CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 10: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

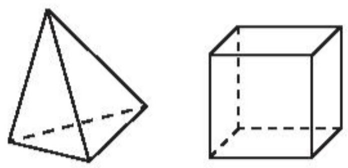
I LÝ THUYẾT.

1. KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU

– Điểm A thuộc mặt phẳng (P), kí hiệu $A \in (P)$.
– Điểm B không thuộc mặt phẳng (P), kí hiệu $B \notin (P)$.
Nếu $A \in (P)$ ta còn nói A nằm trên (P), hoặc (P) chứa A, hoặc (P) đi qua A.

Chú ý. Để nghiên cứu hình học không gian, ta thường vẽ các hình đó lên bảng hoặc lên giấy. Hình vẽ đó được gọi là hình biểu diễn của một hình không gian. Hình biểu diễn của một hình không gian cần tuân thủ những quy tắc sau:

– Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
– Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
– Hình biểu diễn giữ nguyên quan hệ liên thuộc giữa điểm và đường thẳng.
– Dùng nét vẽ liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt đoạn để biểu diễn cho đường bị che khuất.



Hình 4.3. Hình biểu diễn của hình chóp tam giác đều và hình lập phương

Các quy tắc khác sẽ được học ở phần sau.

2. CÁC TÍNH CHẤT THỪA NHẬN.

Tính chất 1: Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
Tính chất 2: Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
Tính chất 3: Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
Tính chất 4: Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt cùng thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
Tính chất 5: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.
Vậy thì: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.
Tính chất 6: Trên mỗi mặt phẳng các, kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

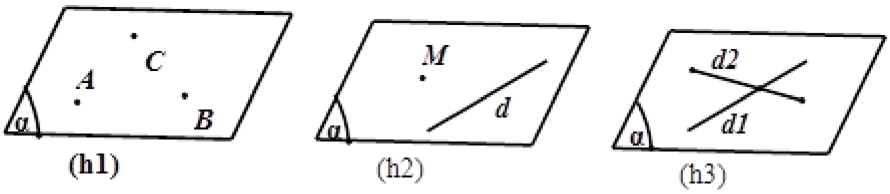
3. CÁCH XÁC ĐỊNH MẶT PHẲNG.

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết:
- Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- Nó đi qua một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.

- Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Các kí hiệu:

- (ABC) là kí hiệu mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng A,B,C
- (M,d) là kí hiệu mặt phẳng đi qua d và điểm $M \notin d$
- (d_1,d_2) là kí hiệu mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau d_1,d_2



(h1) (h2) (h3)

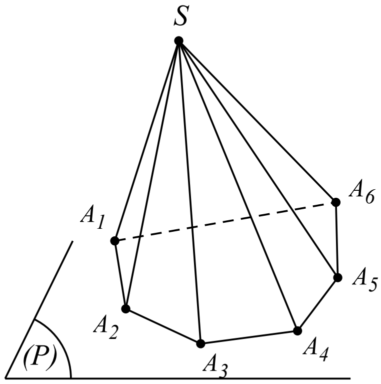
4. HÌNH CHÓP VÀ HÌNH TỨ DIỆN.

3.1. Hình chóp.

Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Lấy điểm S nằm ngoài (α).

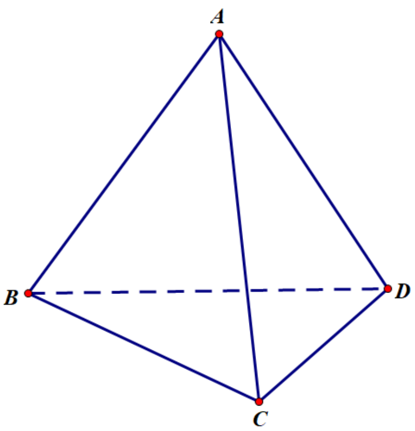
Lần lượt nối S với các đỉnh $A_1,A_2,...,A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2,SA_2A_3,...,SA_nA_1$. Hình gồm đa giác $A_1A_2...A_n$ và n tam giác $SA_1A_2,SA_2A_3,...,SA_nA_1$ được gọi là hình chóp, kí hiệu là $S.A_1A_2...A_n$.

Ta gọi S là đỉnh, đa giác $A_1A_2...A_n$ là đáy, các đoạn $SA_1,SA_2,...,SA_n$ là các cạnh bên, $A_1A_2,A_2A_3,...,A_nA_1$ là các cạnh đáy, các tam giác $SA_1A_2,SA_2A_3,...,SA_nA_1$ là các mặt bên…



3.2. Hình Tứ diện

Cho bốn điểm A,B,C,D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC,ABD, ACD và (BCD) được gọi là tứ diện $ABCD$.

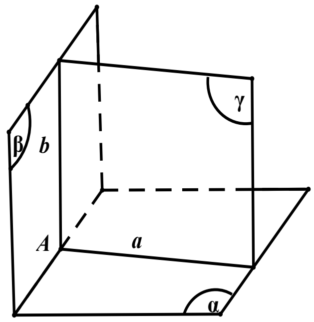


II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, ta tìm hai điểm chung của chúng. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó là giao tuyến.



u ý: Điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) thường được tìm như sau:
ı hai đường thẳng a,b lần lượt thuộc (α) và (β), đồng thời chúng cùng nằm trong mặt phẳng (γ) nào đó; giao điểm $M=a\cap b$ là điểm chung của (α) và (β)

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

a) (SAC) và (SBD). b) (SAC) và (MBD).

c) (MBC) và (SAD). d) (SAB) và (SCD).

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC\cap BD=M$ và $AB\cap CD=N$. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD).

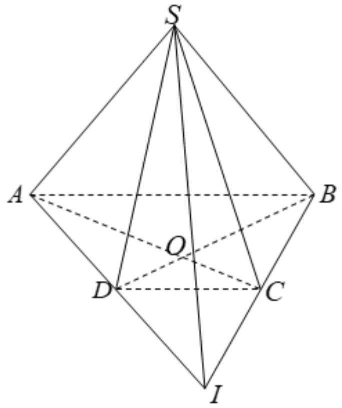
Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD, J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ).

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC).

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

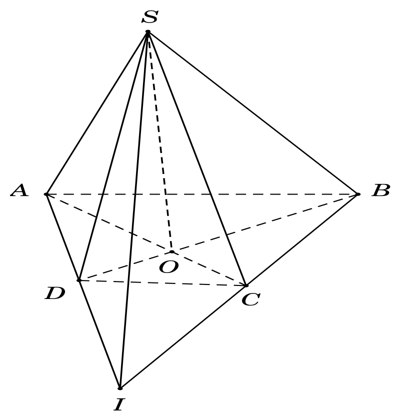
Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = I$.



Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng:

A. SI **B.** SA. **C.** MN. **D.** SM.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB \,//\, CD)$.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.

B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).

C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM (M là trung điểm của AB).

B. AN (N là trung điểm của CD).

C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).

D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SB. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $IJCD$ là hình thang.

B. $(SAB)\cap(IBC)=IB$.

C. $(SBD)\cap(JCD)=JD$.

D. $(IAC)\cap(JBD)=AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Câu 10: Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD. Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC. Khi EF và BC cắt nhau tại I, thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCD) và (DEF). **B.** (BCD) và (ABC).

C. (BCD) và (AEF). **D.** (BCD) và (ABD).

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

A. đường thẳng MN.

B. đường thẳng AM.

C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).

D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

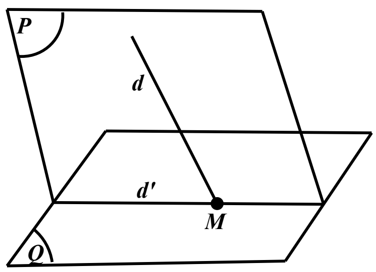
DẠNG 2: TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ta cần lưu ý một số trường hợp sau:

Trường hợp 1. Nếu trong (P) có sẵn một đường thẳng d' cắt d tại M, khi đó

$$\begin{cases} M\in d \\ M\in d'\subset(P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\in d \\ M\in(P) \end{cases} \Rightarrow M=d\cap(P)$$



Trường hợp 2. Nếu trong (P) chưa có sẵn d' cắt d thì ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Chọn một mặt phẳng (Q) chứa d

Bước 2: Tìm giao tuyến $\Delta=(P)\cap(Q)$

Bước 3: Trong (Q) gọi $M=d\cap\Delta$ thì M chính là giao điểm của $d\cap(P)$.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 12: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP).

Câu 13: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM).

Câu 14: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD).

b) Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD).

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC, N là trên cạnh BC. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN).

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC. Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của cạnh SD và mặt phẳng (MNP). Tính tỷ số $\frac{SQ}{SD}$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

A. điểm F.
B. giao điểm của đường thẳng EG và AF.
C. giao điểm của đường thẳng EG và AC.
D. giao điểm của đường thẳng EG và CD.

Câu 18: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA. Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD).

A. Điểm H, trong đó $E = AB \cap CD$, $H = SA \cap EM$
B. Điểm N, trong đó $E = AB \cap CD$, $N = SB \cap EM$
C. Điểm F, trong đó $E = AB \cap CD$, $F = SC \cap EM$
D. Điểm T, trong đó $E = AB \cap CD$, $T = SD \cap EM$

Câu 19: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA. Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD).

A. Điểm H, trong đó $I = AC \cap BD$, $H = MA \cap SI$
B. Điểm F, trong đó $I = AC \cap BD$, $F = MD \cap SI$
C. Điểm K, trong đó $I = AC \cap BD$, $K = MC \cap SI$
D. Điểm V, trong đó $I = AC \cap BD$, $V = MB \cap SI$

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC. P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB}=\frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP). Tính $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD=2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM=\frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A. $\frac{SN}{SC}=\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{SN}{SC}=\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{SN}{SC}=\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{SN}{SC}=\frac{1}{2}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC. Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K. Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N là lượt là trung điểm của AB và SC. I là giao điểm của AN và (SBD). J là giao điểm của MN với (SBD). Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

DẠNG 3: BÀI TOÁN THIẾT DIỆN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để xác định thiết diện của hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ cắt bởi mặt phẳng (α), ta tìm giao điểm của mặt phẳng (α) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của (α) với hình chóp

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 24: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD.

a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB).

b) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP).

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Tìm thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP).

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD. E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD. Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG).

Câu 27: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a $(a>0)$. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng bao nhiêu?

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC, E là điểm trên cạnh CD với $ED=3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

A. Tam giác MNE.

B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, E là trung điểm của SA, F, G lần lượt là các điểm thuộc cạnh BC, $CD(CF<FB, GC<GD)$. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là:

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Câu 30: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) là hình gì?

A. Tam giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

A. Ngũ giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC. **B.** Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB). **D.** Tứ giác $IBCD$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P là ba điểm trên các cạnh AD, CD, SO. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Ngũ giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

Câu 34: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 35: Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC; P là trọng tâm tam giác BCD. Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

A. $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

DẠNG 4: CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG – BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY

1 PHƯƠNG PHÁP.

- Để chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyên của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.
- Để chứng minh ba đường thẳng đồng qui ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường đường thẳng còn lại.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 36: Cho tứ diện $SABC$. Trên SA,SB và SC lấy các điểm D,E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Chứng minh rằng ba điểm I,J,K thẳng hàng.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA,SB,SC,SD tưng ứng tại các điểm M,N,P,Q. Chứng minh rằng:Các đường thẳng MP,NQ,SO đồng qui.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q. Biết MP cắt NQ tại I. Chứng minh ba điểm I, B, D thẳng hàng.

Câu 39: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA,SB,SC,SD tưng ứng tại các điểm M,N,P,Q. Chứng minh rằng các đường thẳng MP,NQ,SO đồng qui.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM=(ACD)\cap(ABG)$. **B.** A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm AM. **D.** $DJ=(ACD)\cap(BDJ)$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD//BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm SC. DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. S, I, J thẳng hàng. **B.** $DM \subset mp(SCI)$.

C. $JM \subset mp(SAB)$. **D.** $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Câu 42: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD. Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. A, C, I thẳng hàng **B.** B, C, I thẳng hàng.

C. N, G, H thẳng hàng. **D.** B, G, H thẳng hàng.

Câu 43: Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Ba điểm B, J, K thẳng hàng **B.** Ba điểm I, J, K thẳng hàng

C. Ba điểm I, J, K không thẳng hàng **D.** Ba điểm I, J, C thẳng hàng

Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H. Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

A. CD, EF, EG. **B.** CD, IG, HF. **C.** AB, IG, HF. **D.** AC, IG, BD.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 10: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

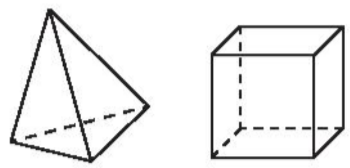
I. LÝ THUYẾT.

1. KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU

– Điểm A thuộc mặt phẳng (P), kí hiệu $A \in (P)$.
– Điểm B không thuộc mặt phẳng (P), kí hiệu $B \notin (P)$.
Nếu $A \in (P)$ ta còn nói A nằm trên (P), hoặc (P) chứa A, hoặc (P) đi qua A.

Chú ý. Để nghiên cứu hình học không gian, ta thường vẽ các hình đó lên bảng hoặc lên giấy. Hình vẽ đó được gọi là hình biểu diễn của một hình không gian. Hình biểu diễn của một hình không gian cần tuân thủ những quy tắc sau:

– Hình biểu diễn của đường thẳng là đường thẳng, của đoạn thẳng là đoạn thẳng.
– Hình biểu diễn của hai đường thẳng song song là hai đường thẳng song song, của hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng cắt nhau.
– Hình biểu diễn giữ nguyên quan hệ liên thuộc giữa điểm và đường thẳng.
– Dùng nét vẽ liền để biểu diễn cho đường nhìn thấy và nét đứt đoạn để biểu diễn cho đường bị che khuất.



Hình 4.3. Hình biểu diễn của hình chóp tam giác đều và hình lập phương

Các quy tắc khác sẽ được học ở phần sau.

2. CÁC TÍNH CHẤT THỪA NHẬN.

Tính chất 1: Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt.
Tính chất 2: Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.
Tính chất 3: Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
Tính chất 4: Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt cùng thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
Tính chất 5: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.
Vậy thì: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.
Tính chất 6: Trên mỗi mặt phẳng các, kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

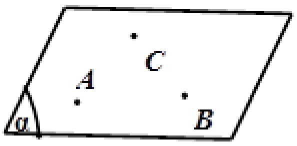
3. CÁCH XÁC ĐỊNH MẶT PHẲNG.

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết:
- Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- Nó đi qua một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.

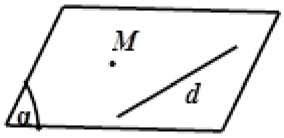
- Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

Các kí hiệu:

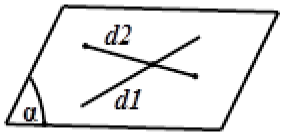
- (ABC) là kí hiệu mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C
- (M, d) là kí hiệu mặt phẳng đi qua d và điểm $M \notin d$
- (d_1, d_2) là kí hiệu mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng cắt nhau d_1, d_2



(h1)



(h2)



(h3)

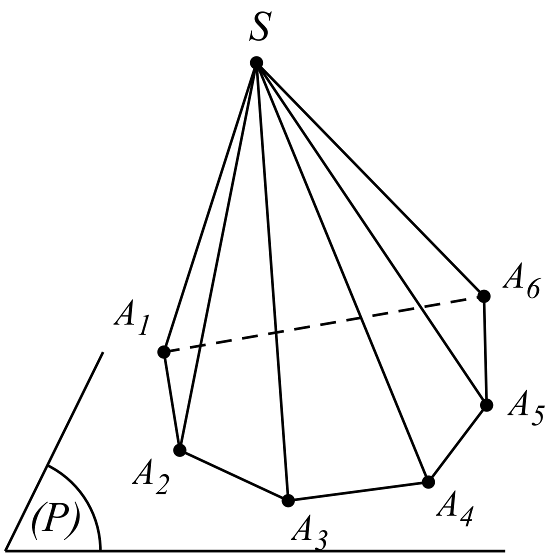
4. HÌNH CHÓP VÀ HÌNH TỨ DIỆN.

3.1. Hình chóp.

Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$. Lấy điểm S nằm ngoài (α).

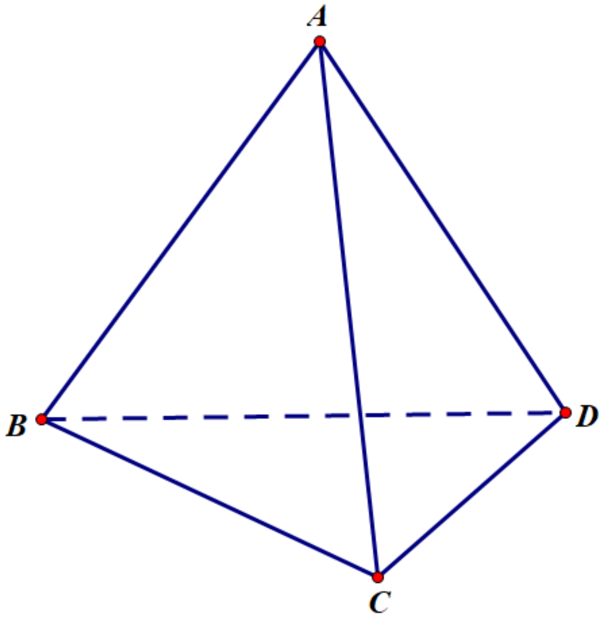
Lần lượt nối S với các đỉnh $A_1, A_2, ..., A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$. Hình gồm đa giác $A_1A_2...A_n$ và n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ được gọi là hình chóp, kí hiệu là $S.A_1A_2...A_n$.

Ta gọi S là đỉnh, đa giác $A_1A_2...A_n$ là đáy, các đoạn $SA_1, SA_2, ..., SA_n$ là các cạnh bên, $A_1A_2, A_2A_3, ..., A_nA_1$ là các cạnh đáy, các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ là các mặt bên…



3.2. Hình Tứ diện

Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Hình gồm bốn tam giác ABC, ABD, ACD và (BCD) được gọi là tứ diện $ABCD$.

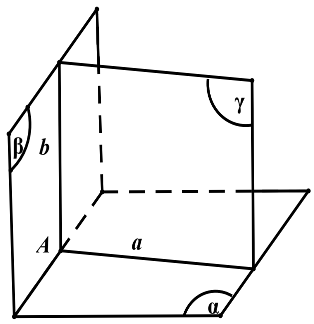


II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, ta tìm hai điểm chung của chúng. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó là giao tuyến.



u ý: Điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) thường được tìm như sau:

ı hai đường thẳng a,b lần lượt thuộc (α) và (β), đồng thời chúng cùng nằm trong mặt phẳng (γ) nào đó; giao điểm $M=a\cap b$ là điểm chung của (α) và (β)

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng:

a) (SAC) và (SBD). b) (SAC) và (MBD).

c) (MBC) và (SAD). d) (SAB) và (SCD).

Lời giải.

a) Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases}$ Lại có $S \in (SAC) \cap (SBD)$

$\Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$

$\Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD)$.

b) $O = AC \cap BD$

$\Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (MBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (MBD)$.

Và $M \in (SAC) \cap (MBD) \Rightarrow OM = (SAC) \cap (MBD)$.

