x^2 - 4x - 1$. D. $y = x^2 - 4x - 5$.

» Câu 26. Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?



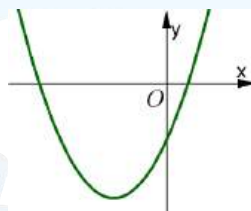
- A. $y = x^2 + 4x$. B. $y = -x^2 - 4x - 8$. C. $y = -x^2 - 4x + 8$. D. $y = -x^2 - 4x$.

» Câu 27. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



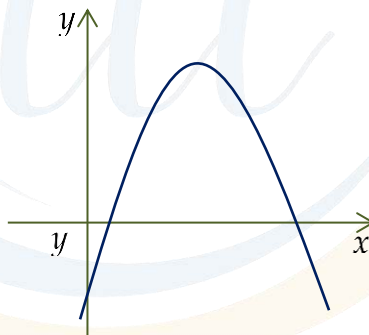
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a > 0, b > 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

» Câu 28. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



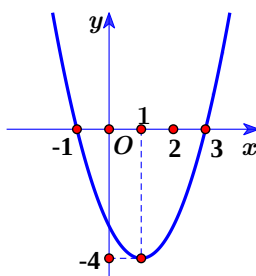
- A. $a > 0; b > 0; c > 0$. B. $a > 0; b < 0; c > 0$. C. $a > 0; b < 0; c < 0$. D. $a > 0; b > 0; c < 0$.

» Câu 29. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b > 0, c < 0$.

» Câu 30. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



- A. -9. B. 9. C. -6. D. 6.

» Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2x + 3$ đạt được tại

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.



» **Câu 32.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng:

- A. $\frac{11}{8}$ B. $\frac{11}{4}$ C. $\frac{4}{11}$ D. $\frac{8}{11}$

» **Câu 33.** Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ trên miền $[-1; 4]$ là

- A. -1. B. 2. C. 7. D. 8.

» **Câu 34.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4|x| + 3$ là:

- A. -1 B. 1 C. 4 D. 3

» **Câu 35.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .

- A. $T = 3$. B. $T = \frac{1}{2}$. C. $T = \frac{9}{2}$. D. $T = -\frac{3}{2}$.

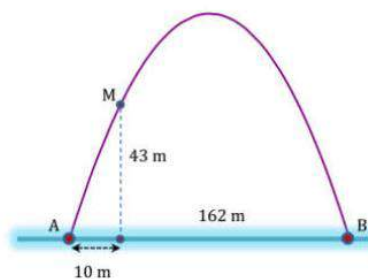
» **Câu 36.** Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 1 - x$ với $(P): y = x^2 - 2x + 1$ là

- A. $x = 0; x = 1$. B. $x = 1$. C. $x = 0; x = 2$. D. $x = 0$.

» **Câu 37.** Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x - 5$. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 4x + m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2 + 7$ là

- A. -10. B. 10. C. -6. D. 9.

» **Câu 38.** Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.



- A. 175,6 m. B. 197,5 m. C. 210 m. D. 185,6 m.

» **Câu 39.** Cô Tình có 60m lưới muốn rào một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hộ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

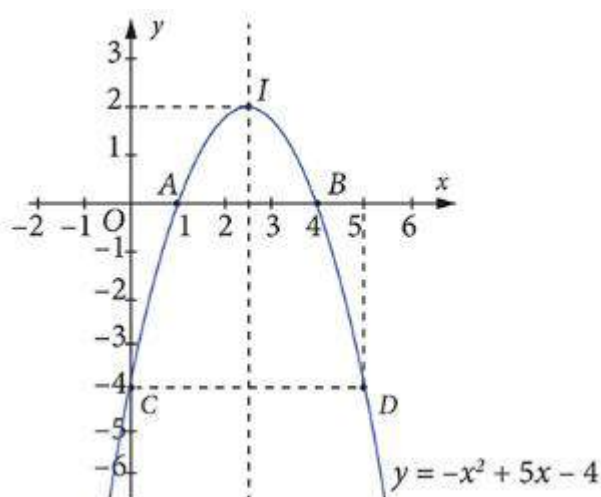
- A. $400m^2$. B. $450m^2$. C. $350m^2$. D. $425m^2$.

» **Câu 40.** Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$). Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được?

- A. $h = 1m$. B. $h = 4m$. C. $h = 2m$. D. $h = 3m$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 41.** Xét đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$		
(b)	trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$		
(c)	giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$		
(d)	giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(3; 0)$		

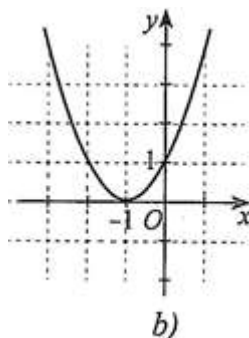
» Câu 42. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + 3$ đi qua điểm $A(2; 15); B(-1; 0)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trục đối xứng của parabol là $x = -2$.		
(b)	Toạ độ đỉnh của parabol là $I(-2; 3)$.		
(c)	Hệ số $a = 1$ và $b = 4$.		
(d)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.		

» Câu 43. Cho parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = x - 1$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Parabol (P) cắt đường thẳng d hai điểm phân biệt.		
(b)	Giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là $(1; 0)$.		
(c)	Parabol (P) cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.		
(d)	Parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 .		

» Câu 44. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình:

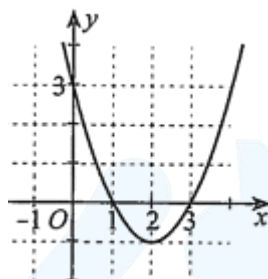


Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$c = 1$		
(b)	$a = 1$		
(c)	$b = 2$		
(d)	$y = x^2 + 2x$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ bên trên		

» Câu 45. Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ ở hình dưới đây



Khi đó:

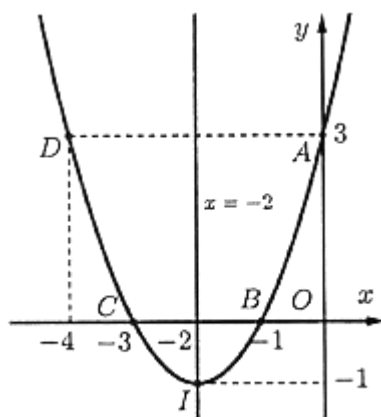
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$a > 0$;		
(b)	Tọa độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$		
(c)	Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$		
(d)	x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$		

» Câu 46. Cho hàm số $y = x^2 + 4x - 5$. Khi đó:

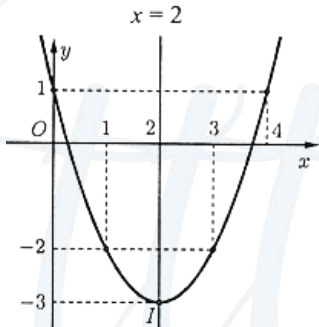
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$y \geq 0$ khi $x \in [-5; 1]$.		
(b)	$y \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.		
(c)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng -9 .		
(d)	Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$		

» Câu 47. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 + 4x + 3$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ đỉnh $I(-2; -1)$.		
(b)	Bề lõm parabol hướng xuống.		
(c)	Parabol cắt Ox tại các điểm $B(-1; 0), C(-3; 0)$.		
(d)	Đồ thị parabol như hình bên		



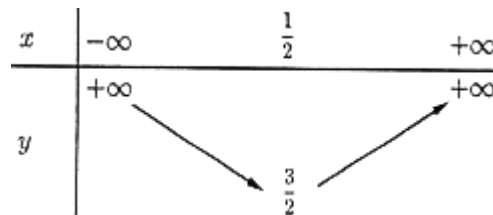
» Câu 48. Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ đỉnh $I(2;3)$.		
(b)	Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 3$.		
(c)	Bề lõm parabol hướng lên. Đồ thị parabol như hình bên		
(d)			

» Câu 49. Cho hàm số $y = -x^2 + 3$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ đỉnh I của parabol $I(0;3)$.		
(b)	Bề lõm parabol hướng lên.		
(c)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$		
(d)	Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$.		

» Câu 50. Cho hàm số $y = 2x^2 - 2x + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.		
(b)	Bề lõm parabol hướng lên		
(c)	Bảng biến thiên: 		



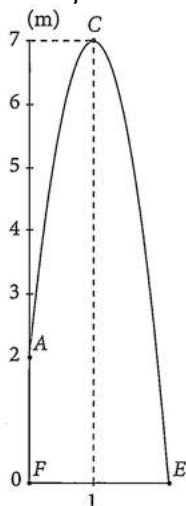
(d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 51.** Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0;2)$ và có đỉnh $I(2;-1)$.
Tính tổng $b+c$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 52.** Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2m$ theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F là bao nhiêu mét? Biết rằng vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất. *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.*



» **Điền đáp số:**

» **Câu 53.** Cho hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 ; biết (P) đi qua điểm $A(-1;7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1. Khi đó có bao nhiêu hàm số parabol thỏa yêu cầu bài toán?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 54.** Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm $I(a;b)$ là đỉnh của (P) . Giá trị của $S = a+b$ bằng bao nhiêu?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 55.** Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là

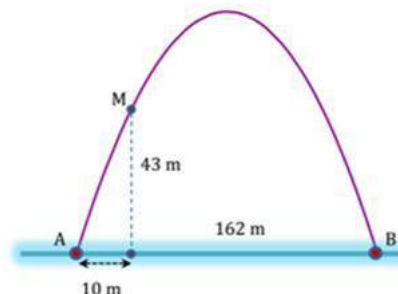
» **Điền đáp số:**

» **Câu 56.** Bố bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $x\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Bố Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có tổng giá trị 54 triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là 5% / năm thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan là bao nhiêu triệu đồng? *Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.*

» **Điền đáp số:**



- » **Câu 57.** Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng $10m$. Độ cao của cổng Arch có kết quả gần đúng dạng $abc,6$ (m) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Với $a; b; c$ là các số tự nhiên. Tính $S = a + b + c$.



» **Điền đáp số:**

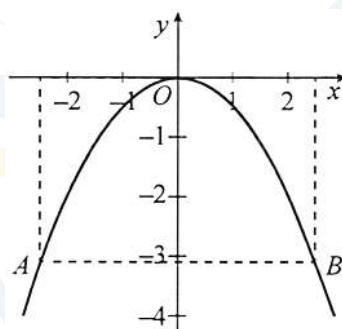
- » **Câu 58.** Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 59.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $(x+1)(x-3) + \sqrt{8+2x-x^2} = 2m$ có nghiệm.

» **Điền đáp số:**

- » **Câu 60.** Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Biết cổng có chiều rộng $d = 5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.



» **Điền đáp số:**

----- Hết -----



Chương 03

Bài 1.

HÀM SỐ & ĐỒ THỊ



Lý thuyết

1. Hàm số - Tập xác định của hàm số



Định nghĩa

Giả sử x và y là hai đại lượng biến thiên và x nhận giá trị thuộc tập D . Nếu với mỗi giá trị $x \in D$ ta xác định được một và chỉ một giá trị tương ứng của $y \in \mathbb{R}$ thì ta có một hàm số.

Ta gọi

- » x là biến số, y là giá trị của hàm số,
- » D được gọi là tập xác định của hàm số.
- » T được gọi là tập giá trị của hàm số.



Chú ý

- (1) Khi y là hàm số của x , ta có thể viết $y = f(x), y = g(x), \dots$
- (2) Khi hàm số cho bằng công thức $y = f(x)$ mà không chỉ rõ tập xác định thì ta quy ước: Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị x để $f(x)$ có nghĩa.
- (3) Một hàm số có thể cho bằng nhiều công thức công thức.

2. Cách cho hàm số



Hàm số cho bằng bảng

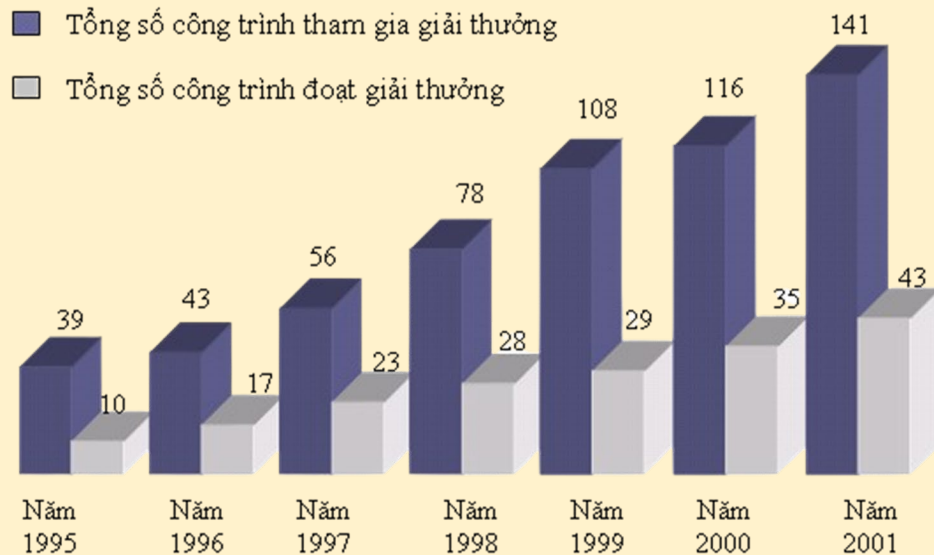
Bảng mô tả thu nhập bình quân đầu người của nước ta từ năm 1995 đến 2004

Năm	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2004
TNBQĐN (tính theo USD)	200	282	295	311	339	363	375	394	564



Hàm số cho bằng biểu đồ

Biểu đồ mô tả số công trình khoa học kỹ thuật đăng kí dự giải thưởng Sáng tạo Khoa học công nghệ Việt Nam và một số công trình đoạt giải hàng năm từ 1995 đến 2001



Hàm số cho bằng công thức

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị của biến x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \text{ có nghĩa}\}$$

Chú ý: Một hàm số có thể xác định bởi hai, ba,.... công thức.

3. Đồ thị hàm số



Định nghĩa

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ với mọi $x \in D$.

Hay có thể diễn tả bằng: $M(x_0; y_0) \in (G) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$ với $x_0 \in D$.

Ta thường gặp đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một đường. Khi đó ta có $y = f(x)$ là phương trình của đường đó.

4. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số



Sự biến thiên

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$.

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến (tăng) trên $(a; b)$

$$\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến (giảm) trên $(a; b)$

$$\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in (a; b): x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$



Nhận xét

- (1) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số “đi lên” trên khoảng đó.
- (2) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a; b)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số “đi xuống” trên khoảng đó.

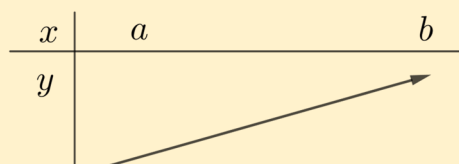


Bảng biến thiên

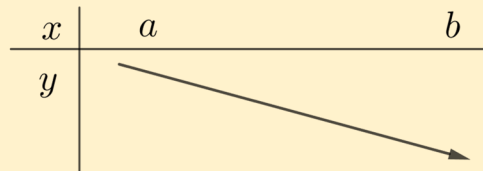
Hàm số $y = f(x)$ xác định trên $(a; b)$.

- ✎ Xét chiều biến thiên của hàm số là tìm khoảng tăng, giảm của hàm số.
- ✎ Kết quả đó được tổng kết trong một bảng gọi là bảng biến thiên:

Đồ thị hàm số đồng biến trên (a, b) là một đường “đi lên” trong khoảng (a, b) .



Đồ thị hàm số nghịch biến trên (a, b) là một đường “đi xuống” trong khoảng (a, b) .





B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số



Phương pháp

» Để tìm tập xác định của hàm số, cần nhớ

$$+ \frac{1}{f(x)} \text{ xác định } \Leftrightarrow f(x) \neq 0$$

$$+ \sqrt{f(x)} \text{ xác định } \Leftrightarrow f(x) \geq 0$$

$$+ \frac{f(x)}{\sqrt{g(x)}} \text{ xác định } \Leftrightarrow g(x) > 0$$



Ví dụ 1.1.

Tìm tập xác định của hàm số:

$$(1) y = 2x^3 - 3x^2 + 2025$$

$$(2) y = \frac{2x-1}{1-x}$$

$$(3) y = \frac{1}{x^2 + 4x + 5}$$

$$(4) y = \frac{2x-1}{x^2 - 3x + 2}$$

Lời giải

$$(1) y = 2x^3 - 3x^2 + 2025$$

Hàm số là hàm đa thức nên xác định $\forall x \in \mathbb{R}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

$$(2) y = \frac{2x-1}{1-x}$$

Hàm số xác định khi $1-x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$(3) y = \frac{1}{x^2 + 4x + 5}$$

Ta có $x^2 + 4x + 5 = (x+2)^2 + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

$$(4) y = \frac{2x-1}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\text{Hàm số xác định khi } x^2 - 3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x^2 + x - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.



Ví dụ 1.2.

Tìm tập xác định của hàm số:

(1) $y = \sqrt{2x-2}$

(2) $y = \frac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$

(3) $y = \sqrt{-2x+3} - \sqrt{x-1}$

(4) $y = \frac{2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$

Lời giải

(1) $y = \sqrt{2x-2}$

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [1; +\infty)$.

(2) $y = \frac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

(3) $y = \sqrt{2x-2}$

Hàm số xác định khi $\begin{cases} -2x+3 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{3}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

(4) $y = \frac{2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-1; +\infty)$.



Ví dụ 1.3.

Tìm tập xác định của hàm số:

(1) $y = \sqrt{3x-2}$

(2) $y = \sqrt{x^2+1}$

(3) $y = \sqrt{-2x+1} - \sqrt{x-1}$

(4) $y = \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x-3}$

(5) $y = \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} + \sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$

(6) $y = \sqrt{x+\sqrt{x^2-x+1}}$

Lời giải

(1) $y = \sqrt{3x-2}$

Hàm số xác định khi $3x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.



(2) $y = \sqrt{x^2 + 1}$

Ta có $x^2 + 1 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

(3) $y = \sqrt{-2x+1} - \sqrt{x-1}$

Hàm số xác định khi $\begin{cases} -2x+3 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{3}{2}.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

(4) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x - 3}$

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 \geq 0 \\ x - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [3; +\infty)$.

(5) $y = \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} + \sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$

Ta có $y = \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} + \sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$

$= \sqrt{(\sqrt{x+2}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{1-x^2}+1)^2} = |\sqrt{x+2}+1| + |\sqrt{1-x^2}+1| = \sqrt{x+2} + \sqrt{1-x^2} + 2.$

Hàm số xác định khi

$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 1-x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ (1-x)(1+x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ 1+x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1. \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; 1]$.

(6) $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - x + 1}}$

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2 - x + 1 \geq 0 \\ x + \sqrt{x^2 - x + 1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq 0 \\ \sqrt{x^2 - x + 1} \geq -x \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x + 1} \geq -x$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -x < 0 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x < 0 \\ -x \geq 0 \\ -x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}.$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.



