

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (7 điểm): Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sqrt{3} \sin 5x - \cos 5x = 2$

c) $4\sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x + 2\cos^2 x = 4$

d) $(2\cos x + 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x + \sin x$

e) $\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4} + \sin^2 4x$

f) $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \tan^2 x - \frac{2}{\cos 2x} = 1$

Bài 2 (1 điểm) Từ các chữ số: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2.

Bài 3 (1 điểm) Một hộp đựng 5 bi đỏ, 7 bi xanh và 11 bi vàng. Người ta lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp đó. Hỏi có bao nhiêu cách lấy để trong 4 viên bi được lấy ra có đủ 3 màu?

Bài 4. (1 điểm) Tìm số tự nhiên n thỏa: $2C_n^{n-1} - C_n^2 + n = 0$.

ĐÁP ÁN

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1: Câu a	$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \cos \frac{\pi}{6}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0.25+0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	0.25
Câu b	$pt \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 5x - \frac{1}{2} \cos 5x = 1$	0.25
	$\Leftrightarrow \sin\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$	0.25
	$\Leftrightarrow 5x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{15} + \frac{k2\pi}{5}$	0,25+0,25
Câu c	$pt \Leftrightarrow 4 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 2 \cos^2 x = 4$	0.25
	Th1: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ là nghiệm của pt	0,25
	Th2: $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$; $pt \Leftrightarrow -2\sqrt{3} \tan x + 2 = 4$	0.25
	$\Leftrightarrow \tan x = \frac{-1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{6} + k\pi$ Kl: phương trình có 2 họ nghiệm	0,25 +0,25 0,25
Câu d	$(2 \cos x + 1)(2 \sin x + \cos x) = \sin 2x + \sin x$	1.5điểm
	$pt \Leftrightarrow (2 \cos x + 1)(2 \sin x + \cos x) = \sin x(2 \cos x + 1)$	0.25
	$\Leftrightarrow (2 \cos x - 1)(\sin x + \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{-\pi}{4} + k\pi \end{cases}$	0,25 0,5 +0,5

Câu e	$\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{4} + \sin^2 4x$	1 điểm
	$pt \Leftrightarrow \sin^2 2x = 1 + 4 \sin^2 4x$	0.25
	$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(1 - \cos 4x) = 5 - 4 \cos^2 4x$	0.25
	$\Leftrightarrow 8 \cos^2 4x - \cos 4x - 9 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = -1 \\ \cos 4x = \frac{9}{8} \text{ (vn)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$	0.25
Câu f	$\frac{\sin 3x}{\sin x} - \tan^2 x - \frac{2}{\cos 2x} = 1$	1 điểm
	Đk: $x \neq \frac{k\pi}{4}$ $pt \Leftrightarrow \sin 3x \cos^2 x \cos 2x - \cos 2x \sin x - 2 \cos^2 x \sin x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin 3x \cos^2 x \cos 2x - \cos 2x \sin x - \cos x \sin 2x = 0$ $\Leftrightarrow \sin 3x \cos^2 x \cos 2x - \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x \left[\cos^2 x (2 \cos^2 x - 1) - 1 \right] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ 2 \cos^4 x - \cos^2 x - 1 = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{3} \\ \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin x = 0 (l) \\ \cos^2 x = \frac{-1}{2} (l) \end{cases}$	0.25
	So điều kiện: $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{-\pi}{3} + k\pi \end{cases}$	0.25
Bài 2	Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2.	(1 điểm)
	Đặt $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ Gọi số tự nhiên cần tìm dạng $\overline{abcd}$	

	$d \in \{2, 4, 6, 8\}$: có 4 cách chọn d	0,25
	Cách 1: $a \in X \setminus \{d\}$: có 7 cách chọn a $b \in X \setminus \{a, d\}$: có 6 cách chọn b $c \in X \setminus \{a, b, d\}$: có 5 cách chọn c Theo QTN ta có: $4.7.6.5 = 840(\text{số})$	0,25+0,25 0,25
	Cách 2: $d \in \{2, 4, 6, 8\}$: có 4 cách chọn d chọn a, b, c có A_7^3 cách chọn Theo QTN: ta có: $4.A_7^3 = 840$	1đ
Bài 3	Một hộp đựng 5 bi đỏ, 7 bi xanh và 11 bi vàng. Người ta lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp đó. Hỏi có bao nhiêu cách lấy để trong 4 viên bi được lấy ra có đủ 3 màu?	1 điểm
	Chọn 4 bi gồm 1 bi đỏ, 2 bi xanh và 1 vàng: có $C_5^1.C_7^2.C_{11}^1$ cách	0.25
	Chọn 4 bi gồm 1 bi đỏ, 1 bi xanh và 2 vàng: có $C_5^1.C_7^1.C_{11}^2$ cách	0.25
	Chọn 4 bi gồm 2 bi đỏ, 1 bi xanh và 1 bi vàng: có $C_5^2.C_7^1.C_{11}^1$ cách	0.25
	Số cách chọn 4 bi thỏa YCBT là $C_5^1.C_7^2.C_{11}^1 + C_5^1.C_7^1.C_{11}^2 + C_5^2.C_7^1.C_{11}^1 = 3850$ cách.	0.25
Bài 4	Tìm số tự nhiên n thỏa: $2C_n^{n-1} - C_n^2 + n = 0$.	1 điểm
	Đk: $n \geq 2, n \in N$	
	$pt \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{n!}{(n-1)!} - \frac{n!}{2!(n-2)!} + n = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow 2n - \frac{n(n-1)}{2} + n = 0 \Leftrightarrow -n^2 + 7n = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = 0 \end{cases}$	0.25
	So với đk, ta có $n = 7$.	0.25

Lưu ý: Học sinh giải cách khác đúng vẫn được điểm tối đa.