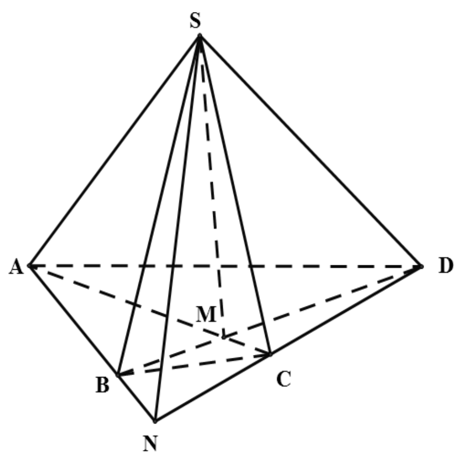
c) Trong $(ABCD)$ gọi $F = BC \cap AD \Rightarrow \begin{cases} F \in BC \subset (MBC) \\ F \in AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow F \in (MBC) \cap (SAD)$

Và $M \in (MBC) \cap (SAD) \Rightarrow FM = (MBC) \cap (SAD)$

d) Trong $(ABCD)$ gọi $E = AB \cap CD$, ta có $SE = (SAB) \cap (SCD)$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = N$. Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD).

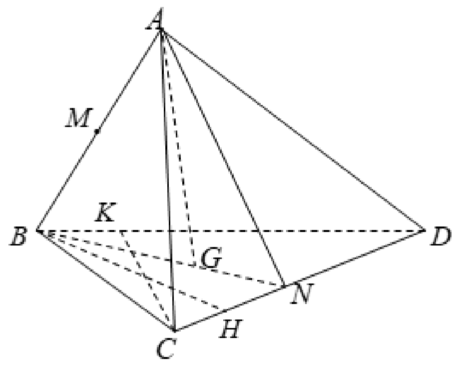
Lời giải.



Ta có $(SAC) \cap (SBD) = SM$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

Lời giải.

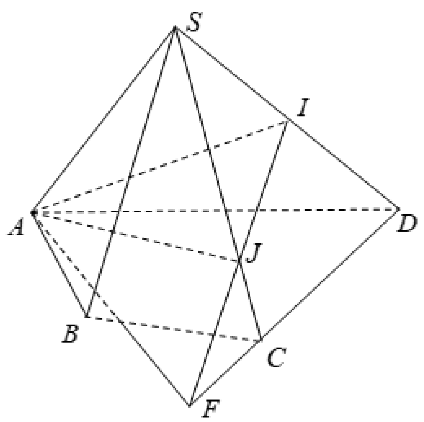


A là điểm chung thứ nhất của (ACD) và (GAB)

G là trọng tâm tam giác BCD, N là trung điểm CD nên $N \in BG$ nên N là điểm chung thứ hai của (ACD) và (GAB). Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là AN.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD, J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ).

Lời giải.



A là điểm chung thứ nhất của $(ABCD)$ và (AIJ)

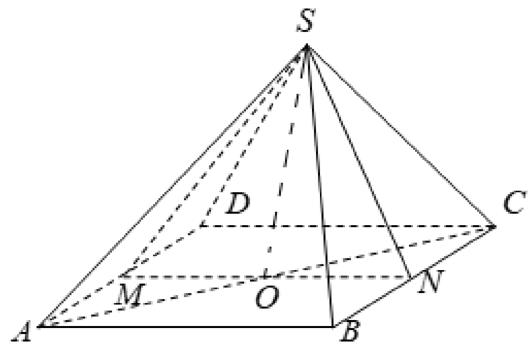
IJ và CD cắt nhau tại F, còn IJ không cắt BC, AD, AB nên F là điểm chung thứ hai của $(ABCD)$ và (AIJ). Vậy giao tuyến của $(ABCD)$ và (AIJ) là AF.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC).

Lời giải.

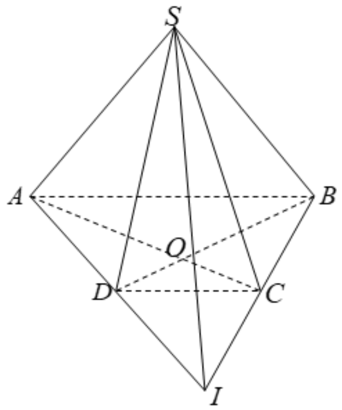
S là điểm chung thứ nhất của (SMN) và (SAC).

O là giao điểm của AC và MN nên $O \in AC, O \in MN$ do đó O là điểm chung thứ hai của (SMN) và (SAC). Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là SO.



3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$ và $AB \cap CD = I$.



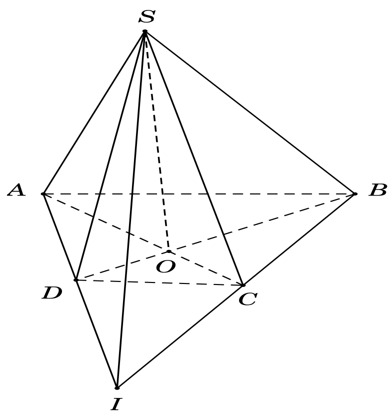
Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng:

A. SI **B.** SA. **C.** MN. **D.** SM.

Lời giải.

Ta có $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB \parallel CD)$.



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.

B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).

C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải.

- Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên: $(SAB),(SBC),(SCD),(SAD)$. Do đó A đúng.

- S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

$\begin{cases} O\in AC\subset(SAC)\Rightarrow O\in(SAC) \\ O\in BD\subset(SBD)\Rightarrow O\in(SBD)\end{cases}\Rightarrow O$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

$\longrightarrow(SAC)\cap(SBD)=SO$. Do đó B đúng.

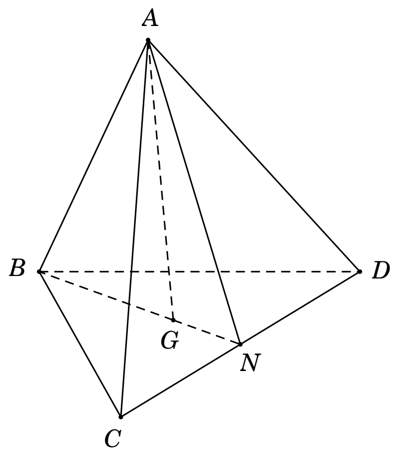
- Tương tự, ta có $(SAD)\cap(SBC)=SI$. Do đó C đúng.

- $(SAB)\cap(SAD)=SA$ mà SA không phải là đường trung bình của hình thang $ABCD$. Do đó D sai.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

A. AM (M là trung điểm của AB).
B. AN (N là trung điểm của CD).
C. AH (H là hình chiếu của B trên CD).
D. AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Lời giải.



- A là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

- Ta có $BG\cap CD=N\longrightarrow\begin{cases} N\in BG\subset(ABG)\Rightarrow N\in(ABG) \\ N\in CD\subset(ACD)\Rightarrow N\in(ACD)\end{cases}\Rightarrow N$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (ACD) và (GAB).

Vậy $(ABG)\cap(ACD)=AN$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA và SB. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $IJCD$ là hình thang.

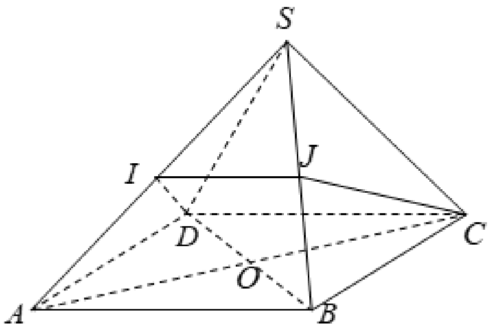
B. $(SAB)\cap(IBC)=IB$.

C. $(SBD)\cap(JCD)=JD$.

D. $(IAC)\cap(JBD)=AO$, O là tâm hình bình hành $ABCD$.

Lời giải.

Ta có $(IAC)\equiv(SAC)$ và $(JBD)\equiv(SBD)$. Mà $(SAC)\cap(SBD)=SO$ trong đó O là tâm hình bình hành $ABCD$.

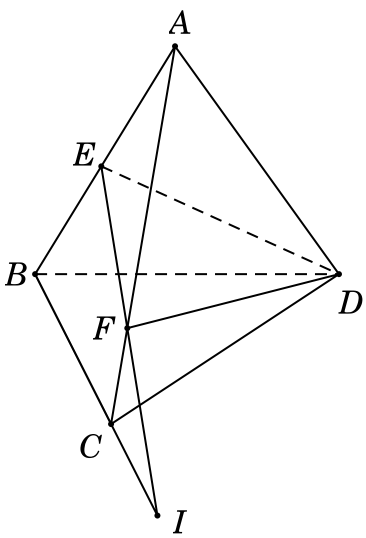


Câu 10: Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD. Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC. Khi EF và BC cắt nhau tại I, thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

A. (BCD) và (DEF). **B.** (BCD) và (ABC).

C. (BCD) và (AEF). **D.** (BCD) và (ABD).

Lời giải.



Điểm I là giao điểm của EF và BC mà $\begin{cases} EF\subset(DEF) \\ EF\subset(ABC) \\ EF\subset(AEF)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I=(BCD)\cap(DEF) \\ I=(BCD)\cap(ABC) \\ I=(BCD)\cap(AEF)\end{cases}.$

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là:

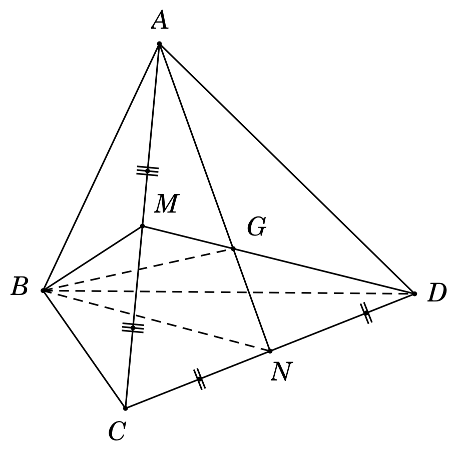
A. đường thẳng MN.

B. đường thẳng AM.

C. đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).

D. đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).

Lời giải.



- B là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN).

- Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD nên suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD. Gọi $G = AN \cap DM$

$\Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases} \Rightarrow G$ là điểm chung thứ hai giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN).

Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG$.

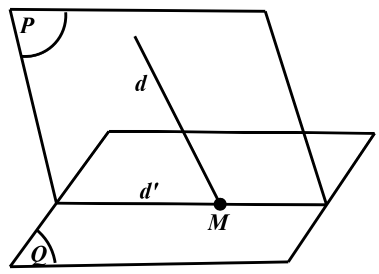
DẠNG 2: TÌM GIAO ĐIỂM CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) ta cần lưu ý một số trường hợp sau:

Trường hợp 1. Nếu trong (P) có sẵn một đường thẳng d' cắt d tại M, khi đó

$$\begin{cases} M \in d \\ M \in d' \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M \in d \\ M \in (P) \end{cases} \Rightarrow M = d \cap (P)$$



Trường hợp 2. Nếu trong (P) chưa có sẵn d' cắt d thì ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Chọn một mặt phẳng (Q) chứa d

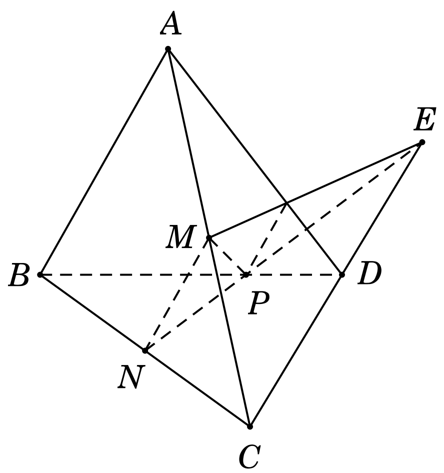
Bước 2: Tìm giao tuyến $\Delta = (P) \cap (Q)$

Bước 3: Trong (Q) gọi $M = d \cap \Delta$ thì M chính là giao điểm của $d \cap (P)$.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 12: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên đoạn BD lấy điểm P sao cho $BP = 2PD$. Tìm giao điểm của đường thẳng CD và mặt phẳng (MNP).

Lời giải.



Cách 1. Xét mặt phẳng BCD chứa CD.

Do NP không song song CD nên NP cắt CD tại E.

Điểm $E \in NP \Rightarrow E \in (MNP)$. Vậy $CD \cap (MNP)$ tại E.

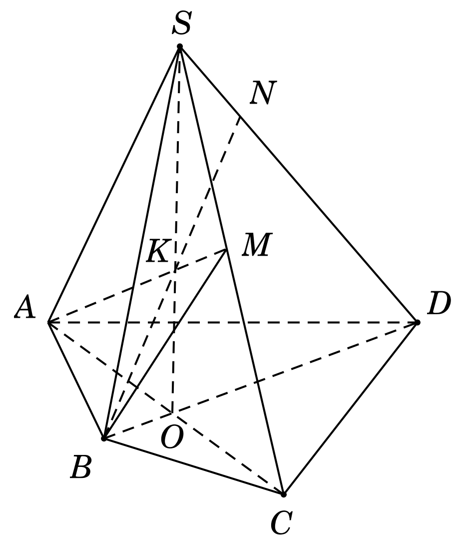
Cách 2. Ta có $\begin{cases} N \in BC \\ P \in BD \end{cases} \Rightarrow NP \subset (BCD)$ suy ra NP, CD đồng phẳng.

Gọi E là giao điểm của NP và CD mà $NP \subset (MNP)$ suy ra $CD \cap (MNP) = E$.

Vậy giao điểm của CD và $mp\left(MNP\right)$ là giao điểm E của NP và CD.

Câu 13: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng $\left(ABM\right)$.

Lời giải.



● Chọn mặt phẳng phụ $\left(SBD\right)$ chứa SD.

● Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(SBD\right)$ và $\left(ABM\right)$.

Ta có B là điểm chung thứ nhất của $\left(SBD\right)$ và $\left(ABM\right)$.

Trong mặt phẳng $\left(ABCD\right)$, gọi $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng $\left(SAC\right)$, gọi $K = AM \cap SO$.

Khi đó $\left(SBD\right) \cap \left(ABM\right) = BK$.

Trong $\left(SBD\right)$ lấy $N = BK \cap SD$ thì $N = SD \cap \left(ABM\right)$.

Câu 14: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng $\left(MCD\right)$.

b) Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng $\left(SBD\right)$.

Lời giải.

a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$.

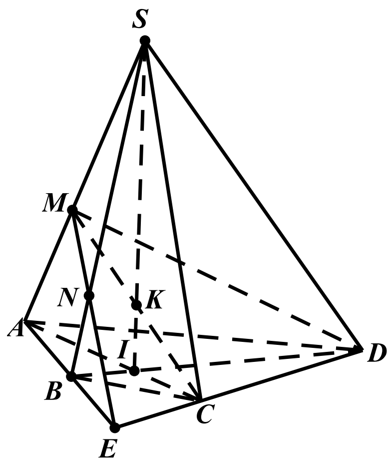
Trong (SAB) gọi.

Ta có $N \in EM \subset (MCD) \Rightarrow N \in (MCD)$ và $N \in SB$ nên $N = SB \cap (MCD)$.

b) Trong $(ABCD)$ gọi $I = AC \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $K = MC \cap SI$.

Ta có $K \in SI \subset (SBD)$ và $K \in MC$ nên $K = MC \cap (SBD)$.



Câu 15: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC, N là trên cạnh BC. Tìm giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN).

Lời giải.

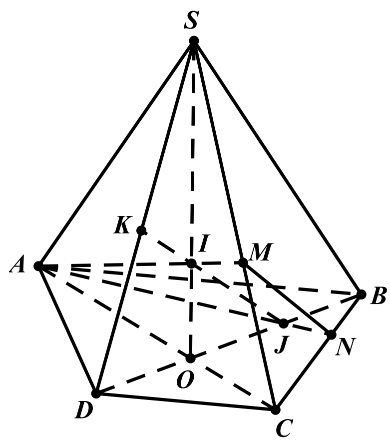
Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $O = AC \cap BD, J = AN \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $I = SO \cap AM$ và $K = IJ \cap SD$.

Ta có $I \in AM \subset (AMN), J \in AN \subset (AMN)$ $\Rightarrow IJ \subset (AMN)$.

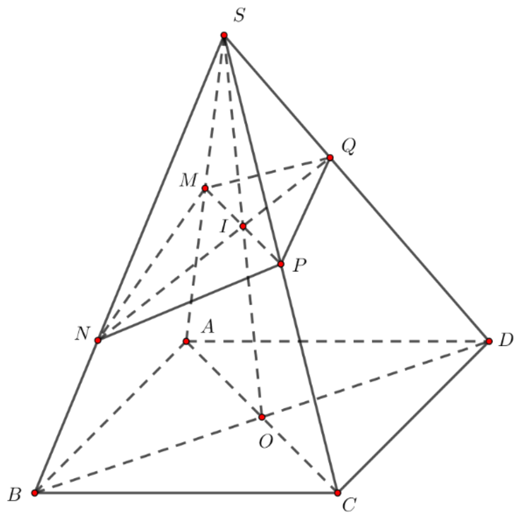
Do đó $K \in IJ \subset (AMN) \Rightarrow K \in (AMN)$.

Vậy $K = SD \cap (AMN)$



Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA và SC. Điểm N thuộc cạnh SB sao cho $\frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Gọi Q là giao điểm của cạnh SD và mặt phẳng (MNP). Tính tỷ số $\frac{SQ}{SD}$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của MP và SO thì Q là giao điểm của NI với SD. I là trung điểm của SO.

Đặt $\dfrac{SD}{SQ}=x$. Do $2\overrightarrow{SO}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$ nên $4\overrightarrow{SI}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{SN}+x\overrightarrow{SQ}\Rightarrow x=4-\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}$.

Vậy $\dfrac{SQ}{SD}=\dfrac{2}{5}$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 17: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

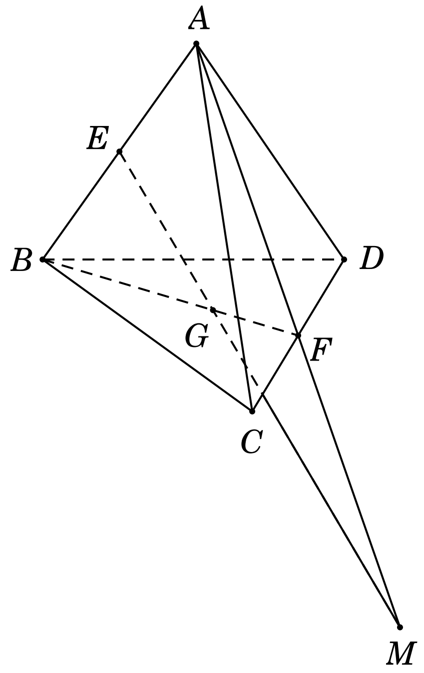
A. điểm F.

B. giao điểm của đường thẳng EG và AF.

C. giao điểm của đường thẳng EG và AC.

D. giao điểm của đường thẳng EG và CD.

Lời giải.



Vì G là trọng tâm tam giác $BCD,\ F$ là trung điểm của $CD \Rightarrow\ G \in (ABF)$.

Ta có E là trung điểm của $AB \Rightarrow\ E \in (ABF)$.

Gọi M là giao điểm của EG và AF mà $AF \subset (ACD)$ suy ra $M \in (ACD)$.

Vậy giao điểm của EG và $mp\ (ACD)$ là giao điểm $M = EG \cap AF$.

Câu 18: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA. Tìm giao điểm của đường thẳng SB với mặt phẳng (MCD).

A. Điểm H, trong đó $E = AB \cap CD$, $H = SA \cap EM$
B. Điểm N, trong đó $E = AB \cap CD$, $N = SB \cap EM$
C. Điểm F, trong đó $E = AB \cap CD$, $F = SC \cap EM$
D. Điểm T, trong đó $E = AB \cap CD$, $T = SD \cap EM$

Lời giải.

