

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 1: PHÉP TÍNH LŨY THỪA



LÝ THUYẾT.

1. Lũy thừa với số mũ nguyên

Cho n là một số nguyên dương. Ta định nghĩa:

Với a là số thực tùy ý: $a^n = a.a...a$ (n thừa số a).

Với a là số thực khác 0: $a^0 = 1; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Trong biểu thức a^m , a gọi là cơ số, m gọi là số mũ.

Lũy thừa với số mũ nguyên có các tính chất tương tự như lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Với $a \neq 0, b \neq 0$ và m, n là các số nguyên, ta có:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n};$$

$$(a^m)^n = a^{mn};$$

$$(ab)^m = a^m b^m;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

Chú ý:

- 1) 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.
- 2) Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$.
- 3) Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.

2. Căn bậc n

a) Định nghĩa: Cho số thực a và số nguyên dương $n \geq 2$. Số b được gọi là căn bậc n của số a nếu $b^n = a$.

Chú ý:

- Với n chẵn, ta xét ba trường hợp sau:

- +) $a < 0$: Không tồn tại căn bậc n của a ;
- +) $a = 0$: Có một căn bậc n của a là số 0;
- +) $a > 0$: Có hai căn bậc n của a là hai số đối nhau, kí hiệu giá trị dương là $\sqrt[n]{a}$, còn giá trị âm là $-\sqrt[n]{a}$.

- Với n lẻ, $a \in \mathbb{R}$: Có duy nhất một căn bậc n của a , ký hiệu là $\sqrt[n]{a}$.

Chú ý: a) Nếu n chẵn thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ có nghĩa chỉ khi $b \geq 0$.
b) Nếu n lẻ thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ luôn có nghĩa với mọi số thực b .

Ta có các tính chất sau đây (với điều kiện các căn thức đều có nghĩa):



$$\begin{aligned} & \bullet \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} & \bullet \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} & \bullet (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \\ & \bullet \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{khi } n \text{ lẻ} \\ |a| & \text{khi } n \text{ chẵn} \end{cases} & \bullet \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} \end{aligned}$$

3. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

Cho số thực $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$. Lũy thừa của a với số mũ r ,

kí hiệu là a^r , được xác định bởi $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

4. Lũy thừa với số mũ thực:

Giới hạn của dãy số (a^{r_n}) gọi là lũy thừa của số thực dương a với số mũ α . Kí hiệu là:

$$a^\alpha = \lim a^{r_n} \text{ với } \alpha = \lim r_n$$

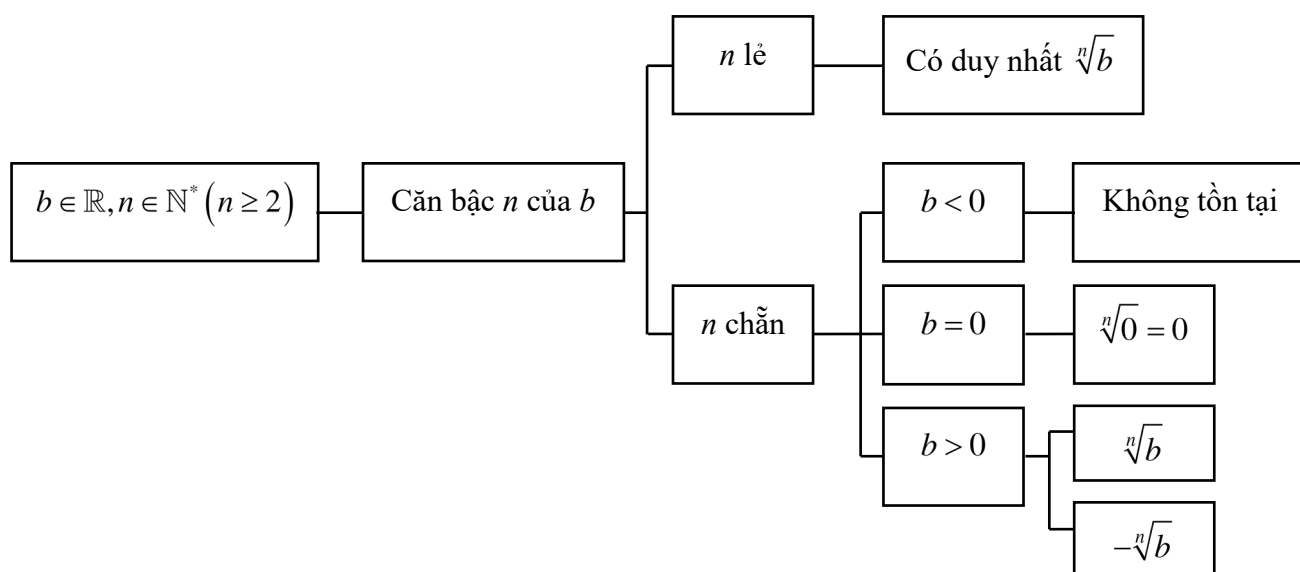
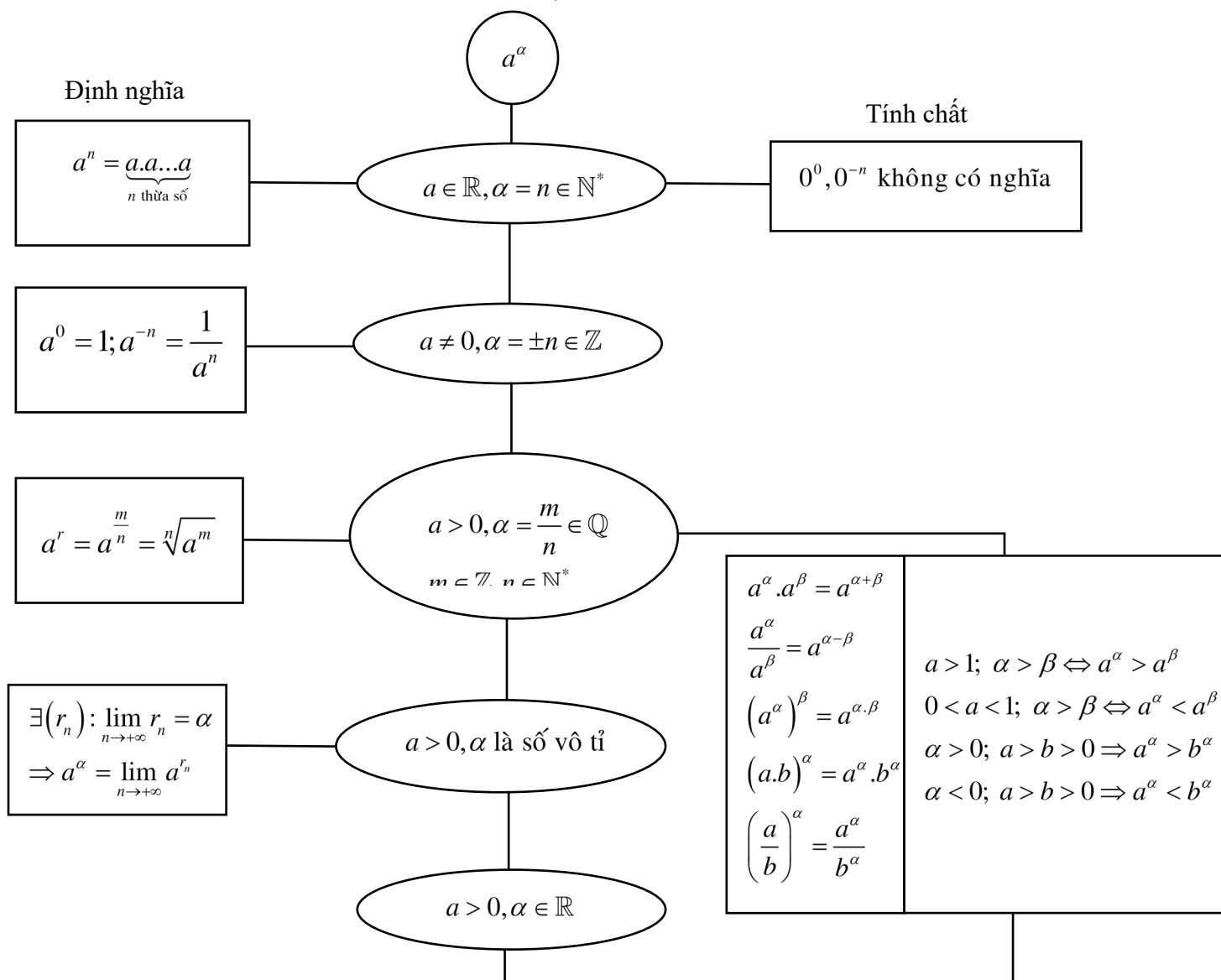
5. Tính chất của phép tính lũy thừa



Cho a, b là những số thực dương; α, β là những số thực bất kì. Khi đó:

$$\begin{aligned} & \bullet a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta} & \bullet \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta} & \bullet (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta} \\ & \bullet (ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha & \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha} \end{aligned}$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA LŨY THỪA





HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1: Tính giá trị của biểu thức

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$

Câu 2: Tính giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

Câu 3: Cho $a = \frac{1}{256}$ và $b = \frac{1}{27}$. Tính $A = a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{4}{3}}$

Câu 4: Giá trị của $A = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-1,25}$ bằng:

Câu 5: Giá trị của $A = \frac{3^4 \cdot 3^{-2} + 2^5 \cdot 2^{-4}}{2^4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^5 \cdot 3^{-4}}$ bằng:

Câu 6: Giá trị của $A = \frac{3^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + (2^2)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}}{5^{-3} \cdot 25^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{25}\right)^{-1}}$ bằng:

Câu 7: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Biểu thức $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$ có giá trị bằng

Câu 8: Cho a là một số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = \left(\sqrt{2^a}\right)^{\frac{4}{a}}$ bằng

Câu 9: Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$.

Tích $a \cdot b$ bằng

Câu 10: Biết $4^x + 4^{-x} = 14$, tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

Câu 11: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Khi đó biểu thức $P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{3 + 2^{x+1} + 2^{1-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản và $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^+$. Tính tổng $a + b$ có giá trị bằng

DẠNG 2: BIẾN ĐỔI, RÚT GỌN, BIỂU DIỄN CÁC BIỂU THỨC

Câu 12: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

Câu 13: Đơn giản biểu thức $P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ với $a > 0$, được kết quả là

Câu 14: Rút gọn biểu thức $Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$

Câu 15: Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}}$, với $x > 0$.

Câu 16: Rút gọn biểu thức $A = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}, x > 0$ ta được

Câu 17: Cho a là một số thực dương tùy ý. Viết $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa của a với số mũ hữu tỉ.

- Câu 18:** Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.
- Câu 19:** Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.
- Câu 20:** Rút gọn biểu thức $P = a\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$, ($a > 0$) ta được kết quả là
- Câu 21:** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[3]{x^5}}$ với $x > 0$.
- Câu 22:** Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Biểu thức $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$ có giá trị bằng

DẠNG 3: BÀI TOÁN LÃI SUẤT KÉP – DÂN SỐ

- Câu 23:** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền bao nhiêu, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?
- Câu 24:** Một người gửi số tiền 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất kép 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi suất sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Hỏi sau 3 năm không rút tiền gốc và lãi, số tiền trong ngân hàng của người đó là bao nhiêu?
- Câu 25:** Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?
- Câu 26:** Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 5,5% / năm, kì hạn 1 năm. Hỏi sau 4 năm, người đó rút cả vốn lẫn lãi được số tiền bao nhiêu?
- Câu 27:** Ông A gửi 200 triệu vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép, với lãi suất là 6,5% một năm và lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi. Sau 6 năm, số tiền lãi của ông bằng bao nhiêu?
- Câu 28:** Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?
- Câu 29:** Một người gửi 200 vào ngân hàng với lãi suất 0,2% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 10 tháng người đó được lĩnh số tiền bao nhiêu?
- Câu 30:** Ông Đại mới xin được việc làm nên gửi tiết kiệm vào ngân hàng với hình thức cứ mỗi đầu tháng đóng vào 5 triệu đồng với lãi suất 0,33% / tháng. Tính số tiền mà ông Đại thu được từ ngân hàng sau 5 năm.
- Câu 31:** Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền 100 000 000 đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là 1,2% và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

- Câu 32:** Lãi suất cho vay tại PVcomBank trong tháng 5/2022 rất ưu đãi, ở mức 5%/năm, được áp dụng trong 6 tháng đầu, từ tháng thứ 7 trở đi ấn định mức lãi 12%/năm. Tại ngân hàng này, thời hạn cho vay mua nhà tối đa là 20 năm, mức vay tối đa 85% giá trị tài sản đảm bảo. Một người có khả năng trả cố định hằng tháng là 15 triệu. Giả sử người đó có thể mượn người thân 15% giá trị căn nhà, nếu được sử dụng gói vay ở trên với thời hạn tối đa và mức vay tối đa thì có thể mua được căn nhà có giá trị tối đa khoảng
- Câu 33:** Số người trong cộng đồng sinh viên đã nghe một tin đồn nào đó là $N = P(1 - e^{-0,15d})$ trong đó P là tổng số sinh viên của cộng đồng và d là số ngày trôi qua kể từ khi tin đồn bắt đầu. Trong một cộng đồng 1000 sinh viên, cần bao nhiêu ngày để 450 sinh viên nghe được tin đồn?

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 1: PHÉP TÍNH LŨY THỪA



LÝ THUYẾT.

1. Lũy thừa với số mũ nguyên

Cho n là một số nguyên dương. Ta định nghĩa:

Với a là số thực tùy ý: $a^n = a.a...a$ (n thừa số a).

Với a là số thực khác 0: $a^0 = 1; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Trong biểu thức a^m , a gọi là cơ số, m gọi là số mũ.

Lũy thừa với số mũ nguyên có các tính chất tương tự như lũy thừa với số mũ nguyên dương.

Với $a \neq 0, b \neq 0$ và m, n là các số nguyên, ta có:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n};$$

$$(a^m)^n = a^{mn};$$

$$(ab)^m = a^m b^m;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}.$$

Chú ý:

- 1) 0^0 và 0^{-n} không có nghĩa.
- 2) Nếu $a > 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m > n$.
- 3) Nếu $0 < a < 1$ thì $a^m > a^n$ khi và chỉ khi $m < n$.

2. Căn bậc n

a) Định nghĩa: Cho số thực a và số nguyên dương $n \geq 2$. Số b được gọi là căn bậc n của số a nếu $b^n = a$.

Chú ý:

- Với n chẵn, ta xét ba trường hợp sau:

- +) $a < 0$: Không tồn tại căn bậc n của a ;
- +) $a = 0$: Có một căn bậc n của a là số 0;
- +) $a > 0$: Có hai căn bậc n của a là hai số đối nhau, kí hiệu giá trị dương là $\sqrt[n]{a}$, còn giá trị âm là $-\sqrt[n]{a}$.

- Với n lẻ, $a \in \mathbb{R}$: Có duy nhất một căn bậc n của a , ký hiệu là $\sqrt[n]{a}$.

Chú ý: a) Nếu n chẵn thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ có nghĩa chỉ khi $b \geq 0$.
b) Nếu n lẻ thì căn thức $\sqrt[n]{b}$ luôn có nghĩa với mọi số thực b .

Ta có các tính chất sau đây (với điều kiện các căn thức đều có nghĩa):



$$\begin{aligned} & \bullet \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} & \bullet \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} & \bullet (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} \\ & \bullet \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{khi } n \text{ lẻ} \\ |a| & \text{khi } n \text{ chẵn} \end{cases} & \bullet \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} \end{aligned}$$

3. Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

Cho số thực $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m, n \in \mathbb{Z}, n > 0$. Lũy thừa của a với số mũ r ,

kí hiệu là a^r , được xác định bởi $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

4. Lũy thừa với số mũ thực:

Giới hạn của dãy số (a^{r_n}) gọi là lũy thừa của số thực dương a với số mũ α . Kí hiệu là:

$$a^\alpha = \lim a^{r_n} \text{ với } \alpha = \lim r_n$$

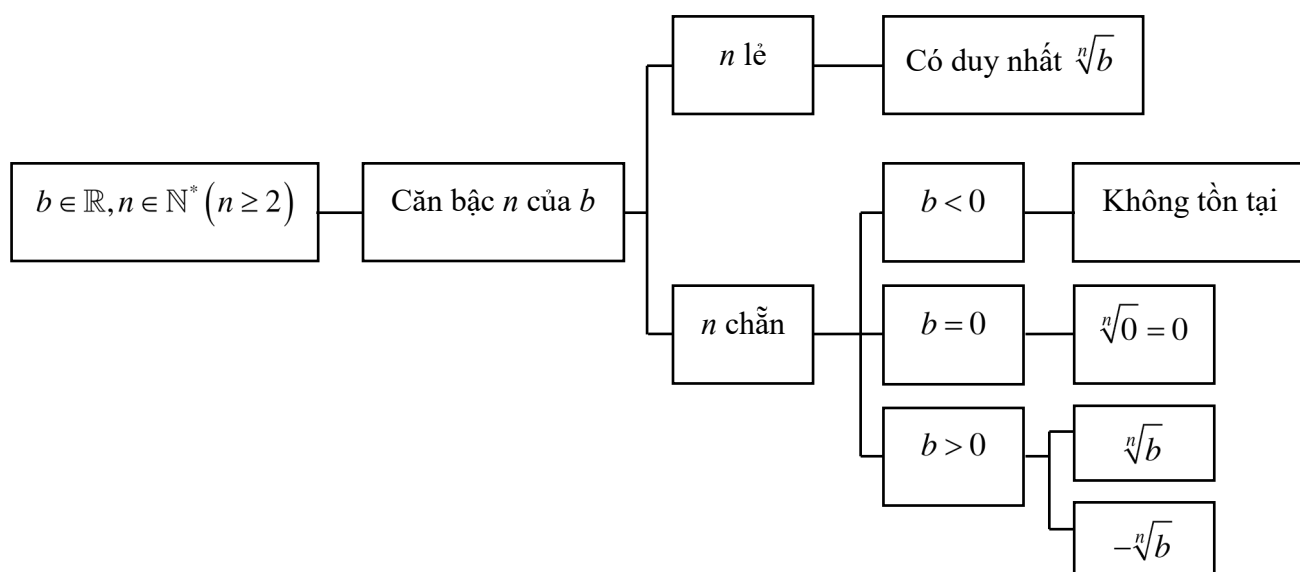
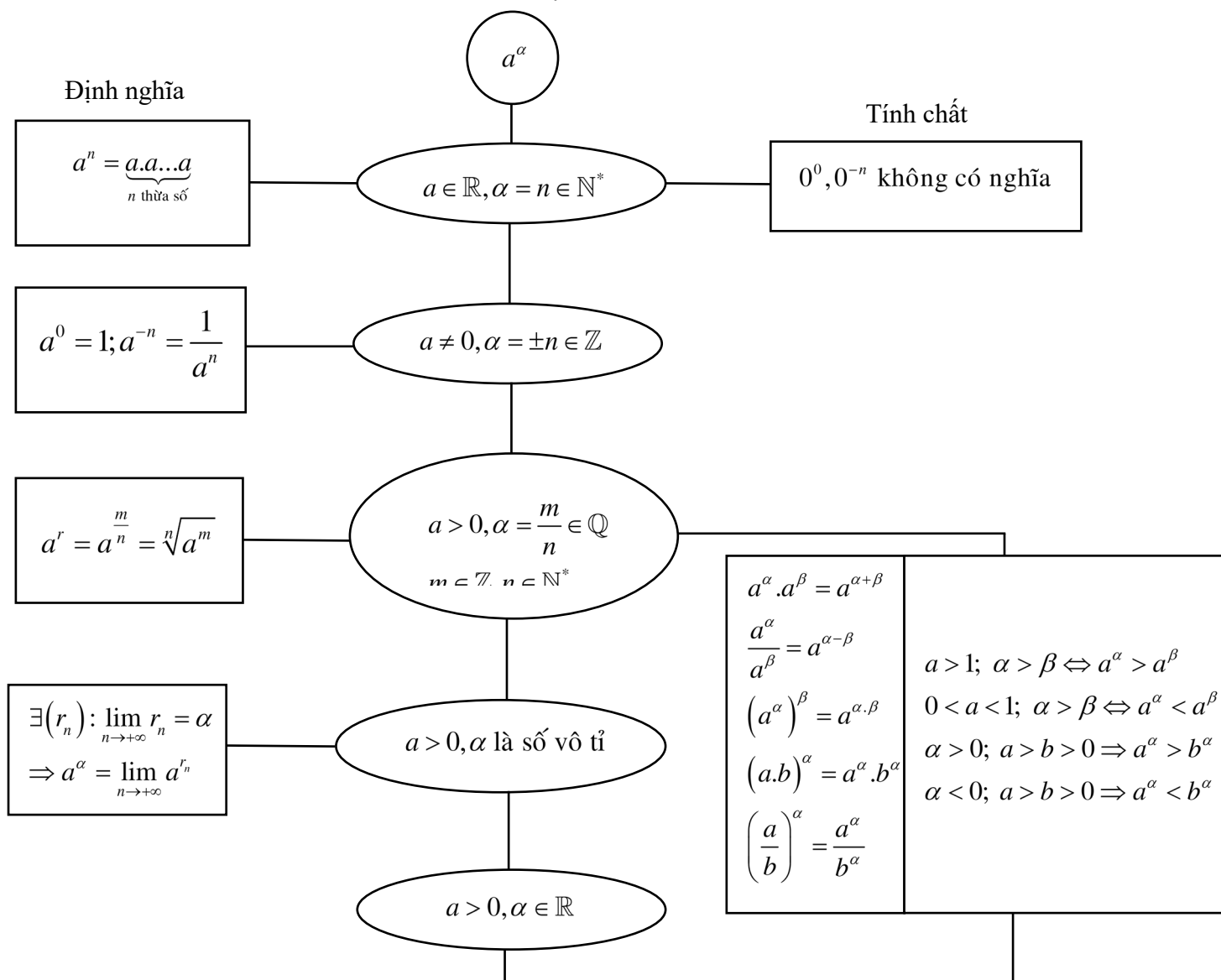
5. Tính chất của phép tính lũy thừa



Cho a, b là những số thực dương; α, β là những số thực bất kì. Khi đó:

$$\begin{aligned} & \bullet a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta} & \bullet \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta} & \bullet (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta} \\ & \bullet (ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha & \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha} \end{aligned}$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA LŨY THỪA





HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1: Tính giá trị của biểu thức

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{(-32)} = -2.$$

Câu 2: Tính giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

Lời giải

$$\text{Ta có } 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3.$$

Câu 3: Cho $a = \frac{1}{256}$ và $b = \frac{1}{27}$. Tính $A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}}$

Lời giải

$$\text{Thay } a = \frac{1}{256}, b = \frac{1}{27} \text{ vào } A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}} \text{ ta được}$$

$$A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}} = \left(\frac{1}{256}\right)^{-\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{4}{3}} = (4^{-4})^{-\frac{3}{4}} + (3^{-3})^{-\frac{4}{3}} = 4^3 + 3^4 = 145.$$

Câu 4: Giá trị của $A = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-1,25}$ bằng:

Lời giải

$$A = \left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-1,25} = 27^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{5}{4}} = \sqrt[3]{27^2} + \sqrt[4]{16^5} = \sqrt[3]{3^6} + \sqrt[4]{2^{20}} = 3^2 + 2^5 = 41$$

Câu 5: Giá trị của $A = \frac{3^4 \cdot 3^{-2} + 2^5 \cdot 2^{-4}}{2^4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^5 \cdot 3^{-4}}$ bằng:

Lời giải

$$A = \frac{3^4 \cdot 3^{-2} + 2^5 \cdot 2^{-4}}{2^4 \cdot 2^3 - 2 \cdot 3^5 \cdot 3^{-4}} = \frac{3^2 + 2}{2^7 - 2 \cdot 3} = \frac{11}{122}$$

Câu 6: Giá trị của $A = \frac{3^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + (2^2)^{-3} \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}}{5^{-3} \cdot 25^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{25}\right)^{-1}}$ bằng:

Lời giải

$$A = \frac{3^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + (2^2)^{-3} \left(\frac{1}{4}\right)^{-4}}{5^{-3} \cdot 25^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{25}\right)^{-1}} = \frac{3^2 + 2^2}{5 + 5^2} = \frac{13}{30}$$

Câu 7: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Biểu thức $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$ có giá trị bằng

Lời giải

$$4^x + 4^{-x} = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 9 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 3.$$

$$\text{Suy ra } P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}} = \frac{5 + 3}{8 - 12} = -2.$$

Câu 8: Cho a là một số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = \left(\sqrt{2^a}\right)^{\frac{4}{a}}$ bằng

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \left(\sqrt{2^a}\right)^{\frac{4}{a}} = \left(2^{\frac{a}{2}}\right)^{\frac{4}{a}} = 2^{\frac{4}{a} \cdot \frac{a}{2}} = 2^2 = 4.$$

Câu 9: Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$.

Tính $a.b$ bằng

Lời giải

$$\text{Ta có: } 9^x + 9^{-x} = 23 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 3^x + 3^{-x} = 5 \text{ vì } 3^x + 3^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{5 + 5}{1 - 5} = \frac{-5}{2}.$$

$$\text{Vậy } a.b = -10.$$

Câu 10: Biết $4^x + 4^{-x} = 14$, tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 4^x + 4^{-x} = 14 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 + 2 = 16 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 2^{-x} = 4 \\ 2^x + 2^{-x} = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 4.$$

$$\text{Vậy } P = 4.$$

Câu 11: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Khi đó biểu thức $P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{3 + 2^{x+1} + 2^{1-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản và $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^+$. Tính tổng $a + b$ có giá trị bằng

Lời giải

Ta có: $(2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 4^{-x} + 2.2^x.2^{-x} = 7 + 2 = 9$. Suy ra: $2^x + 2^{-x} = 3$.

$$P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{3 + 2^{x+1} + 2^{1-x}} = \frac{5 - (2^x + 2^{-x})}{3 + 2(2^x + 2^{-x})} = \frac{5 - 3}{3 + 2.3} = \frac{2}{9}$$

Suy ra: $a = 2, b = 9 \Rightarrow a + b = 11$.

DẠNG 2: Biến đổi, rút gọn, biểu diễn các biểu thức

Câu 12: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

Lời giải

$$P = x^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{2}{5}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{2}{5} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{17}{30}}.$$

Câu 13: Đơn giản biểu thức $P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ với $a > 0$, được kết quả là

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}} \cdot (a^{-1})^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}} \cdot a^{-\sqrt{2}+1} = a^{\sqrt{2}-\sqrt{2}+1} = a^1 = a.$$

Câu 14: Rút gọn biểu thức $Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$

Lời giải

$$\text{Ta có: } Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a} = a^{\frac{7}{3}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{7}{3} - \frac{1}{3}} = a^2.$$

Câu 15: Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}}$, với $x > 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}}}{x^{\frac{1}{4}}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}.$$

Câu 16: Rút gọn biểu thức $A = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}, x > 0$ ta được

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}.$$

Câu 17: Cho a là một số thực dương tùy ý. Viết $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa của a với số mũ hữu tỉ.

Lời giải

$$\text{Ta có: } a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2}{3} + \frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}.$$

Câu 18: Cho a là một số thực dương. Viết biểu thức $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

Lời giải

Ta có $P = a^{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{3}{5}} \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{3}{5} + \frac{2}{3}} = a^{\frac{19}{15}}$.

Câu 19: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

Lời giải

$$P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \left(x^{\frac{5}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{12}}.$$

Câu 20: Rút gọn biểu thức $P = a\sqrt{a^3\sqrt{a}}$, ($a > 0$) ta được kết quả là

Lời giải

Ta có $P = a\sqrt{a^3\sqrt{a}} = a \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{6}} = a^{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}} = a^{\frac{5}{3}}$.

Câu 21: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{\sqrt[3]{x^5}}$ với $x > 0$.

Lời giải

Ta có $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{18}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{5}{18}} = x^{\frac{11}{18}}$.

Câu 22: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Biểu thức $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$ có giá trị bằng

Lời giải

Có $4^x + 4^{-x} = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 - 2(2^x \cdot 2^{-x}) = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 9$
 $\Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 3$.

Khi đó: $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}} = \frac{5 + (2^x + 2^{-x})}{8 - 4 \cdot (2^x + 2^{-x})} = \frac{5 + 3}{8 - 4 \cdot 3} = -2$.

DẠNG 3: BÀI TOÁN LÃI SUẤT KÉP – DÂN SỐ

Câu 23: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền bao nhiêu, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép ta có sau đúng 6 tháng, người đó lĩnh được số tiền:

Ta có: $A_n = A_0(1+r)^n = 100.000.000 \left(1 + \frac{0,4}{100} \right)^6 = 102.424.128$

Câu 24: Một người gửi số tiền 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất kép 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi suất sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Hỏi sau 3 năm không rút tiền gốc và lãi, số tiền trong ngân hàng của người đó là bao

nhiều?

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi suất theo hình thức lãi kép: $P = A(1+r)^n$.

Trong đó: P là số tiền gồm vốn lẫn lãi tại thời điểm n tính từ thời điểm gửi; A là số tiền gửi vào ban đầu và $r(\%)$ là lãi suất.

$$\text{Với } \begin{cases} A = 300.000.000 \\ n = 3 \\ r = 6\% \end{cases}, \text{ suy ra } P = 300.000.000(1+6\%)^3 = 357.304.800 \approx 357.305.000.$$

Câu 25: Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi lãi suất kỳ hạn một năm của ngân hàng MSB là r . Áp dụng công thức lãi suất kép

$P = a(1+r)^n$ trong đó ta có :

$$\begin{aligned} 243101250 &= 200000000(1+r)^4 \Leftrightarrow (1+r)^4 = \frac{243101250}{200000000} \\ \Leftrightarrow 1+r &= \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} \Leftrightarrow r = \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} - 1 \Leftrightarrow r = 0,05. \end{aligned}$$

Câu 26: Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 5,5% / năm, kì hạn 1 năm. Hỏi sau 4 năm, người đó rút cả vốn lẫn lãi được số tiền bao nhiêu?

Lời giải

Gọi số tiền ban đầu A . Lãi suất tính theo năm là r .

Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n năm được tính theo công thức: $A_n = A(1+r)^n$.

$$\text{Thay số với } A = 50; r = 5,5\%, n = 4 \text{ ta được số tiền là: } A_4 = 50 \cdot \left(1 + \frac{5,5}{100}\right)^4 = 61,94$$

Câu 27: Ông A gửi 200 triệu vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép, với lãi suất là 6,5% một năm và lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi. Sau 6 năm, số tiền lãi của ông bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\text{Ta có } T = A(1+r)^n = 200 \cdot (1+6,5\%)^6 \approx 292 \text{ triệu.}$$

Vậy số tiền lãi là $292 - 200 = 92$ triệu.

Câu 28: Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi lãi suất kỳ hạn một năm của ngân hàng MSB là r . Áp dụng công thức lãi suất kép

$P = a(1+r)^n$ trong đó ta có :

$$243101250 = 200000000(1+r)^4 \Leftrightarrow (1+r)^4 = \frac{243101250}{200000000}$$

$$\Leftrightarrow 1+r = \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} \Leftrightarrow r = \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} - 1 \Leftrightarrow r = 0,05.$$

Câu 29: Một người gửi 200 vào ngân hàng với lãi suất 0,2%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 10 tháng người đó được lĩnh số tiền bao nhiêu?

Lời giải

Theo công thức lãi kép ta có số tiền cả lãi và vốn sau 10 tháng là:

$$T = X(1+r)^n = 200(1+0.2\%)^{10} \approx 204,036 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 30: Ông Đại mới xin được việc làm nên gửi tiết kiệm vào ngân hàng với hình thức cứ mỗi đầu tháng đóng vào 5 triệu đồng với lãi suất 0,33%/ tháng. Tính số tiền mà ông Đại thu được từ ngân hàng sau 5 năm.

Lời giải

Với a là số tiền ông Đại đóng vào hằng tháng, $r\%$ lãi suất ông Đại gửi tiết kiệm hằng tháng.

Gọi P_n là số tiền mà ông Đại thu được sau n tháng ($n \geq 1$).

Suy ra

$$P_1 = a.(1+r\%).$$

$$P_2 = (P_1 + a)(1+r\%) = a.(1+r\%)^2 + a.(1+r\%)$$

$$P_3 = (P_2 + a)(1+r\%) = a.(1+r\%)^3 + a.(1+r\%)^2 + a.(1+r\%)$$

.....

$$P_n = (P_{n-1} + a)(1+r\%) = a.(1+r\%)^n + a.(1+r\%)^{n-1} + \dots + a.(1+r\%)$$

Xét cấp số nhân có số hạng đầu là $u_1 = a.(1+r\%)$ và công bội $q = 1+r\%$ thì

$$P_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q}.$$

Vậy số tiền ông Đại nhận được từ ngân hàng sau 5 năm là

$$P_{60} = u_1 \frac{1 - q^{60}}{1 - q} = 5 \cdot (1,0033) \cdot \frac{1 - (1,0033)^{60}}{0,0033} \approx 332 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 31: Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền 100 000 000 đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là 1,2% và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

Lời giải

Gọi m , r , T_n , a lần lượt là số tiền vay ngân hàng, lãi suất hàng tháng, tổng số tiền vay còn lại sau n tháng, số tiền trả đều đặn mỗi tháng.

• Sau khi hết tháng thứ nhất ($n = 1$) thì còn lại: $T_1 = m(r + 1) - a$.

• Sau khi hết tháng thứ hai ($n = 2$) thì còn lại: $T_2 = [m(r + 1) - a](r + 1) - a$

$$= m(r + 1)^2 - a(r + 1) - a = m(r + 1)^2 - a(r + 2) = m(r + 1)^2 - \frac{a}{r}[(r + 1)^2 - 1].$$

• Sau khi hết tháng thứ ba ($n = 3$) thì còn: $T_3 = \left[m(r + 1)^2 - \frac{a}{r}[(r + 1)^2 - 1] \right](r + 1) - a$

$$= m(r + 1)^3 - \frac{a}{r}[(r + 1)^3 - 1].$$

⋮

• Sau khi hết tháng thứ n thì còn lại: $T_n = m(r + 1)^n - \frac{a}{r}[(r + 1)^n - 1]$

$$\text{Áp dụng công thức trên, ta có } T_n = 0 \Leftrightarrow a = \frac{m(r + 1)^n r}{(r + 1)^n - 1} = \frac{12 \cdot 10^5 \left(\frac{1,2}{100} + 1 \right)^{60}}{\left(\frac{1,2}{100} + 1 \right)^{60} - 1}.$$

Câu 32: Lãi suất cho vay tại PVcomBank trong tháng 5/2022 rất ưu đãi, ở mức 5%/năm, được áp dụng trong 6 tháng đầu, từ tháng thứ 7 trở đi ấn định mức lãi 12%/năm. Tại ngân hàng này, thời hạn cho vay mua nhà tối đa là 20 năm, mức vay tối đa 85% giá trị tài sản đảm bảo. Một người có khả năng trả cố định hằng tháng là 15 triệu. Giả sử người đó có thể mượn người thân 15% giá trị căn nhà, nếu được sử dụng gói vay ở trên với thời hạn tối đa và mức vay tối đa thì có thể mua được căn nhà có giá trị tối đa khoảng

Lời giải

Gọi A là số tiền tối đa người này có thể vay, A_i là số tiền nợ sau tháng thứ i .

$r_1 = \frac{5\%}{12}$ là lãi suất/1 tháng, trong 6 tháng đầu

$$r_2 = \frac{12\%}{12} = 1\% \text{ là lãi suất/1 tháng, từ tháng thứ 7 trở đi.}$$

Sau 1 tháng, số tiền gốc và lãi là $A(1+r)$, người đó trả 15 triệu nên còn nợ:

$$A_1 = A(1+r) - 15$$

Sau tháng thứ 2:

$$A_2 = A_1(1+r_1) - 15 = (A(1+r_1) - 15)(1+r_1) - 15 = A(1+r_1)^2 - \frac{15}{r_1}[(1+r_1)^2 - 1]$$

$$\text{Sau tháng thứ 3: } A_3 = A(1+r_1)^3 - \frac{15}{r_1}[(1+r_1)^3 - 1]$$

.....

$$\text{Sau tháng thứ 6: } A_6 = A(1+r_1)^6 - \frac{15}{r_1}[(1+r_1)^6 - 1].$$

$$\text{Sau tháng thứ 7: } A_7 = A_6(1+r_2) - 15$$

$$\text{Sau tháng thứ 8: } A_8 = A_6(1+r_2)^2 - \frac{15}{r_2}[(1+r_2)^2 - 1]$$

.....

$$\text{Sau tháng thứ 240: } A_{240} = A_6(1+r_2)^{234} - \frac{15}{r_2}[(1+r_2)^{234} - 1]$$

$$\text{Vì phải trả hết nợ sau 20 năm nên } A_{240} = 0 \Leftrightarrow A_6 = \frac{15[(1+r_2)^{234} - 1]}{(1+r_2)^{234} r_2} \approx 1353,819328$$

$$\Rightarrow A = \frac{A_6 + \frac{15}{r_1}[(1+r_1)^6 - 1]}{(1+r_1)^6} \approx 1409,163992.$$

Vậy người này có thể mua được căn nhà có giá trị tối đa là $\frac{A}{85\%} \approx 1657,83999$ triệu đồng $\approx 1,65784$ tỷ đồng.dd

Câu 33: Số người trong cộng đồng sinh viên đã nghe một tin đồn nào đó là $N = P(1 - e^{-0,15d})$ trong đó P là tổng số sinh viên của cộng đồng và d là số ngày trôi qua kể từ khi tin đồn bắt đầu. Trong một cộng đồng 1000 sinh viên, cần bao nhiêu ngày để 450 sinh viên nghe được tin đồn?

Lời giải

Ta có:

$$N = P(1 - e^{-0,15d}) \Leftrightarrow 450 = 1000.(1 - e^{-0,15d})$$

$$\Leftrightarrow e^{-0,15d} = \ln \frac{11}{20} \Leftrightarrow d \approx 3,98$$

Vậy cần 4 ngày để 450 sinh viên nghe được tin đồn.

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 1: PHÉP TÍNH LŨY THỪA



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. RÚT GỌN BIỂU THỨC LŨY THỪA

Câu 1: Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. B. $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$. C. $(a^m)^n = (a^n)^m$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Câu 2: Với a là số thực dương tùy ý, $a^4 \cdot a^{\frac{1}{2}}$ bằng

- A. a^8 . B. a^2 . C. $a^{\frac{7}{2}}$. D. $a^{\frac{9}{2}}$.

Câu 3: Cho số thực dương a và số nguyên dương n tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\sqrt{a^n} = a^{2+n}$. B. $\sqrt{a^n} = a^{2n}$. C. $\sqrt{a^n} = a^{\frac{2}{n}}$. D. $\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$.

Câu 4: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{11}{3}}$ B. a^2 C. $a^{\frac{5}{3}}$ D. $a^{\frac{8}{3}}$

Câu 5: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$, ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ

- A. $P = x^{\frac{5}{4}}$. B. $P = x^{\frac{1}{12}}$. C. $P = x^{\frac{1}{7}}$. D. $P = x^{\frac{5}{12}}$.

Câu 6: Cho a là một số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = \left(\sqrt{2^a}\right)^{\frac{4}{a}}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 8. D. 1.

Câu 7: Với a là số thực dương, biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{5}}$. C. $a^{\frac{5}{6}}$. D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 8: Cho $a \neq 1$ là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2022}} \cdot \sqrt[2022]{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

- A. $\frac{1}{1011}$. B. $\frac{3}{2022^2}$. C. $\frac{2}{1011}$. D. $\frac{3}{1011}$.

Câu 9: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = x^{\frac{1}{15}}$. B. $P = x^{\frac{17}{15}}$. C. $P = x^{\frac{17}{30}}$. D. $P = \sqrt{x}$.

Câu 10: Đơn giản biểu thức $P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ với $a > 0$, được kết quả là

- A. $a^{\sqrt{2}}$. B. $a^{2\sqrt{2}-1}$. C. $a^{1-\sqrt{2}}$. D. a .

Câu 11: Rút gọn biểu thức $Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$

- A. $Q = a^{\frac{4}{3}}$. B. $Q = a^2$. C. $Q = a^{\frac{8}{3}}$. D. $Q = a^4$.

Câu 12: Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{5}{3}}$ bằng

- A. $\sqrt[5]{a^3}$. B. $\sqrt[3]{a^5}$. C. a^8 . D. a^2 .

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý khi đó $\sqrt{a^2} \cdot \sqrt[5]{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{11}{10}}$. B. $a^{\frac{1}{10}}$. C. $a^{\frac{22}{5}}$. D. $a^{\frac{10}{11}}$.

Câu 14: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{6}}$. B. $a^{\frac{2}{3}}$. C. a^6 . D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 15: Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}}$, với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt[4]{x}$. B. $P = x^{\frac{1}{6}}$. C. $P = \sqrt{x}$. D. $P = x^{\frac{1}{6}}$.

Câu 16: Rút gọn biểu thức $A = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}, x > 0$ ta được

- A. $A = \sqrt{x}$. B. $A = x^{\frac{2}{9}}$. C. $A = x^2$. D. $A = x^{\frac{81}{6}}$.

Câu 17: Với $x \geq 0$ thì $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^2}}}$ bằng

- A. x . B. x^2 . C. $\sqrt{x}$. D. x^4 .

Câu 18: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{\frac{1}{a^3}}$ bằng?

- A. a^{-3} . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{1}{6}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 19: Cho $a > 0$, khi đó $\sqrt[4]{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{4}}$. B. a^4 . C. $\frac{1}{a^4}$. D. a^{-4} .

Câu 20: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3 \sqrt[4]{a}}$ bằng

- A. $a^{\frac{17}{6}}$. B. $a^{\frac{13}{8}}$. C. $a^{\frac{13}{6}}$. D. $a^{\frac{17}{4}}$.

- Câu 21:** Cho số thực a dương tùy ý. Đặt $a^{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt{a^3 \sqrt{a}} = a^p$. Khẳng định đúng là:
- A. $p = \frac{19}{12}$. B. $p = \frac{23}{12}$. C. $p = \frac{13}{12}$. D. $p = \frac{23}{24}$.
- Câu 22:** Cho x là số thực dương. Biết $\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x} \sqrt{x \sqrt[3]{x}}} = x^{\frac{b}{a}}$ với a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a + b$.
- A. 16. B. 15. C. 14. D. 17.
- Câu 23:** Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là
- A. $x^{\frac{12}{7}}$. B. $x^{\frac{5}{6}}$. C. $x^{\frac{7}{12}}$. D. $x^{\frac{6}{5}}$.
- Câu 24:** Cho hai số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{b} + b^{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{a}}{\sqrt[12]{a} + \sqrt[12]{b}}$ ta thu được $A = a^m \cdot b^n$. Tích của m, n là
- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{1}{8}$.
- Câu 25:** Biết biểu thức $P = \sqrt[6]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}}$ ($x > 0$) được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là x^α . Khi đó, giá trị của α bằng
- A. $\frac{37}{15}$. B. $\frac{23}{36}$. C. $\frac{23}{30}$. D. $\frac{53}{30}$.
- Câu 26:** Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{a^{-2}} - \sqrt[3]{a})}{a^{\frac{1}{8}} (\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Giá trị của $M = f(2021^{2022})$ là
- A. 2021^{1011} B. $2021^{1011} + 1$ C. $-2021^{1011} + 1$ D. $-2021^{1011} - 1$
- Câu 27:** Cho a là số thực dương. Rút gọn biểu thức $A = a \sqrt{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}}$ về dạng $a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = m^2 + n^2$.
- A. 2425. B. 539. C. 593. D. 1369.
- Câu 28:** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $3m^2 - 2n = 2$. B. $m^2 + n^2 = 43$. C. $2m^2 + n = 15$. D. $m^2 + n^2 = 25$.
- Câu 29:** Biết biểu thức $P = \sqrt[6]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}}$ ($x > 0$) được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là x^α . Khi đó, giá trị của α bằng
- A. $\frac{37}{15}$. B. $\frac{23}{36}$. C. $\frac{23}{30}$. D. $\frac{53}{30}$.

Câu 30: Với α là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. **B.** $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. **C.** $(10^\alpha)^2 = (100)^\alpha$. **D.** $(10^\alpha)^2 = (10)^{\alpha^2}$.

Câu 31: Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

- A.** $Q = b^{\frac{4}{3}}$ **B.** $Q = b^{\frac{4}{3}}$ **C.** $Q = b^{\frac{5}{9}}$ **D.** $Q = b^2$

Câu 32: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A.** $P = \sqrt{x}$ **B.** $P = x^{\frac{1}{8}}$ **C.** $P = x^{\frac{2}{9}}$ **D.** $P = x^2$

Câu 33: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $P = x^{\frac{2}{3}}$ **B.** $P = x^{\frac{1}{2}}$ **C.** $P = x^{\frac{13}{24}}$ **D.** $P = x^{\frac{1}{4}}$

Câu 34: Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $P = x$ **B.** $P = x^{\frac{11}{6}}$ **C.** $P = x^{\frac{7}{6}}$ **D.** $P = x^{\frac{5}{6}}$

Câu 35: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- A.** $P = x^{\frac{1}{8}}$ **B.** $P = \sqrt{x}$ **C.** $P = x^{\frac{2}{9}}$ **D.** $P = x^2$

Câu 36: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A.** $P = x^{\frac{5}{4}}$. **B.** $P = x^{\frac{5}{12}}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{7}}$. **D.** $P = x^{\frac{1}{12}}$.

Câu 37: Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $P = x^{\frac{15}{16}}$. **B.** $P = x^{\frac{7}{16}}$. **C.** $P = x^{\frac{5}{42}}$. **D.** $P = x^{\frac{47}{48}}$.

Câu 38: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $P = x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $P = x^{\frac{1}{4}}$. **C.** $P = x^{\frac{13}{24}}$. **D.** $P = x^{\frac{1}{2}}$.

Câu 39: Giả sử a là số thực dương, khác 1. Biểu thức $\sqrt{a^3 \sqrt{a}}$ được viết dưới dạng a^α . Khi đó

- A.** $\alpha = \frac{2}{3}$. **B.** $\alpha = \frac{5}{3}$. **C.** $\alpha = \frac{1}{6}$. **D.** $\alpha = \frac{11}{6}$.

Câu 40: Biểu thức $K = \sqrt{2^3 \sqrt{2}}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A.** $2^{\frac{4}{3}}$. **B.** $2^{\frac{5}{3}}$. **C.** $2^{\frac{1}{3}}$. **D.** $2^{\frac{2}{3}}$.

Câu 41: Biểu thức $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

- A.** $x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $x^{\frac{5}{2}}$. **C.** $x^{\frac{7}{3}}$. **D.** $x^{\frac{5}{3}}$.

- Câu 42:** Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$. Rút gọn biểu thức P được kết quả là
- A. $P = a^5$. B. $P = a^3$. C. $P = a$. D. $P = a^4$.
- Câu 43:** Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.
- A. $\frac{2}{1009}$. B. $\frac{1}{1009}$. C. $\frac{3}{1009}$. D. $\frac{3}{2018^2}$.
- Câu 44:** Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$.
- A. $P = a$. B. $P = a^3$. C. $P = a^4$. D. $P = a^5$.
- Câu 45:** Biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2 \sqrt{x}}} = x^\alpha$, giá trị của α là
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 46:** Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng
- A. $\sqrt[3]{a^2}$. B. $a^{\frac{8}{3}}$. C. $a^{\frac{3}{8}}$. D. $\sqrt[6]{a}$.
- Câu 47:** Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$
- A. $P = a$ B. $P = a^3$ C. $P = a^4$ D. $P = a^5$
- Câu 48:** Cho biểu thức $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}}$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $P = x^{-2}$ B. $P = x^{-\frac{1}{2}}$ C. $P = x^{\frac{1}{2}}$ D. $P = x^2$
- Câu 49:** Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^4 \sqrt{x^3 \sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{7}{12}}$. C. $P = x^{\frac{5}{8}}$. D. $P = x^{\frac{7}{24}}$.
- Câu 50:** Cho hai số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$ ta thu được $A = a^m \cdot b^n$. Tích của m, n là
- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{21}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{18}$
- Câu 51:** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $m^2 - n^2 = 312$. B. $m^2 + n^2 = 543$. C. $m^2 - n^2 = -312$. D. $m^2 + n^2 = 409$.

Câu 52: Cho a là số thực dương. Đơn giản biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$.

- A. $P = a(a+1)$. B. $P = a-1$. C. $P = a$. D. $P = a+1$.

Câu 53: Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$ ta được

- A. $P = ab$. B. $P = a+b$. C. $P = a^4b + ab^4$. D. $P = ab(a+b)$.

Câu 54: Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2^3}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $P \in (330; 340)$. B. $P \in (350; 360)$. C. $P \in (260; 370)$. D. $P \in (340; 350)$.

Câu 55: Cho $a > 0, b > 0$, giá trị của biểu thức $T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

DẠNG 2. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

Câu 56: Biểu thức $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$ có giá trị bằng

- A. $4\sqrt{2}$. B. -2 . C. 2. D. $-4\sqrt{2}$.

Câu 57: Giá trị $\sqrt[3]{2021} \cdot \sqrt[5]{2021}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

- A. $2021^{\frac{2}{5}}$. B. $2021^{\frac{1}{15}}$. C. $2021^{\frac{8}{15}}$. D. $2021^{\frac{1}{10}}$.

Câu 58: Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. 6. B. 81. C. 9. D. 3.

Câu 59: Cho $a = \frac{1}{256}$ và $b = \frac{1}{27}$. Tính $A = a^{\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}}$

- A. 23. B. 89. C. 145. D. 26.

Câu 60: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Biểu thức $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$ có giá trị bằng

- A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = -\frac{5}{2}$. C. $P = 2$. D. $P = -2$.

Câu 61: Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $A = \frac{5 + 3^x + 3^{-x}}{1 - 3^x - 3^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$.

Tích $a.b$ bằng

- A. -10 . B. 10. C. -8 . D. 8.

- Câu 62:** Cho biểu thức $T = \frac{1}{2^{-x-1}} + 3\sqrt{2^{2x}} - 4^{\frac{x-1}{2}}$. Khi $2^x = \sqrt{3}$ thì giá trị của biểu thức T là
- A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 63:** Biết $4^x + 4^{-x} = 14$, tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.
- A. 4. B. 16. C. $\sqrt{17}$. D. ± 4 .
- Câu 64:** Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Khi đó biểu thức $P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{3 + 2^{x+1} + 2^{1-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản và $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^+$. Tính tổng $a + b$ có giá trị bằng
- A. 8. B. 11. C. 17. D. 4.
- Câu 65:** Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016}$
- A. $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2016}$ B. $P = 1$ C. $P = 7 - 4\sqrt{3}$ D. $P = 7 + 4\sqrt{3}$
- Câu 66:** Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?
- A. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$. B. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$. C. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$. D. $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.
- Câu 67:** Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2017^{2016})$
- A. $M = 2017^{1008} - 1$ B. $M = -2017^{1008} - 1$ C. $M = 2017^{2016} - 1$ D. $M = 1 - 2017^{2016}$
- Câu 68:** Giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0}$ là
- A. -9. B. -10. C. 10. D. 9.
- Câu 69:** Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{a^{-2}} - \sqrt[3]{a})}{a^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2017^{2018})$.
- A. $2017^{2018} + 1$. B. $-2017^{1009} - 1$. C. 2017^{1009} . D. $2017^{1009} + 1$.

DẠNG 3. SO SÁNH CÁC BIỂU THỨC CHỨA LŨY THỪA

- Câu 70:** Nếu $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{3}} > b^{\sqrt{5}}$ thì
- A. $a < 1; 0 < b < 1$. B. $a > 1; b < 1$. C. $0 < a < 1; b < 1$ D. $a > 1; 0 < b < 1$.
- Câu 71:** Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$. B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. D. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$.

Câu 72: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

A. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$.

B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

C. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$.

D. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

Câu 73: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(\sqrt{5}+2)^{-2017} < (\sqrt{5}+2)^{-2018}$.

B. $(\sqrt{5}+2)^{2018} > (\sqrt{5}+2)^{2019}$.

C. $(\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019}$.

D. $(\sqrt{5}-2)^{2018} < (\sqrt{5}-2)^{2019}$.

Câu 74: Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$.

B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$.

C. $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$.

D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

Câu 75: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$.

B. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$.

C. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$.

D. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

Câu 76: Tìm tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[2]{a^5} > \sqrt[7]{a^2}$?

A. $a > 0$.

B. $0 < a < 1$.

C. $a > 1$.

D. $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$.

DẠNG 4. BÀI TOÁN LÃI SUẤT – DÂN SỐ

Câu 77: Anh An gửi số tiền 58 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép và ổn định trong 9 tháng thì lĩnh về được 61758000đ. Hỏi lãi suất ngân hàng hàng tháng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

A. 0,8 %

B. 0,6 %

C. 0,7 %

D. 0,5 %

Câu 78: Ông An gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 8,4% một năm theo hình thức lãi kép. Ông gửi được đúng 3 kỳ hạn thì ngân hàng thay đổi lãi suất, ông gửi tiếp 12 tháng nữa với kỳ hạn như cũ và lãi suất trong thời gian này là 12% một năm thì ông rút tiền về. Số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là:

A. 62255910 đồng.

B. 59895767 đồng.

C. 59993756 đồng.

D. 63545193 đồng.

Câu 79: Một học sinh A khi 15 tuổi được hưởng tài sản thừa kế 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng B với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi 18 tuổi. Biết rằng khi 18 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 231 525 000 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng B là bao nhiêu?

A. 8% / năm.

B. 7% / năm.

C. 6% / năm.

D. 5% / năm.

Câu 80: Ông Anh gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được là bao nhiêu?

A. 231,815.

B. 197,201.

C. 217,695.

D. 190,271.

- Câu 81:** Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi sau 1 năm số tiền anh Nam nhận được là bao nhiêu?
A. 218,64 triệu đồng. **B.** 208,25 triệu đồng. **C.** 210,45 triệu đồng. **D.** 209,25 triệu đồng.
- Câu 82:** Ông Tuấn gửi 100 triệu vào ngân hàng với hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 8%. Sau 5 năm ông rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại ông tiếp tục gửi ngân hàng với lãi suất như lần trước. Số tiền lãi ông Tuấn nhận được sau 10 năm gửi gần nhất với giá trị nào dưới đây?
A. 46,933 triệu. **B.** 34,480 triệu. **C.** 81,413 triệu. **D.** 107,946 triệu.
- Câu 83:** Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = Ae^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Dân số Việt Nam năm 2019 là 95,5 triệu người, tỉ lệ tăng dân số hằng năm từ 2009 đến nay là 1,14%. Hỏi dân số Việt Nam năm 2009 gần với số nào nhất trong các số sau?
A. 94,4 triệu người. **B.** 85,2 triệu người. **C.** 86,2 triệu người. **D.** 83,9 triệu người.
- Câu 84:** Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người?
A. 109.256.100. **B.** 108.374.700. **C.** 107.500.500. **D.** 108.311.100.
- Câu 85:** COVID19 là một loại bệnh viêm đường hô hấp cấp do chủng mới của virus corona bắt nguồn từ Trung Quốc gây ra với tốc độ truyền bệnh rất nhanh. Giả sử ban đầu có 1 người bị nhiễm bệnh và cứ sau 1 ngày sẽ lây sang 4 người khác. Tất cả những người nhiễm bệnh lại tiếp tục lây sang những người khác với tốc độ như trên. Hỏi sau 7 ngày sẽ có tổng cộng bao nhiêu người nhiễm bệnh?
A. 77760 người. **B.** 16384 người. **C.** 62500 người. **D.** 78125 người.
- Câu 86:** Ông An gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,8%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi, mỗi tháng ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 2 triệu đồng. Hỏi sau đúng 2 năm số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông An không rút tiền ra.
A. 169.871.000 đồng. **B.** 171.761.000 đồng. **C.** 173.807.000 đồng. **D.** 169.675.000 đồng.
- Câu 87:** Ông Chính gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 20 triệu đồng. Hỏi sau 18 năm số tiền ông Chính nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông Chính không rút tiền ra.
A. 1.686.898.000 VNĐ. **B.** 743.585.000 VNĐ.
C. 739.163.000 VNĐ. **D.** 1.335.967.000 VNĐ.
- Câu 88:** Một người gửi tiết kiệm số tiền 80000000 đồng với lãi suất 6,9% / năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả tiền gốc lẫn tiền lãi gần với con số nào sau đây?
A. 105370000 đồng **B.** 111680000 đồng **C.** 107667000 đồng **D.** 116570000 đồng

- Câu 89:** Ngày 01 tháng 01 năm 2017, ông An đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 01 năm 2018, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi
- A.** $800 \cdot (1,005)^{11} - 72$ **B.** $1200 - 400 \cdot (1,005)^{12}$ **C.** $800 \cdot (1,005)^{12} - 72$ **D.** $1200 - 400 \cdot (1,005)^{11}$
- Câu 90:** Vào ngày 15 hàng tháng ông An đều đến gửi tiết kiệm tại ngân hàng *SHB* số tiền 5 triệu đồng theo hình thức lãi kép với kì hạn một tháng, lãi suất tiết kiệm không đổi trong suốt quá trình gửi là 7,2% / năm. Hỏi sau đúng 3 năm kể từ ngày bắt đầu gửi ông An thu được số tiền cả gốc và lãi là bao nhiêu?
- A.** 195251000 **B.** 201453000 **C.** 195252000 **D.** 201452000

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 1: PHÉP TÍNH LŨY THỪA



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. RÚT GỌN BIỂU THỨC LŨY THỪA

Câu 1: Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. B. $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$. C. $(a^m)^n = (a^n)^m$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Lời giải

Tính chất lũy thừa

Câu 2: Với a là số thực dương tùy ý, $a^4 \cdot a^{\frac{1}{2}}$ bằng

- A. a^8 . B. a^2 . C. $a^{\frac{7}{2}}$. D. $a^{\frac{9}{2}}$.

Lời giải

Ta có $a^4 \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{4+\frac{1}{2}} = a^{\frac{9}{2}}$.

Câu 3: Cho số thực dương a và số nguyên dương n tùy ý. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\sqrt{a^n} = a^{2+n}$. B. $\sqrt{a^n} = a^{2n}$. C. $\sqrt{a^n} = a^{\frac{2}{n}}$. D. $\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$.

Câu 4: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{11}{3}}$ B. a^2 C. $a^{\frac{5}{3}}$ D. $a^{\frac{8}{3}}$

Lời giải

$a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2} = a^3 \cdot a^{\frac{2}{3}} = a^{3+\frac{2}{3}} = a^{\frac{11}{3}}$.

Câu 5: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt{x}}$, ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ

- A. $P = x^{\frac{5}{4}}$. B. $P = x^{\frac{1}{12}}$. C. $P = x^{\frac{1}{7}}$. D. $P = x^{\frac{5}{12}}$.

Lời giải

Ta có $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{5}{4}}} = x^{\frac{5}{12}}$.

Câu 6: Cho a là một số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = \left(\sqrt{2^a}\right)^{\frac{4}{a}}$ bằng

Ta có $P = \left(\sqrt{2^a}\right)^{\frac{4}{a}} = \left(2^{\frac{a}{2}}\right)^{\frac{4}{a}} = 2^{\frac{4}{a} \cdot \frac{a}{2}} = 2^2 = 4.$

Câu 7: Với a là số thực dương, biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

$$P = a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}.$$

Câu 8: Cho $a \neq 1$ là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2022}} \cdot {}^{2022}\sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

Ta có: $a^{\frac{3}{2022}} \cdot {}^{2022}\sqrt{a} = a^{\frac{3}{2022}} \cdot a^{\frac{1}{2022}} = a^{\frac{3}{2022} + \frac{1}{2022}} = a^{\frac{2}{1011}}$.

Câu 9: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

$$P = x^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{2}{5}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{2}{5} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{17}{30}}.$$

Câu 10: Đơn giản biểu thức $P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}$ với $a > 0$, được kết quả là

Ta có: $P = a^{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}} \cdot (a^{-1})^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}} \cdot a^{-\sqrt{2}+1} = a^{\sqrt{2}-\sqrt{2}+1} = a^1 = a.$

$$\text{Vậy } P = a.$$

Câu 11: Rút gọn biểu thức $O = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a}$ với $a > 0$

A. $Q = a^{\frac{4}{3}}$.

B. $Q = a^2$.

C. $Q = a^{\frac{8}{3}}$.

D. $Q = a^4$.

Lời giải

Ta có: $Q = a^{\frac{7}{3}} : \sqrt[3]{a} = a^{\frac{7}{3}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{7-1}{3}} = a^2$.

Câu 12: Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{5}{3}}$ bằng

A. $\sqrt[5]{a^3}$.

B. $\sqrt[3]{a^5}$.

C. a^8 .

D. a^2 .

Lời giải

Với $a > 0$ ta có: $a^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{a^5}$.

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý khi đó $\sqrt{a^2} \cdot \sqrt[5]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{11}{10}}$.

B. $a^{\frac{1}{10}}$.

C. $a^{\frac{22}{5}}$.

D. $a^{\frac{10}{11}}$.

Lời giải

Với $a > 0$ ta có $\sqrt{a^2} \cdot \sqrt[5]{a} = \sqrt{a^2} \cdot a^{\frac{1}{5}} = \sqrt{a^{\frac{11}{5}}} = a^{\frac{11}{10}}$.

Câu 14: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$.