Dạng 2. Tập xác định của hàm số chứa tham số



Phương pháp

Bài toán. Cho hàm $y = f(x, m)$. Tìm tất cả các giá trị tham số m để hàm số xác định trên tập K .

» **Bước (1):** Tìm điều kiện xác định của hàm số (theo m). Gọi D là tập xác định của hàm số.

» **Bước (2):** Hàm số xác định trên tập K khi và chỉ khi $K \subset D$.

► **Chú ý:** Cho A là biểu thức luôn có nghĩa

► Hàm số $y = \frac{A}{f(x, m)}$ xác định trên $K \Leftrightarrow f(x, m) \neq 0$ vô nghiệm trên K .

► Hàm số $y = \sqrt{f(x, m)}$ xác định trên $K \Leftrightarrow f(x, m) \geq 0 \forall x \in K$

► Hàm số $y = \frac{A}{\sqrt{f(x, m)}}$ xác định trên $K \Leftrightarrow f(x, m) > 0 \forall x \in K$



Ví dụ 2.1.

Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2+x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 + x + m \neq 0$.

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + m \neq 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + m = 0 \text{ vô nghiệm}$$

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}.$$



Ví dụ 2.2.

Cho hàm số $y = \sqrt{2x - m}$. Tìm các giá trị của m để hàm số có tập xác định là $[2; +\infty)$

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định của hàm số là } 2x - m \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{m}{2}.$$

$$\text{Khi đó tập xác định của hàm số là } D = \left[\frac{m}{2}; +\infty \right).$$

$$\text{Yêu cầu bài toán thỏa mãn } \Leftrightarrow \frac{m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = 4.$$



Ví dụ 2.3.

Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-5m+6}}{x+m-1}$. Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0; +\infty)$

Lời giải



Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} 3x - 5m + 6 \geq 0 \\ x + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5m-6}{3} \\ x \neq 1-m \end{cases} (*)$

Hàm số xác định trên $(0; +\infty)$

$\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5m-6}{3} \leq 0 \\ 1-m \notin (0; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6 \leq 0 \\ 1-m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{6}{5}.$$



Ví dụ 2.4.

Cho hàm số $y = \sqrt{m-x} + \sqrt{2x-m+1}$.

Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0;1)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} m-x \geq 0 \\ 2x-m+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq m \\ x \geq \frac{m-1}{2} \end{cases} (*)$

Hàm số xác định trên $(0;1)$

$$\Leftrightarrow (*) \text{ nghiệm đúng với mọi } x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ \frac{m-1}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$



Ví dụ 2.5.

Cho hàm số $y = \sqrt{x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m}$. Tìm các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có $x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m = (x^2 + 1)[(x+2)^2 + m]$

Điều kiện xác định của hàm số là: $(x+2)^2 + m \geq 0 (*)$

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 \geq -m \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 0 \geq -m \Leftrightarrow m \geq 0.$$



Dạng 3. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số



Phương pháp

Phương pháp 1.

- » **Bước (1):** Tìm tập xác định D của hàm số.
- » **Bước (2):** Với mọi $x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$. Tính $f(x_1) - f(x_2)$.
 - Nếu $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).
 - Nếu $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

Phương pháp 2.

- » **Bước (1):** Tìm tập xác định D của hàm số.
- » **Bước (2):** Với mọi $x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$. Lập tỉ số $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$.
 - Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).
 - Nếu $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).



Ví dụ 3.1.

Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = x + 2025$ trên khoảng

(1) $(-\infty; 0)$

(2) $(0; +\infty)$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$,

Ta có $f(x_1) - f(x_2) = x_1 + 2025 - x_2 - 2025 = x_1 - x_2$

(1) $(-\infty; 0)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty; 0)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_1 - x_2 < 0$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

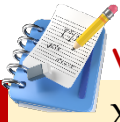
Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

(2) $(0; +\infty)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (0; +\infty)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_1 - x_2 < 0$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.



Ví dụ 3.2.

Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = x^2 - 7$ trên khoảng

(1) $(0; +\infty)$

(2) $(0; +\infty)$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$,

Ta có $f(x_1) - f(x_2) = x_1^2 - 7 - x_2^2 + 7 = x_1^2 - x_2^2 = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)$

(1) $(0; +\infty)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty; 0)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_1 - x_2 < 0$ và $x_1 + x_2 < 0$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

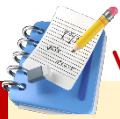
Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

(2) $(0; +\infty)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (0; +\infty)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_1 - x_2 < 0$ và $x_1 + x_2 > 0$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) < 0$ hay $f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $f(x) = x^2 - 7$.



Ví dụ 3.3.

Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x) = \frac{x}{x-1}$ trên khoảng

(1) $(-\infty; 1)$

(2) $(1; +\infty)$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có: $f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{x_1-1} - \frac{x_2}{x_2-1} = \frac{x_2 - x_1}{(x_1-1)(x_2-1)}$.

(1) $(-\infty; 1)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (-\infty; 1)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_2 - x_1 > 0$ và $x_1 < 1$, $x_2 < 1$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

(2) $(1; +\infty)$

Với mọi $x_1, x_2 \in (1; +\infty)$ và $x_1 < x_2$ ta có $x_2 - x_1 > 0$ và $x_1 > 1$, $x_2 > 1$.

Suy ra $f(x_1) - f(x_2) > 0$ hay $f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.



Dạng 4. Sự đồng biến, nghịch biến của hàm số chứa tham số



Phương pháp

Ta xét $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$ với mọi $x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$.

» **Bước (1):** Tính $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$.

» **Bước (2):**

□ Để hàm số đồng biến thì $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0 \rightarrow m$

□ Để hàm số nghịch biến thì $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0 \rightarrow m$



Ví dụ 4.1.

Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = (2m + 3)x + m + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$, ta có:

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{[(2m + 3)x_1 + m + 3] - [(2m + 3)x_2 + m + 3]}{x_1 - x_2} = 2m + 3.$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 2m + 3 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$.



Ví dụ 4.2.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $f(x) = (m + 1)x + m - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$, ta có:

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{[(m + 1)x_1 + m - 2] - [(m + 1)x_2 + m - 2]}{x_1 - x_2} = m + 1.$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-3; 3]$ nên $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.



Ví dụ 4.3.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Lời giải

Xét $D = (1; 2)$

$$\begin{aligned} \text{Với mọi } x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2, \text{ ta có: } & \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \\ &= \frac{[-x_1^2 + (m-1)x_1 + 2] - [-x_2^2 + (m-1)x_2 + 2]}{x_1 - x_2} \\ &= \frac{-(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + (m-1)(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = -(x_1 + x_2) + m - 1. \end{aligned}$$

Hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$

$$\Leftrightarrow -(x_1 + x_2) + m - 1 < 0, \forall x_1, x_2 \in (1; 2) \Leftrightarrow m < (x_1 + x_2) + 1 \quad (1)$$

$$\text{Ta có } x_1, x_2 \in (1; 2) \Leftrightarrow (x_1 + x_2) + 1 > 3 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) \& (2) } \Rightarrow m \leq 3.$$

Vậy $m \leq 3$.



Ví dụ 4.4.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{x-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải

Tập xác định $D = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

» Gọi x_1, x_2 là hai giá trị phân biệt tùy ý thuộc $(-\infty; 2)$,

$$\text{Ta có } \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{\frac{m}{x_1 - 2} - \frac{m}{x_2 - 2}}{x_1 - x_2} = \frac{-m}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)}$$

Do $x_1 < -2, x_2 < -2$ nên $(x_1 + 2)(x_2 + 2) > 0$,

Từ đó suy ra để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ thì $m > 0$.

» Gọi x_1, x_2 là hai giá trị phân biệt tùy ý thuộc $(2; +\infty)$,

$$\text{Ta có } \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{\frac{m}{x_1 - 2} - \frac{m}{x_2 - 2}}{x_1 - x_2} = \frac{-m}{(x_1 - 2)(x_2 - 2)}$$

Do $x_1 > 2, x_2 > 2$ nên $(x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0$,

Từ đó suy ra để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ thì $m > 0$.

Tóm lại $m > 0$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.



Chương 03

Bài 1.

HÀM SỐ & ĐỒ THỊ



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $(1; +\infty)$.

» Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $2x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là : $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

» Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2-1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathbb{R}$.

» Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

» Câu 3. Tập giá trị của hàm số $y = 2x + 3$ trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. $[2; 6]$. B. $[5; 9]$. C. $\mathbb{R}$. D. $[5; +\infty)$.

» Lời giải

Chọn B

Ta có $5 \leq 2x + 3 \leq 9, \forall x \in [1; 3]$ nên hàm số có tập giá trị là $[5; 9]$.

» Câu 4. Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}$.

» Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -5 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -5\}$.

» Câu 5. Tập giá trị của hàm số $y = -3x^2$ là

- A. $(-\infty; 0]$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 0)$. D. $[0; +\infty)$.



Lời giải

Chọn A

Ta có $y = -3x^2 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên hàm số có tập giá trị là $(-\infty; 0]$.

» **Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3x+4}{\sqrt{x-1}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ \sqrt{x-1} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

Cách khác: Điều kiện xác định của hàm số là $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (1; +\infty)$.

» **Câu 7.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$.

- A. $D = [-3; +\infty)$. B. $D = [-2; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -2$.

Vậy $D = [-2; +\infty)$.

» **Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x} + \sqrt{x+2}}{x^2 - x - 12}$ là

- A. $[-2; 4]$. B. $(-3; -2) \cup (-2; 4)$. C. $(-2; 4)$. D. $[-2; 4)$.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x^2-x-12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq -2 \\ x \neq -3 \\ x \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x < 4$.

Vậy, tập xác định của hàm số là $D = [-2; 4)$

» **Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a+b$

- A. $a+b = -8$. B. $a+b = -10$. C. $a+b = 8$. D. $a+b = 10$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ \frac{3x+5}{x-1} - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \frac{9-x}{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (9-x)(x-1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 9$.



* Tập xác định $D = (1; 9] \rightarrow a = 1, b = 9 \rightarrow a + b = 10$.

» **Câu 10.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}$.

- A.** $[-1; +\infty)$. **B.** $[-2; +\infty)$. **C.** $[-3; +\infty)$. **D.** $[0; +\infty)$.

» **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -2 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1$$

» **Câu 11.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

- A.** $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$. **D.** $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

» **Lời giải**

Chọn c

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x-3 \neq 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

» **Câu 12.** Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A.** $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$. **B.** $y = x^2 - \sqrt{x^2+1} - 3$.
C. $y = \frac{3x}{x^2-4}$. **D.** $y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$.

» **Lời giải**

Chọn B

$y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

$y = \frac{3x}{x^2-4}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

$y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$ có tập xác định là $[1; +\infty)$.

» **Câu 13.** Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là

- A.** $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$. **B.** $D = [-4; +\infty) \setminus \{2\}$.
C. $D = \emptyset$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

» **Lời giải**

Chọn A

Hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -4 \end{cases}$.



Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

» **Câu 14.** Tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ là

A. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right]$.

B. $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right)$.

C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

D. $D = [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

» **Lời giải**

Chọn D

Để hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ xác định thì:
$$\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x+1 \neq 0 \\ 3-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ x \neq -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right).$$

» **Câu 15.** Tìm tập xác định D của hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2x-3}{x-2} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{1-x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

B. $D = [1; +\infty) \setminus \{2\}$

C. $D = (-\infty; 1]$

D. $D = [1; +\infty)$

» **Lời giải**

Chọn C

Với $x \leq 0$ thì $x-2 \neq 0$ nên hàm số xác định với mọi $x \leq 0$.

Với $x > 0$: Hàm số xác định khi $1-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Vậy $D = (-\infty; 0] \cup (0; 1] = (-\infty; 1]$.

» **Câu 16.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2} + \frac{x^3}{4|x|-3}$

A. $D = [-2; +\infty)$.

B. $D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

C. $D = \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

» **Lời giải**

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số
$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 4|x|-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -\frac{3}{4} \\ x \neq \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}.$$

» **Câu 17.** Giả sử $D = (a; b)$ là tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 7$.

B. $S = 5$.

C. $S = 4$.

D. $S = 3$.

» **Lời giải**



Chọn B

Hàm số xác định khi $-x^2 + 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

TXĐ: $D = (1; 2)$ nên $a = 1$; $b = 2 \Rightarrow S = a^2 + b^2 = 5$

» **Câu 18.** Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}; a \neq b$. Tính giá trị biểu thức

$$Q = a^3 + b^3 - 4ab.$$

A. $Q = 11$.

B. $Q = 14$.

C. $Q = -14$.

D. $Q = 10$.

» **Lời giải**

Chọn B

Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ xác định khi: $x^2 - 3x + 1 \neq 0$.

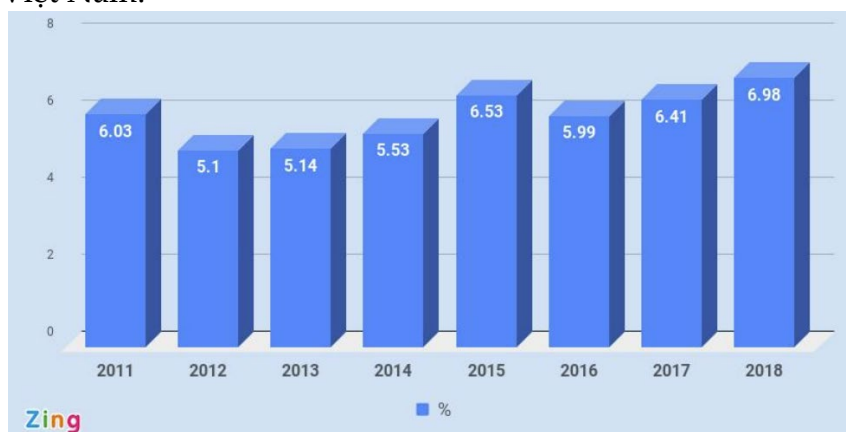
Gọi a, b là 2 nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$.

Theo Vi-et có $\begin{cases} a + b = 3 \\ a \cdot b = 1 \end{cases}$.

$$\text{Có } Q = a^3 + b^3 - 4ab = (a + b)^3 - 3ab(a + b) - 4ab = 27 - 3 \cdot 3 - 4 = 14$$

Vậy $Q = 14$.

» **Câu 19.** Biểu đồ dưới đây cho biết tăng trưởng GDP trong 9 tháng đầu năm trong giai đoạn 2011-2018 của Việt Nam.



Cho biết năm nào tăng trưởng GDP trong 9 tháng đầu năm trong giai đoạn 2011-2018 là cao nhất?

A. 2011.

B. 2018.

C. 2012.

D. 2015.

» **Lời giải**

Chọn B

Năm 2018 có GDP là 6,98.

» **Câu 20.** Bảng giá cước gọi quốc tế của công ty viễn thông A được cho bởi bảng sau:

Thời gian gọi (phút)	Giá cước điện thoại (đồng/phút)
Không quá 8 phút	5000
Từ phút thứ 9 đến phút thứ 15	5500
Từ phút thứ 16 đến phút thứ 25	6000
Từ phút thứ 26 trở đi	6500

Ông An thực hiện cuộc gọi quốc tế 12 phút. Số tiền ông An phải trả là

A. 60000 đồng.

B. 66000 đồng.

C. 72000 đồng.

D. 62000 đồng.



Lời giải

Chọn D

Số tiền ông An phải trả là: $5000.8 + 5500.4 = 62000$ đồng.

» **Câu 21.** Bảng dưới đây thể hiện tỉ lệ đỗ tốt nghiệp THPT trên toàn quốc trong năm năm (từ năm 2018 đến năm 2022)

Năm	2018	2019	2020	2021	2022
Tỉ lệ đỗ tốt nghiệp (%)	93,55	95,93	97,43	95,57	96,36

Coi $y = f(x)$ là hàm số biểu thị sự phụ thuộc tỉ lệ đỗ tốt nghiệp THPT vào thời gian x .

Khẳng định nào sau đây sai

A. Tập xác định của hàm số là $D = \{2018; 2019; 2020; 2021; 2022\}$.

B. $f(2019) = 95,93$.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D là 100.

D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D là 93,55.

Lời giải

Chọn C

Do giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D là 97,57, nên đáp án sai là câu C.

» **Câu 22.** Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x$.

B. $y = -2x$.

C. $y = 2x$.

D. $y = \frac{1}{2}x$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a < 0$.

» **Câu 23.** Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$\forall x_1, x_2 \in (0; +\infty) : x_1 \neq x_2$

$$f(x_2) - f(x_1) = \frac{3}{x_2} - \frac{3}{x_1} = \frac{-3(x_2 - x_1)}{x_2 x_1} \Rightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = -\frac{3}{x_2 x_1} < 0$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

» **Câu 24.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?



x	$-\infty$	0	$+\infty$
y	$-\infty$	1	$-\infty$

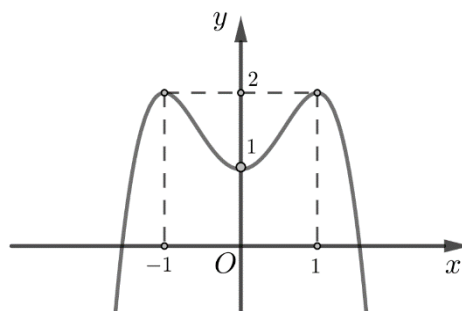
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên: khoảng $(-\infty; 0)$ có mũi tên hướng lên, diễn tả hàm số đồng biến.

» **Câu 25.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

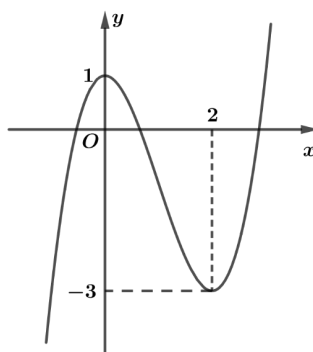
- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Vì đồ thị hàm số đi lên khi $x \in (0; 1)$ nên chọn đáp án B

» **Câu 26.** Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Trên khoảng $(0; 2)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.



» **Câu 27.** Trong mặt phẳng Oxy , điểm $A(1; y)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{x+3}$ lúc đó giá trị của y bằng:

- A.** $y = 4$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 3$.

✎ **Lời giải**

Chọn B

$A(1; y)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \sqrt{x+3}$ nên ta có $y = \sqrt{1+3} = 2$

Đáp án B

» **Câu 28.** Chuẩn bị hết mùa rét năm 2024 một cửa hàng bán quần áo rét cần thanh lý 350 chiếc áo rét. Mỗi ngày cửa hàng đó thanh lý được 30 chiếc áo. Gọi x là số ngày đã bán, y là số áo còn lại sau x ngày bán. Hãy lập hàm số y theo biến x .

- A.** $y = 350 - 30x$. **B.** $y = 350x - 30$. **C.** $y = 350 + 30x$. **D.** $y = 30x - 350$.

✎ **Lời giải**

Chọn A

Số áo bán thanh lý được sau x ngày là $30x$ chiếc.