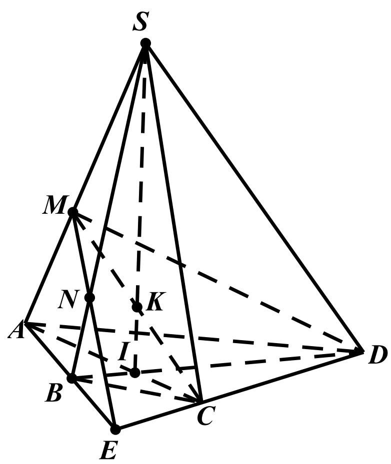
Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$

.

Trong (SAB) gọi.

Ta có $N \in EM \subset (MCD) \Rightarrow N \in (MCD)$ và

$N \in SB$ nên $N = SB \cap (MCD)$.



Câu 19: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ có các cạnh đối diện không song song với nhau và M là một điểm trên cạnh SA. Tìm giao điểm của đường thẳng MC và mặt phẳng (SBD).

A. Điểm H, trong đó $I = AC \cap BD$, $H = MA \cap SI$

B. Điểm F, trong đó $I = AC \cap BD$, $F = MD \cap SI$

C. Điểm K, trong đó $I = AC \cap BD$, $K = MC \cap SI$

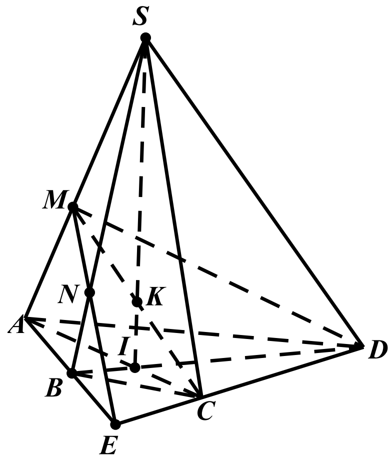
D. Điểm V, trong đó $I = AC \cap BD$, $V = MB \cap SI$

Lời giải.

Trong $(ABCD)$ gọi $I = AC \cap BD$.

Trong (SAC) gọi $K = MC \cap SI$.

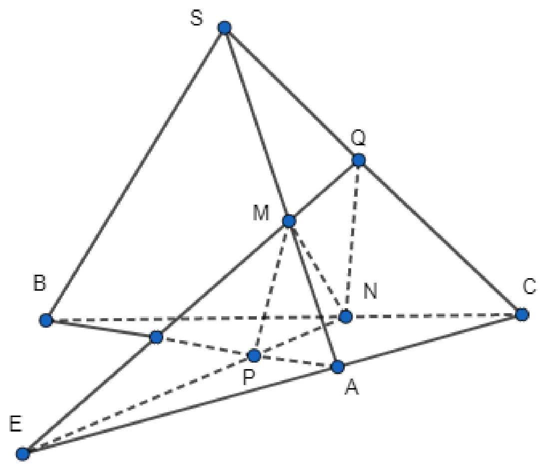
Ta có $K \in SI \subset (SBD)$ và $K \in MC$ nên $K = MC \cap (SBD)$.



Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC. P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP). Tính $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$

Lời giải



Trong mặt phẳng (ABC). Gọi $E = AC \cap PN$.

Khi đó $Q = SC \cap EM$.

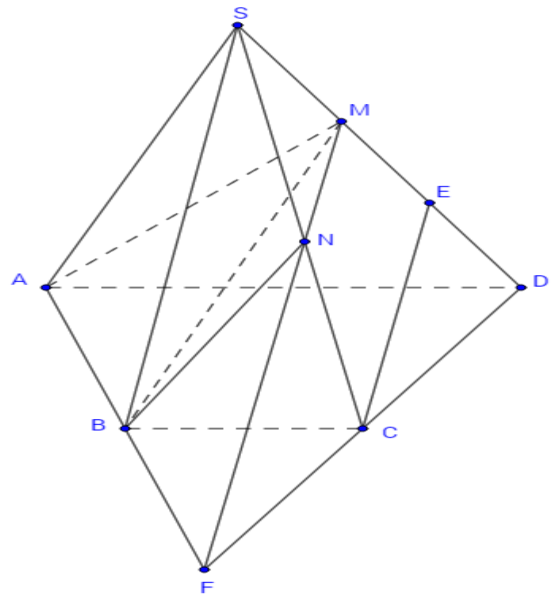
Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác ABC ta có $\frac{AP}{PB}.\frac{BN}{NC}.\frac{CE}{EA}=1 \Rightarrow \frac{CE}{EA}=2.$

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác SAC ta có $\frac{AM}{MS}.\frac{BQ}{QC}.\frac{CE}{EA}=1 \Rightarrow \frac{CE}{EA}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SQ}{SC}=\frac{1}{3}.$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD=2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM=\frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A. $\frac{SN}{SC}=\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{SN}{SC}=\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{SN}{SC}=\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{SN}{SC}=\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi F là giao điểm của AB và CD. Nối F với M, FM cắt SC tại điểm N. Khi đó N là giao điểm của (ABM) và SC.

Theo giả thiết, ta chứng minh được C là trung điểm DF.

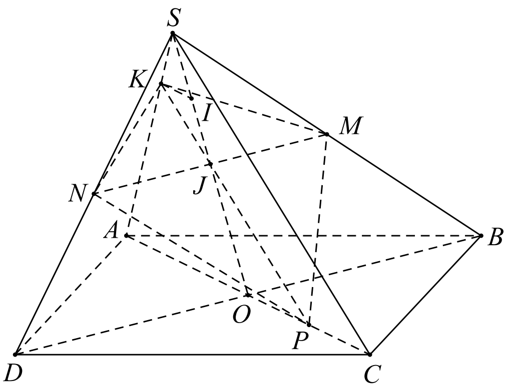
Trong mặt phẳng (SCD) kẻ CE song song NM (E thuộc SD). Do C là trung điểm DF nên suy ra E là trung điểm MD. Khi đó, ta có $SM=ME=ED$ và M là trung điểm SE.

Do $MN // CE$ và M là trung điểm SE nên MN là đường trung bình của tam giác SCE. Từ đó suy ra N là trung điểm SC và $\frac{SN}{SC}=\frac{1}{2}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC. Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K. Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi $J = SO \cap MN$, $K = SA \cap PJ$ thì $K = SA \cap (MNP)$.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD nên J là trung điểm của SO.

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác SAO với cát tuyến là KP, ta có:

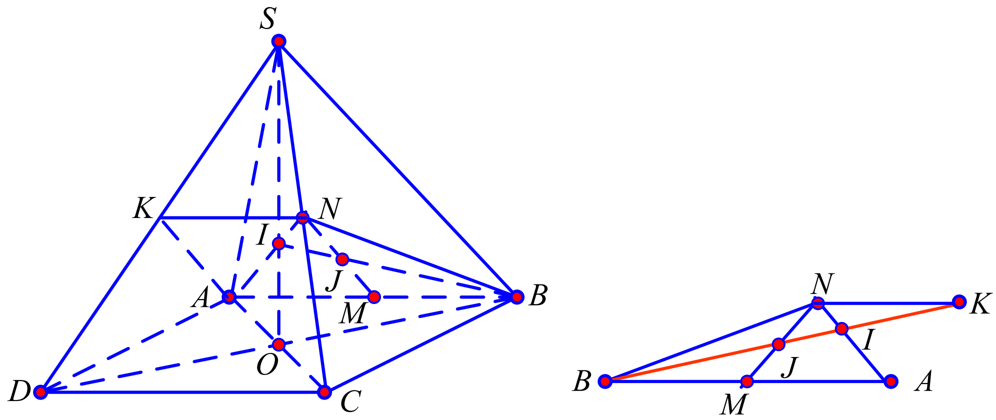
$$\frac{SK}{KA}.\frac{AP}{PO}.\frac{OJ}{JS}=1 \Leftrightarrow \frac{SK}{KA}.3.1=1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KA}=\frac{1}{3}.$$

Vậy $\frac{KS}{KA}=\frac{1}{3}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N là lượt là trung điểm của AB và SC. I là giao điểm của AN và (SBD). J là giao điểm của MN với (SBD). Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Lời giải



Gọi O là trung điểm của AC nên $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC): $AN \cap SO = I$ nên I là giao điểm của AN và (SBD). Trong (ABN) ta có $MN \cap BI = J$ nên J là giao điểm của MN với (SBD). Gọi K là trung điểm của SD. Suy ra $NK//DC//AB$ và $BI \cap SD = K$ hay B, I, J, K thẳng hàng. Khi đó $NK//BM$ và $NK = MA = BM$ và tứ giác $AKMN$ là hình bình hành. Xét hai tam giác đồng dạng ΔKJN và ΔBJM có $\frac{NK}{BM}=\frac{MJ}{NJ}=\frac{BJ}{JK}=1$ suy ra J là trung điểm của MN và J là trung điểm của BK hay $BJ = JK$. Trong tam giác ΔSAC có I là trọng tâm của tam giác nên $\frac{NI}{IA}=\frac{1}{2}$. Do $AK//MN$ nên $\frac{IJ}{IK}=\frac{NI}{IA}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{IJ}{JK}=\frac{1}{3}=\frac{IJ}{BJ}\Rightarrow\frac{IJ}{BI}=\frac{1}{4}$ hay $\frac{IB}{IJ}=4$.

DẠNG 3: BÀI TOÁN THIẾT DIỆN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để xác định thiết diện của hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ cắt bởi mặt phẳng (α), ta tìm giao điểm của mặt phẳng (α) với các đường thẳng chứa các cạnh của hình chóp. Thiết diện là đa giác có đỉnh là các giao điểm của (α) với hình chóp

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 24: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD.

a) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB).

b) Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP).

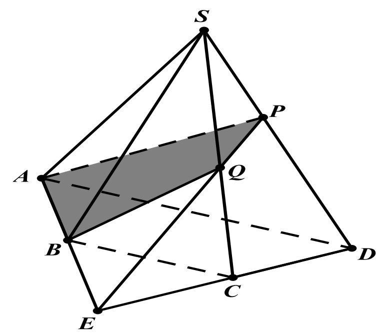
Lời giải.

a) Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E=AB\cap CD$.

Trong mặt phẳng (SCD) gọi $Q=SC\cap EP$.

Ta có $E\in AB$ nên $EP\subset(ABP)\Rightarrow Q\in(ABP)$, do đó $Q=SC\cap(ABP)$.

Thiết diện là tứ giác $ABQP$.



b)Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi F,G lần lượt là các giao điểm của MN với AD và CD

Trong mặt phẳng (SAD) gọi $H=SA\cap FP$

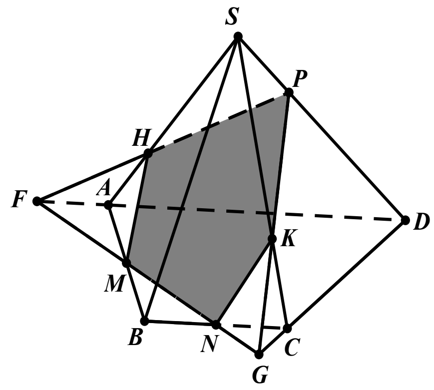
Trong mặt phẳng (SCD) gọi $K=SC\cap PG$.

Ta có $F\in MN\Rightarrow F\in(MNP)$,

$\Rightarrow FP\subset(MNP)\Rightarrow H\in(MNP)$

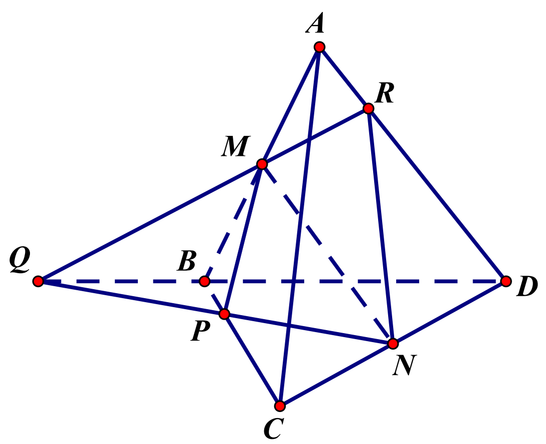
Vậy $\begin{cases} H \in SA \\ H \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (MNP)$ Tương tự $K = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNKPH$.



Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Tìm thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP).

Lời giải

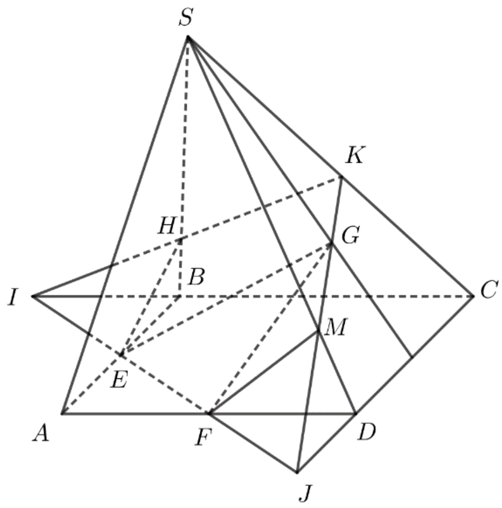


Gọi $Q = NP \cap BD$. Gọi $R = QM \cap AD$. Suy ra: $Q \in (MNP)$ và $R \in (MNP)$.

Vậy thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MRNP$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD. E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD. Tìm thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG).

Lời giải.



Trong mặt phẳng $(ABCD): EF \cap BC = I;\ EF \cap CD = J$

Trong mặt phẳng $(SCD): GJ \cap SC = K;\ GJ \cap SD = M$

Trong mặt phẳng $(SBC): KI \cap SB = H$

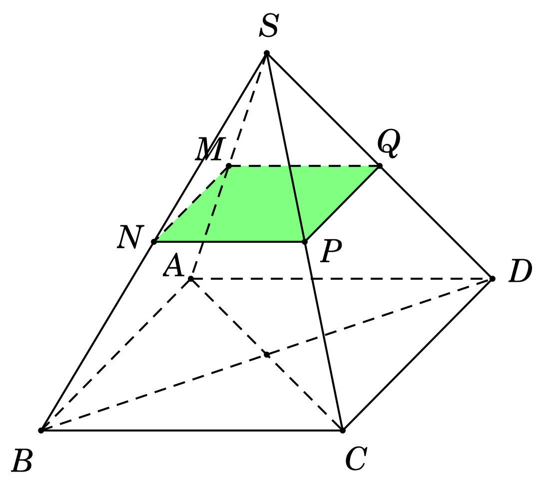
Ta có: $(GEF) \cap (ABCD) = EF$, $(GEF) \cap (SAD) = FM$, $(GEF) \cap (SCD) = MK$

$(GEF) \cap (SBC) = KH$, $(GEF) \cap (SAB) = HE$

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EFG) là ngũ giác $EFMKH$.

Câu 27: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a $(a > 0)$. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo một thiết diện có diện tích bằng bao nhiêu?

Lời giải.



Gọi Q là trung điểm của SD.

Tam giác SAD có M, Q lần lượt là trung điểm của SA, SD suy ra $MQ // AD$.

Tam giác SBC có $N,\ P$ lần lượt là trung điểm của $SB,\ SC$ suy ra $NP // BC$.

Mặt khác $AD // BC$ suy ra $MQ // NP$ và $MQ = NP \Rightarrow MNPQ$ là hình vuông.

Khi đó $M,\ N,\ P,\ Q$ đồng phẳng $\Rightarrow (MNP)$ cắt SD tại Q và $MNPQ$ là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với $mp\ (MNP)$.

Vậy diện tích hình vuông $MNPQ$ là $S_{MNPQ} = \frac{S_{ABCD}}{4} = \frac{a^2}{4}$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $M,\ N$ lần lượt là trung điểm các cạnh AB và AC, E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

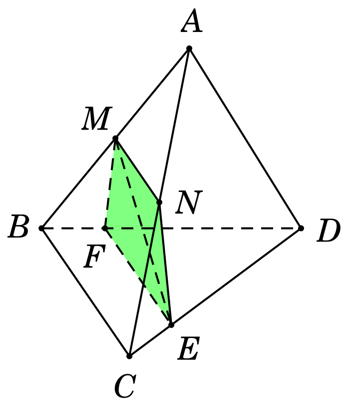
A. Tam giác MNE.

B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

Lời giải.



Tam giác ABC có $M,\ N$ lần lượt là trung điểm của $AB,\ AC$.

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN // BC$.

Từ E kẻ đường thẳng d song song với BC và cắt BD tại $F \Rightarrow EF // BC$.

Do đó $MN // EF$ suy ra bốn điểm $M,\ N,\ E,\ F$ đồng phẳng và $MNEF$ là hình thang.

Vậy hình thang $MNEF$ là thiết diện cần tìm.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, E là trung điểm của SA, F, G lần lượt là các điểm thuộc cạnh BC, $CD\,(CF < FB, GC < GD)$. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là:

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Lời giải

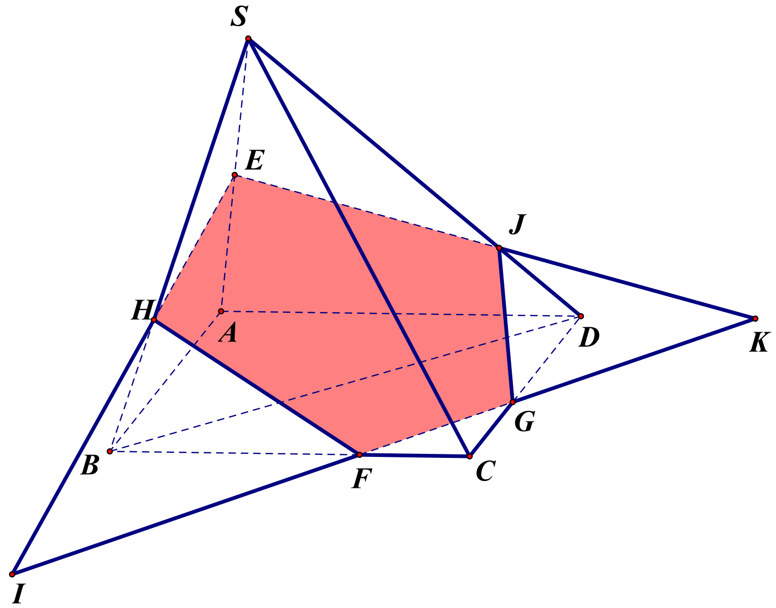
Trong $(ABCD)$, gọi $I = FG \cap AB; K = FG \cap AD$

Trong (SAB), gọi $H = IE \cap SB$.

Trong (SAD), gọi $J = EK \cap SD$.

$(EFG)\cap(ABCD) = FG$, $(EFG)\cap(SCD) = JG$, $(EFG)\cap(SAD) = JE$, $(EFG)\cap(SAB) = HE$, $(EFG)\cap(SBC) = HF$.

Do đó thiết diện là ngũ giác $EJGFH$.



Câu 30: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (PAB) là hình gì?

A. Tam giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

Lời giải

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = AB \cap CD$

.

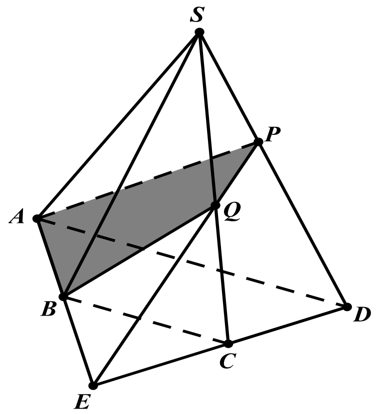
Trong mặt phẳng (SCD) gọi $Q = SC \cap EP$.