B. $a^{\frac{2}{3}}$.

C. a^6 .

D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 15: Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}}$, với $x > 0$.

A. $P = \sqrt[4]{x}$.

B. $P = x^{\frac{1}{6}}$.

C. $P = \sqrt{x}$.

D. $P = x^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Ta có $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}}}{x^{\frac{1}{4}}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{x}$.

Câu 16: Rút gọn biểu thức $A = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}, x > 0$ ta được

A. $A = \sqrt{x}$.

B. $A = x^{\frac{2}{9}}$.

C. $A = x^2$.

D. $A = x^{\frac{81}{}}$.

Lời giải

Ta có: $A = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Câu 17: Với $x \geq 0$ thì $\sqrt{x} \sqrt{x} \sqrt{x^2}$ bằng

A. x .

B. x^2 .

C. $\sqrt{x}$.

D. x^4 .

Lời giải

Ta có $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x^2}}} = \sqrt{x\sqrt{x.x}} = \sqrt{x.x} = x$

Câu 18: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{\frac{1}{a^3}}$ bằng?

- A. a^{-3} . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{1}{6}}$. D. $a^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{\frac{1}{a^3}} = \left(\frac{1}{a^3}\right)^{\frac{1}{2}} = (a^{-3})^{\frac{1}{2}} = a^{-\frac{3}{2}}$.

Câu 19: Cho $a > 0$, khi đó $\sqrt[4]{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{1}{4}}$. B. a^4 . C. $\frac{1}{a^4}$. D. a^{-4} .

Lời giải

Ta có $\sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 20: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3\sqrt[4]{a}}$ bằng

- A. $a^{\frac{17}{6}}$. B. $a^{\frac{13}{8}}$. C. $a^{\frac{13}{6}}$. D. $a^{\frac{17}{4}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{a^3\sqrt[4]{a}} = \sqrt{a^3.a^{\frac{1}{4}}} = \sqrt{a^{\frac{13}{4}}} = a^{\frac{13}{8}}$.

Câu 21: Cho số thực a dương tùy ý. Đặt $a^{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt{a^3\sqrt[4]{a}} = a^p$. Khẳng định đúng là:

- A. $p = \frac{19}{12}$. B. $p = \frac{23}{12}$. C. $p = \frac{13}{12}$. D. $p = \frac{23}{24}$.

Lời giải

Ta có $a^{\frac{5}{4}} \cdot \sqrt{a^3\sqrt[4]{a}} = a^{\frac{5}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2.3}} = a^{\frac{5}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}} = a^{\frac{23}{12}}$.

Suy ra $p = \frac{23}{12}$.

Câu 22: Cho x là số thực dương. Biết $\sqrt{x.\sqrt[3]{x}\sqrt{x\sqrt[3]{x}}} = x^{\frac{b}{a}}$ với a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

- A. 16. B. 15. C. 14. D. 17.

Lời giải

Ta có $\sqrt{x.\sqrt[3]{x}\sqrt{x\sqrt[3]{x}}} = \sqrt{x.\sqrt[3]{x}\sqrt{x.x^{\frac{1}{3}}}} = \sqrt{x.\sqrt[3]{x.x^{\frac{2}{3}}}} = \sqrt{x.x^{\frac{5}{9}}} = x^{\frac{7}{9}}$.

Khi đó $a = 9; b = 7$ nên $a+b = 16$.

Câu 23: Cho x là số thực dương. Biểu thức $\sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $x^{\frac{12}{7}}$.

B. $x^{\frac{5}{6}}$.

C. $x^{\frac{7}{12}}$.

D. $x^{\frac{6}{5}}$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt[4]{x^2 \sqrt[3]{x}} = \sqrt[4]{x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{7}{3}}} = x^{\frac{7}{12}}$ với $x > 0$.

Câu 24: Cho hai số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{b} + b^{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{a}}{\sqrt[12]{a} + \sqrt[12]{b}}$ ta thu được $A = a^m \cdot b^n$. Tích của m, n là

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{18}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Ta có $A = \frac{a^{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{b} + b^{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{a}}{\sqrt[12]{a} + \sqrt[12]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{1}{4}} \left(b^{\frac{1}{12}} + a^{\frac{1}{12}} \right)}{\left(a^{\frac{1}{12}} + b^{\frac{1}{12}} \right)} = a^{\frac{1}{4}} b^{\frac{1}{4}}$

Suy ra $m, n = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

Câu 25: Biết biểu thức $P = \sqrt[6]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}}$ ($x > 0$) được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là x^α . Khi đó, giá trị của α bằng

A. $\frac{37}{15}$.

B. $\frac{23}{36}$.

C. $\frac{23}{30}$.

D. $\frac{53}{30}$.

Lời giải

Ta có $P = \sqrt[6]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}} = \sqrt[6]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[6]{x^3 \cdot x^{\frac{5}{6}}} = x^{\frac{23}{6}}$.

Câu 26: Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}} \left(\sqrt[3]{a^{-2}} - \sqrt[3]{a} \right)}{a^{\frac{1}{8}} \left(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}} \right)}$ với $a > 0, a \neq 1$. Giá trị của $M = f(2021^{2022})$ là

A. 2021^{1011}

B. $2021^{1011} + 1$

C. $-2021^{1011} + 1$

D. $-2021^{1011} - 1$

Lời giải

Ta có: $f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}} \left(\sqrt[3]{a^{-2}} - \sqrt[3]{a} \right)}{a^{\frac{1}{8}} \left(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}} \right)} = \frac{a^{\frac{2}{3}} \left(a^{-\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{8}} \left(a^{\frac{3}{8}} - a^{-\frac{1}{8}} \right)} = \frac{1-a}{a^{\frac{1}{2}}-1} = \frac{-\left(a^{\frac{1}{2}}-1\right)\left(a^{\frac{1}{2}}+1\right)}{a^{\frac{1}{2}}-1} = -a^{\frac{1}{2}}-1$

Khi đó $M = f(2021^{2022}) = -\left(2021^{2022}\right)^{\frac{1}{2}}-1 = -2021^{1011}-1$.

Câu 27: Cho a là số thực dương. Rút gọn biểu thức $A = a\sqrt{a^3\sqrt{a\sqrt{a}}}$ về dạng $a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = m^2 + n^2$.

- A. 2425. B. 539. **C. 593.** D. 1369.

Lời giải

$$\text{Ta có } A = a\sqrt{a^3\sqrt{a\sqrt{a}}} = a.a^{\frac{3}{2}}.a^{\frac{1}{4}}.a^{\frac{1}{8}} = a^{1+\frac{3}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}} = a^{\frac{23}{8}}$$

$$\Rightarrow m = 23; n = 8$$

$$\Rightarrow T = m^2 + n^2 = 23^2 + 8^2 = 593.$$

Câu 28: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $3m^2 - 2n = 2$. B. $m^2 + n^2 = 43$. **C. $2m^2 + n = 15$.** D. $m^2 + n^2 = 25$.

Lời giải

Ta có:

$$A = \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-2}}} = \frac{a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{2}{7}}} = \frac{a^{\frac{5+7}{3}}}{a^{4-\frac{2}{7}}} = \frac{a^4}{a^{\frac{26}{7}}} = a^{4-\frac{26}{7}} = a^{\frac{2}{7}} \Rightarrow m = 2; n = 7 \Rightarrow 2m^2 + n = 15.$$

Câu 29: Biết biểu thức $P = \sqrt[6]{x^3\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}}$ ($x > 0$) được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là x^α . Khi đó, giá trị của α bằng

- A. $\frac{37}{15}$. **B. $\frac{23}{36}$.** C. $\frac{23}{30}$. D. $\frac{53}{30}$.

Lời giải

$$P = \sqrt[6]{x^3\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}} = x^{\frac{3}{6}+\frac{2}{18}+\frac{1}{36}} = x^{\frac{23}{36}}.$$

Câu 30: Với α là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$.
C. $(10^\alpha)^2 = (100)^\alpha$. **D. $(10^\alpha)^2 = (10)^{\alpha^2}$.**

Lời giải

Theo định nghĩa và các tính chất của lũy thừa, ta thấy A, B, C là các mệnh đề đúng.

Xét mệnh đề D: với $\alpha = 1$, ta có: $(10^1)^2 = 100 \neq (10)^{1^2} = 10$ nên mệnh đề D sai.

Câu 31: Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

- A. $Q = b^{\frac{4}{3}}$ **B. $Q = b^{\frac{4}{9}}$** C. $Q = b^{\frac{5}{9}}$ D. $Q = b^2$

Lời giải

$$Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b} = b^{\frac{5}{3}} : b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{4}{3}}$$

Câu 32: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = \sqrt{x}$

B. $P = x^{\frac{1}{8}}$

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$

D. $P = x^2$

Lời giải

Ta có: $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

Câu 33: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{2}{3}}$

B. $P = x^{\frac{1}{2}}$

C. $P = x^{\frac{13}{24}}$

D. $P = x^{\frac{1}{4}}$

Lời giải

Ta có, với $x > 0$: $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$.

Câu 34: Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x$

B. $P = x^{\frac{11}{6}}$

C. $P = x^{\frac{7}{6}}$

D. $P = x^{\frac{5}{6}}$

Lời giải

$$P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x$$

Câu 35: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{1}{8}}$

B. $P = \sqrt{x}$

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$

D. $P = x^2$

Lời giải

Với $x > 0$; $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

Câu 36: Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x}}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

A. $P = x^{\frac{5}{4}}$.

B. $P = x^{\frac{5}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{1}{7}}$.

D. $P = x^{\frac{1}{12}}$.

Lời giải

Ta có $P = \left(x \cdot x^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(x^{\frac{5}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{12}}$.

Câu 37: Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{15}{16}}$.

B. $P = x^{\frac{7}{16}}$.

C. $P = x^{\frac{5}{42}}$.

D. $P = x^{\frac{47}{48}}$.

Lời giải

$$P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^5} \cdot \sqrt{x^3}} = x^{\left[\left(\frac{3}{2}+5\right)\frac{1}{4}+1\right]\frac{1}{6}} = x^{\frac{7}{16}}.$$

Câu 38: Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $P = x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $P = x^{\frac{1}{4}}$. **C.** $P = x^{\frac{13}{24}}$. **D.** $P = x^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}.$$

Câu 39: Giả sử a là số thực dương, khác 1. Biểu thức $\sqrt{a^3\sqrt{a}}$ được viết dưới dạng a^α . Khi đó

- A.** $\alpha = \frac{2}{3}$. **B.** $\alpha = \frac{5}{3}$. **C.** $\alpha = \frac{1}{6}$. **D.** $\alpha = \frac{11}{6}$.

Lời giải

$$\sqrt{a^3\sqrt{a}} = \sqrt{a^{1+\frac{1}{3}}} = a^{\frac{2}{3}} = a^\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3}.$$

Câu 40: Biểu thức $K = \sqrt{2^3\sqrt{2}}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A.** $2^{\frac{4}{3}}$. **B.** $2^{\frac{5}{3}}$. **C.** $2^{\frac{1}{3}}$. **D.** $2^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

$$K = \sqrt{2^3\sqrt{2}} = \sqrt{2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{2^{\frac{4}{3}}} = \left(2^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{3}}.$$

Câu 41: Biểu thức $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A.** $x^{\frac{2}{3}}$. **B.** x^2 . **C.** $x^{\frac{7}{3}}$. **D.** $x^{\frac{5}{3}}$.

Lời giải

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{10}{6}} = x^{\frac{5}{3}}.$$

Câu 42: Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$. Rút gọn biểu thức P được kết quả là

- A.** $P = a^5$. **B.** $P = a^3$. **C.** $P = a$. **D.** $P = a^4$.

Lời giải

$$P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5.$$

Câu 43: Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

A. $\frac{2}{1009}$.

B. $\frac{1}{1009}$.

C. $\frac{3}{1009}$.

D. $\frac{3}{2018^2}$.

Lời giải

$$a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a} = a^{\frac{3}{2018}} \cdot a^{\frac{1}{2018}} = a^{\frac{4}{2018}} = a^{\frac{2}{1009}}. \text{ Vậy số mũ của biểu thức rút gọn bằng } \frac{2}{1009}.$$

Câu 44: Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$.

A. $P = a$.

B. $P = a^3$.

C. $P = a^4$.

D. $P = a^5$.

Lời giải

$$P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5.$$

Câu 45: Biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2} \sqrt{x}} = x^\alpha$, giá trị của α là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2} \sqrt{x}} = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^2} \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{x \cdot \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}} = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}.$$

Câu 46: Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$.

B. $a^{\frac{8}{3}}$.

C. $a^{\frac{3}{8}}$.

D. $\sqrt[6]{a}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}} = \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$$

Câu 47: Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$

A. $P = a$

B. $P = a^3$

C. $P = a^4$

D. $P = a^5$

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^3}{a^{2-4}} = a^5$$

Câu 48: Cho biểu thức $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}}$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $P = x^{-2}$ B. $P = x^{-\frac{1}{2}}$ C. $P = x^{\frac{1}{2}}$ D. $P = x^2$

Lời giải

Ta có $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}} = x^{-\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{5}{4}} = x^{-\frac{3}{4} + \frac{5}{4}} = x^{\frac{1}{2}}$.

Câu 49: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$ B. $P = x^{\frac{7}{12}}$ C. $P = x^{\frac{5}{8}}$ D. $P = x^{\frac{7}{24}}$

Lời giải

Ta có: $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x}}} = x^{\frac{5}{8}}$

Câu 50: Cho hai số thực dương a, b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$ ta thu được $A = a^m \cdot b^n$. Tích của m, n là

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{21}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{18}$

Lời giải

$$A = \frac{a^{\frac{1}{3}} \sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}} \sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = \frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \left(b^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{1}{6}} \right)}{a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \Rightarrow m = \frac{1}{3}, n = \frac{1}{3} \Rightarrow m \cdot n = \frac{1}{9}.$$

Câu 51: Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}}$ với $a > 0$ ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m^2 - n^2 = 312$ B. $m^2 + n^2 = 543$ C. $m^2 - n^2 = -312$ D. $m^2 + n^2 = 409$

Lời giải

Ta có: $A = \frac{\sqrt[3]{a^7} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot \sqrt[7]{a^{-5}}} = \frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot a^{\frac{11}{3}}}{a^4 \cdot a^{-\frac{5}{7}}} = \frac{a^6}{a^{\frac{23}{7}}} = a^{\frac{19}{7}}$

Mà $A = a^{\frac{m}{n}}, m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản

$$\Rightarrow m = 19, n = 7$$

$$\Rightarrow m^2 - n^2 = 312$$

Câu 52: Cho a là số thực dương. Đơn giản biểu thức $P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}} \right)}$.

A. $P = a(a+1)$.

B. $P = a-1$.

C. $P = a$.

D. $P = a+1$.

Lời giải

$$P = \frac{a^{\frac{4}{3}} \left(a^{\frac{-1}{3}} + a^{\frac{2}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{-1}{4}} \right)} = \frac{a^{\frac{4}{3}} \cdot a^{\frac{-1}{3}} + a^{\frac{4}{3}} a^{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{a^4} \cdot a^{\frac{3}{4}} + \frac{1}{a^4} \cdot a^{\frac{-1}{4}}} = \frac{a + a^2}{a + 1} = \frac{a(a+1)}{a+1} = a.$$

Câu 53: Cho a, b là các số thực dương. Rút gọn $P = \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$ ta được

A. $P = ab$.

B. $P = a+b$.

C. $P = a^4b + ab^4$.

D. $P = ab(a+b)$.

Lời giải

$$P = \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{a \cdot a^{\frac{1}{3}}b + ab \cdot b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = \frac{ab \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} \right)}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = ab.$$

Câu 54: Cho biểu thức $\sqrt[5]{8\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = 2^{\frac{m}{n}}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Gọi $P = m^2 + n^2$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $P \in (330; 340)$.

B. $P \in (350; 360)$.

C. $P \in (260; 370)$.

D. $P \in (340; 350)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \sqrt[5]{8\sqrt{2^3\sqrt{2}}} = \sqrt[5]{2^3 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}} = 2^{\frac{3}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20}} = 2^{\frac{11}{10}} = 2^{\frac{11}{15}}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{11}{15} \Rightarrow \begin{cases} m=11 \\ n=15 \end{cases} \Rightarrow P = m^2 + n^2 = 11^2 + 15^2 = 346.$$

Câu 55: Cho $a > 0, b > 0$, giá trị của biểu thức $T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ bằng

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Cách 2:

$$\text{Ta có } T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{a-b}{\sqrt{ab}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{(a-b)^2}{4ab} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{(a+b)^2}{4ab} \right]^{\frac{1}{2}} = 2 \frac{1}{a+b} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{(a+b)}{2(ab)^{\frac{1}{2}}} = 1.$$

DẠNG 2. TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC

Câu 56: Biểu thức $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8}$ có giá trị bằng

- A. $4\sqrt{2}$. B. **-2.** C. 2. D. $-4\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $P = \sqrt[5]{-4} \cdot \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{(-32)} = -2$.

Câu 57: Giá trị $\sqrt[3]{2021} \cdot \sqrt[5]{2021}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

- A. $2021^{\frac{2}{5}}$. B. $2021^{\frac{1}{15}}$. C. **$2021^{\frac{8}{15}}$.** D. $2021^{\frac{1}{10}}$

Lời giải

$$\sqrt[3]{2021} \cdot \sqrt[5]{2021} = 2021^{\frac{1}{3}} \cdot 2021^{\frac{1}{5}} = 2021^{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}} = 2021^{\frac{8}{15}}.$$

Câu 58: Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

- A. 6. B. 81. C. 9. D. **3.**

Lời giải

Ta có $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$.

Câu 59: Cho $a = \frac{1}{256}$ và $b = \frac{1}{27}$. Tính $A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}}$

- A. 23. B. 89. C. **145.** D. 26.

Lời giải

Thay $a = \frac{1}{256}$, $b = \frac{1}{27}$ vào $A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}}$ ta được

$$A = a^{-\frac{3}{4}} + b^{-\frac{4}{3}} = \left(\frac{1}{256} \right)^{-\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{27} \right)^{-\frac{4}{3}} = (4^{-4})^{-\frac{3}{4}} + (3^{-3})^{-\frac{4}{3}} = 4^3 + 3^4 = 145.$$

Câu 60: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Biểu thức $P = \frac{5 + 2^x + 2^{-x}}{8 - 4 \cdot 2^x - 4 \cdot 2^{-x}}$ có giá trị bằng

- A. $P = \frac{3}{2}$. B. $P = -\frac{5}{2}$. C. $P = 2$. D. **$P = -2$.**

Lời giải

$$4^x + 4^{-x} = 7 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 9 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 3.$$

Suy ra $P = \frac{5+2^x+2^{-x}}{8-4.2^x-4.2^{-x}} = \frac{5+3}{8-12} = -2..$

Câu 61: Cho $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó biểu thức $A = \frac{5+3^x+3^{-x}}{1-3^x-3^{-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$.

Tích ab bằng

A. -10.

B. 10.

C. -8.

D. 8.

Lời giải

Ta có: $9^x + 9^{-x} = 23 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 25$

$\Leftrightarrow 3^x + 3^{-x} = 5$ vì $3^x + 3^{-x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow A = \frac{5+3^x+3^{-x}}{1-3^x-3^{-x}} = \frac{5+5}{1-5} = \frac{-5}{2}.$

Vậy $ab = -10$.

Câu 62: Cho biểu thức $T = \frac{1}{2^{-x-1}} + 3.\sqrt{2}^{2x} - 4^{\frac{x-1}{2}}$. Khi $2^x = \sqrt{3}$ thì giá trị của biểu thức T là

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$T = \frac{1}{2^{-x-1}} + 3.\sqrt{2}^{2x} - 4^{\frac{x-1}{2}} = 2^{x+1} + 3.\left(\sqrt{2}^2\right)^x - \left(4^{\frac{1}{2}}\right)^{x-1} = 2.2^x + 3.2^x - \frac{1}{2}.2^x = \frac{9}{2}.2^x = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$

Câu 63: Biết $4^x + 4^{-x} = 14$, tính giá trị của biểu thức $P = 2^x + 2^{-x}$.

A. 4.

B. 16.

C. $\sqrt{17}$.

D. ± 4 .

Lời giải

Ta có $4^x + 4^{-x} = 14 \Leftrightarrow (2^x)^2 + (2^{-x})^2 + 2 = 16 \Leftrightarrow (2^x + 2^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x + 2^{-x} = 4 \\ 2^x + 2^{-x} = -4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 4.$

Vậy $P = 4$.

Câu 64: Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Khi đó biểu thức $P = \frac{5-2^x-2^{-x}}{3+2^{x+1}+2^{1-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản và $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^+$. Tính tổng $a+b$ có giá trị bằng

A. 8.

B. 11.

C. 17.

D. 4.

Lời giải

Ta có: $(2^x + 2^{-x})^2 = 4^x + 4^{-x} + 2.2^x.2^{-x} = 7 + 2 = 9$. Suy ra: $2^x + 2^{-x} = 3$.

$$P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{3 + 2^{x+1} + 2^{1-x}} = \frac{5 - (2^x + 2^{-x})}{3 + 2(2^x + 2^{-x})} = \frac{5-3}{3+2 \cdot 3} = \frac{2}{9}$$

Suy ra: $a = 2, b = 9 \Rightarrow a + b = 11$.

Câu 65: Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016}$

- A.** $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2016}$ **B.** $P = 1$ **C.** $P = 7 - 4\sqrt{3}$ **D.** $P = 7 + 4\sqrt{3}$

Lời giải

$$P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016} = (7 + 4\sqrt{3}) \cdot [(7 + 4\sqrt{3})(4\sqrt{3} - 7)]^{2016} \\ = (7 + 4\sqrt{3})(-1)^{2016} = 7 + 4\sqrt{3}.$$

Câu 66: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là đúng?

- A.** $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{8}}$ **B.** $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{18}$ **C.** $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{18}}$ **D.** $P = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$

Lời giải

Cách 1:

$$\text{Ta có: } P = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{1} \cdot 1}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2} \cdot 1 + 1}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2} + 1}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{2}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{6}}$$

Câu 67: Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2017^{2016})$

- A.** $M = 2017^{1008} - 1$ **B.** $M = -2017^{1008} - 1$ **C.** $M = 2017^{2016} - 1$ **D.** $M = 1 - 2017^{2016}$

Lời giải

$$f(a) = \frac{a^{-\frac{1}{3}}(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a^4})}{a^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})} = \frac{1-a}{\sqrt{a}-1} = -1 - \sqrt{a} \text{ nên}$$

$$M = f(2017^{2016}) = -1 - \sqrt{2017^{2016}} = -1 - 2017^{1008}$$

Câu 68: Giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0}$ là

- A.** -9. **B.** -10. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - (0,1)^0} = \frac{2^{3-1} + 5^{-3+4}}{10^{-3+2} - 1} = \frac{4+5}{10^{-1} - 1} = \frac{9}{\frac{1}{10} - 1} = -10..$$

Câu 69: Cho hàm số $f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{a^{-2}} - \sqrt[3]{a})}{a^{\frac{1}{8}}(\sqrt[8]{a^3} - \sqrt[8]{a^{-1}})}$ với $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị $M = f(2017^{2018})$.

- A. $2017^{2018} + 1$. B. $-2017^{1009} - 1$. C. 2017^{1009} . D. $2017^{1009} + 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f(a) = \frac{a^{\frac{2}{3}}\left(a^{-\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{8}}\left(a^{\frac{3}{8}} - a^{-\frac{1}{8}}\right)} = \frac{1-a}{a^{\frac{1}{2}}-1} = -1 - a^{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{Do đó } M = f(2017^{2018}) = -1 - (2017^{2018})^{\frac{1}{2}} = -1 - 2017^{1009}.$$

DẠNG 3. SO SÁNH CÁC BIỂU THỨC CHỨA LŨY THỪA

Câu 70: Nếu $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{6}}$ và $b^{\sqrt{3}} > b^{\sqrt{5}}$ thì

- A. $a < 1; 0 < b < 1$. B. $a > 1; b < 1$. C. $0 < a < 1; b < 1$ D. $a > 1; 0 < b < 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{1}{3} > \frac{1}{6}, \text{ lại có } a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{6}} \Rightarrow a > 1.$$

$$\text{Ta có: } \sqrt{3} < \sqrt{5}, \text{ lại có } b^{\sqrt{3}} > b^{\sqrt{5}} \Rightarrow 0 < b < 1.$$

Câu 71: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$. B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. D. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$.

Lời giải

$$\text{Vì } a > 1 \text{ nên } a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{1}{a^{\sqrt{3}}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}.$$

Câu 72: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

- A. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$. B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.
C. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$. D. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

Lời giải

A. $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$. Cùng cơ số, $0 < \sqrt{3}-1 < 1$, hàm nghịch biến, số mũ lớn hơn nên bé hơn. **Sai**

B. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$. Cùng cơ số, $2 > 1$, hàm đồng biến, số mũ $(\sqrt{2}+1)^2 = 3+2\sqrt{2} > (\sqrt{3})^2 = 3$ nên lớn hơn. **Đúng**

C. $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$. Cùng cơ số, $0 < \sqrt{2}-1 < 1$, hàm nghịch biến, số mũ bé hơn nên lớn hơn. **Đúng.**

D. $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$. Cùng cơ số, $0 < 1-\frac{\sqrt{2}}{2} < 1$, hàm nghịch biến, số mũ lớn hơn nên bé hơn. **Đúng**

Câu 73: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(\sqrt{5}+2)^{-2017} < (\sqrt{5}+2)^{-2018}$.

B. $(\sqrt{5}+2)^{2018} > (\sqrt{5}+2)^{2019}$.

C. $(\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019}$.

D. $(\sqrt{5}-2)^{2018} < (\sqrt{5}-2)^{2019}$.

Lời giải

$$\begin{cases} 0 < \sqrt{5}-2 < 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019} \Rightarrow C \text{ đúng.}$$

$$\begin{cases} \sqrt{5}+2 > 1 \\ -2017 > -2018 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5}+2)^{-2017} > (\sqrt{5}+2)^{-2018} \Rightarrow A \text{ sai}$$

$$\begin{cases} \sqrt{5}+2 > 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5}+2)^{2018} < (\sqrt{5}+2)^{2019} \Rightarrow B \text{ sai}$$

$$\begin{cases} 0 < \sqrt{5}-2 < 1 \\ 2018 < 2019 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019} \Rightarrow D \text{ sai.}$$

Câu 74: Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$.

B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$.

C. $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$.

D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

Lời giải

Ta có:

$$\left(\frac{3}{7}\right) < \left(\frac{5}{8}\right) \Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} < \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}. \text{ Phương án A Sai.}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}. \text{ Phương án B Đúng.}$$

$$3 < 5 \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > 5^{-\sqrt{2}} \Rightarrow 3^{-\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}. \text{ Phương án C Sai.}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100} \Rightarrow (2^{-2})^{-50} < (2)^{100} \Rightarrow 2^{100} < 2^{100}. \text{ Phương án D Sai.}$$

Câu 75: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$. B. $(\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$.
- C. $(\sqrt{3} - 1)^{2018} > (\sqrt{3} - 1)^{2017}$. D. $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

Lời giải

- +) $\begin{cases} 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 \\ 2017 < 2018 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{2} - 1)^{2017} > (\sqrt{2} - 1)^{2018}$ nên A đúng.
- +) $\begin{cases} 0 < \sqrt{3} - 1 < 1 \\ 2018 > 2017 \end{cases} \Rightarrow (\sqrt{3} - 1)^{2018} < (\sqrt{3} - 1)^{2017}$ nên B sai.
- +) $\begin{cases} 2 > 1 \\ \sqrt{2} + 1 > \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow 2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$ nên C đúng.
- +) $\begin{cases} 0 < 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 \\ 2018 > 2017 \end{cases} \Rightarrow \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$ nên D đúng.

Câu 76: Tìm tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[2]{a^5} > \sqrt[7]{a^2}$?

- A. $a > 0$. B. $0 < a < 1$. C. $a > 1$. D. $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$.

Lời giải

$$\sqrt[7]{a^2} = \sqrt[2]{a^6}.$$

Ta có $\sqrt[2]{a^5} > \sqrt[7]{a^2} \Leftrightarrow \sqrt[2]{a^5} > \sqrt[2]{a^6}$ mà $5 < 6$ vậy $0 < a < 1$.

DẠNG 4. BÀI TOÁN LÃI SUẤT – DÂN SỐ

Câu 77: Anh An gửi số tiền 58 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép và ổn định trong 9 tháng thì lĩnh về được 61758000đ. Hỏi lãi suất ngân hàng hàng tháng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

- A. 0,8 % B. 0,6 % C. 0,7 % D. 0,5 %

Lời giải

Áp dụng công thức $A_n = A_0(1+r)^n$ với n là số kỳ hạn, A_0 là số tiền ban đầu, A_n là số tiền có được sau n kỳ hạn, r là lãi suất.

$$\text{Suy ra } A_9 = A_0(1+r)^9 \Rightarrow r = \sqrt[9]{\frac{A_9}{A_0}} - 1 = 0,7\%.$$

Câu 78: Ông An gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 8,4% một năm theo hình thức lãi kép. Ông gửi được đúng 3 kỳ hạn thì ngân hàng thay đổi lãi suất, ông gửi tiếp 12 tháng nữa với kỳ hạn như cũ và lãi suất trong thời gian này là 12% một năm thì ông rút tiền về. Số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là:

- A. 62255910 đồng. B. 59895767 đồng. C. 59993756 đồng. D. 63545193 đồng.

Lời giải

Đợt I, ông An gửi số tiền $P_0 = 50$ triệu, lãi suất 8,4% một năm tức là 2,1% mỗi kỳ hạn. Số tiền cả gốc và lãi ông thu được sau 3 kỳ hạn là: $P_3 = 50000000.(1.021)^3$.

Đợt II, do ông không rút ra nên số tiền P_3 được xem là số tiền gửi ban đầu của đợt II, lãi suất đợt II là 3% mỗi kỳ hạn. Ông gửi tiếp 12 tháng bằng 4 kỳ hạn nên số tiền thu được cuối cùng là:

$$P = P_3(1.03)^4 = 50000000.(1.021)^3.(1.03)^4 \approx 59895767 \text{ đồng.}$$

Câu 79: Một học sinh A khi 15 tuổi được hưởng tài sản thừa kế 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng B với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi 18 tuổi. Biết rằng khi 18 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 231 525 000 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng B là bao nhiêu?

- A.** 8% / năm. **B.** 7% / năm. **C.** 6% / năm. **D.** 5% / năm.

Lời giải

Ta có: số tiền nhận được của gốc và lãi là: $200\,000\,000(1+r)^3 = 231\,525\,000$

$$\Leftrightarrow r = 5\%/\text{năm}$$

Câu 80: Ông Anh gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được là bao nhiêu?.

- A.** 231,815. **B.** 197,201.
C. 217,695. **D.** 190,271.

Lời giải

Số tiền ông An nhận được sau 5 năm đầu là: $60(1+8\%)^5 = 88,160$

Số tiền ông An nhận được sau 10 năm là:

$$(88,16 + 60)(1+8\%)^5 = 217,695.$$

Câu 81: Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi sau 1 năm số tiền anh Nam nhận được là bao nhiêu?.

- A.** 218,64 triệu đồng. **B.** 208,25 triệu đồng.
C. 210,45 triệu đồng. **D.** 209,25 triệu đồng.

Lời giải

• Số tiền anh Nam nhận được sau 6 tháng là:

$$T_1 = 100(1+3\% /_0)^2 = 106,09 \text{ triệu đồng.}$$

• Số tiền anh Nam nhận được sau một năm là:

$$T_2 = (106,09 + 100)(1+3\% /_0)^2 \approx 218,64 \text{ triệu đồng.}$$

- Câu 82:** Ông Tuấn gửi 100 triệu vào ngân hàng với hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 8%. Sau 5 năm ông rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại ông tiếp tục gửi ngân hàng với lãi suất như lần trước. Số tiền lãi ông Tuấn nhận được sau 10 năm gửi gần nhất với giá trị nào dưới đây?
A. 46,933 triệu. **B.** 34,480 triệu. **C.** 81,413 triệu. **D.** 107,946 triệu.

Lời giải

Năm năm đầu ông Tuấn có số tiền cả gốc và lãi là $T_1 = 100 \cdot (1 + 0.08)^5 = 146,933$

Sau khi sửa nhà số tiền còn lại gửi vào ngân hàng trong 5 năm thì số tiền cả gốc và lãi là

$$T_2 = \frac{146,933}{2} (1 + 0.08)^5 = 107,946.$$

Số tiền lãi trong 10 năm là $L = (146,933 - 100) + (107,946 - 73,466) = 81,413$.

- Câu 83:** Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A.e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Dân số Việt Nam năm 2019 là 95,5 triệu người, tỉ lệ tăng dân số hằng năm từ 2009 đến nay là 1,14%. Hỏi dân số Việt Nam năm 2009 gần với số nào nhất trong các số sau?
A. 94,4 triệu người. **B.** 85,2 triệu người. **C.** 86,2 triệu người. **D.** 83,9 triệu người.

Lời giải

Áp dụng công thức $S = A.e^{ni}$ trong đó: $S = 95,5$ triệu người, $n = 10$ năm, $i = 1,14\%$

Ta có số dân Việt Nam năm 2009 là: $A = \frac{S}{e^{ni}} = \frac{95,5}{e^{10 \cdot 1,14\%}} \approx 85,2$ triệu người

- Câu 84:** Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = A.e^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt nam là 93.671.600 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt nam năm 2035 là bao nhiêu người?
A. 109.256.100. **B.** 108.374.700. **C.** 107.500.500. **D.** 108.311.100.

Lời giải

Lấy năm 2017 làm mốc, ta có $A = 93.671.600$; $n = 2035 - 2017 = 18$

$\Rightarrow$ Dân số Việt Nam vào năm 2035 là $S = 93.671.600 \cdot e^{18 \cdot \frac{0,81}{100}} \approx 108.374.700$

- Câu 85:** COVID19 là một loại bệnh viêm đường hô hấp cấp do chủng mới của virus corona bắt nguồn từ Trung Quốc gây ra với tốc độ truyền bệnh rất nhanh. Giả sử ban đầu có 1 người bị nhiễm bệnh và cứ sau 1 ngày sẽ lây sang 4 người khác. Tất cả những người nhiễm bệnh lại tiếp tục lây sang những người khác với tốc độ như trên. Hỏi sau 7 ngày sẽ có tổng cộng bao nhiêu người nhiễm bệnh?
A. 77760 người. **B.** 16384 người. **C.** 62500 người. **D.** 78125 người.

Lời giải

Sau 1 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $1 + 4 = 5$ người.

Sau 2 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $(1 + 4) + (1 + 4) \cdot 4 = (1 + 4)^2$ người.

Sau 3 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $(1+4)^2 + (1+4)^2 \cdot 4 = (1+4)^3$ người.

$\Rightarrow$ Sau 7 ngày, tổng số người nhiễm bệnh là $(1+4)^7 = 78125$ người.

Ngoài ra chúng ta có thể áp dụng công thức lãi kép để tính nhanh:

$$S_n = A(1+r)^n = 1 \cdot (1+4)^7 = 78125, \text{ với } A=1, r=4, n=7.$$

Câu 86: Ông An gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,8%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi, mỗi tháng ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 2 triệu đồng. Hỏi sau đúng 2 năm số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông An không rút tiền ra.

A. 169.871.000 đồng. **B.** 171.761.000 đồng. **C.** 173.807.000 đồng. **D.** 169.675.000 đồng.

Lời giải

Với 100 triệu ban đầu số tiền cả lãi và gốc thu được sau hai năm là

$$T_1 = 100 \cdot (1 + 0,8\%)^{24} \cdot 10^6 = 121074524$$

Mỗi tháng tiếp theo gửi 2 triệu thì tổng số tiền cả lãi và gốc là

$$T_2 = \frac{2}{0,008} \cdot \left[(1 + 0,008)^{23} - 1 \right] \cdot (1 + 0,008) 10^6 = 50686310$$

Vậy tổng số tiền là $T = T_1 + T_2 = 171.761.000$

Câu 87: Ông Chính gửi 200 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và từ năm thứ 2 trở đi, mỗi năm ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 20 triệu đồng. Hỏi sau 18 năm số tiền ông Chính nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Giả định trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông Chính không rút tiền ra.

A. 1.686.898.000 VNĐ. **B.** 743.585.000 VNĐ.

C. 739.163.000 VNĐ. **D.** 1.335.967.000 VNĐ.

Lời giải

Gọi $a = 200$ triệu; $b = 20$ triệu; $\alpha = 7\%$.

Số tiền sau 1 năm: $a(1+\alpha)$.

Số tiền sau 2 năm: $a(1+\alpha)^2 + b(1+\alpha)$.

Số tiền sau 3 năm: $a(1+\alpha)^3 + b(1+\alpha)^2 + b(1+\alpha)$.

.....

Số tiền sau 18 năm: $a(1+\alpha)^{18} + b \left[(1+\alpha)^{17} + (1+\alpha)^{16} + \dots + (1+\alpha) \right]$

$$= a(1+\alpha)^{18} + b \left[(1+\alpha) \cdot \frac{(1+\alpha)^{17} - 1}{\alpha} \right]$$

Vậy số tiền ông Chính nhận sau 18 năm là: 1.335.967.000 VNĐ.

Câu 88: Một người gửi tiết kiệm số tiền 80 000 000 đồng với lãi suất 6,9% / năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả tiền gốc lẫn tiền lãi gần với con số nào sau đây?

- A.** 105370000 đồng **B.** 111680000 đồng **C.** 107667000 đồng **D.** 116570000 đồng

Lời giải

Gọi P_0 là số tiền gửi ban đầu, r là lãi suất / năm.

Số tiền gốc và lãi sau năm thứ nhất: $P_1 = P_0 + P_0.r = P_0(1+r)$.

Số tiền gốc và lãi sau năm thứ hai: $P_2 = P_1 + P_1.r = P_0(1+r)^2$.

....

Số tiền gốc và lãi người đó rút ra được sau 5 năm là

$$P_5 = P_0.(1+r)^5 = 80\,000\,000.(1+6,9\%)^5 \approx 111\,680\,799.$$

Câu 89: Ngày 01 tháng 01 năm 2017, ông An đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất 0,5% một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 01 năm 2018, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi

- A.** $800.(1,005)^{11} - 72$ **B.** $1200 - 400.(1,005)^{12}$
C. $800.(1,005)^{12} - 72$ **D.** $1200 - 400.(1,005)^{11}$

Lời giải

Gửi ngân hàng số tiền là A đồng với lãi suất $r\%$./tháng. Mỗi tháng vào ngày ngân hàng tính lãi, rút ra số tiền là X đồng. Số tiền còn lại sau n tháng được tính theo công thức:

$$S_n = A(1+r)^n - X \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 800(1,005)^{12} - 6 \cdot \frac{(1,005)^{12} - 1}{0,5\%} = 775.3288753 = 1200 - 400.(1,005)^{12}$$

Câu 90: Vào ngày 15 hàng tháng ông An đều đến gửi tiết kiệm tại ngân hàng SHB số tiền 5 triệu đồng theo hình thức lãi kép với kì hạn một tháng, lãi suất tiết kiệm không đổi trong suốt quá trình gửi là 7,2% / năm. Hỏi sau đúng 3 năm kể từ ngày bắt đầu gửi ông An thu được số tiền cả gốc và lãi là bao nhiêu?.

- A.** 195251000 **B.** 201453000 **C.** 195252000 **D.** 201452000

Lời giải

Gọi T_n là số tiền cả gốc lẫn lãi sau n tháng, a là số tiền gốc, r là lãi suất, ta có:

Cuối tháng thứ 1 ông An có số tiền là: $T_1 = a(1+r)$

Đầu tháng thứ 2 ông An có số tiền là: $T_2 = a(1+r) + a$

Cuối tháng thứ 2 ông An có số tiền là: $T_2 = a(1+r) + a + (a(1+r) + a)r = a(1+r) + a(1+r)^2$

.....

Cuối tháng thứ n ông An có số tiền là: $T_n = a(1+r) + a(1+r)^2 + \dots + a(1+r)^n$

$$= a((1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^n) = a \cdot \frac{(1+r)((1+r)^n - 1)}{1+r-1} = \frac{a(1+r)((1+r)^n - 1)}{r} (1).$$

Với kì hạn một tháng, suy ra 3 năm có 36 kỳ. Lãi xuất của một năm là $7,2\%$, suy ra lãi xuất của 1 tháng là: $\frac{7,2}{12}\% = 0.6\%$. Áp dụng (1) ta có: $a = 5000000; r = 0.6\% = 0.006; n = 36$

$$\Rightarrow T_{36} = \frac{5000000(1 + 0.6\%)((1 + 0.6\%)^{36} - 1)}{0.6\%} \approx 201453000$$



HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 2: PHÉP TÍNH LOGARIT



LÝ THUYẾT.

1. KHÁI NIỆM LOGARIT

Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$. Số thực α để $a^\alpha = b$ được gọi là **logarit cơ số a của b** và kí hiệu là $\log_a b$, nghĩa là

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b.$$

Chú ý:

Không có logarit của số 0 và số âm vì $a^\alpha > 0, \forall \alpha$.

$$\log_a b \text{ xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$$

Theo định nghĩa của logarit, ta có:

- 1) $\log_a 1 = 0$
- 2) $\log_a a = 1$
- 3) $\log_a a^b = b$
- 4) $a^{\log_a b} = b$

2. TÍNH LOGARIT BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

Chú ý:

- a) Lôgarit cơ số 10 được gọi là **lôgarit thập phân**. Ta viết $\log N$ hoặc $\lg N$ thay cho $\log_{10} N$.
- b) Lôgarit cơ số e còn được gọi là **lôgarit tự nhiên**. Ta viết $\ln N$ thay cho $\log_e N$.

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP TÍNH LOGARIT

Với $0 < a \neq 1; M, N > 0; \alpha \in \mathbb{R}$, khi đó:

- 1) $\log_a (M.N) = \log_a M + \log_a N$
- 2) $\log_a \left(\frac{M}{N} \right) = \log_a M - \log_a N$
- 3) $\log_a M^\alpha = \alpha \cdot \log_a M$

Chú ý: Đặc biệt, với a, M, N dương, $a \neq 1$, ta có:

$$\bullet \log_a \frac{1}{N} = -\log_a N; \quad \bullet \log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M \text{ với } n \in \mathbb{N}^*.$$

4. CÔNG THỨC ĐỔI CƠ SỐ



Cho các số dương a, b, N với $a \neq 1, b \neq 1$, ta có

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}.$$

Đặc biệt, ta có:

$$\bullet \log_a N = \frac{1}{\log_N a} \quad (N \neq 1); \quad \bullet \log_{a^\alpha} N = \frac{1}{\alpha} \log_a N \quad (\alpha \neq 0).$$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tính $(\sqrt[5]{8})^{\log_2 243}$

Câu 2: Cho số thực $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $\log_{\sqrt{a}}(a^2 \sqrt[3]{a})$.

Câu 3: Cho $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt[3]{a}}\left(\frac{1}{a^3}\right)$.

Câu 4: Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_5 a = 5$ và $\log_3 b = \frac{2}{3}$. Tính giá trị biểu thức $I = 2 \log_6 [\log_5 (5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3$.

Câu 5: Cho số thực dương a khác 1. Tính giá trị của biểu thức $\log_2 (4a)$

Câu 6: Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a b^3 + \log_{a^3} b^6$ trong đó a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$.

Câu 7: Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2 8 + \log_{\sqrt{3}} 9$

Câu 8: Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -4$. Khi đó, tính giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{a^3 \sqrt{c}}{b^2} \right)$?

Câu 9: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}.$$

Câu 10: Cho các số thực dương $x \neq 1, y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$ và tích $xy = 64$. Tính giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{y}{x} \right)^2$

Câu 11: Gọi a, b là các số thực lớn hơn 1 sao cho biểu thức $T = \left(\log_{\sqrt[3]{a}} b \right)^3 + \log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} \sqrt[4]{ab}$ bằng

Câu 12: Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2 \cdot b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

Câu 13: Với mọi số thực a dương thỏa mãn $\log_3 a = 5$. Khi đó $\log_3(3a)$ bằng

Câu 14: Cho $\log_2 3 = a$. Hãy tính $\log_9 2$ theo a .

Câu 15: Biết $a = \log_2 3, b = \log_3 5$. Tính $\log_2 5$ theo a và b

Câu 16: Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5}, \log_{25} x = \frac{5}{2y}$. Tính giá trị của $P = y^2 - 2x^2$.

Câu 17: Cho $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Khi đó $\log_{15} 8$ bằng:

Câu 18: Tính $\log_{81} 25$ theo $\log_5 3 = b$:

Câu 19: Với mọi số a, b thỏa mãn: $\log_a \sqrt{b} = 3$. Tính giá trị của biểu thức $\log_a (a^3 b^2)$

Câu 20: Cho $\log_3 5 = a; \log_5 7 = b$, khi đó $\log_{45} 175$ bằng.

Câu 21: Cho hai số dương $a, b, a \neq 1$, thỏa mãn $\log_a b + \log_a b^2 = 2$. Tính $\log_a b$.

Câu 22: Cho $\log_2 3 = a$. Giá trị của biểu thức $P = \log_6 12$ bằng

Câu 23: Cho $a = \log_7 5, b = \log_3 5$. Biểu thức $M = \log_{21} 5$ bằng

Câu 24: Cho số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tỉ số $\frac{a}{b}$ thuộc khoảng nào sau đây?

Câu 25: Cho biết $a = \log_2 5$ và $b = \log_5 7$. Tính $\log_{\sqrt{5}} \frac{49}{8}$ theo a và b .

Câu 26: Đặt $a = \log_2 3$, khi đó $\log_6 72$ bằng

Câu 27: Biết x và y là hai số thực thỏa mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

Câu 28: Cho $\log_9 5 = a, \log_4 7 = b, \log_2 3 = c$. Biết $\log_{24} 175 = \frac{mb + nac}{pc + q}$ với $m, n, p, q \in \mathbb{Z}$ và q là số nguyên tố. Tính $A = mnpq$.

Câu 29: Cho ba số thực dương a, b, c đều khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 2 \log_b c = 4 \log_c a$ và $a + 2b + 3c = 48$. Khi đó $P = abc$ bằng bao nhiêu?

Câu 30: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^2 = 9$. Giá trị của biểu thức $\log_3 a + 2 \log_3 b$ bằng

Câu 31: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}} \right) = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

Câu 32: Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$?

Câu 33: Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$ và $\log_a b = \sqrt{2022}$. Tính $\log_{\sqrt[4]{a}} \left(a^{\frac{7}{4}} \cdot \sqrt[6]{b} \right)$.

Câu 34: Cho $a = \log_{25} 7$; $b = \log_2 5$. Tính $\log_5 \frac{49}{8}$ theo a, b .

Câu 35: Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right)$ là

Câu 36: Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_{a^2b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right).$$

Câu 37: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng

Câu 38: Tính giá trị biểu thức: $P = \frac{1}{\log_2 2021!} + \frac{1}{\log_3 2021!} + \dots + \frac{1}{\log_{2021} 2021!}$

Câu 39: Cho các số dương a, b khác 1 sao cho $\log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_{a^2} \sqrt[9]{b} = \log_b 2$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{b}{a^3}$:

Câu 40: Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5}, \log_{25} x = \frac{5}{2y}$. Tính giá trị của

$$P = y^2 - 2x^2.$$

Câu 41: Cho các số thực dương $x \neq 1, y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$ và tích $xy = 64$. Tính giá trị của

$$\text{biểu thức } \left(\log_2 \frac{y}{x} \right)^2$$

Câu 42: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}.$$

Câu 43: Cho ba số thực dương a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân và $a + b + c = 64$. Tính giá trị của biểu thức $P = 3 \log_2 (ab + bc + ca) - \log_2 (abc)$

Câu 44: Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1 và $abc \neq 1$. Biết $\log_a 5 = 3, \log_b 5 = 4, \log_{abc} 5 = \frac{10}{17}$. Khi đó giá trị của $\log_c 5$ bằng bao nhiêu?



HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 2: PHÉP TÍNH LOGARIT



LÝ THUYẾT.

1. KHÁI NIỆM LOGARIT

Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$. Số thực α để $a^\alpha = b$ được gọi là **logarit cơ số a của b** và kí hiệu là $\log_a b$, nghĩa là

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b.$$

Chú ý:

Không có logarit của số 0 và số âm vì $a^\alpha > 0, \forall \alpha$.

$$\log_a b \text{ xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ b > 0 \end{cases}$$

Theo định nghĩa của logarit, ta có:

- 1) $\log_a 1 = 0$
- 2) $\log_a a = 1$
- 3) $\log_a a^b = b$
- 4) $a^{\log_a b} = b$

2. TÍNH LOGARIT BẰNG MÁY TÍNH CẦM TAY

Chú ý:

- a) Lôgarit cơ số 10 được gọi là **lôgarit thập phân**. Ta viết $\log N$ hoặc $\lg N$ thay cho $\log_{10} N$.
- b) Lôgarit cơ số e còn được gọi là **lôgarit tự nhiên**. Ta viết $\ln N$ thay cho $\log_e N$.

3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP TÍNH LOGARIT

Với $0 < a \neq 1; M, N > 0; \alpha \in \mathbb{R}$, khi đó:

- 1) $\log_a (M.N) = \log_a M + \log_a N$
- 2) $\log_a \left(\frac{M}{N} \right) = \log_a M - \log_a N$
- 3) $\log_a M^\alpha = \alpha \cdot \log_a M$

Chú ý: Đặc biệt, với a, M, N dương, $a \neq 1$, ta có:

$$\bullet \log_a \frac{1}{N} = -\log_a N; \quad \bullet \log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M \text{ với } n \in \mathbb{N}^*.$$

4. CÔNG THỨC ĐỔI CƠ SỐ



Cho các số dương a, b, N với $a \neq 1, b \neq 1$, ta có

$$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}.$$

Đặc biệt, ta có:

$$\bullet \log_a N = \frac{1}{\log_N a} \quad (N \neq 1); \quad \bullet \log_{a^\alpha} N = \frac{1}{\alpha} \log_a N \quad (\alpha \neq 0).$$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tính $(\sqrt[5]{8})^{\log_2 243}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (\sqrt[5]{8})^{\log_2 243} = 8^{\frac{1}{5} \log_2 3^5} = 8^{\log_2 3} = (2^{\log_2 3})^3 = 3^3 = 27$$

Câu 2: Cho số thực $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $\log_{\sqrt{a}}(a^2 \sqrt[3]{a})$.

Lời giải

$$\log_{\sqrt{a}}(a^2 \sqrt[3]{a}) = \log_{a^{\frac{1}{2}}}(a^2 \cdot a^{\frac{1}{3}}) = \log_{a^{\frac{1}{2}}}(a^{\frac{7}{3}}) = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{14}{3}.$$

Câu 3: Cho $a > 0, a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt[3]{a}}\left(\frac{1}{a^3}\right)$.

Lời giải

$$\bullet \text{ Tự luận : } P = \log_{\sqrt[3]{a}}\left(\frac{1}{a^3}\right) = \log_{a^{\frac{1}{3}}} a^{-3} = -9 \log_a a = -9.$$

• **Trắc nghiệm :** Sử dụng máy tính, thay $a = 2$ rồi nhập biểu thức $\log_{\sqrt[3]{a}}\left(\frac{1}{a^3}\right)$ vào máy

bấm = ta được kết quả $P = -9$.

Câu 4: Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_5 a = 5$ và $\log_3 b = \frac{2}{3}$. Tính giá trị biểu thức

$$I = 2 \log_6 [\log_5 (5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3.$$

Lời giải

Ta có: $I = 2 \log_6 [\log_5 (5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^3 = 2 \log_6 (1 + \log_5 a) - \frac{3}{2} \log_3 b = 2 \log_6 6 - \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 2 - 1 = 1$.

Câu 5: Cho số thực dương a khác 1. Tính giá trị của biểu thức $\log_2 (4a)$

Lời giải

Ta có $\log_2 (4a) = \log_2 4 + \log_2 a = 2 + \log_2 a$.

Câu 6: Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a b^3 + \log_{a^3} b^6$ trong đó a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$.

Lời giải

Ta có: $P = \log_a b^3 + \log_{a^3} b^6 = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{3} \log_a b = 5 \log_a b$.

Câu 7: Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2 8 + \log_{\sqrt{3}} 9$

Lời giải

Ta có $P = \log_2 8 + \log_{\sqrt{3}} 9 = \log_2 2^3 + \log_{\frac{1}{3^2}} 3^2 = 3 \log_2 2 + 4 \log_3 3 = 3 + 4 = 7$.

Câu 8: Cho $\log_a b = 3$, $\log_a c = -4$. Khi đó, tính giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{a^3 \sqrt{c}}{b^2} \right)$?

Lời giải

$$\begin{aligned} P &= \log_a \left(\frac{a^3 \sqrt{c}}{b^2} \right) = \log_a a^3 \sqrt{c} - \log_a b^2 = \log_a a^3 + \log_a c^{\frac{1}{2}} - \log_a b^2 = 3 + \frac{1}{2} \log_a c - 2 \log_a b \\ &= 3 + \frac{1}{2}(-4) - 2 \cdot 3 = -5. \end{aligned}$$

Câu 9: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}.$$

Lời giải

- $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022} \Leftrightarrow \log_a b + \log_b a = \sqrt{2022} (*)$.
- $P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} = \log_b(ab) - \log_a(ab) = \log_b a - \log_a b$.
- Đặt $t = \log_a b$ thì $(*)$ trở thành:

$$t + \frac{1}{t} = \sqrt{2022} \Leftrightarrow t^2 - \sqrt{2022}t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{t} - t = -\sqrt{2018} \\ t = \frac{\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{t} - t = \sqrt{2018} \end{cases}.$$

$$\bullet a > b > 1 \Leftrightarrow 0 < \log_a b < 1 \text{ nên } 0 < t < 1 \Rightarrow \frac{1}{t} > 1 \Rightarrow P = \frac{1}{t} - t > 0 \Rightarrow P = \sqrt{2018}.$$

Câu 10: Cho các số thực dương $x \neq 1, y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$ và tích $xy = 64$. Tính giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{y}{x}\right)^2$

Lời giải

$$\text{Đặt } \log_2 x = \log_y 16 = t. \text{ Suy ra } \begin{cases} x = 2^t \\ 4 \log_y 2 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^t \\ \log_y 2 = \frac{t}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^t \\ \log_2 y = \frac{4}{t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^t \\ y = 2^{\frac{4}{t}} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } xy = 64 \Leftrightarrow 2^t \cdot 2^{\frac{4}{t}} = 2^6 \Leftrightarrow t + \frac{4}{t} = 6.$$

$$\text{Ta có } \left(\log_2 \frac{y}{x}\right)^2 = (\log_2 y - \log_2 x)^2 = \left(\frac{4}{t} - t\right)^2 = \frac{16}{t^2} - 8 + t^2 = \left(t + \frac{4}{t}\right)^2 - 16 = 6^2 - 16 = 20.$$

Câu 11: Gọi a, b là các số thực lớn hơn 1 sao cho biểu thức $T = \left(\log_{\sqrt[3]{a}} b\right)^3 + \log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}} \sqrt[4]{ab}$ bằng

Lời giải

Do a, b lớn hơn 1 nên $\log_a b > 0$. Khi đó:

$$T = \left(\log_{\sqrt[3]{a}} b\right)^3 + \log_b a = 27 \log_a^3 b + \frac{1}{3 \log_a b} + \frac{1}{3 \log_a b} + \frac{1}{3 \log_a b}$$

$$\text{Do đó } T \geq 4 \sqrt[4]{27 \log_a^3 b \cdot \frac{1}{3 \log_a b} \cdot \frac{1}{3 \log_a b} \cdot \frac{1}{3 \log_a b}} = 4.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \log_a b = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = b^3$$

$$\text{Khi đó } P = \log_{\sqrt{a}} \sqrt[4]{ab} = \log_{\sqrt{b^3}} b = \frac{2}{3}.$$

Câu 12: Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(a^2 \cdot b)} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

Lời giải

$$\text{Ta có } 4^{\log_2(a^2 \cdot b)} = 3a^3 \Leftrightarrow (a^2 \cdot b)^2 = 3a^3 \Leftrightarrow ab^2 = 3.$$

Câu 13: Với mọi số thực a dương thỏa mãn $\log_3 a = 5$. Khi đó $\log_3(3a)$ bằng

Lời giải

$$\log_3(3a) = \log_3 3 + \log_3 a = 1 + \log_3 a = 6.$$

Câu 14: Cho $\log_2 3 = a$. Hãy tính $\log_9 2$ theo a .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_9 2 = \log_{3^2} a = \frac{1}{2} \log_3 2 = \frac{1}{2 \log_2 3} = \frac{1}{2a}.$$

Câu 15: Biết $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$. Tính $\log_2 5$ theo a và b

Lời giải

Ta có

$$\log_2 5 = \log_2 3 \cdot \log_3 5 = ab.$$

Câu 16: Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5}, \log_{25} x = \frac{5}{2y}$. Tính giá trị của

$$P = y^2 - 2x^2.$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5} \\ \log_{25} x = \frac{5}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x y^2 = \frac{2y}{5} \\ \log_x 25 = \frac{2y}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 25 \\ \log_{25} x = \frac{5}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ \log_{25} x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = y^2 - 2x^2 = -25.$$

Câu 17: Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. Khi đó $\log_{15} 8$ bằng:

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{15} 8 = \frac{1}{\log_8 15} = \frac{1}{\log_{2^3} (3 \cdot 5)} = \frac{1}{\frac{1}{3}(\log_2 3 + \log_2 5)} = \frac{3}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{3}{a + b}.$$

$$\text{Vậy } \log_{15} 8 = \frac{3}{a + b}.$$

Câu 18: Tính $\log_{81} 25$ theo $\log_5 3 = b$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \log_{81} 25 &= \frac{\log_5 25}{\log_5 81} = \frac{\log_5 5^2}{\log_5 3^4} \\ &= \frac{2}{4 \log_5 3} = \frac{1}{2b}. \end{aligned}$$

Câu 19: Với mọi số a, b thỏa mãn: $\log_a \sqrt{b} = 3$. Tính giá trị của biểu thức $\log_a (a^3 b^2)$

Lời giải

Từ giả thiết: $\log_a \sqrt{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_a b = 3 \Leftrightarrow \log_a b = 6$.

Khi đó: $\log_a (a^3 b^2) = \log_a a^3 + \log_a b^2 = 3 + 2 \log_a b = 15$.

Câu 20: Cho $\log_3 5 = a; \log_5 7 = b$, khi đó $\log_{45} 175$ bằng.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{45} 175 = \frac{\log_5 5^2 \cdot 7}{\log_5 3^2 \cdot 5} = \frac{2+b}{1+2\log_5 3} = \frac{2+b}{1+\frac{2}{a}} = \frac{a(2+b)}{2+a}.$$

Câu 21: Cho hai số dương $a, b, a \neq 1$, thỏa mãn $\log_{a^2} b + \log_a b^2 = 2$. Tính $\log_a b$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{a^2} b + \log_a b^2 = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_a b + 2 \log_a b = 2 \Leftrightarrow \log_a b = \frac{4}{5}$$

Câu 22: Cho $\log_2 3 = a$. Giá trị của biểu thức $P = \log_6 12$ bằng

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \log_6 12 = \log_6 (6 \cdot 2) = 1 + \log_6 2 = 1 + \frac{1}{\log_2 6} = 1 + \frac{1}{1 + \log_2 3} = 1 + \frac{1}{1+a} = \frac{2+a}{1+a}.$$

Câu 23: Cho $a = \log_7 5, b = \log_3 5$. Biểu thức $M = \log_{21} 5$ bằng

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } M = \log_{21} 5 &= \frac{1}{\log_5 21} = \frac{1}{\log_5 3 + \log_5 7} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 5} + \frac{1}{\log_7 5}} \\ &= \frac{1}{\frac{\log_7 5 + \log_3 5}{\log_7 5 \cdot \log_3 5}} = \frac{\log_7 5 \cdot \log_3 5}{\log_7 5 + \log_3 5} = \frac{ab}{a+b}. \end{aligned}$$

Câu 24: Cho số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3}$. Tỉ số $\frac{a}{b}$ thuộc khoảng nào sau đây?

Lời giải

$$\text{Đặt } \log_{16} a = \log_{20} b = \log_{25} \frac{2a-b}{3} = x \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16^x \\ b = 20^x \\ 2a-b = 3 \cdot 25^x \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } 2 \cdot 16^x - 20^x = 3 \cdot 25^x \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{16}{20}\right)^x - 3 \cdot \left(\frac{25}{20}\right)^x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^x - 3 \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{2x} - \left(\frac{4}{5}\right)^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^x = -1 \text{ (PTVN)} \\ \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \frac{a}{b} = \frac{16^x}{20^x} = \left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{3}{2} \in (1; 2)$$

Câu 25: Cho biết $a = \log_2 5$ và $b = \log_5 7$. Tính $\log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8}$ theo a và b .