Vậy số áo còn lại sau x ngày là $y = 350 - 30x$ chiếc.

» **Câu 29.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2+1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

- A.** $P = \frac{5}{3}$. **B.** $P = \frac{8}{3}$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 4$.

✎ **Lời giải**

Chọn C

$$P = f(2) + f(-2) = \frac{2\sqrt{2+2}-3}{2-1} + (-2)^2 + 1 = 6.$$

» **Câu 30.** Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

- A.** $m \leq -4$. **B.** $m < -4$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 4$.

✎ **Lời giải**

Chọn B

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi phương trình $x^2 - 2x - 3 - m = 0$ vô nghiệm

Hay $\Delta' = m + 4 < 0 \Leftrightarrow m < -4$.

» **Câu 31.** Cho hàm số $f(x) = \frac{2024x+2025}{x^2-2x+21-2m}$, với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là

- A.** vô số. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 10.

✎ **Lời giải**

Chọn B

Hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 21 - 2m \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2 - 2x + 21 - 2m = 0$ vô nghiệm



$$\Leftrightarrow \Delta' = 1 - (21 - 2m) < 0 \Leftrightarrow m < 10.$$

Vì m là số nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 8; 9\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên dương của m thỏa đề bài.

» **Câu 32.** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên nửa khoảng $(0; 1]$.

A. $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$

🔍 **Lời giải**

Chọn B

Hàm số xác định khi $x - 2m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2m - 1$.

$$\text{Hàm số xác định trên } (0; 1] \Leftrightarrow 2m - 1 \notin (0; 1] \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 \leq 0 \\ 2m - 1 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{cases}$$

» **Câu 33.** Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - m}}$ xác định trên $[2; 3]$.

A. $m < 0$. B. $0 < m < 3$. C. $m \leq 0$. D. $m \geq 3$.

🔍 **Lời giải**

Chọn A

Điều kiện: $x^2 - 2x - m > 0, \forall x \in [2; 3]$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 > m+1, \forall x \in [2; 3] \quad (*)$$

Ta có:

$$2 \leq x \leq 3$$

$$\Rightarrow 1 \leq x-1 \leq 2$$

$$\Rightarrow 1 \leq (x-1)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 \geq 1, \forall x \in [2; 3], \text{ dấu bằng xảy ra khi } x=2 \quad (**).$$

Từ (*) và (**), ta suy ra: $m+1 < 1 \Leftrightarrow m < 0$.

Vậy $m < 0$.

» **Câu 34.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0; 2)$?

A. $1 < m < 3$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$ C. $3 < m < 5$. D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$

🔍 **Lời giải**

Chọn D

Hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định khi $x - m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq m - 1$.

$$\text{Hàm số xác định trên khoảng } (0; 2) \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} m-1 \leq 0 \\ m-1 \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq m \leq 3.$$



» **Câu 35.** Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m} + \frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$ là

A. $m \in [-3;0] \cup [0;1]$.

B. $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

C. $m \in [-3;0]$.

D. $m \in [-4;0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

» **Lời giải**

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số là:
$$\begin{cases} x-2m+3 \geq 0 \\ x-m \neq 0 \\ -x+m+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2m-3 \\ x \neq m \\ x < m+5 \end{cases}.$$

Trường hợp 1. $2m-3 \geq m+5 \Leftrightarrow m \geq 8 \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là: $D = \emptyset \Rightarrow m \geq 8$ loại.

Trường hợp 2. $2m-3 < m+5 \Leftrightarrow m < 8 \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là: $D = [2m-3; m+5) \setminus \{m\}$.

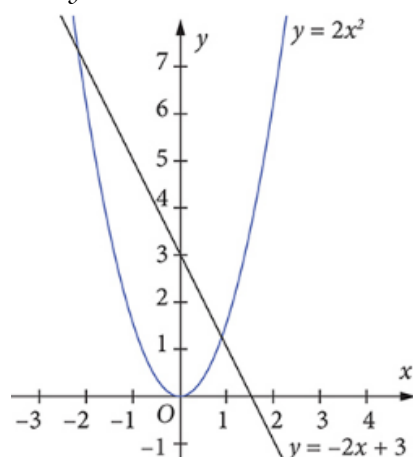
Để hàm số xác định trên khoảng $(0;1)$ thì $(0;1) \subset D$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m-3 \leq 0 \\ m+5 \geq 1 \\ m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \geq -4 \\ m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 \leq m \leq 0 \\ 1 \leq m \leq \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Suy ra $m \in [-4;0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» **Câu 36.** Cho đồ thị các hàm số $y = -2x+3$; $y = 2x^2$. Khi đó:



Mệnh đề

		Đúng	Sai
(a)	Đồ thị hàm số $y = -2x+3$ là một đường cong		
(b)	Đồ thị hàm số $y = -2x+3$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^2$ tại hai điểm		
(c)	Đồ thị của hàm số $y = -2x+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.		
(d)	Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$		



Lời giải

(a) Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ là một đường cong

Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ là một đường thẳng

» **Chọn SAI.**

(b) Đồ thị hàm số $y = -2x + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^2$ tại hai điểm

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Đồ thị của hàm số $y = -2x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Dựa vào đồ thị ta có:

Đồ thị của hàm số $y = -2x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 37.** Cho hàm số $y = -2x^2 + x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm $(0; 0)$ và $(2; -5)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho		
(b)	Điểm $(1; -1)$ không thuộc đồ thị hàm số đã cho		
(c)	Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ -1 là $(-1; -3)$		
(d)	Những điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng 0 là $(0; 0)$ và $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.		

Lời giải

(a) Điểm $(0; 0)$ và $(2; -5)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho

Điểm $(0; 0)$ thuộc đồ thị hàm số vì $0 = -2 \cdot 0^2 + 0$ (đúng).

Điểm $(2; -5)$ không thuộc đồ thị hàm số vì $-5 = -2 \cdot 2^2 + 2$ (sai).

» **Chọn SAI.**

(b) Điểm $(1; -1)$ không thuộc đồ thị hàm số đã cho

Điểm $(1; -1)$ thuộc đồ thị hàm số vì $-1 = -2 \cdot 1^2 + 1$ (đúng).

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ -1 là $(-1; -3)$

Với $x = -1$ thì $y = -2 \cdot 1^2 - 1 = -3$, ta có điểm $(-1; -3)$ thuộc đồ thị.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Những điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng 0 là $(0; 0)$ và $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

$$\text{Với } y = 0 \text{ thì } 0 = -2x^2 + x \Leftrightarrow x(-2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -2x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$



Vậy có hai điểm thuộc đồ thị có tung độ bằng 0 là $(0;0)$ và $\left(\frac{1}{2};0\right)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 38.** Cho hàm số $f(x) = 1 - 3x$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f(1-x) = 3x - 2$		
(b)	$f(x^2) = 1 - 2x^2$		
(c)	$f(2x+1) = -6x - 2$		
(d)	Với $x = \frac{1}{7}$ thì $f(x) = 2 \cdot f(1-x) - 3x + 4$.		

» **Lời giải**

(a) $f(1-x) = 3x - 2$

Ta có: $f(1-x) = 1 - 3(1-x) = 3x - 2$;

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $f(x^2) = 1 - 2x^2$

$f(x^2) = 1 - 3x^2$;

» **Chọn SAI.**

(c) $f(2x+1) = -6x - 2$

$f(2x+1) = 1 - 3(2x+1) = -6x - 2$.

» **Chọn ĐÚNG.**

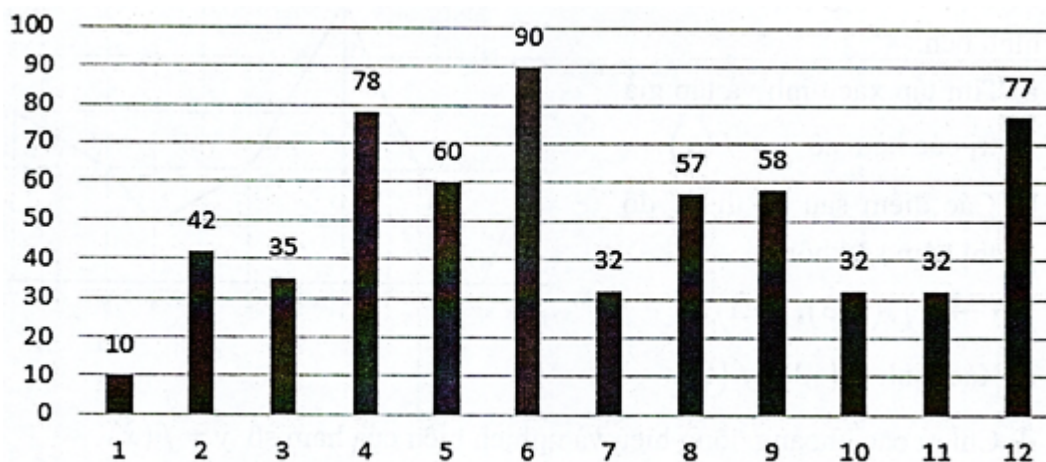
(d) Với $x = \frac{1}{7}$ thì $f(x) = 2 \cdot f(1-x) - 3x + 4$.

$f(x) = 2 \cdot f(1-x) - 3x + 4 \Leftrightarrow 1 - 3x = 2[1 - 3(1-x)] - 3x + 4$

$\Leftrightarrow 1 = 2 - 6(1-x) + 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 39.** Biểu đồ dưới đây cho biết số người bị nhiễm Covid-19 của một tỉnh trong một tháng của năm 2021.



Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Số người bị nhiễm Covid-19 trong mỗi tháng tương ứng là một hàm số		
(b)	Gọi y là số người bị nhiễm Covid-19 theo tháng, x là tháng tương ứng (x, y nguyên dương). Hàm số theo biểu đồ trên có dạng $y = f(x)$. Khi đó tập giá trị của hàm số là $T = \{10; 32; 35; 42; 57; 58; 60; 77; 78; 90\}$		
(c)	$f(1) = 42$		
(d)	Với $y = 58$ thì $x = 9$, ta có điểm $(9; 58)$ thuộc đồ thị hàm số.		

Lời giải

(a) Số người bị nhiễm Covid-19 trong mỗi tháng tương ứng là một hàm số

Ứng với mỗi tháng trong năm, ta chỉ có đúng một số lượng người nhiễm Covid-19 trong tỉnh đó. Vì vậy mỗi liên hệ này chính là một hàm số

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Gọi y là số người bị nhiễm Covid-19 theo tháng, x là tháng tương ứng (x, y nguyên dương). Hàm số theo biểu đồ trên có dạng $y = f(x)$. Khi đó tập giá trị của hàm số là $T = \{10; 32; 35; 42; 57; 58; 60; 77; 78; 90\}$

Tập xác định hàm số: $D = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$.

Tập giá trị hàm số là: $T = \{10; 32; 35; 42; 57; 58; 60; 77; 78; 90\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $f(1) = 42$.

Ta có: $f(1) = 10; f(2) = 42; f(8) = 57; f(11) = 32$.

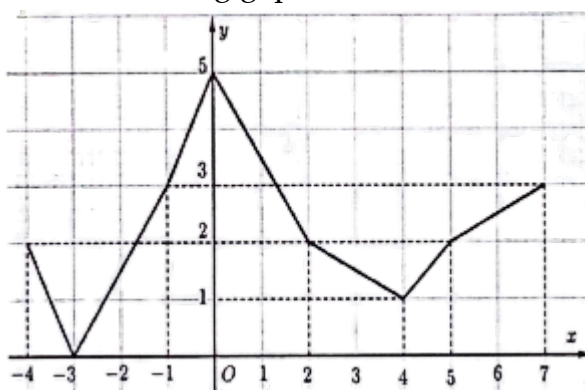
» **Chọn SAI.**

(d) Với $y = 58$ thì $x = 9$, ta có điểm $(9; 58)$ thuộc đồ thị hàm số.

Với $y = 58$ thì $x = 9$, ta có điểm $(9; 58)$ thuộc đồ thị hàm số.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc như hình bên.



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập giá trị hàm số $T = [-4; 7]$		



(b)	Ta thấy điểm $(-4;2), (4;1)$ thuộc đồ thị hàm số, điểm $(2;3)$ không thuộc đồ thị hàm số.		
(c)	Ta có: $f(-1)=3, f(5)=2$.		
(d)	Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng: $(-3;0), (4;7)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-4;-3), (0;4)$.		

✎ **Lời giải**

(a) Tập giá trị hàm số $T = [-4;7]$

Tập xác định hàm số: $D = [-4;7]$.

Tập giá trị hàm số: $T = [0;5]$

» **Chọn SAI.**

(b) Ta thấy điểm $(-4;2), (4;1)$ thuộc đồ thị hàm số, điểm $(2;3)$ không thuộc đồ thị hàm số.

Ta thấy điểm $(-4;2), (4;1)$ thuộc đồ thị hàm số, điểm $(2;3)$ không thuộc đồ thị hàm số.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Ta có: $f(-1)=3, f(5)=2$.

Ta có: $f(-1)=3, f(5)=2$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng: $(-3;0), (4;7)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng:

$(-4;-3), (0;4)$.

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng: $(-3;0), (4;7)$; hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-4;-3), (0;4)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 41.** Một công ty dịch vụ cho thuê xe hơi vào dịp tết với giá thuê mỗi chiếc xe hơi như sau: khách thuê tối thiểu phải thuê trọn ba ngày tết (mùng 1,2,3) với giá 1000000 triệu đồng/ngày; những ngày còn lại (nếu khách còn thuê) sẽ được tính giá thuê là 700000 đồng/ngày. Giả sử T là tổng số tiền mà khách phải trả khi thuê một chiếc xe hơi của công ty và x là số ngày thuê của khách. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số T theo x là $T = 900000 + 700000x$		
(b)	Điều kiện của x là $x \in \mathbb{N}$		
(c)	Một khách hàng thuê một chiếc xe hơi công ty trong 7 ngày tết thì sẽ trả khoản tiền thuê là 5800000 (đồng).		
(d)	Anh Bình định dành ra một khoản tối đa là 10 triệu đồng cho phí thuê xe đi chơi trong dịp tết, khi đó anh Bình có thể thuê xe của công ty trên tối đa 12 ngày.		

✎ **Lời giải**

(a) Hàm số T theo x là $T = 900000 + 700000x$

Ta có: $T = 3000000 + 700000(x-3) = 900000 + 700000x$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Điều kiện của x là $x \in \mathbb{N}$



Với $x \geq 3, x \in \mathbb{N}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Một khách hàng thuê một chiếc xe hơi công ty trong 7 ngày tết thì sẽ trả khoản tiền thuê là 5800000 (đồng).

Với $x = 7$ thì $T = 900000 + 700000.7 = 5800000$ (đồng).

Xét bất phương trình

$$900000 + 700000x \leq 10000000 \Leftrightarrow 9 + 7x \leq 100 \Leftrightarrow x \leq \frac{81}{7} \approx 11,57.$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Anh Bình định dành ra một khoản tiền tối đa là 10 triệu đồng cho phí thuê xe đi chơi trong dịp tết, khi đó anh Bình có thể thuê xe của công ty trên tối đa 12 ngày.

Vậy với khoản tiền 10 triệu đồng, anh Bình chỉ có thể thuê một chiếc xe tối đa 11 ngày.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 42.** Cho hàm số $y = f(x) = -2x^2 + 4x + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm $A(0;1)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số đã cho		
(b)	Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 2 là $E(2;1)$.		
(c)	Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng -3 là $F(-3;29)$.		
(d)	$K_1(-3;-15); K_2(5;-15)$ là những điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng -15.		

» **Lời giải**

(a) Điểm $A(0;1)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số đã cho

Xét hàm số $y = f(x) = -2x^2 + 4x + 1$. Ta có: $f(0) = -2.0^2 + 4.0 + 1 = 1$ nên $A \in (C)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 2 là $E(2;1)$.

Gọi E, F lần lượt là các điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng 2; -3.

Ta có

$$f(2) = -2.2^2 + 4.2 + 1 = 1 \text{ nên } E(2;1).$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ bằng -3 là $F(-3;29)$.

$$f(-3) = -2.(-3)^2 + 4.(-3) + 1 = -29 \text{ nên } F(-3;-29).$$

» **Chọn SAI.**

(d) $K_1(-3;-15); K_2(5;-15)$ là những điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng -15.

Gọi K là điểm thuộc đồ thị hàm số có tung độ bằng -15.

$$\text{Ta có } -15 = -2x^2 + 4x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy có hai điểm thuộc đồ thị hàm số mà tung độ bằng -15 là $K_1(-2;-15); K_2(4;-15)$.

» **Chọn SAI.**



» **Câu 43.** Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 8 & \text{khi } x < 0 \\ 8 - 2x & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f(-1) \cdot f(1) = 48$		
(b)	Điểm $A(0;0)$ thuộc đồ thị hàm số.		
(c)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.		
(d)	$f\left(\frac{3}{2}\right) = f(5)$		

» **Lời giải**

(a) $f(-1) \cdot f(1) = 48$.

Ta có $x = 1$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2$

Nên $f(1) = 8 - 2 \cdot 1 = 6$ và $x = -1$ thỏa mãn $x < 0$ nên $f(-1) = 8$.

Suy ra $f(-1) \cdot f(1) = 8 \cdot 6 = 48$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Điểm $A(0;0)$ thuộc đồ thị hàm số.

Ta có $x = 0$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2$ nên $f(0) = 8 - 2 \cdot 0 = 8$.

Điểm thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ là điểm $B(0;8)$ nên điểm $A(0;0)$ không thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Trên khoảng $(0;2)$ hàm số $y = f(x) = 8 - 2x$ là hàm số bậc nhất với hệ số $a = -2 < 0$

Nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

» **Chọn SAI.**

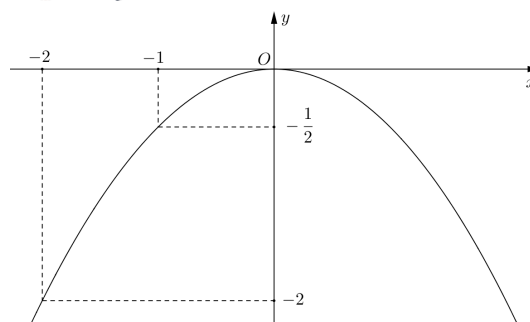
(d) $f\left(\frac{3}{2}\right) = f(5)$.

Ta có $x = \frac{3}{2}$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2$ nên $f\left(\frac{3}{2}\right) = 8 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 5$ và $x = \sqrt{5}$ thỏa mãn $x > 2$ nên

$f(\sqrt{5}) = (\sqrt{5})^2 = 5$. Suy ra $f\left(\frac{3}{2}\right) = f(\sqrt{5}) = 5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 44.** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ thuộc đồ thị của hàm số.		
(b)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.		
(c)	Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.		
(d)	Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$.		

✎ **Lời giải**

(a) Điểm $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ thuộc đồ thị của hàm số.