Ta có $E \in AB$ nên

$EP \subset (ABP) \Rightarrow Q \in (ABP)$, do đó

$Q = SC \cap (ABP)$.

Thiết diện là tứ giác $ABQP$.



Câu 31: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy là hình thang với AD là đáy lớn và P là một điểm trên cạnh SD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Thiết diện của hình chóp cắt bởi (MNP) là hình gì?

A. Ngũ giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

Lời giải

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi F,G lần lượt là các giao điểm của MN với AD và CD

Trong mặt phẳng (SAD) gọi $H = SA \cap FP$

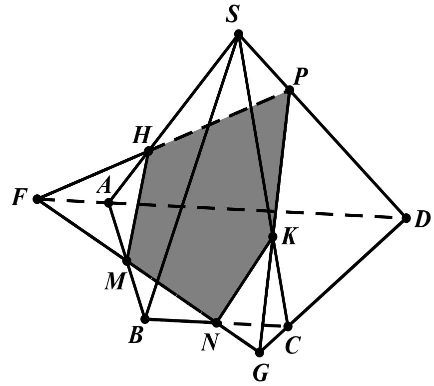
Trong mặt phẳng (SCD) gọi $K = SC \cap PG$.

Ta có $F \in MN \Rightarrow F \in (MNP)$,

$\Rightarrow FP \subset (MNP) \Rightarrow H \in (MNP)$

Vậy $\begin{cases} H \in SA \\ H \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = SA \cap (MNP)$ Tương tự $K = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNKPH$.

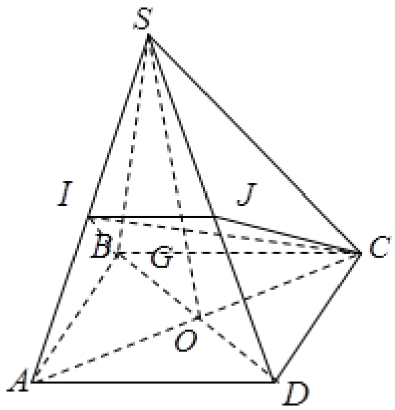


Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC. **B.** Hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB). **D.** Tứ giác $IBCD$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD, G là giao điểm của CI và SO.

Khi đó G là trọng tâm tam giác SAC. Suy ra G là trọng tâm tam giác SBD.

Gọi $J = BG \cap SD$. Khi đó J là trung điểm SD.

Do đó thiết diện của hình chóp cắt bởi (IBC) là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành tâm O. Gọi M,N,P là ba điểm trên các cạnh AD,CD,SO. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Ngũ giác **B.** Tứ giác **C.** Hình thang **D.** Hình bình hành

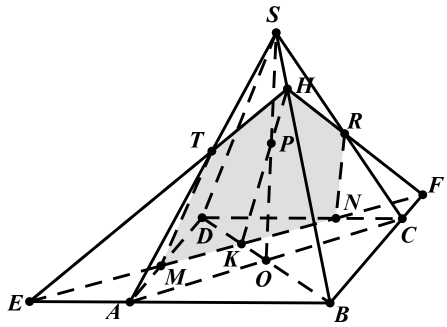
Lời giải

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi E, K, F lần lượt là giao điểm của MN với DA, DB, DC.

Trong mặt phẳng (SDB) gọi $H = KP \cap SB$

Trong mặt phẳng (SAB) gọi $T = EH \cap SA$

Trong mặt phẳng (SBC) gọi $R = FH \cap SC$.



Ta có $\begin{cases} E \in MN \\ H \in KP \end{cases} \Rightarrow EH \subset (MNP)$,

$\begin{cases} T \in SA \\ T \in EH \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow T = SA \cap (MNP)$.

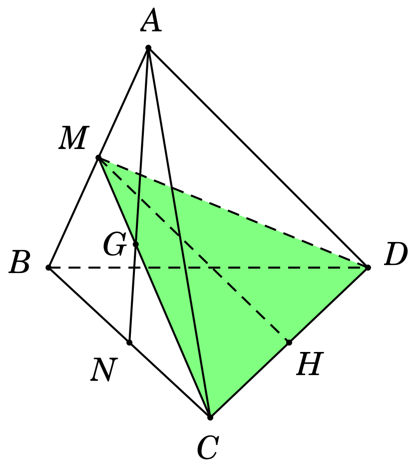
Lí luận tương tự ta có $R = SC \cap (MNP)$.

Thiết diện là ngũ giác $MNRHT$.

Câu 34: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC suy ra $AN \cap MC = G$.

Dễ thấy mặt phẳng (GCD) cắt đường thẳng AB tại điểm M.

Suy ra tam giác MCD là thiết diện của mặt phẳng (GCD) và tứ diện $ABCD$.

Tam giác ABD đều, có M là trung điểm AB suy ra $MD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABC đều, có M là trung điểm AB suy ra $MC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm của $CD \Rightarrow MH \perp CD \Rightarrow S_{\Delta MCD} = \frac{1}{2}.MH.CD$

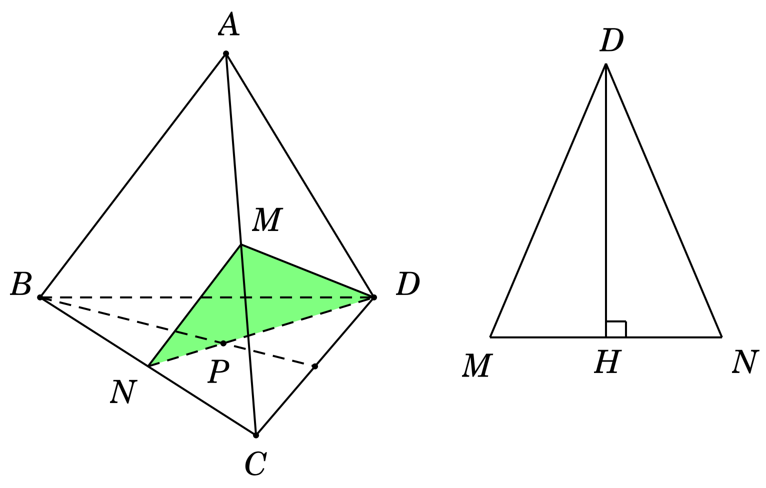
Với $MH = \sqrt{MC^2 - HC^2} = \sqrt{MC^2 - \dfrac{CD^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{\Delta MCD} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 35: Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC; P là trọng tâm tam giác BCD. Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là:

A. $\dfrac{a^2\sqrt{11}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{11}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.



Trong tam giác BCD có: P là trọng tâm, N là trung điểm BC. Suy ra N, P, D thẳng hàng.

Vậy thiết diện là tam giác MND.

Xét tam giác MND, ta có $MN = \dfrac{AB}{2} = a$; $DM = DN = \dfrac{AD\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Do đó tam giác MND cân tại D.

Gọi H là trung điểm MN suy ra $DH \perp MN$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta MND} = \dfrac{1}{2}MN.DH = \dfrac{1}{2}MN.\sqrt{DM^2 - MH^2} = \dfrac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

DẠNG 4: CHỨNG MINH BA ĐIỂM THẲNG HÀNG – BA ĐƯỜNG THẲNG ĐỒNG QUY

1 PHƯƠNG PHÁP.

- Để chứng minh ba điểm thẳng hàng ta chứng minh chúng là điểm chung của hai mặt phẳng phân biệt, khi đó chúng nằm trên đường thẳng giao tuyên của hai mặt phẳng nên thẳng hàng.
- Để chứng minh ba đường thẳng đồng qui ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng thuộc đường đường thẳng còn lại.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 36: Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lấy các điểm D, E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K. Chứng minh rằng ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Lời giải.

Ta có

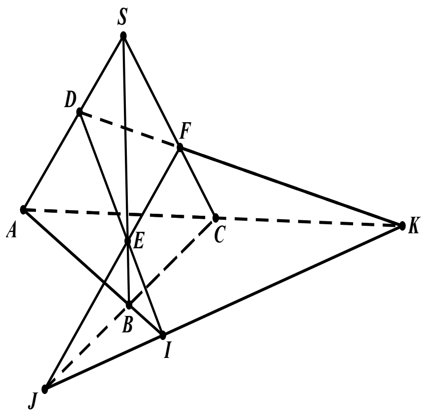
$I = DE \cap AB, DE \subset (DEF) \Rightarrow I \in (DEF)$;

$AB \subset (ABC) \Rightarrow I \in (ABC)$ (1).Tương tự

$J = EF \cap BC$

$\Rightarrow \begin{cases} J \in EF \in (DEF) \\ J \in BC \subset (ABC) \end{cases}$ (2) $K = DF \cap AC$

$\Rightarrow \begin{cases} K \in DF \subset (DEF) \\ K \in AC \subset (ABC) \end{cases}$ (3) Từ, và ta có I, J, K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.



Câu 37: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tưng ứng tại các điểm M, N, P, Q. Chứng minh rằng:Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(MNPQ)$ gọi $I = MP \cap NQ$.

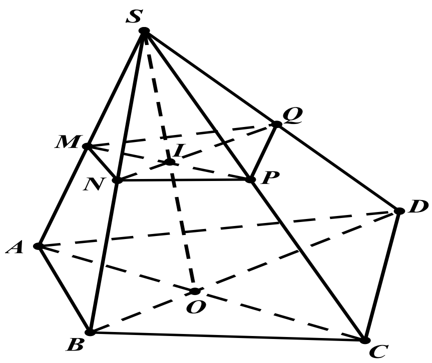
Ta sẽ chứng minh $I \in SO$.

Dễ thấy $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

$\begin{cases} I \in MP \subset (SAC) \\ I \in NQ \subset (SBD) \end{cases}$

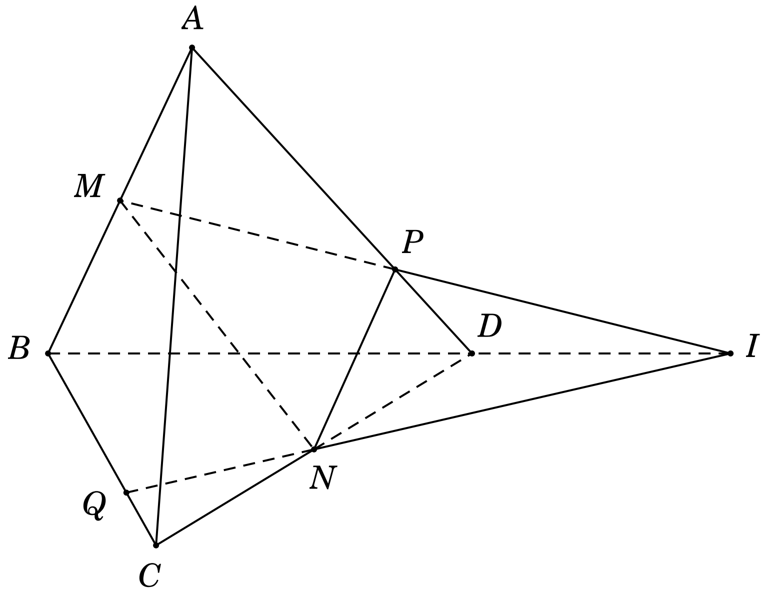
$\Rightarrow \begin{cases} I \in (SAC) \\ I \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow I \in SO$

Vậy MP, NQ, SO đồng qui tại I.



Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q. Biết MP cắt NQ tại I. Chứng minh ba điểm I, B, D thẳng hàng.

Lời giải.



Ta có $(ABD)\cap(BCD)=BD$.

Lại có $\begin{cases} I\in MP\subset(ABD) \\ I\in NQ\subset(BCD) \end{cases} \Rightarrow I$ thuộc giao tuyến của (ABD) và (BCD)

$\Rightarrow I\in BD \Rightarrow I,\ B,\ D$ thẳng hàng.

Câu 39: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA,SB,SC,SD tưng ứng tại các điểm M,N,P,Q. Chứng minh rằng các đường thẳng MP,NQ,SO đồng qui.

Lời giải.

Trong mặt phẳng $(MNPQ)$ gọi $I=MP\cap NQ$.

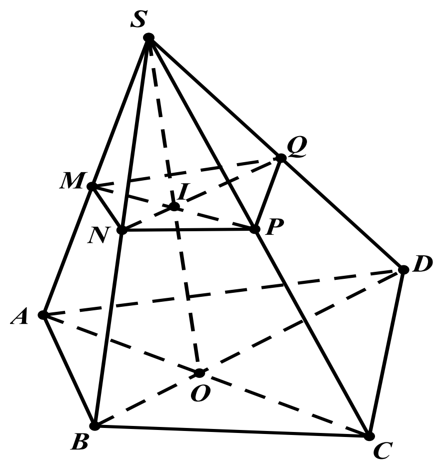
Ta sẽ chứng minh $I\in SO$.

Dễ thấy $SO=(SAC)\cap(SBD)$.

$\begin{cases} I\in MP\subset(SAC) \\ I\in NQ\subset(SBD) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} I\in(SAC) \\ I\in(SBD) \end{cases} \Rightarrow I\in SO$

Vậy MP,NQ,SO đồng qui tại I.



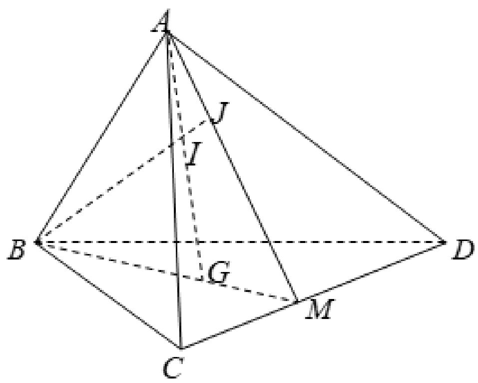
3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD, I là điểm trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AM=(ACD)\cap(ABG)$. **B.** A, J, M thẳng hàng.

C. J là trung điểm AM. **D.** $DJ=(ACD)\cap(BDJ)$.

Lời giải.



Ta có $A\in(ACD)\cap(ABG)$, $\begin{cases}M\in BG\\M\in CD\end{cases}\Rightarrow M\in(ACD)\cap(ABG)$ nên $AM=(ACD)\cap(ABG)$.

Nên $AM=(ACD)\cap(ABG)$ vậy A đúng.

A, J, M cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt $(ACD),(ABG)$ nên A, J, M thẳng hàng, vậy B đúng.

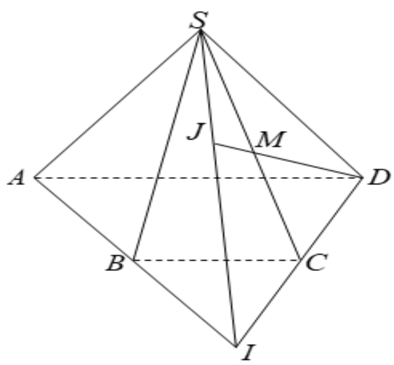
Vì I là điểm tùy ý trên AG nên J không phải lúc nào cũng là trung điểm của AM.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD//BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm SC. DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. S, I, J thẳng hàng. **B.** $DM\subset mp(SCI)$.

C. $JM\subset mp(SAB)$. **D.** $SI=(SAB)\cap(SCD)$.

Lời giải.



 S, I, J thẳng hàng vì ba điểm cùng thuộc hai mp (SAB) và (SCD) nên A đúng.

 $M\in SC\Rightarrow M\in(SCI)$ nên $DM\subset mp(SCI)$ vậy B đúng.

 $M\notin(SAB)$ nên $JM\not\subset mp(SAB)$ vậy C sai.

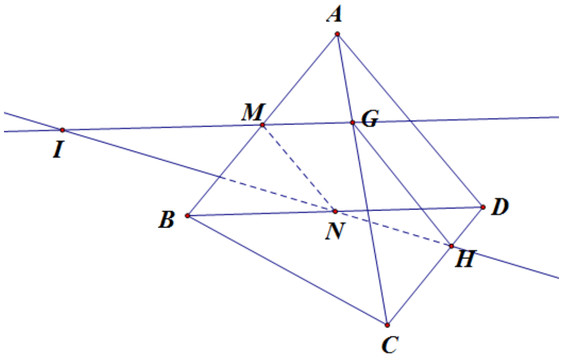
 Hiển nhiên D đúng theo giải thích **A.**

Câu 42: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD. Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. A, C, I thẳng hàng **B.** B, C, I thẳng hàng.

C. N, G, H thẳng hàng. **D.** B, G, H thẳng hàng.

Lời giải



Do NH cắt MG tại I nên bốn điểm M,N,H,G cùng thuộc mặt phẳng (α). Xét ba mặt phẳng (ABC), (BCD), (α) phân biệt, đồng thời $\begin{cases}(\alpha)\cap(ABC)=MG\\(\alpha)\cap(BCD)=NH\\(ABC)\cap(BCD)=BC\end{cases}$ mà $MG\cap NH=I$

Suy ra MG, NH, BC đồng quy tại I nên B, C, I thẳng hàng.

Câu 43: Cho tứ diện $SABC$. Trên SA,SB và SC lấy các điểm D,E và F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K.Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Ba điểm B, J,K thẳng hàng **B.** Ba điểm I,J,K thẳng hàng

C. Ba điểm I,J,K không thẳng hàng **D.** Ba điểm I,J,C thẳng hàng

Lời giải

Ta có

$I=DE\cap AB, DE\subset(DEF)\Rightarrow I\in(DEF)$;

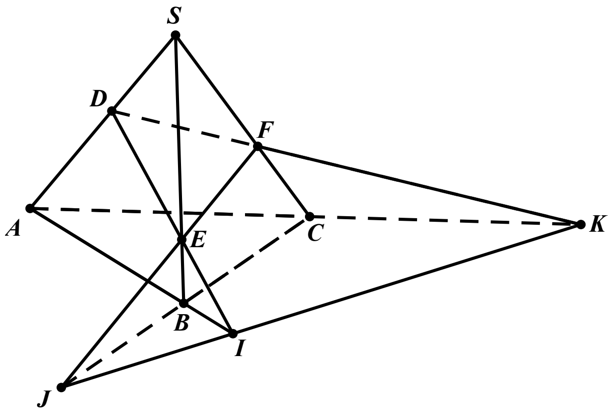
$AB\subset(ABC)\Rightarrow I\in(ABC)$ (1).Tương tự

$J=EF\cap BC$

$\Rightarrow\begin{cases}J\in EF\in(DEF)\\J\in BC\subset(ABC)\end{cases}$ (2) $K=DF\cap AC$

$\Rightarrow\begin{cases}K\in DF\subset(DEF)\\K\in AC\subset(ABC)\end{cases}$ (3) Từ, và ta có

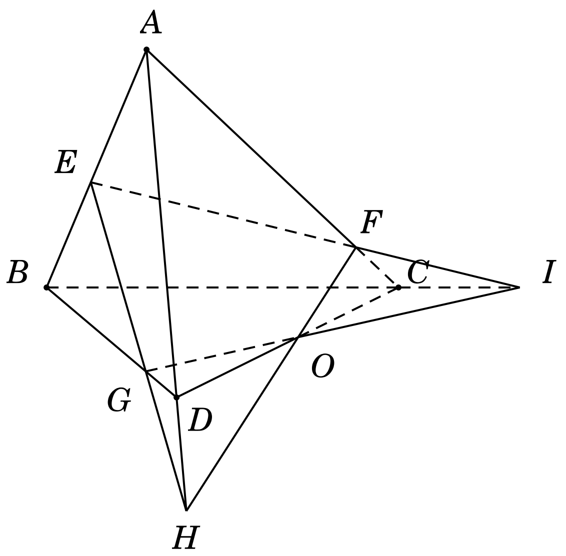
I,J,K là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (DEF) nên chúng thẳng hàng.



Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H. Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

A. CD, EF, EG. **B.** CD, IG, HF. **C.** AB, IG, HF. **D.** AC, IG, BD.

Lời giải.



Phương pháp: Để chứng minh ba đường thẳng $d_1,\ d_2,\ d_3$ đồng quy ta chứng minh giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β); đồng thời d_3 là giao tuyến (α) và (β).

Gọi $O = HF \cap IG$. Ta có

- $O \in HF$ mà $HF \subset (ACD)$ suy ra $O \in (ACD)$.
- $O \in IG$ mà $IG \subset (BCD)$ suy ra $O \in (BCD)$.

Do đó $O \in (ACD) \cap (BCD)$. (1)

Mà $(ACD) \cap (BCD) = CD$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $O \in CD$.

Vậy ba đường thẳng $CD,\ IG,\ HF$ đồng quy.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 10: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. LÝ THUYẾT

Câu 1: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. **B.** Ba điểm mà nó đi qua.

C. Ba điểm không thẳng hàng. **D.** Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.

Câu 2: Trong các tính chất sau, tính chất nào **không đúng?**

A. Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.

B. Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

C. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

D. Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Câu 3: Cho các khẳng định:

: Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

: Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

: Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.

: Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng thì chúng thẳng hàng.

Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì cheo nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

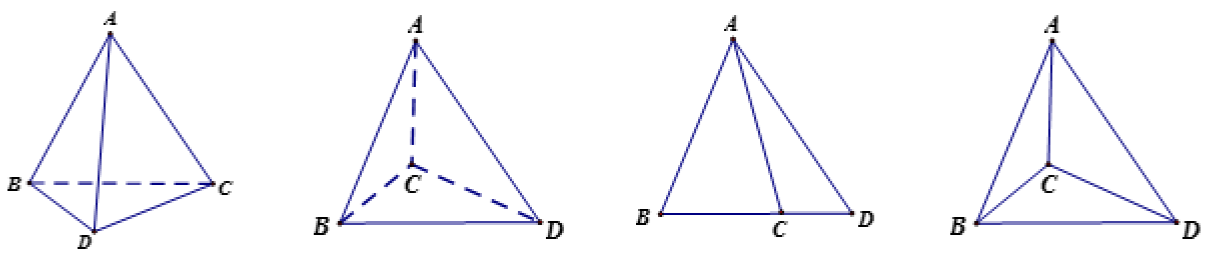
C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Câu 5: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b

A. 0.. **B.** Vô số. **C.** 2.. **D.** 1.

Câu 6: Trong các hình vẽ sau hình nào có thể là hình biểu diễn của một hình tứ diện?



(I) (II) (III) (IV)

A. $(I),(II)$. **B.** $(I),(II),(III),(IV)$. **C.** (I). **D.** $(I),(II),(III)$.

Câu 7: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số cạnh là

A. 9 cạnh. **B.** 10 cạnh. **C.** 6 cạnh. **D.** 5 cạnh.

Câu 8: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

A. 5 mặt, 5 cạnh. **B.** 6 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.

Câu 9: Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

A. 10. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M,N,K,E lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,BC. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. M,K,A,C. **B.** M,N,A,C. **C.** M,N,K,C. **D.** M,N,K,E.

Câu 11: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẲNG

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. Đường thẳng SC. **B.** Đường thẳng SB. **C.** Đường thẳng SD. **D.** Đường thẳng SA.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

A. SK (K là trung điểm của AB).

B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).

C. SF (F là trung điểm của CD).

D. SD.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD=2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

A. SA. **B.** AC. **C.** SO. **D.** SD.

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. SA. **B.** SB. **C.** SC. **D.** AC.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi M là trung điểm của CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SP với P là giao điểm của AB và CD. **B.** SI với I là giao điểm của AC và BM.

C. SO với O là giao điểm của AC và BD. **D.** SJ với J là giao điểm của AM và BD.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M, AB cắt CD tại O. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

A. SO. **B.** SM. **C.** SA. **D.** SC.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $(SAB)\cap(IBC)=IB$. **B.** $IJCD$ là hình thang.

C. $(SBD)\cap(JCD)=JD$. **D.** $(IAC)\cap(JBD)=AO$ (O là tâm $ABCD$).

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC\cap BD=M$, $AB\cap CD=N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

A. SM. **B.** SA. **C.** MN. **D.** SN.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC. **B.** SA và BD chéo nhau.

C. AM cắt (SBD). **D.** Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SO.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của AB, N là điểm trên AC mà $AN=\frac{1}{4}AC$, P là điểm trên đoạn AD mà $AP=\frac{2}{3}AD$. Gọi E là giao điểm của MP và BD, F là giao điểm của MN và BC. Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là

A. CP. **B.** NE. **C.** MF. **D.** CE.

Câu 22: Cho bốn điểm A,B,C,D không đồng phẳng. Gọi I,K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC. IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây ?

A. (IBC) và (KBD). **B.** (IBC) và (KCD). **C.** (IBC) và (KAD). **D.** (ABI) và (KAD).

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:

A. qua M và song song với AB. **B.** Qua N và song song với BD.

C. qua G và song song với CD. **D.** qua G và song song với BC.

DẠNG 3. TÌM GIAO ĐIỂM

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có I là trung điểm của SC, giao điểm của AI và (SBD) là

A. Điểm K. **B.** Điểm M. **C.** Điểm N. **D.** Điểm I.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M,N lần lượt thuộc đoạn AB,SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SB.

B. Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD).

C. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SI, trong đó I là giao điểm của CM và BD.

D. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và BD.

Câu 26: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

A. giao điểm của SD và BK. **B.** giao điểm của SD và AM.

C. giao điểm của SD và AB. **D.** giao điểm của SD và MK.

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AD,BC; G là trọng tâm của tam giác BCD. Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là:

A. Điểm A. **B.** Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN.

C. Điểm N. **D.** Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau đây:

A. $IA=3IM$. **B.** $IM=3IA$. **C.** $IM=2IA$. **D.** $IA=2IM$.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ có M,N theo thứ tự là trung điểm của AB,BC. Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP=2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M,N,P,Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Q là trung điểm của đoạn thẳng AC.
B. $DQ=2AQ$
C. $AQ=2DQ$
D. $AQ=3DQ$.

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$, gọi E,F lần lượt là trung điểm của AB, CD; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng ACD là

A. Giao điểm của đường thẳng EG và AF.
B. Điểm F.
C. Giao điểm của đường thẳng EG và CD.
D. Giao điểm của đường thẳng EG và AC.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I là giao điểm của NG với mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I\in AM$.
B. $I\in BC$.
C. $I\in AC$.
D. $I\in AB$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của SA, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI}=\frac{3}{5}$. Tìm giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AI.
B. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC.
C. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng CD.
D. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AB.

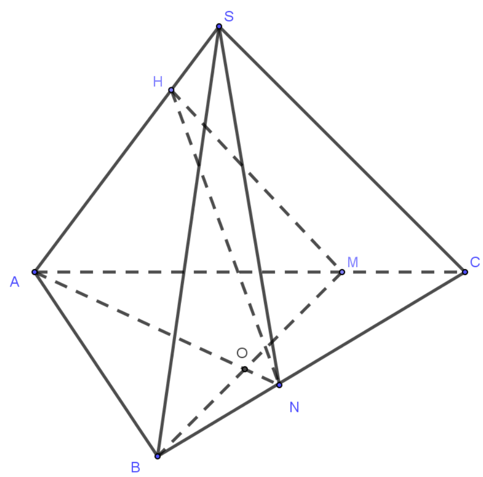
Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM=2CM$ và N là trung điểm AD. Gọi O là một điểm thuộc miền trong của ΔBCD. Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

A. OM.
B. MN.
C. A,B đều đúng.
D. A,B đều sai.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC, N là một điểm trên cạnh BC, $O=AC\cap BD$, $I=SO\cap AM$, $J=AN\cap BD$. Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là

A. Giao điểm của SD và IO.
B. Giao điểm của SD và JM.
C. Giao điểm của SD và IJ.
D. Giao điểm của SD và JO.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác, như hình vẽ bên dưới.
Với M,N,H lần lượt là các điểm thuộc vào các cạnh AB,BC,SA sao cho MN không song song với AB. Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AN với BM. Gọi T là giao điểm của đường NH với (SBO). Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

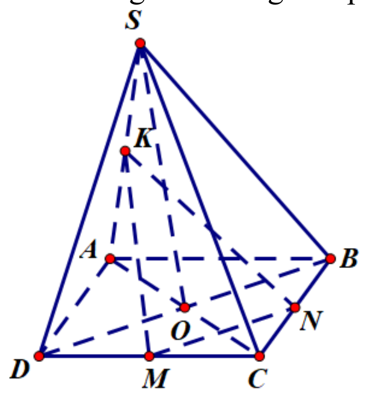


A. T là giao điểm của hai đường thẳng SO với HM.
B. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và BM.
C. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SB.
D. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SO.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABCD là một tứ giác. Gọi M là trung điểm của SD, N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Giao điểm của MN với là điểm K. Hãy chọn cách xác định điểm K đúng nhất trong 4 phương án sau:

A. K là giao điểm của MN với AC. **B.** K là giao điểm của MN với AB.
C. K là giao điểm của MN với BC. **D.** K là giao điểm của MN với BD.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. H là giao điểm của AC và MN. Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E. Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau:



A. E là giao điểm của MN với SO. **B.** E là giao điểm của KN với SO.
C. E là giao điểm của KH với SO. **D.** E là giao điểm của KM với SO.

DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp **không thể** là

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD. Gọi M, N lần lượt là hai trung điểm của AB, CD. Gọi (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là:

A. Hình bình hành. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình thang. **D.** Hình vuông.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, mặt phẳng (CGD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là.

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC. Thiết diện hình chóp với mặt phẳng (MNP) là một

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD lần lượt lấy các điểm P, Q, R sao cho $AP = \frac{1}{3}AB, BC = 2QC$, R không trùng với C, D. Gọi $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$. Khi đó $PQRS$ là

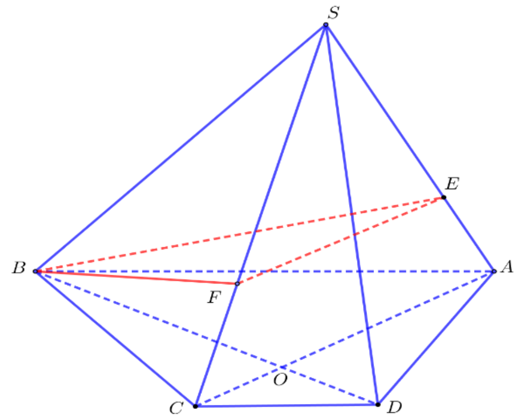
A. hình thang cân.
B. hình thang.
C. một tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song.
D. hình bình hành.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB // CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$.

Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (BEF) là



A. một tam giác.

B. một tứ giác.

C. một hình thang.

D. một hình bình hành.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, E là trung điểm của cạnh SA, F, G là các điểm thuộc cạnh SC, AB (F không là trung điểm của SC). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là một hình

A. lục giác. **B.** ngũ giác. **C.** tam giác. **D.** tứ giác.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (IBC) là

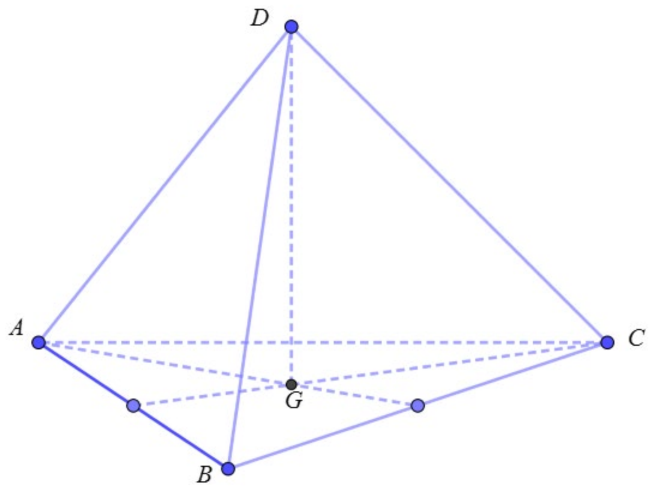
A. Tứ giác $IBCD$.

B. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

C. Hình thang $IJBC$ (J là trung điểm SD).

D. Tam giác IBC.

Câu 47: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD). Tính diện tích của thiết diện.



A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 48: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm E,F lần lượt trung điểm $C'B'$ và $C'D'$. Tính diện tích thiết diện của khối lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF).

A. $\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{17}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$. **D.** $\frac{7a^2\sqrt{17}}{12}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là hình gì

A. Tam giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tam giác cân. **D.** Tứ giác.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNK) là một đa giác (H). Hãy chọn khẳng định **đúng**?

A. (H) là một hình thang. **B.** (H) là một hình bình hành.

C. (H) là một ngũ giác. **D.** (H) là một tam giác.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy C' là điểm trên cạnh SC sao cho $SC'=\frac{2}{3}SC$. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (ABC') là một đa giác m cạnh. Tìm m.

A. $m=6$. **B.** $m=4$. **C.** $m=5$. **D.** $m=3$.

Câu 52: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

A. Tứ giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Lục giác. **D.** Tam giác.

Câu 53: Cho tứ diện $ABCD$ có M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không trùng trung điểm cạnh BC). Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) là:

A. Tam giác. **B.** Lục giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Tứ giác.

Câu 54: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a $(a>0)$. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của đoạn AC'.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD. E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là:

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,BC,CD. Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Hình ngũ giác. **B.** Hình tam giác. **C.** Hình tứ giác. **D.** Hình bình hành.

DẠNG 5. ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AD // BC, AD > BC)$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm của SC và DM cắt (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **SAI?**

A. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.

B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB).

C. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI).

Câu 58: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD. Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. A, C, I thẳng hàng **B.** B, C, I thẳng hàng.

C. N, G, H thẳng hàng. **D.** B, G, H thẳng hàng.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD // BC, AD > BC)$. Gọi I là giao điểm của AB và DC; M là trung điểm của SC và DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB).

C. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.

D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI).

Câu 60: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

B. Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.

C. Các đường thẳng MP, NQ, SO đôi một song song.

D. Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng (P) bất kì cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lầm lượt tại $A'; B'; C'; D'$. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây?

A. Các đường thẳng $AB, CD, C'D'$ đồng quy

B. Các đường thẳng $AB, CD, A'B'$ đồng quy

C. Các đường thẳng $A'C', B'D'$, SI đồng quy.

D. Các đường thẳng $SB, AD, B'C'$ đồng quy

Câu 62: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC. Mặt phẳng (P) đi qua EF cắt AD, CD lần lượt tại H và G. Biết EH cắt FG tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, B. **B.** I, C, B. **C.** I, D, B. **D.** I, C, D.

Câu 63: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào **đúng**?

A. Các đường thẳng $MN,\ PQ,\ SO$ đồng quy. **B.** Các đường thẳng $MP,\ NQ,\ SO$ đồng quy.

C. Các đường thẳng $MQ,\ PN,\ SO$ đồng quy. **D.** Các đường thẳng $MQ,\ PQ,\ SO$ đồng quy.

DẠNG 6. TỈ SỐ

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A. $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$. **B.** $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$. **C.** $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$. **D.** $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC), O là tâm của hình chữ nhật ABCD. Khi đó tỉ số $\frac{SG}{GO}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$ **B.** 2. **C.** 3 **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$. **B.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$. **D.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC, P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC và mặt phẳng (MNP). Tính $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 68: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, điểm G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC). Khi đó tỉ lệ $\frac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC. Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD). Tính $k = \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM}$?

A. $k = 2$. **B.** $k = \frac{3}{2}$. **C.** $k = \frac{4}{3}$. **D.** $k = \frac{5}{3}$.

Câu 70: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK). Tính tỉ số $\frac{FA}{FD}$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{11}{5}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 71: Cho tứ diện ABCD, gọi M là trung điểm của AC. Trên cạnh AD lấy điểm N sao cho AN=2ND, trên cạnh BC lấy điểm Qsao cho BC=4BQ.gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng, J là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng.Khi đó $\frac{JB}{JD}+\frac{JQ}{JI}$ bằng

A. $\frac{13}{20}$ **B.** $\frac{20}{21}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{11}{12}$

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A. $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$. **D.** $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$.

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N là lượt là trung điểm của AB và SC. I là giao điểm của AN và (SBD). J là giao điểm của MN với (SBD). Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Câu 74: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC. Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K. Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$. **B.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$. **C.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$. **D.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 10: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. LÝ THUYẾT

Câu 1: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. **B.** Ba điểm mà nó đi qua.

C. Ba điểm không thẳng hàng. **D.** Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.

Lời giải

Câu 2: Trong các tính chất sau, tính chất nào **không đúng?**

A. Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.

B. Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

C. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

D. Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Lời giải

Câu 3: Cho các khẳng định:

: Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

: Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

: Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.

: Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng thì chúng thẳng hàng.

Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

sai khi hai mặt phẳng trùng nhau.

sai khi hai mặt phẳng trùng nhau.

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì cheo nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Lời giải

Đáp án C đúng, vì hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong mặt phẳng nên chúng không có điểm chung.

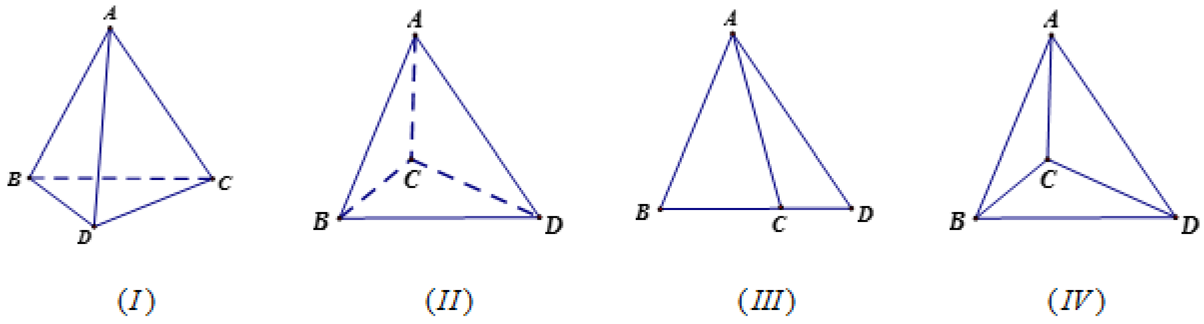
Câu 5: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b

A. 0.. **B.** Vô số. **C.** 2.. **D.** 1.

Lời giải

+) Trong không gian hai đường thẳng a và b chéo nhau, có một và chỉ một mặt phẳng đi qua a và song song với b.

Câu 6: Trong các hình vẽ sau hình nào có thể là hình biểu diễn của một hình tứ diện?



A. $(I),(II)$. **B.** $(I),(II),(III),(IV)$. **C.** (I). **D.** $(I),(II),(III)$.

Lời giải

Hình (III) không phải là hình biểu diễn của một hình tứ diện $\Rightarrow$ **Chọn A**

Câu 7: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số cạnh là

A. 9 cạnh. **B.** 10 cạnh. **C.** 6 cạnh. **D.** 5 cạnh.

Lời giải

Hình chóp có số cạnh bên bằng số cạnh đáy nên số cạnh của hình chóp là: $5+5=10$.