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{\sqrt[3]{5}} \frac{49}{8} = 3 \log_5 \frac{49}{8} = 6 \log_5 7 - 9 \log_5 2 = 6b - \frac{9}{a} = 3 \left(2b - \frac{3}{a} \right).$$

Câu 26: Đặt $a = \log_2 3$, khi đó $\log_6 72$ bằng

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_6 72 = \frac{\log_2 72}{\log_2 6} = \frac{\log_2 (2^3 \cdot 3^2)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{3 \log_2 2 + 2 \log_2 3}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{2a + 3}{a + 1}.$$

$$\text{Vậy } \log_6 72 = \frac{2a + 3}{a + 1}.$$

Câu 27: Biết x và y là hai số thực thỏa mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

Lời giải

$$\text{Đặt } \log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y) = t \Rightarrow \begin{cases} x = 4^t \\ y = 9^t \\ x - 2y = 6^t \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2t}$$

$$\text{Khi đó: } 4^t - 2 \cdot 9^t = 6^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} - \left(\frac{2}{3}\right)^t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = -1 \text{ (loại)} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{y} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2t} = 2^2 = 4.$$

Câu 28: Cho $\log_9 5 = a, \log_4 7 = b, \log_2 3 = c$. Biết $\log_{24} 175 = \frac{mb + nac}{pc + q}$ với $m, n, p, q \in \mathbb{Z}$ và q là số nguyên tố. Tính $A = mnpq$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{24} 175 = \log_{2^3 \cdot 3} 5^2 \cdot 7 = \log_{2^3 \cdot 3} 5^2 + \log_{2^3 \cdot 3} 7$$

$$= \frac{2}{\log_5 2^3 \cdot 3} + \frac{1}{\log_7 2^3 \cdot 3} = \frac{2}{3 \cdot \log_5 2 + \log_5 3} + \frac{1}{3 \log_7 2 + \log_7 3}$$

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} \log_9 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = 2a \\ \log_4 7 = b \Rightarrow \log_2 7 = 2b \\ \log_2 3 = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_7 3 = \frac{c}{2b} \\ \log_5 3 = \frac{1}{2a} \\ \log_5 2 = \frac{1}{2ac} \end{cases}.$$

Suy ra:

$$\log_{24} 175 = \frac{2}{\frac{3}{2ac} + \frac{1}{2a}} + \frac{1}{\frac{3}{2b} + \frac{c}{2b}} = \frac{2}{\frac{3+c}{2ac}} + \frac{1}{\frac{3+c}{2b}} = \frac{4ac}{3+c} + \frac{2b}{3+c} = \frac{4ac+2b}{c+3}.$$

$$\text{Vậy ta có: } \begin{cases} m=2 \\ n=4 \\ p=1 \\ q=3 \end{cases} \Rightarrow mnpq = 24.$$

Câu 29: Cho ba số thực dương a, b, c đều khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 2 \log_b c = 4 \log_c a$ và $a + 2b + 3c = 48$. Khi đó $P = abc$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Do a, b, c đều khác 1 nên $\log_a b, \log_b c, \log_c a$ đều khác 0.

Ta có:

$$\log_a b = 2 \log_b c \Leftrightarrow \log_a c \cdot \log_c b = 2 \log_b c \Leftrightarrow \log_a c = 2 \log_b^2 c.$$

$$\log_a b = 4 \log_c a \Leftrightarrow \log_a c \cdot \log_c b = 4 \log_c a \Leftrightarrow \log_c b = 4 \log_c^2 a.$$

$$\text{Nên } \log_a c \cdot \log_c b = 8 \log_b^2 c \cdot \log_c^2 a \Leftrightarrow \log_a b = 8 \log_b^2 a \Leftrightarrow \log_a^3 b = 8 \Leftrightarrow \log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2.$$

$$\text{Mà } \log_a b = 2 \log_b c \Leftrightarrow \log_a b = 2 \log_{a^2} c \Leftrightarrow b = c.$$

$$\text{Ta lại có } a + 2b + 3c = 48 \Leftrightarrow a + 2a^2 + 3a^2 = 48 \Leftrightarrow 5a^2 + a - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{16}{5} \\ a = 3 \end{cases}.$$

Do a, b, c đều là số thực dương nên $a = 3 \Rightarrow b = c = 9$.

Vậy $P = abc = 243$.

Câu 30: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^2 = 9$. Giá trị của biểu thức $\log_3 a + 2 \log_3 b$ bằng

Lời giải

$$\text{Ta có } ab^2 = 9 \Rightarrow \log_3(ab^2) = \log_3 9 \Rightarrow \log_3 a + 2 \log_3 b = 2.$$

Câu 31: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}} \right) = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

Lời giải

Ta có $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}} \right) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(\log_a a^3 - \log_a b^{\frac{3}{5}} \right) = 3 \Leftrightarrow 3 - \frac{3}{5} \log_a b = 6 \Leftrightarrow \log_a b = -5$.

Câu 32: Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính

$$P = \log_{\frac{a}{b^2}} x ?$$

Lời giải

Với a, b là các số thực lớn hơn 1 và $x > 0, x \neq 1$, ta có:

$$P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{1}{\log_x \frac{a}{b^2}} = \frac{1}{\log_x a - 2 \log_x b}$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} - \frac{2}{\log_b x}} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = -6.$$

Câu 33: Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$ và $\log_a b = \sqrt{2022}$. Tính $\log_{\sqrt[5]{a}} \left(a^{\frac{7}{4}} \cdot \sqrt[6]{b} \right)$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt[5]{a}} \left(a^{\frac{7}{4}} \cdot \sqrt[6]{b} \right) = \log_{\sqrt[5]{a}} a^{\frac{7}{4}} + \log_{\sqrt[5]{a}} \sqrt[6]{b} = 6 \cdot \frac{7}{4} + \sqrt{2022} = \frac{21}{2} + \sqrt{2022}$.

Câu 34: Cho $a = \log_{25} 7$; $b = \log_2 5$. Tính $\log_5 \frac{49}{8}$ theo a, b .

Lời giải

Ta có: $a = \log_{25} 7 = \log_{5^2} 7 = \frac{1}{2} \log_5 7 \Rightarrow \log_5 7 = 2a$ và $b = \log_2 5 \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1}{b}$

$$\log_5 \frac{49}{8} = \log_5 49 - \log_5 8 = \log_5 7^2 - \log_5 2^3 = 2 \log_5 7 - 3 \log_5 2 = 2 \cdot 2a - 3 \cdot \frac{1}{b} = \frac{4ab - 3}{b}$$

Câu 35: Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right)$ là

Lời giải

Ta có: $\log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt{3}} \Rightarrow \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right) = \log_{\frac{\sqrt{a^{\sqrt{3}}}}{a}} \left(\frac{a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}} \right) = \log_{\frac{a^{\frac{\sqrt{3}}{2}}}{a}} \left(\frac{a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}} \right) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 36: Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_{a^2 b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right).$$

Lời giải

Ta có: $\log_a b = 3 \Leftrightarrow b = a^3$

$$P = \log_{a^2b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right) = \log_{a^5} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{a^3} \right) = \frac{3}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_a 2 \cdot \log_{2^2} \left(\frac{1}{a^2} \right) \\ = \frac{3}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_a 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_2 a^{-2} = \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \cdot \log_a 2 \cdot \log_2 a = \frac{3}{5} + \frac{3}{2} = \frac{21}{10}.$$

Câu 37: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng

Lời giải

$$a^3 b^2 = 32 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b^2) = \log_2 32 \Leftrightarrow \log_2 a^3 + \log_2 b^2 = 5 \Leftrightarrow 3 \log_2 a + 2 \log_2 b = 5.$$

Câu 38: Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{1}{\log_2 2021!} + \frac{1}{\log_3 2021!} + \dots + \frac{1}{\log_{2021} 2021!}$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = \frac{1}{\log_2 2021!} + \frac{1}{\log_3 2021!} + \dots + \frac{1}{\log_{2021} 2021!}$$

$$\Leftrightarrow P = \log_{2021!} 2 + \log_{2021!} 3 + \dots + \log_{2021!} 2021$$

$$\Leftrightarrow P = \log_{2021!} 2.3 \dots 2021 = \log_{2021!} 2021! = 1$$

Câu 39: Cho các số dương a, b khác 1 sao cho $\log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_{a^2} \sqrt[9]{b} = \log_b 2$. Tính giá trị của biểu thức $\frac{b}{a^3}$:

Lời giải

$$\text{Đặt } \log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_{a^2} \sqrt[9]{b} = \log_b 2 = t \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16^{3t} \\ b = a^{18t} \\ 2 = b^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16^{3t} \\ b = 16^{54t^2} \\ 2 = 16^{54t^3} \end{cases} (*).$$

$$\text{Từ } (*) \text{ suy ra } 2 = 2^{216t^3} \Leftrightarrow 216t^3 = 1 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}. \text{ Suy ra } a = 4, b = 4^3 \Rightarrow \frac{b}{a^3} = 1.$$

Câu 40: Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5}, \log_{25} x = \frac{5}{2y}$. Tính giá trị của

$$P = y^2 - 2x^2.$$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5} \\ \log_{25} x = \frac{5}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x y^2 = \frac{2y}{5} \\ \log_x 25 = \frac{2y}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 25 \\ \log_{25} x = \frac{5}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ \log_{25} x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = y^2 - 2x^2 = -25.$$

Câu 41: Cho các số thực dương $x \neq 1, y \neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x = \log_y 16$ và tích $xy = 64$. Tính giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \frac{y}{x}\right)^2$

Lời giải

$$\text{Đặt } \log_2 x = \log_y 16 = t. \text{ Suy ra } \begin{cases} x = 2^t \\ 4 \log_y 2 = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^t \\ \log_y 2 = \frac{t}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^t \\ \log_2 y = \frac{4}{t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^t \\ y = 2^{\frac{4}{t}} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } xy = 64 \Leftrightarrow 2^t \cdot 2^{\frac{4}{t}} = 2^6 \Leftrightarrow t + \frac{4}{t} = 6.$$

$$\text{Ta có } \left(\log_2 \frac{y}{x}\right)^2 = (\log_2 y - \log_2 x)^2 = \left(\frac{4}{t} - t\right)^2 = \frac{16}{t^2} - 8 + t^2 = \left(t + \frac{4}{t}\right)^2 - 16 = 6^2 - 16 = 20.$$

Câu 42: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022}$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}.$$

Lời giải

$$\bullet \frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022} \Leftrightarrow \log_a b + \log_b a = \sqrt{2022} (*).$$

$$\bullet P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} = \log_b(ab) - \log_a(ab) = \log_b a - \log_a b.$$

• Đặt $t = \log_a b$ thì (*) trở thành:

$$t + \frac{1}{t} = \sqrt{2022} \Leftrightarrow t^2 - \sqrt{2022}t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{t} - t = -\sqrt{2018} \\ t = \frac{\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{t} - t = \sqrt{2018} \end{cases}.$$

$$\bullet a > b > 1 \Leftrightarrow 0 < \log_a b < 1 \text{ nên } 0 < t < 1 \Rightarrow \frac{1}{t} > 1 \Rightarrow P = \frac{1}{t} - t > 0 \Rightarrow P = \sqrt{2018}.$$

Câu 43: Cho ba số thực dương a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân và $a + b + c = 64$. Tính giá trị của biểu thức $P = 3\log_2(ab + bc + ca) - \log_2(abc)$

Lời giải

Ta có: a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân $\Rightarrow ac = b^2$.

$$\begin{aligned} P &= 3\log_2(ab + bc + ca) - \log_2(abc) = 3\log_2(ab + bc + b^2) - \log_2(b.b^2) \\ &= 3\log_2 b(a + b + c) - \log_2(b^3) = 3\log_2 64b - \log_2(b^3) = \log_2(64b)^3 - \log_2(b^3) \\ &= \log_2 \frac{(2^6.b)^3}{b^3} = \log_2 \frac{2^{18}.b^3}{b^3} = \log_2 2^{18} = 18. \end{aligned}$$

Câu 44: Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1 và $abc \neq 1$. Biết $\log_a 5 = 3, \log_b 5 = 4, \log_{abc} 5 = \frac{10}{17}$. Khi đó giá trị của $\log_c 5$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_a 5 = 3 \Rightarrow \log_5 a = \frac{1}{3}.$$

$$\log_b 5 = 4 \Rightarrow \log_5 b = \frac{1}{4}.$$

$$\log_{abc} 5 = \frac{10}{17} \Rightarrow \log_5 abc = \frac{17}{10}.$$

$$\text{Khi đó: } \log_5 abc = \log_5 a + \log_5 b + \log_5 c \Rightarrow \log_5 c = \log_5 abc - \log_5 a - \log_5 b = \frac{17}{10} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{67}{60}$$

$$\text{Vậy: } \log_c 5 = \frac{60}{67}.$$

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 2: LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 1:** Cho a, b, c là các số thực dương và $a, b \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$. B. $\log_a c = -\log_c a$. C. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$. D. $\log_a c = \log_a b \cdot \log_b c$.
- Câu 2:** Cho $0 < a \neq 1, x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?
- A. $\log_a a = 1$. B. $\log_a a^x = x$. C. $\log_a 1 = 0$. D. $x^{\log_a x} = x$.
- Câu 3:** Cho ba số thực dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- A. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $a^{\log_a b} = b$.
C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. D. $\log_a b = \frac{\ln a}{\ln b}$.
- Câu 4:** Cho a, b là các số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.
C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. D. $\ln(a+b) = \ln a \cdot \ln b$.
- Câu 5:** Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi số thực dương x, y ?
- A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.
C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.
- Câu 6:** Có bao nhiêu số thực dương $n \neq 1$ để $\log_n 265$ là một số nguyên?
- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.
- Câu 7:** Cho ba số thực dương a, b, c đều khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 2 \log_b c = 4 \log_c a$ và $a + 2b + 3c = 48$. Khi đó $P = abc$ bằng bao nhiêu?
- A. 243. B. 521. C. 512. D. 324.
- Câu 8:** Giá trị của biểu thức $4^{\log_2 \sqrt{3}}$ bằng
- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. $2^{\sqrt{3}}$. D. $2\sqrt{3}$.

- Câu 9:** Giá trị của $\log_2 \frac{1}{16}$ bằng
- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. -4.
- Câu 10:** Với mọi a, b dương thỏa mãn $\log_2 \sqrt{a} - \log_2 b = 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a = 64b^2$. B. $ab^2 = 64$. C. $\sqrt{a} - b = 8$. D. $\frac{\sqrt{a}}{b} = 3$.
- Câu 11:** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng
- A. $\frac{1}{5}$. B. -5. C. 5. D. $-\frac{1}{5}$.
- Câu 12:** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[2021]{a^{2022}}$ bằng
- A. 2021. B. $\frac{2022}{2021}$. C. $\frac{2021}{2022}$. D. 2022.
- Câu 13:** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_{\sqrt[3]{a}} a$ bằng
- A. $-\frac{1}{3}$. B. 3. C. -3. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 14:** Với a là số dương tùy ý khác 1, $\log_a \sqrt{a}$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. $2a$. C. 2. D. $\frac{1}{2}a$.
- Câu 15:** Với mọi số thực a dương khác 1, $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng
- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. -3. D. 0.
- Câu 16:** Với mọi số thực a dương, $\log_4 a^4$ bằng
- A. 4. B. $4\log_4 a$. C. $\frac{1}{4}\log_4 a$. D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 17:** Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.
- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = -\frac{1}{2}$. C. $I = 2$. D. $I = -2$.
- Câu 18:** Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right)$.
- A. $I = -\frac{1}{3}$. B. $I = -3$. C. $I = \frac{1}{3}$. D. $I = 3$.
- Câu 19:** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4 (4a)$ bằng
- A. $1 - \log_4 a$. B. $1 + \log_4 a$. C. $4 - \log_4 a$. D. $4 + \log_4 a$.

Câu 20: Với a, b là hai số dương tùy ý thì $\log(a^3b^2)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

- A.** $3\log a + \frac{1}{2}\log b$. **B.** $2\log a + 3\log b$. **C.** $3\log a + 2\log b$. **D.** $3\left(\log a + \frac{1}{2}\log b\right)$.

Câu 21: Tính giá trị của biểu thức $P = 2^{\log_2 a} + \log_a(a^b)$ ($a > 0, a \neq 1$).

- A.** $P = 2^a + b$. **B.** $P = a - b$. **C.** $P = 2a + b$. **D.** $P = a + b$.

Câu 22: Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** -3.

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \log_2 x$. Với $x > 0$, giá trị của biểu thức $P = f\left(\frac{6}{x}\right) + f\left(\frac{8x}{3}\right)$ bằng

- A.** $P = 2$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 3$.

Câu 24: Giá trị của $\log_a \frac{1}{\sqrt{a^3}}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng

- A.** $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 25: Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\ln a^4 = 4 \ln a$. **B.** $\ln(4a) = 4 \ln a$. **C.** $\ln(4a) = \frac{1}{4} \ln a$. **D.** $\ln a^3 = \frac{1}{3} \ln a$.

Câu 26: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}} \right) = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

- A.** -5. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Câu 27: Cho $\log_2 5 = a; \log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b .

- A.** $\log_5 24 = \frac{3a+b}{b}$. **B.** $\log_5 24 = \frac{a+3b}{a}$. **C.** $\log_5 24 = \frac{3+ab}{a}$. **D.** $\log_5 24 = \frac{a+b}{3ab}$.

Câu 28: Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- A.** $P = 12$. **B.** $P = \frac{7}{12}$. **C.** $P = \frac{1}{12}$. **D.** $\frac{12}{7}$.

Câu 29: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng

- A.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$. **B.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.
C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. **C.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

Câu 30: Cho $\log_2 x = \sqrt{5}$. Giá trị của biểu thức $P = \log_{2x} x$ bằng

- A. $P = 1 + \sqrt{5}$. B. $P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$. C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{5}{1+\sqrt{5}}$.

Câu 31: Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 - 16b = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{2}} a - \log_2 b$.

- A. $P = 2$. B. $P = 4$. C. $P = 16$. D. $P = \sqrt{2}$.

Câu 32: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Khi đó $\log_{\sqrt{a}} a^2$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. 2.

Câu 33: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^5 = 64$. Giá trị của $P = 2 \log_2 a + 5 \log_2 b$ là

- A. $P = 7$. B. $P = 64$. C. $P = 6$. D. $P = 2$.

Câu 34: Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}$.

- A. $M = \frac{1}{4}$. B. $M = \frac{1}{2}$. C. $M = \frac{1}{3}$. D. $M = 1$.

Câu 35: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $(a^3)^{\log_{\sqrt{a}} 2}$ bằng

- A. 64. B. $\sqrt{8}$. C. 12. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 36: Cho a, b là các số thực dương ($a, b \neq 1$) và $\log_a b = 16$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a \sqrt{b}$.

- A. 256. B. 4. C. 23. D. 8.

Câu 37: Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$ và $\log_a b = \sqrt{2022}$. Tính $\log_{\sqrt[4]{a}} \left(a^{\frac{7}{4}} \cdot \sqrt[6]{b} \right)$.

- A. $42 + \frac{\sqrt{2022}}{6}$. B. $\frac{7}{4} + 6\sqrt{2022}$. C. $\frac{21}{2} + \sqrt{2022}$. D. $\frac{2}{21} + \sqrt{2022}$.

Câu 38: Cho $a = \log_{25} 7$; $b = \log_2 5$. Tính $\log_5 \frac{49}{8}$ theo a, b .

- A. $\frac{4a-3}{b}$. B. $\frac{4ab+3}{b}$. C. $\frac{5ab-3}{b}$. D. $\frac{4ab-3}{b}$.

Câu 39: Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right)$ là

- A. $-\sqrt{3}$. B. $-2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 40: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} (a \cdot \sqrt[3]{b})$.

- A. $P = \frac{2}{15}$. B. $P = -\frac{2}{9}$. C. $P = -\frac{10}{9}$. D. $P = \frac{2}{3}$.

Câu 41: Cho $\log_a b = 2; \log_a c = 3$. Tính $Q = \log_a (b^3 c)$.

- A. $Q = 4$. B. $Q = 9$. C. $Q = 10$. D. $Q = 12$.

Câu 42: Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

- A. 6. B. -6. C. $\frac{1}{6}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 43: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3\log a + 2\log b = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^3 + b^2 = 1$. B. $3a + 2b = 10$. C. $a^3 b^2 = 10$. D. $a^3 + b^2 = 10$.

Câu 44: Cho a, b, c là các số thực dương, trong đó $a, b > 1$ và thỏa mãn $\log_a c = 3, \log_b c = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{ab} c$?

- A. $P = \frac{12}{7}$. B. $P = \frac{7}{12}$. C. $P = \frac{1}{12}$. D. $P = 12$.

Câu 45: Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_{a^2 b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right).$$

- A. $P = \frac{21}{10}$. B. $P = \frac{7}{5}$. C. $P = \frac{18}{25}$. D. $P = \frac{15}{8}$.

Câu 46: Cho $\log_a b = 2$ với a, b là các số thực dương và a khác 1. Giá trị biểu thức $T = \log_{a^2} b^6 + \log_a \sqrt{b}$ bằng

- A. 8. B. 7. C. 5. D. 6.

Câu 47: Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_{a^2 b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right).$$

- A. $P = \frac{15}{8}$. B. $P = \frac{18}{25}$. C. $P = \frac{21}{10}$. D. $P = \frac{7}{5}$.

Câu 48: Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a (a^2 b) = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\log_{a^2} b$ bằng

- A. $-\frac{3}{4}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. -3. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 49: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_3 (3a^2) + \log_3 b^3 = 4$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^2 b^3 = 81$. B. $a^3 + b^3 + 1 = 81$. C. $a^2 b^3 = 27$. D. $a^2 + b^3 = 27$.

Câu 50: Cho số thực $a > 0; a \neq 1, a \neq \frac{1}{27}$ và số thực x thỏa mãn $\log_a 3 = x$. Tính $\log_{27a} 9$ theo x .

- A. $\frac{2x}{x+3}$. B. $\frac{2x}{3x+1}$. C. $2(3x+1)$. D. $\frac{2}{3x+1}$.

- Câu 51:** Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_2 a = 2$ và $\log_4 b = 3$. Giá trị biểu thức $P = \log_a(a^2b)$ bằng
- A. $P = 10$. B. $P = 5$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.
- Câu 52:** Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^3} \frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} = 2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng
- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. -4.
- Câu 53:** Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}}(a \cdot \sqrt[3]{b})$.
- A. $P = \frac{2}{15}$. B. $P = -\frac{2}{9}$. C. $P = -\frac{10}{9}$. D. $P = \frac{2}{3}$.
- Câu 54:** Cho các số dương a, b khác 1 sao cho $\log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_{a^2} \sqrt[9]{b} = \log_b 2$. Giá trị của $\frac{b}{a^3}$ bằng:
- A. 1. B. 2. C. 4. D. 8.
- Câu 55:** Giá trị của biểu thức $4^{\log_2 \sqrt{3}}$ bằng
- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. $2^{\sqrt{3}}$. D. $2\sqrt{3}$.
- Câu 56:** Cho $P = \sqrt[10]{3^5 \sqrt{27^2 \sqrt{243}}}$. Tính $\log_3 P$.
- A. $\frac{45}{28}$. B. $\frac{21}{100}$. C. $\frac{45}{56}$. D. $\frac{13}{100}$.
- Câu 57:** Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5}, \log_{25} x = \frac{5}{2y}$. Tính giá trị của $P = y^2 - 2x^2$.
- A. $P = 1$. B. $P = 0$. C. $P = -25$. D. $P = 25$.
- Câu 58:** Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt[3]{x}} y = \frac{3y}{8}, \log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y}$. Tính giá trị của $P = x^2 - y^2$.
- A. $P = 120$. B. $P = 132$. C. $P = 240$. D. $P = 340$.
- Câu 59:** Có bao nhiêu số thực dương $n \neq 1$ để $\log_n 265$ là một số nguyên?
- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.
- Câu 60:** Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}$.
- A. $\sqrt{2018}$. B. $\sqrt{2020}$. C. $\sqrt{2016}$. D. $\sqrt{2022}$.

Câu 61: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Ta có $\log_a(a^3b)$ bằng

- A. $3 \cdot \log_a b$. B. $\frac{1}{3} \cdot \log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. D. $3 + \log_a b$.

Câu 62: Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng:

- A. $\frac{1}{2} \log a + \frac{1}{3} \log b$. B. $2 \log a + \log b$. C. $2 \log a + 3 \log b$. D. $\log a + 3 \log b$.

Câu 63: Cho $a > 0$, $a \neq 1$, khi đó $\log_a(a \cdot \sqrt[3]{a})$ bằng

- A. 4. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{-4}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 64: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_{a^2} \sqrt[4]{a^3}$ bằng

- A. $-\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 65: Cho a là số thực dương, $a \neq 1$, khi đó $a^{\log_a 5}$ bằng

- A. $\log_5 a$. B. $\log_a 5$. C. a^5 . D. 5.

Câu 66: Với a, b là hai số thực dương tùy ý, khi đó $\ln(ea^3b^2)$ bằng:

- A. $2 \ln a + 3 \ln b$. B. $3 \ln a + 2 \ln b$. C. $1 + 3 \ln a + 2 \ln b$. D. $1 + 6 \ln a \cdot \ln b$.

Câu 67: Với a, b là các số thực dương bất kỳ, $\log_2 \frac{a}{b^4}$ bằng

- A. $\log_2 a - \log_2(4b)$. B. $\frac{1}{4} \log_2 \frac{a}{b}$. C. $2 \log_2 \frac{a}{b}$. D. $\log_2 a - 4 \log_2 b$.

Câu 68: Cho a là số thực dương. Khi đó $\log_4 8a^3$ bằng

- A. $\frac{3}{2} + \log_2 a$. B. $\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \log_2 a$. C. $2 + 3 \log_2 a$. D. $6 + 6 \log_2 a$.

Câu 69: Với mọi số thực a dương, $\log_5(5a)$ bằng

- A. $1 + \log_5 a$. B. $\log_5 a$. C. $5 \log_5 a$. D. $1 - \log_5 a$.

Câu 70: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(a^3)$ bằng

- A. $3 \log_3 a$. B. $\frac{2}{3} \log_2 a$. C. $\frac{3}{2} \log_2 a$. D. $3 + \log_4 a$.

Câu 71: Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a^2}{4}$ bằng

- A. $2(\log_2 a - 1)$. B. $\log_2 a - 2$. C. $\log_2 a - 1$. D. $2 \log_2 a - 1$.

Câu 72: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_{\sqrt[3]{a}} a$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. $-\frac{1}{3}$. D. -3.

Câu 73: Với mọi số thực a dương, $\log_2^2 a^2$ bằng

- A.** $2\log_2^2 a$. **B.** $4\log_2^2 a$. **C.** $2\log_2 a^2$. **D.** $4\log_2 a$.

Câu 74: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$

- A.** $3 + \log_a b$. **B.** $3\log_a b$. **C.** $\frac{1}{3} + \log_a b$. **D.** $\frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 75: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng

- A.** $1 - \log_3 a$. **B.** $3 - \log_3 a$. **C.** $\frac{1}{\log_3 a}$. **D.** $1 + \log_3 a$.

Câu 76: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

- A.** $5 + \log_5 a$. **B.** $5 - \log_5 a$. **C.** $1 + \log_5 a$. **D.** $1 - \log_5 a$.

Câu 77: Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2 b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $2\log_2 a + 3\log_2 b = 8$. **B.** $2\log_2 a - 3\log_2 b = 8$.
C. $2\log_2 a - 3\log_2 b = 4$. **D.** $2\log_2 a + 3\log_2 b = 4$.

Câu 78: Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log_3(ab^3)$ bằng

- A.** $\log_3 a + \frac{1}{3}\log_3 b$. **B.** $3(\log_3 a + \log_3 b)$. **C.** $\log_3 a + 3\log_3 b$. **D.** $3\log_3 a + \log_3 b$.

Câu 79: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng

- A.** $1 + \log_2 a$. **B.** $1 - \log_2 a$. **C.** $2 - \log_2 a$. **D.** $2 + \log_2 a$.

Câu 80: Với mọi số thực a dương, $\log_3\left(\frac{a^2}{9}\right)$ bằng

- A.** $2(\log_3 a - 1)$ **B.** $\frac{1}{2}\log_3 a$ **C.** $\log_3 a - 1$ **D.** $\log_3 a + 2$

Câu 81: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a^2)$ bằng

- A.** $3 + 2\log_3 a$. **B.** $1 + \frac{1}{2}\log_3 a$. **C.** $1 + 2\log_3 a$. **D.** $1 - 2\log_3 a$.

Câu 82: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a^3)$ bằng

- A.** $6\log a$. **B.** $2 + 3\log a$. **C.** $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\log a$. **D.** $3 + 3\log a$.

Câu 83: Với mọi số thực a dương và $a \neq 1$, $\log_{a^3}(3a)$ bằng

- A.** $\log_a 3 - 1$. **B.** 1 . **C.** $3(\log_a 3 + 1)$. **D.** $\frac{1}{3}(\log_a 3 + 1)$.

Câu 84: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^5$ bằng

- A.** $5 + \log_2 a$ **B.** $\frac{1}{5} + \log_2 a$ **C.** $\frac{1}{5}\log_2 a$ **D.** $5\log_2 a$

- Câu 85:** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 \frac{25}{a}$ bằng
- A. $2 - \log_5 a$. B. $\frac{5}{\log_5 a}$. C. $5 - \log_5 a$. D. $\frac{2}{\log_5 a}$.
- Câu 86:** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_3 a^2 + \log_3 b = 5$, khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $a^2 b = 9$. B. $a^2 b = 243$. C. $a^2 + b = 243$. D. $a^3 + b = 15$.
- Câu 87:** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{\frac{1}{2}}(8a)$ bằng
- A. $\frac{1}{2} + \log_2 a$. B. $-3 + \log_2 a$. C. $-(\log_2 a)^3$. D. $-3 - \log_2 a$.
- Câu 88:** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a + 2 \log b = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $a + b^2 = 1$. B. $a + 2b = 10$. C. $ab^2 = 10$. D. $a + b^2 = 10$.
- Câu 89:** Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2 b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
- A. $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 4$. B. $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 8$.
C. $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 32$. D. $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 16$.
- Câu 90:** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_3 a^2 + \log_3 b = 5$, khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $a^2 b = 9$. B. $a^2 b = 243$. C. $a^2 + b = 243$. D. $a^3 + b = 15$.
- Câu 91:** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_3 3a^2 + \log_3 b^3 = 4$, khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a^2 + b^3 + 1 = 81$. B. $a^2 b^3 = 27$. C. $a^2 + b^3 = 27$. D. $a^2 b^3 = 81$.
- Câu 92:** Với mọi số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} a^5 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{b} = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a^5 b = 3$. B. $a^5 = 3b$. C. $a^5 - \frac{1}{b} = 3$. D. $a^5 - \frac{1}{b} = 9$.
- Câu 93:** Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $9 \ln^2 x + 4 \ln^2 y = 12 \ln x \cdot \ln y$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
- A. $x^3 = y^2$. B. $x = y$. C. $3x = 2y$. D. $x^3 = y^3$.
- Câu 94:** Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2 \log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a = 9b^2$. B. $a = 9b$. C. $a = 6b$. D. $b = 9a$.
- Câu 95:** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $a^3 + b = 32$. B. $a^3 + b = 25$. C. $a^3 b = 32$. D. $a^3 b = 25$.
- Câu 96:** Cho các số thực âm a, b thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} |a| - \log_3 b^2 = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\frac{a}{b^2} = -9$. B. $\frac{a}{b} = 3$. C. $\frac{a}{b^2} = -3$. D. $\frac{a}{b} = -3$.
- Câu 97:** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}}(2a) + \log_8(b^9) = 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a + b^9 = 8$. B. $a^2 b^3 = 2$. C. $ab^3 = 4$. D. $ab^9 = 8$.

- Câu 98:** Cho a, b là các số dương thỏa mãn $4\log_3 a + 7\log_3 b = 2$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?
- A. $4a + 7b = 2$. B. $a^4 b^7 = 2$. C. $a^4 b^7 = 9$. D. $4a + 7b = 9$.
- Câu 99:** Với mọi số thực dương a, b, c thỏa mãn $\log a^2 + \log b - \log c = 0$, khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $a^2 + b - c = 0$. B. $a^2 b - c = 0$. C. $a^2 + b - c = 1$. D. $a^2 b - c = 1$.
- Câu 100:** Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 2a^4 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $a^4 b = 32$. B. $a^4 + b = 32$. C. $a^4 + b = 16$. D. $a^4 b = 16$.
- Câu 101:** Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_3 a^5 - \log_9 b^2 = 4$, khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a^5 - b = 27$. B. $\frac{a^5}{b} = 27$. C. $a^5 - b^2 = 81$. D. $\frac{a^5}{b} = 81$.
- Câu 102:** Biết $\log_2 x = 6\log_4 a - 4\log_2 \sqrt{b} - \log_{\frac{1}{2}} c$. Tìm kết luận đúng.
- A. $x = \frac{ac^3}{b^2}$. B. $x = a^3 - b^2 + c$. C. $x = \frac{a^3 c}{b^2}$. D. $x = \frac{a^3}{b^2 c}$.
- Câu 103:** Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .
- A. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$. B. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.
 C. $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$. D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$.
- Câu 104:** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $2\log_3 2 \cdot \log_2 a - 3\log_{\sqrt{3}} b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a = \frac{9}{b^3}$. B. $a = 4b$. C. $ab = 4$. D. $a = 9b^3$.
- Câu 105:** Với mọi a, b thỏa mãn $\frac{\log_3 a \cdot \log_2 3}{1 + \log_2 5} + \log b = 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a + b = 1$. B. $a = 1 - b \log_2 5$. C. $ab = 10$. D. $a \log_2 5 + b = 1$.
- Câu 106:** Nếu $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b$ ($a, b > 0$) thì x bằng
- A. $a^4 b^5$. B. $5a + 4b$. C. $4a + 5b$. D. $a^5 b^4$.
- Câu 107:** Cho hai số thực dương a, b bất kì thỏa mãn $4\ln^2 a + 9\ln^2 b = 12\ln a \cdot \ln b$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $3a = 2b$. B. $a^2 = b^3$. C. $2a = 3b$. D. $a^3 = b^2$.
- Câu 108:** Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 x = 2\log_3 a + 3\log_3 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $x = 2a + 3b$. B. $x = 3a + 2b$. C. $x = a^2 b^3$. D. $x = a^2 + b^3$.
- Câu 109:** Với mọi a, b thỏa mãn $\frac{\log_3 a \cdot \log_2 3}{1 + \log_2 5} + \log b = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $a = 1 - b \log_2 5$. B. $ab = 10$. C. $a \log_2 5 + b = 1$. D. $a + b = 1$.

Câu 110: Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_3 a + \log_3 b = \log_9(ab)$. Tính giá trị của ab .

- A. $ab = 1$. B. $ab = 2$. C. $ab = \frac{1}{2}$. D. $ab = 0$.

Câu 111: Cho $\log_2 5 = a$; $\log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b .

- A. $\log_5 24 = \frac{3+ab}{a}$. B. $\log_5 24 = \frac{a+3b}{a}$. C. $\log_5 24 = \frac{a+b}{3ab}$. D. $\log_5 24 = \frac{3a+b}{b}$.

Câu 112: Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a(a^2 b^2) = 1$. Giá trị của $\log_{a^3} b$ bằng

- A. $-\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{6}$. D. 1.

Câu 113: Cho $a = \log_7 5, b = \log_3 5$. Biểu thức $M = \log_{21} 5$ bằng

- A. $\frac{ab}{a+b}$. B. ab . C. $\frac{1}{ab}$. D. $\frac{a+b}{ab}$.

Câu 114: Cho $\log_2 3 = a$. Giá trị của biểu thức $P = \log_6 12$ tính theo a bằng

- A. $\frac{a}{2+a}$. B. $\frac{1+a}{2+a}$. C. $\frac{a}{1+a}$. D. $\frac{2+a}{1+a}$.

Câu 115: Cho hai số tự nhiên x, y thỏa mãn $x \log_{28} 2 + y \log_{28} 7 = 2$. Giá trị của $x + y$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 8.

Câu 116: Cho $\log_{15} 30 = \frac{1+a \log 3}{b \log 3 + c \log 5}$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $ab + c$ bằng

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 117: Biết x và y là hai số thực thỏa mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

- A. $\log_{\frac{2}{3}} 2$. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 118: Với hai số thực dương a, b tùy ý và $\frac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $a = b \log_6 2$. B. $a = 36b$. C. $2a + 3b = 0$. D. $a = b \log_6 3$.

Câu 119: Ba số $a + \log_2 3$; $a + \log_4 3$; $a + \log_8 3$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân này bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 120: Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ thì $m+n+p$ bằng:

- A. -3. B. 3. C. 6. D. 4.

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 2: LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho a, b, c là các số thực dương và $a, b \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$. **B. $\log_a c = -\log_c a$.** C. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$. D. $\log_a c = \log_a b \cdot \log_b c$.

Lời giải

Ta có $\log_a c = \frac{1}{\log_c a} \neq -\log_c a$. Suy ra đáp án **B** sai.

Câu 2: Cho $0 < a \neq 1, x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a a = 1$. B. $\log_a a^x = x$. C. $\log_a 1 = 0$. **D. $x^{\log_a x} = x$.**

Lời giải

Với $0 < a \neq 1, x > 0$ ta có:

$\log_a a = 1 \Rightarrow$ Phương án A đúng.

$\log_a a^x = x \Rightarrow$ Phương án B đúng.

$\log_a 1 = 0 \Rightarrow$ Phương án C đúng.

$a^{\log_a x} = x \Rightarrow x^{\log_a x} = x$ sai $\Rightarrow$ Phương án D sai.

Câu 3: Cho ba số thực dương a, b, c và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$. B. $a^{\log_a b} = b$.
C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. **D. $\log_a b = \frac{\ln a}{\ln b}$.**

Lời giải

Ta có $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$, nên đáp án D sai.

Câu 4: Cho a, b là các số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.** B. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.
C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. D. $\ln(a+b) = \ln a \cdot \ln b$.

Lời giải

Theo quy tắc logarit ta có: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Câu 5: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải

Theo quy tắc tính logarit của một thương ta có $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.

Câu 6: Có bao nhiêu số thực dương $n \neq 1$ để $\log_n 256$ là một số nguyên?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Ta có: $\log_n 256 = \log_n 2^8 = 8 \log_n 2 = \frac{8}{\log_2 n}$.

Để $\log_n 256$ là một số nguyên thì

$$\log_2 n \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\} \Leftrightarrow n \in \left\{ \frac{1}{2}; 2; \frac{1}{4}; 4; \frac{1}{16}; 16; \frac{1}{256}; 256 \right\}$$

Vậy có tất cả 8 số thực dương $n \neq 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 7: Cho ba số thực dương a, b, c đều khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 2 \log_b c = 4 \log_c a$ và $a + 2b + 3c = 48$. Khi đó $P = abc$ bằng bao nhiêu?

A. 243.

B. 521.

C. 512.

D. 324.

Lời giải

Do a, b, c đều khác 1 nên $\log_a b, \log_b c, \log_c a$ đều khác 0 ta có:

$$\log_a b = 2 \log_b c \Leftrightarrow \log_a c \cdot \log_c b = 2 \log_b c \Leftrightarrow \log_a c = 2 \log_b^2 c.$$

$$\log_a b = 4 \log_c a \Leftrightarrow \log_a c \cdot \log_c b = 4 \log_c a \Leftrightarrow \log_c b = 4 \log_c^2 a.$$

$$\text{Nên } \log_a c \cdot \log_c b = 8 \log_b^2 c \cdot \log_c^2 a \Leftrightarrow \log_a b = 8 \log_b^2 a \Leftrightarrow \log_a^3 b = 8 \Leftrightarrow \log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2.$$

$$\text{Mà } \log_a b = 2 \log_b c \Leftrightarrow \log_a b = 2 \log_{a^2} c \Leftrightarrow b = c.$$

$$\text{Ta lại có } a + 2b + 3c = 48 \Leftrightarrow a + 2a^2 + 3a^2 = 48 \Leftrightarrow 5a^2 + a - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{16}{5} \\ a = 3 \end{cases}$$

$$\text{Do } a, b, c \text{ đều là số thực dương} \Rightarrow a = 3 \Rightarrow b = 9, c = 9 \Rightarrow P = abc = 243.$$

Câu 8: Giá trị của biểu thức $4^{\log_2 \sqrt{3}}$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $2^{\sqrt{3}}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

$$4^{\log_2 \sqrt{3}} = (2^2)^{\log_2 \sqrt{3}} = (2^{\log_2 \sqrt{3}})^2 = (\sqrt{3})^2 = 3.$$

Câu 9: Giá trị của $\log_2 \frac{1}{16}$ bằng

A. 4.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. -4.

Lời giải

$$\log_2 \frac{1}{16} = \log_2 2^{-4} = -4.$$

Câu 10: Với mọi a, b dương thỏa mãn $\log_2 \sqrt{a} - \log_2 b = 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a = 64b^2$.

B. $ab^2 = 64$.

C. $\sqrt{a} - b = 8$.

D. $\frac{\sqrt{a}}{b} = 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2 \sqrt{a} - \log_2 b = 3 \Leftrightarrow \log_2 \frac{\sqrt{a}}{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}}{b} = 2^3 \Leftrightarrow a = 64b^2.$$

Câu 11: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. -5.

C. 5.

D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_a \sqrt[5]{a} = \log_a (a)^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$$

Câu 12: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[2021]{a^{2022}}$ bằng

A. 2021.

B. $\frac{2022}{2021}$.

C. $\frac{2021}{2022}$.

D. 2022.

Lời giải

$$\text{Với } a > 0 \text{ và } a \neq 1 \text{ ta có: } \log_a \sqrt[2021]{a^{2022}} = \log_a a^{\frac{2022}{2021}} = \frac{2022}{2021} \log_a a = \frac{2022}{2021}.$$

Câu 13: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_{\sqrt[3]{a}} a$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. -3.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{\sqrt[3]{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{3}}} a = 3 \log_a a = 3$$

Câu 14: Với a là số dương tùy ý khác 1, $\log_a \sqrt{a}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $2a$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}a$.

Lời giải

Ta có $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$.

Câu 15: Với mọi số thực a dương khác 1, $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $\log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 16: Với mọi số thực a dương, $\log_4 a^4$ bằng

- A.** 4. **B.** $4 \log_4 a$. **C.** $\frac{1}{4} \log_4 a$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

$$\log_4 a^4 = 4 \log_4 |a| = 4 \log_4 a.$$

Câu 17: Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A.** $I = \frac{1}{2}$. **B.** $I = -\frac{1}{2}$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = -2$.

Lời giải

$$I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right) = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2} \right)^2 = 2 \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2} \right) = 2.$$

Câu 18: Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right)$.

- A.** $I = -\frac{1}{3}$. **B.** $I = -3$. **C.** $I = \frac{1}{3}$. **D.** $I = 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right) = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a}{5} \right)^3 = 3.$$

Câu 19: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4 (4a)$ bằng

- A.** $1 - \log_4 a$. **B.** $1 + \log_4 a$. **C.** $4 - \log_4 a$. **D.** $4 + \log_4 a$.

Lời giải

$$\text{Với } a > 0 \text{ ta có: } \log_4 (4a) = \log_4 4 + \log_4 a = 1 + \log_4 a.$$

Câu 20: Với a, b là hai số dương tùy ý thì $\log(a^3 b^2)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

- A.** $3 \log a + \frac{1}{2} \log b$. **B.** $2 \log a + 3 \log b$. **C.** $3 \log a + 2 \log b$. **D.** $3 \left(\log a + \frac{1}{2} \log b \right)$.

Lời giải

Do a, b là hai số dương nên ta có : $\log(a^3 b^2) = \log a^3 + \log b^2 = 3 \log a + 2 \log b$.

Câu 21: Tính giá trị của biểu thức $P = 2^{\log_2 a} + \log_a(a^b)$ ($a > 0, a \neq 1$).

- A. $P = 2^a + b$. B. $P = a - b$. C. $P = 2a + b$. **D. $P = a + b$.**

Lời giải

Ta có $P = 2^{\log_2 a} + \log_a(a^b) = a + b$.

Câu 22: Cho $a > 0, a \neq 1$, biểu thức $D = \log_{a^3} a$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$.** B. 3. C. $-\frac{1}{3}$. D. -3.

Lời giải

$$D = \log_{a^3} a = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$$

Câu 23: Cho hàm số $f(x) = \log_2 x$. Với $x > 0$, giá trị của biểu thức $P = f\left(\frac{6}{x}\right) + f\left(\frac{8x}{3}\right)$ bằng

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. **C. $P = 4$.** D. $P = 3$.

Lời giải

$$P = f\left(\frac{6}{x}\right) + f\left(\frac{8x}{3}\right) = f\left(\frac{6}{x} \cdot \frac{8x}{3}\right) = f(16) = 4.$$

Câu 24: Giá trị của $\log_a \frac{1}{\sqrt{a^3}}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$.** B. $\frac{3}{2}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_a \frac{1}{\sqrt{a^3}} = \log_a a^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 25: Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln a^4 = 4 \ln a$.** B. $\ln(4a) = 4 \ln a$. C. $\ln(4a) = \frac{1}{4} \ln a$. D. $\ln a^3 = \frac{1}{3} \ln a$.

Lời giải

Mệnh đề đúng là $\ln a^4 = 4 \ln a$.

Câu 26: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt[3]{b^3}} \right) = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

- A. -5.** B. 5. C. $\frac{1}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}} \right) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(\log_a a^3 - \log_a b^{\frac{3}{5}} \right) = 3 \Leftrightarrow 3 - \frac{3}{5} \log_a b = 6 \Leftrightarrow \log_a b = -5$.

Câu 27: Cho $\log_2 5 = a; \log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b .

A. $\log_5 24 = \frac{3a+b}{b}$. **B.** $\log_5 24 = \frac{a+3b}{a}$. **C.** $\log_5 24 = \frac{3+ab}{a}$. **D.** $\log_5 24 = \frac{a+b}{3ab}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \log_5 24 &= \log_5 8.3 = \log_5 8 + \log_5 3 \\ &= 3.\log_5 2 + \log_5 3 = \frac{3}{\log_2 5} + \log_5 3 = \frac{3}{a} + b = \frac{3+ab}{a} \end{aligned}$$

Câu 28: Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A. $P = 12$. **B.** $P = \frac{7}{12}$. **C.** $P = \frac{1}{12}$. **D.** $\frac{12}{7}$.

Lời giải

Ta có : $P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x}} = \frac{\log_a x \cdot \log_b x}{\log_a x + \log_b x} = \frac{12}{7}$

Vậy : $P = \frac{12}{7}$.

Câu 29: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$. **B.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$.
C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b$. **C.** $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải

$$\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 b = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$$

Câu 30: Cho $\log_2 x = \sqrt{5}$. Giá trị của biểu thức $P = \log_{2x} x$ bằng

A. $P = 1 + \sqrt{5}$. **B.** $P = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{5}{1+\sqrt{5}}$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 x = \sqrt{5} \Leftrightarrow x = 2^{\sqrt{5}} > 1$ nên $\log_x 2, \log_x x, \log_x 2x$ đều xác định và $\log_x 2x \neq 0$

Cách 1.

$$\Rightarrow P = \log_{2x} x = \frac{1}{\log_x 2x} = \frac{1}{\log_x 2 + \log_x x} = \frac{1}{\frac{1}{\log_2 x} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{5}} + 1} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + 1}.$$

Cách 2. $P = \log_{2x} x = \frac{\log_2 x}{\log_2 2x} = \frac{\log_2 x}{\log_2 2 + \log_2 x} = \frac{\sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}.$

Câu 31: Cho các số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 - 16b = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{2}} a - \log_2 b$.

- A. $P = 2$. B. $P = 4$. C. $P = 16$. D. $P = \sqrt{2}$.

Lời giải

$$P = \log_{\sqrt{2}} a - \log_2 \frac{a^2}{16} = 2 \log_2 a - 2 \log_2 a + \log_2 16 = \log_2 16 = 4.$$

Câu 32: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Khi đó $\log_{\sqrt{a}} a^2$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. 2.

Lời giải

Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có: $\log_{\sqrt{a}} a^2 = \log_{\sqrt{a}} (\sqrt{a})^4 = 4 \cdot \log_{\sqrt{a}} \sqrt{a} = 4 \cdot 1 = 4$.

Câu 33: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^5 = 64$. Giá trị của $P = 2 \log_2 a + 5 \log_2 b$ là

- A. $P = 7$. B. $P = 64$. C. $P = 6$. D. $P = 2$.

Lời giải

Theo bài ra: $a, b > 0$; $a^2 b^5 = 64 \Leftrightarrow \log_2 (a^2 b^5) = \log_2 64 \Leftrightarrow 2 \log_2 a + 5 \log_2 b = 6$.

Vậy $P = 6$.

Câu 34: Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}$.

- A. $M = \frac{1}{4}$. B. $M = \frac{1}{2}$. C. $M = \frac{1}{3}$. D. $M = 1$.

Lời giải

Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x - 3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y$.

Suy ra $M = \frac{1 + \log_{12} 3y + \log_{12} y}{2 \log_{12} (6y)} = \frac{\log_{12} 36y^2}{\log_{12} 36y^2} = 1$.

Câu 35: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $(a^3)^{\log_{\sqrt{a}} 2}$ bằng

- A. 64. B. $\sqrt{8}$. C. 12. D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $(a^3)^{\log_{\sqrt{a}} 2} = (a^3)^{2 \log_a 2} = a^{6 \log_a 2} = (a^{\log_a 2})^6 = 2^6 = 64$.

Câu 36: Cho a, b là các số thực dương ($a, b \neq 1$) và $\log_a b = 16$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_a \sqrt{b}$.

A. 256.

B. 4.

C. 23.

D. 8.

Lời giải

Theo tính chất của logarit ta có $P = \log_a \sqrt{b} = \log_a (b)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a b = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$.

Câu 37: Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$ và $\log_a b = \sqrt{2022}$. Tính $\log_{\sqrt[4]{a}} \left(a^{\frac{7}{4}} \cdot \sqrt[6]{b} \right)$.

A. $42 + \frac{\sqrt{2022}}{6}$.

B. $\frac{7}{4} + 6\sqrt{2022}$.

C. $\frac{21}{2} + \sqrt{2022}$.

D. $\frac{2}{21} + \sqrt{2022}$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt[4]{a}} \left(a^{\frac{7}{4}} \cdot \sqrt[6]{b} \right) = \log_{\sqrt[4]{a}} a^{\frac{7}{4}} + \log_{\sqrt[4]{a}} \sqrt[6]{b} = 6 \cdot \frac{7}{4} + \sqrt{2022} = \frac{21}{2} + \sqrt{2022}$.

Câu 38: Cho $a = \log_{25} 7$; $b = \log_2 5$. Tính $\log_5 \frac{49}{8}$ theo a, b .

A. $\frac{4a-3}{b}$.

B. $\frac{4ab+3}{b}$.

C. $\frac{5ab-3}{b}$.

D. $\frac{4ab-3}{b}$.

Lời giải

Ta có: $a = \log_{25} 7 = \log_{5^2} 7 = \frac{1}{2} \log_5 7 \Rightarrow \log_5 7 = 2a$ và $b = \log_2 5 \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1}{b}$

$\log_5 \frac{49}{8} = \log_5 49 - \log_5 8 = \log_5 7^2 - \log_5 2^3 = 2 \log_5 7 - 3 \log_5 2 = 2 \cdot 2a - 3 \cdot \frac{1}{b} = \frac{4ab-3}{b}$

Câu 39: Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right)$ là

A. $-\sqrt{3}$.

B. $-2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Ta có: $\log_a b = \sqrt{3} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt{3}} \Rightarrow \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right) = \log_{\frac{\sqrt{a^{\sqrt{3}}}}{a}} \left(\frac{a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}} \right) = \log_{\frac{a^{\frac{\sqrt{3}}{2}}}{a}} \left(\frac{a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}} \right) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 40: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \left(a \cdot \sqrt[3]{b} \right)$.

A. $P = \frac{2}{15}$.

B. $P = -\frac{2}{9}$.

C. $P = -\frac{10}{9}$.

D. $P = \frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \left(a \cdot \sqrt[3]{b} \right) = \frac{\log_a \left(a \cdot \sqrt[3]{b} \right)}{\log_a \left(\frac{\sqrt{a}}{b} \right)} = \frac{\log_a a + \log_a b^{\frac{1}{3}}}{\log_a a^{\frac{1}{2}} - \log_a b} = \frac{1 + \frac{1}{3} \log_a b}{\frac{1}{2} - \log_a b} = \frac{1 + \frac{1}{3} \cdot 2}{\frac{1}{2} - 2} = -\frac{10}{9}.$$

Câu 41: Cho $\log_a b = 2; \log_a c = 3$. Tính $Q = \log_a (b^3 c)$.

A. $Q = 4$.

B. $Q = 9$.

C. $Q = 10$.

D. $Q = 12$.

Lời giải

$$\text{Ta có } Q = \log_a (b^3 c) = 3 \log_a b + \log_a c = 3 \cdot 2 + 3 = 9.$$

Câu 42: Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. 6.

B. -6.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Vì a, b là các số thực lớn hơn 1 nên ta có:

$$\begin{cases} \log_a x = 2 \\ \log_b x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a^2 \\ x = b^3 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 = b^3 \Leftrightarrow a = \sqrt{b^3} \Leftrightarrow a = b^{\frac{3}{2}}.$$

$$P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \log_{\frac{b^{\frac{3}{2}}}{b^2}} x = \log_{b^{-\frac{1}{2}}} x = -2 \log_b x = -6.$$

Câu 43: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3 \log a + 2 \log b = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^3 + b^2 = 1$.

B. $3a + 2b = 10$.

C. $a^3 b^2 = 10$.

D. $a^3 + b^2 = 10$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 3 \log a + 2 \log b = 1 \Leftrightarrow \log a^3 + \log b^2 = 1 \Leftrightarrow \log (a^3 b^2) = 1 \Leftrightarrow a^3 b^2 = 10.$$

Câu 44: Cho a, b, c là các số thực dương, trong đó $a, b > 1$ và thỏa mãn $\log_a c = 3, \log_b c = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{ab} c$?

A. $P = \frac{12}{7}$.

B. $P = \frac{7}{12}$.

C. $P = \frac{1}{12}$.

D. $P = 12$.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta suy ra } c \neq 1 \text{ và } \log_c a = \frac{1}{\log_a c} = \frac{1}{3}; \log_c b = \frac{1}{\log_b c} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Khi đó, } P = \log_{ab} c = \frac{1}{\log_c (ab)} = \frac{1}{\log_c a + \log_c b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}.$$

Câu 45: Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_{a^2 b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right).$$

A. $P = \frac{21}{10}$.

B. $P = \frac{7}{5}$.

C. $P = \frac{18}{25}$.

D. $P = \frac{15}{8}$.

Lời giải

Từ $\log_a b = 3$ suy ra $b = a^3$ ($a > 1, b > 1$).

Thay vào biểu thức cần tính ta được:

$$P = \log_{a^5} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 (a^{-2}) = \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \cdot \log_2 a \cdot \log_a 2 = \frac{3}{5} + \frac{3}{2} = \frac{21}{10}.$$

Câu 46: Cho $\log_a b = 2$ với a, b là các số thực dương và a khác 1. Giá trị biểu thức $T = \log_{a^2} b^6 + \log_a \sqrt{b}$ bằng

A. 8.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

$$T = \log_{a^2} b^6 + \log_a \sqrt{b} = 3 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a b = \frac{7}{2} \log_a b = 7.$$

Câu 47: Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị biểu thức

$$P = \log_{a^2 b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right).$$

A. $P = \frac{15}{8}$.

B. $P = \frac{18}{25}$.

C. $P = \frac{21}{10}$.

D. $P = \frac{7}{5}$.

Lời giải

Ta có: $\log_a b = 3 \Leftrightarrow b = a^3$

$$\begin{aligned} P &= \log_{a^2 b} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{b} \right) = \log_{a^5} a^3 - 3 \log_{a^2} 2 \cdot \log_4 \left(\frac{a}{a^3} \right) = \frac{3}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_a 2 \cdot \log_{2^2} \left(\frac{1}{a^2} \right) \\ &= \frac{3}{5} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_a 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_2 a^{-2} = \frac{3}{5} + \frac{3}{2} \cdot \log_a 2 \cdot \log_2 a = \frac{3}{5} + \frac{3}{2} = \frac{21}{10}. \end{aligned}$$

Câu 48: Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a (a^2 b) = \frac{1}{2}$. Giá trị của $\log_{a^2} b$ bằng

A. $-\frac{3}{4}$.

B. $-\frac{3}{2}$.

C. -3.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta có } \log_a (a^2 b) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_a a^2 + \log_a b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_a b = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy giá trị của } \log_{a^2} b = \frac{1}{2} \log_a b = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) = -\frac{3}{4}.$$

Câu 49: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_3 (3a^2) + \log_3 b^3 = 4$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^2 b^3 = 81$.

B. $a^3 + b^3 + 1 = 81$.

C. $a^2 b^3 = 27$.

D. $a^2 + b^3 = 27$.

Lời giải

$$\log_3 3a^2 + \log_3 b^3 = 4 \Leftrightarrow \log_3 (3a^2 \cdot b^3) = 4 \Leftrightarrow 3a^2 b^3 = 81 \Leftrightarrow a^2 b^3 = 27.$$

Câu 50: Cho số thực $a > 0$; $a \neq 1, a \neq \frac{1}{27}$ và số thực x thỏa mãn $\log_a 3 = x$. Tính $\log_{27a} 9$ theo x .

- A. $\frac{2x}{x+3}$. B. $\frac{2x}{3x+1}$. C. $2(3x+1)$. D. $\frac{2}{3x+1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{27a} 9 = \frac{\log_3 9}{\log_3 27a} = \frac{2}{\log_3 27 + \log_3 a} = \frac{2}{3 + \log_3 a} = \frac{2}{\frac{1}{\log_a 3} + 3} = \frac{2}{\frac{1}{x} + 3} = \frac{2x}{3x+1}.$$

Câu 51: Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_2 a = 2$ và $\log_4 b = 3$. Giá trị biểu thức $P = \log_a (a^2 b)$ bằng

- A. $P = 10$. B. $P = 5$. C. $P = 2$. D. $P = 1$.

Lời giải

Với a, b là các số thực dương khác 1 ta có:

$$\blacksquare \log_2 a = 2 \Leftrightarrow a = 2^2 = 4.$$

$$\blacksquare \log_4 b = 3 \Leftrightarrow b = 4^3$$

$$\text{Vậy } P = \log_a (a^2 b) = \log_4 (4^2 \cdot 4^3) = 5.$$

Câu 52: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^3} \frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} = 2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. -4.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2 = \log_{a^3} \frac{a^5}{\sqrt[4]{b}} = \frac{1}{3} \log_a \frac{a^5}{b^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{3} \left(\log_a a^5 - \log_a b^{\frac{1}{4}} \right) = \frac{1}{3} \left(5 - \frac{1}{4} \log_a b \right)$$

$$\Rightarrow 5 - \frac{1}{4} \log_a b = 6 \Rightarrow \log_a b = -4.$$

Câu 53: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} (a \cdot \sqrt[3]{b})$.

- A. $P = \frac{2}{15}$. B. $P = -\frac{2}{9}$. C. $P = -\frac{10}{9}$. D. $P = \frac{2}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \left(a \cdot \sqrt[3]{b} \right) = \frac{\log_a \left(a \cdot \sqrt[3]{b} \right)}{\log_a \left(\frac{\sqrt{a}}{b} \right)} = \frac{\log_a a + \log_a b^{\frac{1}{3}}}{\log_a a^{\frac{1}{2}} - \log_a b} = \frac{1 + \frac{1}{3} \log_a b}{\frac{1}{2} - \log_a b} = \frac{1 + \frac{1}{3} \cdot 2}{\frac{1}{2} - 2} = -\frac{10}{9}.$$

Câu 54: Cho các số dương a, b khác 1 sao cho $\log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_{a^2} \sqrt[9]{b} = \log_b 2$. Giá trị của $\frac{b}{a^3}$ bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

$$\text{Đặt } \log_{16} \sqrt[3]{a} = \log_{a^2} \sqrt[9]{b} = \log_b 2 = t \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16^{3t} \\ b = a^{18t} \\ 2 = b^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16^{3t} \\ b = 16^{54t^2} \\ 2 = 16^{54t^3} \end{cases} (*).$$

$$\text{Từ } (*) \text{ suy ra } 2 = 2^{216t^3} \Leftrightarrow 216t^3 = 1 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}. \text{ Suy ra } a = 4, b = 4^3 \Rightarrow \frac{b}{a^3} = 1.$$

Câu 55: Giá trị của biểu thức $4^{\log_2 \sqrt{3}}$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

$$4^{\log_2 \sqrt{3}} = (2^2)^{\log_2 \sqrt{3}} = (2^{\log_2 \sqrt{3}})^2 = (\sqrt{3})^2 = 3.$$

Câu 56: Cho $P = \sqrt[10]{3^5 \sqrt[2]{27^2 \sqrt[3]{243}}}$. Tính $\log_3 P$.

A. $\frac{45}{28}$.

B. $\frac{21}{100}$.

C. $\frac{45}{56}$.

D. $\frac{13}{100}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } P = \sqrt[10]{3^5 \sqrt[2]{27^2 \sqrt[3]{243}}} \Rightarrow P = 3^{\frac{1}{10}} \cdot 27^{\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5}} \cdot 243^{\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}} = 3^{\frac{21}{100}} \Rightarrow \log_3 P = \log_3 3^{\frac{21}{100}} = \frac{21}{100}.$$

Câu 57: Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5}, \log_{25} x = \frac{5}{2y}$. Tính giá trị của

$$P = y^2 - 2x^2.$$

A. $P = 1$.

B. $P = 0$.

C. $P = -25$.

D. $P = 25$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_{\sqrt{x}} y = \frac{2y}{5} \\ \log_{25} x = \frac{5}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_x y^2 = \frac{2y}{5} \\ \log_x 25 = \frac{2y}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 25 \\ \log_{25} x = \frac{5}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ \log_{25} x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = y^2 - 2x^2 = -25.$$

Câu 58: Cho x, y là hai số thực dương, $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_{\sqrt[3]{x}} y = \frac{3y}{8}, \log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y}$. Tính giá trị của $P = x^2 - y^2$.