Từ đồ thị, ta thấy: Điểm $B\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ thuộc đồ thị hàm số nên điểm $A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ không thuộc đồ thị của hàm số.

» **Chọn SAI.**

(b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Từ đồ thị, ta thấy: Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số có đồ thị là đường đi xuống nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Từ đồ thị, ta thấy: Trên khoảng $(-2; 0)$, hàm số có đồ thị là đường đi lên nên hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$

Từ đồ thị, ta thấy: Tập giá trị của hàm số là $(-\infty; 0]$.

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 45.** Tập xác định hàm số $y = \sqrt{\frac{3-x}{x+2}} + \sqrt[3]{x-1}$ có dạng $D = (-a; b]$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Giá trị $a + b$ bằng bao nhiêu?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**



Hàm số xác định khi và chỉ khi $\frac{3-x}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 3-x \leq 0 \\ x+2 < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq 3 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 3. \text{ Tập xác định hàm số: } D = (-2; 3].$$

Khi đó $\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow a+b=5$

» **Câu 46.** Tập xác định hàm số $y = \frac{\sqrt[3]{x+3} + x}{\sqrt{|x-1| + |3-2x| + x-2}}$ có dạng $D = \mathbb{R} \setminus \left[b; \frac{a}{2} \right]$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Giá trị $b+2a$ bằng bao nhiêu?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 7**

Hàm số xác định khi và chỉ khi

$$|x-1| + |3-2x| + x-2 > 0$$

$$\Leftrightarrow |x-1| - (x-1) + |3-2x| - (3-2x) > 0 (*)$$

Ta có: $\begin{cases} |x-1| \geq (x-1) \\ |3-2x| \geq (3-2x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| - (x-1) \geq 0 \\ |3-2x| - (3-2x) \geq 0 \end{cases}'$

suy ra: $|x-1| - (x-1) + |3-2x| - (3-2x) \geq 0.$

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} |x-1| = (x-1) \\ |3-2x| = (3-2x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 3-2x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq \frac{3}{2} \end{cases}.$

Do vậy $(*) \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \left[1; \frac{3}{2} \right]$. Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left[1; \frac{3}{2} \right]$.

Khi đó $b=1; a=3 \Rightarrow b+2a=7$

» **Câu 47.** Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số. Điều kiện của tham số m để hàm số đã cho xác định trên $(0;1)$ có dạng $m \in (-\infty; a] \cup \{b\}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $a-2b$

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -3**

Hàm số xác định trên $(0;1) \Leftrightarrow (0;1) \subset [m-2; m-1) \cup (m-1; +\infty)$

$$\begin{cases} (0;1) \subset [m-2; m-1) \\ (0;1) \subset (m-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m \leq 1 \end{cases}.$$

Vậy $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$ là giá trị cần tìm.

Khi đó $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a-2b=-3$



» **Câu 48.** Cho $f(x) = \begin{cases} x-4 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2-4x+1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $f(m^2) + f(-2) = 18$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Với $x = m^2 \geq 0$, ta có: $f(m^2) = m^2 - 4$.

Với $x = -2 < 0$, ta có: $f(-2) = (-2)^2 - 4(-2) + 1 = 13$.

Khi đó: $f(m^2) + f(-2) = 18 \Leftrightarrow (m^2 - 4) + 13 = 18 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Vậy $m = \pm 3$ thỏa mãn.

» **Câu 49.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-20; 20]$ để hàm số $f(x) = (2m-1)x + m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 20**

Xét $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$.

Ta có: $f(x_2) - f(x_1) = [(2m-1)x_2 + m + 3] - [(2m-1)x_1 + m + 3] = (2m-1)(x_2 - x_1)$.

Suy ra: $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = 2m - 1$. Điều kiện để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

$T = 2m - 1 > 0 \Rightarrow m > \frac{1}{2}$. Vậy với $m > \frac{1}{2}$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó có 20 giá trị nguyên của m

» **Câu 50.** Anh T cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn.

» Nhà hàng 1 đề nghị anh T đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn.

» Nhà hàng 2 đề nghị anh T đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn.

Để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới, anh T nên lựa chọn nhà hàng n (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)? Giá trị n bằng bao nhiêu?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Gọi x là số bàn tiệc thực tế trong đám cưới (x nguyên dương và $x \in [30; 35]$)

Và y (triệu đồng) là số tiền mà người đó phải trả cho nhà hàng.

Nếu đăng ký tại nhà hàng 1, anh T sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2x + 20$.

Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [80; 90]$, tức là anh T phải trả khoản tiền khoảng 80 triệu đến 90 triệu cho nhà hàng thứ nhất.

Nếu đăng ký tại nhà hàng 2, anh T sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2,5x + 10$.

Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [85; 97,5]$, tức là anh T phải trả khoản tiền khoảng 85 triệu đến 97,5 triệu cho nhà hàng thứ hai.



Vậy, nếu chất lượng phục vụ hai nhà hàng là tương đương, anh T nên chọn nhà hàng 1 để tiết kiệm một khoản chi phí tiệc cưới.

» **Câu 51.** Tập xác định hàm số $y = \frac{3x-2}{(x^2-x+1)(x-x^2)}$ có dạng $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính giá trị $a+b$

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

$$\text{Hàm số xác định } (x^2-x+1)(x-x^2) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x+1 \neq 0 \\ x-x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0 \\ x(1-x) \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \neq 0 \wedge x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}. \text{ Tập xác định hàm số: } D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow a+b=1$$

» **Câu 52.** Trong tập xác định hàm số $y = \frac{\sqrt{x+10} + \sqrt{10-x}}{\sqrt[3]{x^2+x-1} - \sqrt[3]{x^2+2}}$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 20**

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} x+10 \geq 0 \\ 10-x \geq 0 \\ \sqrt[3]{x^2+x-1} - \sqrt[3]{x^2+2} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -10 \\ x \leq 10 \\ \sqrt[3]{x^2+x-1} \neq \sqrt[3]{x^2+2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -10 \leq x \leq 10 \\ x^2+x-1 \neq x^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 \leq x \leq 10 \\ x \neq 3 \end{cases}.$$

$$\text{Tập xác định hàm số: } D = [-10; 10] \setminus \{3\}.$$

Khi đó có 20 giá trị nguyên trong tập xác định của hàm số đã cho.

» **Câu 53.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của a trong $[-100; 100]$ để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+3a-2} + \sqrt{a+2-x}}$ xác định với mọi $x \in [-1; 1]$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 100**

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} x+3a-2 \geq 0 \\ a+2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2-3a \\ x \leq a+2 \end{cases}.$$

» **Trường hợp 1:** $2-3a > a+2 \Leftrightarrow a < 0$.

Khi đó tập xác định hàm số $D = \emptyset$ không thể chứa đoạn $[-1; 1]$.

» **Trường hợp 2:** $2-3a \leq a+2 \Leftrightarrow a \geq 0$ (*).

Khi đó tập xác định hàm số $D = [2-3a; a+2]$

$$\text{Hàm số xác định } \forall x \in [-1; 1] \Leftrightarrow [-1; 1] \subset [2-3a; a+2]$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-3a \leq -1 \\ 1 \leq a+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 1 \\ a \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq 1 \text{ (thỏa (*))}.$$

Vậy với $a \geq 1$ thì hàm số đã cho xác định với mọi $x \in [-1; 1]$.

Khi đó $a \in [1; 100] \Rightarrow$ có 100 giá trị nguyên của a

» **Câu 54.** Cho hàm số $y = f(x) = mx^3 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2m^2 - m$ với m là tham số. Tìm giá trị của m sao cho $f(-1) = 2$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -2**

$$f(-1) = 2 \Leftrightarrow 2 = -m - 2(m^2 + 1) + 2m^2 - m \Leftrightarrow m = -2.$$

Vậy $m = -2$ là giá trị cần tìm.

» **Câu 55.** Tập xác định hàm số $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ có dạng $D = [-a; +\infty)$ với a là số tự nhiên. Giá trị a bằng bao nhiêu?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Khi $x \geq 1$ thì hàm số là $y = \frac{1}{x}$ luôn xác định với $x \geq 1$.

Khi $x < 1$ thì hàm số là $y = \sqrt{x+1}$ xác định khi $\begin{cases} x < 1 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x < 1$

Do đó hàm số đã cho xác định khi $x \geq -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; +\infty)$.

» **Câu 56.** Cho hàm số $y = f(x) = -3x^2 + m^2x + m + 1$ (với m là tham số). Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(1; 0)$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(1; 0)$ khi và chỉ khi $0 = -3 + m^2 + m + 1$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}.$$

Vậy chỉ có 1 giá trị m thỏa.

» **Câu 57.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên $(-1; 3)$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0**

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-m+1 \geq 0 \\ -x+2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-1 \\ x < 2m \end{cases}.$

Nên tập xác định của hàm số là $D = [m-1; 2m)$ với điều kiện $m-1 < 2m \Leftrightarrow m > -1$.



Hàm số đã cho xác định trên $(-1;3)$ khi và chỉ khi $(-1;3) \subset [m-1;2m)$

$$\Leftrightarrow m-1 \leq -1 < 3 \leq 2m \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Suy ra không có giá trị } m \text{ thỏa mãn.}$$

» **Câu 58.** Cho hàm số $f(x) = 2x^4 + (m-1)x^3 + (m^2-1)x^2 + 2(m^2-3m+2)x - 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để điểm $M(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0**

Điểm $M(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho khi và chỉ khi $f(1) = 0$

$$\Leftrightarrow 0 = 2 + (m-1) + (m^2-1) + 2(m^2-3m+2) - 3 \Leftrightarrow 3m^2 - 5m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{6}.$$

Vậy không có giá trị nguyên của tham số m .

» **Câu 59.** Tập xác định hàm số $y = \frac{1-2x}{|x|-1} - \sqrt{5x-3}$ có dạng $D = \left[\frac{3}{b}; +\infty\right) \setminus \{a\}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 6**

$$\text{Điều kiện xác định } \begin{cases} |x|-1 \neq 0 \\ 5x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x \geq \frac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \geq \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là } D = \left[\frac{3}{5}; +\infty\right) \setminus \{1\}.$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a=1 \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow a+b=6$$

» **Câu 60.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong $(-10;10)$ để hàm số $y = \sqrt{3x-m}$ xác định trên tập $(1;+\infty)$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 14**

$$\text{Điều kiện } 3x-m \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{m}{3} \Rightarrow D = \left[\frac{m}{3}; +\infty\right).$$

$$\text{Để hàm số xác định trên } (1;+\infty) \text{ thì } (1;+\infty) \subset \left[\frac{m}{3}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{m}{3} \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 3.$$

Khi đó trong $(-10;10)$ có 14 giá trị nguyên.

----- Hết -----



Chương 03

Bài 2.

HÀM SỐ BẬC HAI

A

Lý thuyết

1. Hàm số bậc hai



Định nghĩa

Hàm số bậc hai là hàm số cho bởi công thức: $y = ax^2 + bx + c$,

Trong đó x là biến số, a, b, c là các hằng số và $a \neq 0$.

Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathbb{R}$.

Chú ý:

» Khi $a = 0, b \neq 0$, hàm số trở thành hàm số bậc nhất $y = bx + c$.

» Khi $a = b = 0$, hàm số trở thành hàm hằng $y = c$.

2. Đồ thị của hàm số bậc hai



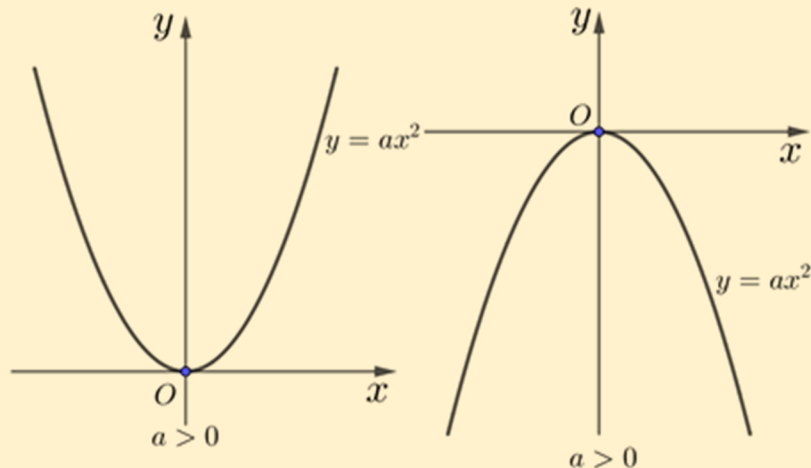
Đồ thị hàm số: $y = ax^2$

Đồ thị hàm số $y = ax^2$ là các đặc điểm sau:

» Đỉnh là gốc $O(0;0)$.

» Có trục đối xứng là $x = 0$.

» Hướng bề lõm lên trên khi $a > 0$ và hướng xuống khi $a < 0$.

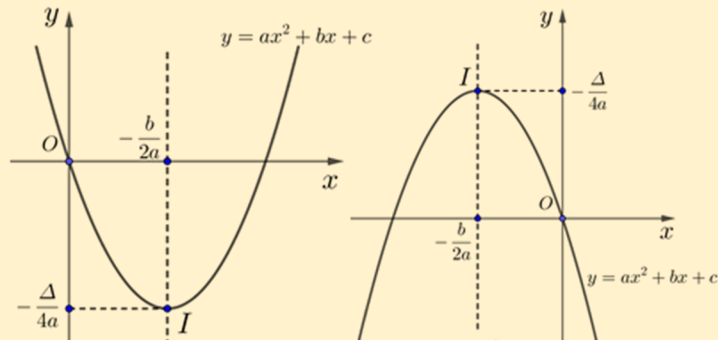




Đồ thị hàm số: $y=ax^2+bx+c$

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) là một đường Parabol có:

- » Đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- » Có trục đối xứng: đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.
- » $a > 0$: Bề lõm hướng lên trên.
- » $a < 0$: Bề lõm hướng xuống dưới.



Cách vẽ:

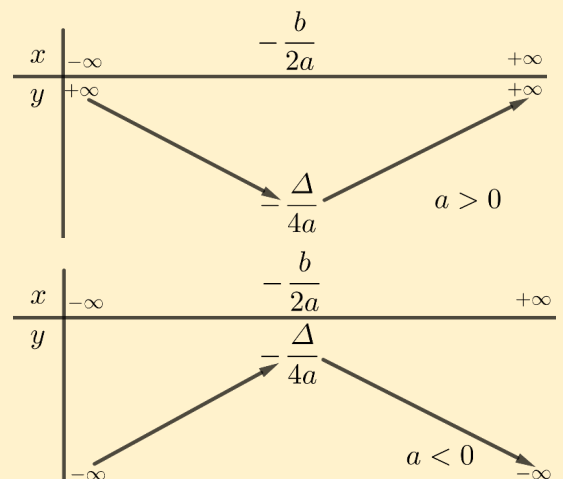
1. Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$;
2. Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$;
3. Xác định tọa độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có)
4. Vẽ parabol.

3. Chiều biến thiên của hàm số bậc hai



Cách vẽ:

- Nếu $a > 0$ thì hàm số $y = ax^2 + bx + c$
 - » Nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.
 - » Đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.
- Nếu $a < 0$ thì hàm số $y = ax^2 + bx + c$
 - » Đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.
 - » Nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.



[illegible]



Các dạng bài tập

Dạng 1. Xác định hàm số bậc 2



Phương pháp

Để xác định hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (xác định các tham số a, b, c)

Dựa vào giả thiết để lập nên các phương trình (hệ phương trình) ẩn là a, b, c .

Việc lập nên các phương trình nêu ở trên thường sử dụng đến các kết quả sau:

» Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(x_0; y_0) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

» Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = x_0 \Leftrightarrow -\frac{b}{2a} = x_0$.

» Đồ thị hàm số có đỉnh là $I(x_I; y_I) \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = x_I \\ -\frac{\Delta}{4a} = y_I \end{cases}$.

» Trên $\mathbb{R}$, ta có:

1. $f(x)$ có giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow a < 0$. Lúc này giá trị lớn nhất $f(x)$ là $-\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.

2. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow a > 0$. Lúc này giá trị nhỏ nhất $f(x)$ là $-\frac{\Delta}{4a} = f\left(-\frac{b}{2a}\right)$.



Ví dụ 1.1.

Xác định parabol

(1) $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết (P) qua $M(1; 5)$, có trục đối xứng là $x = -\frac{1}{4}$.

(2) $(P): y = ax^2 + 2x + c$, biết $I\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$ là đỉnh của (P) .

(3) $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) đi qua $A(1; -1)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -3)$

(4) $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết hoành độ đỉnh (P) bằng -3 và (P) qua $M(-2; 1)$.

Lời giải

(1) $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết (P) qua $M(1; 5)$, có trục đối xứng là (P) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a + b + 2 = 5 \\ -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow (P): y = 2x^2 + x + 2$$

(2) $(P): y = ax^2 + 2x + c$, biết $x = -\frac{1}{4}$ là hoành độ đỉnh của (P) .



$$\text{Ta có: } \begin{cases} -\frac{2}{2a} = \frac{1}{2} \\ \frac{4+8c}{-8} = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow (P): y = -2x^2 - 2x + 5$$

(3) $(P): (P)$, biết (P) đi qua $y = ax^2 + bx + c$, (P) , $C(-1; -3)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a.1^2 + b.1 + c = -1 \\ a.2^2 + b.2 + c = 3 \\ a.(-1)^2 + b.(-1) + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow (P): y = x^2 + x - 3.$$

(4) $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết hoành độ đỉnh (P) bằng $\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2a}$ và (P) qua $M(-2; 1)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} -\frac{4}{2a} = -3 \\ 4a + 8 + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 6a \\ 4a + c = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ c = -\frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow (P): y = -\frac{2}{3}x^2 - 4x - \frac{13}{3}.$$



Ví dụ 1.2.

Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các tham số, biết rằng hàm số ấy đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x = -2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1; -1)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Trên $\mathbb{R}$, do hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị lớn nhất nên $a < 0$.

$$\text{Do đó theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -2 \\ 4a - 2b + c = 5 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{3} \\ b = -\frac{8}{3} \\ c = \frac{7}{3} \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{7}{3}$.



Ví dụ 1.3.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ ($m \neq 0$) cắt đường thẳng $y = 3x - 1$ tại đỉnh của nó.

Lời giải

Đỉnh của (P) là $I(1; -4m - 2)$.

Theo giả thiết, I thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$ nên $-4m - 2 = 3.1 - 1 \Leftrightarrow m = -1$.

Vậy $m = -1$.



Dạng 2. Vẽ đồ thị hàm số bậc 2



Phương pháp

Để vẽ đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ta thực hiện theo các bước sau:

» **Bước 1.** Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

» **Bước 2.** Vẽ trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$.