Câu 8: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

A. 5 mặt, 5 cạnh. **B.** 6 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.

Lời giải

Hình chóp có đáy là ngũ giác có:

• 6 mặt gồm 5 mặt bên và 1 mặt đáy.

• 10 cạnh gồm 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

Câu 9: Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

A. 10. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Hình chóp $S.A_1A_2...A_n$, $(n \geq 3)$ có n cạnh bên và n cạnh đáy nên có $2n$ cạnh.

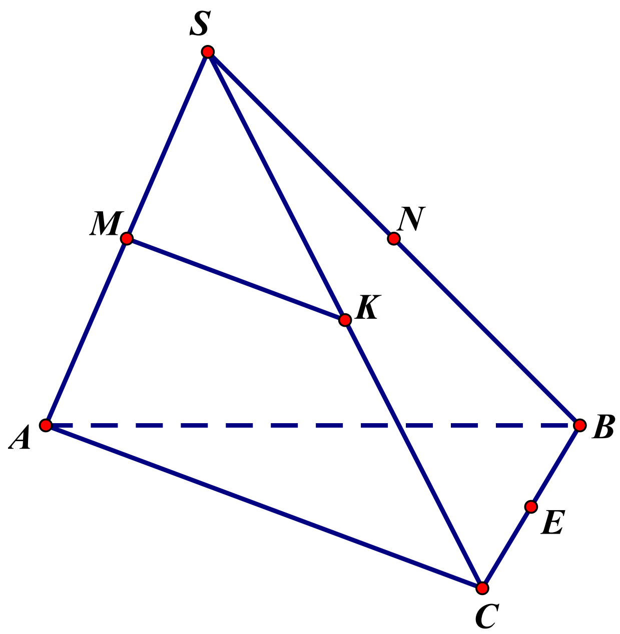
Ta có: $2n=16 \Leftrightarrow n=8$.

Vậy khi đó hình chóp có 8 mặt bên và 1 mặt đáy nên nó có 9 mặt.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M,N,K,E lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,BC. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. M,K,A,C. **B.** M,N,A,C. **C.** M,N,K,C. **D.** M,N,K,E.

Lời giải



Ta thấy M, K cùng thuộc mặt phẳng (SAC) nên bốn điểm $M; K; A; C$ đồng phẳng.

Câu 11: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Trong không gian, bốn điểm không đồng phẳng tạo thành một hình tứ diện. Vì vậy xác định nhiều nhất bốn mặt phẳng phân biệt.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẲNG

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. Đường thẳng SC. **B.** Đường thẳng SB. **C.** Đường thẳng SD. **D.** Đường thẳng SA.

Lời giải

Ta thấy $(SAC) \cap (SAD) = SA$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

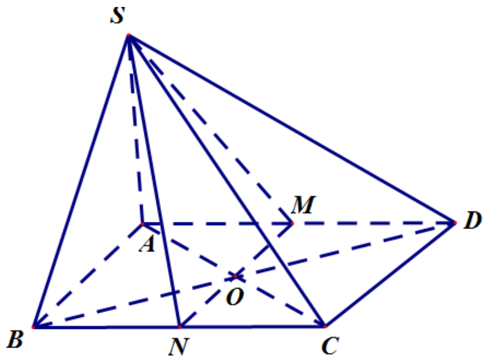
A. SK (K là trung điểm của AB).

B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).

C. SF (F là trung điểm của CD).

D. SD.

Lời giải

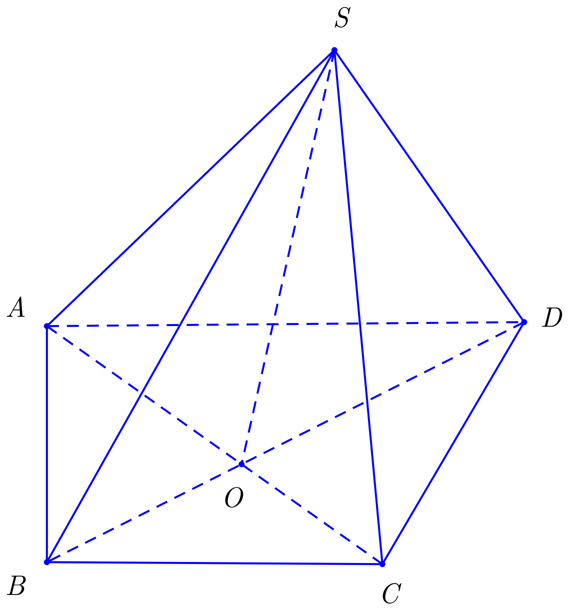


Gọi O là tâm hbh $ABCD$ $\Rightarrow O = AC \cap MN \Rightarrow SO = (SMN) \cap (SAC)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

A. SA. **B.** AC. **C.** SO. **D.** SD.

Lời giải



Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.

$$\begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$$

Nên $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. SA. **B.** SB. **C.** SC. **D.** AC.

Lời giải

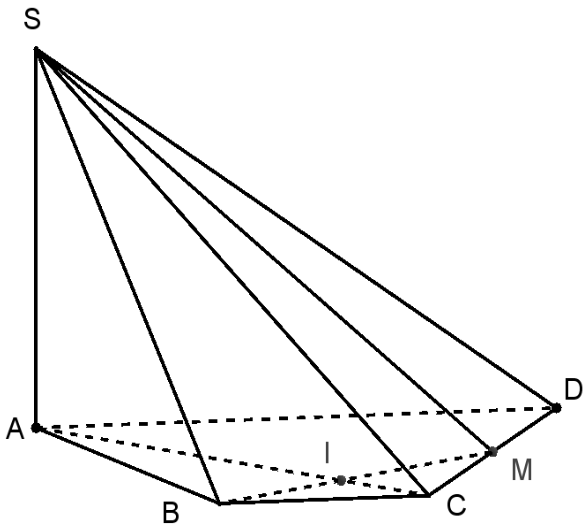
Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SBC) \\ B \in (SAB) \cap (SBC) \end{cases} \Rightarrow SB$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC).

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi M là trung điểm của CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SP với P là giao điểm của AB và CD. **B.** SI với I là giao điểm của AC và BM.

C. SO với O là giao điểm của AC và BD. **D.** SJ với J là giao điểm của AM và BD.

Lời giải

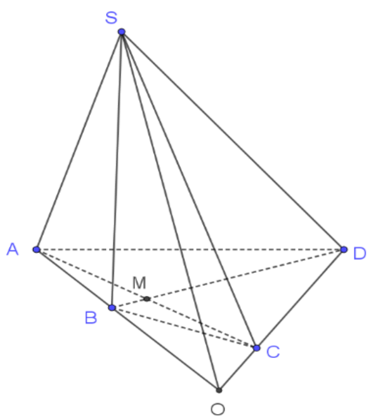


Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là SI với I là giao điểm của AC và BM.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M, AB cắt CD tại O. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

A. SO. **B.** SM. **C.** SA. **D.** SC.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} O = AB \cap CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAB) \cap (SCD).$

Lại có: $S \in (SAB) \cap (SCD)$; $S \neq O$. Khi đó $(SAB) \cap (SCD) = SO$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khẳng định nào sau đây sai?

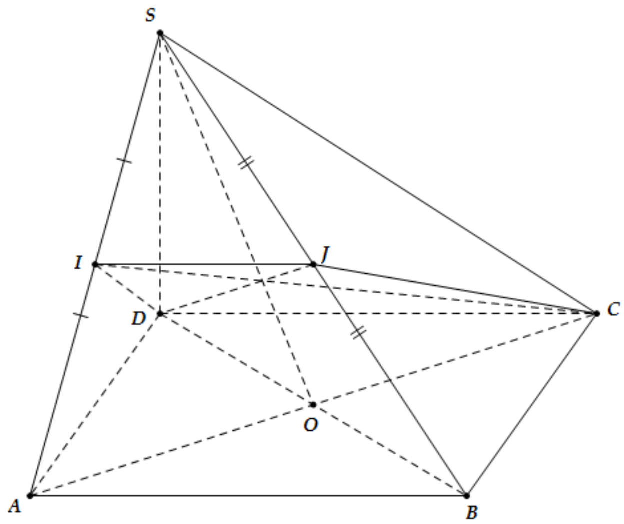
A. $(SAB)\cap(IBC)=IB$.

B. $IJCD$ là hình thang.

C. $(SBD)\cap(JCD)=JD$.

D. $(IAC)\cap(JBD)=AO$ (O là tâm $ABCD$).

Lời giải



Ta có: $(IAC)\cap(JBD)=(SAC)\cap(SBD)=SO$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC\cap BD=M$, $AB\cap CD=N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

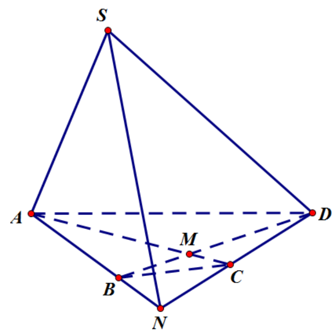
A. SM.

B. SA.

C. MN.

D. SN.

Lời giải



S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Vì $AB\cap CD=N$ nên $\begin{cases} N\in AB\subset(SAB) \\ N\in CD\subset(SCD) \end{cases}$.

Do đó N là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng trên.

Vậy SN là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC.

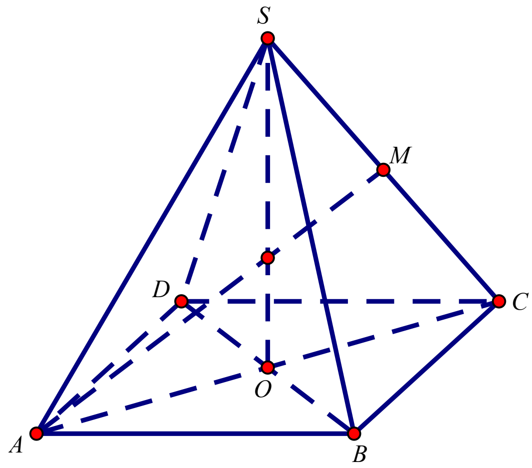
B. SA và BD chéo nhau.

C. AM cắt (SBD).

D. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SO.

Lời giải

Chọn D



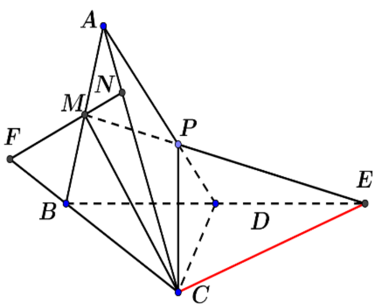
Ta có hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có điểm S chung và lần lượt đi qua hai đường thẳng song song là AB và CD nên giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD. Do đó đáp án **D sai.**

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của AB, N là điểm trên AC mà $AN = \frac{1}{4}AC$, P là điểm trên đoạn AD mà $AP = \frac{2}{3}AD$. Gọi E là giao điểm của MP và BD, F là giao điểm của MN và BC. Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là

A. CP. **B.** NE. **C.** MF. **D.** CE.

Lời giải

Chọn D



Ta có $C \in (BCD) \cap (CMP)$ (1).

Lại có $BD \cap MP = E \Rightarrow \begin{cases} E \in BD \Rightarrow E \in (BCD) \\ E \in MP \Rightarrow E \in (CMP) \end{cases}$ (2).

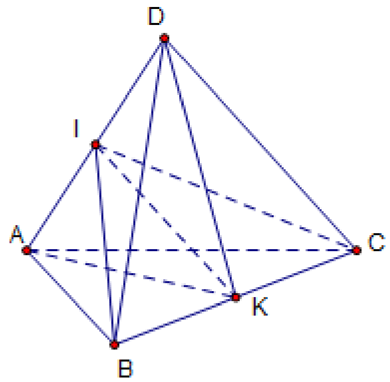
Từ (1) và $(2) \Rightarrow (BCD) \cap (CMP) = CE$.

Câu 22: Cho bốn điểm A,B,C,D không đồng phẳng. Gọi I,K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC. IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây ?

A. (IBC) và (KBD). **B.** (IBC) và (KCD). **C.** (IBC) và (KAD). **D.** (ABI) và (KAD).

Lời giải

Chọn C



$\begin{cases} I \in AD \subset (KAD) \\ I \in (IBC) \end{cases} \Rightarrow I$ là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD).

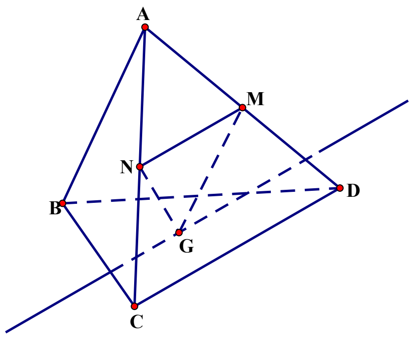
$\begin{cases} K \in BC \subset (IBC) \\ K \in (KAD) \end{cases} \Rightarrow K$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD).

Vậy $(IBC) \cap (KAD) = IK$.

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:

A. qua M và song song với AB.
B. Qua N và song song với BD.
C. qua G và song song với CD.
D. qua G và song song với BC.

Lời giải



Ta có MN là đường trung bình tam giác ACD nên $MN // CD$.

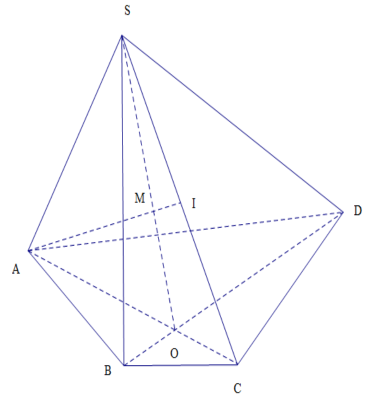
Ta có $G \in (GMN) \cap (BCD)$, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) lần lượt chứa DC và MN nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng đi qua G và song song với CD.

DẠNG 3. TÌM GIAO ĐIỂM

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có I là trung điểm của SC, giao điểm của AI và (SBD) là

A. Điểm K. **B.** Điểm M. **C.** Điểm N. **D.** Điểm I.

Lời giải



Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M,N lần lượt thuộc đoạn AB,SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

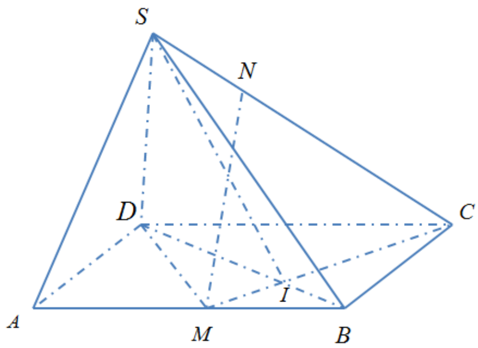
A. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SB.

B. Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD).

C. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SI, trong đó I là giao điểm của CM và BD.

D. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và BD.

Lời giải

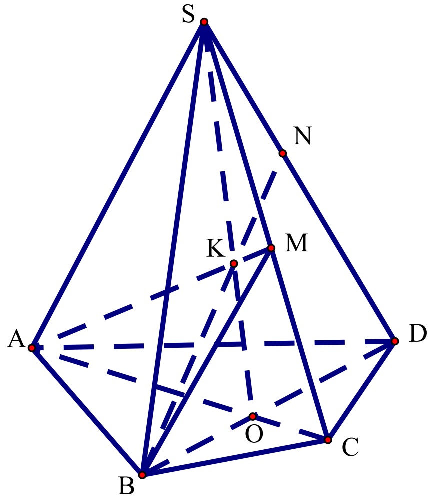


Câu 26: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

A. giao điểm của SD và BK. **B.** giao điểm của SD và AM.

C. giao điểm của SD và AB. **D.** giao điểm của SD và MK.

Lời giải



Trong mặt phẳng (SAC), $SO \cap AM = K$.

Trong mặt phẳng (SBD), kéo dài BK cắt SD tại $N \Rightarrow N$ là giao điểm của SD với mặt phẳng $(ABM) \Rightarrow$ **Chọn A**

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC; G là trọng tâm của tam giác BCD. Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là:

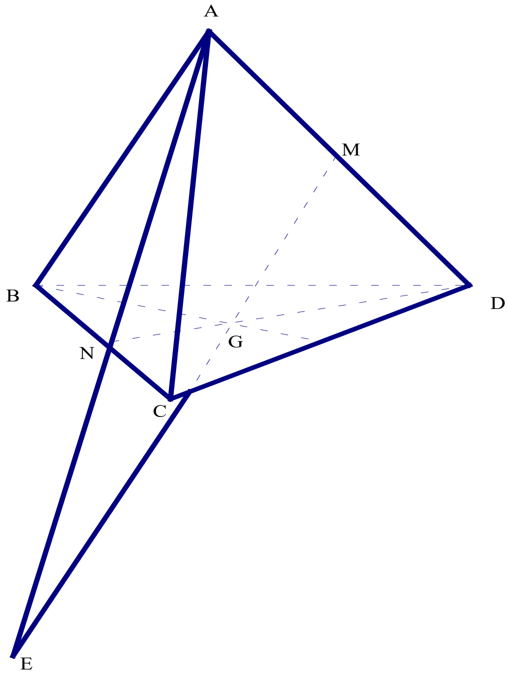
A. Điểm A.

B. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN.

C. Điểm N.

D. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC.

Lời giải



Trong mặt phẳng (AND): $AN \cap MG = E$.

$E \in AN, AN \subset (ABC) \Rightarrow E \in (ABC)$.

$E \in MG$.

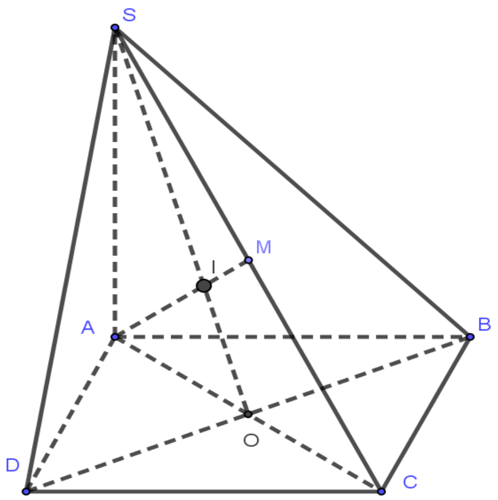
$\Rightarrow E = MG \cap (ABC)$.

Vậy giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là $E\ (E = AN \cap MG)$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau đây:

A. $IA = 3IM$. **B.** $IM = 3IA$. **C.** $IM = 2IA$. **D.** $IA = 2IM$.

Lời giải



Gọi $AC \cap BD = O$ thì $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong mặt phẳng (SAC), lấy $AM \cap SO = I \Rightarrow I = AM \cap (SBD)$.

Do trong ΔSAC, AM và SO là hai đường trung tuyến, nên I là trọng tâm ΔSAC.

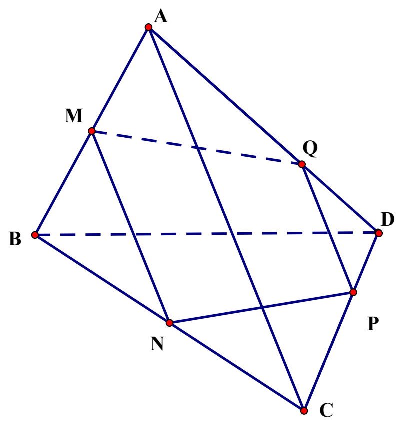
Vậy $IA = 2IM$.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC. Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Q là trung điểm của đoạn thẳng AC. **B.** $DQ = 2AQ$

C. $AQ = 2DQ$ **D.** $AQ = 3DQ$.

Lời giải



Theo giải thiết, M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC nên $MN // AC$.