A. $P = 120$.

B. $P = 132$.

C. $P = 240$.

D. $P = 340$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{\sqrt{2}} x = \frac{32}{y} \Leftrightarrow 2 \log_2 x = \frac{32}{y} \Leftrightarrow y = \frac{16}{\log_2 x} = 16 \log_x 2 \quad (*).$$

$$\log_{\sqrt[3]{x}} y = \frac{3y}{8} \Leftrightarrow 3 \log_x y = \frac{3y}{8} \Leftrightarrow \log_x y = \frac{y}{8} \Leftrightarrow \log_x (16 \log_x 2) = 2 \log_x 2$$

$$\Leftrightarrow \log_x (16 \log_x 2) = \log_x 2^2 \Leftrightarrow 16 \log_x 2 = 4 \Leftrightarrow \log_x 2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 16.$$

Từ (*) suy ra $y = 4$.

$$\text{Vậy } P = x^2 - y^2 = 16^2 - 4^2 = 240.$$

Câu 59: Có bao nhiêu số thực dương $n \neq 1$ để $\log_n 265$ là một số nguyên?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_n 256 = \log_n 2^8 = 8 \log_n 2 = \frac{8}{\log_2 n}.$$

Để $\log_n 265$ là một số nguyên thì

$$\log_2 n \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\} \Leftrightarrow n \in \left\{ \frac{1}{2}; 2; \frac{1}{4}; 4; \frac{1}{16}; 16; \frac{1}{256}; 256 \right\}$$

Vậy có tất cả 8 số thực dương $n \neq 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 60: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022}$. Giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}.$$

A. $\sqrt{2018}$.

B. $\sqrt{2020}$.

C. $\sqrt{2016}$.

D. $\sqrt{2022}$.

Lời giải

$$\bullet \frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2022} \Leftrightarrow \log_a b + \log_b a = \sqrt{2022} \quad (*).$$

$$\bullet P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} = \log_b (ab) - \log_a (ab) = \log_b a - \log_a b.$$

• Đặt $t = \log_a b$ thì (*) trở thành:

$$t + \frac{1}{t} = \sqrt{2022} \Leftrightarrow t^2 - \sqrt{2022}t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{t} - t = -\sqrt{2018} \\ t = \frac{\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2} \Rightarrow P = \frac{1}{t} - t = \sqrt{2018} \end{cases}.$$

$$\bullet a > b > 1 \Leftrightarrow 0 < \log_a b < 1 \text{ nên } 0 < t < 1 \Rightarrow \frac{1}{t} > 1 \Rightarrow P = \frac{1}{t} - t > 0 \Rightarrow P = \sqrt{2018}.$$

Câu 61: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Ta có $\log_a(a^3b)$ bằng

- A. $3 \cdot \log_a b$. B. $\frac{1}{3} \cdot \log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. **D. $3 + \log_a b$.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_a(a^3b) = \log_a a^3 + \log_a b = 3 + \log_a b \quad (a, b > 0; a \neq 1).$$

Câu 62: Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng:

- A. $\frac{1}{2} \log a + \frac{1}{3} \log b$. B. $2 \log a + \log b$. **C. $2 \log a + 3 \log b$.** D. $\log a + 3 \log b$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log(a^2b^3) = \log a^2 + \log b^3 = 2 \log |a| + 3 \log b = 2 \log a + 3 \log b.$$

Câu 63: Cho $a > 0$, $a \neq 1$, khi đó $\log_a(a \cdot \sqrt[3]{a})$ bằng

- A. 4. **B. $\frac{4}{3}$.** C. $\frac{-4}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Với } a > 0, a \neq 1 \text{ nên ta có } \log_a(a \cdot \sqrt[3]{a}) = \log_a a + \log_a \sqrt[3]{a} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{Vậy } \log_a(a \cdot \sqrt[3]{a}) = \frac{4}{3}.$$

Câu 64: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_{a^2} \sqrt[4]{a^3}$ bằng

- A. $-\frac{3}{8}$. B. $\frac{3}{4}$. **C. $\frac{3}{8}$.** D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{a^2} \sqrt[4]{a^3} = \frac{1}{2} \cdot \log_a a^{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \log_a a = \frac{3}{8}.$$

Câu 65: Cho a là số thực dương, $a \neq 1$, khi đó $a^{\log_a 5}$ bằng

- A. $\log_5 a$. B. $\log_a 5$. C. a^5 . **D. 5.**

Lời giải

$$\text{Áp dụng công thức } a^{\log_a b} = b \text{ ta có } a^{\log_a 5} = 5.$$

Câu 66: Với a, b là hai số thực dương tùy ý, khi đó $\ln(ea^3b^2)$ bằng:

- A. $2\ln a + 3\ln b$. B. $3\ln a + 2\ln b$. C. $1 + 3\ln a + 2\ln b$. D. $1 + 6\ln a \cdot \ln b$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \ln(ea^3b^2) = \ln(e) + \ln(a^3) + \ln(b^2) = 1 + 3\ln a + 2\ln b.$$

Câu 67: Với a, b là các số thực dương bất kỳ, $\log_2 \frac{a}{b^4}$ bằng

- A. $\log_2 a - \log_2(4b)$. B. $\frac{1}{4}\log_2 \frac{a}{b}$. C. $2\log_2 \frac{a}{b}$. D. $\log_2 a - 4\log_2 b$.

Lời giải

$$\log_2 \frac{a}{b^4} = \log_2 a - \log_2 b^4 = \log_2 a - 4\log_2 b.$$

Câu 68: Cho a là số thực dương. Khi đó $\log_4 8a^3$ bằng

- A. $\frac{3}{2} + \log_2 a$. B. $\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\log_2 a$. C. $2 + 3\log_2 a$. D. $6 + 6\log_2 a$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_4 8a^3 = \log_4 8 + \log_4 a^3 = \log_{2^2} 2^3 + 3\log_{2^2} a = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\log_2 a.$$

Câu 69: Với mọi số thực a dương, $\log_5(5a)$ bằng

- A. $1 + \log_5 a$. B. $\log_5 a$. C. $5\log_5 a$. D. $1 - \log_5 a$.

Lời giải

$$\text{Suy ra } \log_5(5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a.$$

Câu 70: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(a^3)$ bằng

- A. $3\log_3 a$. B. $\frac{2}{3}\log_2 a$. C. $\frac{3}{2}\log_2 a$. D. $3 + \log_4 a$.

Lời giải

$$\text{Có } \log_4(a^3) = \log_{2^2}(a^3) = \frac{3}{2}\log_2 a.$$

Câu 71: Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a^2}{4}$ bằng

- A. $2(\log_2 a - 1)$. B. $\log_2 a - 2$. C. $\log_2 a - 1$. D. $2\log_2 a - 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2 \frac{a^2}{4} = \log_2 a^2 - \log_2 4 = 2\log_2 a - 2 = 2(\log_2 a - 1).$$

Câu 72: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_{\sqrt[3]{a}} a$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. $-\frac{1}{3}$. D. -3.

Lời giải

Với $a > 0$ và $a \neq 1$ ta có: $\log_{\sqrt[3]{a}} a = \log_{\frac{1}{a^3}} a = 3 \log_a a = 3$.

Câu 73: Với mọi số thực a dương, $\log_2^2 a^2$ bằng

- A. $2 \log_2^2 a$. B. $4 \log_2^2 a$. C. $2 \log_2 a^2$. D. $4 \log_2 a$.

Lời giải

$$\log_2^2 a^2 = (2 \log_2 a)^2 = 4 \log_2^2 a$$

Câu 74: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$

- A. $3 + \log_a b$. B. $3 \log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

Lời giải

Ta có: $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 75: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right)$ bằng

- A. $1 - \log_3 a$. B. $3 - \log_3 a$. C. $\frac{1}{\log_3 a}$. D. $1 + \log_3 a$.

Lời giải

Ta có $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right) = \log_3 3 - \log_3 a = 1 - \log_3 a$.

Câu 76: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 (5a)$ bằng

- A. $5 + \log_5 a$. B. $5 - \log_5 a$. C. $1 + \log_5 a$. D. $1 - \log_5 a$.

Lời giải

Ta có $\log_5 (5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$.

Câu 77: Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2 b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 8$. B. $2 \log_2 a - 3 \log_2 b = 8$.
C. $2 \log_2 a - 3 \log_2 b = 4$. D. $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 4$.

Lời giải

Ta có $\log_2 a^2 b^3 = \log_2 4^4 \Leftrightarrow 2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 8$.

Câu 78: Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log_3 (ab^3)$ bằng

- A. $\log_3 a + \frac{1}{3} \log_3 b$. B. $3(\log_3 a + \log_3 b)$. **C. $\log_3 a + 3 \log_3 b$.** D. $3 \log_3 a + \log_3 b$.

Lời giải

Ta có: $\log_3(ab^3) = \log_3 a + \log_3 b^3 = \log_3 a + 3 \log_3 b$.

Câu 79: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng

- A. $1 + \log_2 a$.** B. $1 - \log_2 a$. C. $2 - \log_2 a$. D. $2 + \log_2 a$.

Lời giải

$\log_2 2a = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$.

Câu 80: Với mọi số thực a dương, $\log_3\left(\frac{a^2}{9}\right)$ bằng

- A. $2(\log_3 a - 1)$** B. $\frac{1}{2} \log_3 a$ C. $\log_3 a - 1$ D. $\log_3 a + 2$

Lời giải

Câu 81: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a^2)$ bằng

- A. $3 + 2 \log_3 a$. B. $1 + \frac{1}{2} \log_3 a$. **C. $1 + 2 \log_3 a$.** D. $1 - 2 \log_3 a$.

Lời giải

Ta có: $\log_3(3a^2) = \log_3 3 + \log_3 a^2 = 1 + 2 \log_3 a$.

Câu 82: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a^3)$ bằng

- A. $6 \log a$. **B. $2 + 3 \log a$.** C. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \log a$. D. $3 + 3 \log a$.

Lời giải

Ta có $\log(100a^3) = \log 100 + \log a^3 = \log 10^2 + \log a^3 = 2 + 3 \log a$.

Câu 83: Với mọi số thực a dương và $a \neq 1$, $\log_{a^3}(3a)$ bằng

- A. $\log_a 3 - 1$. B. 1. C. $3(\log_a 3 + 1)$. **D. $\frac{1}{3}(\log_a 3 + 1)$.**

Lời giải

$\log_{a^3}(3a) = \frac{1}{3} \log_a(3a) = \frac{1}{3}(\log_a 3 + \log_a a) = \frac{1}{3}(\log_a 3 + 1)$

Câu 84: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^5$ bằng

- A. $5 + \log_2 a$ B. $\frac{1}{5} + \log_2 a$ C. $\frac{1}{5} \log_2 a$ **D. $5 \log_2 a$**

Lời giải

Ta có: $\log_2 a^5 = 5 \log_2 a$

Câu 85: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 \frac{25}{a}$ bằng

- A.** $2 - \log_5 a$. **B.** $\frac{5}{\log_5 a}$. **C.** $5 - \log_5 a$. **D.** $\frac{2}{\log_5 a}$.

Lời giải

Ta có $\log_5 \frac{25}{a} = \log_5 25 - \log_5 a = \log_5 5^2 - \log_5 a = 2 - \log_5 a$.

Câu 86: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_3 a^2 + \log_3 b = 5$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a^2 b = 9$. **B.** $a^2 b = 243$. **C.** $a^2 + b = 243$. **D.** $a^3 + b = 15$.

Lời giải

Ta có: $\log_3 a^2 + \log_3 b = 5 \Leftrightarrow \log_3 (a^2 \cdot b) = 5 \Leftrightarrow a^2 \cdot b = 3^5 \Leftrightarrow a^2 \cdot b = 243$.

Câu 87: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{\frac{1}{2}}(8a)$ bằng

- A.** $\frac{1}{2} + \log_2 a$. **B.** $-3 + \log_2 a$. **C.** $-(\log_2 a)^3$. **D.** $-3 - \log_2 a$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(8a) = -(\log_2 8 + \log_2 a) = -(\log_2 2^3 + \log_2 a) = -3 - \log_2 a$.

Câu 88: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a + 2 \log b = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a + b^2 = 1$. **B.** $a + 2b = 10$. **C.** $ab^2 = 10$. **D.** $a + b^2 = 10$.

Lời giải

$\log a + 2 \log b = 1 \Leftrightarrow \log a + \log b^2 = 1 \Leftrightarrow \log ab^2 = 1 \Leftrightarrow ab^2 = 10$.

Câu 89: Giả sử a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2 b^3 = 4^4$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 4$. **B.** $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 8$.
C. $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 32$. **D.** $2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 16$.

Lời giải

Ta có

$a^2 b^3 = 4^4 \Leftrightarrow \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 4^4 \Leftrightarrow \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = \log_2 2^8 \Leftrightarrow 2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 8$

Câu 90: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_3 a^2 + \log_3 b = 5$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a^2 b = 9$. **B.** $a^2 b = 243$. **C.** $a^2 + b = 243$. **D.** $a^3 + b = 15$.

Lời giải

Ta có: $\log_3 a^2 + \log_3 b = 5 \Leftrightarrow \log_3 (a^2 \cdot b) = 5 \Leftrightarrow a^2 \cdot b = 3^5 \Leftrightarrow a^2 \cdot b = 243$.

Câu 91: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_3 3a^2 + \log_3 b^3 = 4$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a^2 + b^3 + 1 = 81$. **B.** $a^2 b^3 = 27$. **C.** $a^2 + b^3 = 27$. **D.** $a^2 b^3 = 81$.

Lời giải

Ta có $\log_3 3a^2 + \log_3 b^3 = 4 \Leftrightarrow 1 + \log_3 a^2 + \log_3 b^3 = 4$

$\Leftrightarrow \log_3 a^2 + \log_3 b^3 = 3 \Leftrightarrow \log_3 a^2 b^3 = 3 \Leftrightarrow a^2 b^3 = 27.$

Câu 92: Với mọi số thực dương a, b thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} a^5 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{b} = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a^5 b = 3$. **B.** $a^5 = 3b$. **C.** $a^5 - \frac{1}{b} = 3$. **D.** $a^5 - \frac{1}{b} = 9$.

Lời giải

Ta có $\log_{\sqrt{3}} a^5 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{b} = 2 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} a^5 + \log_{\sqrt{3}} b = 2 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}} (a^5 b) = 2 \Leftrightarrow a^5 b = (\sqrt{3})^2 = 3.$

Câu 93: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $9 \ln^2 x + 4 \ln^2 y = 12 \ln x \cdot \ln y$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $x^3 = y^2$. **B.** $x = y$. **C.** $3x = 2y$. **D.** $x^3 = y^3$.

Lời giải

Ta có $9 \ln^2 x + 4 \ln^2 y = 12 \ln x \cdot \ln y \Leftrightarrow (3 \ln x - 2 \ln y)^2 = 0 \Leftrightarrow 3 \ln x = 2 \ln y \Leftrightarrow x^3 = y^2.$

Câu 94: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2 \log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a = 9b^2$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 6b$. **D.** $b = 9a$.

Lời giải

Ta có: $\log_3 a - 2 \log_9 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{a}{b} \right) = 2 \Leftrightarrow a = 9b.$

Câu 95: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a^3 + b = 32$. **B.** $a^3 + b = 25$. **C.** $a^3 b = 32$. **D.** $a^3 b = 25$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 5 \Leftrightarrow a^3 b = 32.$

Câu 96: Cho các số thực âm a, b thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} |a| - \log_3 b^2 = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\frac{a}{b^2} = -9$. **B.** $\frac{a}{b} = 3$. **C.** $\frac{a}{b^2} = -3$. **D.** $\frac{a}{b} = -3$.

Lời giải

Ta có $\log_{\sqrt{3}} |a| - \log_3 b^2 = 2 \Leftrightarrow \log_3 a^2 - \log_3 b^2 = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b} \right)^2 = 9.$

Theo giả thiết a, b là các số thực âm nên $\frac{a}{b} > 0$. Khi đó $\left(\frac{a}{b} \right)^2 = 9 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 3.$

Câu 97: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}} (2a) + \log_8 (b^9) = 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a + b^9 = 8$. **B.** $a^2 b^3 = 2$. **C.** $ab^3 = 4$. **D.** $ab^9 = 8$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt{2}}(2a) + \log_8 b^9 = 3 \Rightarrow \log_2(2a)^2 + \log_2 b^3 = 3 \Rightarrow 4a^2b^3 = 8 \Leftrightarrow a^2b^3 = 2$.

Câu 98: Cho a, b là các số dương thỏa mãn $4\log_3 a + 7\log_3 b = 2$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.** $4a + 7b = 2$. **B.** $a^4b^7 = 2$. **C.** $a^4b^7 = 9$. **D.** $4a + 7b = 9$.

Lời giải

Ta có: $4\log_3 a + 7\log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a^4 + \log_3 b^7 = 2 \Leftrightarrow \log_3 a^4b^7 = 2 \Leftrightarrow a^4b^7 = 9$.

Câu 99: Với mọi số thực dương a, b, c thỏa mãn $\log a^2 + \log b - \log c = 0$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a^2 + b - c = 0$. **B.** $a^2b - c = 0$. **C.** $a^2 + b - c = 1$. **D.** $a^2b - c = 1$.

Lời giải

Ta có: $\log a^2 + \log b - \log c = 0 \Leftrightarrow \log(a^2b) = \log c \Leftrightarrow a^2b = c \Leftrightarrow a^2b - c = 0$

Câu 100: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 2a^4 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a^4b = 32$. **B.** $a^4 + b = 32$. **C.** $a^4 + b = 16$. **D.** $a^4b = 16$.

Lời giải

$\log_2 2a^4 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow (2a^4b) = 2^5 \Leftrightarrow a^4b = 2^4 = 16$

Câu 101: Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_3 a^5 - \log_9 b^2 = 4$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a^5 - b = 27$. **B.** $\frac{a^5}{b} = 27$. **C.** $a^5 - b^2 = 81$. **D.** $\frac{a^5}{b} = 81$.

Lời giải

Ta có:

$\log_3 a^5 - \log_9 b^2 = 4 \Leftrightarrow \log_3 a^5 - \log_{3^2} b^2 = 4 \Leftrightarrow \log_3 a^5 - \log_3 b = 4 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a^5}{b} = 4 \Leftrightarrow \frac{a^5}{b} = 81$.

Câu 102: Biết $\log_2 x = 6\log_4 a - 4\log_2 \sqrt{b} - \log_{\frac{1}{2}} c$. Tìm kết luận đúng.

- A.** $x = \frac{ac^3}{b^2}$. **B.** $x = a^3 - b^2 + c$. **C.** $x = \frac{a^3c}{b^2}$. **D.** $x = \frac{a^3}{b^2c}$.

Lời giải

$\log_2 x = 6\log_4 a - 4\log_2 \sqrt{b} - \log_{\frac{1}{2}} c$

$\Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^3 - \log_2 b^2 + \log_2 c$

$\Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 \frac{a^3c}{b^2} \Leftrightarrow x = \frac{a^3c}{b^2}$.

Câu 103: Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

- A.** $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$. **B.** $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab}$.

C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$. **D.** $\log_6 45 = \frac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Lời giải

$$\log_6 45 = \frac{\log_3(5 \cdot 3^2)}{\log_3(2 \cdot 3)} = \frac{\log_3 5 + 2}{\log_3 2 + 1} = \frac{\frac{1}{b} + 2}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{a+2ab}{ab+b}.$$

Câu 104: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $2 \log_3 2 \cdot \log_2 a - 3 \log_{\sqrt{3}} b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = \frac{9}{b^3}$. **B.** $a = 4b$. **C.** $ab = 4$. **D.** $a = 9b^3$.

Lời giải

Ta có

$$2 \log_3 2 \cdot \log_2 a - 3 \log_{\sqrt{3}} b = 4$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_3 a - 3 \log_{\frac{1}{3^2}} b = 4 \Leftrightarrow \log_3 a - 3 \log_3 b = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b^3 = 2 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b^3} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 3^2 \Leftrightarrow a = 9b^3$$

Câu 105: Với mọi a, b thỏa mãn $\frac{\log_3 a \cdot \log_2 3}{1 + \log_2 5} + \log b = 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a + b = 1$. **B.** $a = 1 - b \log_2 5$. **C.** $ab = 10$. **D.** $a \log_2 5 + b = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{\log_3 a \cdot \log_2 3}{1 + \log_2 5} + \log b = 1 \Leftrightarrow \frac{\log_2 a}{\log_2 10} + \log b = 1 \Leftrightarrow \log a + \log b = 1 \Leftrightarrow \log ab = 1 \Leftrightarrow ab = 10.$$

Câu 106: Nếu $\log_2 x = 5 \log_2 a + 4 \log_2 b$ ($a, b > 0$) thì x bằng

A. $a^4 b^5$. **B.** $5a + 4b$. **C.** $4a + 5b$. **D.** $a^5 b^4$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2 x = 5 \log_2 a + 4 \log_2 b \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 b^4 \Leftrightarrow x = a^5 b^4.$$

Câu 107: Cho hai số thực dương a, b bất kì thỏa mãn $4 \ln^2 a + 9 \ln^2 b = 12 \ln a \cdot \ln b$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $3a = 2b$. **B.** $a^2 = b^3$. **C.** $2a = 3b$. **D.** $a^3 = b^2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 4 \ln^2 a + 9 \ln^2 b = 12 \ln a \cdot \ln b \Leftrightarrow (2 \ln a - 3 \ln b)^2 = 0 \Leftrightarrow 2 \ln a = 3 \ln b \Leftrightarrow a^2 = b^3.$$

Câu 108: Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 x = 2 \log_3 a + 3 \log_3 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = 2a + 3b$. **B.** $x = 3a + 2b$. **C.** $x = a^2 b^3$. **D.** $x = a^2 + b^3$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có

$$\log_3 x = 2\log_3 a + 3\log_3 b \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 a^2 + \log_3 b^3 \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 (a^2 b^3) \Leftrightarrow x = a^2 b^3$$

Câu 109: Với mọi a, b thỏa mãn $\frac{\log_3 a \cdot \log_2 3}{1 + \log_2 5} + \log b = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a = 1 - b \log_2 5$. **B.** $ab = 10$. **C.** $a \log_2 5 + b = 1$. **D.** $a + b = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{\log_3 a \cdot \log_2 3}{1 + \log_2 5} + \log b = 1 \Leftrightarrow \frac{\log_2 a}{\log_2 10} + \log b = 1 \Leftrightarrow \log a + \log b = 1$$

$$\Leftrightarrow \log(ab) = 1 \Leftrightarrow ab = 10.$$

Câu 110: Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_3 a + \log_3 b = \log_9(ab)$. Tính giá trị của ab .

- A.** $ab = 1$. **B.** $ab = 2$. **C.** $ab = \frac{1}{2}$. **D.** $ab = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_3 a + \log_3 b = \log_9(ab) \Leftrightarrow \log_3(ab) = \log_{3^2}(ab) \Leftrightarrow \log_3(ab) = \frac{1}{2} \log_3(ab)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_3(ab) = 0 \Leftrightarrow ab = 1.$$

Câu 111: Cho $\log_2 5 = a$; $\log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b .

- A.** $\log_5 24 = \frac{3+ab}{a}$. **B.** $\log_5 24 = \frac{a+3b}{a}$. **C.** $\log_5 24 = \frac{a+b}{3ab}$. **D.** $\log_5 24 = \frac{3a+b}{b}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_5 24 = \log_5 (3 \cdot 2^3) = \log_5 3 + 3\log_5 2 = \log_5 3 + \frac{3}{\log_2 5} = b + \frac{3}{a} = \frac{ab+3}{a}.$$

Câu 112: Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a(a^2 b^2) = 1$. Giá trị của $\log_{a^3} b$ bằng

- A.** $-\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** 1 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_a(a^2 b^2) = 1 \Leftrightarrow \log_a a^2 + \log_a b^2 = 1 \Leftrightarrow 2 + 2\log_a b = 1 \Leftrightarrow \log_a b = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy: } \log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b = -\frac{1}{6}.$$

Câu 113: Cho $a = \log_7 5$, $b = \log_3 5$. Biểu thức $M = \log_{21} 5$ bằng

- A.** $\frac{ab}{a+b}$. **B.** ab . **C.** $\frac{1}{ab}$. **D.** $\frac{a+b}{ab}$.

Lời giải

Ta có:

$$M = \log_{21} 5 = \frac{1}{\log_5 21} = \frac{1}{\log_5 (7 \cdot 3)} = \frac{1}{\log_5 7 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_7 5} + \frac{1}{\log_3 5}} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Câu 114: Cho $\log_2 3 = a$. Giá trị của biểu thức $P = \log_6 12$ tính theo a bằng

- A. $\frac{a}{2+a}$. B. $\frac{1+a}{2+a}$. C. $\frac{a}{1+a}$. D. $\frac{2+a}{1+a}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \log_6 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 6} = \frac{\log_2 (4 \cdot 3)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2 + \log_2 3}{1 + \log_2 3} = \frac{2+a}{1+a}.$$

Câu 115: Cho hai số tự nhiên x, y thỏa mãn $x \log_{28} 2 + y \log_{28} 7 = 2$. Giá trị của $x + y$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 8.

Lời giải

Ta có:

$$x \log_{28} 2 + y \log_{28} 7 = 2 \Leftrightarrow \log_{28} (2^x 7^y) = 2 \Leftrightarrow 2^x 7^y = 28^2$$

$$\Leftrightarrow 2^x 7^y = (2^2 7)^2 \Leftrightarrow 2^x 7^y = 2^4 7^2$$

Vì x, y là số tự nhiên nên $x = 4, y = 2 \Rightarrow x + y = 6$.

Câu 116: Cho $\log_{15} 30 = \frac{1 + a \log 3}{b \log 3 + c \log 5}$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $ab + c$ bằng

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{15} 30 = \frac{\log 30}{\log 15} = \frac{\log 10 + \log 3}{\log 3 + \log 5} = \frac{1 + \log 3}{\log 3 + \log 5}.$$

Suy ra: $a = 1, b = 1, c = 1 \Rightarrow ab + c = 2$

Câu 117: Biết x và y là hai số thực thỏa mãn $\log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

- A. $\log_{\frac{2}{3}} 2$. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải

$$\text{Đk } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x > 2y \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \log_4 x = \log_9 y = \log_6 (x - 2y) = t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4^t \\ y = 9^t \\ x - 2y = 6^t \end{cases} \Rightarrow 4^t - 2 \cdot 9^t = 6^t \Leftrightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^t - \left(\frac{2}{3}\right)^t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^t = -1 \text{ (loại)} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^t = 2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \frac{x}{y} = \left(\frac{4}{9}\right)^t = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^t\right]^2 = 4.$$

Câu 118: Với hai số thực dương a, b tùy ý và $\frac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $a = b \log_6 2$.

B. $a = 36b$.

C. $2a + 3b = 0$.

D. $a = b \log_6 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{\log_3 5 \log_5 a}{1 + \log_3 2} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \frac{\log_3 a}{\log_3 6} - \log_6 b = 2 \Leftrightarrow \log_6 a - \log_6 b = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_6 \frac{a}{b} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 36 \Leftrightarrow a = 36b.$$

Câu 119: Ba số $a + \log_2 3$; $a + \log_4 3$; $a + \log_8 3$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Công bội của cấp số nhân này bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Theo giả thiết, ta có:

$$\begin{aligned} (a + \log_4 3)^2 &= (a + \log_2 3)(a + \log_8 3) \Leftrightarrow a \log_2 3 + \left(\frac{1}{2} \log_2 3\right)^2 = \frac{4}{3} a \log_2 3 + \frac{1}{3} (\log_2 3)^2 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{3} a \log_2 3 = -\frac{1}{12} (\log_2 3)^2 \\ &\Leftrightarrow a = -\frac{1}{4} \log_2 3 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy: } q = \frac{a + \log_4 3}{a + \log_2 3} = \frac{-\frac{1}{4} \log_2 3 + \frac{1}{2} \log_2 3}{-\frac{1}{4} \log_2 3 + \log_2 3} = \frac{1}{3}$$

Câu 120: Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45 = \frac{a(m + nb)}{b(a + p)}$ thì $m + n + p$ bằng:

A. -3.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Ta có:

$$\log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 9 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3}$$

$$= \frac{\log_3 3^2 + \frac{1}{\log_5 3}}{\log_3 3 + \frac{1}{\log_2 3}} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{a(1 + 2b)}{b(a + 1)}.$$

Theo bài ra: $\log_6 45 = \frac{a(m + nb)}{b(a + p)}.$

Từ và ta có: $m = 1, n = 2, p = 1.$

Vậy $m + n + p = 4.$

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 3: HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT



I LÝ THUYẾT.

	Hàm số mũ	Hàm số logarit
Định nghĩa	Hàm số $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$) được gọi là hàm số mũ cơ số a .	Hàm số $y = \log_a x$, ($a > 0, a \neq 1$) được gọi là hàm số lôgarit cơ số a .
Tập xác định	$D = \mathbb{R}$	$D = (0, +\infty)$.
Tập giá trị	$T = (0, +\infty)$	$T = \mathbb{R}$
Tính đơn điệu	Khi $a > 1$: Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$ Khi $0 < a < 1$: Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$	Khi $a > 1$: Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên D; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$ Khi $0 < a < 1$: Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên D; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty$
	Đồ thị: - Đi qua điểm $(0;1)$ và $(1;a)$. - Liên tục trên $\mathbb{R}$. - Nằm ở phía trên trục hoành.	Đồ thị: - Đi qua điểm $(1;0)$ và $(a;1)$. - Liên tục trên $(0;+\infty)$. - Nằm ở bên phải trục tung.
Đồ thị		



HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ MŨ – LOGARIT

- Câu 1:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 9)$
- Câu 2:** Tìm tập xác định của hàm $y = \log_{2021}(3 - x)$
- Câu 3:** Tìm tập xác định của hàm $y = \log_2(2x - 3)$
- Câu 4:** Tìm tập xác định của hàm $y = 7^{\sqrt{x-3}}$
- Câu 5:** Tìm tập xác định của hàm $y = \log_3(2 - x)$
- Câu 6:** Tìm tập xác định của hàm $y = \log_{2022}(3x + 1)$
- Câu 7:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 3)$ là
- Câu 8:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.
- Câu 9:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ là
- Câu 10:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$
- Câu 11:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = e^{\frac{1}{\sqrt{x^2+mx+1}}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- Câu 12:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2 x - 1}$
- Câu 13:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2022}(3x - x^2)$.
- Câu 14:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$ là:
- Câu 15:** Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2021} \frac{x+3}{2-x}$ là:
- Câu 16:** Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- Câu 17:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 2)$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

DẠNG 2: BÀI TOÁN LÃI SUẤT KÉP

- Câu 18:** Lãi suất gửi tiền tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác Mạnh gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9%/tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6%/tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác Mạnh không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau một năm gửi tiền, bác Mạnh rút được số tiền là bao nhiêu?
- Câu 19:** Ông A gửi tiền tiết kiệm với lãi suất 8,1%/năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm Ông A được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?
- Câu 20:** Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc lẫn lãi?

- Câu 21:** Một người gửi số tiền 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất kép 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi suất sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Hỏi sau 3 năm không rút tiền gốc và lãi, số tiền trong ngân hàng của người đó gần nhất với số nào sau đây?
- Câu 22:** Tại thời điểm ban đầu nếu đầu tư P đô la với tỷ lệ lãi suất được tính gộp liên tục hàng năm không đổi là r thì giá trị tương lai của khoản đầu tư này sau t năm là $B(t) = P.e^{rt}$ đô la. Giả sử tỷ lệ lãi suất tính gộp hàng năm là 8%. Hỏi sau bao nhiêu năm thì số tiền đầu tư ban đầu tăng thêm ít nhất 50%.
- Câu 23:** Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng gồm cả gốc lẫn lãi?
- Câu 24:** Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?
- Câu 25:** Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 5,5% / năm, kì hạn 1 năm. Hỏi sau 4 năm, người đó rút cả vốn lẫn lãi được số tiền gần với số nào nhất trong các số tiền sau?
- Câu 26:** Một người gửi 200 vào ngân hàng với lãi suất 0,2% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 10 tháng người đó được lĩnh số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây?
- Câu 27:** Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,7% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 tháng, người đó được lĩnh số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?
- Câu 28:** Ông A gửi 200 triệu vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép, với lãi suất là 6,5% một năm và lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi. Sau 6 năm, số tiền lãi của ông bằng bao nhiêu?
- Câu 29:** Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1% một tháng. Cứ sau mỗi tháng kể từ ngày vay ông trả góp số tiền 5 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A trả hết nợ, biết tháng cuối cùng ông có thể trả số tiền ít hơn 5 triệu đồng?
- Câu 30:** Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền 100 000 000 đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là 1,2% và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.
- Câu 31:** Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp với lãi suất 0,5% / tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?
- Câu 32:** Một nhóm bạn thực hiện dự án khởi nghiệp làm tinh dầu tự nhiên từ cây xả. Trong bản kế hoạch nhóm đề ra vay ngân hàng 300 triệu đồng theo phương thức trả góp với lãi suất 0,5% / tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ chín nhóm bắt đầu trả 10 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng kể từ ngày vay nhóm trả hết nợ?

- Câu 33:** Anh A vay ngân hàng 600.000.000 đồng để mua xe ô tô với lãi suất 7,8% một năm. Anh A bắt đầu trả nợ cho ngân hàng theo cách: sau đúng 1 năm kể từ ngày vay anh bắt đầu trả nợ và hai lần trả nợ liên tiếp cách nhau đúng 1 năm. Số tiền trả nợ là như nhau ở mỗi lần và sau đúng 8 năm thì anh A trả hết nợ. Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian anh A trả nợ. Số tiền anh A trả nợ ngân hàng trong mỗi lần là:
- Câu 34:** Hai anh em An và Bình cùng vay tiền ở ngân hàng với lãi suất 0,7% một tháng với tổng số tiền vay là 200 triệu đồng. Sau đúng 1 tháng kể từ khi vay, mỗi người bắt đầu trả nợ cho ngân hàng khoản vay của mình. Mỗi tháng hai người trả số tiền bằng nhau cho ngân hàng để trừ vào tiền gốc và lãi. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì An cần 10 tháng, Bình cần 15 tháng. Hỏi số tiền mà mỗi người trả cho ngân hàng mỗi tháng là bao nhiêu?

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 3: HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT



I LÝ THUYẾT.

	Hàm số mũ	Hàm số logarit
Định nghĩa	Hàm số $y = a^x$, ($a > 0, a \neq 1$) được gọi là hàm số mũ cơ số a .	Hàm số $y = \log_a x$, ($a > 0, a \neq 1$) được gọi là hàm số lôgarit cơ số a .
Tập xác định	$D = \mathbb{R}$	$D = (0, +\infty)$.
Tập giá trị	$T = (0, +\infty)$	$T = \mathbb{R}$
Tính đơn điệu	Khi $a > 1$: Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = +\infty$ Khi $0 < a < 1$: Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x = 0$	Khi $a > 1$: Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên D; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$ Khi $0 < a < 1$: Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên D; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_a x = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = -\infty$
	Đồ thị: - Đi qua điểm $(0;1)$ và $(1;a)$. - Liên tục trên $\mathbb{R}$. - Nằm ở phía trên trục hoành.	Đồ thị: - Đi qua điểm $(1;0)$ và $(a;1)$. - Liên tục trên $(0;+\infty)$. - Nằm ở bên phải trục tung.
Đồ thị		



HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ MŨ – LOGARIT

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 9)$

Lời giải

$$\text{Điều kiện } x^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -3 \end{cases}.$$

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm $y = \log_{2021}(3 - x)$

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định là: } 3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3.$$

$$\text{Vậy hàm số có TXĐ: } D = (-\infty; 3).$$

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm $y = \log_2(2x - 3)$

Lời giải

$$\text{Hàm số } y = \log_2(2x - 3) \text{ xác định } \Leftrightarrow 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy tập xác định của hàm số là: } D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right).$$

Câu 4: Tìm tập xác định của hàm $y = 7^{\sqrt{x-3}}$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 3.$$

$$\text{Vậy tập xác định là } D = [3; +\infty).$$

Câu 5: Tìm tập xác định của hàm $y = \log_3(2 - x)$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } 2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2. \text{ Vậy tập xác định } D = (-\infty; 2).$$

Câu 6: Tìm tập xác định của hàm $y = \log_{2022}(3x + 1)$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } 3x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3}.$$

Câu 7: Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln(-x^2 + 3)$ là

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định: } -x^2 + 3 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}.$$

Câu 8: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \frac{x-3}{x+2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -2 \end{cases}$$

Vậy tập xác định $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$

Câu 9: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \ln(x-1)$ là

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} 2-x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Vậy $D = (1; 2)$.

Câu 10: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_5(4x - x^2)$

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số trên là $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = e^{\frac{1}{\sqrt{x^2+mx+1}}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 + mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Câu 12: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2 x - 1}$

Lời giải

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Vậy tập xác định $D = (0; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 13: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2022}(3x - x^2)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi: $3x - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3)$

Vậy $D = (0; 3)$

Câu 14: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$ là:

Lời giải

Điều kiện $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số: $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 15: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2021} \frac{x+3}{2-x}$ là:

Lời giải

Hàm số $y = \log_{2021} \frac{x+3}{2-x}$ xác định khi $\frac{x+3}{2-x} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Suy ra tập xác định của hàm số: $D = (-3; 2)$.

Câu 16: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 2x - m + 1 > 0$.

Để hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (-1)^2 - (-m + 1) < 0 \Leftrightarrow m < 0.$$

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 2)$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện: $x^2 - 2x - m + 2 > 0$.

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 2)$ có tập xác định $\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' = 1 + m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Do m nguyên thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ nên có 2022 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

DẠNG 2: BÀI TOÁN LÃI SUẤT KÉP

Câu 18: Lãi suất gửi tiền tiết kiệm của các ngân hàng trong thời gian qua liên tục thay đổi. Bác Mạnh gửi vào một ngân hàng số tiền 5 triệu đồng với lãi suất 0,7%/tháng. Sau sáu tháng gửi tiền, lãi suất tăng lên 0,9%/tháng. Đến tháng thứ 10 sau khi gửi tiền, lãi suất giảm xuống 0,6%/tháng và giữ ổn định. Biết rằng nếu bác Mạnh không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau một năm gửi tiền, bác Mạnh rút được số tiền là bao nhiêu?

Lời giải

Số tiền bác Mạnh thu được: $5(1 + 0,007)^6 (1 + 0,009)^3 (1 + 0,006)^3 = 5,452733453$ triệu đồng.

Câu 19: Ông A gửi tiền tiết kiệm với lãi suất 8,1%/năm và lãi suất hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm Ông A được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?

Lời giải

Gọi số tiền ban đầu ông A gửi tiết kiệm là B .

Theo công thức lãi kép ta có số tiền sau n năm là: $B(1+0,081)^n$.

Để số tiền tăng gấp đôi thì n phải thỏa mãn phương trình:

$$B(1+0,081)^n = 2B \Leftrightarrow (1,081)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,081} 2 \Leftrightarrow n = 8,899.$$

Như vậy sau 9 năm Ông A sẽ thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu.

Câu 20: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc lẫn lãi?

Lời giải

Theo công thức tính lãi suất kép, ta có vốn tích lũy sau n năm là $P_n = P(1+r)^n$ với P là vốn ban đầu, r là lãi suất.

$$\Rightarrow 300 = 100 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,06} 3 \approx 19.$$

Câu 21: Một người gửi số tiền 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất kép 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi suất sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Hỏi sau 3 năm không rút tiền gốc và lãi, số tiền trong ngân hàng của người đó gần nhất với số nào sau đây?

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi suất theo hình thức lãi kép: $P = A(1+r)^n$.

Trong đó: P là số tiền gồm vốn lẫn lãi tại thời điểm n tính từ thời điểm gửi; A là số tiền gửi vào ban đầu và $r(\%)$ là lãi suất.

$$\text{Với } \begin{cases} A = 300.000.000 \\ n = 3 \\ r = 6\% \end{cases}, \text{ suy ra } P = 300.000.000(1+6\%)^3 = 357.304.800 \approx 357.305.000.$$

Câu 22: Tại thời điểm ban đầu nếu đầu tư P đô la với tỷ lệ lãi suất được tính gộp liên tục hàng năm không đổi là r thì giá trị tương lai của khoản đầu tư này sau t năm là $B(t) = P.e^{rt}$ đô la. Giả sử tỷ lệ lãi suất tính gộp hàng năm là 8%. Hỏi sau bao nhiêu năm thì số tiền đầu tư ban đầu tăng thêm ít nhất 50%.

Lời giải

Theo đề ra ta có:

$$P.e^{0,08t} > 1,5P \Leftrightarrow e^{0,08t} > 1,5 \Rightarrow 0,08t > \ln 1,5 \Rightarrow t > \frac{\ln 1,5}{0,08} \approx 5,06.$$

Câu 23: Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng gồm cả gốc lẫn lãi?

Lời giải

Ta có: $S = A.(1+r)^n$. Để số tiền cả gốc lẫn lãi lớn hơn 100 triệu

$$\Rightarrow n > \log_{1+r} \left(\frac{S}{A} \right) = \log_{1+6\%} \left(\frac{100}{60} \right) \approx 8,766.$$

Câu 24: Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép ta có sau đúng 6 tháng, người đó lĩnh được số tiền:

$$\text{Ta có: } A_n = A_0(1+r)^n = 100.000.000 \left(1 + \frac{0,4}{100} \right)^6 = 102.424.128$$

Câu 25: Một người gửi 50 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép với lãi suất 5,5% / năm, kì hạn 1 năm. Hỏi sau 4 năm, người đó rút cả vốn lẫn lãi được số tiền gần với số nào nhất trong các số tiền sau?

Lời giải

Gọi số tiền ban đầu A . Lãi suất tính theo năm là r .

Số tiền cả vốn lẫn lãi sau n năm được tính theo công thức: $A_n = A(1+r)^n$.

$$\text{Thay số với } A=50; r=5,5\%, n=4 \text{ ta được số tiền là: } A_4 = 50. \left(1 + \frac{5,5}{100} \right)^4 = 61,94$$

Câu 26: Một người gửi 200 vào ngân hàng với lãi suất 0,2% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 10 tháng người đó được lĩnh số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây?

Lời giải

Theo công thức lãi kép ta có số tiền cả lãi và vốn sau 10 tháng là:

$$T = X(1+r)^n = 200(1+0.2\%)^{10} \approx 204,036 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 27: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,7% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 5 tháng, người đó được lĩnh số tiền gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

Lời giải

Sau 5 tháng, người đó được lĩnh số tiền là

$$S = 100.10^6. (1 + 0,7\%)^5 = 103.549.000 \text{ đồng.}$$

Câu 28: Ông A gửi 200 triệu vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép, với lãi suất là 6,5% một năm và lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi. Sau 6 năm, số tiền lãi của ông bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $T = A(1+r)^n = 200.(1+6,5\%)^6 \approx 292$ triệu.

Vậy số tiền lãi là $292 - 200 = 92$ triệu.

Câu 29: Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1% một tháng. Cứ sau mỗi tháng kể từ ngày vay ông trả góp số tiền 5 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A trả hết nợ, biết tháng cuối cùng ông có thể trả số tiền ít hơn 5 triệu đồng?

Lời giải

Sau n tháng, ông A còn vay số tiền là:

$$100(1+r)^n - 5 \left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1 \right] = 100(1+r)^n - 5 \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

với r là lãi suất/1 tháng.

$$\text{Để tháng thứ } n \text{ ông trả hết nợ thì: } 100(1,01)^n - 5 \frac{(1,01)^n - 1}{0,01} = 0 \Leftrightarrow (1,01)^n = \frac{5}{4} \Leftrightarrow n \approx 23 \text{ tháng.}$$

Câu 30: Ông Bình vay vốn ngân hàng với số tiền 100 000 000 đồng. Ông dự định sau đúng 5 năm thì trả hết nợ theo hình thức: sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ, hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau. Hỏi theo cách đó, số tiền a mà ông sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết lãi suất hàng tháng là 1,2% và không thay đổi trong thời gian ông hoàn nợ.

Lời giải

Gọi m , r , T_n , a lần lượt là số tiền vay ngân hàng, lãi suất hàng tháng, tổng số tiền vay còn lại sau n tháng, số tiền trả đều đặn mỗi tháng.

• Sau khi hết tháng thứ nhất ($n=1$) thì còn lại: $T_1 = m(r+1) - a$.

• Sau khi hết tháng thứ hai ($n=2$) thì còn lại: $T_2 = [m(r+1) - a](r+1) - a$

$$= m(r+1)^2 - a(r+1) - a = m(r+1)^2 - a(r+2) = m(r+1)^2 - \frac{a}{r} [(r+1)^2 - 1].$$

• Sau khi hết tháng thứ ba ($n=3$) thì còn: $T_3 = \left[m(r+1)^2 - \frac{a}{r} [(r+1)^2 - 1] \right] (r+1) - a$

$$= m(r+1)^3 - \frac{a}{r} [(r+1)^3 - 1].$$

⋮

• Sau khi hết tháng thứ n thì còn lại: $T_n = m(r+1)^n - \frac{a}{r} [(r+1)^n - 1]$

Áp dụng công thức trên, ta có $T_n = 0 \Leftrightarrow a = \frac{m(r+1)^n r}{(r+1)^n - 1} = \frac{12 \cdot 10^5 \left(\frac{1,2}{100} + 1\right)^{60}}{\left(\frac{1,2}{100} + 1\right)^{60} - 1}$.

Câu 31: Anh Nam vay tiền ngân hàng 1 tỷ đồng theo phương thức trả góp với lãi suất 0,5% / tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh Nam trả 30 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Nam trả hết nợ?

Gọi a là số tiền vay, r là lãi suất, m là số tiền hàng tháng trả.

Số tiền nợ sau tháng thứ nhất là: $N_1 = a(1+r) - m$.

Số tiền nợ sau tháng thứ hai là: $N_2 = [a(1+r) - m] + [a(1-r) - m]r - m$
 $= a(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]$

....

Số tiền nợ sau n tháng là:

$$N_n = a(1+r)^n - m[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1] = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Sau n tháng anh Nam trả hết nợ: $N_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$

$$\Leftrightarrow 1000(1+0,005)^n - 30 \frac{(1+0,005)^n - 1}{0,005} = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 36,55$$

Vậy 37 tháng thì anh Nam trả hết nợ.

Câu 32: Một nhóm bạn thực hiện dự án khởi nghiệp làm tinh dầu tự nhiên từ cây xả. Trong bản kế hoạch nhóm đề ra vay ngân hàng 300 triệu đồng theo phương thức trả góp với lãi suất 0,5% / tháng. Nếu cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ chín nhóm bắt đầu trả 10 triệu đồng. Hỏi sau bao nhiêu tháng kể từ ngày vay nhóm trả hết nợ?

Lời giải

Gọi a là tổng số tiền vay số tiền vay ngân hàng sau 8 tháng, r là lãi, m là số tiền hàng tháng trả.

Ta có: $a = 300(1+0,5\%)^8$

Số tiền nợ sau tháng thứ chín là: $N_1 = a(1+r) - m$.

Số tiền nợ sau tháng thứ mười là: $N_2 = [a(1+r) - m] + [a(1-r) - m]r - m$
 $= a(1+r)^2 - m[(1+r) + 1]$

....

Số tiền nợ sau tháng thứ $n+9$ là: $N_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r}$.

Sau $n+9$ tháng trả hết nợ: $N_n = a(1+r)^n - m \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0$.

$$\Leftrightarrow \left[300 \cdot (1 + 0,5\%)^8 \right] (1 + 0,5\%)^n - 10 \cdot \frac{(1 + 0,5\%)^n - 1}{0,5\%} = 0 \Rightarrow n \approx 23.$$

Vậy 31 tháng thì nhóm bạn trả hết nợ.

Câu 33: Anh A vay ngân hàng 600.000.000 đồng để mua xe ô tô với lãi suất 7,8% một năm. Anh A bắt đầu trả nợ cho ngân hàng theo cách: sau đúng 1 năm kể từ ngày vay anh bắt đầu trả nợ và hai lần trả nợ liên tiếp cách nhau đúng 1 năm. Số tiền trả nợ là như nhau ở mỗi lần và sau đúng 8 năm thì anh A trả hết nợ. Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt thời gian anh A trả nợ. Số tiền anh A trả nợ ngân hàng trong mỗi lần là:

Lời giải

Đặt $r = 7,8\%$

Gọi M là số tiền anh A trả hàng năm.

Sau năm thứ 1, số tiền còn lại: $V_1 = 600(1+r) - M$.

Sau năm thứ 2, số tiền còn lại: $V_2 = V_1(1+r) - M = 600(1+r)^2 - M(1+r) - M$.

.....

Sau năm thứ n , số tiền còn lại: $V_n = 600(1+r)^n - M(1+r)^{n-1} - \dots - M(1+r) - M$.

Vậy sau 8 năm anh A trả hết nợ, ta có:

$$600(1+r)^8 - M \frac{(1+r)^8 - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow M = \frac{600(1+r)^8 \cdot r}{(1+r)^8 - 1}$$

$$\Leftrightarrow M = \frac{600(1+7,8\%)^8 \cdot 7,8\%}{(1+7,8\%)^8 - 1} \approx 103,618 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 34: Hai anh em An và Bình cùng vay tiền ở ngân hàng với lãi suất 0,7% một tháng với tổng số tiền vay là 200 triệu đồng. Sau đúng 1 tháng kể từ khi vay, mỗi người bắt đầu trả nợ cho ngân hàng khoản vay của mình. Mỗi tháng hai người trả số tiền bằng nhau cho ngân hàng để trừ vào tiền gốc và lãi. Để trả hết gốc và lãi cho ngân hàng thì An cần 10 tháng, Bình cần 15 tháng. Hỏi số tiền mà mỗi người trả cho ngân hàng mỗi tháng là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi số tiền vay ban đầu là u_0 , tiền trả hàng tháng là x , lãi suất hàng tháng là 0,7%.

Số tiền còn lại sau 1 tháng: $u_1 = u_0 1,007 - x$.

Số tiền còn lại sau 2 tháng:

$$u_2 = u_1 1,007 - x = u_0 1,007^2 - 1,007x - x = u_0 1,007^2 - x(1 + 1,007).$$

Số tiền còn lại sau n tháng:

$$u_n = u_0 1,007^n - x(1 + 1,007 + 1,007^2 + \dots + 1,007^{n-1}) = u_0 1,007^n - x \frac{1,007^n - 1}{0,007}.$$

$$\text{Sau } n \text{ tháng thì hết nợ} \Rightarrow u_n = 0 \Leftrightarrow u_0 = \frac{x(1,007^n - 1)}{0,007 \cdot 1,007^n}.$$

Để trả hết nợ thì An cần 10 tháng và Bình cần 15 tháng, ta được:

$$\frac{x(1,007^{10} - 1)}{0,007 \cdot 1,007^{10}} + \frac{x(1,007^{15} - 1)}{0,007 \cdot 1,007^{15}} = 2 \cdot 10^8 \Leftrightarrow x = 8397\,068,067.$$

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 3: HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** (MĐ 103-2022) Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A. $a < c < b$. B. $a < b < c$. C. $b < a < c$. D. $c < a < b$.
- Câu 2:** (MĐ 104-2022) Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$. C. $c < a < b$. D. $b < a < c$.
- Câu 3:** (MĐ 101-2022) Tập xác định của hàm số $\log_3(x-4)$ là
- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; -4)$.
- Câu 4:** (MĐ 103-2022) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là
- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.
- Câu 5:** (MĐ 101-2022) Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?
- A. 7. B. 8. C. 9. D. Vô số.
- Câu 6:** (MĐ 101-2022) Với mọi số thực a dương tùy ý $4\log\sqrt{a}$ bằng
- A. $-2\log a$. B. $2\log a$. C. $-4\log a$. D. $8\log a$.
- Câu 7:** (MĐ 103-2022) Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng
- A. $1 - \log a$. B. $2 + \log a$. C. $2 - \log a$. D. $1 + \log a$.
- Câu 8:** (MĐ 103-2022) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng
- A. $3\log_a b$. B. $\log_a b$. C. $-3\log_a b$. D. $\frac{1}{3}\log_a b$.
- Câu 9:** (MĐ 104-2022) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng
- A. $\log_a b$. B. $-3\log_a b$. C. $\frac{1}{3}\log_a b$. D. $3\log_a b$.

- Câu 10: (TK 2020-2021)** Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng
- A. a^6 . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.
- Câu 11: (TK 2020-2021)** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng
- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2\log_3 a$ C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.
- Câu 12:** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng
- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. 4.
- Câu 13: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng
- A. -3. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. 3.
- Câu 14: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng
- A. 2. B. -2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 15: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng
- A. $\frac{1}{5}$. B. $-\frac{1}{5}$. C. 5. D. -5
- Câu 16:** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $a^3 b = 64$. B. $a^3 b = 36$. C. $a^3 + b = 64$. D. $a^3 + b = 36$.
- Câu 17: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1)** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a^3 + b = 64$. B. $a^3 b = 256$. C. $a^3 b = 64$. D. $a^3 + b = 256$.
- Câu 18: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1)** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a^3 + b = 49$. B. $a^3 b = 128$. C. $a^3 + b = 128$. D. $a^3 b = 49$.
- Câu 19: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1)** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?
- A. $a^3 b = 32$. B. $a^3 b = 25$. C. $a^3 + b = 25$. D. $a^3 + b = 32$.
- Câu 20:** Với $a > 0$ đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng
- A. $4b + 7$. B. $4b + 3$. C. $4b$. D. $4b - 1$.
- Câu 21:** Với $a > 0$, đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(4a^3)$ bằng
- A. $3b + 5$. B. $3b$. C. $3b + 2$. D. $3b - 1$.
- Câu 22: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2)** Với $a > 0$, đặt $\log_3(3a) = b$, khi đó $\log_3(9a^3)$ bằng
- A. $3b$. B. $3b - 1$. C. $3b + 2$. D. $3b + 5$.

- Câu 23:** (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Với $a > 0$, đặt $\log_3(3a) = b$ khi đó $\log_3(27a^4)$ bằng
 A. $4b + 3$. B. $4b$. C. $4b - 1$. D. $4b + 7$.
- Câu 24:** (Mã 105 2017) Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.
 A. $Q = b^{\frac{4}{3}}$ B. $Q = b^{\frac{4}{9}}$ C. $Q = b^{\frac{5}{9}}$ D. $Q = b^2$
- Câu 25:** (Mã 110 2017) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.
 A. $P = \sqrt{x}$ B. $P = x^{\frac{1}{8}}$ C. $P = x^{\frac{2}{9}}$ D. $P = x^2$
- Câu 26:** (Mã 102 2017) Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
 A. $P = x^{\frac{2}{3}}$ B. $P = x^{\frac{1}{2}}$ C. $P = x^{\frac{13}{24}}$ D. $P = x^{\frac{1}{4}}$
- Câu 27:** (Đề Tham Khảo 2017) Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016}$
 A. $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2016}$ B. $P = 1$ C. $P = 7 - 4\sqrt{3}$ D. $P = 7 + 4\sqrt{3}$
- Câu 28:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_a b$ bằng:
 A. $5 \log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5} \log_a b$.
- Câu 29:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_a b$ bằng
 A. $\frac{1}{2} + \log_a b$. B. $\frac{1}{2} \log_a b$. C. $2 + \log_a b$. D. $2 \log_a b$.
- Câu 30:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_a b$ bằng
 A. $3 + \log_a b$ B. $3 \log_a b$ C. $\frac{1}{3} + \log_a b$ D. $\frac{1}{3} \log_a b$
- Câu 31:** (Mã 103 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng
 A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$ B. $\ln \frac{7}{3}$ C. $\ln(4a)$ D. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$
- Câu 32:** (Mã 101 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:
 A. $\ln \frac{5}{3}$ B. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ C. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ D. $\ln(2a)$
- Câu 33:** (Mã 110 2017) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.
 A. $P = 13$ B. $P = 31$ C. $P = 30$ D. $P = 108$
- Câu 34:** (Mã 102 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng
 A. 4. B. 5. C. 2. D. 32.

Câu 35: (Đề Tham Khảo 2017) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$.

Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

- A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$ B. $P = -1 + \sqrt{3}$ C. $P = -1 - \sqrt{3}$ D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

Câu 36: (Mã 103 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

- A. 2. B. 8. C. 16. D. 4.

Câu 37: (Mã 101 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

Câu 38: (Mã 123 2017) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 6\log_a b$ B. $P = 27\log_a b$ C. $P = 15\log_a b$ D. $P = 9\log_a b$

Câu 39: (Mã 105 2017) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

- A. $I = \frac{5}{4}$ B. $I = 0$ C. $I = 4$ D. $I = \frac{3}{2}$

Câu 40: (Mã 104 2017) Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 5a + 3b$ B. $x = a^5 + b^3$ C. $x = a^5 b^3$ D. $x = 3a + 5b$

Câu 41: (Mã 104 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

- A. 6. B. 2. C. 3. D. 8.

Câu 42: (Mã 123 2017) Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- A. $P = 12$ B. $P = \frac{12}{7}$ C. $P = \frac{7}{12}$ D. $P = \frac{1}{12}$

Câu 43: (Mã 110 2017) Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính

$$M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x + 3y)}.$$

- A. $M = \frac{1}{2}$. B. $M = \frac{1}{3}$. C. $M = \frac{1}{4}$. D. $M = 1$

Câu 44: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Xét số thực a và b thỏa mãn $\log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + 2b = 2$. B. $4a + 2b = 1$. C. $4ab = 1$. D. $2a + 4b = 1$.

Câu 45: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

- A. 3. B. 6. C. 2. D. 12.

- Câu 46:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a = 9b^2$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 6b$. **D.** $a = 9b^2$.
- Câu 47:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a = 27b$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 27b^4$. **D.** $a = 27b^2$.
- Câu 48:** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a = 16b^2$. **B.** $a = 8b$. **C.** $a = 16b$. **D.** $a = 16b^4$.
- Câu 49:** (Đề Tham Khảo 2019) Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng
A. $\frac{3a}{4}$ **B.** $\frac{3}{4a}$ **C.** $\frac{4}{3a}$ **D.** $\frac{4a}{3}$
- Câu 50:** (Đề Minh Họa 2017) Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .
A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$ **B.** $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$
C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$ **D.** $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 3: HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** (MĐ 103-2022) Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A. $a < c < b$. B. $a < b < c$. C. $b < a < c$. D. $c < a < b$.

Lời giải

Chọn C

Vì $2 < \sqrt{5} < \sqrt{6}$ nên $3^2 < 3^{\sqrt{5}} < 3^{\sqrt{6}}$ hay $b < a < c$.

- Câu 2:** (MĐ 104-2022) Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
- A. $a < b < c$. B. $a < c < b$. C. $c < a < b$. D. $b < a < c$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $b = 3^2 = 3^{\sqrt{4}}$. Vì $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6}$ và $3 > 1$ nên $3^{\sqrt{4}} < 3^{\sqrt{5}} < 3^{\sqrt{6}}$. Vậy $b < a < c$.

- Câu 3:** (MĐ 101-2022) Tập xác định của hàm số $\log_3(x-4)$ là
- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; -4)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (4; +\infty)$.

- Câu 4:** (MĐ 103-2022) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là
- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là $(1; +\infty)$.

Câu 5: (MĐ 101-2022) Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $(6-x)(x+2) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 6$

$\Rightarrow TXD: D = (-2; 6) \xrightarrow{x \in D, x \in \mathbb{Z}} x \in \{-1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow$ có 7 giá trị của x thỏa mãn bài toán.

Câu 6: (MĐ 101-2022) Với mọi số thực a dương tùy ý $4 \log \sqrt{a}$ bằng

A. $-2 \log a$.

B. $2 \log a$.

C. $-4 \log a$.

D. $8 \log a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4 \log \sqrt{a} = 4 \log a^{\frac{1}{2}} = 4 \cdot \frac{1}{2} \log a = 2 \log a$.

Câu 7: (MĐ 103-2022) Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

A. $1 - \log a$.

B. $2 + \log a$.

C. $2 - \log a$.

D. $1 + \log a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log(100a) = \log 100 + \log a = 2 + \log a$.

Câu 8: (MĐ 103-2022) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

A. $3 \log_a b$.

B. $\log_a b$.

C. $-3 \log_a b$.

D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3 \log_a b$.

Câu 9: (MĐ 104-2022) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

A. $\log_a b$.

B. $-3 \log_a b$.

C. $\frac{1}{3} \log_a b$.

D. $3 \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

- Ta có $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = -1 \cdot (-3) \log_a b = 3 \log_a b$

Câu 10: (TK 2020-2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

A. a^6 .

B. $a^{\frac{3}{2}}$.

C. $a^{\frac{2}{3}}$.

D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ với mọi $a > 0$ và $m, n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

Câu 11: (TK 2020-2021) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2\log_3 a$ C. $(\log_3 a)^2$. **D. $2 + \log_3 a$.**

Lời giải

Ta có $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$.