» **Bước 3.** Lập bảng giá trị

x	x_1	x_2	$x = -\frac{b}{2a}$	x_3	x_4
y	$y(x_1)$	$y(x_2)$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$y(x_3)$	$y(x_4)$

» **Bước 4.** Vẽ Parabol

Lưu ý:

- Khi vẽ cần chú ý dấu của hệ số a (bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$)
- Đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; c)$
- Đồ thị của hàm số cắt trục hoành (nếu có) tại điểm $(x_0; 0)$ với x_0 là nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$



Ví dụ 2.1.

Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$.

Lời giải

Ta có $a = 1$, $b = -2$, $c = 3$. Suy ra tọa độ đỉnh là $I(1; -1)$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$	-1	$+\infty$

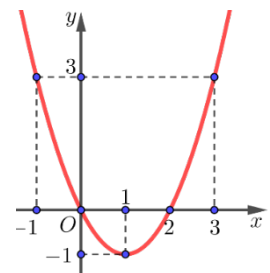
Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Vẽ đồ thị: Ta có đỉnh là $I(1; -1)$ và trục đối xứng là $x = 1$.

Bảng giá trị

x	-1	0	1	2	3
y	3	0	-1	0	3

Ta có đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$ là



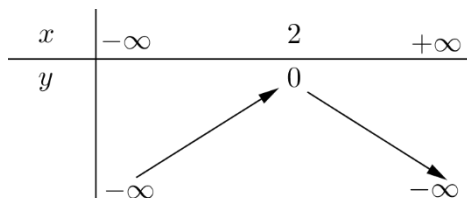


Ví dụ 2.2.

Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$.

Lời giải

Ta có $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$, $c = -2$. Suy ra tọa độ đỉnh là $I(2;0)$.



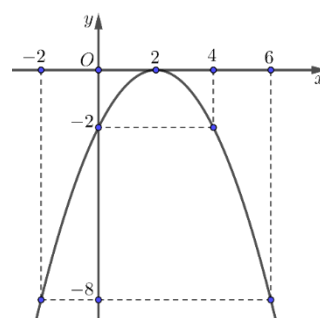
Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Vẽ đồ thị: Ta có đỉnh là $I(2;0)$ và trục đối xứng là $x = 2$.

Bảng giá trị

x	-2	0	2	4	6
y	-8	-2	0	-2	-8

Ta có đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$ là



Ví dụ 2.3.

Cho hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$.

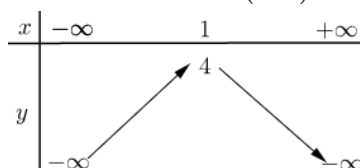
(1) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số.

(2) Tìm các giá trị của x để $y > 0$ và $y < 0$.

Lời giải

(1) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) của hàm số.

Ta có $a = -1$, $b = 2$, $c = 3$. Suy ra tọa độ đỉnh là $I(1;4)$.



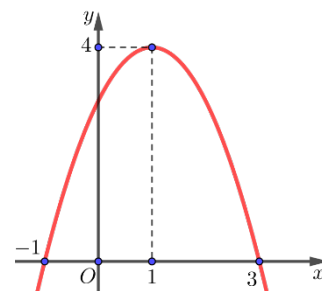
Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Vẽ đồ thị: Ta có đỉnh là $I(1;4)$ và trục đối xứng là $x = 1$.

Bảng giá trị

x	-1	0	1	2	3
y	0	3	4	3	0

Ta có đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 2x + 3$ là



(2) Tìm các giá trị của (x) để $y > 0$ và $y < 0$.

Từ đồ thị ta thấy để $y > 0$ thì $x \in (-1; 3)$ và $y < 0$ thì $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.



Dạng 3. Tìm tham số để hàm số bậc 2 đơn điệu



Phương pháp

» Trường hợp $a = 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

» Trường hợp $a > 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ (m; n) \subset \left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right) \end{cases}$.

» Trường hợp $a < 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ (m; n) \subset \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right) \end{cases}$.

Lưu ý:

- » Việc tìm điều kiện để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ nghịch biến trên khoảng $(m; n)$ được làm tương tự.
- » Có thể dựa vào định nghĩa tính đồng biến, nghịch biến của hàm số để thực hiện các bài toán trên.



Ví dụ 3.1.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

(1) $y = -x^2 + 2mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; 3)$.

(2) $y = -4x^2 + 4mx - m^2 + 2$ nghịch biến trên $(-2; +\infty)$.

Lời giải

(1) $y = -x^2 + 2mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; 3)$.

Ta có $a = -1 < 0$, $-\frac{b}{2a} = m$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; m)$.

Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} \geq 3 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Kết luận: $m \geq 3$.

(2) $y = -4x^2 + 4mx - m^2 + 2$ nghịch biến trên $(-2; +\infty)$.

Ta có $a = -4 < 0$; $-\frac{b}{2a} = \frac{m}{2}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\frac{m}{2}; +\infty\right)$.

Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \frac{m}{2} \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -4$.

Kết luận: $m \leq -4$.



Ví dụ 3.2.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số

(1) $y = (m^2 + 1)x^2 - 4mx + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

(2) $y = mx^2 - (m^2 + 1)x + 3$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải



(1) $y = (m^2 + 1)x^2 - 4mx + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

Ta có $a = m^2 + 1 > 0$, $-\frac{b}{2a} = \frac{2m}{m^2 + 1}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{2m}{m^2 + 1}\right)$.

Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \frac{2m}{m^2 + 1} \geq 1 \Leftrightarrow (m-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 1$.

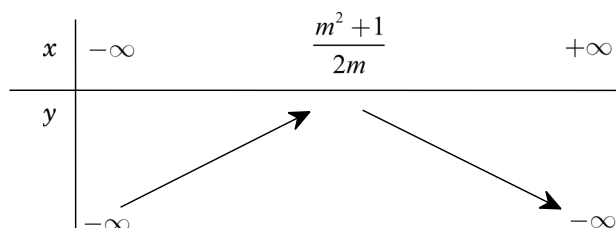
Kết luận: $m = 1$.

(2) $y = mx^2 - (m^2 + 1)x + 3$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Ta có $a = m$, $-\frac{b}{2a} = \frac{m^2 + 1}{2m}$ với $m \neq 0$.

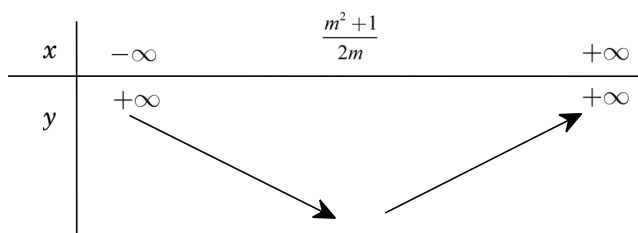
» Trường hợp $m = 0$: $y = -x + 3$, là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên loại $m = 0$.

» Trường hợp $m < 0$: $a = m < 0$ nên hàm số có BBT như sau:



Dựa vào BBT thấy hàm số không thể đồng biến trên $(1; +\infty)$. Tức $m < 0$ bị loại.

» Trường hợp $m > 0$: Ta có $a = m > 0$ nên hàm số có BBT như sau:



Dựa vào BBT thấy yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \frac{1+m^2}{2m} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1+m^2 \leq 2m \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$.

Tóm lại: $m = 1$.



Ví dụ 3.3.

Tìm các giá trị của tham số m để hàm số

$$y = mx^2 + 2(m-1)x + 2m+1 \text{ nghịch biến trên } (-1; 2).$$

Lời giải

Ta có $a = m$, $-\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$ với $m \neq 0$.

» Trường hợp $m = 0$: Hàm số đã cho trở thành $y = -2x + 1$, là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên cũng nghịch biến trên $(-1; 2)$. Tức $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

» Trường hợp $m < 0$: Ta có $a = m < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1-m}{m}; +\infty\right)$

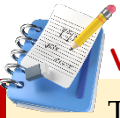


Do vậy yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \frac{1-m}{m} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq 0$, đúng với $m < 0$.

» Trường hợp $m > 0$: Ta có $a = m > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{1-m}{m}\right)$.

Do vậy yêu cầu của bài toán $\frac{1-m}{m} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{1-3m}{m} \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{3}$.

Tóm lại: $m \leq \frac{1}{3}$.



Ví dụ 3.4.

Tìm các giá trị của tham số m để hàm số

$$y = (m-2)x^2 - 2mx + m + 2025 \text{ nghịch biến trên } (-\infty; 3).$$

Lời giải

» Trường hợp $m = 2 \Rightarrow y = -4x + 2019$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên nghịch biến trên $(-\infty; 3)$.

Tức $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

» Trường hợp $m \neq 2$: Dựa vào sự biến thiên hàm bậc hai ta thấy

$$f(x) \text{ nghịch biến trên khoảng } (-\infty; 3) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 > 0 \\ \frac{m}{m-2} \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Từ các trường hợp trên, suy ra: $2 \leq m \leq 3$

Vậy $2 \leq m \leq 3$.



Dạng 4. Các yếu tố liên quan đồ thị hàm số bậc hai



Phương pháp

Loại 1: Cho parabol: $(P): y = ax^2 + bx + c$.

- » Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của (P) .
- » Tương giao của (P) với trục Ox .
- » Tìm điều kiện để các giao điểm của (P) và trục Ox thỏa mãn điều kiện nào đó.

Thường dùng đến các kết quả sau:

- » Đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$ là trục đối xứng của (P) , điểm $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ là đỉnh của (P) .
- » Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ là hoành độ giao điểm của (P) và Ox .
- » Giả sử $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm của (P) và trục Ox . Khi đó:

$$\square A, B \text{ cùng ở bên trái đối với trục } Oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A + x_B < 0 \\ x_A \cdot x_B > 0 \end{cases}$$

$$\square A, B \text{ cùng ở bên phải đối với trục } Oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A + x_B > 0 \\ x_A \cdot x_B > 0 \end{cases}$$

$$\square A, B \text{ cùng ở một bên đối với trục } Oy \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A \cdot x_B > 0 \end{cases}$$

$$\square A, B \text{ không ở cùng một bên đối với trục } Oy \Leftrightarrow x_A \cdot x_B < 0.$$

Loại 2: Cho parabol: $(P): y = ax^2 + bx + c$ và đường thẳng $d: y = mx + n$

- » Biện luận số điểm chung của (P) và trục hoành.
- » Tìm điều kiện để đường thẳng d tiếp xúc với (P) .

Thường dùng đến các kết quả sau: Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (*).

- » (P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt.
- » (P) và Ox có một điểm chung (còn gọi là tiếp xúc với nhau) $\Leftrightarrow (*)$ có một nghiệm.
- » (P) và trục hoành không có điểm chung $\Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm.
- » d và (P) tiếp xúc với nhau $\Leftrightarrow ax^2 + bx + c = mx + n$ có nghiệm kép.



Ví dụ 4.1.

Cho parabol $(P): y = x^2 + 5x - 6$. Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của parabol (P) , tọa độ giao điểm của parabol (P) với trục hoành.

Lời giải

Ta có $-\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2}$, $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{49}{4}$, do vậy:



(P) có trục đối xứng là $x = -\frac{5}{2}$;

(P) có đỉnh là $I\left(-\frac{5}{2}; -\frac{49}{4}\right)$.

Hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành là nghiệm của $x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) với trục hoành là $(1; 0), (-6; 0)$.



Ví dụ 4.2.

Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$. Xét dấu của Δ, b, c biết rằng (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.

Lời giải

$$(P) \text{ cắt } Ox \text{ tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{-b}{a} < 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases}.$$



Ví dụ 4.3.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol (P): $y = x^2 - 2x + m - 1$ và trục Ox không có điểm chung.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (*)

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 2 - m < 0 \Leftrightarrow m > 2$. Vậy $m > 2$.



Ví dụ 4.4.

Cho parabol (P): $y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để d tiếp xúc với (P).

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm (P); d là: $x^2 + x + 2 = ax + 1 \Leftrightarrow x^2 + (1 - a)x + 1 = 0$ (1).

d tiếp xúc với $\Leftrightarrow$ (1) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow (1 - a)^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}$.

Vậy $a \in \{-1; 3\}$.



Dạng 5. Sự tương giao



Phương pháp

Loại 1: Dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$ biện luận theo tham số m số nghiệm của $f(x) = g(m)$

» Vẽ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$.

» Tùy vào giá trị của d để chỉ ra số giao điểm của $d: y = g(m)$ và (C) .

» Số giao điểm của d và (C) cũng chính là số nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$.

Lưu ý: $d: y = g(m)$ là đường thẳng có phương ngang và cắt Oy tại điểm có tung độ $g(m)$.

Loại 2: Sự tương giao của đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai

Cho đồ thị (P) của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ và đồ thị d của hàm số $y = kx + m$.

Tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và d là nghiệm của
$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = kx + m \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$ax^2 + bx + c = kx + m \Leftrightarrow ax^2 + (b - k)x + c - m = 0 \quad (2)$$

Nhận xét:

1. Số giao điểm của (P) và d bằng số nghiệm của hệ phương trình và cũng bằng số nghiệm của phương trình (2).
2. Nếu phương trình (2) vô nghiệm thì ta nói d và (P) không giao nhau.
3. Nếu phương trình (2) có nghiệm kép thì ta nói d và (P) tiếp xúc với nhau.
Lúc này ta nói d là tiếp tuyến của (P) .
4. Nếu phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt thì ta nói d và (P) cắt nhau.



Ví dụ 5.1.

Tìm tọa độ giao điểm của Parabol $(P): y = -x^2 - 4x + 1$ và đường thẳng $d: y = -x + 3$.

Lời giải

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } -x^2 - 4x + 1 = -x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Với } x = -1 \Rightarrow y = 4; x = -2 \Rightarrow y = 5.$$

Tọa độ giao điểm của (P) và d là $A(-1; 4), B(-2; 5)$.



Ví dụ 5.2.

Cho Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$. Tìm m để d tiếp xúc với (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm khi đó.

Lời giải



Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 3x + 2 = mx + 2 \Leftrightarrow x^2 - (3+m)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m+3 \end{cases}$.

Để d tiếp xúc với (P) thì $m+3=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Tọa độ tiếp điểm khi đó là $M(0;2)$.

Nhận xét: Từ phương trình (1) ta tính $\Delta' = (m+3)^2$. Để d tiếp xúc với (P) thì (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -3$.



Ví dụ 5.3.

Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị tìm các giá trị của tham số m để phương trình $-x^2 + 4x + 2 = m$ có 2 nghiệm phân biệt.

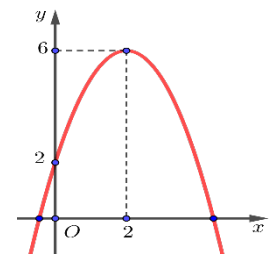
Lời giải

$-x^2 + 4x + 2 = m$ (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (P) của $y = -x^2 + 4x + 2$ và $d: y = m$.

Số nghiệm phương trình (1) bằng số giao điểm của (P) và (d) .

Dựa vào đồ thị ta thấy, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m < 6$.

Vậy $m < 6$.



Ví dụ 5.4.

Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 5$ có đồ thị (P) như hình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị, tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $2x^2 - 12x + 6m - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt dương.

Lời giải

Phương trình: $2x^2 - 12x + 6m - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = -3m + \frac{11}{2}$ (1)

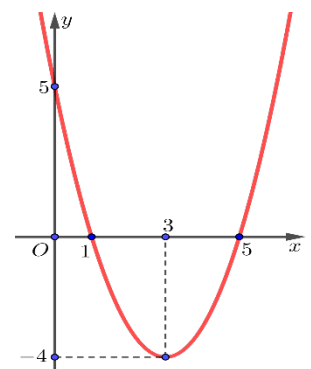
Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của (P)

$y = x^2 - 6x + 5$ và đường thẳng $(d) y = -3m + \frac{11}{2}$.

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của (P) và (d) .

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -4 < -3m + \frac{11}{2} < 5 \Leftrightarrow \frac{1}{6} < m < \frac{19}{6}$.

Vậy $\frac{1}{6} < m < \frac{19}{6}$.





Dạng 6. Giá trị lớn nhất - Giá trị nhỏ nhất



Phương pháp

Loại 1: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên 1 tập cho trước

- » Lập bảng biến thiên
- » Xác định tập bài toán yêu cầu
- » Kết luận.

Loại 2: Tìm điều kiện để hàm số bậc hai đạt giá trị lớn nhất/nhỏ nhất.

Cho hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

» Nếu $a > 0$ thì $\min y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_l = -\frac{b}{2a}$.

» Nếu $a < 0$ thì $\max y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_l = -\frac{b}{2a}$.

Trường hợp tập xác định khác $\mathbb{R}$, ta kẻ bảng biến thiên của hàm số trên tập đó để có được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.



Ví dụ 6.1.

Cho hàm số $y = x^2 - 4x - 3$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3; 5]$.

Lời giải

Ta có: $\frac{-b}{2a} = \frac{4}{2 \cdot 1} = 2$; $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{(-4)^2 - 4 \cdot (-3)}{4 \cdot 1} = \frac{-28}{4} = -7$.

Vì $a = 1 > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$, đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Dựa vào bảng biến thiên, vậy $\min_{x \in [-3; 5]} y = y(2) = -7$ và $\max_{x \in [-3; 5]} y = y(-3) = 18$.

x	-3	2	5
y	18	-7	2



Ví dụ 6.2.

Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2; 7]$.

Lời giải

Ta có: $\frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-2)} = 1$; $\frac{-\Delta}{4a} = -\frac{4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 3}{4 \cdot (-2)} = 5$

Vì $a = -2 < 0$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Dựa vào bảng biến thiên, vậy $\min_{x \in [2; 7]} y = y(7) = -67$ và $\max_{x \in [2; 7]} y = y(2) = 3$.

x	2	7
y	3	-67



Ví dụ 6.3.

Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hoành độ đỉnh: $x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{2m}{2m} = 1$, suy ra $y_I = -4m - 2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-10 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -4m - 2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2. \text{ (Thỏa mãn)}$



Ví dụ 6.4.

Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x = 2$. Tính abc .

Lời giải

Để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3 khi

$$x = 2 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} a > 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ f(1) = 2 \\ f(2) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ 2a + b = 0 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow abc = 1 \cdot (-2) \cdot 3 = -6.$$



Ví dụ 6.5.

Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Tìm giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Hoành độ đỉnh: $x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m}$, suy ra $y_I = m \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{m}\right) - m - 1 = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$

» **Trường hợp 1:** Khi $m < 0$ thì $\max y = y_I = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$ tại điểm $x_I = \frac{1}{m}$.

$$y_I = f\left(\frac{1}{m}\right) = \frac{-m^2 - m - 1}{m} - 1 + 1 = \frac{-m^2 - 2m - 1}{m} + 1 = \frac{-(m+1)^2}{m} + 1 \geq 0 + 1 = 1.$$

Vậy $\min y_I = 1$ tại điểm $m = -1$.

» **Trường hợp 2:** Khi $m > 0$ thì hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất, chỉ có giá trị nhỏ nhất.

» **Trường hợp 3:** Khi $m = 0$ thì hàm số $y = -2x - 1$ đã cho là hàm số bậc nhất, không có giá trị lớn nhất.