Hai mặt phẳng (MNP) và (ACD) có $MN // AC$ và P là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng $\Rightarrow$ giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng PQ đi qua P và song song với AC; cắt AD tại Q.

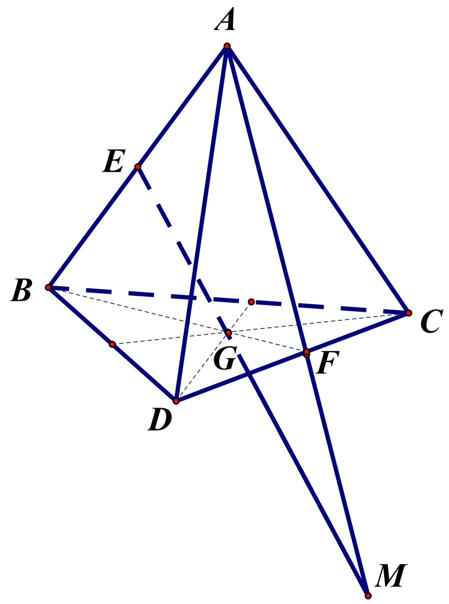
Mặt khác, trong tam giác ACD có $\begin{cases} CP = 2PD \\ PQ // AC \end{cases}$ nên $AQ = 2DQ$

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$, gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng ACD là

A. Giao điểm của đường thẳng EG và AF. **B.** Điểm F.

C. Giao điểm của đường thẳng EG và CD. **D.** Giao điểm của đường thẳng EG và AC.

Lời giải



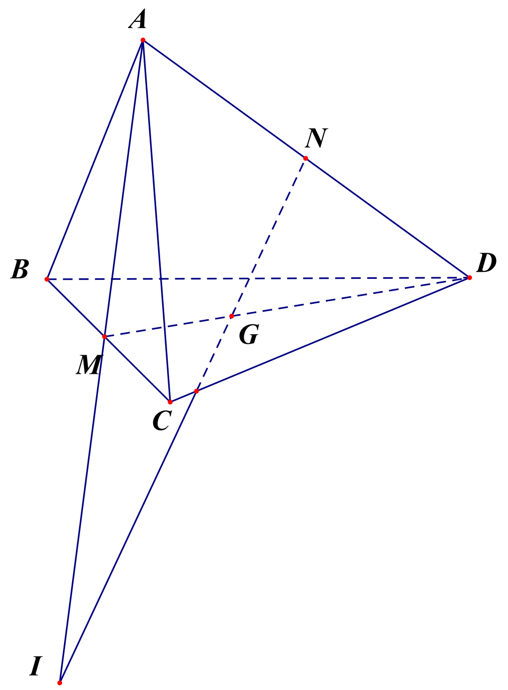
Xét mặt phẳng (ABF) có E là trung điểm của AB, $BG = \frac{2}{3}BF$ nên EG không song song với

AF $\Rightarrow$ Kéo dài EG và AF cắt nhau tại M. Vì $AF \subset (ACD)$ nên M là giao điểm của EG và (ACD) $\Rightarrow$ **Chọn A**

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I là giao điểm của NG với mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I \in AM$. **B.** $I \in BC$. **C.** $I \in AC$. **D.** $I \in AB$.

Lời giải



Dễ thấy NG và AM cùng nằm trong mặt phẳng (AMD).

Mặt khác ta lại có $\frac{DN}{DA}=\frac{1}{2}$, $\frac{DG}{DM}=\frac{2}{3}$.

Do đó NG và AM cắt nhau.

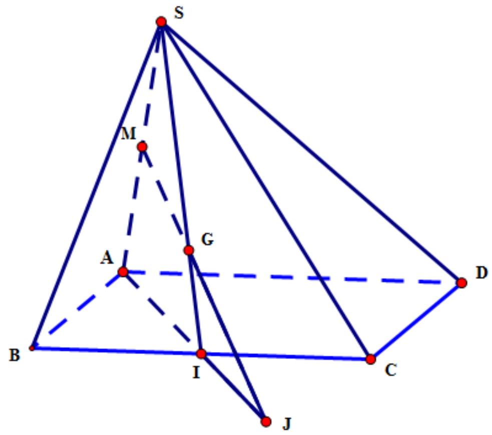
Gọi $I = NG \cap AM$, $AM \subset (ABC) \Rightarrow I = NG \cap (ABC)$.

Vậy khẳng định đúng là $I \in AM$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của SA, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI}=\frac{3}{5}$. Tìm giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AI.
B. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC.
C. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng CD.
D. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AB.

Lời giải



a) Xét trong mặt phẳng (SAI) ta có $MG \cap AI = \{J\}$.

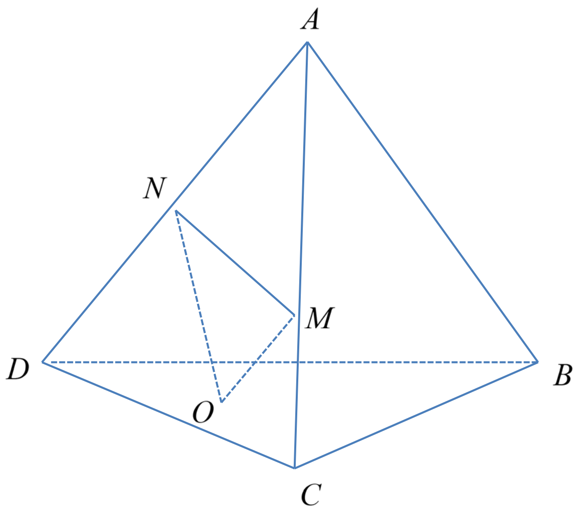
Do đó: $\begin{cases} J \in AI \subset (ABCD) \\ J \in MG \end{cases}$

Suy ra: Giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm J.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD. Gọi O là một điểm thuộc miền trong của ΔBCD. Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

A. OM. **B.** MN. **C.** A, B đều đúng. **D.** A, B đều sai.

Lời giải



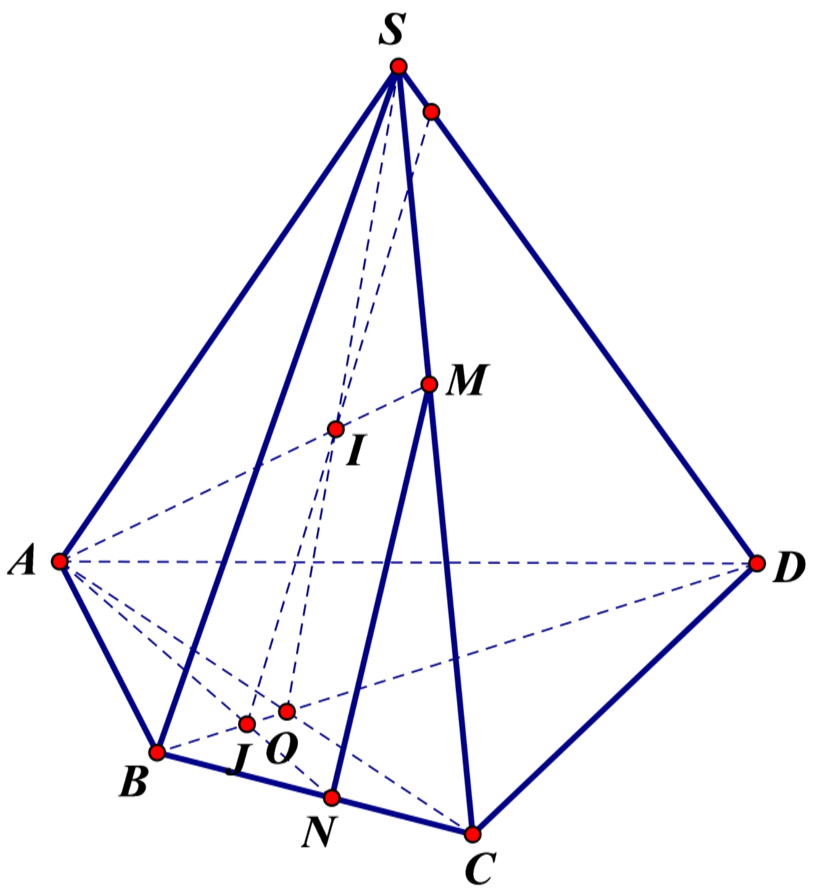
Dễ thấy OM không đồng phẳng với BC và MN cũng không đồng phẳng với BC. Vậy cả A và B đều sai.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC, N là một điểm trên cạnh BC, $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$, $J = AN \cap BD$. Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là

A. Giao điểm của SD và IO. **B.** Giao điểm của SD và JM.

C. Giao điểm của SD và IJ. **D.** Giao điểm của SD và JO.

Lời giải



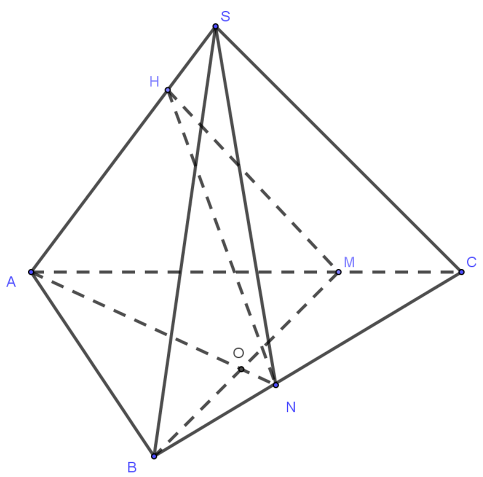
$I = SO \cap AM \Rightarrow I \in AM \Rightarrow I \in (AMN)$

$J = AN \cap BD \Rightarrow J \in AN \Rightarrow J \in (AMN)$

$\Rightarrow \text{IJ} \subset (AMN)$

Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là giao điểm của SD và IJ

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác, như hình vẽ bên dưới.



Với M, N, H lần lượt là các điểm thuộc vào các cạnh AB, BC, SA sao cho MN không song song với AB. Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AN với BM. Gọi T là giao điểm của đường NH với (SBO). Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

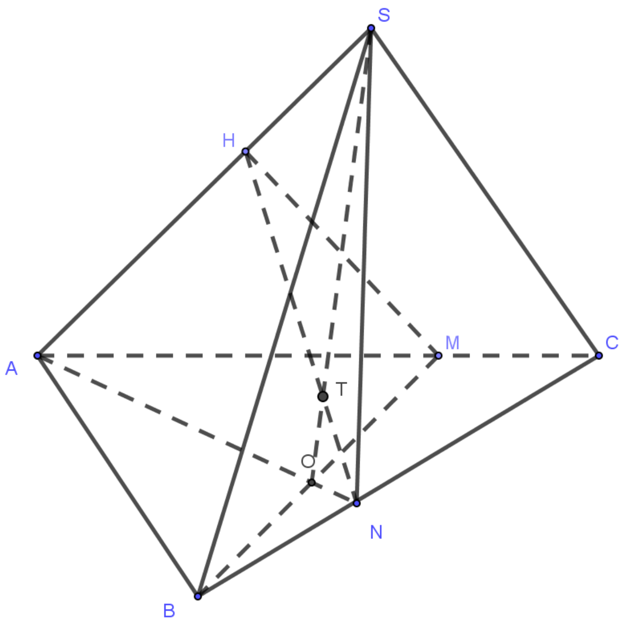
A. T là giao điểm của hai đường thẳng SO với HM.

B. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và BM.

C. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SB.

D. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SO.

Lời giải

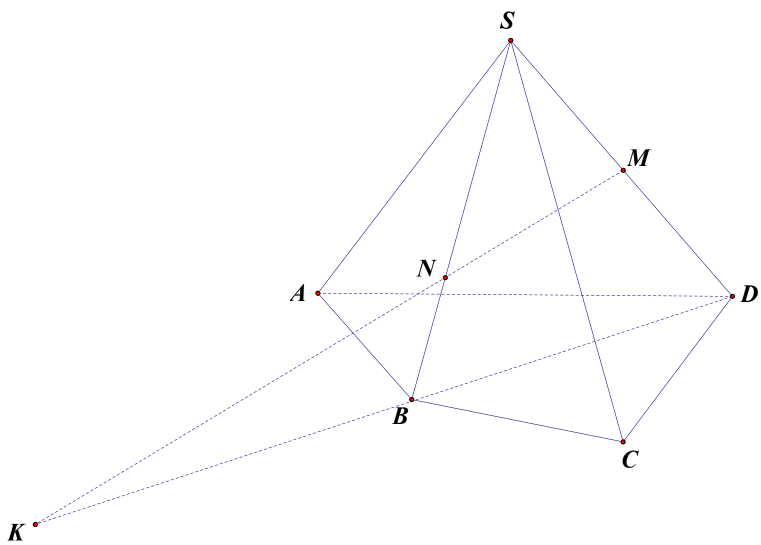


Ta có: $T = NH \cap (SBO) \Rightarrow \begin{cases} T \in NH \\ T \in (SBO) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \in (SAN) \\ T \in (SBO) \end{cases} \Rightarrow T \in SO$. Vậy $T = NH \cap SO$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABCD là một tứ giác . Gọi M là trung điểm của SD, N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Giao điểm của MN với là điểm K. Hãy chọn cách xác định điểm K đúng nhất trong 4 phương án sau:

A. K là giao điểm của MN với AC.
B. K là giao điểm của MN với AB.
C. K là giao điểm của MN với BC.
D. K là giao điểm của MN với BD.

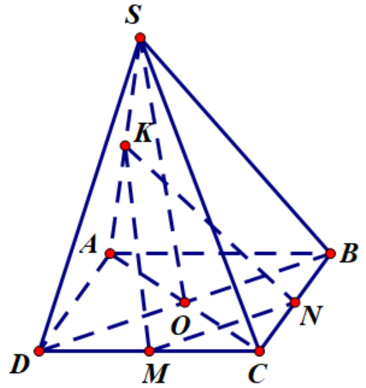
Lời giải



Xét ΔSBD có M là trung điểm của SD và N thuộc SB sao cho $SN = 2NB \Rightarrow SN = \frac{2}{3}SB.$

suy ra MN kéo dài cắt BD tại K.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. H là giao điểm của AC và MN. Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E. Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau:



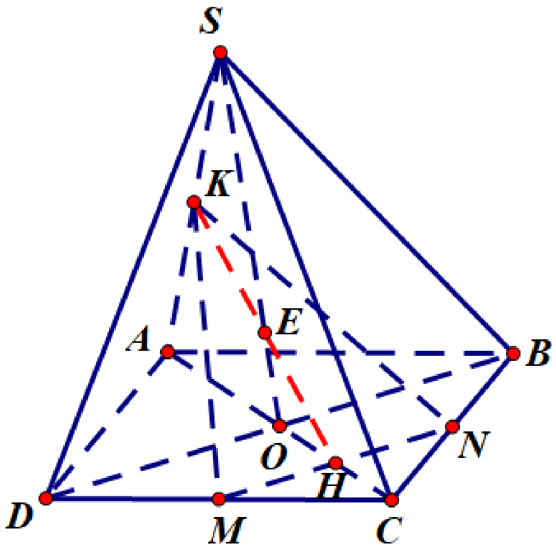
A. E là giao điểm của MN với SO.

B. E là giao điểm của KN với SO.

C. E là giao điểm của KH với SO.

D. E là giao điểm của KM với SO.

Lời giải



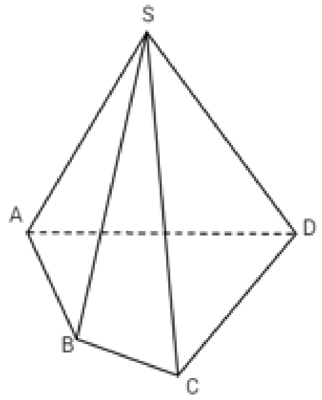
Vì $(KMN) \cap (SAC) = KH$. Do đó E là giao điểm của KH với SO.

DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp **không thể** là

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Lời giải

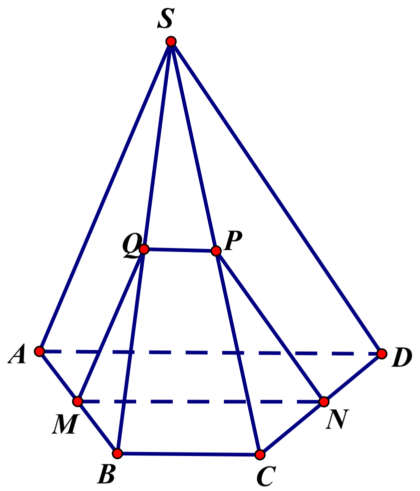


Vì hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi thì có 4 mặt bên và một mặt đáy nên thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp chỉ có thể có tối đa là 5 cạnh. Do đó thiết diện không thể là lục giác.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD. Gọi M, N lần lượt là hai trung điểm của AB, CD. Gọi (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là:

A. Hình bình hành. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình thang. **D.** Hình vuông.

Lời giải



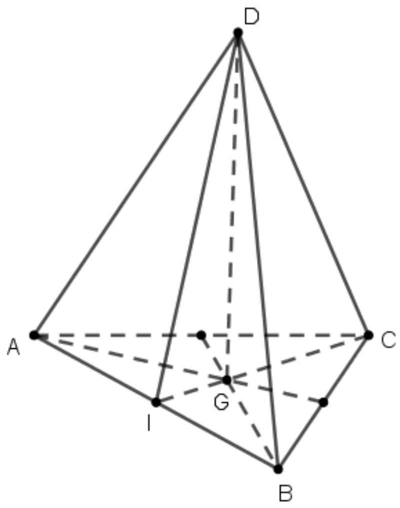
- Giả sử mặt phẳng cắt theo giao tuyến PQ.

Khi đó do $MN \parallel BC$ nên theo định lý ba giao tuyến song song hoặc đồng quy áp dụng cho ba mặt phẳng $(P);(SBC);(ABCD)$ thì ta được ba giao tuyến $MN;BC;PQ$ đôi một song song. Do đó thiết diện là một hình thang.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, mặt phẳng (CGD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là.

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



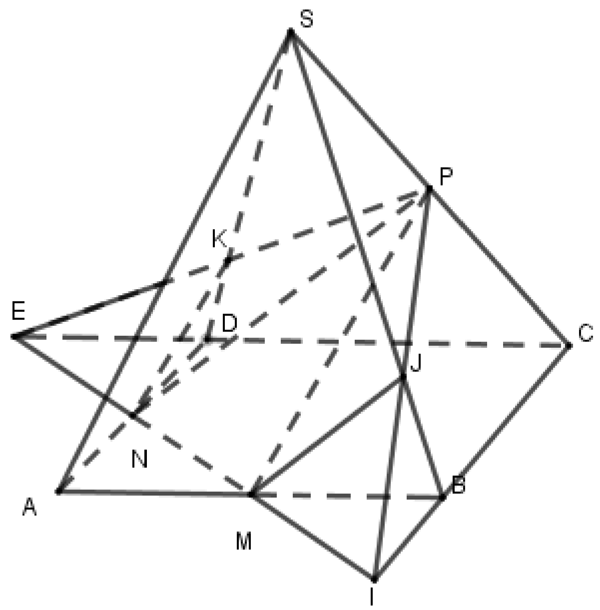
Gọi giao điểm của CG với AB là I. Thiết diện của mặt phẳng (CGD) với tứ diện $ABCD$ là tam giác DCI.