Câu 12: Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

- A. 4. **B. $\frac{1}{4}$.** C. $-\frac{1}{4}$. D. 4.

Lời giải

Với $a > 0$ và $a \neq 1$ ta có: $\log_a \sqrt[4]{a} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4} \log_a a = \frac{1}{4}$.

Câu 13: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. -3. **B. $\frac{1}{3}$.** C. $-\frac{1}{3}$. D. 3.

Lời giải

Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có $\log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 14: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng

- A. 2. B. -2. C. $-\frac{1}{2}$. **D. $\frac{1}{2}$.**

Lời giải

Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có: $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a a = \frac{1}{2}$.

Câu 15: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$.** B. $-\frac{1}{5}$. C. 5. D. -5

Lời giải

Ta có $\log_a \sqrt[5]{a} = \log_a a^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$.

Câu 16: Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^3 b = 64$.** B. $a^3 b = 36$. C. $a^3 + b = 64$. D. $a^3 + b = 36$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 6 \Leftrightarrow a^3 b = 2^6 = 64$.

Câu 17: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 + b = 64$. B. $a^3 b = 256$. C. $a^3 b = 64$. D. $a^3 + b = 256$.

Lời giải

$$\log_2 a^3 + \log_2 b = 8 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 8 \Leftrightarrow a^3 b = 2^8 \Leftrightarrow a^3 b = 256$$

Câu 18: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 + b = 49$. B. $a^3 b = 128$. C. $a^3 + b = 128$. D. $a^3 b = 49$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } a > 0, b > 0. \text{ Ta có: } \log_2 a^3 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 7 \Leftrightarrow a^3 b = 2^7 \Leftrightarrow a^3 b = 128.$$

Câu 19: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $a^3 b = 32$. B. $a^3 b = 25$. C. $a^3 + b = 25$. D. $a^3 + b = 32$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 5 \Leftrightarrow a^3 b = 32.$$

Câu 20: Với $a > 0$ đặt $\log_2 (2a) = b$, khi đó $\log_2 (8a^4)$ bằng

- A. $4b + 7$. B. $4b + 3$. C. $4b$. D. $4b - 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2 (2a) = b \Leftrightarrow 1 + \log_2 a = b \Leftrightarrow \log_2 a = b - 1.$$

$$\text{Khi đó } \log_2 (8a^4) = 3 + \log_2 a^4 = 3 + 4 \log_2 a = 3 + 4(b - 1) = 4b - 1.$$

$$\text{Vậy } \log_2 (8a^4) = 4b - 1.$$

Câu 21: Với $a > 0$, đặt $\log_2 (2a) = b$, khi đó $\log_2 (4a^3)$ bằng

- A. $3b + 5$. B. $3b$. C. $3b + 2$. D. $3b - 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_2 (2a) = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$$

$$\Rightarrow \log_2 a = b - 1$$

$$\log_2 (4a^3) = \log_2 [(2a)^2 \cdot a] = \log_2 (2a)^2 + \log_2 a = 2b + b - 1 = 3b - 1.$$

Câu 22: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Với $a > 0$, đặt $\log_3 (3a) = b$, khi đó $\log_3 (9a^3)$ bằng

- A. $3b$. B. $3b - 1$. C. $3b + 2$. D. $3b + 5$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_3 (3a) = b \Rightarrow 1 + \log_3 a = b \Rightarrow \log_3 a = b - 1$$

Suy ra $\log_3(9a^2) = 2 + 3\log_3 a = 2 + 3(b-1) = 3b-1$.

- Câu 23:** (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Với $a > 0$, đặt $\log_3(3a) = b$ khi đó $\log_3(27a^4)$ bằng
- A. $4b+3$. B. $4b$. C. $4b-1$. D. $4b+7$.

Lời giải

Ta có $\log_3(3a) = b \Leftrightarrow 1 + \log_3 a = b \Rightarrow \log_3 a = b-1$

$\log_3(27a^4) = \log_3 27 + \log_3 a^4 = 3 + 4\log_3 a = 3 + 4(b-1) = 4b-1$

- Câu 24:** (Mã 105 2017) Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

- A. $Q = b^{\frac{4}{3}}$ B. $Q = b^{\frac{4}{3}}$ C. $Q = b^{\frac{5}{9}}$ D. $Q = b^2$

Lời giải

Chọn B

$Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b} = b^{\frac{5}{3}} : b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{4}{3}}$

- Câu 25:** (Mã 110 2017) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A. $P = \sqrt{x}$ B. $P = x^{\frac{1}{8}}$ C. $P = x^{\frac{2}{9}}$ D. $P = x^2$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$

- Câu 26:** (Mã 102 2017) Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{2}{3}}$ B. $P = x^{\frac{1}{2}}$ C. $P = x^{\frac{13}{24}}$ D. $P = x^{\frac{1}{4}}$

Lời giải

Chọn C

Ta có, với $x > 0$: $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot x^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x \cdot x^{\frac{7}{6}}} = \sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}} = x^{\frac{13}{24}}$.

- Câu 27:** (Đề Tham Khảo 2017) Tính giá trị của biểu thức $P = (7+4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3}-7)^{2016}$

- A. $P = (7+4\sqrt{3})^{2016}$ B. $P = 1$ C. $P = 7-4\sqrt{3}$ D. $P = 7+4\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D

$$P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (4\sqrt{3} - 7)^{2016} = (7 + 4\sqrt{3}) \cdot [(7 + 4\sqrt{3})(4\sqrt{3} - 7)]^{2016} \\ = (7 + 4\sqrt{3})(-1)^{2016} = 7 + 4\sqrt{3}.$$

Câu 28: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng:

- A. $5\log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. **D. $\frac{1}{5}\log_a b$.**

Lời giải

Chọn D

Câu 29: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_a b$. **B. $\frac{1}{2}\log_a b$.** C. $2 + \log_a b$. D. $2\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^2} b = \frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 30: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

- A. $3 + \log_a b$ B. $3\log_a b$ C. $\frac{1}{3} + \log_a b$ **D. $\frac{1}{3}\log_a b$**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^3} b = \frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 31: (Mã 103 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

- A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$ **B. $\ln \frac{7}{3}$** C. $\ln(4a)$ D. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$

Lời giải

Chọn B

$$\ln(7a) - \ln(3a) = \ln\left(\frac{7a}{3a}\right) = \ln \frac{7}{3}.$$

Câu 32: (Mã 101 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:

- A. $\ln \frac{5}{3}$** B. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ C. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ D. $\ln(2a)$

Lời giải

Chọn A

$$\ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5}{3}.$$

Câu 33: (Mã 110 2017) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

A. $P=13$

B. $P=31$

C. $P=30$

D. $P=108$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a (b^2 c^3) = 2\log_a b + 3\log_a c = 2.2 + 3.3 = 13$.

Câu 34: (Mã 102 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 32.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 a^3 b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3\log_2 a + 2\log_2 b = 5$

Câu 35: (Đề Tham Khảo 2017) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$

. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$

B. $P = -1 + \sqrt{3}$

C. $P = -1 - \sqrt{3}$

D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\log_a \sqrt{b} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a = 2, b = 2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P = -1 - \sqrt{3}$.

Câu 36: (Mã 103 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

A. 2.

B. 8.

C. 16.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 16 = 4$

Câu 37: (Mã 101 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

$4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2 (a^4 b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$.

Câu 38: (Mã 123 2017) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $P = 6 \log_a b$ **B.** $P = 27 \log_a b$ **C.** $P = 15 \log_a b$ **D.** $P = 9 \log_a b$

Lời giải

Chọn A

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 6 \log_a b.$$

Câu 39: (Mã 105 2017) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2 \log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

- A.** $I = \frac{5}{4}$ **B.** $I = 0$ **C.** $I = 4$ **D.** $I = \frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn D

$$I = 2 \log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = 2 \log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + 2 \log_{2^{-2}} b = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

Câu 40: (Mã 104 2017) Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $x = 5a + 3b$ **B.** $x = a^5 + b^3$ **C.** $x = a^5 b^3$ **D.** $x = 3a + 5b$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2 a^5 b^3 \Leftrightarrow x = a^5 b^3.$$

Câu 41: (Mã 104 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3 \log_2 b$ bằng

- A.** 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_2 a + 3 \log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2 (ab^3) = \log_2 8 = 3.$$

Câu 42: (Mã 123 2017) Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- A.** $P = 12$ **B.** $P = \frac{12}{7}$ **C.** $P = \frac{7}{12}$ **D.** $P = \frac{1}{12}$

Lời giải

Chọn B

$$P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}$$

Câu 43: (Mã 110 2017) Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính

$$M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}.$$

A. $M = \frac{1}{2}$.

B. $M = \frac{1}{3}$.

C. $M = \frac{1}{4}$.

D. $M = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x - 3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y$.

Khi đó $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)} = \frac{\log_{12} (12xy)}{\log_{12} (x + 3y)^2} = \frac{\log_{12} (36y^2)}{\log_{12} (36y^2)} = 1$.

Câu 44: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Xét số thực a và b thỏa mãn $\log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $a + 2b = 2$.

B. $4a + 2b = 1$.

C. $4ab = 1$.

D. $2a + 4b = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3 \Leftrightarrow \log_3 (3^a \cdot 3^{2b}) = \log_{3^2} 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3 3^{a+2b} = \log_3 3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a + 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a + 4b = 1.$$

Câu 45: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng

A. 3.

B. 6.

C. 2.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có : $4^{\log_2(ab)} = 3a$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) \cdot \log_2 4 = \log_2(3a)$$

$$\Leftrightarrow 2(\log_2 a + \log_2 b) = \log_2 a + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a + 2 \log_2 b = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab^2) = \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow ab^2 = 3$$

Câu 46: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2 \log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 9b^2$.

B. $a = 9b$

C. $a = 6b$.

D. $a = 9b^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_3 a - 2\log_9 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{a}{b}\right) = 2 \Leftrightarrow a = 9b$.

Câu 47: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a = 27b$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 27b^4$. **D.** $a = 27b^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3 a - 2\log_9 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 27 \Leftrightarrow a = 27b$.

Câu 48: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a = 16b^2$. **B.** $a = 8b$. **C.** $a = 16b$. **D.** $a = 16b^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$

$\Leftrightarrow \log_2 a - 2\log_{2^2} b = 4$

$\Leftrightarrow \log_2 a - 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 b = 4$

$\Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b = 4$

$\Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b} = 4$

$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = 2^4$

$\Leftrightarrow a = 16b$

Câu 49: (Đề Tham Khảo 2019) Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

- A.** $\frac{3a}{4}$ **B.** $\frac{3}{4a}$ **C.** $\frac{4}{3a}$ **D.** $\frac{4a}{3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{16} 27 = \frac{3}{4} \log_2 3 = \frac{3}{4 \cdot \log_3 2} = \frac{3}{4a}$

Câu 50: (Đề Minh Họa 2017) Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$ **B.** $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$

C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$ **D.** $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$

Lời giải

Chọn B

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{1 + a} = \frac{2a + \frac{\log_2 3}{\log_5 3}}{1 + a} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1 + a} = \frac{a + 2ab}{ab + b}$$

CASIO: Sto\Gán $A = \log_2 3, B = \log_5 3$ bằng cách: Nhập $\log_2 3 \backslash \text{shift} \backslash \text{Sto} \backslash A$ tương tự B

Thử từng đáp án A: $\frac{A + 2AB}{AB} - \log_6 45 \approx 1,34$ (Loại)

Thử đáp án C: $\frac{A + 2AB}{AB} - \log_6 45 = 0$ (chọn).

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 3: HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1: TẬP XÁC ĐỊNH

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 2x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = (\sqrt{3})^x$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $[0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \log_{0,5}(x+1)$ là:

- A. $D = (-1; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = (-\infty; -1)$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \ln x$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $[0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \log(x-1)$ là

- A. $[-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 7: Tập xác định D của hàm số $y = \ln(1-x)$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = (-\infty; 1)$. D. $D = (1; +\infty)$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-2)$ là:

- A. $(2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 9: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3(x+3)$.

- A. $D = (-3; +\infty)$. B. $D = [-3; +\infty)$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Câu 10: Tập xác định D của hàm số $y = \log x^4$ là

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 0)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

- Câu 11:** Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)^2$ là
A. $(-1; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1; +\infty)$.
- Câu 12:** Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \ln(15-x^2)$?
A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.
- Câu 13:** Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3-x)$ là
A. $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 3]$. **D.** $(-\infty; 3)$.
- Câu 14:** Tập xác định của hàm số $y = \ln(x-2) + \sqrt{9-x}$ là
A. $[9; +\infty)$. **B.** $[2; 9]$. **C.** $(2; 9)$. **D.** $(2; 9]$.
- Câu 15:** Tập xác định của hàm số $\ln(x-1)^2$ là:
A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $D = (1; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $D = [1; +\infty)$
- Câu 16:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x - m + 1)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.
A. $m < -3$. **B.** $m > 3$. **C.** $m > -3$. **D.** $m < 3$.
- Câu 17:** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2 x - 1}$ là
A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; +\infty) \setminus \{2\}$. **D.** $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.
- Câu 18:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x + 2022 - m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?
A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2019.

DẠNG 2: SỰ BIẾN THIÊN

- Câu 19:** Trong bốn hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = 2022^x$. **B.** $y = \left(\frac{2022}{2021}\right)^x$. **C.** $y = \log_{2022} x$. **D.** $y = \left(\frac{2021}{2022}\right)^x$.
- Câu 20:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$. **B.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **C.** $y = 2005^x$. **D.** $y = 2022$.
- Câu 21:** Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên tập xác định.
A. $y = 0.3^x$. **B.** $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **C.** $y = \log_{\frac{3}{2}} x$. **D.** $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.
- Câu 22:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = (2 - \sqrt{2})^x$. **B.** $y = (\sqrt{3} - 1)^x$. **C.** $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **D.** $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$.

Câu 23: Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = 5^x$. C. $y = (0,5)^x$. D. $y = \log_{0,5} x$.

Câu 24: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. B. $y = e^x$. C. $y = 2022^x$. D. $y = 2^x$.

Câu 25: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (\sqrt{5} - 2)^x$. B. $y = \sqrt{\pi^x}$. C. $y = 2021^x$. D. e^x .

Câu 26: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó.

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_2 x$. C. $y = \log_{\frac{e}{\pi}} x$. D. $y = \log_{\pi} x$.

Câu 27: Hàm số nào đồng biến trên toàn tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{2}} x$. B. $y = (2\sqrt{2})^{-x}$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. D. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

Câu 28: Hàm số nào trong các hàm số sau đây đồng biến trên $(0; +\infty)$

- A. $y = (\sqrt{2} - 1)^x$. B. $y = \log_9 x$. C. $y = (0,6)^x$. D. $\log_{0,7} x$.

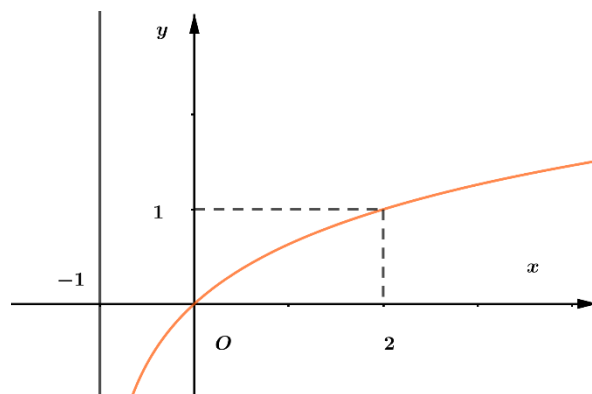
Câu 29: Cho hàm số mũ $y = (6 - a)^x$ với a là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên a để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 3. B. 6. C. 5. D. 4.

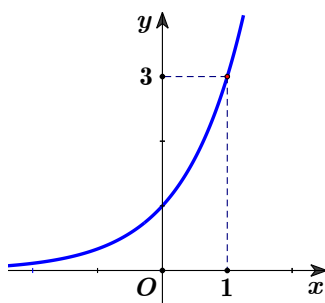
DẠNG 3: ĐỒ THỊ

Câu 30: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \log_2 x + 1$. B. $y = \log_2(x + 1)$.
C. $y = \log_3 x$. D. $\log_3(x + 1)$.

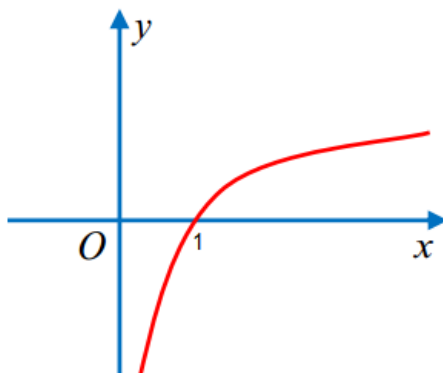


Câu 31: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



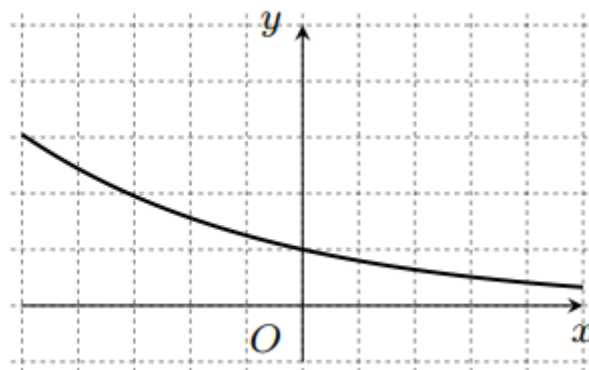
- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = 3^x$.

Câu 32: Đồ thị sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các phương án A, B, C, **D**. Hỏi đó là hàm số nào?



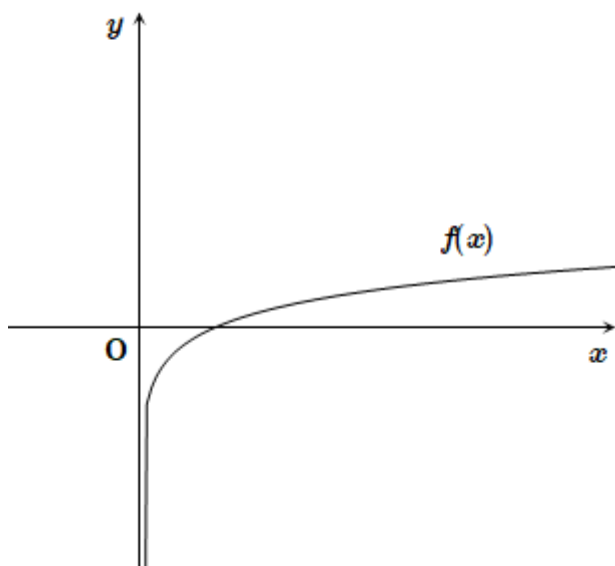
- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \frac{1}{2^x}$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. D. $y = 2^x$.

Câu 33: Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào sau đây?



- A. $y = \log_2 x$. B. $y = (0,8)^x$. C. $y = \log_{0,4} x$. D. $y = (\sqrt{2})^x$.

Câu 34: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ có thể là hàm số nào dưới đây?

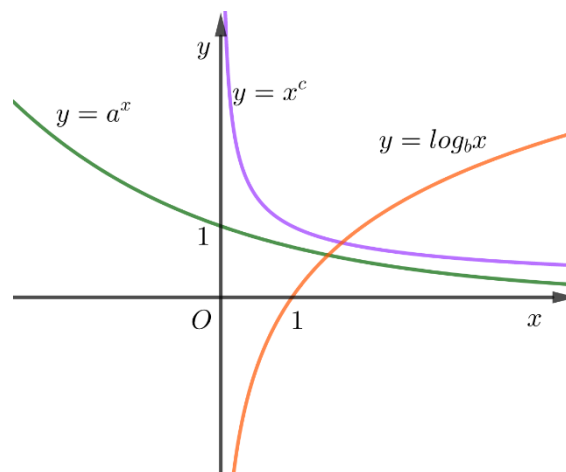


- A. $y = e^{-x}$. B. $y = \log x$. C. $y = -\ln x$. D. $y = e^x$.

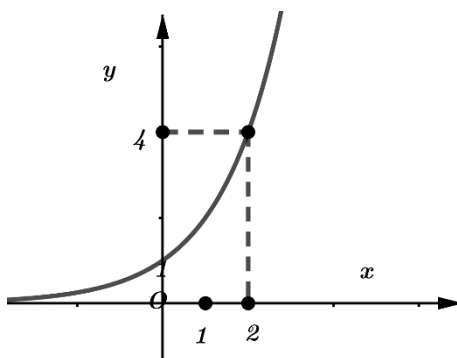
Câu 35: Cho các đồ thị hàm số $y = a^x, y = \log_b x, y = x^c$ ở hình vẽ sau đây.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < c < 1 < a < b$. B. $c < 0 < a < 1 < b$.
C. $c < 0 < a < b < 1$. D. $0 < c < a < b < 1$.

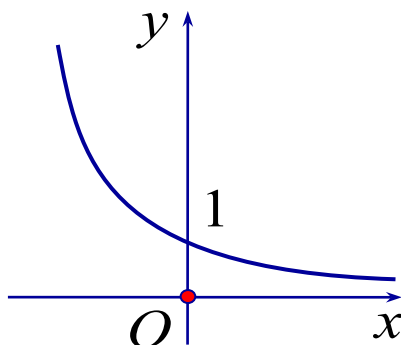


Câu 36: Đồ thị của hàm số sau là đồ thị của hàm số nào?



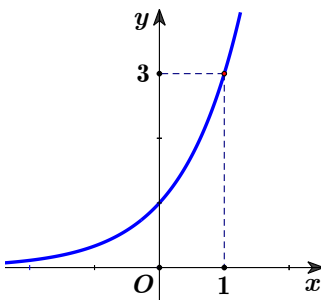
- A. $y = x^2$. B. $y = 3^x$. C. $y = \log_3 x$. D. $y = 2^x$.

Câu 37: Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



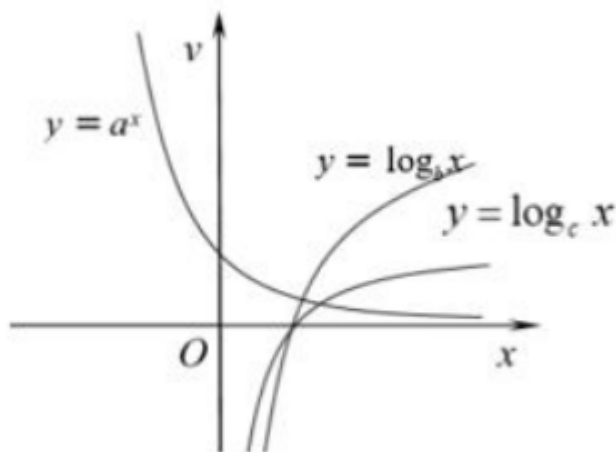
- A. $(0, 4)^x$. B. $y = (\sqrt{2})^x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \log_{0,4} x$.

Câu 38: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = 2^x$. B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = 3^x$.

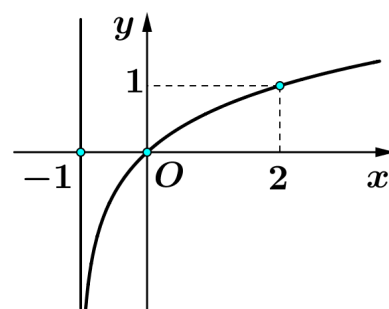
Câu 39: Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn khẳng định **đúng**?



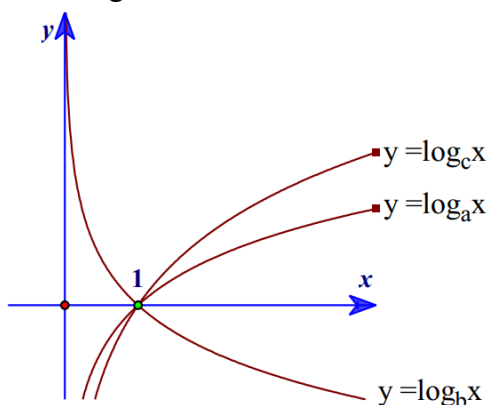
- A. $b > c > a$. B. $b > a > c$. C. $a > b > c$ D. $c > b > a$.

Câu 40: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \log_2 x + 1$. B. $y = \log_2 (x + 1)$.
C. $y = \log_3 x$. D. $y = \log_3 (x + 1)$.



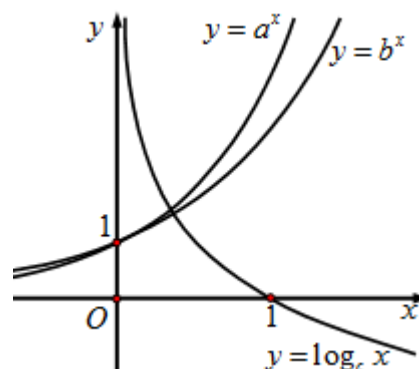
Câu 41: Cho các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn mệnh đề **đúng**.



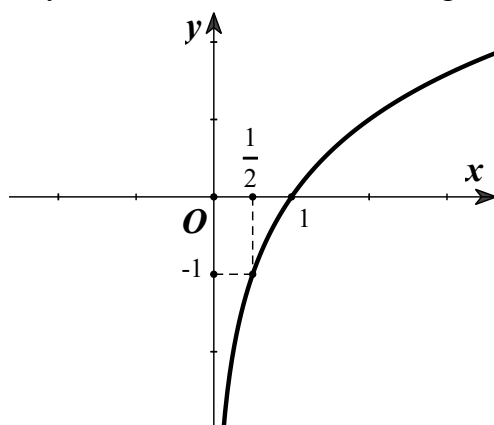
- A. $a > c > b$. B. $a > b > c$. C. $c > a > b$. D. $b > c > a$.

Câu 42: Cho đồ thị hàm số $y = a^x$; $y = b^x$; $y = \log_c x$ như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của a, b, c .

- A. $c < b < a$. B. $b < a < c$.
C. $a < b < c$. D. $c < a < b$.

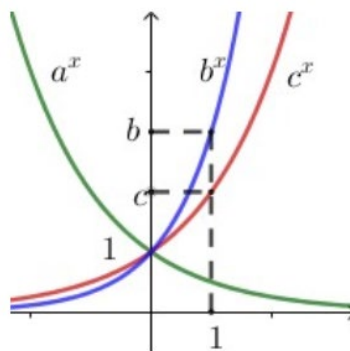


Câu 43: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?



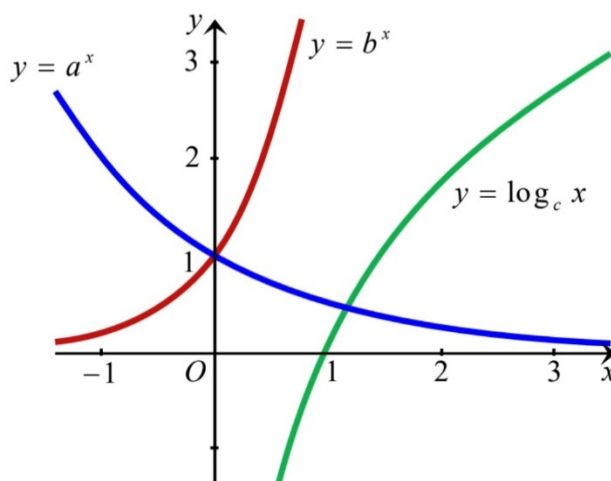
- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_2 x^2$. C. $y = \log_2 2x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 44: Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho ở hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a < b < c$. B. $b < c < a$. C. $c < a < b$. D. $a < c < b$.

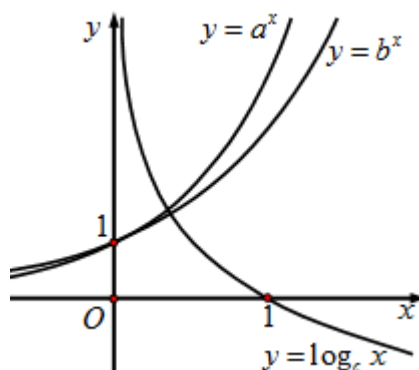
Câu 45: Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

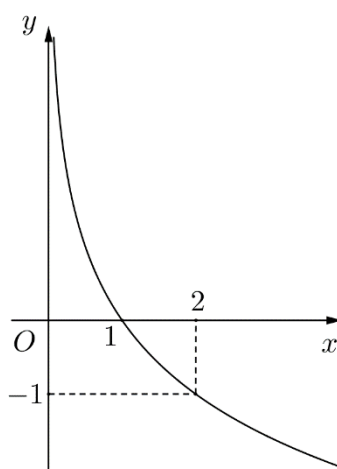
- A. $a < b < c$. B. $a < b = c$. C. $b < c < a$. D. $a < c < b$.

Câu 46: Cho đồ thị hàm số $y = a^x$; $y = b^x$; $y = \log_c x$ như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của a, b, c .



- A. $c < b < a$. B. $b < a < c$. C. $a < b < c$. D. $c < a < b$.

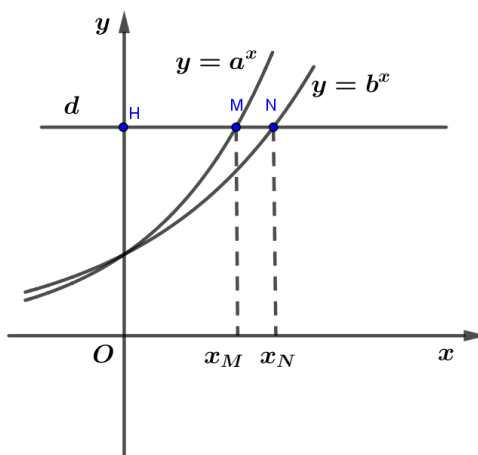
Câu 47: Cho hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị của a bằng

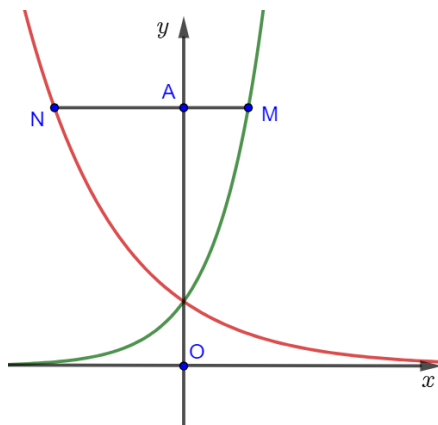
- A. $a = 2$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $a = \sqrt{2}$.

Câu 48: Cho a, b là các số thực dương khác 1, đường thẳng d song song trục hoành cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$, đồ thị hàm số $y = b^x$ lần lượt tại H, M, N . Biết $HM = 3MN$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $4a = 3b$. B. $b^4 = a^3$. C. $b^3 = a^4$. D. $3a = 4b$.

Câu 49: Cho số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đồ thị $y = 4^x, y = a^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$. Giá trị của a bằng



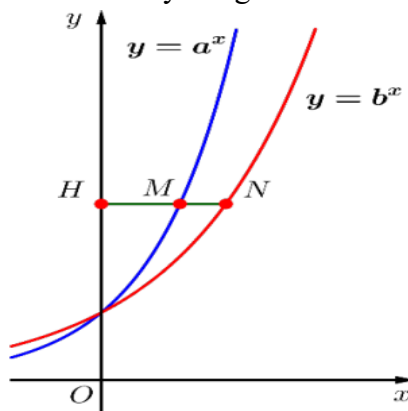
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 50: Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) qua điểm $I(1;1)$.

Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2022}\right)$ bằng

- A. -2022 . B. 2021 . C. 2022 . D. -2020 .

Câu 51: Cho các hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ với a, b là những số thực dương khác 1, có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y = 3$ cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại H, M, N . Biết rằng $2HM = 3MN$, khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $a^5 = b^3$ B. $3a = 5b$ C. $a^2 = b^3$ D. $a^3 = b^5$

DẠNG 4: BÀI TOÁN LÃI SUẤT

- Câu 52:** Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu bao gồm cả gốc lẫn lãi?
- A. 20 năm. B. 18 năm. C. 21 năm. D. 19 năm.
- Câu 53:** Ông A gửi 100 triệu vào ngân hàng theo hình thức lãi kép trong một thời gian khá lâu với lãi suất ổn định trong suốt thời gian tiết kiệm là 10%/1 năm. Tết năm nay do dịch bệnh nên ông rút hết tiền trong ngân hàng ra để gia đình chi tiêu. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra 10 triệu để sắm sửa đồ Tết thì ông còn 240 triệu. Hỏi ông đã gửi tiết kiệm trong bao nhiêu năm?
- A. 9 năm. B. 20 năm. C. 12 năm. D. 10 năm.
- Câu 54:** Ông Nguyễn Văn B là thương binh hạng 4/4, được hưởng trợ cấp hàng tháng là 2082000 đồng. Do tình hình dịch bệnh Covid-19 diễn biến phức tạp nên từ tháng 4 năm 2021 ông không đi lĩnh tiền mà nhờ thủ quỹ lập một sổ tiết kiệm ở ngân hàng để gửi số tiền hàng tháng vào đó với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi đến đầu tháng 4 năm 2022 ông đến ngân hàng nhận được số tiền là bao nhiêu?
- A. 25 811 054 đồng. B. 2 210 413 đồng. C. 25 682 641 đồng. D. 27 893 054 đồng.
- Câu 55:** Ông Nguyễn Văn B là thương binh hạng 4/4, được hưởng trợ cấp hàng tháng là 2082000 đồng. Do tình hình dịch bệnh Covid-19 diễn biến phức tạp nên từ tháng 4 năm 2021 ông không đi lĩnh tiền mà nhờ thủ quỹ lập một sổ tiết kiệm ở ngân hàng để gửi số tiền hàng tháng vào đó với lãi suất 0,5% / tháng. Hỏi đến đầu tháng 4 năm 2022 ông đến ngân hàng nhận được số tiền là bao nhiêu?
- A. 25 811 054 đồng. B. 2 210 413 đồng. C. 25 682 641 đồng. D. 27 893 054 đồng.
- Câu 56:** Đầu mỗi tháng, anh Hiếu gửi tiết kiệm ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với hình thức lãi kép, lãi suất là 0,5%/ tháng. Hỏi sau đúng 5 năm thì anh Hiếu nhận được số tiền cả gốc và lãi gần nhất với số tiền nào dưới đây, giả sử rằng trong suốt quá trình gửi, anh Hiếu không rút tiền ra và lãi suất của ngân hàng không thay đổi.
- A. $600 + 10 \cdot 1,005^{60}$. B. $10 \cdot 1,005 \cdot \frac{1,005^{60} - 1}{0,005}$.
- C. $10 \cdot 1,005^{60}$. D. $10 \cdot \frac{1,005^{60} - 1}{0,005}$.
- Câu 57:** Gia đình nhà bác Long Thắm gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 10 năm, nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà nhà bác Long Thắm nhận được gồm cả gốc lẫn lãi tính theo công thức nào dưới đây?
- A. $10^8 \cdot (1 + 0,07)^9$. B. $10^8 (1 + 0,7)^{10}$. C. $10^8 \cdot (1 + 0,07)^{10}$. D. $10^8 \cdot 0,07^{10}$.
- Câu 58:** Bác Minh gửi 60 triệu vào ngân hàng kì hạn 1 năm với lãi suất 5,6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm bác Minh nhận được số tiền nhiều hơn 120 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi?
- A. 11 năm. B. 12 năm. C. 13 năm. D. 14 năm.

- Câu 59:** Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?
- A. 8% . B. 7% . C. 6% D. 5% .
- Câu 60:** Một người gửi số tiền 3 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,55% / tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Số tiền người đó lãnh được sau hai năm, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi là:
- A. $3 \cdot (1,0055)^2$ triệu đồng. B. $3 \cdot (1,0055)^{24}$ triệu đồng.
C. $3 \cdot (1,055)^{24}$ triệu đồng. D. $(3,0055)^{24}$ triệu đồng.
- Câu 61:** Vào ngày 15 hàng tháng, ông An đều đến gửi tiết kiệm tại ngân hàng với số tiền 5 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi trong suốt quá trình gửi là 0,6% / tháng. Hỏi sau đúng ba năm, ông An thu được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu?
- A. 195251000 . B. 195252000 . C. 201450000 . D. 201453000 .
- Câu 62:** Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó lĩnh được số tiền nhiều hơn 200 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không đổi?
- A. 11 năm. B. 12 năm. C. 10 năm. D. 9 năm.
- Câu 63:** Vợ chồng nhà chị Thơm vay ngân hàng 400 triệu đồng để mua nhà với hình thức trả góp, chị chọn gói lãi suất ưu đãi cố định 0,5% tháng trong 12 tháng đầu và sang tháng thứ 13 trở đi thì ngân hàng tính lãi suất thả nổi theo quy định. Gia đình chị hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày vay thì bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là 15 triệu đồng. Sau khi hết 12 tháng ưu đãi thì chị Thơm phải trả lãi suất thả nổi là 1% tháng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó và lãi suất thả nổi của ngân hàng không thay đổi trong thời gian chị Thơm hoàn nợ. Hỏi chị Thơm cần bao nhiêu tháng để trả hết nợ ngân hàng kể từ khi vay?
- A. 17 tháng. B. 29 tháng. C. 30 tháng. D. 18 tháng.
- Câu 64:** Bạn Bình được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 0,45% một tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng Bình rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng Bình rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng 4 năm vừa hết số tiền trong sổ tiết kiệm?
- A. 4620000 . B. 4529000 . C. 4756000 . D. 4642000 .

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 3: HÀM SỐ MŨ – HÀM SỐ LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1: TẬP XÁC ĐỊNH

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 2x$ là

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_3 2x$ xác định khi $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Hàm số $y = 8^x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = (\sqrt{3})^x$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định hàm số $y = (\sqrt{3})^x$ là $\mathbb{R}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \log_{0,5}(x+1)$ là:

A. $D = (-1; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. $D = (0; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; -1)$.

Lời giải

Hàm số $\log_{0,5}(x+1)$ xác định khi và chỉ khi $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (-1; +\infty)$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \ln x$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $[0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \ln x$ có tập xác định là $D = (0; +\infty)$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \log(x-1)$ là

- A.** $[-1; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Câu 7: Tập xác định D của hàm số $y = \ln(1-x)$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = (-\infty; 1)$. **D.** $D = (1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-2)$ là:

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện: $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-2)$ là $(2; +\infty)$.

Câu 9: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_3(x+3)$.

- A.** $D = (-3; +\infty)$. **B.** $D = [-3; +\infty)$. **C.** $D = (0; +\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$. Vậy TXĐ của hàm số $D = (-3; +\infty)$.

Câu 10: Tập xác định D của hàm số $y = \log x^4$ là

- A.** $D = (0; +\infty)$. **B.** $D = (-\infty; 0)$. **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định $x^4 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)^2$ là

- A.** $(-1; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $(x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 12: Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \ln(15-x^2)$?

- A.** 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

ĐKXĐ: $15 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{15} < x < \sqrt{15}$. Do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - x)$ là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3]$. **D. $(-\infty; 3)$.**

Lời giải

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $(0; +\infty)$. **C. $(0; +\infty) \setminus \{2\}$.** D. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y = \ln(x - 2) + \sqrt{9 - x}$ là

- A. $[9; +\infty)$. B. $[2; 9]$. C. $(2; 9)$. **D. $(2; 9]$.**

Lời giải

Ta có điều kiện xác định của hàm số $\begin{cases} x - 2 > 0 \\ 9 - x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (2; 9]$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $\ln(x - 1)^2$ là:

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.** B. $D = (1; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $D = [1; +\infty)$

Lời giải

Điều kiện hàm số có nghĩa là $(x - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x - m + 1)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $m < -3$.** B. $m > 3$. C. $m > -3$. D. $m < 3$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x - m + 1)$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 4x - m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4 + m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -3$$

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2 x - 1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; +\infty) \setminus \{2\}$. **D. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.**

Lời giải

$$\text{Tập xác định của hàm số } \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; +\infty) \setminus \{2\}$$

Câu 18: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x + 2022 - m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- A. 2022. B. 2021. **C. 2020.** D. 2019.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x^2 - 2x + 2022 - m > 0$.

Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x + 2022 - m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$x^2 - 2x + 2022 - m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 1 - (2022 - m) < 0 \Leftrightarrow m < 2021.$$

Vậy có 2020 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

DẠNG 2: SỰ BIẾN THIÊN

Câu 19: Trong bốn hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = 2022^x$. B. $y = \left(\frac{2022}{2021}\right)^x$. C. $y = \log_{2022} x$. **D. $y = \left(\frac{2021}{2022}\right)^x$.**

Lời giải

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$.

Câu 20: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$. B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. **C. $y = 2005^x$.** D. $y = 2022$.

Lời giải

Ta có $y = 2005^x$ có $2005 > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 21: Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên tập xác định.

- A. $y = 0.3^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **C. $y = \log_{\frac{3}{2}} x$.** D. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Lời giải

Ta có $\frac{3}{2} > 1$ suy ra hàm số $y = \log_{\frac{3}{2}} x$ đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 22: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (2 - \sqrt{2})^x$. B. $y = (\sqrt{3} - 1)^x$. **C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.** D. $\left(\frac{e}{4}\right)^x$.

Lời giải

Xét hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ với $a = \frac{\pi}{3} > 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 23: Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = 5^x$. **C. $y = (0,5)^x$.** D. $y = \log_{0,5} x$.

Lời giải

Hàm số $y = (0,5)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ vì $0 < 0,5 < 1$.

Câu 24: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$.

B. $y = e^x$.

C. $y = 2022^x$.

D. $y = 2^x$.

Lời giải

Hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0 < a < 1$.

Câu 25: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = (\sqrt{5} - 2)^x$.

B. $y = \sqrt{\pi^x}$.

C. $y = 2021^x$.

D. e^x .

Lời giải

Ta có $0 < \sqrt{5} - 2 < 1$ nên hàm số $y = (\sqrt{5} - 2)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 26: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó.

A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$.

B. $y = \log_2 x$.

C. $y = \log_{\frac{e}{\pi}} x$.

D. $y = \log_{\pi} x$.

Lời giải

Hàm số logarit $y = \log_{\frac{e}{\pi}} x$ với cơ số $a = \frac{e}{\pi}, 0 < a < 1$ là hàm số nghịch biến trên tập xác định, các hàm số logarit $y = \log_{\sqrt{3}} x$, $y = \log_2 x$ và $y = \log_{\pi} x$ có cơ số lớn hơn 1 là các hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 27: Hàm số nào đồng biến trên toàn tập xác định của nó?

A. $y = \log_{\sqrt{2}} x$.

B. $y = (2\sqrt{2})^{-x}$.

C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

D. $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_{\sqrt{2}} x$ có cơ số $a = \sqrt{2} > 1$ nên đồng biến trên tập xác định của nó là $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = (2\sqrt{2})^{-x} = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^x$ có cơ số $0 < a = \frac{1}{2\sqrt{2}} < 1$ nên nghịch biến trên tập xác định của nó là $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ có cơ số $0 < a = \frac{1}{2} < 1$ nên nghịch biến trên tập xác định của nó là $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{\pi}\right)^x$ có cơ số $0 < a = \frac{e}{\pi} < 1$ nên nghịch biến trên tập xác định của nó là $\mathbb{R}$.

Câu 28: Hàm số nào trong các hàm số sau đây đồng biến trên $(0; +\infty)$

A. $y = (\sqrt{2} - 1)^x$.

B. $y = \log_9 x$.

C. $y = (0,6)^x$.

D. $\log_{0,7} x$.

Lời giải

Ta có $y = \log_9 x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$, vì cơ số $a = 9 > 1$.

Câu 29: Cho hàm số mũ $y = (6 - a)^x$ với a là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên a để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

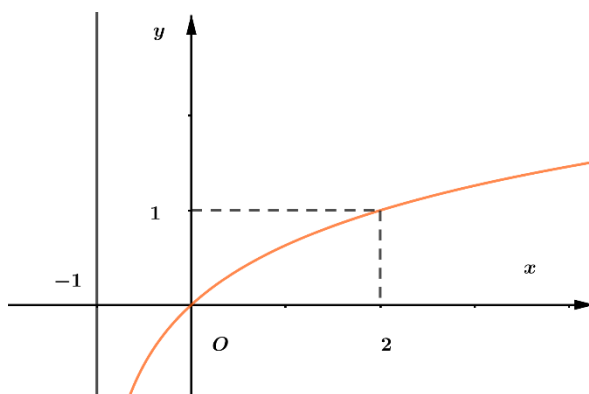
Hàm số $y = (6 - a)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 6 - a > 1 \Leftrightarrow a < 5$

Mà $a \in \mathbb{N} \Rightarrow a \in \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Vậy có 5 giá trị của a thỏa mãn.

DẠNG 3: ĐỒ THỊ

Câu 30: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \log_2 x + 1$.

B. $y = \log_2(x + 1)$.

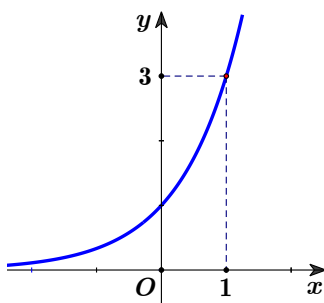
C. $y = \log_3 x$.

D. $\log_3(x + 1)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua $(2; 1)$, chọn hàm số $y = \log_3(x + 1)$.

Câu 31: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = 2^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

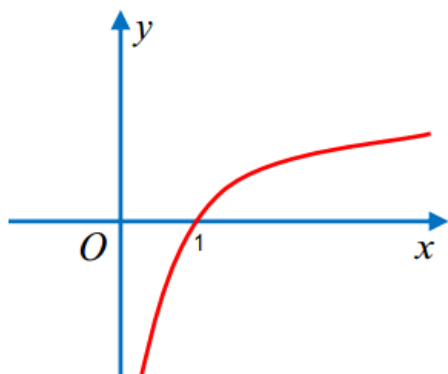
D. $y = 3^x$.

Lời giải

Đồ thị hàm số “đi lên” và qua điểm có tọa độ $(1; 3)$.

Câu 32: Đồ thị sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các phương án A, B, C, đó là hàm số nào?

D. Hỏi



A. $y = \log_2 x$.

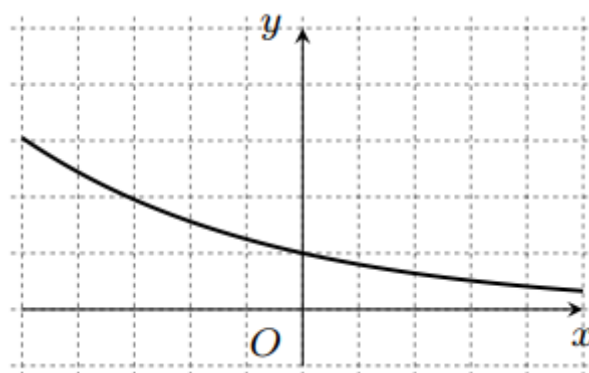
B. $y = \frac{1}{2^x}$.

C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

D. $y = 2^x$.

Lời giải

Câu 33: Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào sau đây?



A. $y = \log_2 x$.

B. $y = (0,8)^x$.

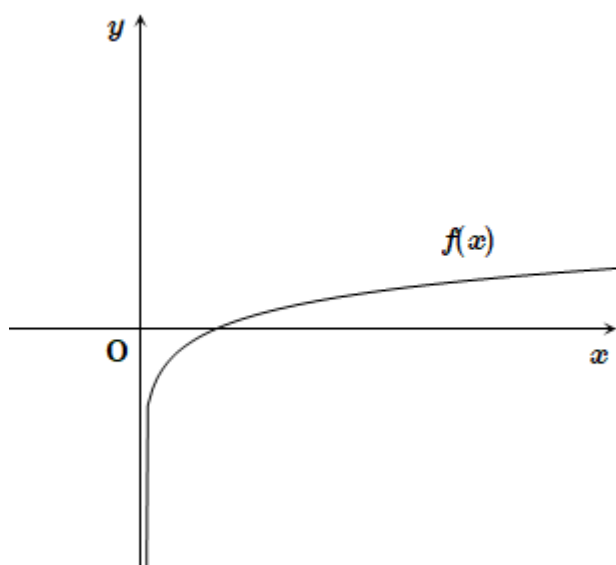
C. $y = \log_{0,4} x$.

D. $y = (\sqrt{2})^x$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ và hàm số nghịch biến suy ra $y = (0,8)^x$.

Câu 34: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ có thể là hàm số nào dưới đây?



A. $y = e^{-x}$.

B. $y = \log x$.

C. $y = -\ln x$.

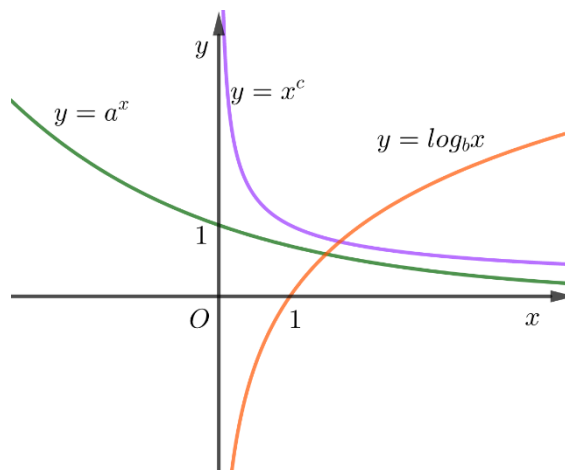
D. $y = e^x$.

Lời giải

Nhận xét hàm số $y = f(x)$ có miền giá trị là $\mathbb{R}$ nên ta loại phương án A, D

Mặt khác quan sát đồ thị hàm số $y = f(x) \Rightarrow f'(x) > 0$ nên $y = \log x$.

Câu 35: Cho các đồ thị hàm số $y = a^x, y = \log_b x, y = x^c$ ở hình vẽ sau đây.



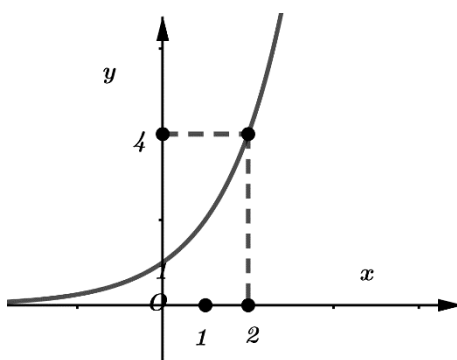
Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $0 < c < 1 < a < b$. **B.** $c < 0 < a < 1 < b$. **C.** $c < 0 < a < b < 1$. **D.** $0 < c < a < b < 1$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị $y = x^c$ đi xuống nên $c < 0$, đồ thị $y = a^x$ đi xuống nên $0 < a < 1$, đồ thị $y = \log_b x$ đi lên nên $b > 1$.

Câu 36: Đồ thị của hàm số sau là đồ thị của hàm số nào?

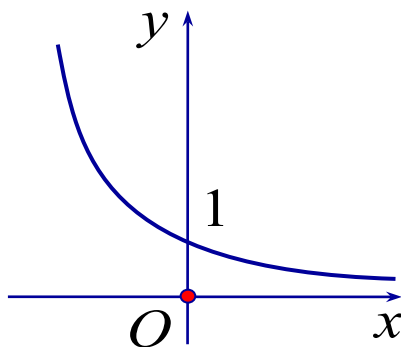


- A.** $y = x^2$. **B.** $y = 3^x$. **C.** $y = \log_3 x$. **D.** $y = 2^x$.

Lời giải

Nhận thấy đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $(2; 4)$, đối chiếu với các hàm số ta chọn hàm số $y = 2^x$.

Câu 37: Hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A. $(0, 4)^x$.

B. $y = (\sqrt{2})^x$.

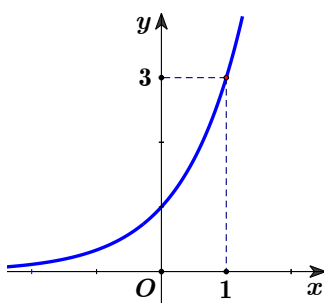
C. $y = \log_2 x$.

D. $y = \log_{0,4} x$.

Lời giải

Hình bên là đồ thị của hàm mũ có cơ số $a: 0 < a < 1$.

Câu 38: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = 2^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

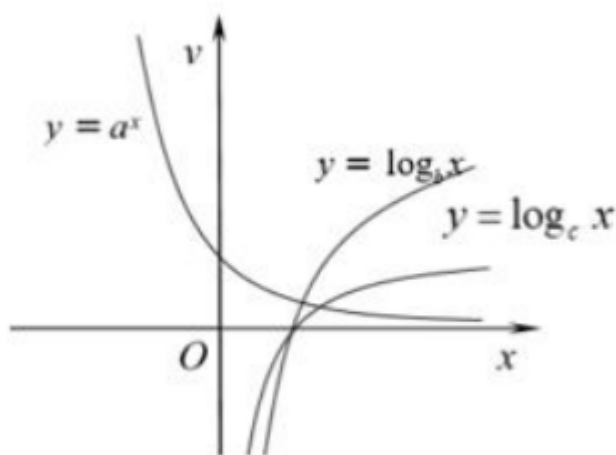
C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

D. $y = 3^x$.

Lời giải

Đồ thị hàm số “đi lên” và qua điểm có tọa độ $(1; 3)$.

Câu 39: Cho các hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn khẳng định **đúng**?



A. $b > c > a$.

B. $b > a > c$.

C. $a > b > c$.

D. $c > b > a$.

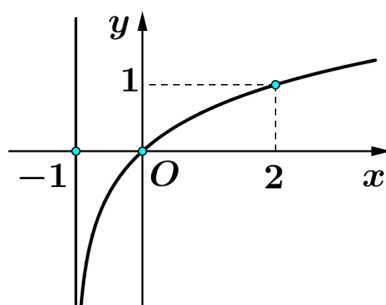
Lời giải

Hàm $y = a^x$ nghịch biến nên $0 < a < 1$.

Hàm $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ đồng biến nên $b, c > 1$

Đường thẳng $y = 1$ cắt ĐTHS $y = \log_c x$, $y = \log_b x$ tại các điểm có hoành độ lần lượt là c và b . Ta thấy $b < c$.

Câu 40: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \log_2 x + 1$.

B. $y = \log_2(x+1)$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = \log_3(x+1)$.

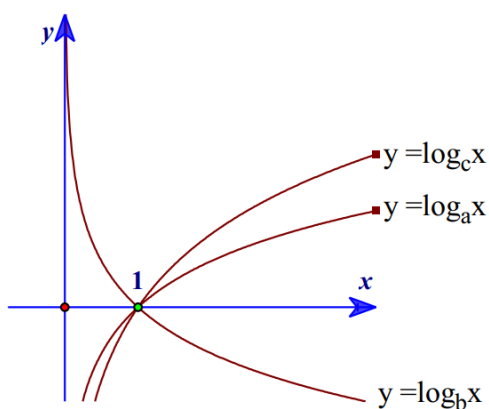
Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy

☞ Hàm số xác định trên khoảng $(-1; +\infty) \Rightarrow$ loại A và C

☞ Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 1) \Rightarrow$ **Chọn D**

Câu 41: Cho các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn mệnh đề đúng.



A. $a > c > b$.

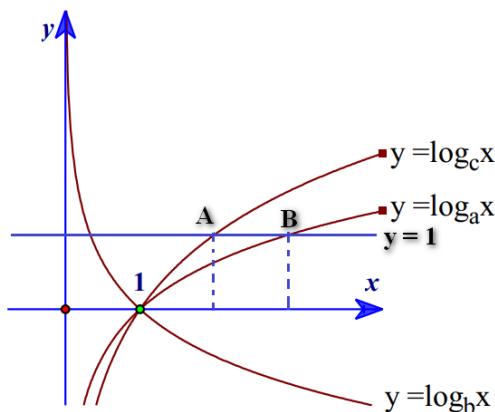
B. $a > b > c$.

C. $c > a > b$.

D. $b > c > a$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y = \log_b x$ là một hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó nên $0 < b < 1$; hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_c x$ là các hàm số đồng biến trên tập xác định của nó nên $a, c > 1$.

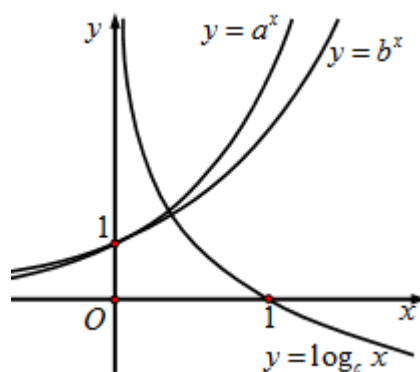


Kẻ đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=\log_c x$, $y=\log_a x$ lần lượt tại điểm $A(c;1)$ và $B(a;1)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $x_A < x_B \Leftrightarrow c < a$.

Vậy $a > c > b$.

Câu 42: Cho đồ thị hàm số $y=a^x$; $y=b^x$; $y=\log_c x$ như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của a , b , c .



A. $c < b < a$.

B. $b < a < c$.

C. $a < b < c$.

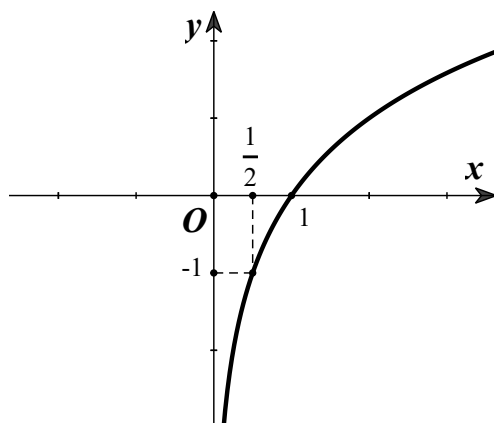
D. $c < a < b$.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số $y=a^x$ là hàm số đồng biến nên $a > 1$; $y=b^x$ là hàm số đồng biến nên $b > 1$; $y=\log_c x$ là hàm số nghịch biến nên $0 < c < 1$ do vậy ta có $\begin{cases} 0 < c < a \\ 0 < c < b \end{cases}$

Khi thay $x=1$ vào hai hàm số $y=a^x$; $y=b^x$ ta thu được $a > b$ vậy $c < b < a$.

Câu 43: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?



A. $y = \log_2 x$.

B. $y = \log_2 x^2$.

C. $y = \log_2 2x$.

D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

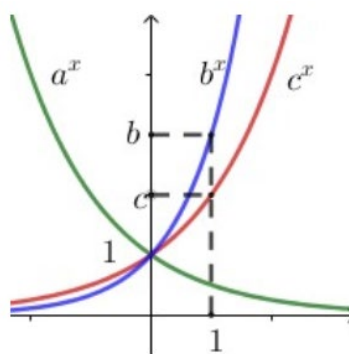
Lời giải

Dựa vào hình dạng đồ thị, loại đáp án D .

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 0)$ nên loại đáp án C .

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$ nên loại đáp án B .

Câu 44: Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho ở hình vẽ dưới đây. Mệnh nào sau đây đúng?



A. $a < b < c$.

B. $b < c < a$.

C. $c < a < b$.

D. $a < c < b$.

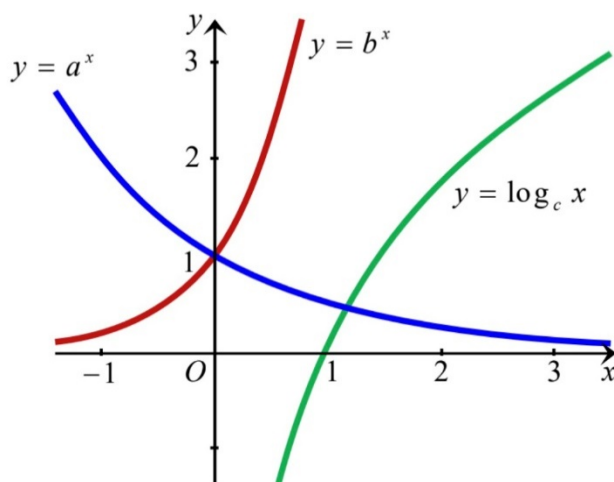
Lời giải

Dựa vào đồ thị, dễ thấy $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ b, c > 1 \end{cases}$.

Đường thẳng $x = 1$ cắt hai đồ thị $y = b^x$, $y = c^x$ lần lượt tại b, c và ta thấy $b > c$.

Vậy $a < c < b$.

Câu 45: Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < b < c$.

B. $a < b = c$.

C. $b < c < a$.

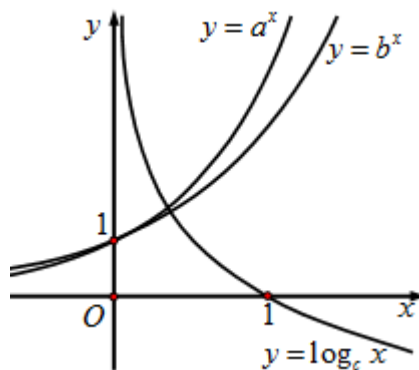
D. $a < c < b$.

Lời giải

- Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $0 < a < 1$.
- Các hàm số $y = b^x, y = \log_c x$ đồng biến trên tập xác định của nó nên $b, c > 1$.
- Suy ra $0 < a < b, c < 1$
- Xét đồ thị hàm số $y = \log_c x$, ta có $\log_c 2 > 1 \Leftrightarrow c < 2$.
- Xét đồ thị hàm số $y = b^x$, ta có $b^1 > 2 \Leftrightarrow b > 2$.

Do đó: $0 < a < c < b$.

Câu 46: Cho đồ thị hàm số $y = a^x$; $y = b^x$; $y = \log_c x$ như hình vẽ. Tìm mối liên hệ của a, b, c .