Kết luận: $m = -1$.



Dạng 7. Bài toán thực tế



Phương pháp

Bài toán: Các bài toán thực tế mà mô hình thực tiễn chưa chuyển về mô hình toán học. Các bước làm như sau:

- » **Bước 1:** Dựa vào giả thiết của đề bài, xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức diễn tả dưới “*dạng ngôn ngữ toán học*” cho mô hình mô phỏng thực tiễn. Căn cứ vào các yếu tố bài ra ta chọn biến số, tìm điều kiện tồn tại, đơn vị.
- » **Bước 2:** Dựa vào các mối liên hệ ràng buộc giữa biến số với các giả thiết của đề bài cũng như các kiến thức liên quan đến thực tế, ta thiết lập hàm số bậc hai. Chuyển yêu cầu đặt ra đối với bài toán thực tiễn thành yêu cầu bài toán hàm số bậc hai.
- » **Bước 3:** Dùng tính chất hàm số bậc hai để giải quyết bài toán hình thành ở **bước 2**. Lưu ý kiểm tra điều kiện, và kết quả thu được có phù hợp với bài toán thực tế đã cho chưa.



Ví dụ 7.1.

Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$).

- (1) Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.
- (2) Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất ?

Lời giải

- (1) Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.

Ta có: $h(t) = -t^2 + 2t + 3 \Leftrightarrow h(t) = -(t-1)^2 + 4 \Rightarrow \max h(t) = h(1) = 4$.

Vậy quả bóng đạt chiều cao lớn nhất bằng 4 m tại thời điểm $t = 1$ giây.

- (2) Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất ?

Ta có: $-t^2 + 2t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ (loại) hoặc $t = 3$ (nhận).

Vậy sau 3 giây quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất.



Ví dụ 7.2.

Độ cao của quả bóng golf tính theo thời gian có thể được xác định bằng một hàm bậc hai. Với các thông số cho trong bảng sau, hãy xác định độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây ?

Thời gian (giây)	0	0,5	1	2
Độ cao (mét)	0	28	48	64

Lời giải

Độ cao của quả bóng tính theo thời gian được xác định bởi hàm số $h(t) = at^2 + bt + c$ (tính bằng mét), t : giây, $t \geq 0$.

Với các thông số cho bởi bảng trên ta có:



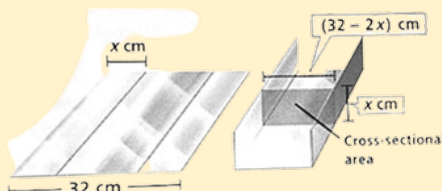
$$\begin{cases} c = 0 \\ \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c = 28 \\ a + b + c = 48 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -16 \\ b = 64 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow h(t) = -16t^2 + 64t \Rightarrow h(3) = 48.$$

Vậy độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây là 48 m.



Ví dụ 7.3.

Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất?



Lời giải

Gọi $S(x)$ là diện tích mặt ngang ứng với bề ngang x (cm) của phần gấp hai bên, ta có:

$$S(x) = x(32 - 2x), \text{ với } 0 < x < 16.$$

Diện tích mặt ngang lớn nhất khi hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0; 16)$.

$$\text{Ta có: } S(x) = -2x^2 + 32x = -2(x - 8)^2 + 128 \leq 128, \forall x \in (0; 16).$$

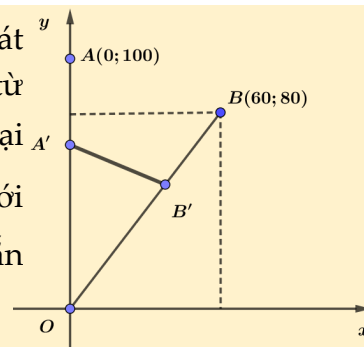
$$\Rightarrow \max S(x) = S(8) = 128.$$

Vậy $x = 8$ cm thì diện tích mặt ngang lớn nhất.



Ví dụ 7.4.

Hai con chuồn chuồn bay trên hai quỹ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm. Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm $A(0; 100)$ đến điểm $O(0; 0)$ với vận tốc 5 m/s. Con còn lại bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ $B(60; 80)$ đến $O(0; 0)$ với vận tốc 10 m/s. Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là bao nhiêu?



Lời giải

Xét tại thời điểm t (giây), $t \in [0; 10]$, con chuồn chuồn bay từ A về O có tọa độ là $A'(0; 100 - 5t)$.

Con chuồn chuồn bay từ $B(60; 80)$ về $O(0; 0)$ trên quỹ đạo là đường thẳng có hệ số góc là

$$k = \tan \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5}.$$

Do đó tại thời điểm t , nó có tọa độ là $\begin{cases} x = 60 - 10t \cdot \cos \alpha \\ y = 80 - 10t \cdot \sin \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 - 6t \\ y = 80 - 8t \end{cases}$
 $\Rightarrow B'(60 - 6t; 80 - 8t).$

Ta có: $\overrightarrow{A'B'} = (60 - 6t; -20 - 3t).$



Khi đó, khoảng cách giữa hai con chuồn chuồn là:

$$d = A'B' = \sqrt{(60 - 6t)^2 + (20 + 3t)^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{45t^2 - 600t + 4000}$$

d nhỏ nhất khi hàm số $f(t) = 45t^2 - 600t + 4000$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0; 10]$.

Ta có: $f(t) = 5(3t - 20)^2 + 2000 \geq 2000, \forall t \in [0; 10]$

$$\Rightarrow \min_{t \in [0; 10]} f(t) = f\left(\frac{20}{3}\right) = 2000.$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất của hai con chuồn chuồn trong quá trình bay là $\sqrt{2000} = 20\sqrt{5}$ m.



Ví dụ 7.5.

Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

Lời giải

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoan Hùng (x : đồng, $30000 \leq x \leq 50000$).

Tương ứng với giá bán là x thì số quả bán được là: $40 + \frac{10}{1000}(50000 - x) = -\frac{1}{100}x + 540$.

Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có:

$$f(x) = \left(-\frac{1}{100}x + 540\right) \cdot (x - 30000) = -\frac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000$$

Lợi nhuận thu được lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[30000; 50000]$

$$\text{Ta có: } f(x) = -\left(\frac{1}{10}x - 4200\right)^2 + 1440000 \leq 1440000, \forall x \in [30000; 50000]$$

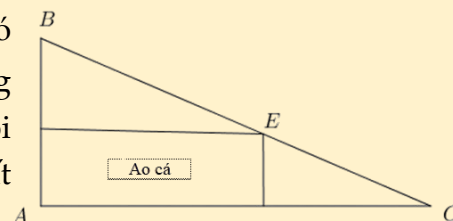
$$\Rightarrow \max_{x \in [30000; 50000]} f(x) = f(42000) = 1440000.$$

Vậy với giá bán 42000 đồng mỗi quả bưởi thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

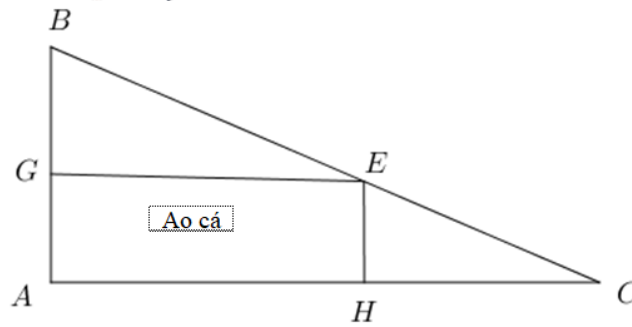


Ví dụ 7.6.

Ông Tiến có một mảnh đất hình tam giác vuông ABC có diện tích $125m^2$. Ông Tiến có ý định đào ao thả cá có dạng hình chữ nhật trên khu đất của mình (như hình vẽ). Hỏi rằng ông Tiến có thể đào một cái ao với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?



Lời giải



Giả sử ao cá hình chữ nhật $AHEG$ như hình vẽ.

Diện tích ao là $S = AH.HE$.

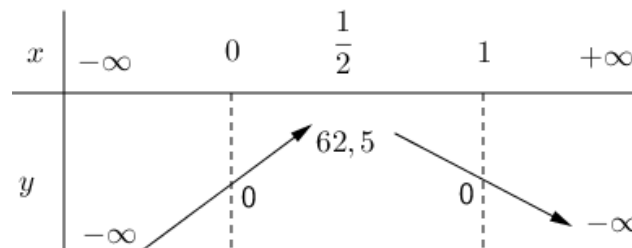
Đặt $x = \frac{BE}{BC}$, ($0 < x < 1$)

Theo Talet ta có $\frac{AH}{AC} = \frac{BE}{BC} = x \Rightarrow AH = x.AC$

và $\frac{HE}{AB} = \frac{CE}{BC} = \frac{BC - BE}{BC} = 1 - x \Rightarrow HE = (1 - x).AB$

khi đó $S = AH.HE = x(1 - x)AB.AC = -250x^2 + 250x$,

Ta xét hàm số $S = -250x^2 + 250x$ với $x \in (0; 1)$ có bảng biến thiên như sau:



Vậy ông Tiến có thể đào ao thả cá với diện tích lớn nhất là $62,5m^2$ khi đỉnh E là trung điểm của cạnh huyền BC .



Chương 03

Bài 2.

HÀM SỐ BẬC HAI



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

🔗 *Lời giải*

Chọn D

Hàm số bậc hai có $a = 2 > 0$; $-\frac{b}{2a} = 1$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

» Câu 2. Điểm $I(-2; 1)$ là đỉnh của Parabol nào sau đây?

- A. $y = x^2 + 4x + 5$. B. $y = 2x^2 + 4x + 1$. C. $y = x^2 + 4x - 5$. D. $y = -x^2 - 4x + 3$.

🔗 *Lời giải*

Chọn A

Hoành độ đỉnh là $x_I = -\frac{b}{2a} = -2$. Từ đó loại câu B.

Thay hoành độ $x_I = -2$ vào phương trình Parabol ở các câu A, C, D, ta thấy chỉ có câu A thỏa điều kiện $y_I = 1$.

» Câu 3. Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1; 0)$ và có đỉnh $I(1; 2)$. Tính $a + b + c$.

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

🔗 *Lời giải*

Chọn C

Theo giả thiết ta có hệ:
$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \text{ với } a \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + c = 0 \\ b = -2a \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy hàm bậc hai cần tìm là $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$

» Câu 4. Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ (1) biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A. $y = -x^2 + 3x + 2$. B. $y = -x^2 - 3x - 2$. C. $y = x^2 - 3x + 2$. D. $y = -x^2 + 3x - 2$.



Lời giải

Chọn D

Do đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 9a + 6b + 4c = 1 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $y = -x^2 + 3x - 2$

» **Câu 5.** Cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 + bx + c$. Tìm $a + b + c$, biết (P) đi qua điểm $A(0;3)$ và có đỉnh $I(-1;2)$.

- A.** $a + b + c = 6$ **B.** $a + b + c = 5$ **C.** $a + b + c = 4$ **D.** $a + b + c = 3$

Lời giải

Chọn A

(P) đi qua điểm $A(0;3) \Rightarrow c = 3$.

$$(P) \text{ có đỉnh } I(-1;2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ a - b + 3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ a - 2a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 6.$$

» **Câu 6.** Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là

- A.** $y = x^2 + x + 2$. **B.** $y = 2x^2 + x + 2$. **C.** $y = 2x^2 + 2x + 2$ **D.** $y = x^2 + 2x$

Lời giải

Chọn B

Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 2 \\ 8 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a - 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Vậy hàm số cần tìm là } y = 2x^2 + x + 2.$$

» **Câu 7.** Cho $(P): y = x^2 + bx + 1$ đi qua điểm $A(-1;3)$. Khi đó

- A.** $b = -1$. **B.** $b = 1$. **C.** $b = 3$. **D.** $b = -2$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $A(-1;3)$ vào $(P): y = x^2 + bx + 1$.

Ta được: $3 = (-1)^2 - b + 1 \Leftrightarrow b = -1$.

» **Câu 8.** Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;-12)$. Khi đó tích $a.b.c$ bằng

- A.** -10368 . **B.** 10368 . **C.** 6912 . **D.** -6912 .

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $a \neq 0$.



Từ giả thiết ta có hệ
$$\begin{cases} 64a + 8b + c = 0 \\ 36a + 6b + c = -12 \\ -\frac{b}{2a} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -36 \\ c = 96 \end{cases} \Rightarrow abc = -10368.$$

» **Câu 9.** Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$. Tổng giá trị $a + 2b$ là

A. $-\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -1.

» **Lời giải**

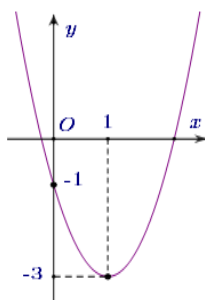
Chọn B

Vì parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$

nên ta có
$$\begin{cases} a + b + 4 = 3 \\ -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ 2a + 3b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Do đó $a + 2b = -3 + 4 = 1$.

» **Câu 10.** Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

A. $y = -x^2 + x - 1$.

B. $y = 2x^2 + 4x - 1$.

C. $y = x^2 - 2x - 1$.

D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

» **Lời giải**

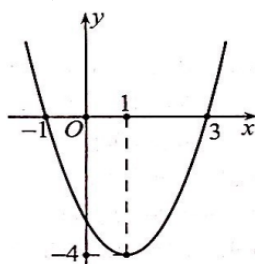
Chọn D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

Tọa độ đỉnh $I(1; -3)$, ta có phương trình:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Vậy parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

» **Câu 11.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên dưới.





Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là:

A. -9.

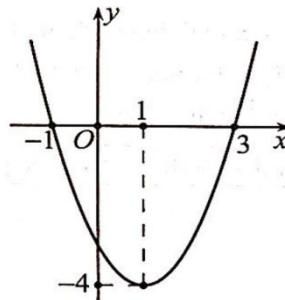
B. 9.

C. -6.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

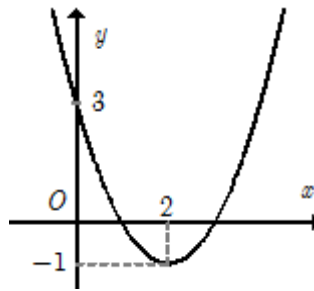


Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0), B(1; -4), C(3; 0)$

Do đó ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

Khi đó: $2a + b + 2c = 2 \cdot 1 - 2 + 2(-3) = -6$.

» **Câu 12.** Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.



A. 0.

B. 26.

C. 8.

D. 20.

Lời giải

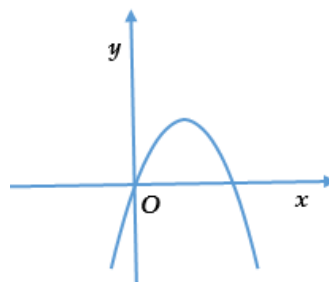
Chọn B

Do đồ thị hàm số có đỉnh là $I(2; -1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ f(2) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases} \quad (1)$

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 3) \Rightarrow f(0) = 3 \Leftrightarrow c = 3 \quad (2)$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow T = 26$

» **Câu 13.** Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có hệ số a là





A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a = 1$.

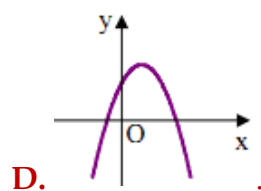
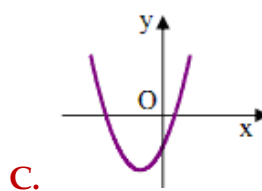
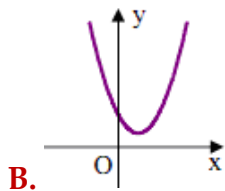
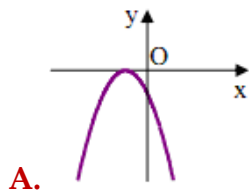
D. $a = 2$.

🔗 *Lời giải*

Chọn B

Bề lõm hướng xuống $a < 0$.

» **Câu 14.** Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a > 0$, $b > 0$ và $c < 0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng



🔗 *Lời giải*

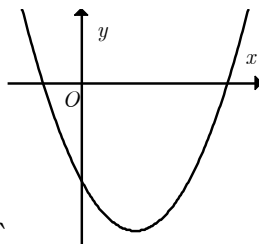
Chọn C

Do $a > 0$ nên Parabol quay bề lõm lên trên, suy ra loại phương án A, D.

Mặt khác do $a > 0$, $b > 0$ nên đỉnh Parabol có hoành độ $x = -\frac{b}{2a} < 0$ nên loại phương án B.

Vậy chọn C.

» **Câu 15.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$. B. $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$. C. $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. D. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$.

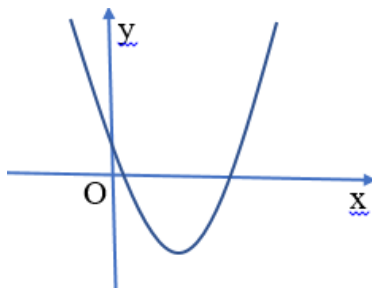
🔗 *Lời giải*

Chọn A

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại D.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, C.

» **Câu 16.** Cho đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0$, $b = 0$, $c > 0$. B. $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. C. $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$. D. $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$.

🔗 *Lời giải*

Chọn C

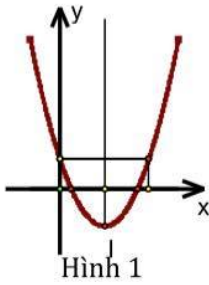
Từ dáng đồ thị ta có $a > 0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

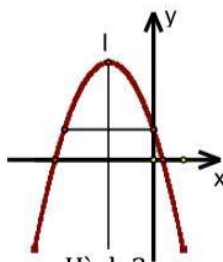
Hoành độ đỉnh $-\frac{b}{2a} > 0$ mà $a > 0$ suy ra $b < 0$.



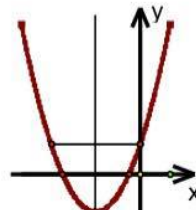
» **Câu 17.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0; b < 0; c > 0$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



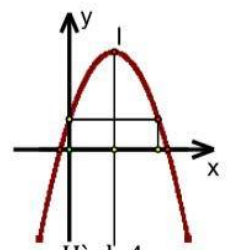
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. hình (4).

B. hình (3).

C. hình (2).

D. hình (1).

» **Lời giải**

Chọn C

Vì $a < 0$ nên đồ thị có bề lõm hướng xuống dưới $\Rightarrow$ loại hình, hình.

$a < 0; b < 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} < 0$ nên trục đối xứng của (P) nằm bên trái trục tung. Vậy hình thỏa mãn nên chọn đáp án **C**.

» **Câu 18.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$		-4		$+\infty$

A. $y = x^2 - 4x$.

B. $y = x^2 + 4x$.

C. $y = -x^2 + 4x$.

D. $y = -x^2 - 4x$.

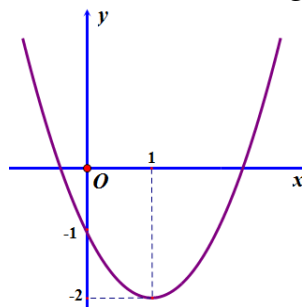
» **Lời giải**

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra hệ số $a > 0$. Loại C, D

Toạ độ đỉnh $I = (2; -4)$ loại B

» **Câu 19.** Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A; B; C; D sau đây?



A. $y = x^2 + 2x - 1$.

B. $y = x^2 + 2x - 2$.

C. $y = 2x^2 - 4x - 2$.

D. $y = x^2 - 2x - 1$.

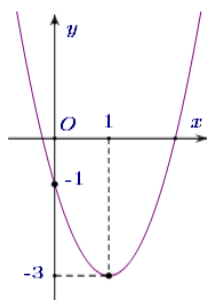
» **Lời giải**

Chọn D

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên loại B và C

Hoành độ của đỉnh là $x_I = -\frac{b}{2a} = 1$ nên ta loại A

» **Câu 20.** Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

A. $y = -x^2 + x - 1$. **B.** $y = 2x^2 + 4x - 1$. **C.** $y = x^2 - 2x - 1$. **D.** $y = 2x^2 - 4x - 1$.

🔗 **Lời giải**

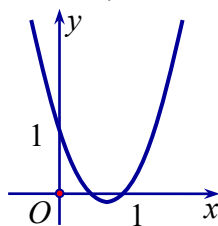
Chọn D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

Tọa độ đỉnh $I(1; -3)$, ta có phương trình:
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Vậy parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.

» **Câu 21.** Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



A. $y = x^2 - 3x + 1$. **B.** $y = 2x^2 - 3x + 1$. **C.** $y = -x^2 + 3x - 1$. **D.** $y = -2x^2 + 3x - 1$.

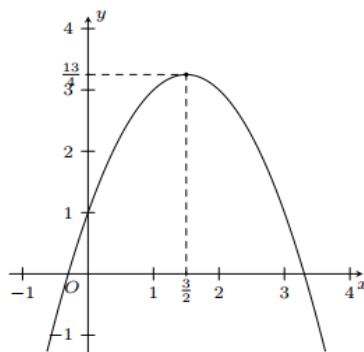
🔗 **Lời giải**

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có hàm số bậc hai có hệ số $a > 0$ nên ta loại đáp án C, D.

Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(1; 0)$, mà điểm $(1; 0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2 - 3x + 1$ và không thuộc đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ nên ta Chọn B

» **Câu 22.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

A. $y = x^2 + 3x - 1$. **B.** $y = x^2 - 3x - 1$. **C.** $y = -x^2 - 3x - 1$. **D.** $y = -x^2 + 3x + 1$.

🔗 **Lời giải**

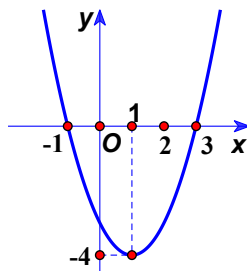
Chọn D

Đồ thị hàm số là parabol có bề lõm quay xuống nên hệ số $a < 0$. Loại đáp án A, B.



Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án C.

» **Câu 23.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



A. -9.

B. 9.

C. -6.

D. 6.

» *Lời giải*

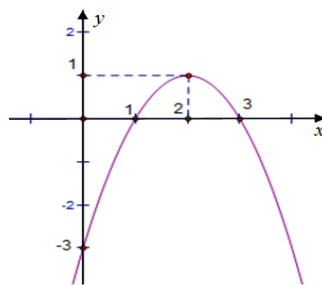
Chọn C

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0)$, $B(1; -4)$, $C(3; 0)$ nên có

$$\text{hệ phương trình: } \begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}.$$

Khi đó: $2a + b + 2c = 2 \cdot 1 - 2 + 2(-3) = -6$.

» **Câu 24.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới



A. $y = -x^2 + 2x - 3$.

B. $y = -x^2 + 4x - 3$.

C. $y = x^2 - 4x + 3$.

D. $y = x^2 - 2x - 3$.

» *Lời giải*

Chọn B

Đồ thị trên là của hàm số bậc hai với hệ số $a < 0$ và có tọa độ đỉnh là $I(2; 1)$. Vậy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$.

» **Câu 25.** Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	-5	$+\infty$

A. $y = -x^2 + 4x$.

B. $y = -x^2 + 4x - 9$.

C. $y = x^2 - 4x - 1$.

D. $y = x^2 - 4x - 5$.

» *Lời giải*

Chọn C

Parabol cần tìm phải có hệ số $a > 0$ và đồ thị hàm số phải đi qua điểm $(2; -5)$. Đáp án C thỏa mãn.



» **Câu 26.** Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$-\infty$	-4	$-\infty$

- A.** $y = x^2 + 4x$. **B.** $y = -x^2 - 4x - 8$. **C.** $y = -x^2 - 4x + 8$. **D.** $y = -x^2 - 4x$.

Lời giải

Chọn B

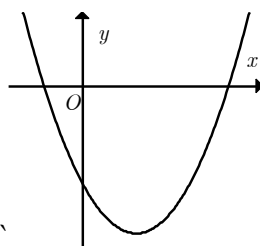
Dựa vào BBT ta thấy:

Parabol có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a < 0 \Rightarrow$ Loại A.

Parabol có đỉnh $I(-2; -4)$ nên thay $x = -2; y = -4$ vào các đáp án B, C, D.

Nhận thấy chỉ có đáp án B thỏa mãn.

» **Câu 27.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

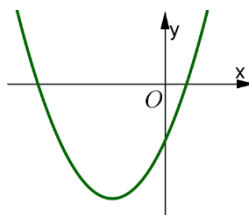
Lời giải

Chọn A

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại D.

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, C. Chọn A

» **Câu 28.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.** $a > 0; b > 0; c > 0$. **B.** $a > 0; b < 0; c > 0$. **C.** $a > 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a > 0; b > 0; c < 0$.

Lời giải

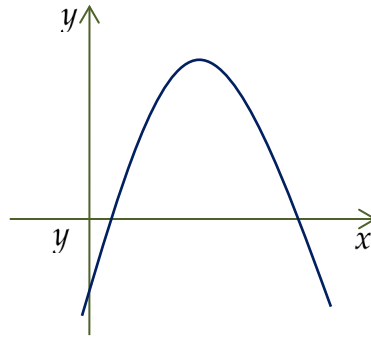
Chọn D

Vì Parabol hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0; c)$ ở dưới $Ox \Rightarrow c < 0$.

Hoành độ đỉnh Parabol là $-\frac{b}{2a} < 0$, mà $a > 0 \Rightarrow b > 0$.

» **Câu 29.** Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0$.

🔗 **Lời giải**

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta có:

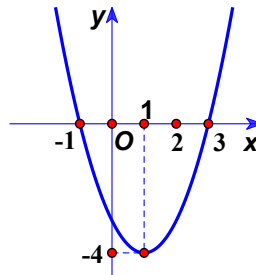
• Bề lõm hướng xuống $\Rightarrow a < 0$.

• Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$.

• Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Do đó: $a < 0, b > 0, c < 0$.

» **Câu 30.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



A. -9.

B. 9.

C. -6.

D. 6.

🔗 **Lời giải**

Chọn C

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1; 0), B(1; -4), C(3; 0)$ nên có

$$\text{hệ phương trình: } \begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

Khi đó: $2a + b + 2c = 2 \cdot 1 - 2 + 2(-3) = -6$.

» **Câu 31.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 2x + 3$ đạt được tại

A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

🔗 **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$

Dấu bằng xảy ra khi $x = -1$ nên chọn đáp án B.



» **Câu 32.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng:

A. $\frac{11}{8}$

B. $\frac{11}{4}$

C. $\frac{4}{11}$

D. $\frac{8}{11}$

» *Lời giải*

Chọn D

Hàm số $y = x^2 - 5x + 9$ có giá trị nhỏ nhất là $\frac{11}{4} > 0$.

Suy ra hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ có giá trị lớn nhất là $\frac{2}{\frac{11}{4}} = \frac{8}{11}$.

» **Câu 33.** Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ trên miền $[-1; 4]$ là

A. -1.

B. 2.

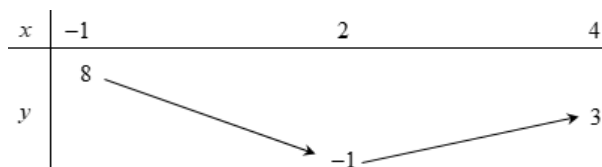
C. 7.

D. 8.

» *Lời giải*

Chọn C

Xét trên miền $[-1; 4]$ thì hàm số có bảng biến thiên là



Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8 và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 nên tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $8 + (-1) = 7$.

» **Câu 34.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4|x| + 3$ là:

A. -1

B. 1

C. 4

D. 3

» *Lời giải*

Chọn D

Ta có $x^2 \geq 0 \forall x, |x| \geq 0 \forall x$.

Suy ra $x^2 + 4|x| + 3 \geq 3 \forall x$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 3.

» **Câu 35.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S.

A. $T = 3$.

B. $T = \frac{1}{2}$.

C. $T = \frac{9}{2}$.

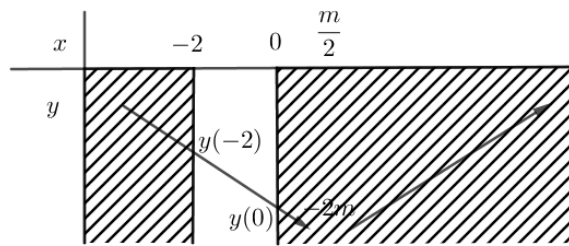
D. $T = -\frac{3}{2}$.

» *Lời giải*

Chọn A

Ta có đỉnh $I\left(\frac{m}{2}; -2m\right)$.

Do $m > 0$ nên $\frac{m}{2} > 0$. Khi đó đỉnh $I \notin [-2; 0]$.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ là $y(0) = 3$ tại $x = 0$.

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = 3 \\ m_2 = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow S = \{3\}.$$

» **Câu 36.** Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 1 - x$ với $(P): y = x^2 - 2x + 1$ là

- A.** $x = 0; x = 1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 0; x = 2$. **D.** $x = 0$.

🔗 **Lời giải**

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm

$$1 - x = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

» **Câu 37.** Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x - 5$. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 4x + m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2 + 7$ là

- A.** -10 . **B.** 10 . **C.** -6 . **D.** 9 .

🔗 **Lời giải**

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 - 3x - 5 = 4x + m \Leftrightarrow 2x^2 - 7x - 5 - m = 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-m - 5) > 0$

$$\Leftrightarrow 8m + 89 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{89}{8}.$$

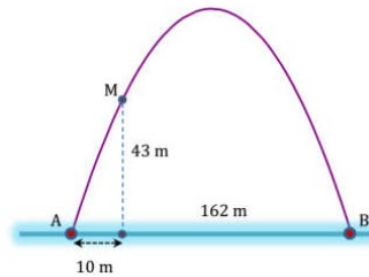
Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của nên theo Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{-5 - m}{2} \end{cases}.$$

$$2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2 + 7 \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 - 7x_1x_2 - 7 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{7}{2}\right)^2 - 7 \cdot \left(\frac{-5 - m}{2}\right) - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 70 + 7m = 0 \Leftrightarrow m = -10.$$

Vậy $m = -10$ là giá trị cần tìm.

» **Câu 38.** Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.



- A. 175,6 m. B. 197,5 m. C. 210 m. D. 185,6 m.

🔗 *Lời giải*

Chọn D

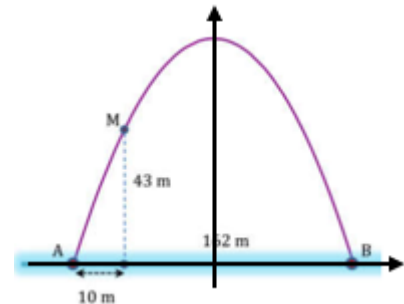
Gắn hệ toạ độ Oxy sao cho gốc toạ độ trùng với trung điểm của AB , tia AB là chiều dương của trục hoành.

Parabol có phương trình $y = ax^2 + c$, đi qua các điểm:

$B(81;0)$ và $M(-71;43)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 81^2 a + c = 0 \\ 71^2 a + c = 43 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{81^2 \cdot 43}{81^2 - 71^2} \approx 185,6$$

Suy ra chiều cao của cổng là $c \approx 185,6$ m.

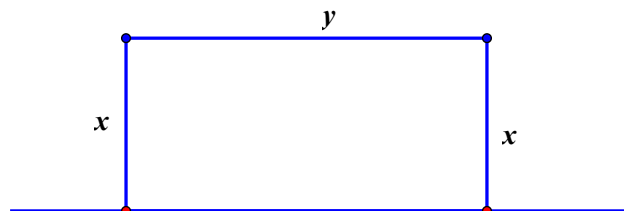


- » **Câu 39.** Cô Tình có 60m lưới muốn rào một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hộ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

- A. $400m^2$. B. $450m^2$. C. $350m^2$. D. $425m^2$.

🔗 *Lời giải*

Chọn B



Gọi hai cạnh của hình chữ nhật có độ dài là x, y ; $0 < x, y < 60$.

Ta có $2x + y = 60 \Rightarrow y = 60 - 2x$.

Diện tích hình chữ nhật là $S = xy = x(60 - 2x) = \frac{1}{2} \cdot 2x(60 - 2x) \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2x + 60 - 2x}{x} \right) = 450$.

Vậy diện tích hình chữ nhật lớn nhất là $450(m^2)$, đạt được khi $x = 15, y = 30$.

- » **Câu 40.** Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$).

Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được?

- A. $h = 1m$. B. $h = 4m$. C. $h = 2m$. D. $h = 3m$.

🔗 *Lời giải*

Chọn B

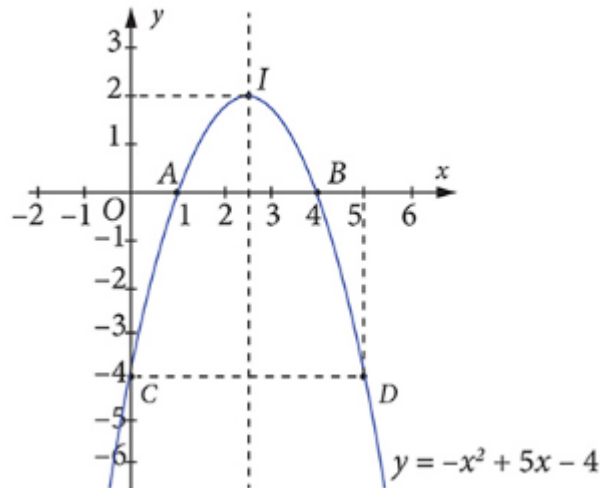
Ta có: $h(t) = -t^2 + 2t + 3 \Leftrightarrow h(t) = -(t-1)^2 + 4 \Rightarrow \max h(t) = h(1) = 4$.

Vậy quả bóng đạt chiều cao lớn nhất bằng 4m tại thời điểm $t = 1$ giây.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai



» **Câu 41.** Xét đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$. Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$		
(b)	trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$		
(c)	giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$		
(d)	giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(3; 0)$		

» **Lời giải**

(a) có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$

Ta có $a = -1 < 0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới, có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{5}{2}; \frac{9}{4}\right)$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$.

Và trục đối xứng là $x = \frac{5}{2}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$.

Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0; -4)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(2; 0)$ và $B(3; 0)$.

Giao điểm của đồ thị với trục hoành là $A(1; 0)$ và $B(4; 0)$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 42.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + 3$ đi qua điểm $A(2; 15); B(-1; 0)$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Trục đối xứng của parabol là $x = -2$.		
(b)	Tọa độ đỉnh của parabol là $I(-2; 3)$.		



(c)	Hệ số $a = 1$ và $b = 4$.		
(d)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.		

» **Lời giải**

Vì parabol $y = ax^2 + bx + 3$ đi qua $A(2;15); B(-1;0)$ nên ta có: $\begin{cases} 4a + 2b + 3 = 15 \\ a - b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases}$.

Vậy parabol là $(P): y = x^2 + 4x + 3$.

(a) Trục đối xứng của parabol là $x = -2$.

Parabol $(P): y = x^2 + 4x + 3$ có trục đối xứng là $x = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Toạ độ đỉnh của parabol là $I(-2;3)$.

Parabol $(P): y = x^2 + 4x + 3$ có toạ độ đỉnh là $I(-2;-1)$.

» **Chọn SAI.**

(c) Hệ số $a = 1$ và $b = 4$.

Parabol $(P): y = x^2 + 4x + 3$ có hệ số $a = 1$ và $b = 4$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 43.** Cho parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = x - 1$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Parabol (P) cắt đường thẳng d hai điểm phân biệt.		
(b)	Giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là $(1;0)$.		
(c)	Parabol (P) cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.		
(d)	Parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 .		

» **Lời giải**

(a) Parabol (P) cắt đường thẳng d hai điểm phân biệt.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d :

$$x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Suy ra parabol (P) cắt đường thẳng d hai điểm phân biệt.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là $(1;0)$.

Giao điểm của parabol (P) và đường thẳng d là $(1;0)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Parabol (P) cắt trục hoành tại duy nhất một điểm.



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành: $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Suy ra parabol (P) cắt trục hoành tại hai điểm.

» **Chọn SAI.**

(d) Parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 .

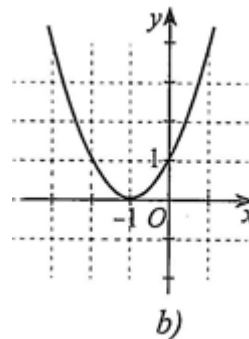
Giao điểm của (P) và trục hoành là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = x^2 - 3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Suy ra parabol (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 .

» **Chọn SAI.**

» **Câu 44.** Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có đồ thị như hình:



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$c = 1$		
(b)	$a = 1$		
(c)	$b = 2$		
(d)	$y = x^2 + 2x$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ bên trên		

» **Lời giải**

(a) $c = 1$

Parabol đi qua điểm $A(0;1)$ nên suy ra $c = 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $a = 1$

Vì parabol có đỉnh $I(-1;0)$

Nên ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = -1 \\ a - b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 0 \\ a - b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $b = 2$

» **Chọn ĐÚNG.**

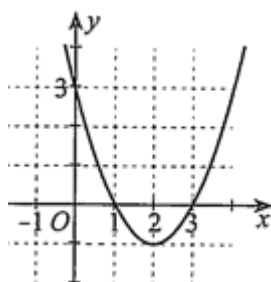
(d) $y = x^2 + 2x$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ bên trên

Vậy hàm số cần tìm là $y = x^2 + 2x + 1$.