A. $c < b < a$.

B. $b < a < c$.

C. $a < b < c$.

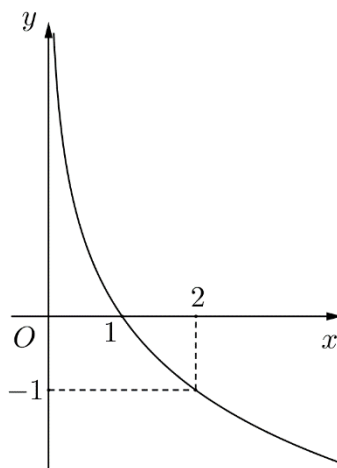
D. $c < a < b$.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số $y = a^x$ là hàm số đồng biến nên $a > 1$; $y = b^x$ là hàm số đồng biến nên $b > 1$; $y = \log_c x$ là hàm số nghịch biến nên $0 < c < 1$ do vậy ta có $\begin{cases} 0 < c < a \\ 0 < c < b \end{cases}$

Khi thay $x = 1$ vào hai hàm số $y = a^x; y = b^x$ ta thu được $a > b$ vậy $c < b < a$.

Câu 47: Cho hàm số $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị của a bằng

A. $a = 2$.

B. $a = \frac{1}{2}$.

C. $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

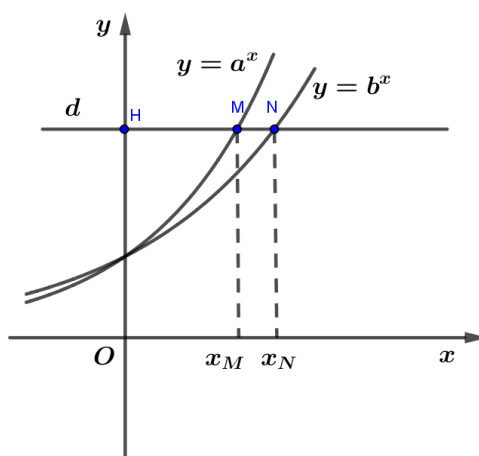
D. $a = \sqrt{2}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đi qua điểm $(2; -1)$ nên $\log_a 2 = -1$.

Khi đó $a^{-1} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{a} = 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Câu 48: Cho a, b là các số thực dương khác 1, đường thẳng d song song trục hoành cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$, đồ thị hàm số $y = b^x$ lần lượt tại H, M, N . Biết $HM = 3MN$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $4a = 3b$.

B. $b^4 = a^3$.

C. $b^3 = a^4$.

D. $3a = 4b$.

Lời giải

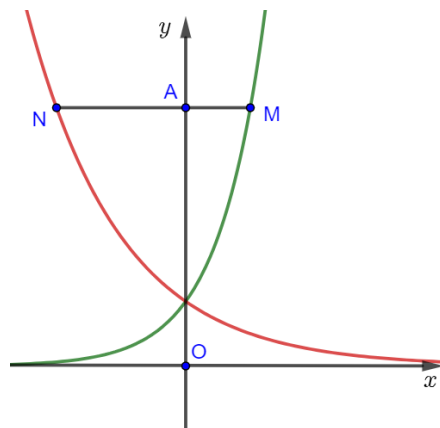
Đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y = a^x$ tại điểm $M(x_M; y_M) \Rightarrow y_M = a^{x_M}$.

Đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y = b^x$ tại điểm $N(x_N; y_N) \Rightarrow y_N = b^{x_N}$.

Mà $y_M = y_N \Rightarrow a^{x_M} = b^{x_N}$.

Ta có: $HM = 3MN \Rightarrow HM = \frac{3}{4}HN \Rightarrow x_M = \frac{3}{4}x_N \Rightarrow a^{\frac{3}{4}x_N} = b^{x_N} \Leftrightarrow a^{\frac{3}{4}} = b \Leftrightarrow a^3 = b^4$.

Câu 49: Cho số thực dương a khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục Ox mà cắt các đồ thị $y = 4^x, y = a^x$, trục tung lần lượt tại M, N và A thì $AN = 2AM$. Giá trị của a bằng



A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Giả sử: $A(0; t)$, $N(\log_a t; t)$, $M(\log_4 t; t)$. Thì: $AN = -\log_a t$, $AM = \log_4 t$.

Theo giả thiết: $AN = 2AM \Rightarrow -\log_a t = 2\log_4 t \Leftrightarrow \log_{a^{-1}} t = \log_2 t \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

Câu 50: Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) qua điểm $I(1; 1)$.

Giá trị của biểu thức $f\left(2 + \log_a \frac{1}{2022}\right)$ bằng

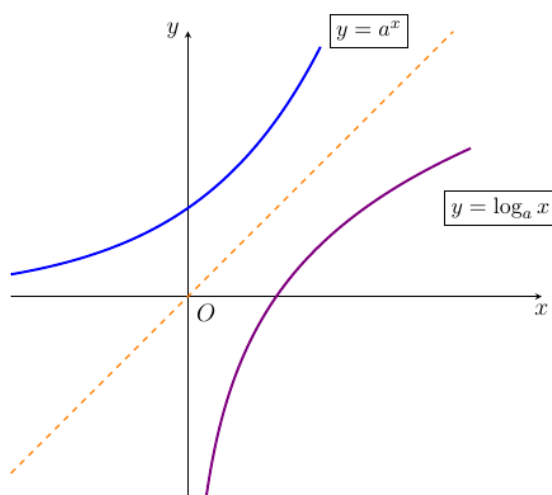
A. -2022 .

B. 2021 .

C. 2022 .

D. -2020 .

Lời giải



Đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y = a^x$ (C_1) là đồ thị hàm số $y = \log_a x$ (C_2).

Gọi $A(x_A; y_A) \in (C_1) \Rightarrow B(x_B; y_B) \in (C_2)$ là điểm đối xứng với điểm A qua điểm $I(1; 1)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 2 \quad (1) \\ y_A + y_B = 2 \quad (2) \end{cases}.$$

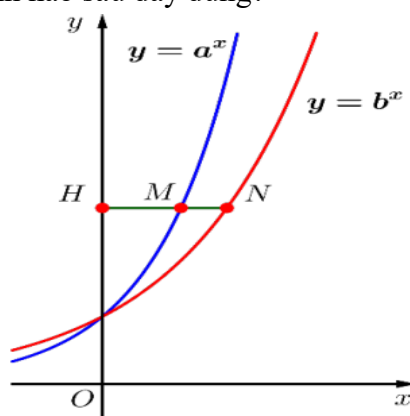
$$\text{Với } x_B = 2 + \log_a \frac{1}{2022} = 2 + \log_a 1 - \log_a 2022 = 2 - \log_a 2022.$$

$$\text{Từ ta có } x_A + x_B = 2 \Leftrightarrow x_A = \log_a 2022. \text{ Suy ra } y_A = a^{\log_a 2022} = 2022.$$

$$\text{Từ ta có } y_A + y_B = 2 \Leftrightarrow y_B = 2 - 2022 = -2020.$$

$$\text{Vậy } y_B = f\left(2 + \log_a \frac{1}{2022}\right) = f(x_B) = -2020.$$

Câu 51: Cho các hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ với a, b là những số thực dương khác 1, có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y = 3$ cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại H, M, N . Biết rằng $2HM = 3MN$, khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a^5 = b^3$

B. $3a = 5b$

C. $a^2 = b^3$

D. $a^3 = b^5$

Lời giải

$$2HM = 3MN \Rightarrow HM = \frac{3}{5}HN.$$

$$\text{Gọi } M(x_1; 3) \in y = a^x \Rightarrow x_1 = \log_a 3.$$

$$N(x_2; 3) \in y = b^x \Rightarrow x_2 = \log_b 3.$$

Khi đó

$$HM = \frac{3}{5}HN \Leftrightarrow \log_a 3 = \frac{3}{5} \log_b 3 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 a} = \frac{3}{5 \log_3 b} \Leftrightarrow \log_3 a = \frac{5}{3} \log_3 b \Leftrightarrow a = b^{\frac{5}{3}} \Leftrightarrow a^3 = b^5.$$

DẠNG 4: BÀI TOÁN LÃI SUẤT

Câu 52: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu bao gồm cả gốc lẫn lãi?.

A. 20 năm.

B. 18 năm.

C. 21 năm.

D. 19 năm.

Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép thì sau n năm, số tiền người gửi nhận được là $A = 10^8 \cdot 1,06^n$.

Để nhận được số tiền hơn 300 triệu thì

$$A > 3 \cdot 10^8 \Leftrightarrow 10^8 \cdot 1,06^n > 3 \cdot 10^8 \Leftrightarrow 1,06^n > 3 \Leftrightarrow n > \log_{1,06} 3 \approx 18,85.$$

Vậy ít nhất sau 18 năm thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu.

Câu 53: Ông A gửi 100 triệu vào ngân hàng theo hình thức lãi kép trong một thời gian khá lâu với lãi suất ổn định trong suốt thời gian tiết kiệm là 10%/1 năm. Tết năm nay do dịch bệnh nên ông rút hết tiền trong ngân hàng ra để gia đình chi tiêu. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra 10 triệu để sắm sửa đồ Tết thì ông còn 240 triệu. Hỏi ông đã gửi tiết kiệm trong bao nhiêu năm?

A. 9 năm.

B. 20 năm.

C. 12 năm.

D. 10 năm.

Lời giải

Giả sử ông A đã gửi tiết kiệm trong n năm.

Số tiền ông đã nhận được là 250 triệu.

Theo công thức lãi suất kép, ta có

$$250 \cdot 10^6 = 100 \cdot 10^6 (1 + 0,1)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,1} 2,5 \Leftrightarrow n \approx 9,61$$

Vậy, ông A đã gửi tiết kiệm trong 10 năm.

Câu 54: Ông Nguyễn Văn B là thương binh hạng 4/4, được hưởng trợ cấp hàng tháng là 2082000 đồng. Do tình hình dịch bệnh Covid-19 diễn biến phức tạp nên từ tháng 4 năm 2021 ông không đi lĩnh tiền mà nhờ thủ quỹ lập một sổ tiết kiệm ở ngân hàng để gửi số tiền hàng tháng vào đó với lãi suất 0,5%/tháng. Hỏi đến đầu tháng 4 năm 2022 ông đến ngân hàng nhận được số tiền là bao nhiêu?

A. 25 811 054 đồng.

B. 2 210 413 đồng.

C. 25 682 641 đồng.

D. 27 893 054 đồng.

Lời giải

Ta có $T = A(1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 2\,082\,000(1+0,5\%) \cdot \frac{(1+0,5\%)^{12} - 1}{0,5\%} = 25\,811\,054,06$ là số tiền ông B sẽ nhận được.

Câu 55: Ông Nguyễn Văn B là thương binh hạng 4/4, được hưởng trợ cấp hàng tháng là 2082000 đồng. Do tình hình dịch bệnh Covid-19 diễn biến phức tạp nên từ tháng 4 năm 2021 ông không đi lĩnh tiền mà nhờ thủ quỹ lập một sổ tiết kiệm ở ngân hàng để gửi số tiền hàng tháng vào đó với lãi suất 0,5%/tháng. Hỏi đến đầu tháng 4 năm 2022 ông đến ngân hàng nhận được số tiền là bao nhiêu?

A. 25 811 054 đồng.

B. 2 210 413 đồng.

C. 25 682 641 đồng.

D. 27 893 054 đồng.

Lời giải

Ta có $T = A(1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 2\,082\,000(1+0,5\%) \cdot \frac{(1+0,5\%)^{12} - 1}{0,5\%} = 25\,811\,054,06$ là số tiền ông B sẽ nhận được.

Câu 56: Đầu mỗi tháng, anh Hiếu gửi tiết kiệm ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với hình thức lãi kép, lãi suất là 0,5%/ tháng. Hỏi sau đúng 5 năm thì anh Hiếu nhận được số tiền cả gốc và lãi gần nhất với số tiền nào dưới đây, giả sử rằng trong suốt quá trình gửi, anh Hiếu không rút tiền ra và lãi suất của ngân hàng không thay đổi.

- A. $600 + 10.1,005^{60}$. B. $10.1,005 \cdot \frac{1,005^{60} - 1}{0,005}$.
 C. $10.1,005^{60}$. D. $10 \cdot \frac{1,005^{60} - 1}{0,005}$.

Lời giải

Sau đúng 5 năm thì anh Hiếu nhận được số tiền cả gốc và lãi là

$$\begin{aligned} T_{60} &= 10^7 \cdot (1 + 0,5\%) \left(\frac{(1 + 0,5\%)^{60} - 1}{0,5\%} \right) = 10.1,005 \cdot \frac{1,005^{60} - 1}{0,005} \cdot 10^6 \\ &= 10.1,005 \cdot \frac{1,005^{60} - 1}{0,005}. \end{aligned}$$

Câu 57: Gia đình nhà bác Long Thắm gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 10 năm, nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà nhà bác Long Thắm nhận được gồm cả gốc lẫn lãi tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $10^8 \cdot (1 + 0,07)^9$. B. $10^8 (1 + 0,7)^{10}$.
 C. $10^8 \cdot (1 + 0,07)^{10}$. D. $10^8 \cdot 0,07^{10}$.

Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép thì số tiền mà nhà bác Long Thắm nhận được gồm cả gốc lẫn lãi là $10^8 \cdot (1 + 7\%)^{10} = 10^8 \cdot (1 + 0,07)^{10}$.

Câu 58: Bác Minh gửi 60 triệu vào ngân hàng kì hạn 1 năm với lãi suất 5,6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm bác Minh nhận được số tiền nhiều hơn 120 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi?

- A. 11 năm. B. 12 năm. C. 13 năm. D. 14 năm.

Lời giải

Sau n năm số tiền bác Minh nhận được cả gốc và lãi là: $60(1 + 5,6\%)^n$.

Vậy bác Minh nhận được số tiền nhiều hơn 120 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi khi:

$$60(1 + 5,6\%)^n > 120 \Leftrightarrow n > \log_{1,056} 2 \approx 12,7.$$

Vậy bác Minh cần gửi ít nhất 13 năm.

Câu 59: Một học sinh A khi đủ 18 tuổi được cha mẹ cho 200 000 000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng MSB với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi

học xong 4 năm đại học. Biết rằng khi đủ 22 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 243 101 250 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng MSB là bao nhiêu?

- A.** 8% . **B.** 7% . **C.** 6% **D.** 5% .

Lời giải

Gọi lãi suất kỳ hạn một năm của ngân hàng MSB là r . Áp dụng công thức lãi suất kép

$P = a(1+r)^n$ trong đó ta có :

$$243101250 = 200000000(1+r)^4 \Leftrightarrow (1+r)^4 = \frac{243101250}{200000000}$$

$$\Leftrightarrow 1+r = \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} \Leftrightarrow r = \sqrt[4]{\frac{243101250}{200000000}} - 1 \Leftrightarrow r = 0,05.$$

Câu 60: Một người gửi số tiền 3 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,55% / tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Số tiền người đó lãnh được sau hai năm, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi là:

- A.** $3.(1,0055)^2$ triệu đồng. **B.** $3.(1,0055)^{24}$ triệu đồng.
C. $3.(1,055)^{24}$ triệu đồng. **D.** $(3,0055)^{24}$ triệu đồng.

Lời giải

+) Áp dụng công thức lãi kép: $T_n = T_0(1+r)^n$ trong đó: T_0 là số tiền gửi ban đầu.

T_n là số tiền cả gốc lẫn lãi sau n kì.

r là lãi suất một kì.

+) Thời gian gửi là 2 năm với chu kì 1 tháng nên số chu kì là $n = 24$.

Suy ra số tiền người đó lãnh được sau hai năm là: $T_n = 3.(1+0,55\%)^{24} = 3.(1,0055)^{24}$ triệu đồng.

Câu 61: Vào ngày 15 hàng tháng, ông An đều đến gửi tiết kiệm tại ngân hàng với số tiền 5 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất không đổi trong suốt quá trình gửi là 0,6% / tháng. Hỏi sau đúng ba năm, ông An thu được số tiền cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu?

- A.** 195251000 . **B.** 195252000 .
C. 201450000 . **D.** 201453000 .

Lời giải

Đặt $A = 5$ triệu, $r = 0,6\%$.

Sau một tháng ông An có số tiền cả vốn và lãi là $A(1+r)$, tiếp tục gửi vào ngân hàng A đồng nên số tiền trong ngân hàng lúc này là $T_1 = A(1+r) + A = A[(1+r)+1]$.

Sau hai tháng ông An có số tiền cả vốn và lãi là $T_2 = T_1(1+r) + A = A[(1+r)^2 + (1+r)+1]$.

....

Sau 36 tháng ông An có số tiền cả vốn và lãi là

$$T_{36} = A \left[(1+r)^{36} + (1+r)^{35} + \dots + (1+r) + 1 \right] - A = A \cdot \frac{(1+r)^{37} - 1}{r} - A \approx 201453000 \text{ đồng.}$$

Câu 62: Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7% / năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó lĩnh được số tiền nhiều hơn 200 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không đổi?

A. 11 năm.

B. 12 năm.

C. 10 năm.

D. 9 năm.

Lời giải

Áp dụng công thức lãi kép gửi 1 lần: $N = A(1+r)^n$, với $A = 100.10^6$ và $r = 7\%$.

Theo đề bài ta tìm n bé nhất sao cho: $10^8 (1+7\%)^n > 200.10^6$

$$\Leftrightarrow (1+7\%)^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{\frac{107}{100}} 2 \approx 10,245.$$

Câu 63: Vợ chồng nhà chị Thơm vay ngân hàng 400 triệu đồng để mua nhà với hình thức trả góp, chị chọn gói lãi suất ưu đãi cố định 0,5% tháng trong 12 tháng đầu và sang tháng thứ 13 trở đi thì ngân hàng tính lãi suất thả nổi theo quy định. Gia đình chị hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: sau đúng một tháng kể từ ngày vay thì bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là 15 triệu đồng. Sau khi hết 12 tháng ưu đãi thì chị Thơm phải trả lãi suất thả nổi là 1% tháng. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó và lãi suất thả nổi của ngân hàng không thay đổi trong thời gian chị Thơm hoàn nợ. Hỏi chị Thơm cần bao nhiêu tháng để trả hết nợ ngân hàng kể từ khi vay?

A. 17 tháng.

B. 29 tháng.

C. 30 tháng.

D. 18 tháng.

Lời giải

Số tiền chị Thơm nợ sau một tháng là $400 + 400.0,5\% = 400(1+0,5\%)$.

Sau 1 tháng thì số tiền chị Thơm phải trả là $400(1+0,5\%) - 15$.

Sau 2 tháng thì số tiền chị Thơm phải trả là

$$400(1+0,5\%) - 15 + [400(1+0,5\%) - 15] \cdot 0,5\% - 15$$

$$= 400(1+0,5\%)^2 - 15[(1+0,5\%) + 1].$$

Sau 12 tháng thì số tiền chị Thơm phải trả là

$$A = 400(1+0,5\%)^{12} - 15 \left[(1+0,5\%)^{11} + (1+0,5\%)^{10} + \dots + (1+0,5\%) + 1 \right]$$

$$= 400(1+0,5\%)^{12} - 15 \frac{(1+0,5\%)^{12} - 1}{(1+0,5\%) - 1} = 400(1+0,5\%)^{12} - \frac{15}{0,5\%} \left[(1+0,5\%)^{12} - 1 \right].$$

$$= 239,637.$$

Gọi n là số tháng tiếp theo mà chị Thơm cần để trả hết nợ, tương tự như trên ta được

$$A(1+1\%)^n - \frac{15[(1+1\%)^n - 1]}{1\%} = 0 \Leftrightarrow n = \log_{1+1\%} \frac{-15}{A \cdot 1\% - 15} \approx 17.49.$$

Tức là chị Thom cần thêm 18 tháng để trả hết nợ.

Vậy chị Thom cần $12 + 18 = 30$ tháng để trả hết nợ ngân hàng kể từ khi vay.

Câu 64: Bạn Bình được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 0,45% một tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng Bình rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng Bình rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng 4 năm vừa hết số tiền trong sổ tiết kiệm?

A. 4620000 .

B. 4529000 .

C. 4756000 .

D. 4642000 .

Lời giải

Gọi số tiền bạn Bình rút ra hàng tháng là x ($x > 0$), số tiền ban đầu là P , ($P > 0$), lãi suất tiền gửi hàng tháng là r , ($r > 0$).

Lãi suất nhận được sau tháng thứ nhất là: $P \cdot r$.

Số tiền cuối tháng thứ nhất sau khi rút còn lại: $P_1 = P(1+r) - x$.

Lãi suất nhận được sau tháng thứ nhất là: $P_1 \cdot r$.

Số tiền cuối tháng thứ nhất sau khi rút còn lại: $P_2 = P_1(1+r) - x = P(1+r)^2 - x(1+r) - x$.

Cứ như thế, số tiền còn lại sau n tháng là:

$$P_n = P(1+r)^n - x(1+r)^{n-1} - x(1+r)^{n-2} - \dots - x(1+r) - x$$

$$P_n = P(1+r)^n - x \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Sau 48 tháng, số vừa hết khi và chỉ khi

$$P_n = 0 \Leftrightarrow P(1+r)^{48} - x \cdot \frac{(1+r)^{48} - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow 200(1,0045)^{48} - x \cdot \frac{(1,0045)^{48} - 1}{0,0045} = 0$$

$$\Leftrightarrow x \approx 4,642.$$

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH – MŨ – LOGARIT



LÝ THUYẾT.

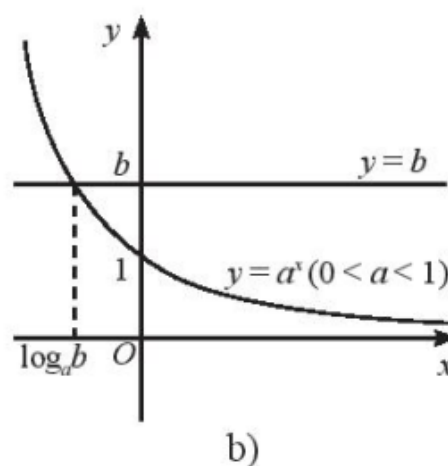
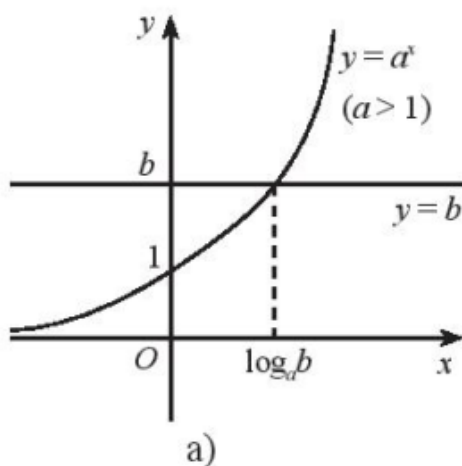
1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Phương trình mũ cơ bản có dạng: $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

- Phương trình có một nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $b > 0$.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0)$$

- Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $b \leq 0$.



Cho phương trình $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

Nếu $b > 0$ thì phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$.

Nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Chú ý: a) Nếu $b = a^\alpha$ thì ta có $a^x = a^\alpha \Leftrightarrow x = \alpha$.

b) Tổng quát hơn, $a^{u(x)} = a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$.

Ví dụ:

Câu 1: Giải phương trình $3^{x-1} = 9$.

Câu 2: Giải phương trình $5^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x$.

Câu 3: Giải phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$.

Câu 4: Giải phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$.

Câu 5: Giải phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+3}$.

Câu 6: Giải phương trình $9^{\sin 2x} = 1$.

Câu 7: Giải phương trình $2^{\sqrt{-x^2+2x+4}-x+4} = 4$.

Câu 8: Tìm m để phương trình $2020^{mx^2-2x+m-2} = 1$ có hai nghiệm trái dấu.

Câu 9: Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$.

Câu 10: Giải phương trình: $5^{x+1} - 5^x = 2^{x+1} + 2^{x+3}$

Câu 11: Giải phương trình: $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt[3]{4^x} \cdot \sqrt[3]{0.125} = 4\sqrt[3]{2}$.

Câu 12: Giải phương trình: $4^{x^2-3x+2} + 4^{2x^2+6x+5} = 4^{3x^2+3x+7} + 1$.

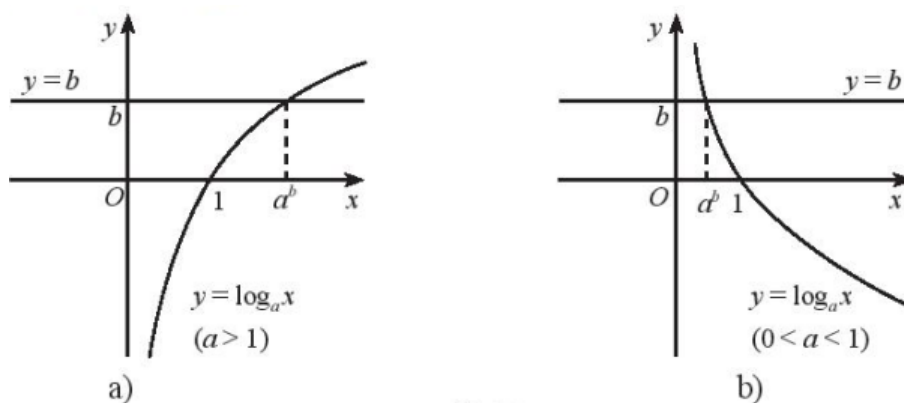
Câu 13: Tìm m để phương trình $5^{mx^2+2x+3+2m} = 5^{m+x}$ có hai nghiệm trái dấu

Câu 14: Tìm m để phương trình $7^{mx^2+2x} = 7^{2mx-m}$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} \leq 2$

Câu 15: Tìm m để phương trình: $m \cdot 2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2 \cdot 2^{6-5x} + m$ (1) có 4 nghiệm phân biệt.

2. PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Phương trình cơ bản có dạng: $\log_a x = b$ ($x > 0, a > 0, a \neq 1$) luôn có nghiệm duy nhất $x = a^b$ với mọi b



Chú ý: Tổng quát, xét phương trình dạng

$$\log_a u(x) = \log_a v(x) \quad (a > 0, a \neq 1). \quad (1)$$

Để giải phương trình (1), trước hết cần đặt điều kiện có nghĩa: $u(x) > 0$ và $v(x) > 0$.

Khi đó, (1) được biến đổi thành phương trình

$$u(x) = v(x). \quad (2)$$

Sau khi giải phương trình (2), ta cần kiểm tra sự thỏa mãn điều kiện. Nghiệm của phương trình (1) là những nghiệm của (2) thỏa mãn điều kiện.

Ví dụ:

Câu 16: Giải phương trình sau: $\log_3 x = 4$.

Câu 17: Giải phương trình sau: $\log_2 (2x - 2) = 3$.

Câu 18: Giải phương trình sau: $\log_4 (x^2 + 5x + 10) = 2$.

Câu 19: Giải phương trình sau: $\log (x - 1)^2 = 2$.

Câu 20: Giải phương trình sau: $\log_5 \sqrt{x^2 - 3x + 1} = 1$.

Câu 21: Giải phương trình sau: $\log_2 (\sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x + 1}) = \log_2 (x + 2)$.

Câu 22: Giải phương trình sau: $\log_2 (x - 5) + \log_2 (x + 2) = 3$.

Câu 23: Giải phương trình: $\log_{25} (4x + 5)^2 + \log_5 x = \log_3 27$.

Câu 24: Giải phương trình: $\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x = \log_{20} x$

Câu 25: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3 (2x + 1) - \log_3 (x - 1) = 1$.

Câu 26: Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Tính $x_1 \cdot x_2$.

Câu 27: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 x \cdot \log_2 (32x) + 4 = 0$ bằng

Câu 28: Cho phương trình $\log_3^2 x - 2 \log_{\sqrt{3}} x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức $P = \log_3 x_1 + \log_{27} x_2$ biết $x_1 < x_2$.

Câu 29: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình: $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} (x + 3) + \frac{1}{4} \log_9 (x - 1)^8 = \log_3 (4x)$

Câu 30: Giải phương trình: $\log_3 (x - 2)^2 + \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{x^2 - 3x + 3} = 0$.

Câu 31: Giải phương trình: $\log_2 (8 - x^2) + \log_{\frac{1}{2}} (\sqrt{1 + x} + \sqrt{1 - x}) - 2 = 0$.

3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ



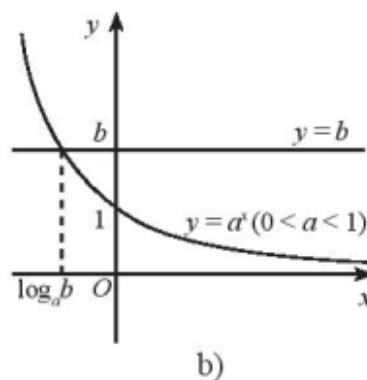
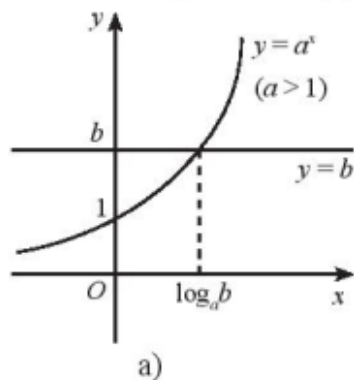
Bất phương trình mũ cơ bản là bất phương trình có dạng $a^x > b$ (hoặc $a^x \geq b, a^x < b, a^x \leq b$), với a, b là những số cho trước, $a > 0, a \neq 1$.

Xét bất phương trình

$$a^x > b. \quad (3)$$

Nghiệm của (3) là hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đường thẳng $y = b$. Từ đồ thị ở Hình 4, ta nhận được:

- Nếu $b \leq 0$ thì mọi $x \in \mathbb{R}$ đều là nghiệm của (3).
- Nếu $b > 0$ thì:
 - Với $a > 1$, nghiệm của (3) là $x > \log_a b$;
 - Với $0 < a < 1$, nghiệm của (3) là $x < \log_a b$.



CHÚ Ý:

Nếu $a > 1, b > 0$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

$$a^{f(x)} > b \Leftrightarrow f(x) > \log_a b$$

Nếu $0 < a < 1, b > 0$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

$$a^{f(x)} > b \Leftrightarrow f(x) < \log_a b$$

Lưu ý: $b \leq 0$ thì $a^{f(x)} > b$ đúng với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định của $f(x)$, còn $a^{f(x)} \leq b$ vô nghiệm.

4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT



Bất phương trình lôgarit cơ bản là bất phương trình có dạng $\log_a x > b$ (hoặc $\log_a x \geq b$, $\log_a x < b$, $\log_a x \leq b$), với a, b là những số cho trước, $a > 0, a \neq 1$.

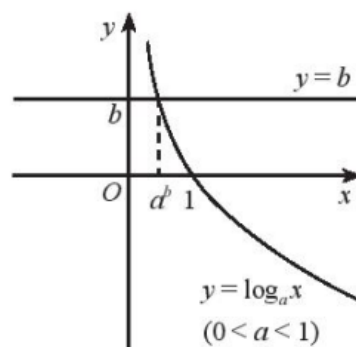
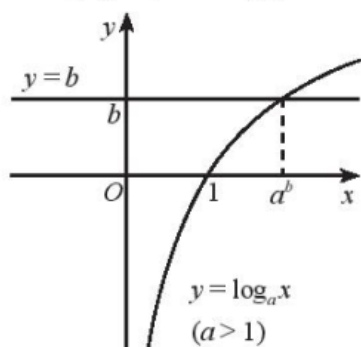
Xét bất phương trình

$$\log_a x > b. \quad (4)$$

Điều kiện xác định của bất phương trình là $x > 0$.

Nghiệm của (4) là hoành độ các điểm của đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nằm phía trên đường thẳng $y = b$. Từ đồ thị ở Hình 5, ta nhận được:

- Với $a > 1$, nghiệm của (4) là $x > a^b$.
- Với $0 < a < 1$, nghiệm của (4) là $0 < x < a^b$.



CHÚ Ý:

$$\text{Nếu } a > 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

$$\text{Nếu } 0 < a < 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

Ví dụ:

Câu 32: Giải bất phương trình $\left(\frac{4}{3}\right)^{x^2-4} \geq 1$.

Câu 33: Có bao nhiêu số nguyên $x \leq 10$ là nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} \geq 3^{-x}$?

Câu 34: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

Câu 35: Giải bất phương trình: $\log(3-2x) \geq \log(x+1)$.

Câu 36: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$.

Câu 37: Bất phương trình $\log_3(3x+1) < \log_3(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Câu 38: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(x+1) > \log_{0,5} 2x$

Câu 39: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_x 3 < \log_{\frac{x}{3}} 3$

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) + 1 \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH – MŨ – LOGARIT



LÝ THUYẾT.

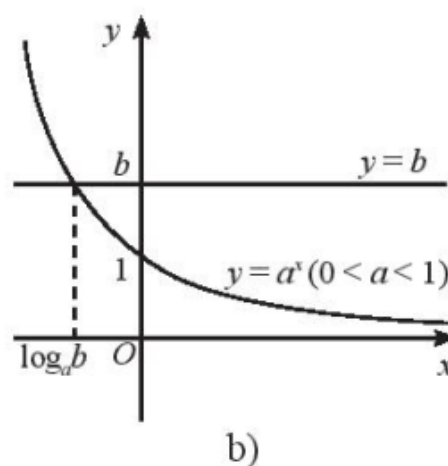
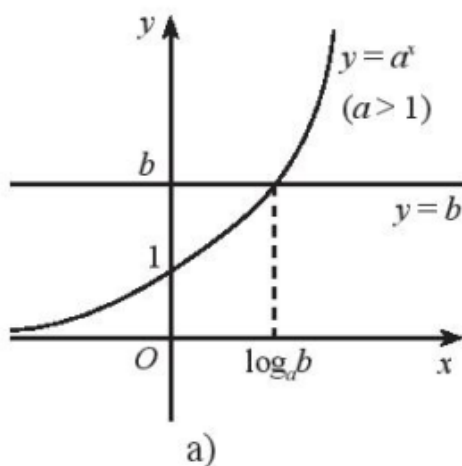
1. PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Phương trình mũ cơ bản có dạng: $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

- Phương trình có một nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $b > 0$.

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0)$$

- Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $b \leq 0$.



Cho phương trình $a^x = b$ ($a > 0, a \neq 1$).

Nếu $b > 0$ thì phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$.

Nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Chú ý: a) Nếu $b = a^\alpha$ thì ta có $a^x = a^\alpha \Leftrightarrow x = \alpha$.

b) Tổng quát hơn, $a^{u(x)} = a^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$.

Ví dụ:

Câu 1: Giải phương trình $3^{x-1} = 9$.

Lời giải

$$3^{x-1} = 9 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^2 \Leftrightarrow x = 3.$$

Câu 2: Giải phương trình $5^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x$.

Lời giải

$$5^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x \Leftrightarrow 5^{x-1} = 5^{-2x} \Leftrightarrow x-1 = -2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$$

Câu 3: Giải phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$.

Lời giải

$$3^{x^4-3x^2} = 81 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 = 4 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

Câu 4: Giải phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$.

Lời giải

$$7^{2x^2+5x+4} = 49 \Leftrightarrow 7^{2x^2+5x+4} = 7^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Câu 5: Giải phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+3}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-x-5} &= \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+3} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2-x-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2x-3} \Leftrightarrow x^2 - x - 5 = -2x - 3 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 2 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}. \end{aligned}$$

Câu 6: Giải phương trình $9^{\sin 2x} = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 9^{\sin 2x} = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 7: Giải phương trình $2^{\sqrt{-x^2+2x+4}-x+4} = 4$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2^{\sqrt{-x^2+2x+4}-x+4} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{-x^2+2x+4} - x + 4 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{-x^2+2x+4} = x - 2.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ -x^2+2x+4 = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 2x^2-6x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x=0 \Leftrightarrow x=3. \\ x=3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x = 3$.

Câu 8: Tìm m để phương trình $2020^{mx^2-2x+m-2} = 1$ có hai nghiệm trái dấu.

Lời giải

$$2020^{mx^2-2x+m-2} = 1 \Leftrightarrow mx^2 - 2x + m - 2 = 0.$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $m(m-2) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2$.

Câu 9: Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$.

Lời giải

$$2^{x^2+2x} = 8^{2-x} \Leftrightarrow 2^{x^2+2x} = (2^3)^{2-x} \Leftrightarrow 2^{x^2+2x} = 2^{6-3x} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 6 - 3x \Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng $1 + (-6) = -5$

Câu 10: Giải phương trình: $5^{x+1} - 5^x = 2^{x+1} + 2^{x+3}$

Lời giải

$$5^{x+1} - 5^x = 2^{x+1} + 2^{x+3} \Leftrightarrow 5 \cdot 5^x - 5^x = 2 \cdot 2^x + 2^3 \cdot 2^x$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 5^x = 10 \cdot 2^x \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy phương trình cho có nghiệm $x = 1$.

Câu 11: Giải phương trình: $\sqrt{2^x \cdot \sqrt[3]{4^x} \cdot \sqrt[3]{0.125}} = 4\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ 3x \in \mathbb{N} \end{cases}.$$

Phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$\sqrt{2^x \cdot 2^{\frac{2x}{3}} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3x}}} = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{2} \cdot 2^{\frac{x}{3}} \cdot 2^{\frac{-1}{2x}}} = 2^{\frac{7}{3}}$$

$$\Leftrightarrow 2^{\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{1}{2x}} = 2^{\frac{7}{3}} \Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{1}{2x} = \frac{7}{3} \Leftrightarrow 5x^2 - 14x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{5} \\ x = 3 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện ta có $x = 3$ là nghiệm của phương trình.

Câu 12: Giải phương trình: $4^{x^2-3x+2} + 4^{2x^2+6x+5} = 4^{3x^2+3x+7} + 1$.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$4^{x^2-3x+2} + 4^{2x^2+6x+5} = 4^{x^2-3x+2} \cdot 4^{2x^2+6x+5} + 1$$

$$\Leftrightarrow 4^{x^2-3x+2} - 1 + 4^{2x^2+6x+5} - 4^{x^2-3x+2} \cdot 4^{2x^2+6x+5} = 0$$

$$\Leftrightarrow (4^{x^2-3x+2} - 1)(4^{2x^2+6x+5} - 1) = 0$$

$$4^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$4^{2x^2+6x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 6x + 5 = 0, \text{ phương trình này vô nghiệm.}$$

$$\text{Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm } \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Câu 13: Tìm m để phương trình $5^{mx^2+2x+3+2m} = 5^{m+x}$ có hai nghiệm trái dấu

Lời giải

$$5^{mx^2+2x+3+2m} = 5^{m+x} \quad (1) \Leftrightarrow mx^2 + 2x + 3 + 2m = m + x \Leftrightarrow mx^2 + x + 3 + m = 0 \quad (2)$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow$

$$ac < 0 \Leftrightarrow m(3+m) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 0$$

Vậy $m = \{-3; -2; -1\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14: Tìm m để phương trình $7^{mx^2+2x} = 7^{2mx-m}$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} \leq 2$

Lời giải

$$7^{mx^2+2x} = 7^{2mx-m} \quad (1) \Leftrightarrow mx^2 + 2x = 2mx - m \Leftrightarrow mx^2 - 2(m-1)x + m = 0 \quad (2)$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1; x_2 \Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm $x_1; x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = 1 - 2m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \leq \frac{1}{2} \end{cases} (*)$$

$$\frac{x_1^2}{x_2^2} + \frac{x_2^2}{x_1^2} \leq 2 \Leftrightarrow x_1^4 + x_2^4 \leq 2x_1^2 x_2^2 \Leftrightarrow (x_1^2 - x_2^2)^2 \leq 0 \Leftrightarrow x_1^2 - x_2^2 = 0 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)(x_1 + x_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ -\frac{b}{a} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = 1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện (*) ta suy ra $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 15: Tìm m để phương trình: $m \cdot 2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2 \cdot 2^{6-5x} + m \quad (1)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Lời giải

Viết lại phương trình (1) dưới dạng:

$$m.2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2^{7-5x} + m \Leftrightarrow m.2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2^{(x^2-5x+6)+(1-x^2)} + m$$

$$\Leftrightarrow m.2^{x^2-5x+6} + 2^{1-x^2} = 2^{x^2-5x+6}.2^{1-x^2} + m$$

$$\Leftrightarrow (2^{x^2-5x+6} - 1)(2^{1-x^2} - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-5x+6} = 1 \\ 2^{1-x^2} = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ 2^{1-x^2} = m \end{cases} (*)$$

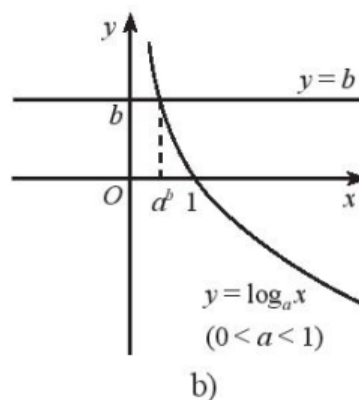
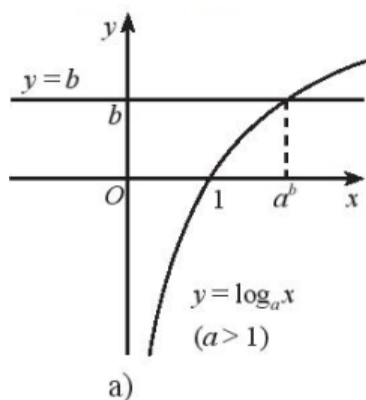
$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1 - x^2 = \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ x^2 = 1 - \log_2 m \end{cases}$$

(1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 2 và 3.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1 - \log_2 m > 0 \\ 1 - \log_2 m \neq 4 \\ 1 - \log_2 m \neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < 2 \\ m \neq \frac{1}{8} \\ m \neq \frac{1}{256} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (0; 2) \setminus \left\{ \frac{1}{8}; \frac{1}{256} \right\}.$$

2. PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Phương trình cơ bản có dạng: $\log_a x = b$ ($x > 0, a > 0, a \neq 1$) luôn có nghiệm duy nhất $x = a^b$ với mọi b



Hình 3

Chú ý: Tổng quát, xét phương trình dạng

$$\log_a u(x) = \log_a v(x) \quad (a > 0, a \neq 1). \quad (1)$$

Để giải phương trình (1), trước hết cần đặt điều kiện có nghĩa: $u(x) > 0$ và $v(x) > 0$.

Khi đó, (1) được biến đổi thành phương trình

$$u(x) = v(x). \quad (2)$$

Sau khi giải phương trình (2), ta cần kiểm tra sự thỏa mãn điều kiện. Nghiệm của phương trình (1) là những nghiệm của (2) thỏa mãn điều kiện.

Ví dụ:

Câu 16: Giải phương trình sau: $\log_3 x = 4$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$

Ta có: $\log_3 x = 4 \Leftrightarrow x = 3^4 \Leftrightarrow x = 81$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 81$.

Câu 17: Giải phương trình sau: $\log_2 (2x - 2) = 3$.

Lời giải

Điều kiện: $2x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Ta có: $\log_2 (2x - 2) = 3 \Leftrightarrow 2x - 2 = 8 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5$ (nhận).

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 5$.

Câu 18: Giải phương trình sau: $\log_4 (x^2 + 5x + 10) = 2$.

Lời giải

Vì $x^2 + 5x + 10 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $\log_4 (x^2 + 5x + 10) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 10 = 16 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -6 \end{cases}$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1$ hay $x = -6$.

Câu 19: Giải phương trình sau: $\log (x - 1)^2 = 2$.

Lời giải

Điều kiện: $(x - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Ta có: $\log (x - 1)^2 = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 100 \Leftrightarrow |x - 1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 10 \\ x - 1 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -9 \end{cases}$ (nhận).

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 11$ hay $x = -9$.

Câu 20: Giải phương trình sau: $\log_5 \sqrt{x^2 - 3x + 1} = 1$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x + 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \\ x > \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Pt} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 1} = 5 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 25 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 - \sqrt{105}}{2} \\ x = \frac{3 + \sqrt{105}}{2} \end{cases} \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình là } x = \frac{3 - \sqrt{105}}{2} \text{ hay } x = \frac{3 + \sqrt{105}}{2}.$$

Câu 21: Giải phương trình sau: $\log_2 (\sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x + 1}) = \log_2 (x + 2)$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - x + 1 \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \\ \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x + 1} > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1 \quad (1).$$

$$\log_2 (\sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x + 1}) = \log_2 (x + 2) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x + 1} = x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + 1 + x + 1 + 2\sqrt{(x^2 - x + 1)(x + 1)} = x^2 + 4x + 4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x^3 + 1} = 4x + 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^3 + 1} = 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^3 + 1 = 4x^2 + 4x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x^3 - 4x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = 2 + 2\sqrt{2} \\ x = 2 - 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases} \text{ (thỏa (1)).}$$

$$\text{Vậy nghiệm của phương trình là } x = 0 \text{ hay } x = 2 + 2\sqrt{2}.$$

Câu 22: Giải phương trình sau: $\log_2 (x - 5) + \log_2 (x + 2) = 3$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - 5 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5$$

Ta có: $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3 \Leftrightarrow \log_2(x-5)(x+2) = 3 \Leftrightarrow (x-5)(x+2) = 8$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện, ta được nghiệm của phương trình là $x = 6$.

Câu 23: Giải phương trình: $\log_{25}(4x+5)^2 + \log_5 x = \log_3 27$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình đã cho trở thành: $\log_5(4x+5) + \log_5 x = 3 \Leftrightarrow 4x^2 + 5x - 125 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -\frac{25}{4} \end{cases}$.

Câu 24: Giải phương trình: $\log_2 x + \log_3 x + \log_4 x = \log_{20} x$

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$\log_2 x + \frac{\log_2 x}{\log_2 3} + \frac{\log_2 x}{\log_2 4} = \frac{\log_2 x}{\log_2 20}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x \left(1 + \frac{1}{\log_2 3} + \frac{1}{\log_2 4} - \frac{1}{\log_2 20} \right) = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 1$.

Câu 25: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

Lời giải

+ Ta có: Điều kiện xác định $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

$$+ \log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{2x+1}{x-1} \right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{2x+1}{x-1} \right) = \log_3 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1} = 3 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1} - 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{-x+4}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = 4. \text{ Thỏa mãn điều kiện xác định.}$$

Câu 26: Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $\log_x 2 - \log_{16} x = 0$. Tính $x_1 \cdot x_2$.

Lời giải

Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

$$\log_x 2 - \log_{16} x = 0 \Leftrightarrow \log_x 2 - \log_{2^4} x = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 x} - \frac{1}{4} \log_2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 x)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = \frac{1}{4} \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy tích $x_1 \cdot x_2 = 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$.

Câu 27: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 x \cdot \log_2 (32x) + 4 = 0$ bằng

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Khi đó $\log_2 x \cdot \log_2 (32x) + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x \cdot (\log_2 x + 5) + 4 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x + 5 \log_2 x + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1}{16} \end{cases}.$$

Do đó tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng $\frac{9}{16}$.

Câu 28: Cho phương trình $\log_3^2 x - 2 \log_{\sqrt{3}} x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Tính giá trị của biểu thức $P = \log_3 x_1 + \log_{27} x_2$ biết $x_1 < x_2$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$.

$$\log_3^2 x - 2 \log_{\sqrt{3}} x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x - 3 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x - 4 \log_3 x + 2 \log_3 x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - 2 \log_3 x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = -1 \\ \log_3 x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 27 \end{cases}.$$

Do $x_1 < x_2$ nên $x_1 = \frac{1}{3}$ và $x_2 = 27$.

Vậy $P = \log_3 x_1 + \log_{27} x_2 = \log_3 \frac{1}{3} + \log_{27} 27 = 0$.

Câu 29: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình: $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} (x+3) + \frac{1}{4} \log_9 (x-1)^8 = \log_3 (4x)$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$.

Ta có: $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}(x+3) + \frac{1}{4} \log_9(x-1)^8 = \log_3(4x)$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+3) + \log_3|x-1| = \log_3(4x)$$

$$\Leftrightarrow \log_3[(x+3) \cdot |x-1|] = \log_3(4x)$$

$$\Leftrightarrow (x+3) \cdot |x-1| = 4x \quad (1).$$

+ Nếu $0 < x < 1$ thì phương trình (1) trở thành

$$(x+3) \cdot (1-x) = 4x \Leftrightarrow -x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 + 2\sqrt{3} \text{ (tm)} \\ x = -3 - 2\sqrt{3} \text{ (l)} \end{cases}.$$

+ Nếu $x > 1$ thì phương trình (1) trở thành

$$(x+3) \cdot (x-1) = 4x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (tm)} \\ x = -1 \text{ (l)} \end{cases}.$$

Phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = \{-3 + 2\sqrt{3}; 3\}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $2\sqrt{3}$.

Câu 30: Giải phương trình: $\log_3(x-2)^2 + \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{x^2-3x+3} = 0$.

Lời giải

Điều kiện: $0 < x \neq 2$.

Phương trình cho tương đương với phương trình: $\log_3(x-2)^2 + \log_3\left(\frac{x}{x^2-3x+3}\right)^2 = 0$

$$\Leftrightarrow \log_3\left((x-2)^2 \cdot \left(\frac{x}{x^2-3x+3}\right)^2\right) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 \cdot \left(\frac{x}{x^2-3x+3}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 11x^2 + 18x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

Câu 31: Giải phương trình: $\log_2(8-x^2) + \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) - 2 = 0$.

Lời giải

Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1$.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$\log_2 (8 - x^2) = 2 + \log_2 (\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$$

$$\Leftrightarrow 8 - x^2 = 4(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) (*)$$

Đặt $t = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$, phương trình (*) trở thành:

$$(t-2)^2 (t^2 + 4t + 8) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

$$\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2 \Leftrightarrow x = 0.$$

3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ



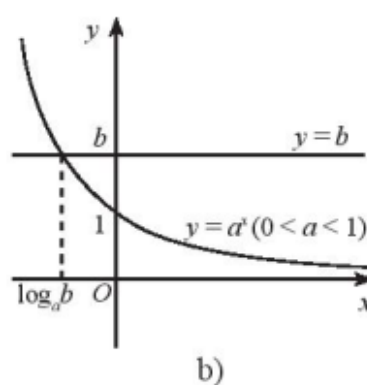
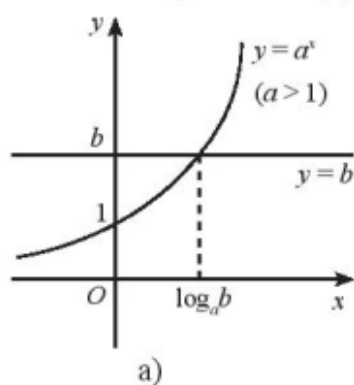
Bất phương trình mũ cơ bản là bất phương trình có dạng $a^x > b$ (hoặc $a^x \geq b$, $a^x < b$, $a^x \leq b$), với a, b là những số cho trước, $a > 0$, $a \neq 1$.

Xét bất phương trình

$$a^x > b. \quad (3)$$

Nghiệm của (3) là hoành độ các điểm trên đồ thị hàm số $y = a^x$ nằm phía trên đường thẳng $y = b$. Từ đồ thị ở Hình 4, ta nhận được:

- Nếu $b \leq 0$ thì mọi $x \in \mathbb{R}$ đều là nghiệm của (3).
- Nếu $b > 0$ thì:
 - Với $a > 1$, nghiệm của (3) là $x > \log_a b$;
 - Với $0 < a < 1$, nghiệm của (3) là $x < \log_a b$.



CHÚ Ý:

Nếu $a > 1$, $b > 0$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$

$$a^{f(x)} > b \Leftrightarrow f(x) > \log_a b$$

Nếu $0 < a < 1$, $b > 0$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$

$$a^{f(x)} > b \Leftrightarrow f(x) < \log_a b$$

Lưu ý: $b \leq 0$ thì $a^{f(x)} > b$ đúng với mọi x thỏa mãn điều kiện xác định của $f(x)$, còn $a^{f(x)} \leq b$ vô nghiệm.

4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT



Bất phương trình lôgarit cơ bản là bất phương trình có dạng $\log_a x > b$ (hoặc $\log_a x \geq b$, $\log_a x < b$, $\log_a x \leq b$), với a, b là những số cho trước, $a > 0$, $a \neq 1$.

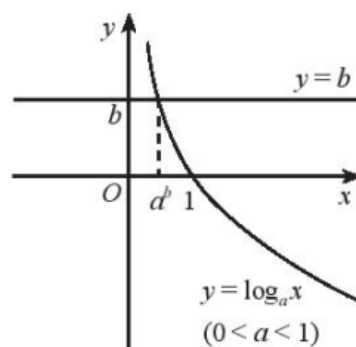
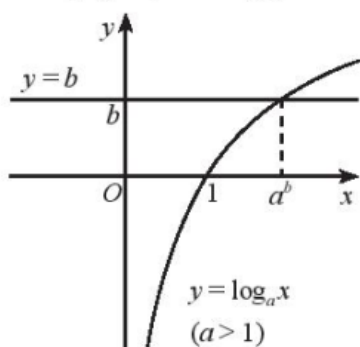
Xét bất phương trình

$$\log_a x > b. \quad (4)$$

Điều kiện xác định của bất phương trình là $x > 0$.

Nghiệm của (4) là hoành độ các điểm của đồ thị hàm số $y = \log_a x$ nằm phía trên đường thẳng $y = b$. Từ đồ thị ở Hình 5, ta nhận được:

- Với $a > 1$, nghiệm của (4) là $x > a^b$.
- Với $0 < a < 1$, nghiệm của (4) là $0 < x < a^b$.



CHÚ Ý:

$$\text{Nếu } a > 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

$$\text{Nếu } 0 < a < 1 \text{ thì } \log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

Ví dụ:

Câu 32: Giải bất phương trình $\left(\frac{4}{3}\right)^{x^2-4} \geq 1$.

Lời giải

$$\text{Bất phương trình } \left(\frac{4}{3}\right)^{x^2-4} \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 2 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

Câu 33: Có bao nhiêu số nguyên $x \leq 10$ là nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} \geq 3^{-x}$?

Lời giải

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^x \Leftrightarrow \sqrt{x+2} \leq x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x+2 \leq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq -2 \\ \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$$

Theo giả thiết số nguyên $x \leq 10 \Rightarrow x \in [2; 10]$.

Vậy có 9 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

Lời giải

$$\text{Bất phương trình } \log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \leq 4 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 7 \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 7.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ 3 < x \leq 7 \end{cases} \Rightarrow x \in \{4; 5; 6; 7\}.$$

Vậy bất phương trình đã cho có tất cả 4 nghiệm nguyên.

Câu 35: Giải bất phương trình: $\log(3-2x) \geq \log(x+1)$.

Lời giải

$$\log(3-2x) \geq \log(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 3-2x \geq x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \leq \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là } S = \left(-1; \frac{2}{3}\right].$$

Câu 36: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0 \Leftrightarrow 0 < x^2 - 5x + 7 < 1.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 6 < 0 \\ x^2 - 5x + 7 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (2; 3)$.

Câu 37: Bất phương trình $\log_3(3x+1) < \log_3(x+7)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

Lời giải

Ta có:

$$\log_3(3x+1) < \log_3(x+7) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 < x+7 \\ 3x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 3.$$

Vì x là số nguyên nên $x \in \{0; 1; 2\}$. Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên.

Câu 38: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(x+1) > \log_{0,5} 2x$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0.$$

Ta có: $\log_{0,5}(x+1) > \log_{0,5} 2x \Leftrightarrow x+1 < 2x \Leftrightarrow x > 1$, kết hợp điều kiện ta được $x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; +\infty)$.

Câu 39: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_x 3 < \log_{\frac{x}{3}} 3$

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \log_x 3 < \log_{\frac{x}{3}} 3 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 x} < \frac{1}{\log_3 \frac{x}{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 x} - \frac{1}{\log_3 x - 1} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{\log_3 x (\log_3 x - 1)} < 0 \Leftrightarrow \log_3 x (\log_3 x - 1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x < 0 \\ \log_3 x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x < 0 \\ \log_3 x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$$

kết hợp điều kiện ta được $0 < x < 1$ hoặc $x > 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_5(x^2 + 1) + 1 \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Lời giải

Bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases}, \forall x \in \mathbb{R}$ (dễ thấy

$$m=0 \text{ không thỏa mãn hệ}) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta_{(1)} = 16 - 4m^2 < 0 \\ 5 - m > 0 \\ \Delta_{(2)} = 16 - 4(5 - m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \vee m > 2 \\ m < 5 \\ m \leq 3 \vee m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 3$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn.



HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH – MŨ – LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

- Câu 1:** (MĐ 101-2022) Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là
 A. $x = \frac{1}{3}$. B. 0. C. $x = -1$. D. $x = 1$.
- Câu 2:** (MĐ 102-2022) Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là
 A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.
- Câu 3:** (MĐ 103-2022) Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 4:** (MĐ 104-2022) Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là
 A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 5:** (MĐ 103-2022) Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là
 A. $x = \frac{3}{4}$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $x = \frac{2}{3}$.
- Câu 6:** (MĐ 104-2022) Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là
 A. $x = 1$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = \frac{2}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.
- Câu 7:** (TK 2020-2021) Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:
 A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.
- Câu 8:** (TK 2020-2021) Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là:
 A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

- Câu 9:** (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là
 A. $x = 25$. B. $x = \frac{32}{3}$. C. $x = 32$. D. $x = \frac{25}{3}$.
- Câu 10:** (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là
 A. $x = \frac{9}{2}$. B. $x = 9$. C. $x = 4$. D. $x = 8$.
- Câu 11:** (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Nghiệm của phương trình $\log_2(5x) = 3$ là:
 A. $x = \frac{8}{5}$. B. $x = \frac{9}{5}$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.
- Câu 12:** Nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là:
 A. $x = \sqrt[3]{5}$. B. $x = \frac{3}{5}$. C. $x = \log_3 5$. D. $x = \log_5 3$.
- Câu 13:** Nghiệm của phương trình $5^x = 2$ là:
 A. $x = \log_2 5$. B. $x = \log_5 2$. C. $x = \frac{2}{5}$. D. $x = \sqrt{5}$.
- Câu 14:** (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Nghiệm của phương trình $7^x = 2$ là
 A. $x = \log_2 7$. B. $x = \log_7 2$. C. $x = \frac{2}{7}$. D. $x = \sqrt{7}$.
- Câu 15:** (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Nghiệm của phương trình $7^x = 3$ là
 A. $x = \frac{3}{7}$. B. $x = \sqrt[3]{7}$. C. $x = \log_7 3$. D. $x = \log_3 7$.
- Câu 16:** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là:
 A. $x = 3$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.
- Câu 17:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là
 A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 10$.
- Câu 18:** (Mã 102 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là
 A. $x = 10$. B. $x = 8$. C. $x = 9$. D. $x = 7$.
- Câu 19:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là:
 A. $x = 6$. B. $x = 8$. C. $x = 11$. D. $x = 10$.
- Câu 20:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$ là
 A. $x = 11$. B. $x = 10$. C. $x = 7$. D. 8 .
- Câu 21:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9) = 5$ là
 A. $x = 41$. B. $x = 23$. C. $x = 1$. D. $x = 16$.
- Câu 22:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+6) = 5$ là:
 A. $x = 4$. B. $x = 19$. C. $x = 38$. D. $x = 26$.

- Câu 23:** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+7)=5$ là
A. $x=18$. **B.** $x=25$. **C.** $x=39$. **D.** $x=3$.
- Câu 24:** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+8)=5$ bằng
A. $x=17$. **B.** $x=24$. **C.** $x=2$. **D.** $x=40$.
- Câu 25:** (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-x+2)=1$ là :
A. $\{0\}$ **B.** $\{0;1\}$ **C.** $\{-1;0\}$ **D.** $\{1\}$
- Câu 26:** (Đề Minh Họa 2017) Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$.
A. $x=65$ **B.** $x=80$ **C.** $x=82$ **D.** $x=63$
- Câu 27:** (Mã 110 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$.
A. $x=5$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=3$.
- Câu 28:** (Mã 102 2018) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-1)=3$ là
A. $\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$ **B.** $\{-3;3\}$ **C.** $\{-3\}$ **D.** $\{3\}$
- Câu 29:** (Mã 104 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.
A. $x=11$ **B.** $x=13$ **C.** $x=21$ **D.** $x=3$
- Câu 30:** (Mã 103 2018) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7)=2$ là
A. $\{4\}$ **B.** $\{-4\}$ **C.** $\{-\sqrt{15};\sqrt{15}\}$ **D.** $\{-4;4\}$
- Câu 31:** (Mã 105 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1)=\frac{1}{2}$.
A. $x=6$ **B.** $x=4$ **C.** $x=\frac{23}{2}$ **D.** $x=-6$
- Câu 32:** (Đề Tham Khảo 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$.
A. $S=\{3\}$ **B.** $S=\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$ **C.** $S=\{-3;3\}$ **D.** $S=\{4\}$
- Câu 33:** (Mã 103 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1)$ là
A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=3$.
- Câu 34:** (Mã 105 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.
A. $S=\{3\}$ **B.** $S=\{4\}$ **C.** $S=\{1\}$ **D.** $S=\{-2\}$
- Câu 35:** (Mã 101 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$
A. $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-3$.
- Câu 36:** (Mã 104 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$ là
A. $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.
- Câu 37:** (Mã 102 -2019) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)$ là
A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 38: (Mã 110 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

A. $S = \{3\}$ B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$

C. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$ D. $S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right\}$

Câu 39: (Đề Tham Khảo 2018) Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

A. 0. B. $\frac{80}{9}$. C. 9. D. $\frac{82}{9}$.

Câu 40: (Mã 110 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

A. $S = \{3\}$ B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$

C. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$ D. $S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right\}$

Câu 41: (Mã 104 2017) Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.