» **Chọn SAI.**



» **Câu 45.** Quan sát đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ ở hình dưới đây



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$a > 0$;		
(b)	Toạ độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$		
(c)	Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$		
(d)	x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$		

» **Lời giải**

(a) $a > 0$;

Nhánh cuối của đồ thị đi lên nên $a > 0$;

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Toạ độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$;

Toạ độ đỉnh $I(2; -1)$, trục đối xứng $x = 2$;

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$; nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

Đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$; Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$;

» **Chọn SAI.**

(d) x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$

x thuộc các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 46.** Cho hàm số $y = x^2 + 4x - 5$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$y \geq 0$ khi $x \in [-5; 1]$.		
(b)	$y \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.		
(c)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng -9 .		
(d)	Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$		

» **Lời giải**

(a) $y \geq 0$ khi $x \in [-5; 1]$.

$y \geq 0 \Rightarrow y = x^2 + 4x - 5 \geq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

» **Chọn SAI.**



(b) $y \leq 0$ khi $x \in (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$.

$$y \leq 0 \Rightarrow y = x^2 + 4x - 5 \leq 0 \text{ khi } x \in [-5; 1].$$

» **Chọn SAI.**

(c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ bằng -9 .

Xét hàm số $y = f(x) = x^2 + 4x - 5$, có $a > 0$

Nên giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + 4x - 5$ là $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(-2) = -9$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$

Phương trình hoành độ giao điểm của $d: y = 4x - m$ và đồ thị (P) là:

$$x^2 + 4x - 5 = 4x - m \Leftrightarrow x^2 = 5 - m \quad (*)$$

Xét vế trái của $(*)$ là: $y = f(x) = x^2$, có $a > 0$ suy ra $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(0) = 0$ là giá trị nhỏ nhất. Đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt x_1, x_2 khi $5 - m > 0 \Leftrightarrow m < 5$

Áp dụng hệ thức Viète cho phương trình $(*)$, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 5 \end{cases}$.

Khi đó $x_1^2 + x_2^2 = 5 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 5$. Suy ra $0^2 - 2(m - 5) = 5 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$

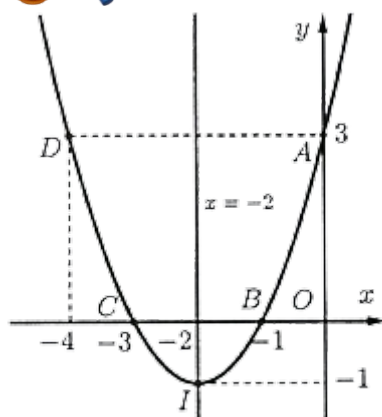
(thoả mãn $m < 5$).

Vậy với $m = \frac{5}{2}$ thì đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 47.** Cho đồ thị hàm số $y = x^2 + 4x + 3$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ đỉnh $I(-2; -1)$.		
(b)	Bề lõm parabol hướng xuống.		
(c)	Parabol cắt Ox tại các điểm $B(-1; 0), C(-3; 0)$.		
(d)	Đồ thị parabol như hình bên		



» **Lời giải**

(a) Tọa độ đỉnh $I(-2; -1)$.

$$y = x^2 + 4x + 3; \quad (a = 1, b = 4, c = 3).$$

$$\text{Tọa độ đỉnh } I \text{ của parabol: } x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2, y_I = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 3 = -1 \text{ hay } I(-2; -1).$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bề lõm parabol hướng xuống.

Phương trình trục đối xứng parabol: $x = -2$.

Vì $a = 1 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

» **Chọn SAI.**

(c) Parabol cắt Ox tại các điểm $B(-1; 0), C(-3; 0)$.

Parabol cắt Oy tại điểm A với $x_A = 0 \Rightarrow y_A = 3$ hay $A(0; 3)$.

$$\text{Parabol cắt } Ox \text{ tại các điểm } B, C \text{ có hoành độ thỏa } x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases} \text{ hay}$$

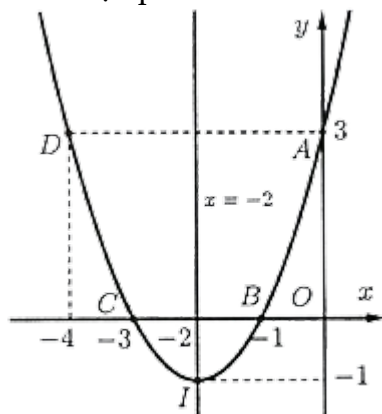
$$B(-1; 0), C(-3; 0).$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Đồ thị parabol như hình bên

Lấy điểm D đối xứng với $A(0; 3)$ qua đường thẳng $x = -2 \Rightarrow D(-4; 3)$.

Qua năm điểm I, A, B, C, D , ta vẽ được parabol như hình bên.



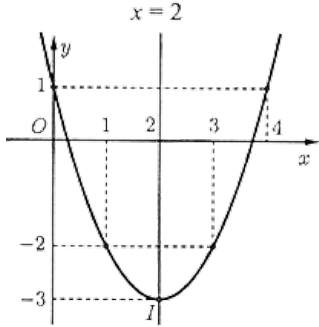
» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 48.** Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 1$. Khi đó:

Mệnh đề

Đúng | Sai



(a)	Tọa độ đỉnh $I(2;3)$.		
(b)	Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 3$.		
(c)	Bề lõm parabol hướng lên.		
(d)	Đồ thị parabol như hình bên 		

» **Lời giải**

(a) Tọa độ đỉnh $I(2;3)$.

$$y = x^2 - 4x + 1; \quad (a=1, b=-4, c=1).$$

$$\text{Tọa độ đỉnh } I \text{ của parabol: } x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2, y_I = (2)^2 - 4 \cdot 2 + 1 = -3 \text{ hay } I(2; -3)$$

» **Chọn SAI.**

(b) Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 3$.

Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 2$.

» **Chọn SAI.**

(c) Bề lõm parabol hướng lên.

Vì $a=1 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

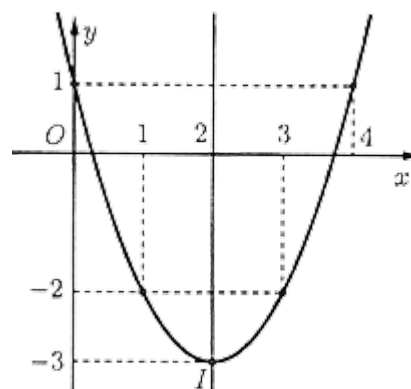
» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Đồ thị parabol như hình bên

Nếu ta tìm giao điểm giữa parabol với Ox , tức là giải phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ trước, tuy nhiên phương trình này cho ta hai nghiệm vô tỉ (không đẹp). Chính vì thế nên ta chọn giải pháp lập bảng giá trị để tìm ra năm cặp $(x; y)$ thỏa mãn hàm số với đỉnh I làm tâm của bảng giá trị đó.

Bảng giá trị

x	0	1	2	3	4
y	1	-2	-3	-2	1



» **Chọn ĐÚNG.**



» **Câu 49.** Cho hàm số $y = -x^2 + 3$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tọa độ đỉnh I của parabol $I(0;3)$.		
(b)	Bề lõm parabol hướng lên.		
(c)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$		
(d)	Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$.		

» **Lời giải**

(a) Tọa độ đỉnh I của parabol $I(0;3)$.

$$y = -x^2 + 3; (a = -1, b = 0, c = 3).$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Tọa độ đỉnh I của parabol:

$$x_I = -\frac{b}{2a} = 0, y_I = -0^2 + 3 = 3 \text{ hay } I(0;3).$$

» **Chọn ĐÚNG.**

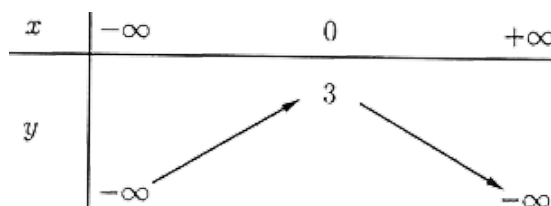
(b) Bề lõm parabol hướng lên.

Định hướng cho bảng biến thiên: Do $a = -1 < 0$ nên bề lõm parabol hướng xuống.

» **Chọn SAI.**

(c) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Bảng biến thiên:



Kết luận:

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$

» **Chọn SAI.**

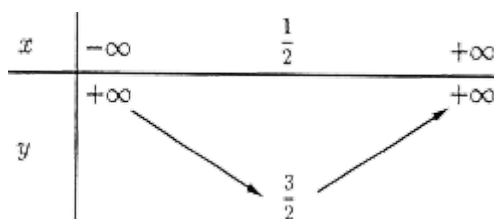
(d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$.

Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi $x = 0$. (Hàm số không có giá trị nhỏ nhất)

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 50.** Cho hàm số $y = 2x^2 - 2x + 1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.		
(b)	Bề lõm parabol hướng lên		
(c)	Bảng biến thiên:		





(d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$.

✎ **Lời giải**

(a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y = 2x^2 - 2x + 3; \quad (a = 2, b = -2, c = 3).$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bề lõm parabol hướng lên

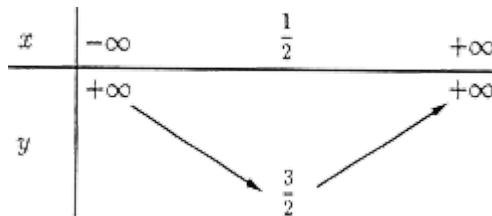
$$\text{Toạ độ đỉnh } I \text{ của parabol: } x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}, y_I = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{5}{2} \text{ hay } I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Do $a = 2 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Bảng biến thiên:

Bảng biến thiên:



» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y_{\min} = \frac{3}{2}$, khi đó $x = \frac{1}{2}$. (Hàm số không có giá trị lớn nhất).

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 51.** Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đi qua điểm $M(0; 2)$ và có đỉnh $I(2; -1)$.

Tính tổng $b + c$

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1**

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $M(0; 2)$ suy ra $a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \Rightarrow c = 2$.

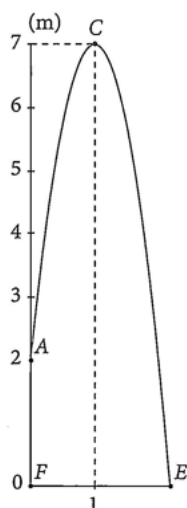
Mặt khác, đỉnh I của parabol có toạ độ là $I(2; -1)$ nên:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy parabol cần tìm là $y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$.

Khi đó $b + c = -3 + 2 = -1$

» **Câu 52.** Một viên bi được ném xiên từ vị trí A cách mặt đất $2m$ theo quỹ đạo dạng parabol như hình vẽ sau đây. Khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F là bao nhiêu mét? Biết rằng vị trí E là nơi viên bi rơi xuống chạm mặt đất. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.



🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2,2**

Giả sử gốc tọa độ tại điểm F .

Hàm số của đồ thị biểu diễn đường đi của viên bi có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Theo hình vẽ ta có: đồ thị có đỉnh là $C(1;7)$ và đi qua điểm $A(0;2)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 7 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b + 2 = 7 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \\ c = 2 \end{cases}$$

Do đó, đồ thị hàm số biểu diễn đường đi của viên bi là $y = -5x^2 + 10x + 2$.

Điểm E là giao điểm của đồ thị với trục hoành nên hoành độ của điểm E là nghiệm của phương trình $-5x^2 + 10x + 2 = 0$ phương trình này và kết hợp với điều kiện $x_E > 0$ ta

nhận $x_1 = \frac{5 + \sqrt{35}}{5}$.

Vậy khoảng cách từ vị trí E đến vị trí F là $\frac{5 + \sqrt{35}}{5}$ mét.

» **Câu 53.** Cho hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết: $(P): y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 ; biết (P) đi qua điểm $A(-1;7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1. Khi đó có bao nhiêu hàm số parabol thỏa yêu cầu bài toán?

🔗 **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

$$(P) \text{ đi qua hai điểm } A(-1;7) \text{ và } B(0;1) \text{ nên } \begin{cases} a - b + c = 7 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 6 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 6 \\ c = 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \stackrel{c=1}{=} \frac{4a - b^2}{4a} = -1 \Rightarrow 4a - b^2 = -4a \Rightarrow b^2 - 8a = 0$$

$$\text{Thay (1) vào (2): } b^2 - 8(b + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 \\ b = -4 \end{cases}$$

Với $b = 12$ thì $a = 18 > 0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y = 18x^2 + 12x + 1$.



Với $b = -4$ thì $a = 2 > 0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y = 2x^2 - 4x + 1$.

» **Câu 54.** Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm $I(a; b)$ là đỉnh của (P) . Giá trị của $S = a + b$ bằng bao nhiêu?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Ta có: hoành độ đỉnh của $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$.

$$\text{Suy ra } I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1.$$

» **Câu 55.** Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: -1**

$$\text{Hoành độ đỉnh: } x_1 = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m}, \text{ suy ra } y_1 = m \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{m}\right) - m - 1 = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$$

» **Trường hợp 1:** Khi $m < 0$ Hàm số đã cho có đồ thị là Parabol có

$$\text{Hoành độ đỉnh: } x_1 = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2m} = \frac{1}{m}, \text{ suy ra } y_1 = m \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{m}\right) - m - 1 = \frac{-m^2 - m - 1}{m}$$

$$\text{Khi đó } \max y = y_1 = \frac{-m^2 - m - 1}{m} \text{ tại điểm } x_1 = \frac{1}{m}.$$

$$y_1 = f(m) = \frac{-m^2 - m - 1}{m} - 1 + 1 = \frac{-m^2 - 2m - 1}{m} + 1 = \frac{-(m+1)^2}{m} + 1 \geq 0 + 1 = 1.$$

$$\text{Vậy } \min y_1 = 1 \text{ khi } m = -1.$$

» **Trường hợp 2:** Khi $m > 0$ thì hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất, chỉ có giá trị nhỏ nhất.

» **Trường hợp 3:** Khi $m = 0$ thì hàm số $y = -2x - 1$ đã cho là hàm số bậc nhất, không có giá trị lớn nhất.

$$\text{Vậy } m = -1.$$

» **Câu 56.** Bố bạn Lan gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $x\%$ / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập với vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Bố Lan dự định sẽ dùng tiền vốn và lãi để mua cho Lan một chiếc xe máy và một chiếc laptop có tổng giá trị 54 triệu đồng. Nếu lãi suất gửi là 5% / năm thì sau 2 năm với số tiền vốn và lãi để bố Lan mua xe máy và laptop cho Lan là bao nhiêu triệu đồng? Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.

✎ **Lời giải**

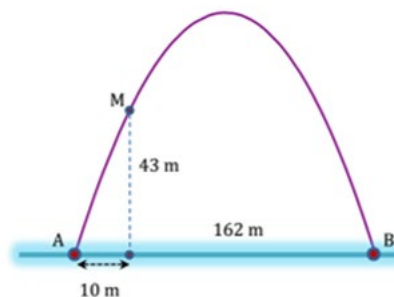
✓ **Trả lời: 55,1**



Nếu gửi ở ngân hàng có lãi suất 5% / năm thì sau 2 năm số tiền cả vốn lẫn lãi thu được là:

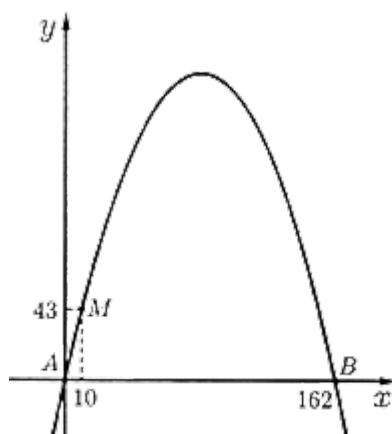
$$50 \left(1 + \frac{x}{100} \right)^2 = 55,125 \text{ (triệu đồng)}.$$

» **Câu 57.** Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là $162m$. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao $43m$ so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng $10m$. Độ cao của cổng Arch có kết quả gần đúng dạng $abc,6$ (m) (kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Với $a; b; c$ là các số tự nhiên. Tính $S = a + b + c$.



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 14**



Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ

Và gọi hàm số tương ứng cổng Arch là: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol qua ba điểm $A(0;0), B(162;0), M(10;43)$ nên

$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}$$

Do vậy ta xác định được hàm số là $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.

Đỉnh I của parabol có tọa độ: $x_I = -\frac{b}{2a} = 81, y_I \approx 185,6$.

Vậy, chiều cao của cổng gần bằng $185,6m$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 1 \\ b = 8 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow S = a + b + c = 14$$



» **Câu 58.** Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Lời giải

✓ **Trả lời: 0**

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là

$$x^2 - 2x + m - 1 = 0. \quad (1)$$

Để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi (1) có hai

$$\text{nghiệm phân biệt dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 2 - m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ p = m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2.$$

Khi đó không tồn tại giá trị nguyên của m .

» **Câu 59.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $(x+1)(x-3) + \sqrt{8+2x-x^2} = 2m$ có nghiệm.

Lời giải

✓ **Trả lời: 3**

Điều kiện $-2 \leq x \leq 4$.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{8+2x-x^2} = \sqrt{9-(x-1)^2} \leq 3 \Rightarrow t \in [0; 3].$$

Phương trình đã cho trở thành $-t^2 + t + 5 = 2m \quad (1)$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi (1) có nghiệm $t \in [0; 3]$.

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + t + 5$ trên đoạn $[0; 3]$.

Bảng biến thiên:

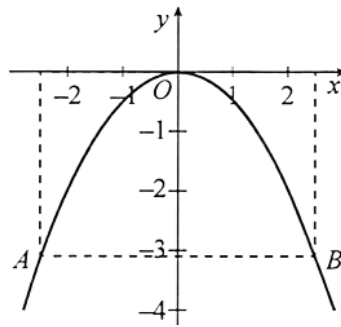
t	0	$\frac{1}{2}$	3
$f(t)$	5	$\frac{21}{4}$	-1

Phương trình $f(t) = 2m$ có nghiệm khi $-1 \leq 2m \leq \frac{21}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{21}{8}$

Vậy $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{21}{8}$.

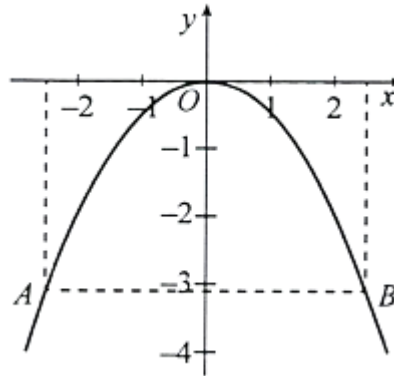
Khi đó có 3 giá trị nguyên của tham số m

» **Câu 60.** Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$. Biết cổng có chiều rộng $d = 5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng. Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất.



Lời giải

✓ Trả lời: 3,1



Gọi A và B là hai điểm ứng với hai chân cổng như hình vẽ.

Vì cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$ và có chiều rộng $d = 5$ mét

Nên $AB = 5$ và $A\left(-\frac{5}{2}; -\frac{25}{8}\right); B\left(\frac{5}{2}; -\frac{25}{8}\right)$.

Vậy chiều cao của cổng là: $\left|-\frac{25}{8}\right| = \frac{25}{8} = 3,125$ mét.

----- Hết -----