A. $S_{\min} = 17$ B. $S_{\min} = 30$ C. $S_{\min} = 25$ D. $S_{\min} = 33$

Câu 42: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

A. $(1; 2)$. B. $[1; 2]$. C. $[1; 2)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 43: (Mã 102 2019) Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 7. B. 6. C. 5. D. Vô số.

Câu 44: (MĐ 101-2022) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là:

A. $(9; +\infty)$. B. $(25; +\infty)$. C. $(31; +\infty)$. D. $(24; +\infty)$.

Câu 45: (MĐ 102-2022) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

A. $(24; +\infty)$. B. $(9; +\infty)$. C. $(25; +\infty)$. D. $(31; +\infty)$.

Câu 46: (MĐ 101-2022) Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 18) < 0$?

A. 72. B. 73. C. 71. D. 74.

- Câu 47: (MĐ 102-2022)** Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(5^b - 1)(a \cdot 2^b - 5) < 0$
A. 20. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 19.
- Câu 48: (MĐ 103-2022)** Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(4^b - 1)(a \cdot 3^b - 10) < 0$?
A. 182. **B.** 179. **C.** 180. **D.** 181.
- Câu 49: (MĐ 104-2022)** Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) < 0$?
A. 34. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 33.
- Câu 50: (2020-2021 – ĐỢT 1)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là
A. $(-\infty; \log_3 2)$. **B.** $(\log_3 2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_2 3)$. **D.** $(\log_2 3; +\infty)$.
- Câu 51: (2020-2021 – ĐỢT 1)** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5$ là
A. $(-\infty; \log_2 5)$. **B.** $(\log_2 5; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_5 2)$. **D.** $(\log_5 2; +\infty)$.
- Câu 52: (2020-2021 – ĐỢT 1)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 5$ là
A. $\left(0; \frac{32}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{32}{3}; +\infty\right)$. **C.** $\left(0; \frac{25}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{25}{3}; +\infty\right)$.
- Câu 53: (2020-2021 – ĐỢT 2)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 3$ là
A. $(3; +\infty)$. **B.** $\left(\frac{8}{3}; +\infty\right)$. **C.** $\left(0; \frac{8}{3}\right)$. **D.** $(0; 3)$.
- Câu 54: (2020-2021 – ĐỢT 2)** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) > 4$
A. $(0; 32)$. **B.** $\left(0; \frac{81}{2}\right)$. **C.** $(32; +\infty)$. **D.** $\left(\frac{81}{2}; +\infty\right)$.
- Câu 55: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1)** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là
A. $[-2; 4]$. **B.** $[-4; 2]$.
C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.
- Câu 56: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2)** Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0$ là
A. $[0; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $[1; +\infty)$.
 Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0; +\infty)$.
- Câu 57: (Mã 101 - 2020 Lần 1)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là
A. $(4; +\infty)$. **B.** $(-4; 4)$. **C.** $(-\infty; 4)$. **D.** $(0; 4)$.
- Câu 58: (Mã 102 - 2020 Lần 1)** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là
A. $(-5; 5)$. **B.** $(-\infty; 5)$. **C.** $(5; +\infty)$. **D.** $(0; 5)$.

- Câu 59:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7} < 4$ là
A. $(-3; 3)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(-\infty; 3)$. **D.** $(3; +\infty)$.
- Câu 60:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1} < 8$ là
A. $(0; 2)$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.
- Câu 61:** (Đề Tham Khảo 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là:
A. $(-\infty; 6)$ **B.** $(0; 64)$ **C.** $(6; +\infty)$ **D.** $(0; 6)$
- Câu 62:** (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là
A. $(3; +\infty)$ **B.** $(-1; 3)$ **C.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ **D.** $(-\infty; -1)$
- Câu 63:** (Đề Tham Khảo 2017) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.
A. $S = (-\infty; -2)$. **B.** $S = (1; +\infty)$. **C.** $S = (-1; +\infty)$. **D.** $S = (-2; +\infty)$.
- Câu 64:** (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là
A. $(-\infty; -1)$ **B.** $(3; +\infty)$ **C.** $(-1; 3)$ **D.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
- Câu 65:** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là
A. $(10; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $[10; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 10)$.
- Câu 66:** (Mã 102 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13 - x^2) \geq 2$ là
A. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 2]$.
C. $(0; 2]$. **D.** $[-2; 2]$.
- Câu 67:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36 - x^2) \geq 3$ là
A. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 3]$. **C.** $[-3; 3]$. **D.** $(0; 3]$.
- Câu 68:** (Mã 101 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18 - x^2) \geq 2$ là
A. $(-\infty; 3]$. **B.** $(0; 3]$.
C. $[-3; 3]$. **D.** $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.
- Câu 69:** (Mã 104 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(31 - x^2) \geq 3$ là
A. $(-\infty; 2]$. **B.** $[-2; 2]$. **C.** $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **D.** $(0; 2]$.
- Câu 70:** (Đề Minh Họa 2017) Giải bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$.
A. $x > 3$ **B.** $\frac{1}{3} < x < 3$ **C.** $x < 3$ **D.** $x > \frac{10}{3}$
- Câu 71:** (Mã 123 2017) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.
A. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$ **B.** $S = [2; 16]$
C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$

Câu 72: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x) \cdot [\log_3(x+25) - 3] \leq 0$?

- A. 24. B. Vô số. C. 26. D. 25.

Câu 73: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x) [\log_2(x+30) - 5] \leq 0$

- A. 30. B. Vô số. C. 31. D. 29.

Câu 74: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x) [\log_2(x+14) - 4] \leq 0$?

- A. 14. B. 13. C. Vô số. D. 15.

Câu 75: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$(2^{x^2} - 4^x) [\log_3(x+25) - 3] \leq 0?$$

- A. 24. B. Vô số. C. 25. D. 26.

Câu 76: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_2(x^2+1) - \log_2(x+31)](32 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. 27. B. Vô số. C. 26. D. 28.

Câu 77: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_3(x^2+1) - \log_3(x+21)](16 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. 17. B. 18. C. 16. D. Vô số.

Câu 78: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_2(x^2+1) - \log_2(x+21)](16 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. Vô số. B. 17. C. 16. D. 18.

Câu 79: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_3(x^2+1) - \log_3(x+31)](32 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. 27. B. 26. C. Vô số. D. 28.

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH – MŨ – LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: (MĐ 101-2022) Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. 0 .

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{2x+1} = 3^{2-x} \Leftrightarrow 2x+1 = 2-x \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Câu 2: (MĐ 102-2022) Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

A. $x = \frac{1}{3}$.

B. $x = 0$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3^{2x+1} = 3^{2-x} \Leftrightarrow 2x+1 = 2-x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Câu 3: (MĐ 103-2022) Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 0 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{x^2+1} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là 2 .

Câu 4: (MĐ 104-2022) Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

A. 1 .

B. 2 .

C. 0 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x^2+1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2+1} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Câu 5: (MĐ 103-2022) Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

A. $x = \frac{3}{4}$.

B. $x = 1$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{2}{3}$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} (*)$.

Với điều kiện (*) phương trình tương đương: $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0 \Leftrightarrow 2x-1 = 1 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$
(thỏa mãn).

Câu 6: (MĐ 104-2022) Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

A. $x = 1$.

B. $x = \frac{3}{4}$.

C. $x = \frac{2}{3}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0 \Leftrightarrow 2x-1 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 7: (TK 2020-2021) Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Ta có $5^{2x-4} = 25 \Leftrightarrow 5^{2x-4} = 5^2 \Leftrightarrow 2x-4 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 8: (TK 2020-2021) Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là:

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = \frac{8}{3}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\log_2(3x) = 3 \Leftrightarrow 3x = 2^3 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$.

Câu 9: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Nghiệm của phương trình $\log_5(3x) = 2$ là

A. $x = 25$.

B. $x = \frac{32}{3}$.

C. $x = 32$.

D. $x = \frac{25}{3}$.

Lời giải

Ta có

$$\log_5(3x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > 0 \\ 3x = 5^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{25}{3}.$$

Câu 10: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là

A. $x = \frac{9}{2}$.

B. $x = 9$.

C. $x = 4$.

D. $x = 8$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$. Với điều kiện phương trình đã cho tương đương $2x = 3^2 = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{2}$.

Câu 11: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Nghiệm của phương trình $\log_2(5x) = 3$ là:

A. $x = \frac{8}{5}$.

B. $x = \frac{9}{5}$.

C. $x = 8$.

D. $x = 9$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$

$$\log_2(5x) = 3 \Leftrightarrow 5x = 2^3 \Leftrightarrow 5x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{5} \text{ (nhận).}$$

Câu 12: Nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là:

A. $x = \sqrt[3]{5}$.

B. $x = \frac{3}{5}$.

C. $x = \log_3 5$.

D. $x = \log_5 3$.

Lời giải

Ta có $5^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_5 3$.

Vậy nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là $x = \log_5 3$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $5^x = 2$ là:

A. $x = \log_2 5$.

B. $x = \log_5 2$.

C. $x = \frac{2}{5}$.

D. $x = \sqrt{5}$

Lời giải

Ta có: $5^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_5 2$. **Chọn B**

Câu 14: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Nghiệm của phương trình $7^x = 2$ là

A. $x = \log_2 7$.

B. $x = \log_7 2$.

C. $x = \frac{2}{7}$.

D. $x = \sqrt{7}$.

Lời giải

Ta có $7^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_7 2$.

Câu 15: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Nghiệm của phương trình $7^x = 3$ là

A. $x = \frac{3}{7}$.

B. $x = \sqrt[3]{7}$.

C. $x = \log_7 3$.

D. $x = \log_3 7$.

Lời giải

Ta có $7^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_7 3$

Câu 16: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$

$$\text{Ta có } \log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2x - 1 = 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 5$.

Câu 17: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1) = 2$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = (1; +\infty)$

$$\log_3(x - 1) = 2 \Leftrightarrow x - 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 10$$

Câu 18: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 1) = 3$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 8$. C. $x = 9$. D. $x = 7$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \log_2(x - 1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 1 = 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow x = 9.$$

Câu 19: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 2) = 3$ là:

- A. $x = 6$. B. $x = 8$. C. $x = 11$. D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

$$\log_2(x - 2) = 3 \Leftrightarrow x - 2 = 8 \Leftrightarrow x = 10 \text{ (thỏa)}.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 10$.

Câu 20: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 2) = 2$ là

- A. $x = 11$. B. $x = 10$. C. $x = 7$. D. 8.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 2$

$$\text{Phương trình tương đương với } x - 2 = 3^2 \Leftrightarrow x = 11$$

Câu 21: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 9) = 5$ là

A. $x = 41$.

B. $x = 23$.

C. $x = 1$.

D. $x = 16$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x > -9$

Ta có: $\log_2(x+9) = 5 \Leftrightarrow x+9 = 2^5 \Leftrightarrow x = 23$.

Câu 22: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+6) = 5$ là:

A. $x = 4$.

B. $x = 19$.

C. $x = 38$.

D. $x = 26$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x+6 > 0 \Leftrightarrow x > -6$

Ta có: $\log_2(x+6) = 5 \Leftrightarrow \log_2(x+6) = \log_2 2^5 \Leftrightarrow (x+6) = 32 \Leftrightarrow x = 32-6 \Leftrightarrow x = 26(TM)$

Vậy nghiệm của phương trình: $x = 26$

Câu 23: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+7) = 5$ là

A. $x = 18$.

B. $x = 25$.

C. $x = 39$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2(x+7) = 5 \Leftrightarrow x+7 = 2^5 \Leftrightarrow x = 25$.

Câu 24: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+8) = 5$ bằng

A. $x = 17$.

B. $x = 24$.

C. $x = 2$.

D. $x = 40$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(x+8) = 5 \Leftrightarrow x+8 = 2^5 \Leftrightarrow x = 24$.

Câu 25: (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là :

A. $\{0\}$

B. $\{0;1\}$

C. $\{-1;0\}$

D. $\{1\}$

Lời giải

Chọn B

$\log_2(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

Câu 26: (Đề Minh Họa 2017) Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

A. $x = 65$

B. $x = 80$

C. $x = 82$

D. $x = 63$

Lời giải

Chọn A

ĐK: $\Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Phương trình $\log_4(x-1)=3 \Leftrightarrow x-1=4^3 \Leftrightarrow x=65$.

Câu 27: (Mã 110 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$.

- A.** $x=5$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(1-x)=2 \Leftrightarrow 1-x=4 \Leftrightarrow x=-3$.

Câu 28: (Mã 102 2018) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-1)=3$ là

- A.** $\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$ **B.** $\{-3;3\}$ **C.** $\{-3\}$ **D.** $\{3\}$

Lời giải

Chọn B

$\log_2(x^2-1)=3 \Leftrightarrow x^2-1=8 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm 3$.

Câu 29: (Mã 104 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.

- A.** $x=11$ **B.** $x=13$ **C.** $x=21$ **D.** $x=3$

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x-5>0 \Leftrightarrow x>5$

Khi đó $\log_2(x-5)=4 \Leftrightarrow x-5=16 \Leftrightarrow x=21$.

Câu 30: (Mã 103 2018) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7)=2$ là

- A.** $\{4\}$ **B.** $\{-4\}$ **C.** $\{-\sqrt{15};\sqrt{15}\}$ **D.** $\{-4;4\}$

Lời giải

Chọn D

$\log_3(x^2-7)=2 \Leftrightarrow x^2-7=9 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=-4 \end{cases}$

Câu 31: (Mã 105 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1)=\frac{1}{2}$.

- A.** $x=6$ **B.** $x=4$ **C.** $x=\frac{23}{2}$ **D.** $x=-6$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>-1$

Xét phương trình $\log_{25}(x+1)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_5(x+1)=1 \Leftrightarrow x+1=5 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 32: (Đề Tham Khảo 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3$.

- A.** $S=\{3\}$ **B.** $S=\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$ **C.** $S=\{-3;3\}$ **D.** $S=\{4\}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > 1$. Phương trình đã cho trở thành $\log_2(x^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm duy nhất của phương trình là $x = 3 \Rightarrow S = \{3\}$

Câu 33: (Mã 103 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

- A.** $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện phương trình: $x > \frac{1}{3}$.

$$\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1) \Leftrightarrow \log_2[(x+1).2] = \log_2(3x-1) \Leftrightarrow 2(x+1) = 3x-1 \Leftrightarrow x = 3.$$

Ta có $x = 3$ (Thỏa mãn điều kiện phương trình)

Vậy nghiệm phương trình là $x = 3$.

Câu 34: (Mã 105 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

- A.** $S = \{3\}$ **B.** $S = \{4\}$ **C.** $S = \{1\}$ **D.** $S = \{-2\}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\text{Ta có } \log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1 \Leftrightarrow \log_3 \frac{2x+1}{x-1} = 1 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1} = 3 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa)}$$

Câu 35: (Mã 101 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$

- A.** $x = 4$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -3$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > -\frac{1}{4}$. Ta có:

$$\begin{aligned} \log_3(x+1) + 1 &= \log_3(4x+1) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{4} \\ 3(x+1) = 4x+1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{4} \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2. \end{aligned}$$

Vậy: Nghiệm của phương trình là $x = 2$.

Câu 36: (Mã 104 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1)$ là

- A.** $x = 4$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\text{Ta có: } \log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x+1) = \log_3[3 \cdot (x-1)]$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = 3x-3$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ (nhận).}$$

Câu 37: (Mã 102 -2019) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1)$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > -1 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1).$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+1) = \log_2 2 \cdot (x-1)$$

$$\Leftrightarrow x+1 = 2x-2 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (Thỏa mãn).}$$

Câu 38: (Mã 110 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

A. $S = \{3\}$

B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$

C. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$

D. $S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right\}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-1 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \quad (*).$$

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 2\log_2(x-1) - \log_2(x+1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2(x-1) = \log_2(x+1) + \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2[2(x+1)]$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{5} (L) \\ x = 2 + \sqrt{5} \end{cases}. \text{ Vậy tập nghiệm phương trình } S = \{2 + \sqrt{5}\}$$

Câu 39: (Đề Tham Khảo 2018) Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{80}{9}$. C. 9. D. $\frac{82}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > 0$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_3 x \cdot \frac{1}{3} \log_3 x \cdot \frac{1}{4} \log_3 x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow (\log_3 x)^4 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}$$

Câu 40: (Mã 110 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

- A. $S = \{3\}$ B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$
C. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$ D. $S = \left\{ \frac{3 + \sqrt{13}}{2} \right\}$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \quad (*)$.

Phương trình $\Leftrightarrow 2\log_2(x-1) - \log_2(x+1) = 1$

$\Leftrightarrow 2\log_2(x-1) = \log_2(x+1) + \log_2 2$

$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2[2(x+1)]$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x + 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{5} (L) \\ x = 2 + \sqrt{5} \end{cases}$. Vậy tập nghiệm phương trình $S = \{2 + \sqrt{5}\}$

Câu 41: (Mã 104 2017) Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.

- A. $S_{\min} = 17$ B. $S_{\min} = 30$ C. $S_{\min} = 25$ D. $S_{\min} = 33$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > 0$, điều kiện mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $b^2 > 20a$.

Đặt $t = \ln x, u = \log x$ khi đó ta được $at^2 + bt + 5 = 0(1), 5t^2 + bt + a = 0(2)$.

Ta thấy với mỗi một nghiệm t thì có một nghiệm x , một u thì có một x .

Ta có $x_1.x_2 = e^{t_1}.e^{t_2} = e^{t_1+t_2} = e^{-\frac{b}{a}}, x_3.x_4 = 10^{u_1+u_2} = 10^{-\frac{b}{5}}$, lại có $x_1.x_2 > x_3.x_4 \Leftrightarrow e^{-\frac{b}{a}} > 10^{-\frac{b}{5}}$

$\Rightarrow -\frac{b}{a} > -\frac{b}{5} \ln 10 \Leftrightarrow a > \frac{5}{\ln 10} \Leftrightarrow a \geq 3$ (do a, b nguyên dương), suy ra $b^2 > 60 \Rightarrow b \geq 8$.

Vậy $S = 2a + 3b \geq 2.3 + 3.8 = 30$, suy ra $S_{\min} = 30$ đạt được $a = 3, b = 8$.

Câu 42: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

A. $(1; 2)$.

B. $[1; 2]$.

C. $[1; 2)$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0 \Leftrightarrow [1 + \log(x)]^2 - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0 (*)$$

Đặt $t = \log_2 x = g(x) \Rightarrow 0 \leq t \leq 1$ và mỗi giá trị của x sẽ cho một giá trị của t

(*) trở thành $(1+t)^2 - (m+2)t + m - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 1 - mt - 2t + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 1 = m(t-1)$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(t+1-m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = m-1 & (1) \\ t = 1 & (2) \end{cases}$$

Với $t = 1$ thì phương trình có một nghiệm $x = 2$

Vậy để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có một nghiệm $t \neq 1$

$$0 \leq m-1 < 1 \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$$

Vậy $m \in [1; 2)$ để thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: (Mã 102 2019) Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > \frac{1}{6} \\ m > 0 \end{cases}$$

Khi đó

$$\log_9 x^2 - \log_3 (6x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 x + \log_3 m = \log_3 (6x-1)$$

$$\Leftrightarrow mx = 6x-1 \Leftrightarrow x(6-m) = 1 \quad (1)$$

+) Với $m = 6$, phương trình (1) trở thành $0 = 1$ (vô lý).

+) Với $m \neq 6$, phương trình (1) có nghiệm $x = \frac{1}{6-m}$

$$\Rightarrow \frac{1}{6-m} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6-m} - \frac{1}{6} > 0 \Leftrightarrow \frac{m}{6-m} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 6.$$

Vậy $0 < m < 6$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 44: (MĐ 101-2022) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 (x+1) > 2$ là:

- A. $(9; +\infty)$. B. $(25; +\infty)$. C. $(31; +\infty)$. **D. $(24; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_5 (x+1) > 2 \Leftrightarrow x+1 > 5^2 \Leftrightarrow x > 25-1 \Leftrightarrow x > 24.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (24; +\infty)$.

Câu 45: (MĐ 102-2022) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 (x+1) > 2$ là

- A. $(24; +\infty)$.** B. $(9; +\infty)$. C. $(25; +\infty)$. D. $(31; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_5 (x+1) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x+1 > 5^2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 24.$$

Câu 46: (MĐ 101-2022) Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 18) < 0$?

- A. 72. **B. 73.** C. 71. D. 74.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Xét } (3^b - 3)(a \cdot 2^b - 18) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^b - 3 = 0 \\ a \cdot 2^b - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = \log_2 \frac{18}{a} \end{cases}$$

TH1: Nếu $\log_2 \frac{18}{a} > 1 \Leftrightarrow 0 < a < 9$. Khi đó ta có bảng xét dấu về trái BPT như sau:

b	$-\infty$		1		$\log_2 \frac{18}{a}$		$+\infty$
VT		+	0	-	0	+	

Để với mỗi a có đúng ba số nguyên b thì $b \in \{2; 3; 4\}$ nên

$$4 < \log_2 \frac{18}{a} \leq 5 \Leftrightarrow 16 < \frac{18}{a} \leq 32 \Leftrightarrow \frac{9}{16} \leq a < \frac{9}{8}.$$

Vậy $a = 1$. TH này có 1 giá trị a thỏa mãn.

TH2: Nếu $\log_2 \frac{18}{a} < 1 \Leftrightarrow a > 9$. Khi đó ta có bảng xét dấu về trái BPT như sau:

b	$-\infty$	$\log_2 \frac{18}{a}$	1	$+\infty$
VT	$+$	0	$-$	0
			0	$+$

Để với mỗi a có đúng ba số nguyên b thì $b \in \{-2; -1; 0\}$ nên

$$-3 \leq \log_2 \frac{18}{a} < -2 \Leftrightarrow 2^{-3} \leq \frac{18}{a} < 2^{-2} \Leftrightarrow 72 < a \leq 144.$$

Vậy $a \in \{73; 74; \dots; 144\}$. TH này có 72 giá trị của a thỏa mãn.

Gom cả hai trường hợp ta có 73 giá trị của a thỏa.

Câu 47: (MĐ 102-2022) Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(5^b - 1)(a \cdot 2^b - 5) < 0$

A. 20.

B. 21.

C. 22.

D. 19.

Lời giải

Chọn B

$$(5^b - 1)(a \cdot 2^b - 5) < 0$$

$$\text{TH1: } \begin{cases} 5^b - 1 > 0 \\ a \cdot 2^b - 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ b < \log_2 \left(\frac{5}{a} \right) \end{cases} \Leftrightarrow 0 < b < \log_2 \left(\frac{5}{a} \right)$$

Để có đúng hai số nguyên b thỏa mãn thì $2 < \log_2 \left(\frac{5}{a} \right) \leq 3 \Leftrightarrow \frac{5}{8} \leq a < \frac{5}{4} \Rightarrow a = 1$ (có 1 giá trị a).

$$\text{TH2: } \begin{cases} 5^b - 1 < 0 \\ a \cdot 2^b - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 0 \\ b > \log_2 \left(\frac{5}{a} \right) \end{cases} \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{5}{a} \right) < b < 0$$

$$\text{Để có đúng hai số nguyên } b \text{ thỏa mãn thì } -3 \leq \log_2 \left(\frac{5}{a} \right) < -2 \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq \frac{5}{a} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 20 < a \leq 40$$

$$\Rightarrow a \in \{21; 22; \dots; 40\} \text{ (có 20 giá trị } a \text{)}.$$

Vậy có tất cả 21 giá trị a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: (MĐ 103-2022) Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(4^b - 1)(a \cdot 3^b - 10) < 0$?

A. 182.

B. 179.

C. 180.

D. 181.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a \geq 1, b \in \mathbb{Z}$.

$$(4^b - 1)(a \cdot 3^b - 10) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \log_3 \left(\frac{10}{a} \right) \end{cases}$$

Trường hợp 1: $\frac{10}{a} > 1 \Leftrightarrow a < 10$.

b	$-\infty$	0	$\log_3(10/a)$	$+\infty$
VT	$+$	0	$-$	$+$

Tập nghiệm bất phương trình $S = \left(0; \log_3 \left(\frac{10}{a} \right) \right)$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow 2 < \log_3 \left(\frac{10}{a} \right) \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} a < \frac{10}{9} \\ a \geq \frac{10}{27} \end{cases} \Leftrightarrow a = 1.$$

Trường hợp 2: $0 < \frac{10}{a} < 1 \Leftrightarrow a > 10$

Tập nghiệm bất phương trình $S = \left(\log_3 \left(\frac{10}{a} \right); 0 \right)$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow -3 \leq \log_3 \left(\frac{10}{a} \right) < -2 \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq 270 \\ a > 90 \end{cases} \Leftrightarrow 90 < a \leq 270.$$

Cả 2 trường hợp có tất cả 181 giá trị nguyên của a thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49: (MĐ 104-2022) Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) < 0$?

A. 34.

B. 32.

C. 31.

D. 33.

Lời giải

Chọn D

Do $a \in \mathbb{Z}^+$ nên ta có $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 16) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^b - 3 < 0 \\ a \cdot 2^b - 16 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 1 \\ 2^b > \frac{16}{a} \end{cases} (I)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^b - 3 > 0 \\ a \cdot 2^b - 16 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 1 \\ 2^b < \frac{16}{a} \end{cases} (II)$$

Trường hợp 1: Nếu b thỏa mãn $2^b > \frac{16}{a}$. Khi đó hệ (II) vô nghiệm.

Do đó để có đúng hai giá trị b thỏa mãn yêu cầu bài toán khi và chỉ khi $b = \{0; 1\}$ thỏa mãn (I)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} > \frac{16}{a} \\ 2^{-2} \leq \frac{16}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 32 \\ a \leq 64 \end{cases} \Rightarrow a = \{33; 34; \dots; 64\}$$

Trường hợp 2: Nếu b thỏa mãn $2^b < \frac{16}{a}$. Khi đó hệ (I) vô nghiệm

Do đó để có đúng hai giá trị b thỏa mãn yêu cầu bài toán khi và chỉ khi $b = \{2; 3\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{a} > 8 \\ 16 \geq \frac{16}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 2 \\ a \geq 1 \end{cases} \Rightarrow a = 1$$

Vậy có 33 giá trị a thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 50: (2020-2021 – ĐỢT 1) Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

- A.** $(-\infty; \log_3 2)$. **B.** $(\log_3 2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_2 3)$. **D.** $(\log_2 3; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; \log_3 2)$.

Câu 51: (2020-2021 – ĐỢT 1) Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 5$ là

- A.** $(-\infty; \log_2 5)$. **B.** $(\log_2 5; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_5 2)$. **D.** $(\log_2 5; +\infty)$

Lời giải

Ta có: $2^x > 5 \Leftrightarrow x > \log_2 5$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $(\log_2 5; +\infty)$

Câu 52: (2020-2021 – ĐỢT 1) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 5$ là

- A.** $\left(0; \frac{32}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{32}{3}; +\infty\right)$. **C.** $\left(0; \frac{25}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{25}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Ta có $\log_2(3x) > 5 \Leftrightarrow 3x > 2^5 \Leftrightarrow x > \frac{32}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $\left(\frac{32}{3}; +\infty\right)$.

Câu 53: (2020-2021 – ĐỢT 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 3$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $\left(\frac{8}{3}; +\infty\right)$. C. $\left(0; \frac{8}{3}\right)$. D. $(0; 3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có : } \log_2(3x) > 3 \Leftrightarrow 3x > 2^3 \Leftrightarrow 3x > 8 \Leftrightarrow x > \frac{8}{3}$$

Câu 54: (2020-2021 – ĐỢT 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) > 4$

- A. $(0; 32)$. B. $\left(0; \frac{81}{2}\right)$. C. $(32; +\infty)$. D. $\left(\frac{81}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_3(2x) > 4 \Leftrightarrow 2x > 3^4 \Leftrightarrow x > \frac{81}{2}$$

Câu 55: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A. $[-2; 4]$. B. $[-4; 2]$.
C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. D. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x-1 \geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4.$$

Vậy Tập nghiệm của bất phương trình là $[-2; 4]$.

Câu 56: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0 \Leftrightarrow (3^x - 1)(3^x + 3) > 0 \Leftrightarrow 3^x > 1 \text{ (vì } 3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow x > 0.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0; +\infty)$.

Câu 57: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-4; 4)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(0; 4)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 3^{x^2-13} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-13} < 3^3 \Leftrightarrow x^2-13 < 3 \Leftrightarrow x^2 < 16 \Leftrightarrow |x| < 4 \Leftrightarrow -4 < x < 4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-4; 4)$.

Câu 58: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

- A. $(-5; 5)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(0; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow x^2 - 23 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 25 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Vậy nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là $(-5; 5)$.

- Câu 59:** (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7} < 4$ là
A. $(-3; 3)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(-\infty; 3)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $2^{x^2-7} < 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-7} < 2^2 \Rightarrow x^2 - 7 < 2 \Leftrightarrow x^2 < 9 \Rightarrow x \in (-3; 3)$.

- Câu 60:** (Mã 104 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1} < 8$ là
A. $(0; 2)$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình ta có $x^2 - 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

- Câu 61:** (Đề Tham Khảo 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là:
A. $(-\infty; 6)$ **B.** $(0; 64)$ **C.** $(6; +\infty)$ **D.** $(0; 6)$

Lời giải:

Chọn A

Cách 1: $2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x + 6 \Leftrightarrow x < 6$

Cách 2:

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$

Bất phương trình trở thành: $t^2 - 64t < 0 \Leftrightarrow 0 < t < 64 \Leftrightarrow 0 < 2^x < 64 \Leftrightarrow x < 6$.

- Câu 62:** (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là
A. $(3; +\infty)$ **B.** $(-1; 3)$
C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ **D.** $(-\infty; -1)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

- Câu 63:** (Đề Tham Khảo 2017) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.
A. $S = (-\infty; -2)$. **B.** $S = (1; +\infty)$. **C.** $S = (-1; +\infty)$. **D.** $S = (-2; +\infty)$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương $5^{x+1} > 5^{-1} \Leftrightarrow x+1 > -1 \Leftrightarrow x > -2$.

Câu 64: (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- A.** $(-\infty; -1)$ **B.** $(3; +\infty)$ **C.** $(-1; 3)$ **D.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Câu 65: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A.** $(10; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $[10; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 10)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log x \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 10.$$

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $[10; +\infty)$.

Câu 66: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13 - x^2) \geq 2$ là

- A.** $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 2]$.
C. $(0; 2]$. **D.** $[-2; 2]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{♦ Bất phương trình } \log_3(13 - x^2) \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 13 - x^2 > 0 \\ 13 - x^2 \geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 < 13 \\ x^2 \leq 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{13} < x < \sqrt{13} \\ -2 \leq x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

♦ Vậy, tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13 - x^2) \geq 2$ là $[-2; 2]$.

Câu 67: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36 - x^2) \geq 3$ là

- A.** $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 3]$. **C.** $[-3; 3]$. **D.** $(0; 3]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3(36 - x^2) \geq 3 \Leftrightarrow 36 - x^2 \geq 27 \Leftrightarrow 9 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$.

Câu 68: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18 - x^2) \geq 2$ là

- A.** $(-\infty; 3]$. **B.** $(0; 3]$.

C. $[-3; 3]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $18 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-3\sqrt{2}; 3\sqrt{2})$ (*).

Khi đó ta có: $\log_3(18 - x^2) \geq 2 \Leftrightarrow 18 - x^2 \geq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$.

Kết hợp với điều kiện (*) ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-3; 3]$.

Câu 69: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(31 - x^2) \geq 3$ là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $[-2; 2]$.

C. $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $(0; 2]$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3(31 - x^2) \geq 3 \Leftrightarrow 31 - x^2 \geq 27 \Leftrightarrow x^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 2]$.

Câu 70: (Đề Minh Họa 2017) Giải bất phương trình $\log_2(3x - 1) > 3$.

A. $x > 3$

B. $\frac{1}{3} < x < 3$

C. $x < 3$

D. $x > \frac{10}{3}$

Lời giải

Chọn A

Đkxđ: $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$

Bất phương trình $\Leftrightarrow 3x - 1 > 2^3 \Leftrightarrow 3x > 9 \Leftrightarrow x > 3$ (t/m đk).

Vậy bpt có nghiệm $x > 3$.

Câu 71: (Mã 123 2017) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$

B. $S = [2; 16]$

C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$

D. $(-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > 0$

Bpt $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \geq 4 \\ \log_2 x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 16 \\ x \leq 2 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện ta có $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.

Câu 72: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x) \cdot [\log_3(x + 25) - 3] \leq 0$?

A. 24.

B. Vô số.

C. 26.

D. 25.

Lời giải

Điều kiện: $x > -25$ (*).

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \geq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \geq 3^{2x} \\ \log_3(x+25) \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 2x \\ x+25 \leq 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta được $x \in (-25; 0] \cup \{2\}$.

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-24; -23; \dots; 1; 0; 2\} \Rightarrow$ có 26 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \leq 0 \\ \log_3(x+25) - 3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \leq 3^{2x} \\ \log_3(x+25) \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 2x \\ x+25 \geq 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \text{ (tm)}.$$

Kết hợp các trường hợp, ta có tất cả 26 giá trị nguyên của x thỏa mãn đề.

Câu 73: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(3^{x^2} - 9^x)[\log_2(x+30) - 5] \leq 0$

A. 30.

B. Vô số.

C. 31.

D. 29.

Lời giải

Điều kiện: $x > -30$

Trường hợp 1: $\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \geq 0 \\ \log_2(x+30) - 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \geq 3^{2x} \\ \log_2(x+30) \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 2x \\ x+30 \leq 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện ta có: $\begin{cases} -30 < x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Nên $x \in \{-29, -28, \dots, 0, 2\}$ nên có 31 số nguyên

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 3^{x^2} - 9^x \leq 0 \\ \log_2(x+30) - 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x^2} \leq 3^{2x} \\ \log_2(x+30) \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 2x \\ x+30 \geq 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy tổng cộng có 31 số nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 74: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_2(x+14) - 4] \leq 0$?

A. 14.

B. 13.

C. Vô số.

D. 15.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } (2^{x^2} - 4^x)[\log_2(x+14) - 4] \leq 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \geq 0 \\ \log_2(x+14) - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} \geq 2^{2x} \\ \log_2(x+14) \leq 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} - 4^x \leq 0 \\ \log_2(x+14) - 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} \leq 2^{2x} \\ \log_2(x+14) \geq 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 2x \\ 0 < x+14 \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \\ -14 < x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ -14 < x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ -14 < x \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Vì x nguyên nên $x \in \{-13; -12; \dots; 0; 2\}$. Vậy có 15 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 75: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$(2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0?$$

A. 24.

B. Vô số.

C. 25.

D. 26.

Lời giải

ĐK: $x > -25$

$$+) \text{ Ta có } (2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25) - 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2x \\ x+25 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu $f(x) = (2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25) - 3]$

x	$-\infty$	-25		0		2		$+\infty$
$f(x)$				-	0	+	0	+

$$+) \text{ Suy ra: } f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -25 < x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$+) \text{ Vì } x \in \mathbb{Z} \text{ nên ta có } x \in \{-24; -23; \dots; -1; 0; 2\}$. Vậy có 26 giá trị x nguyên thỏa bài toán.

Câu 76: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_2(x^2+1) - \log_2(x+31)](32 - 2^{x-1}) \geq 0$?

A. 27.

B. Vô số.

C. 26.

D. 28.

Lời giải

Ta có

$$[\log_2(x^2+1) - \log_2(x+31)](32 - 2^{x-1}) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -31 \\ \log_2(x^2 + 1) \geq \log_2(x + 31) \\ 32 \geq 2^{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -31 \\ x^2 - x - 30 \geq 0 \\ x - 1 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -31 \\ \begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq 6 \end{cases} \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 31 < x \leq -5 \\ x = 6 \end{cases}$$

Do x nguyên nên $x \in \{-30; -29; -28; \dots; -5; 6\}$.

Vậy có 27 giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình đã cho.

Câu 77: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21)] \cdot (16 - 2^{x-1}) \geq 0$?

A. 17.

B. 18.

C. 16.

D. Vô số.

Lời giải

Điều kiện: $x > -21$.

Khi đó

$$[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21)] \cdot (16 - 2^{x-1}) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21) \geq 0 \\ 16 - 2^{x-1} \geq 0 \end{cases} \quad (I)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21) \leq 0 \\ 16 - 2^{x-1} \leq 0 \end{cases} \quad (II)$$

Giải (I) ta có

$$\begin{cases} \log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21) \geq 0 \\ 16 - 2^{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(x + 21) \\ 2^{x-1} \leq 2^4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 \geq x + 21 \\ x - 1 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 20 \geq 0 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq -4 \\ x \geq 5 \end{cases} \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -4 \\ x = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta được } \begin{cases} -21 < x \leq -4 \\ x = 5 \end{cases} \quad (1).$$

Giải (II) ta có

$$\begin{cases} \log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21) \leq 0 \\ 16 - 2^{x-1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) \leq \log_3(x + 21) \\ 2^{x-1} \geq 2^4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 \leq x + 21 \\ x - 1 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 20 \leq 0 \\ x \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq 5 \\ x \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình đã cho là $\begin{cases} -21 < x \leq -4 \\ x = 5 \end{cases}$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $x \in \{-20; -19; \dots; -4; 5\}$. Vậy có tất cả 18 số nguyên x thỏa mãn đề bài.

Câu 78: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 21) \right] (16 - 2^{x-1}) \geq 0$?

A. Vô số.

B. 17.

C. 16.

D. 18.

Lời giải

Điều kiện: $x + 21 > 0 \Leftrightarrow x > -21$

Đặt $f(x) = \left[\log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 21) \right] (16 - 2^{x-1})$

Ta có: $\log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 21) = 0 \Leftrightarrow \log_2(x^2 + 1) = \log_2(x + 21)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -21 \\ x^2 + 1 = x + 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -21 \\ x^2 - x - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -21 \\ x = 5 \\ x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$16 - 2^{x-1} = 0 \Leftrightarrow 2^{x-1} = 16 \Leftrightarrow 2^{x-1} = 2^4 \Leftrightarrow x - 1 = 4 \Leftrightarrow x = 5$$

Bảng xét dấu:

x	-21	-4	5	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0

Từ bảng xét dấu ta có: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow -21 < x \leq -4$

Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-20; -19; -18; \dots; -4\}$

Vậy, có 17 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 79: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 31) \right] (32 - 2^{x-1}) \geq 0$?

A. 27.

B. 26.

C. Vô số.

D. 28.

Lời giải

Đặt $h(x) = \left[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 31) \right] (32 - 2^{x-1})$.

Điều kiện: $x > -31$.

$$\text{Ta có: } h(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 31) = 0 \\ 32 - 2^{x-1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) = \log_3(x + 31) \\ 2^{x-1} = 32 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = x + 31 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 30 = 0 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 6 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $h(x)$

x	-31			-5		6		$+\infty$	
$h(x)$		+	0	-	0	-			

Từ bảng xét dấu của $h(x)$ ta suy ra

$$\left[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 31) \right] (32 - 2^{x-1}) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-31; -5] \cup \{6\}$$

Vậy có 27 số nguyên x thỏa mãn.

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH – MŨ – LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 1: Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 7$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x-3} = 1$ là

- A. $S = \{1; -3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{-1; 3\}$. D. $S = \{0\}$.

Câu 3: $x = 2$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- A. $3^x = 8$. B. $4^x = 16$. C. $x^3 = 9$. D. $16^x = 4$.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x = m - 1$ có nghiệm

- A. $m < 0$ hoặc $m = 1$. B. $m > 1$. C. $m \geq 0$. D. $0 < m \leq 1$.

Câu 5: Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

- A. $2^x = 1$. B. $2^x = 3$. C. $2^x = 0$. D. $2^x = 3^x$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^x = 1$ là

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -1$.

Câu 7: Phương trình $(\sqrt{3})^{3x-6} = 1$ có nghiệm là:

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{7}{3}$. D. $x = 6$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $3^{2x} = 5$ là

- A. $\frac{\log_5 3}{2}$. B. $\frac{\log_3 5}{2}$. C. $\frac{125}{2}$. D. $2 \log_5 3$.

Câu 9: Số nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x} = 1$ là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 4$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

- Câu 11:** Nghiệm của phương trình $2^{3x} = 64$ là
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.
- Câu 12:** Nghiệm của phương trình $2^{2x+3} = 2^{x+7}$ là:
A. $x = \frac{10}{3}$. **B.** $x = \frac{4}{3}$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 10$.
- Câu 13:** Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = \frac{1}{25}$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -3.
- Câu 14:** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ là
A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.
- Câu 15:** Nghiệm của phương trình $7^x = 2$ là
A. $x = \log_7 2$. **B.** $x = \log_2 7$. **C.** $x = \frac{2}{7}$. **D.** $x = \sqrt{7}$.
- Câu 16:** Nghiệm của phương trình $4^{2x+1} = 64$ là
A. $x = 2$. **B.** $x = \frac{15}{2}$. **C.** $x = 15$. **D.** $x = 1$.
- Câu 17:** Nghiệm của phương trình $5^x = 10$ là
A. $x = \log_5 10$. **B.** $x = \log_{10} 5$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.
- Câu 18:** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.
A. $m > 0$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m \neq 0$.
- Câu 19:** Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x}$ là:
A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = \frac{1}{5}$. **D.** $x = -\frac{1}{5}$.
- Câu 20:** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng
A. -5. **B.** -6. **C.** 5. **D.** 6.
- Câu 21:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $5^x = 9 - m^2$ có nghiệm thực?
A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.
- Câu 22:** Tập nghiệm của phương trình: $3^{x^2-3x+2} = 1$ là:
A. $I = 3$. **B.** $S = \{1; 2\}$. **C.** $S = \{1\}$. **D.** $S = \{2\}$.
- Câu 23:** Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3^{x^2+1} = m - 1$ có nghiệm là
A. $m \geq 4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m > 1$. **D.** $m \geq 1$.
- Câu 24:** Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là:
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

- Câu 25:** Phương trình $5^{x^2-1} = 25^{x+1}$ có tập nghiệm là
A. $\{-1; 3\}$. **B.** $\{1; 3\}$. **C.** $\{-3; 1\}$. **D.** $\{-3; -1\}$.
- Câu 26:** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2} = 4^{2x}$ là:
A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.
- Câu 27:** Phương trình $3^{x^2-3x} = 81$ có tổng các nghiệm là
A. -3. **B.** 3. **C.** -4. **D.** -5.
- Câu 28:** Số nghiệm dương của phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} = 9$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 29:** Giải phương trình $(2, 5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.
A. $x \geq 1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x < 1$. **D.** $x = 2$.
- Câu 30:** Nghiệm của phương trình $(2, 4)^{3x+1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9}$ là
A. $x = -2$ **B.** $x = -5$ **C.** $x = 5$ **D.** $x = 2$
- Câu 31:** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:
A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 32:** Cho phương trình $2^{x^2-x+8} - 4^{1-3x} = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tính $S = x_1 + x_2$.
A. $S = 2$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = -5$.
- Câu 33:** Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x+2} + 2^{x^2+6x+5} = 2^{2x^2+3x+7} + 1$. Khi đó S có giá trị là:
A. 3. **B.** -6. **C.** -3. **D.** 5.

DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

- Câu 34:** Giải phương trình $\log_3(x-1) = 2$.
A. $x = 7$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = 8$. **D.** $x = 10$.
- Câu 35:** Nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 3$ là
A. $x = 21$. **B.** $x = 11$. **C.** $x = 13$. **D.** $x = 14$.
- Câu 36:** Phương trình $\log_3(x+1) = 2$ có nghiệm là
A. $x = 7$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 9$.
- Câu 37:** Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+3) = 1$ là
A. $S = \{-1\}$. **B.** $S = \{3\}$. **C.** $S = \{0\}$. **D.** $S = \{1\}$.
- Câu 38:** Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-4) = -1$ là:
A. $x = 2$. **B.** $x = \frac{3}{2}$. **C.** $x = \frac{7}{6}$. **D.** $x = \frac{5}{3}$.

- Câu 39:** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là
A. $x = 5$. **B.** $x = 7$. **C.** $x = 9$. **D.** $x = 8$.
- Câu 40:** Nghiệm của phương trình $\ln(3x) = 2$ là
A. $x = e^3$. **B.** $x = \frac{e^3}{2}$. **C.** $x = e^3$. **D.** $x = \frac{e^2}{3}$.
- Câu 41:** Nghiệm của phương trình $\log_9(2x) = \frac{1}{2}$ là
A. $x = 2$. **B.** $x = \frac{1}{2}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = \frac{3}{2}$.
- Câu 42:** Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ là:
A. $x = 2$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = -\frac{1}{2}$. **D.** $x = -2$.
- Câu 43:** Nghiệm của phương trình $\log_2 x = -1$ là
A. $x = 2$. **B.** $x = \frac{1}{2}$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -\frac{1}{2}$.
- Câu 44:** Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là
A. $x = 9$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 10$.
- Câu 45:** Tập nghiệm của phương trình $\ln(2x^2 - x + 1) = 0$ là
A. $\{0\}$. **B.** $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $\emptyset$.
- Câu 46:** Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là
A. $x = 6$. **B.** $x = 11$. **C.** $x = 8$. **D.** $x = 10$.
- Câu 47:** Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2) = 3$ là
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 48:** Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 3 = 0$ là
A. $x = -3$. **B.** $x = \frac{1}{8}$. **C.** $x = \frac{1}{3}$. **D.** $x = 3$.
- Câu 49:** Phương trình $\log_5(2x+3) = \log_5(x+2)$
A. $x = 1$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = -5$.
- Câu 50:** Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = \log_5 3$ là
A. $x = 62$. **B.** $x = 12$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.
- Câu 51:** Phương trình $\log_5(x^2 + 2x + 1) = 2$ có tập nghiệm là.
A. $\{4\}$. **B.** $\{-6; 4\}$. **C.** $\{4; 6\}$. **D.** $\{-2; 4\}$.

- Câu 52:** Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(2x+1)$ là
A. $S = \{0\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{-2\}$. **D.** $S = \emptyset$.
- Câu 53:** Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 54:** Tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_2(2x-5)^2 = 2\log_2(x-2)$ bằng
A. 1. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{16}{3}$.
- Câu 55:** Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng
A. $4 + \sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** $8 + \sqrt{2}$. **D.** $6 + \sqrt{2}$.
- Câu 56:** Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\log_3(x+2) = \log_3[x^2 - (m-1)x + m^2 - 6m + 2]$ có hai nghiệm trái dấu?
A. 4. **B.** 3. **C.** vô số. **D.** 5.
- Câu 57:** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\ln(x-2) = \ln(mx)$ có nghiệm
A. $0 < m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \frac{1}{2}$. **D.** $0 < m < \frac{1}{2}$.
- Câu 58:** Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-3) = \log_2(x+1)$ là
A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = -4$.
- Câu 59:** Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 60:** Số nghiệm của phương trình $\log_2 x^2 = 2\log_2(3x+4)$ là
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 61:** Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ thuộc khoảng nào sau đây?
A. $(6; +\infty)$. **B.** $(4; 6)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(2; 4)$.
- Câu 62:** Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 1$ là $x = a + b\sqrt{2}$ (a, b là hai số nguyên). Giá trị của $a + 2b$ bằng
A. 4. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 1.
- Câu 63:** Tập nghiệm của phương trình $\log_2(-x^2 + 4x - 3) - 1 = \log_2\left(\frac{5}{2} - x\right)$ là
A. $\{2; 4\}$. **B.** $\{4\}$. **C.** $\{2; 3\}$. **D.** $\{2\}$.

- Câu 64:** Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng
A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 2.
- Câu 65:** Số nghiệm của phương trình $\log(x-1) + \log(x-3) = \log(x+3)$ là
A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 66:** Số nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x-3)$ là:
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 67:** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + x + 1) = 2 + \log_2 x$ bằng
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 68:** Biết nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) + \log_3(x-5) = 1$ có dạng $x = a + \sqrt{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính giá trị biểu thức $T = a + b$.
A. $T = 5$. **B.** $T = -4$. **C.** $T = 10$. **D.** $T = -2$.
- Câu 69:** Số nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) + \log_3(x-3) = 2$ là
A. 0 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 70:** Số nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x - 1) + \log_3(2-x) = 0$
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 71:** Tổng các nghiệm của phương trình $\frac{1}{4}\log_4(x-3)^8 + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(4x)$ là
A. $4 + 2\sqrt{3}$. **B.** $3 + 2\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** 4.
- Câu 72:** Phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $S = (x_1 - x_2)^2$ bằng
A. 1. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 2.

DẠNG 3: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

- Câu 73:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là:
A. $(-\infty; 2]$ **B.** $[0; 2]$ **C.** $(-\infty; 2)$ **D.** $(0; 2)$
- Câu 74:** Nghiệm của phương trình $3^x < 5$ là
A. $x > \log_3 5$. **B.** $x > \log_3 3$. **C.** $x < \log_3 5$. **D.** $x < \log_3 3$.
- Câu 75:** Tập nghiệm của phương trình: $2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72$ là:
A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $(-\infty; 2]$. **D.** $[2; +\infty)$.
- Câu 76:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+4}$ là
A. $(-\infty; 4)$. **B.** $(0; 4)$. **C.** $(0; 16)$. **D.** $(4; +\infty)$.
- Câu 77:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là
A. $(2; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-2; +\infty)$.

Câu 78: Tập các nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là

- A. $(\log_2 6; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_2 6)$.

Câu 79: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+3} > \frac{1}{25}$ là:

- A. $\left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 80: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

- A. $(-\infty; \log_3 2)$. B. $(-\infty; \log_2 3)$. C. $(\log_3 2; +\infty)$. D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 81: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \geq 2$ là

- A. $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$. B. $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right]$. C. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right]$.

Câu 82: Tập nghiệm của phương trình $5^{x-2} \leq \frac{1}{5}$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1]$.

Câu 83: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} \geq \frac{1}{16}$ là

- A. $(-\infty; -5]$. B. $[3; +\infty)$. C. $[-3; +\infty)$. D. $[-5; +\infty)$.

Câu 84: Tập nghiệm của bất phương trình $(0,8)^x < 3$ là

- A. $(-\infty; \log_{0,8} 3)$. B. $(\log_3 2; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_3 (0,8))$. D. $(\log_{0,8} 3; +\infty)$.

Câu 85: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2+x} > \frac{1}{49}$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 86: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $[-4; +\infty)$. C. $(-\infty; -4]$. D. $(-\infty; 4]$.

Câu 87: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 2$ là

- A. $\left(\log_2 \frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \log_2 \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\infty; \log_{\frac{1}{3}} 2\right)$. D. $\left(\log_{\frac{1}{3}} 2; +\infty\right)$.

Câu 88: Tập nghiệm của bất phương trình $0,6^x > 3$ là

- A. $(-\infty; \log_{0,6} 3)$. B. $(\log_{0,6} 3; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_3 0,6)$. D. $(\log_3 0,6; +\infty)$.

Câu 89: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 5$ là

- A. $(-\infty; -\log_2 5]$. B. $[-\log_2 5; +\infty)$. C. $[-\log_5 2; +\infty)$. D. $(-\infty; -\log_5 2]$.

- Câu 90:** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là
A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(-2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2)$
- Câu 91:** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là
A. $(-\infty; -1]$. **B.** $[-1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-1; +\infty)$.
- Câu 92:** Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8$ là
A. $S = (-\infty; -3)$. **B.** $S = (3; +\infty)$. **C.** $S = (-3; +\infty)$. **D.** $S = (1; 3)$.
- Câu 93:** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 8$ là
A. $\left(-\infty; \log_{\frac{1}{3}} 8\right]$. **B.** $(-\infty; 2]$. **C.** $[2; +\infty)$. **D.** $\left[\log_{\frac{1}{3}} 8; +\infty\right)$.
- Câu 94:** Tập nghiệm của bất phương trình $(0.5)^x < 4$ là
A. $(-\infty; -2)$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $(-2; +\infty)$. **D.** $(2; +\infty)$.
- Câu 95:** Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^{16-x^2} \geq 81$.
A. 9. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.
- Câu 96:** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x-1} > 125$ là
A. $(3; +\infty)$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **D.** $(2; +\infty)$.
- Câu 97:** Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2x} < 64$ là
A. $(-1; 3)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1)$. **D.** $(3; +\infty)$.
- Câu 98:** Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x} < 1$ là
A. $\left(-\infty; \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right)\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right); +\infty\right)$.
C. $\left(-\infty; \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right)\right)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{1}{2} - \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right)\right)$.
- Câu 99:** Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4} \geq 1$ ta được tập nghiệm T . Tìm T .
A. $T = [-2; 2]$. **B.** $T = [2; +\infty)$.
C. $T = (-\infty; -2]$. **D.** $T = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

Câu 100: Bất phương trình $2^x > 3^x$ có tập nghiệm là

- A. $S = (0; 1)$. B. $S = (-\infty; 0)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (-1; 1)$.

Câu 101: Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{1}{2^x} > 8$ là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (-3; +\infty)$. C. $S = (-\infty; -3)$. D. $S = (-\infty; 3)$.

Câu 102: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \frac{5}{2}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 103: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{8}$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $[3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3]$.

Câu 104: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3}$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 105: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \leq \frac{1}{125}$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $[4; +\infty)$. C. $(-\infty; 4]$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 106: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 2^{x-4}$ bằng

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 107: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 108: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 9^{2x+7}$ là

- A. $(-\infty; -4)$. B. $(-4; +\infty)$. C. $(-\infty; -5)$. D. $(-5; +\infty)$.

Câu 109: Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x-1} < \frac{1}{e}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 110: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

- A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$. C. $S = \left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$. D. $S = [1, +\infty)$.

Câu 111: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2]$. C. $S = [2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Câu 112: Bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^3-3x} < \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1}$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?

- A. $x^3 - 5x - 2 < 0$. B. $x^3 - 5x + 2 < 0$. C. $-x^3 + x + 2 < 0$. D. $-x^3 - x - 2 < 0$.

Câu 113: Tập nghiệm của phương trình $5^{x+2} > \left(\frac{1}{5}\right)^{2-2x}$ là:

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; -4)$.

Câu 114: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2021}$ là

- A. $(-\infty; 2021)$. B. $(-\infty; -2021)$. C. $(-2021; +\infty)$. D. $(2021; +\infty)$.

Câu 115: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}} < \left(\frac{1}{2}\right)^4$ là

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = \left(1; \frac{5}{4}\right)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = (-\infty; 0)$.

Câu 116: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

- A. $S = [1; 2]$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; 2)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 117: Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có tập nghiệm là $S = (a; b)$, khi đó $b - a$ là?

- A. 4. B. 2. C. 6. D. 8.

Câu 118: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(2 + \sqrt{3})^{x^2-3x-1} > (2 - \sqrt{3})^{2(mx+1)}$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$ có dạng $(a; b)$. Tính $S = a + b$?

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. -2. D. 3.

Câu 119: Tập nghiệm của bất phương trình $(3^{2x} - 9)(3^x - \frac{1}{27})\sqrt{3^{x+1} - 1} \leq 0$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

DẠNG 4: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 120: Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$

- A. $x > 9$. B. $1 < x < 9$. C. $x > 10$. D. $1 < x < 10$.

Câu 121: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 3$ là

- A. $(0; 8]$. B. $(-\infty; 8]$. C. $(0; 9]$. D. $(0; 8)$.

Câu 122: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 (x+1) < 3$ là

- A. $S = (-\infty; 8)$. B. $S = (-\infty; 7)$. C. $S = (-1; 8)$. D. $S = (-1; 7)$.

Câu 123: Bất phương trình $\log_2 x < 3$ có tập nghiệm là

- A. $(8; +\infty)$. B. $(-\infty; 8)$. C. $(0; 8)$. D. $(-\infty; 6)$.

Câu 124: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}} (x-4) + 1 > 0$

- A. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$. B. $\left[4; \frac{13}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$. D. $\left(\frac{13}{2}; +\infty\right)$.

Câu 125: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 (x-1) \leq 1$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(-\infty; 4]$. C. $(1; 4]$. D. $(0; 4]$.

Câu 126: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 (3x-1) < 3$ là

- A. $(-\infty; 3)$. B. $\left[\frac{1}{3}; 3\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 127: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x \leq 2$ là

- A. $(-\infty; 9)$. B. $(0; 6)$. C. $(-\infty; 6)$. D. $(0; 9]$.

Câu 128: Bất phương trình $\log_{2021} (x-1) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 1. B. 2022. C. 2. D. 0.

Câu 129: Giải bất phương trình $\log_2 (x-1) > 5$.

- A. $x > 33$. B. $x < 33$. C. $x < 11$. D. $x > 11$.

Câu 130: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là

- A. $\left(0; \frac{4}{9}\right)$. B. $\left(\frac{4}{9}; +\infty\right)$. C. $\left(\sqrt[3]{4}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{4}{9}\right)$.

Câu 131: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (x-2) > 1$ là

- A. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$. B. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 132: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} (x-3) < -2$.

- A. $(-\infty; 12)$. B. $(12; +\infty)$. C. $(3; 12)$. D. $\left(-\infty; \frac{7}{3}\right)$.

Câu 133: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(1-x) > \log_{\frac{1}{3}}(2x+3)$.

- A. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$. B. $S = \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. C. $S = \left(-\frac{2}{3}; 1\right)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 134: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ là

- A. $S = \left(\frac{2}{3}; 3\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

Câu 135: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là

- A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; 3)$.

Câu 136: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x) < \log(x+6)$ là:

- A. $(6; +\infty)$. B. $(0; 6)$. C. $[0; 6)$. D. $(-\infty; 6)$.

Câu 137: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \geq 0$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0]$. C. $\left(-1; \frac{1}{2}\right]$. D. $(-1; 0]$.

Câu 138: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+1) < \log_{\frac{1}{5}}(2x-1)$ là

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-1; 2)$.

Câu 139: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x-1) > \log_2 x$ là

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $S = (0; 1)$. C. $S = (0; +\infty)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 140: Có bao nhiêu số nguyên dương thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(31 - x^2) \geq 3$?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 141: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x) \leq -2$ là

- A. $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$. B. $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. C. $[-1; 4]$. D. $[-1; 0) \cup (3; 4]$.

Câu 142: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) < \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tính giá trị $S = a + b$.

- A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{7}{2}$. C. $S = \frac{13}{2}$. D. $S = \frac{9}{2}$.

Câu 143: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x-1) \leq 0$ là

- A. $S = (5; 6]$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = [1; 6]$. D. $S = [6; +\infty)$.

Câu 144: Bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là

- A. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. B. $(-3; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Câu 145: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}}(x-2) > \log_{\frac{\pi}{6}}(7-2x)$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $(2; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $\left(3; \frac{7}{2}\right)$.

Câu 146: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x^2 - x) \leq \log_{\sqrt{2}} x$ là

- A. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. B. $(0; 1)$. C. $[0; 1]$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 147: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_2(5-2x) \geq 0$ là:

- A. $\left(-1; \frac{4}{3}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$ C. $\left[\frac{4}{3}; \frac{5}{2}\right)$. D. $\left(-1; \frac{4}{3}\right]$.

Câu 148: Bất phương trình $1 + \log_2(x-2) > \log_2(x^2 - 3x + 2)$ có tập nghiệm là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (2; 3)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (1; 3)$.

Câu 149: Bất phương trình $\log_4(x^2 - 4x) > \log_2(8-x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. vô số. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 150: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(11-5x) - 3\log_8(x-1) \geq 0$ là

- A. $S = \left(1; \frac{5}{3}\right]$. B. $S = (1; 2]$. C. $S = \left[2; \frac{11}{5}\right)$. D. $S = \left[\frac{5}{3}; \frac{11}{5}\right)$.

Câu 151: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

- A. $S = (1; 4]$. B. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$. C. $S = (-\infty; 4]$. D. $S = (1; 4)$.

Câu 152: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(8-3x) + \log_2(x^2 - x) \leq 0$ là

- A. $[-4; 2]$. B. $S = [-4; 1) \cup \left(2; \frac{8}{3}\right]$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = [-4; 0) \cup (1; 2]$.

Câu 153: Bất phương trình $\log_2\left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3}\right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.

- A. $P = 4$. B. $P = 5$. C. $P = 7$. D. $P = 10$.

Câu 154: Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2 - x + 1) < 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left(0; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $S = \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

- Câu 155:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 \left(-\log_{\frac{1}{5}} x \right) \leq 0$ là
- A. Vô số. B. 4. C. 3. D. 2.
- Câu 156:** Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 (x^2 - 4x + 6) > 1$
- A. $\emptyset$. D. $\{2\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- Câu 157:** Có bao nhiêu số nguyên x không vượt quá 30 thỏa mãn $(9^{x+1} - 3^{x^2+x})[\log_5 (x+23) - 2] \leq 0$?
- A. 30. B. 15. C. 32. D. 16.
- Câu 158:** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_3 (x+25) - 3] \leq 0$?
- A. 24. B. 26. C. 25. D. Vô số.
- Câu 159:** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_x (\log_2 (4^x - 6)) \leq 1$ là
- A. 1. B. 0. C. 4. D. Vô số.
- Câu 160:** Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y đều có nhưng không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(2^x - y)(2^x - 2^{10}y)\sqrt{11-x} < 0$?
- A. 992. B. 961. C. 481. D. 1921.
- Câu 161:** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_3 (x+25) - 3] \leq 0$?
- A. 24. B. Vô số. C. 25. D. 26.
- Câu 162:** Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
- A. 3. B. 7. C. 6. D. Vô số.
- Câu 163:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của y để tập nghiệm của bất phương trình $(\log_2 x - 2)(2^x - y) < 0$ có ít nhất 1 số nguyên và không quá 6 số nguyên?
- A. 2048. B. 2016. C. 1012. D. 2023.

HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LOGARIT

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH – MŨ – LOGARIT



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1: PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 1: Nghiệm của phương trình $2^{3x-5} = 16$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 7$.

D. $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $2^{3x-5} = 16 \Leftrightarrow 2^{3x-5} = 2^4 \Leftrightarrow 3x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x-3} = 1$ là

A. $S = \{1; -3\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{-1; 3\}$.

D. $S = \{0\}$.

Lời giải

Ta có $2^{x^2-2x-3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x-3} = 1$ là $S = \{-1; 3\}$.

Câu 3: $x = 2$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $3^x = 8$.

B. $4^x = 16$.

C. $x^3 = 9$.

D. $16^x = 4$.

Lời giải

$4^x = 16 \Leftrightarrow 4^x = 4^2 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x = m-1$ có nghiệm

A. $m < 0$ hoặc $m = 1$.

B. $m > 1$.

C. $m \geq 0$.

D. $0 < m \leq 1$.

Lời giải

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Câu 5: Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $2^x = 1$.

B. $2^x = 3$.

C. $2^x = 0$.

D. $2^x = 3^x$.

Lời giải

Ta có: hàm số mũ luôn dương

Vậy $2^x = 0$ vô nghiệm.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^x = 1$ là

A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Ta có $3^x = 1 \Leftrightarrow 3^x = 3^0 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 7: Phương trình $(\sqrt{3})^{3x-6} = 1$ có nghiệm là:

A. $x = 0$.

B. $x = 2$.

C. $x = \frac{7}{3}$.

D. $x = 6$.

Lời giải

Phương trình $(\sqrt{3})^{3x-6} = 1 \Leftrightarrow 3x-6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $3^{2x} = 5$ là

A. $\frac{\log_5 3}{2}$.

B. $\frac{\log_3 5}{2}$.

C. $\frac{125}{2}$.

D. $2\log_5 3$.

Lời giải

Ta có $3^{2x} = 5 \Leftrightarrow 2x = \log_3 5 \Leftrightarrow x = \frac{\log_3 5}{2}$.

Câu 9: Số nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x} = 1$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Ta có: $3^{x^2-2x} = 1 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} = 3^0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

A. $x = 5$.

B. $x = 4$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy $x = 4$ là nghiệm của phương trình.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $2^{3x} = 64$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Ta có $2^{3x} = 64 \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^6 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $2^{2x+3} = 2^{x+7}$ là:

A. $x = \frac{10}{3}$.

B. $x = \frac{4}{3}$.

C. $x = 4$.

D. $x = 10$.

Lời giải

Ta có $2^{2x+3} = 2^{x+7} \Leftrightarrow 2x+3 = x+7 \Leftrightarrow x = 4$.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 4$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = \frac{1}{25}$ là

- A. 3. B. 1. **C. -1.** D. -3.

Lời giải

$$\text{Ta có } 5^{x-1} = \frac{1}{25} \Leftrightarrow 5^{x-1} = 5^{-2} \Leftrightarrow x-1 = -2 \Leftrightarrow x = -1.$$

Câu 14: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+5} = 9$ là

- A. 12. **B. 10.** C. 11. D. 9.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } & 3^{x^2-4x+5} = 9 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 4x + 5 = \log_3 9 \\ \Leftrightarrow & x^2 - 4x + 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 10. \end{aligned}$$

Câu 15: Nghiệm của phương trình $7^x = 2$ là

- A. $x = \log_7 2$.** B. $x = \log_2 7$. C. $x = \frac{2}{7}$. D. $x = \sqrt{7}$.

Lời giải

$$7^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_7 2.$$

Câu 16: Nghiệm của phương trình $4^{2x+1} = 64$ là

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{15}{2}$. C. $x = 15$. **D. $x = 1$.**

Lời giải

$$\text{Ta có } 4^{2x+1} = 64 \Leftrightarrow 4^{2x+1} = 4^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 17: Nghiệm của phương trình $5^x = 10$ là

- A. $x = \log_5 10$.** B. $x = \log_{10} 5$. C. $x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

$$5^x = 10 \Leftrightarrow x = \log_5 10.$$

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

- A. $m > 0$.** B. $m \geq 1$. C. $m \geq 0$. D. $m \neq 0$.

Lời giải

Để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực thì $m > 0$.

Câu 19: Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x}$ là:

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = \frac{1}{5}$.

D. $x = -\frac{1}{5}$.

Lời giải

$$3^{x+1} = \left(\frac{1}{9}\right)^{2x}$$

$$\Leftrightarrow 3^{x+1} = 3^{-4x}$$

$$\Leftrightarrow x+1 = -4x \Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}$$

Câu 20: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

A. -5 .

B. -6 .

C. 5 .

D. 6 .

Lời giải

$$\text{Ta có } 2^{x^2+2x} = 8^{2-x} \Leftrightarrow 2^{x^2+2x} = 2^{6-3x} \Leftrightarrow x^2+2x = 6-3x \Leftrightarrow x^2+5x-6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-6 \end{cases}.$$

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là: $1 + (-6) = -5$.

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $5^x = 9 - m^2$ có nghiệm thực?

A. 6 .

B. 5 .

C. 4 .

D. 7 .

Lời giải

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow 9 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Câu 22: Tập nghiệm của phương trình: $3^{x^2-3x+2} = 1$ là:

A. $I = 3$.

B. $S = \{1; 2\}$.

C. $S = \{1\}$.

D. $S = \{2\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 3^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1; 2\}$

Câu 23: Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3^{x^2+1} = m-1$ có nghiệm là

A. $m \geq 4$.

B. $m > 4$.

C. $m > 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 3^{x^2} \geq 3^0 \Leftrightarrow 3^{x^2+1} \geq 3.$$

Phương trình $3^{x^2+1} = m-1$ có nghiệm khi và chỉ khi $m-1 \geq 3 \Leftrightarrow m \geq 4$.

Câu 24: Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là:

A. 1 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 0 .

Lời giải

Ta có : $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$

Câu 25: Phương trình $5^{x^2-1} = 25^{x+1}$ có tập nghiệm là

- A.** $\{-1;3\}.$ **B.** $\{1;3\}.$ **C.** $\{-3;1\}.$ **D.** $\{-3;-1\}.$

Lời giải

Ta có $5^{x^2-1} = 25^{x+1} \Leftrightarrow 5^{x^2-1} = 5^{2x+2} \Leftrightarrow x^2-1 = 2x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-1 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{3;-1\}.$

Câu 26: Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2} = 4^{2x}$ là:

- A.** 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $2^{x^2} = 4^{2x} \Leftrightarrow 2^{x^2} = 2^{4x} \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $4+0=4.$

Câu 27: Phương trình $3^{x^2-3x} = 81$ có tổng các nghiệm là

- A.** -3. **B.** 3. **C.** -4. **D.** -5.

Lời giải

Ta có: $3^{x^2-3x} = 81 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=4 \end{cases}.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 3.

Câu 28: Số nghiệm dương của phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} = 9$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} = 9 \Leftrightarrow x^2 - 4x = -2 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt{2}.$

Câu 29: Giải phương trình $(2,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}.$

- A.** $x \geq 1.$ **B.** $x = 1.$ **C.** $x < 1.$ **D.** $x = 2.$

Lời giải

Ta có $(2,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{5x-7} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-x-1} \Leftrightarrow 5x-7 = -x-1 \Leftrightarrow x=1.$

Câu 30: Nghiệm của phương trình $(2,4)^{3x+1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9}$ là

A. $x = -2$

B. $x = -5$

C. $x = 5$

D. $x = 2$

Lời giải

Ta có: $(2, 4)^{3x+1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9} \Leftrightarrow \left(\frac{12}{5}\right)^{3x+1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{12}\right)^{-3x-1} = \left(\frac{5}{12}\right)^{x-9}$

$\Leftrightarrow -3x-1 = x-9 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất một nghiệm $x = 2$.

Câu 31: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng:

A. -2 .

B. -1 .

C. 2 .

D. 1 .

Lời giải

$7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} \Leftrightarrow 7^{x+1} = 7^{-(x^2-2x-3)} \Leftrightarrow x+1 = -x^2+2x+3 \Leftrightarrow x^2-x-2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

Vậy $x_1 + x_2 = 1$.

Câu 32: Cho phương trình $2^{x^2-x+8} - 4^{1-3x} = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$. Tính $S = x_1 + x_2$.

A. $S = 2$.

B. $S = -1$.

C. $S = 4$.

D. $S = -5$.

Lời giải

Phương trình: $2^{x^2-x+8} - 4^{1-3x} = 0$

$\Leftrightarrow 2^{x^2-x+8} = 4^{1-3x} \Leftrightarrow 2^{x^2-x+8} = 2^{2(1-3x)}$

$\Leftrightarrow x^2 - x + 8 = 2 - 6x \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$

Vậy $S = x_1 + x_2 = -5$.

Câu 33: Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x+2} + 2^{x^2+6x+5} = 2^{2x^2+3x+7} + 1$. Khi đó S có giá trị là:

A. 3 .

B. -6 .

C. -3 .

D. 5 .

Lời giải

Ta có $2x^2 + 3x + 7 = (x^2 - 3x + 2) + (x^2 + 6x + 5)$. Khi đó

$2^{x^2-3x+2} + 2^{x^2+6x+5} = 2^{2x^2+3x+7} + 1$

$\Leftrightarrow 2^{x^2-3x+2} + 2^{x^2+6x+5} = 2^{x^2-3x+2} \cdot 2^{x^2+6x+5} + 1$

$\Leftrightarrow (2^{x^2-3x+2} - 1) - 2^{x^2+6x+5} (2^{x^2-3x+2} - 1) = 0$

$\Leftrightarrow (2^{x^2-3x+2} - 1) \cdot (1 - 2^{x^2+6x+5}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-3x+2} - 1 = 0 \\ 1 - 2^{x^2+6x+5} = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2-3x+2} = 1 \\ 2^{x^2+6x+5} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x^2 + 6x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -1 \\ x = -5 \end{cases}$

Vậy $S = -3$.

DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 34: Giải phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

A. $x = 7$.

B. $x = 9$.

C. $x = 8$.

D. $x = 10$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$.

$$\log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 10.$$

Câu 35: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 3$ là

A. $x = 21$.

B. $x = 11$.

C. $x = 13$.

D. $x = 14$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 5$.

$$\log_2(x-5) = 3 \Leftrightarrow x-5 = 8 \Leftrightarrow x = 13.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 13$.

Câu 36: Phương trình $\log_3(x+1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = 7$.

B. $x = 8$.

C. $x = 5$.

D. $x = 9$.

Lời giải

$$\log_3(x+1) = 2$$

$$\Leftrightarrow x+1 = 3^2$$

$$\Leftrightarrow x = 8.$$

Câu 37: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+3) = 1$ là

A. $S = \{-1\}$.

B. $S = \{3\}$.

C. $S = \{0\}$.

D. $S = \{1\}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } 2x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \log_3(2x+3) = 1 \Leftrightarrow 2x+3 = 3 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy Tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x+3) = 1$ là $S = \{0\}$.

Câu 38: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-4) = -1$ là:

A. $x = 2$.

B. $x = \frac{3}{2}$.

C. $x = \frac{7}{6}$.

D. $x = \frac{5}{3}$.

Lời giải

$$\log_2(3x-4) = -1 \Leftrightarrow 3x-4 = 2^{-1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Câu 39: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là

A. $x = 5$.

B. $x = 7$.

C. $x = 9$.

D. $x = 8$.

Lời giải

Điều kiện: $x > -1$.

Với điều kiện đó, ta có $\log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow x+1 = 2^3 = 8 \Leftrightarrow x = 7$ (tm).

Câu 40: Nghiệm của phương trình $\ln(3x) = 2$ là

- A. $x = e^3$. B. $x = \frac{e^3}{2}$. C. $x = e^3$.

D. $x = \frac{e^2}{3}$.

Lời giải

$$\ln(3x) = 2 \Leftrightarrow 3x = e^2 \Leftrightarrow x = \frac{e^2}{3}.$$

Câu 41: Nghiệm của phương trình $\log_9(2x) = \frac{1}{2}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = 1$.

D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có: } \log_9(2x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = 9^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{3}{2}$.

Câu 42: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ là:

- A. $x = 2$. **B. $x = 4$.** C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $x = -2$.

Lời giải

Điều kiện: $x > -\frac{1}{2}$.

$$\text{Ta có } \log_3(2x+1) = 2 \Leftrightarrow 2x+1 = 9 \Leftrightarrow x = 4$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = 4$.

Câu 43: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = -1$ là

- A. $x = 2$. **B. $x = \frac{1}{2}$.** C. $x = -2$ D. $x = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2 x = -1 \Leftrightarrow x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{1}{2}$

Câu 44: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 9$.** B. $x = 5$. C. $x = 1$. D. $x = 10$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$

Ta có: $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (TM)}$.

Câu 45: Tập nghiệm của phương trình $\ln(2x^2 - x + 1) = 0$ là

- A. $\{0\}$. **B. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.** C. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $\emptyset$.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với $2x^2 - x + 1 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Do đó tập nghiệm $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$

Câu 46: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là

- A. $x = 6$. B. $x = 11$. C. $x = 8$. **D. $x = 10$.**

Lời giải

Ta có $\log_2(x-2) = 3 \Leftrightarrow x-2 = 2^3 \Leftrightarrow x-2 = 8 \Leftrightarrow x = 10$.

Câu 47: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2) = 3$ là

- A. 0. **B. 2.** C. 1. D. 3.

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình: $x \in \mathbb{R}$

$\log_3(x^2 + 2) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2 = 3^3 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -5 \end{cases} \text{ (tm)}$

Vậy, phương trình trên có hai nghiệm.

Câu 48: Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 3 = 0$ là

- A. $x = -3$. B. $x = \frac{1}{8}$. **C. $x = \frac{1}{3}$.** D. $x = 3$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 x + \log_2 3 = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = -\log_2 3$

$\Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Câu 49: Phương trình $\log_5(2x+3) = \log_5(x+2)$

- A. $x = 1$. B. $x = 5$. **C. $x = -1$.** D. $x = -5$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x+3 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$.

Phương trình $\log_5(2x+3) = \log_5(x+2) \Leftrightarrow 2x+3 = x+2 \Leftrightarrow x = -1$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -1$.

Câu 50: Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = \log_5 3$ là

A. $x = 62$.

B. $x = 12$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

$$\log_5(2x-1) = \log_5 3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 51: Phương trình $\log_5(x^2 + 2x + 1) = 2$ có tập nghiệm là.

A. $\{4\}$.

B. $\{-6; 4\}$.

C. $\{4; 6\}$.

D. $\{-2; 4\}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x^2 + 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 > 0 \Leftrightarrow \forall x \neq -1.$$

Ta có:

$$\log_5(x^2 + 2x + 1) = 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 25 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -6 \\ x_2 = 4 \end{cases} (tm)$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-6; 4\}$.

Câu 52: Tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(2x+1)$ là

A. $S = \{0\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{-2\}$.

D. $S = \emptyset$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_2(x-1) = \log_2(2x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy phương trình vô nghiệm hay $S = \emptyset$.

Câu 53: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$.

$$\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2[x(x-1)] = 1$$

$$\Leftrightarrow x(x-1) = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Điều kiện chỉ có $x = 2$ thỏa mãn

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$

Câu 54: Tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_2(2x-5)^2 = 2\log_2(x-2)$ bằng

- A. 1. B. $\frac{7}{3}$. C. 3. **D. $\frac{16}{3}$.**

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq \frac{5}{2} \end{cases}$.

$$\log_2(2x-5)^2 = 2\log_2(x-2) \Leftrightarrow \log_2(2x-5)^2 = \log_2(x-2)^2$$

$$\Leftrightarrow (2x-5)^2 = (x-2)^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 21 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{7}{3} \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra phương trình có các nghiệm $x_1 = 3; x_2 = \frac{7}{3} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{16}{3}$.

Câu 55: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. $4 + \sqrt{2}$.** B. 8. C. $8 + \sqrt{2}$. D. $6 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-2 > 0 \\ (x-3)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Phương trình đã cho tương đương với: $\log_2(2x-2)^2 + \log_2(x-3)^2 = 2$

$$\Leftrightarrow \log_2[(4x^2 - 8x + 4)(x^2 - 6x + 9)] = 2$$

$$\Leftrightarrow 4x^4 - 32x^3 + 88x^2 - 96x + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 \\ x = 2 - \sqrt{2} \end{cases}. \text{ So với điều kiện, nhận } x = 2 \text{ và } x = 2 + \sqrt{2}.$$

Do đó, tập nghiệm của phương trình đã cho là: $S = \{2; 2 + \sqrt{2}\}$.

Vậy tổng các phần tử của tập S là: $4 + \sqrt{2}$.

Câu 56: Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\log_3(x+2) = \log_3[x^2 - (m-1)x + m^2 - 6m + 2]$ có hai nghiệm trái dấu?

- A. 4.** B. 3. C. vô số. D. 5.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương: $\begin{cases} x > -2 \\ x^2 - (m-1)x + m^2 - 6m + 2 = x + 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x^2 - mx + m^2 - 6m = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Yêu cầu đề bài khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $-2 < x_1 < 0 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \cdot x_2 < 0 \\ (x_1 + 2)(x_2 + 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \cdot x_2 < 0 \\ x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m < 0 \\ m^2 - 4m + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 6 \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 3; 4; 5\}$.

Suy ra có 4 giá trị của tham số m thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 57: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\ln(x-2) = \ln(mx)$ có nghiệm

- A.** $0 < m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \frac{1}{2}$. **D.** $0 < m < \frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\ln(x-2) = \ln(mx) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 = mx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ (m-1)x = -2 \end{cases}$$

Phương trình $\ln(x-2) = \ln(mx)$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $(m-1)x = -2$ có nghiệm $x > 2$.

Xét phương trình $(m-1)x = -2$

Nếu $m = 1$, vô nghiệm.

$$\text{Nếu } m \neq 1, \Leftrightarrow x = -\frac{2}{m-1}$$

$$\text{có nghiệm } x > 2 \Leftrightarrow -\frac{2}{m-1} > 2 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{m-1} < 0 \Leftrightarrow \frac{m}{m-1} < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Vậy $0 < m < 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 58: Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-3) = \log_2(x+1)$ là

- A.** $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = -4$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } x > \frac{3}{2}$$

$$\text{PT tương đương: } 2x-3 = x+1 \Leftrightarrow x = 4 \quad (t/m)$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$.

Câu 59: Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Điều kiện: $x > 5$.

$$3 \log_3 (x-1) - \log_{\frac{1}{3}} (x-5)^3 = 3 \Leftrightarrow 3 \log_3 (x-1) + 3 \log_3 (x-5) = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x-1) + \log_3 (x-5) = 1 \Leftrightarrow \log_3 [(x-1)(x-5)] = 1 \Leftrightarrow (x-1)(x-5) = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \pm \sqrt{7}$$

Đối chiếu điều kiện suy ra phương trình có 1 nghiệm $x = 3 + \sqrt{7}$

Câu 60: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x^2 = 2 \log_2 (3x+4)$ là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 > 0 \\ 3x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\log_2 x^2 = 2 \log_2 (3x+4) \Rightarrow x^2 = (3x+4)^2 \Leftrightarrow 8x^2 + 24x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

So điều kiện $\Rightarrow x = -1$.

Câu 61: Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} (2x-1) = 0$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(6; +\infty)$.

B. $(4; 6)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; 4)$.

Lời giải

$$\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} (2x-1) = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 (2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = 2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 62: Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} (2x-1) = 1$ là $x = a + b\sqrt{2}$ (a, b là hai số nguyên). Giá trị của $a + 2b$ bằng

A. 4.

B. 6.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } x > \frac{1}{2}.$$

$$\log_{\sqrt{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} (2x-1) = 1 \Leftrightarrow 2 \log_2 x - \log_2 (2x-1) = 1 \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2}{2x-1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 2 = 0.$$

Nghiệm lớn nhất của phương trình là $x = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow a = 2, b = 1 \Rightarrow a + 2b = 4$.

Câu 63: Tập nghiệm của phương trình $\log_2 (-x^2 + 4x - 3) - 1 = \log_2 \left(\frac{5}{2} - x \right)$ là

A. $\{2; 4\}$.

B. $\{4\}$.

C. $\{2; 3\}$.

D. $\{2\}$.

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} -x^2 + 4x - 3 > 0 \\ \frac{5}{2} - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 3 \\ x < \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{5}{2}.$$

$$\text{Ta có: } \log_2(-x^2 + 4x - 3) - 1 = \log_2\left(\frac{5}{2} - x\right) \Leftrightarrow \log_2(-x^2 + 4x - 3) = \log_2\left(\frac{5}{2} - x\right) + \log_2 2.$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 5 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ (n)} \\ x = 4 \text{ (l)} \end{cases}.$$

Nghiệm của phương trình là: $x = 2$.

Câu 64: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Đkxđ: $x > 3$.

$$\text{Khi đó: } \log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \log_2[(x-1)(x-3)] = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 8 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (ktm)} \\ x = 5 \text{ (tm)} \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{5\}$.

Câu 65: Số nghiệm của phương trình $\log(x-1) + \log(x-3) = \log(x+3)$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = (3; +\infty).$$

Khi đó:

$$\log(x-1) + \log(x-3) = \log(x+3)$$

$$\Leftrightarrow \log[(x-1)(x-3)] = \log(x+3)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) = x+3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$$

Kết hợp với TXĐ, phương trình có nghiệm $x = 5$.

Câu 66: Số nghiệm của phương trình $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x-3)$ là:

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

$$\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 7 = x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x^2 - 7x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x = 5 \Leftrightarrow x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 67: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 + x + 1) = 2 + \log_2 x$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\exists k: x > 0.$$

$$\log_2(x^2 + x + 1) = 2 + \log_2 x \Leftrightarrow \log_2(x^2 + x + 1) = \log_2 4x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \text{ (tm)} \\ x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vây tổng các nghiệm bằng 3.

Câu 68: Biết nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) + \log_3(x-5) = 1$ có dạng $x = a + \sqrt{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Tính giá trị biểu thức $T = a + b$.

A. $T = 5$.

B. $T = -4$.

C. $T = 10$.

D. $T = -2$.

Lời giải

+ Điều kiện: $x > 5$.

+ Phương trình đã cho tương đương với $\log_3[(x-1)(x-5)] = \log_3 3$.

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6x + 5) = \log_3 3 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 3.$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \sqrt{7} \text{ (KTM)} \\ x = 3 + \sqrt{7} \text{ (TM)} \end{cases}.$$

Suy ra $\begin{cases} a=3 \\ b=7 \end{cases} \Rightarrow T = a + b = 10.$

Câu 69: Số nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) + \log_3(x-3) = 2$ là

A. 0

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình là $x > 3$.

Ta có: $\log_3(2x+1) + \log_3(x-3) = 2 \Leftrightarrow \log_3[(2x+1)(x-3)] = 2$

$$\Leftrightarrow (2x+1)(x-3)=3^2 \Leftrightarrow 2x^2-5x-12=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=4(TM) \\ x=-\frac{3}{2}(L) \end{cases}$$

Vậy phương trình có một nghiệm duy nhất $x = 4$.

Câu 70: Số nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x - 1) + \log_3(2 - x) = 0$

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x^2 - 3x - 1 > 0 \\ 2 - x > 0 \end{cases}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x - 1) + \log_3(2 - x) = 0 \Leftrightarrow -\log_3(x^2 - 3x - 1) + \log_3(2 - x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 3x - 1) = \log_3(2 - x) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Đối chiếu với đk thì $x = -1$ là nghiệm của phương trình.

Câu 71: Tổng các nghiệm của phương trình $\frac{1}{4}\log_4(x-3)^8 + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(4x)$ là

A. $4 + 2\sqrt{3}$.

B. $3 + 2\sqrt{3}$.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{1}{4}\log_4(x-3)^8 + \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(4x)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, x \neq 3 \\ \log_2|x-3| + \log_2(x+1) = \log_2(4x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, x \neq 3 \\ \log_2|x-3| = \log_2 \frac{4x}{x+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, x \neq 3 \\ |x-3| = \frac{4x}{x+1} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, x \neq 3 \\ \begin{cases} x-3 = \frac{4x}{x+1} \\ x-3 = -\frac{4x}{x+1} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, x \neq 3 \\ \begin{cases} x^2 - 6x - 3 = 0 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 + 2\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là: $4 + 2\sqrt{3}$

Câu 72: Phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $S = (x_1 - x_2)^2$ bằng

A. 1.

B. 9.

C. 7.

D. 2.

Lời giải

Điều kiện: $2 < x \neq 4$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho trở thành

$$2\log_3(x-2) + 2\log_3|x-4| = 0 \Leftrightarrow \log_3(x-2)|x-4| = 0 \Leftrightarrow (x-2)|x-4| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ (x-2)(x-4)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x^2-6x+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x=3+\sqrt{2} \\ x=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ (x-2)(x-4)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x^2-6x+9=0 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, PT có nghiệm $x_1 = 3 + \sqrt{2}; x_2 = 3$. Vậy $S = 2$.

DẠNG 3: BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ

Câu 73: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là:

A. $(-\infty; 2]$

B. $[0; 2]$

C. $(-\infty; 2)$

D. $(0; 2)$

Lời giải

Ta có $2^x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq 2 \Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 2]$.

Câu 74: Nghiệm của phương trình $3^x < 5$ là

A. $x > \log_3 5$.

B. $x > \log_3 3$.

C. $x < \log_3 5$.

D. $x < \log_3 3$.

Lời giải

Ta có $3^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_3 5$.

Câu 75: Tập nghiệm của phương trình: $2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72$ là:

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-\infty; 2]$.

D. $[2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $2^{x+1} \cdot 3^x \leq 72 \Leftrightarrow 2^x \cdot 3^x \cdot 2 \leq 72 \Leftrightarrow 6^x \leq 36 \Leftrightarrow x \leq 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(-\infty; 2]$.

Câu 76: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+4}$ là

A. $(-\infty; 4)$.

B. $(0; 4)$.

C. $(0; 16)$.

D. $(4; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $2^{2x} < 2^{x+4} \Leftrightarrow 2x < x+4 \Leftrightarrow x < 4$.

Tập nghiệm của bất phương trình $S = (-\infty; 4)$.

Câu 77: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x > 3^2 \Leftrightarrow x > 2 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty)$.

Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là $(2; +\infty)$.

Câu 78: Tập các nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là

A. $(\log_2 6; +\infty)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-\infty; \log_2 6)$.

Lời giải

$$2^x > 6 \Leftrightarrow x > \log_2 6 \Leftrightarrow x \in (\log_2 6; +\infty).$$

Câu 79: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+3} > \frac{1}{25}$ là:

A. $\left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{5}{2}\right)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 5^{2x+3} > \frac{1}{25} \Leftrightarrow 5^{2x+3} > 5^{-2} \Leftrightarrow 2x+3 > -2 \Leftrightarrow x > -\frac{5}{2}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: } S = \left(-\frac{5}{2}; +\infty\right).$$

Câu 80: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

A. $(-\infty; \log_3 2)$.

B. $(-\infty; \log_2 3)$.

C. $(\log_3 2; +\infty)$.

D. $(\log_2 3; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2. \text{ Do đó tập nghiệm } S = (-\infty; \log_3 2).$$

Câu 81: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \geq 2$ là

A. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

B. $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

C. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Ta có:

$$4^x \geq 2 \Leftrightarrow 2^{2x} \geq 2^1 \Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

Câu 82: Tập nghiệm của phương trình $5^{x-2} \leq \frac{1}{5}$ là

A. $[1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 5^{x-2} \leq \frac{1}{5} \Leftrightarrow x-2 \leq -1 \Leftrightarrow x \leq 1$$

$$\text{Tập nghiệm của phương trình là } (-\infty; 1].$$

Câu 83: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} \geq \frac{1}{16}$ là

- A. $(-\infty; -5]$. B. $[3; +\infty)$. C. $[-3; +\infty)$. **D. $[-5; +\infty)$.**

Lời giải

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-5; +\infty)$.

Câu 84: Tập nghiệm của bất phương trình $(0,8)^x < 3$ là

- A. $(-\infty; \log_{0,8} 3)$. B. $(\log_3 2; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_3 (0,8))$. **D. $(\log_{0,8} 3; +\infty)$.**

Lời giải

$$(0,8)^x < 3 \Rightarrow x > \log_{0,8} 3 \Rightarrow x \in (\log_{0,8} 3; +\infty).$$

Câu 85: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2+x} > \frac{1}{49}$ là

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. **D. $(-2; 1)$.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2+x} > \frac{1}{49} \Leftrightarrow x^2 + x < 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 1$$

Câu 86: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $[-4; +\infty)$. **C. $(-\infty; -4]$.** D. $(-\infty; 4]$.

Lời giải

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} \geq 9 \Leftrightarrow 3^{-x-2} \geq 3^2 \Leftrightarrow -x-2 \geq 2 \Leftrightarrow x \leq -4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -4]$

Câu 87: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 2$ là

- A. $\left(\log_2 \frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \log_2 \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\infty; \log_{\frac{1}{3}} 2\right)$. **D. $\left(\log_{\frac{1}{3}} 2; +\infty\right)$.**

Lời giải

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x < 2 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{1}{3}} 2.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm } S = \left(\log_{\frac{1}{3}} 2; +\infty\right).$$

Câu 88: Tập nghiệm của bất phương trình $0,6^x > 3$ là

A. $(-\infty; \log_{0,6} 3)$. **B.** $(\log_{0,6} 3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_3 0,6)$. **D.** $(\log_3 0,6; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $0,6^x > 3 \Leftrightarrow x < \log_{0,6} 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty; \log_{0,6} 3)$.

Câu 89: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 5$ là

A. $(-\infty; -\log_2 5]$. **B.** $[-\log_2 5; +\infty)$. **C.** $[-\log_5 2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -\log_5 2]$.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 5 \Leftrightarrow x \leq \log_{\frac{1}{2}} 5 \Leftrightarrow x \leq -\log_2 5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -\log_2 5]$.

Câu 90: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ là

A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(-2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2)$

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9 \Leftrightarrow 3^{-x} > 3^2 \Leftrightarrow -x > 2 \Leftrightarrow x < -2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(-\infty; -2)$

Câu 91: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2$ là

A. $(-\infty; -1]$. **B.** $[-1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Ta có : $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 2 \Leftrightarrow 2^{-x} \geq 2 \Leftrightarrow x \leq -1$.

Câu 92: Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8$ là

A. $S = (-\infty; -3)$. **B.** $S = (3; +\infty)$. **C.** $S = (-3; +\infty)$. **D.** $S = (1; 3)$.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x > -3$.

Vậy $S = (-3; +\infty)$.

Câu 93: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 8$ là

- A. $\left(-\infty; \log_{\frac{1}{3}} 8\right]$. B. $(-\infty; 2]$. C. $[2; +\infty)$. **D. $\left[\log_{\frac{1}{3}} 8; +\infty\right)$.**

Lời giải

Áp dụng tính chất: $a^x \leq b$ ($0 < a < 1, b > 0$) $\Leftrightarrow x \geq \log_a b$.

Do đó $\left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 8 \Leftrightarrow x \geq \log_{\frac{1}{3}} 8$. Vì vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left[\log_{\frac{1}{3}} 8; +\infty\right)$

Câu 94: Tập nghiệm của bất phương trình $(0.5)^x < 4$ là

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-\infty; 2)$. **C. $(-2; +\infty)$.** D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $(0.5)^x < 4 \Leftrightarrow x > \log_{0.5} 4 \Leftrightarrow x > -2$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-2; +\infty)$.

Câu 95: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^{16-x^2} \geq 81$.

- A. 9. B. 4. **C. 7.** D. 5.

Lời giải

$$3^{16-x^2} \geq 81 \Leftrightarrow 3^{16-x^2} \geq 3^4 \Leftrightarrow 12-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{3} \leq x \leq 2\sqrt{3}$$

Các nghiệm nguyên thỏa mãn là $x \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 96: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x-1} > 125$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **D. $(2; +\infty)$.**

Lời giải

$$\text{Ta có } 5^{2x-1} > 125 \Leftrightarrow 5^{2x-1} > 5^3 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(2; +\infty)$.

Câu 97: Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2x} < 64$ là

- A. $(-1; 3)$.** B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $(-\infty; -1)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 4^{x^2-2x} < 64 \Leftrightarrow 4^{x^2-2x} < 4^3 \Leftrightarrow x^2-2x < 3 \Leftrightarrow x^2-2x-3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 3)$.

Câu 98: Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x} < 1$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right)\right)$.
 B. $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right); +\infty\right)$.
 C. $\left(-\infty; \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right)\right)$.
 D. $\left(-\infty; \frac{1}{2} - \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right)\right)$.

Lời giải

Ta có: $3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x} < 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow 1-2x > \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right) \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{3}\right)$.

Câu 99: Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4} \geq 1$ ta được tập nghiệm T . Tìm T .

- A. $T = [-2; 2]$.
 B. $T = [2; +\infty)$.
 C. $T = (-\infty; -2]$.
 D. $T = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$

Lời giải

Bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-4} \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; 2]$

Vậy tập nghiệm $T = [-2; 2]$.

Câu 100: Bất phương trình $2^x > 3^x$ có tập nghiệm là

- A. $S = (0; 1)$.
 B. $S = (-\infty; 0)$.
 C. $S = (1; +\infty)$.
 D. $S = (-1; 1)$.

Lời giải

Ta có $2^x > 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x > 1 \Leftrightarrow x < 0$.

Câu 101: Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{1}{2^x} > 8$ là

- A. $S = (3; +\infty)$.
 B. $S = (-3; +\infty)$.
 C. $S = (-\infty; -3)$.
 D. $S = (-\infty; 3)$.

Lời giải

Ta có $\frac{1}{2^x} > 8 \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^3 \Leftrightarrow -x > 3 \Leftrightarrow x < -3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -3)$.

Câu 102: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \frac{5}{2}$ là

- A. $(0; +\infty)$.
 B. $(-\infty; 0)$.
 C. $(-\infty; 2)$.
 D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

$\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} < \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} \Leftrightarrow x-1 > -1 \Leftrightarrow x > 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(0; +\infty)$.

Câu 103: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{8}$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $[3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 3]$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3; +\infty)$.

Câu 104: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3}$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Vì cơ số $\frac{3}{4} < 1$ nên

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3} \Leftrightarrow x-1 < -x+3 \Leftrightarrow 2x < 4 \Leftrightarrow x < 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty; 2)$.

Câu 105: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \leq \frac{1}{125}$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $[4; +\infty)$.

C. $(-\infty; 4]$.

D. $(-\infty; 4)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \leq \frac{1}{125} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Leftrightarrow x-1 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 4.$$

Câu 106: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 2^{x-4}$ bằng

A. $(-2; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Lời giải

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x} > 2^{x-4} \Leftrightarrow 2^{-x^2+x} > 2^{x-4} \Leftrightarrow -x^2+x > x-4 \Leftrightarrow -x^2+4 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$$

Câu 107: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 5^{3x^2} < 5^{5x+2} \Leftrightarrow 3x^2 < 5x+2$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 5x - 2 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 2.$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0; 1\}$. Vậy bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Câu 108: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 9^{2x+7}$ là

- A. $(-\infty; -4)$. B. $(-4; +\infty)$. C. $(-\infty; -5)$. D. $(-5; +\infty)$.

Lời giải

$3^{x+2} < 9^{2x+7} \Leftrightarrow 3^{x+2} < 3^{4x+14} \Leftrightarrow x+2 < 4x+14 \Leftrightarrow -3x < 12 \Leftrightarrow x > -4.$

Câu 109: Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x-1} < \frac{1}{e}$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(1; 2)$. C. $(0; 1)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Ta có $e^{x^2-x-1} < \frac{1}{e} \Leftrightarrow e^{x^2-x-1} < e^{-1} \Leftrightarrow x^2 - x - 1 < -1 \Leftrightarrow x^2 - x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1)$.

Câu 110: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}.$

- A. $S = (-\infty, 1]$. B. $S = \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$. C. $S = \left(-\infty, \frac{1}{3}\right]$. D. $S = [1, +\infty)$.

Lời giải

$\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \Leftrightarrow 1-3x \leq -2 \Leftrightarrow x \geq 1.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1, +\infty)$.

Câu 111: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2]$. C. $S = [2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 2)$.

Lời giải

Ta có $5^{x+2} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} \geq 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 \geq 2x \Leftrightarrow x \leq 2.$

Câu 112: Bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^3-3x} < \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1}$ tương đương với bất phương trình nào sau đây?

- A. $x^3 - 5x - 2 < 0$. B. $x^3 - 5x + 2 < 0$. C. $-x^3 + x + 2 < 0$. D. $-x^3 - x - 2 < 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \left(\frac{2}{3}\right)^{x^3-3x} < \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^3-3x} < \left(\frac{2}{3}\right)^{-2x+2} \Leftrightarrow x^3-3x > -2x+2 \Leftrightarrow -x^3+x+2 < 0.$$

Câu 113: Tập nghiệm của phương trình $5^{x+2} > \left(\frac{1}{5}\right)^{2-2x}$ là:

A. $(-\infty; 4).$

B. $(0; +\infty).$

C. $(4; +\infty).$

D. $(-\infty; -4).$

Lời giải

$$5^{x+2} > \left(\frac{1}{5}\right)^{2-2x}$$

$$\Leftrightarrow 5^{x+2} > (5^{-1})^{2-2x}$$

$$\Leftrightarrow 5^{x+2} > 5^{2x-2}$$

$$\Leftrightarrow x+2 > 2x-2$$

$$\Leftrightarrow x < 4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 4).$

Câu 114: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2021}$ là

A. $(-\infty; 2021).$

B. $(-\infty; -2021).$

C. $(-2021; +\infty).$

D. $(2021; +\infty).$

Lời giải

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2021} \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^{2021} \Leftrightarrow x < -2021 \text{ hay } x \in (-\infty; -2021).$$

Câu 115: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}} < \left(\frac{1}{2}\right)^4$ là

A. $S = (2; +\infty).$

B. $S = \left(1; \frac{5}{4}\right).$

C. $S = (0; 1).$

D. $S = (-\infty; 0).$

Lời giải

Điều kiện: $x \neq 1.$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}} < \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} > 4 \Leftrightarrow \frac{5-4x}{x-1} > 0 \Leftrightarrow 1 < x < \frac{5}{4}.$$

Câu 116: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}.$

A. $S = [1; 2].$

B. $S = (-\infty; 1).$

C. $S = (1; 2).$

D. $S = (2; +\infty).$

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow -x^2+3x > 2 \Leftrightarrow x^2-3x+2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (1; 2)$.

Câu 117: Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có tập nghiệm là $S = (a; b)$, khi đó $b - a$ là?

A. 4.

B. 2.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Bất phương trình tương đương $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \left(\frac{1}{2}\right)^5 \Leftrightarrow x^2+4x < 5 \Leftrightarrow -5 < x < 1$.

Vậy $S = (-5; 1) \Rightarrow b - a = 6$.

Câu 118: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(2+\sqrt{3})^{x^2-3x-1} > (2-\sqrt{3})^{2(mx+1)}$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$ có dạng $(a; b)$. Tính $S = a + b$?

A. 2.

B. $\frac{5}{2}$.

C. -2.

D. 3.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} (2+\sqrt{3})^{x^2-3x-1} > (2-\sqrt{3})^{2(mx+1)} &\Leftrightarrow (2+\sqrt{3})^{x^2-3x-1} > (2+\sqrt{3})^{-2(mx+1)} \Leftrightarrow x^2-3x-1 > -2mx-2 \\ &\Leftrightarrow x^2+(2m-3)x+1 > 0. \end{aligned}$$

$$\text{Bất phương trình } x^2+(2m-3)x+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4m^2-12m+5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow S = a + b = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3.$$

Câu 119: Tập nghiệm của bất phương trình $(3^{2x}-9)(3^x-\frac{1}{27})\sqrt{3^{x+1}-1} \leq 0$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } 3^{x+1}-1 \geq 0 \Leftrightarrow 3^{x+1} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq -1.$$

Ta có $x = -1$ là một nghiệm của bất phương trình.

$$\text{Với } x > -1, \text{ bất phương trình tương đương với } (3^{2x}-9)(3^x-\frac{1}{27}) \leq 0.$$

Đặt $t = 3^x > 0$, ta có $(t^2 - 9)(t - \frac{1}{27}) \leq 0 \Leftrightarrow (t - 3)(t + 3)(t - \frac{1}{27}) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -3 \\ \frac{1}{27} \leq t \leq 3 \end{cases}$. Kết

hợp điều kiện $t = 3^x > 0$ ta được nghiệm $\frac{1}{27} \leq t \leq 3 \Leftrightarrow \frac{1}{27} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$. Kết hợp điều kiện $x > -1$ ta được $-1 < x \leq 1$ suy ra trường hợp này bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Vậy bất phương trình đã cho có tất cả 3 nghiệm nguyên.

DẠNG 4: BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT

Câu 120: Nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$

A. $x > 9$.

B. $1 < x < 9$.

C. $x > 10$.

D. $1 < x < 10$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$

$$\log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 9.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x > 9$.

Câu 121: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 3$ là

A. $(0; 8]$.

B. $(-\infty; 8]$.

C. $(0; 9]$.

D. $(0; 8)$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 x \leq 3 \Leftrightarrow 0 < x \leq 2^3 \Leftrightarrow 0 < x \leq 8$ nên tập nghiệm của bpt là $(0; 8]$.

Câu 122: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 3$ là

A. $S = (-\infty; 8)$.

B. $S = (-\infty; 7)$.

C. $S = (-1; 8)$.

D. $S = (-1; 7)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_2(x+1) < 3 \Leftrightarrow 0 < x+1 < 2^3 \Leftrightarrow -1 < x < 7$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 3$ là $S = (-1; 7)$

Câu 123: Bất phương trình $\log_2 x < 3$ có tập nghiệm là

A. $(8; +\infty)$.

B. $(-\infty; 8)$.

C. $(0; 8)$.

D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2 x < 3 \Leftrightarrow 0 < x < 2^3 \Leftrightarrow 0 < x < 8.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(0; 8)$.

Câu 124: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{5}{2}}(x-4) + 1 > 0$

A. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

B. $\left[4; \frac{13}{2}\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{13}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Điều kiện: $x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 4$.

$$\log_{\frac{2}{5}}(x - 4) > -1 \Leftrightarrow x - 4 < \frac{5}{2} \Leftrightarrow x < \frac{13}{2}.$$

Vậy $S = \left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Câu 125: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 1) \leq 1$ là

A. $(-\infty; 4)$.

B. $(-\infty; 4]$.

C. $(1; 4]$.

D. $(0; 4]$.

Lời giải

Ta có $\log_3(x - 1) \leq 1 \Leftrightarrow 0 < x - 1 \leq 3 \Leftrightarrow 1 < x \leq 4$.

Câu 126: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x - 1) < 3$ là

A. $(-\infty; 3)$.

B. $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$.

C. $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

ĐK: $x > \frac{1}{3}$

$$\log_2(3x - 1) < 3 \Leftrightarrow 3x - 1 < 8 \Leftrightarrow x < 3$$

KHĐK: $x > \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} < x < 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$

Câu 127: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x \leq 2$ là

A. $(-\infty; 9)$.

B. $(0; 6)$.

C. $(-\infty; 6)$.

D. $(0; 9]$.

Lời giải

Ta có $\log_3 x \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 9$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x \leq 2$ là $S = (0; 9]$.

Câu 128: Bất phương trình $\log_{2021}(x - 1) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 1.

B. 2022.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

$$\log_{2021}(x-1) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \leq 2021^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 2.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ và $1 < x \leq 2$ nên $x = 2$.

Câu 129: Giải bất phương trình $\log_2(x-1) > 5$.

A. $x > 33$.

B. $x < 33$.

C. $x < 11$.

D. $x > 11$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_2(x-1) > 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \log_2(x-1) > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x-1 > 32 \end{cases} \Leftrightarrow x > 33.$$

Câu 130: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là

A. $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

B. $\left(\frac{4}{9}; +\infty\right)$.

C. $\left(\sqrt[3]{4}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{4}{9}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0$

$$\text{Ta có } \log_{\frac{2}{3}} x > 2 \Leftrightarrow \log_{\frac{2}{3}} x > \log_{\frac{2}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow x < \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow x < \frac{4}{9}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

Câu 131: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) > 1$ là

A. $\left[2; \frac{5}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} & \log_{\frac{1}{2}}(x-2) > 1 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 < \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Câu 132: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) < -2$.

A. $(-\infty; 12)$.

B. $(12; +\infty)$.

C. $(3; 12)$.

D. $\left(-\infty; \frac{7}{3}\right)$.

Lời giải

Điều kiện $x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-3) < -2 \Leftrightarrow x-3 > \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x-3 > 9 \Leftrightarrow x > 12.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (12; +\infty)$

Câu 133: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(1-x) > \log_{\frac{1}{3}}(2x+3)$.

- A. $S = \left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$. B. $S = \left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **C. $S = \left(-\frac{2}{3}; 1\right)$.** D. $S = (1; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Bất phương trình tương đương với } \begin{cases} 1-x > 0 \\ 1-x < 2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} < x < 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S = \left(-\frac{2}{3}; 1\right)$.

Câu 134: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ là

- A. $S = \left(\frac{2}{3}; 3\right)$. B. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **C. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$.** D. $S = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 4-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < 4.$$

Trong điều kiện trên, ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}(4-x) \Leftrightarrow 3x-2 < 4-x \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}.$$

So với điều kiện ta được $\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $\frac{2}{3} < x < \frac{3}{2}$.

Câu 135: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+7) > 0$ là

- A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. **D. $(2; 3)$.**

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+7) > 0 \Leftrightarrow 0 < x^2-5x+7 < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+6 < 0 \\ x^2-5x+7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Câu 136: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x) < \log(x+6)$ là:

- A. $(6; +\infty)$. **B. $(0; 6)$.** C. $[0; 6)$. D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2x < x + 6 \Leftrightarrow x < 6$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(0; 6)$

Câu 137: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \geq 0$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0]$. C. $\left(-1; \frac{1}{2}\right]$. **D. $(-1; 0]$.**

Lời giải

Điều kiện $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \geq 0 \Leftrightarrow x+1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^0 \Leftrightarrow x+1 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 0$.

So điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-1; 0]$.

Câu 138: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+1) < \log_{\frac{1}{5}}(2x-1)$ là

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.** B. $S = (-\infty; 2)$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = (-1; 2)$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x > \frac{1}{2}$

$\log_{\frac{1}{5}}(x+1) < \log_{\frac{1}{5}}(2x-1) \Leftrightarrow x+1 > 2x-1 \Leftrightarrow x < 2$

Kết hợp ĐKXĐ ta có $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$

Câu 139: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x-1) > \log_2 x$ là

- A. $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $S = (0; 1)$. C. $S = (0; +\infty)$. **D. $S = (1; +\infty)$.**

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > \frac{1}{2}$.

Ta có $\log_2(2x-1) > \log_2 x \Leftrightarrow 2x-1 > x \Leftrightarrow x > 1$.

Kết hợp với điều kiện xác định, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; +\infty)$.

Câu 140: Có bao nhiêu số nguyên dương thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(31-x^2) \geq 3$?

- A. 5. B. 4. C. 3. **D. 2.**

Lời giải

Ta có $\log_3(31-x^2) \geq 3 \Leftrightarrow 31-x^2 \geq 27 \Leftrightarrow 4-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Mà x nguyên dương nên $x \in \{1; 2\}$.

Câu 141: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x) \leq -2$ là

- A.** $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. **C.** $[-1; 4]$. **D.** $[-1; 0) \cup (3; 4]$.

Lời giải

$$\text{ĐK: } x^2 - 3x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x) \leq -2 \Leftrightarrow x^2 - 3x \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 142: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 3) < \log_{\frac{1}{2}}(5 - 2x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tính giá trị $S = a + b$.

- A.** $S = \frac{11}{2}$. **B.** $S = \frac{7}{2}$. **C.** $S = \frac{13}{2}$. **D.** $S = \frac{9}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{2}}(2x - 3) < \log_{\frac{1}{2}}(5 - 2x) \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 2x > 0 \\ 2x - 3 > 5 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < \frac{5}{2}$$

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

$$\text{Khi đó: } a = 2; b = \frac{5}{2}. \text{ Vậy: } S = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}.$$

Câu 143: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \leq 0$ là

- A.** $S = (5; 6]$. **B.** $S = (1; +\infty)$. **C.** $S = [1; 6]$. **D.** $S = [6; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow -\log_3(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6x + 5) \geq \log_3(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 5 \geq x - 1 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 6 \geq 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 6.$$

Tập nghiệm của bất phương trình $S = [6; +\infty)$.

Câu 144: Bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là

A. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2(3x-2) > \log_2(6-5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 6-5x > 0 \\ 3x-2 > 6-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < \frac{6}{5} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{6}{5}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Câu 145: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}}(x-2) > \log_{\frac{\pi}{6}}(7-2x)$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $\left(3; \frac{7}{2}\right)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{\frac{\pi}{6}}(x-2) > \log_{\frac{\pi}{6}}(7-2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 < 7-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 3x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Câu 146: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x^2-x) \leq \log_{\sqrt{2}} x$ là

A. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$.

B. $(0; 1)$.

C. $[0; 1]$.

D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 2x^2-x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$\log_2(2x^2-x) \leq \log_{\sqrt{2}} x \Leftrightarrow \log_2(2x^2-x) \leq \log_2 x^2 \Leftrightarrow 2x^2-x \leq x^2 \Leftrightarrow x^2-x \leq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 1$$

Vậy tập nghiệm là: $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$

Câu 147: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_2(5-2x) \geq 0$ là:

A. $\left(-1; \frac{4}{3}\right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right]$

C. $\left[\frac{4}{3}; \frac{5}{2}\right)$.

D. $\left(-1; \frac{4}{3}\right]$.

Lời giải

Điều kiện: $-1 < x < \frac{5}{2}$.

Với điều kiện trên bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) + \log_2(5-2x) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \log_2(5-2x) \geq \log_2(x+1)$$

$$\Leftrightarrow 5-2x \geq x+1$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{4}{3}$$

Kết hợp với điều kiện ta được $-1 < x \leq \frac{4}{3}$.

Câu 148: Bất phương trình $1 + \log_2(x-2) > \log_2(x^2 - 3x + 2)$ có tập nghiệm là

A. $S = (3; +\infty)$.

B. $S = (2; 3)$.

C. $S = (2; +\infty)$.

D. $S = (1; 3)$.

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x-2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \vee x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2.$$

$$1 + \log_2(x-2) > \log_2(x^2 - 3x + 2)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 2(x-2) > \log_2(x^2 - 3x + 2)$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4 > x^2 - 3x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0$$

$$\Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

So điều kiện $\Rightarrow x \in (2; 3)$.

Câu 149: Bất phương trình $\log_4(x^2 - 4x) > \log_2(8 - x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. vô số.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 4x > 0 \\ 8 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 < x < 8 \\ x < 8 \end{cases}.$$

Bất phương trình tương đương

$$x^2 - 4x > x^2 - 16x + 64 \Leftrightarrow 12x > 64 \Leftrightarrow x > \frac{16}{3}.$$

Đổi chiều điều kiện ta được $\frac{16}{3} < x < 8$ suy ra có 2 nghiệm nguyên.

Câu 150: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(11-5x) - 3\log_8(x-1) \geq 0$ là

A. $S = \left(1; \frac{5}{3}\right]$.

B. $S = (1; 2]$.

C. $S = \left[2; \frac{11}{5}\right)$.

D. $S = \left[\frac{5}{3}; \frac{11}{5}\right)$.

Lời giải

$$\text{Đk: } \begin{cases} 11-5x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{11}{5} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{11}{5} (*)$$

Bất phương trình:

$$\begin{aligned} \log_2(11-5x) - 3\log_8(x-1) &\geq 0 \Leftrightarrow \log_2(11-5x) - 3\log_{2^3}(x-1) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \log_2(11-5x) - \log_2(x-1) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \log_2(11-5x) \geq \log_2(x-1) \\ &\Leftrightarrow 11-5x \geq x-1 \\ &\Leftrightarrow -5x-x \geq -1-11 \\ &\Leftrightarrow -6x \geq -12 \\ &\Leftrightarrow x \leq 2 \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện $(*) \Rightarrow 1 < x \leq 2$

Vậy tập nghiệm $S = (1; 2]$

Câu 151: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

A. $S = (1; 4]$. **B.** $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$. **C.** $S = (-\infty; 4]$. **D.** $S = (1; 4)$.

Lời giải

Điều kiện xác định $\begin{cases} 11-2x > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases}$

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \log_{3^{-1}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$

$$\Leftrightarrow -\log_3(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \log_3(11-2x) \geq \log_3(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 11-2x \geq x-1 \\ x-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x \geq -12 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 4.$$

Câu 152: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,5}(8-3x) + \log_2(x^2-x) \leq 0$ là

A. $[-4; 2]$. **B.** $S = [-4; 1) \cup \left(2; \frac{8}{3}\right]$.
C. $S = (0; 1)$. **D.** $S = [-4; 0) \cup (1; 2]$.

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} 8-3x > 0 \\ x^2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{8}{3} \\ x > 1 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < \frac{8}{3} \\ x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Ta có: $\log_{0,5}(8-3x) + \log_2(x^2-x) \leq 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(8-3x) - \log_{\frac{1}{2}}(x^2-x) \leq 0$

$\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(8-3x) \leq \log_{\frac{1}{2}}(x^2-x) \Leftrightarrow x^2-x \leq 8-3x \Leftrightarrow x^2+2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 2 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có tập nghiệm của bất phương trình trên là $S = [-4; 0) \cup (1; 2]$.

Câu 153: Bất phương trình $\log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0$ có tập nghiệm là $(a; b]$. Tính giá trị $P = 3a - b$.

A. $P = 4$.

B. $P = 5$.

C. $P = 7$.

D. $P = 10$.

Lời giải

Điều kiện: $0 < \frac{3x-7}{x+3} < 1 \Leftrightarrow \frac{7}{3} < x < 5$.

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} \log_2 \left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \right) \geq 0 &= \log_2 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}} \frac{3x-7}{x+3} \geq 1 = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{3x-7}{x+3} \leq \frac{1}{3} \\ &\Leftrightarrow \frac{3x-7}{x+3} - \frac{1}{3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{8x-24}{3x+9} \leq 0 \Leftrightarrow -3 < x \leq 3 \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có: $\frac{7}{3} < x \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow P = 3a - b = 4$

Câu 154: Bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2-x+1) < 0$ có tập nghiệm là

A. $S = \left(0; \frac{3}{2} \right)$.

B. $S = (-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

C. $S = (-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty \right)$.

D. $S = \left(-1; \frac{3}{2} \right)$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{2}{3}}(2x^2-x+1) < 0 \Leftrightarrow 2x^2-x+1 > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 155: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 \left(-\log_{\frac{1}{5}} x \right) \leq 0$ là

A. Vô số.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Ta có $\log_2 \left(-\log_{\frac{1}{5}} x \right) \leq 0 \Leftrightarrow 0 < -\log_{\frac{1}{5}} x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \log_{\frac{1}{5}} x < 0 \Leftrightarrow 5 \geq x > 1 \Leftrightarrow 1 < x \leq 5$.

Vậy có 4 nghiệm nguyên.

Câu 156: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - 4x + 6) > 1$

A. $\emptyset$.

D. $\{2\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

$$\log_2(x^2 - 4x + 6) > 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 6 > 2^1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2.$$

Vậy tập nghiệm $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 157: Có bao nhiêu số nguyên x không vượt quá 30 thỏa mãn $(9^{x+1} - 3^{x^2+x})[\log_5(x+23) - 2] \leq 0$?

A. 30.

B. 15.

C. 32.

D. 16.

Lời giải

Điều kiện: $x > -23$.

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 9^{x+1} - 3^{x^2+x} \leq 0 \\ \log_5(x+23) - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x+2} \leq 3^{x^2+x} \\ x+23 \geq 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2 \quad (1)$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 9^{x+1} - 3^{x^2+x} \geq 0 \\ \log_5(x+23) - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x+2} \geq 3^{x^2+x} \\ x+23 \leq 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \leq 0 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2 \quad (2)$$

Từ (1) & (2) và kết hợp điều kiện $x > -23$ ta có $x \geq -1$.

Mà $x \in \mathbb{Z}, x \leq 30$ nên có 32 số nguyên x thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 158: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25) - 3] \leq 0$?

A. 24.

B. 26.

C. 25.

D. Vô số.

Lời giải

Điều kiện: $x > -25$.

$$\text{Đặt } f(x) = (2^{x^2} - 4^x)[\log_3(x+25) - 3].$$

$$\circ 2^{x^2} - 4^x = 0 \Leftrightarrow 2^{x^2} = 2^{2x} \Leftrightarrow x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\circ \log_3(x+25) - 3 = 0 \Leftrightarrow \log_3(x+25) = 3 \Leftrightarrow x+25 = 3^3 \Leftrightarrow x = 2.$$

Bảng xét dấu

x	-25	0	2	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	+

$$\text{Từ bảng xét dấu, } f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -25 < x \leq 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy có 26 số nguyên x thỏa yêu cầu.

Câu 159: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_x (\log_2 (4^x - 6)) \leq 1$ là

A. 1.

B. 0.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải

Điều kiện:

$$\begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ 4^x - 6 > 0 \\ \log_2 (4^x - 6) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ x > \log_4 6 \\ 4^x - 6 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ x > \log_4 6 \\ x > \log_4 7 \end{cases}.$$

Ta có:

$$\log_x (\log_2 (4^x - 6)) \leq 1 \Leftrightarrow \log_2 (4^x - 6) \leq x$$

$$\Leftrightarrow 4^x - 6 \leq 2^x \Leftrightarrow 4^x - 2^x - 6 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2^x \leq 3 \Leftrightarrow x \leq \log_2 3$$

Kết hợp với điều kiện ta có: $\log_4 7 < x \leq \log_2 3$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên bất phương trình không có nghiệm nguyên.

Câu 160: Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y đều có nhưng không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(2^x - y)(2^x - 2^{10}y)\sqrt{11-x} < 0$?

A. 992.

B. 961.

C. 481.

D. 1921.

Lời giải

Điều kiện xác định $11 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 11$.

Theo giả thiết ta có $(2^x - y)(2^x - 2^{10}y)\sqrt{11-x} < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{11-x} > 0 \\ (2^x - y)(2^x - 2^{10}y) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 11 \\ y < 2^x < 2^{10}y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 11 \\ \log_2 y < x < 10 + \log_2 y \end{cases}.$$

Yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi $5 \leq \log_2 y < 10 \Leftrightarrow 2^5 \leq y < 2^{10}$.

Do $y \in \mathbb{N}^*$, nên số giá trị nguyên dương y thỏa mãn yêu cầu bài toán là 992.

Câu 161: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^{x^2} - 4^x)[\log_3 (x+25) - 3] \leq 0$?

A. 24.

B. Vô số.

C. 25.

D. 26.

Lời giải

Ta xét:

$$2^{x^2} - 4^x = 0 \Leftrightarrow 2^{x^2} = 2^{2x} \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\log_3 (x+25) - 3 = 0 \Leftrightarrow \log_3 (x+25) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -25 \\ x+25 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Bảng xét dấu:

x	-25	0	2	
$2^{x^2} - 4^x$	+	0	-	0
$\log_3(x+25) - 3$	-	0	-	0
VT	-	0	+	0

Suy ra $VT \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-25; 0] \cup \{2\}$. Vậy có 26 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 162: Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải

Điều kiện: $x > -5$.

Đặt $f(x) = (x^3 - 9x)\ln(x+5)$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 9x = 0 \\ \ln(x+5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 3 \\ x = -4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	-5	-4	-3	0	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+	0

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq x \leq -3 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$.

Vì $x \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow x \in \{1; 2; 3\}$.

Câu 163: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của y để tập nghiệm của bất phương trình $(\log_2 x - 2)(2^x - y) < 0$ có ít nhất 1 số nguyên và không quá 6 số nguyên?

A. 2048.

B. 2016.

C. 1012.

D. 2023.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có } (\log_2 x - 2)(2^x - y) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x - 2 < 0 \\ 2^x - y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > \log_2 y \end{cases}$$

TH1. Nếu $\begin{cases} x < 4 \\ x > \log_2 y \end{cases}$. Để bất phương trình có ít nhất 1 số nguyên và không quá 6 số nguyên

thì $-3 \leq \log_2 y < 3 \Leftrightarrow \frac{1}{8} \leq y < 8$.

Suy ra có 7 giá trị nguyên dương của y thỏa mãn.

TH2. Nếu $\begin{cases} x > 4 \\ x < \log_2 y \end{cases}$. Để bất phương trình có ít nhất 1 số nguyên và không quá 6 số nguyên

thì $5 < \log_2 y \leq 11 \Leftrightarrow 32 < y \leq 2048$.

Suy ra có $\frac{2048-32}{1}+1=2016$ giá trị nguyên dương của y thỏa mãn.

Từ, suy ra có 2023 giá trị nguyên dương của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.