G là trọng tâm tam giác đều ABC nên ta có $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $CG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Áp dụng định lí Pytago nên $DG = \sqrt{DC^2 - CG^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $S_{DCI} = \frac{1}{2}DG.CI = \frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD, SC. Thiết diện hình chóp với mặt phẳng (MNP) là một

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Lời giải



Trong $(ABCD)$: CD và BC cắt MN lần lượt tại I và E.

Trong (SBC): PI cắt SB tại J. Trong (SDC): PE cắt SD tại K.

Khi đó (MNP) giao với $(ABCD)$, (SDA), (SBC), (SAB), (SDC) lần lượt theo các giao tuyến MN, NK, PJ, JM, KP. Nên thiết diện tạo thành là ngũ giác $MNKPJ$.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB,BC,CD lần lượt lấy các điểm P,Q,R sao cho $AP=\frac{1}{3}AB, BC=2QC$, R không trùng với C,D. Gọi $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$. Khi đó $PQRS$ là

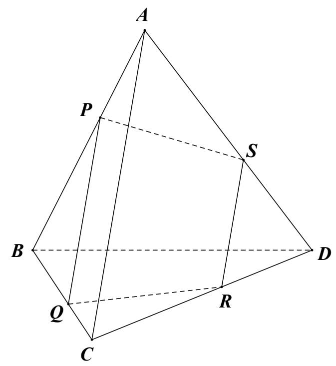
A. hình thang cân.

B. hình thang.

C. một tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song.

D. hình bình hành.

Lời giải



Do $\frac{AP}{AB}=\frac{CQ}{CB}=\frac{1}{3}\Rightarrow PQ // AC$.

Giao tuyến của mặt phẳng (PQR) và (ACD) là đường thẳng đi qua R và song song với AC, cắt AD tại S.

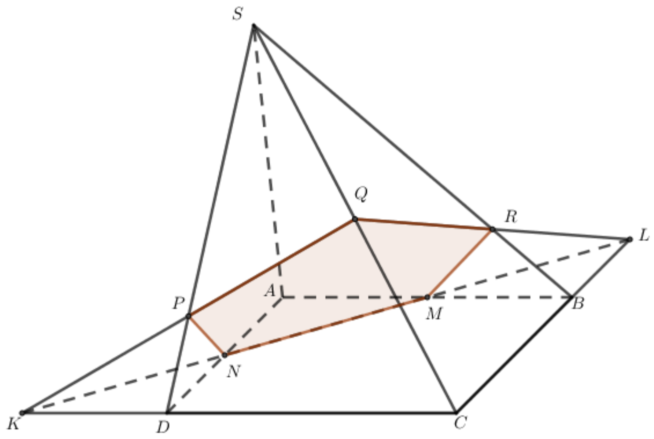
Do đó $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$.

Theo cách dựng thì $PQ // RS$ mà R bất kỳ trên cạnh CD nên thiết diện là hình thang.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải



Trong mp$(ABCD)$, gọi $K = MN \cap CD$, $L = MN \cap BC$ suy ra $K \in (SCD)$, $L \in (SBC)$.

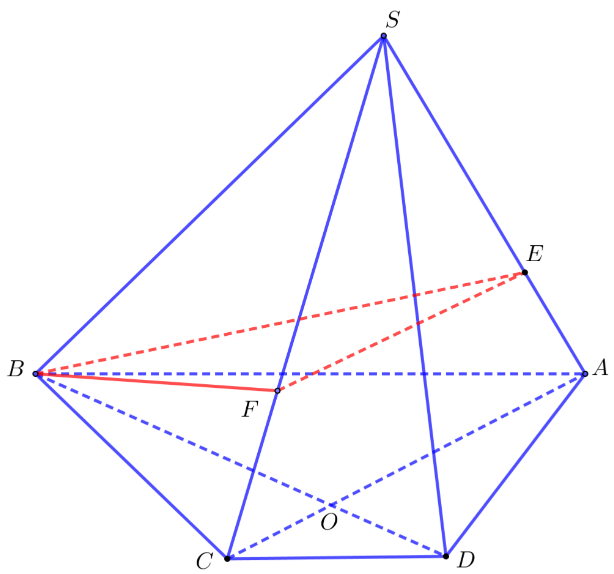
Trong mp(SCD), gọi $P = KQ \cap SD$.

Trong mp(SBC), gọi $R = LQ \cap SC$.

Khi đó ta có: $(MNQ) \cap (ABCD) = MN$; $(MNQ) \cap (SAD) = NP$; $(MNQ) \cap (SCD) = PQ$; $(MNQ) \cap (SBC) = QR$; $(MNQ) \cap (SAB) = RM$.

Vậy thiết diện cần tìm là ngũ giác.

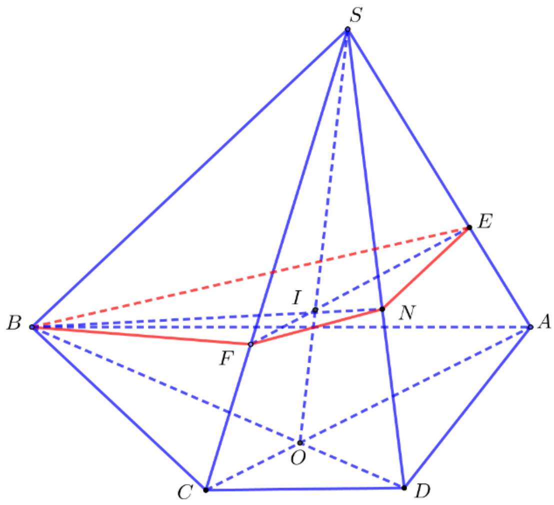
Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB // CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$.



Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (BEF) là

A. một tam giác. **B.** một tứ giác. **C.** một hình thang. **D.** một hình bình hành.

Lời giải



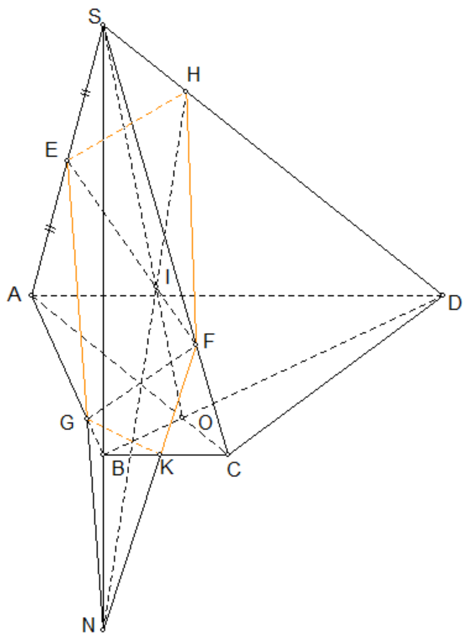
Trong (SAC), gọi $I = SO \cap EF$, trong (SBD), gọi $N = BI \cap SD$. Suy ra N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (BEF).

Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (BEF) là tứ giác $BFNE$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, E là trung điểm của cạnh SA, F, G là các điểm thuộc cạnh SC, AB (F không là trung điểm của SC). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là một hình

A. lục giác. **B.** ngũ giác. **C.** tam giác. **D.** tứ giác.

Lời giải



Gọi $N = EG \cap SB; K = NF \cap BC; O = AC \cap BD;$ $FE \cap SO; H = NI \cap SD.$

Khi đó, ta có: $(SAB) \cap (EGF) = EG; (ABCD) \cap (EGF) = GK;$

$(EGF)\cap(SBC)=KF;(EGF)\cap(SCD)=FH;(EGF)\cap(SAD)=EH$.

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EGF) là ngũ giác $EGKFH$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (IBC) là

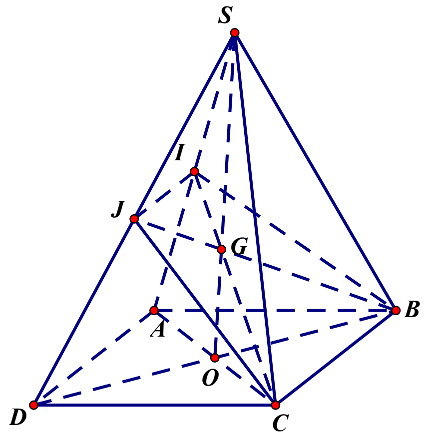
A. Tứ giác $IBCD$.

B. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

C. Hình thang $IJBC$ (J là trung điểm SD).

D. Tam giác IBC.

Lời giải



Gọi O là giao điểm AC và BD. Gọi G là giao điểm của SO, CI.

Trong (SBD), gọi J là giao điểm của BG với SD.

Suy ra J là trung điểm của SD.

Vậy thiết diện là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

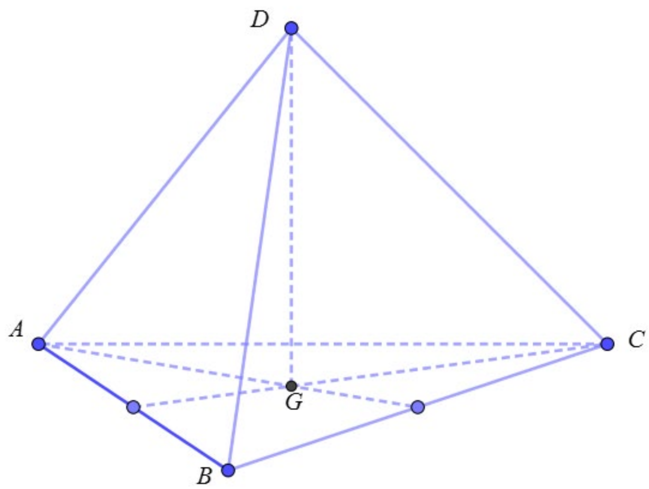
Cách khác:

Ta có: $\left.\begin{array}{l} BC\subset(IBC) \\ AD\subset(SAD) \\ BC\,//\,AD \\ I\in(IBC)\cap(SAD) \end{array}\right\}\Rightarrow(IBC)\cap(SAD)=IJ\,//\,AD\,//\,BC\ \ (J\in SB)$.

Do IJ là đường trung bình của tam giác SAD nên J là trung điểm SD.

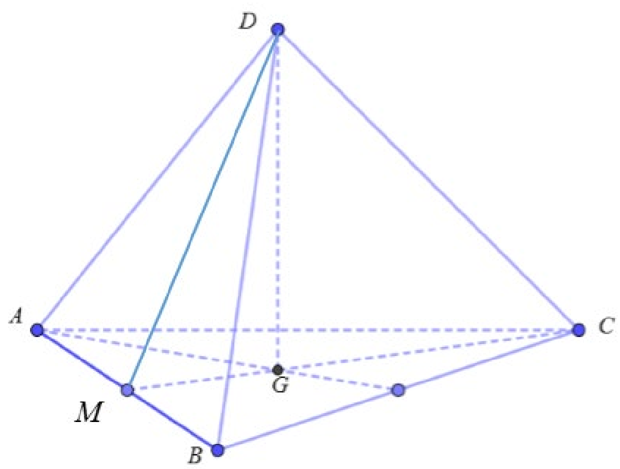
Vậy thiết diện là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

Câu 47: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD). Tính diện tích của thiết diện.



A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm AB. Khi đó cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) ta được thiết diện là ΔMCD.

Ta có tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2 \Rightarrow MC = MD = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$; $CD = 2$.

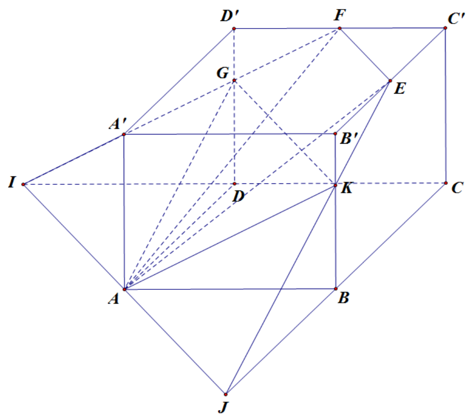
Khi đó nửa chu vi ΔMCD: $p = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}+2}{2} = 1+\sqrt{3}$.

Nên $S_{\Delta MCD} = \sqrt{p(p-MC)(p-MD)(p-CD)} = \sqrt{2}$.

Câu 48: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm E,F lần lượt trung điểm $C'B'$ và $C'D'$. Tính diện tích thiết diện của khối lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF).

A. $\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{17}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$. **D.** $\frac{7a^2\sqrt{17}}{12}$.

Lời giải



Qua A dựng đường thẳng song song với EF cắt CD, CB lần lượt tại I, J. Khi đó, IF cắt DD' tại G và EJ cắt BB' tại K, ta có thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) là ngũ giác $AKEFG$.

Ta có: $\frac{GD'}{GD} = \frac{D'F}{DA} = \frac{1}{2} \Rightarrow GD' = \frac{1}{3}DD' = \frac{a}{3} \Rightarrow GF = KE = \frac{a\sqrt{13}}{6}$, $GK = BD = a\sqrt{2}$ và $EF = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $S_{EFGK} = \frac{a^2\sqrt{17}}{8}$.

Tam giác AKG cân tại A và $AK = AG = \frac{a\sqrt{13}}{3}$. Suy ra $S_{AGK} = \frac{a^2\sqrt{17}}{6}$.

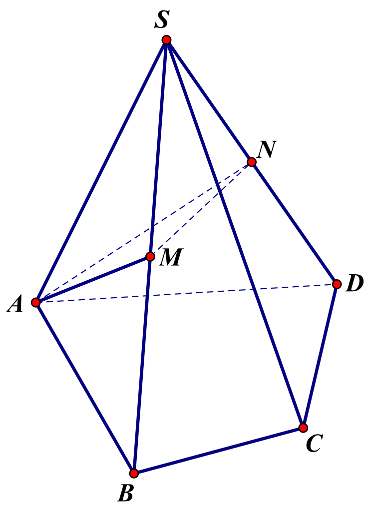
Vậy $S_{AKEFG} = S_{EFGK} + S_{AGK} = \frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là hình gì

A. Tam giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tam giác cân. **D.** Tứ giác.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi $SC \cap (AMN) = \{P\}$.

Khi đó, Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là tứ giác $AMPN$.

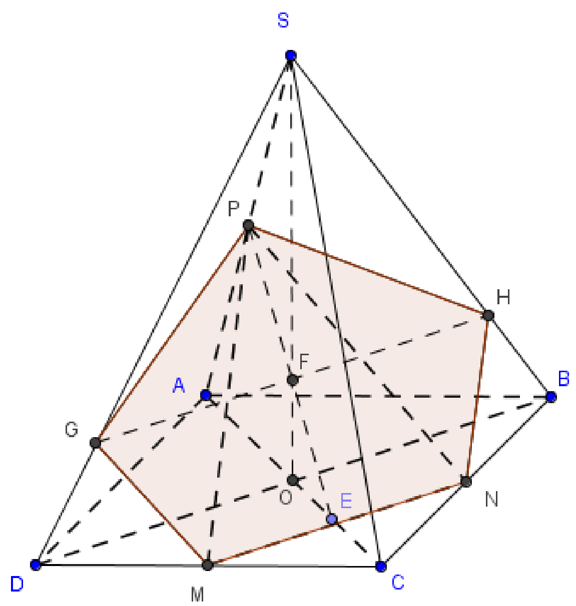
Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNK) là một đa giác (H). Hãy chọn khẳng định **đúng**?

A. (H) là một hình thang. **B.** (H) là một hình bình hành.

C. (H) là một ngũ giác. **D.** (H) là một tam giác.

Lời giải

Sửa trên hình điểm P thành điểm K nhé

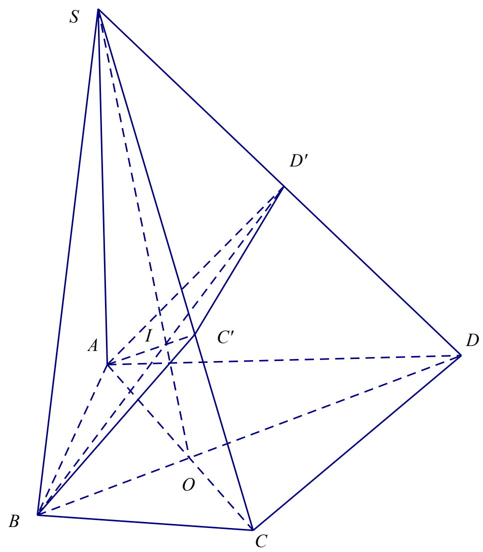


Gọi $E = MN \cap AC$ và $F = PE \cap SO$. Trong (SBD) qua F kẻ đường thẳng song song với s MN và lần lượt cắt SB, SD tại H, G. Khi đó ta thu được thiết diện là ngũ giác $MNHKG$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy C' là điểm trên cạnh SC sao cho $SC' = \frac{2}{3}SC$. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (ABC') là một đa giác m cạnh. Tìm m.

A. $m = 6$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

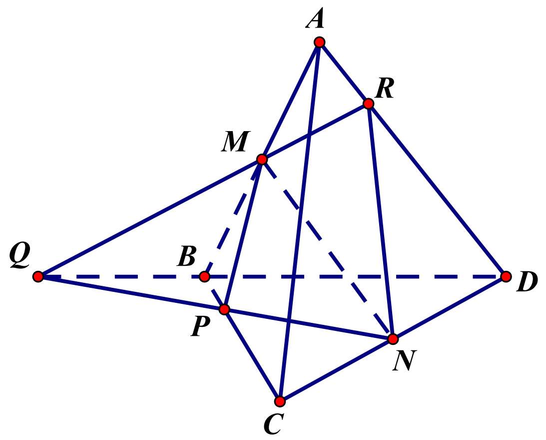


Gọi $O = AC \cap BD$ và $I = AC' \cap SO$; Kéo dài BI cắt SD tại D'. Khi đó
$(ABC') \cap (ABCD) = AB$; $(ABC') \cap (SAB) = AB$; $(ABC') \cap (SBC) = BC'$ và
$(ABC') \cap (SAD) = AD'$; $(ABC') \cap (SBD) = C'D'$.
Suy ra thiết diện là tứ giác $ABC'D'$ nên $m = 4$.

Câu 52: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

A. Tứ giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Lục giác. **D.** Tam giác.

Lời giải



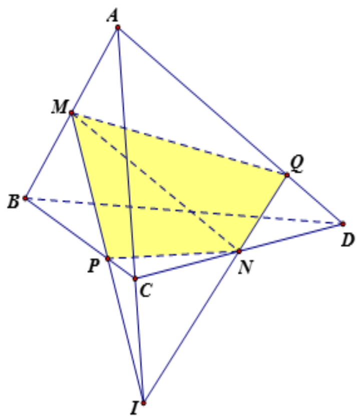
Gọi $Q = NP \cap BD$. Gọi $R = QM \cap AD$. Suy ra: $Q \in (MNP)$ và $R \in (MNP)$.
Vậy thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MRNP$.

Câu 53: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không trùng trung điểm cạnh BC). Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) là:

A. Tam giác. **B.** Lục giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Tứ giác.

Lời giải

Chọn D



Trong mp(ABC) kéo dài MP, AC cắt nhau tại I.

Trong mp(ACD)kéo dài IN cắt AD tại Q.

$(ABC)\cap(MNP)=MP$
$(BCD)\cap(MNP)=PN$
$(ACD)\cap(MNP)=NQ$
$(ABD)\cap(MNP)=QM$

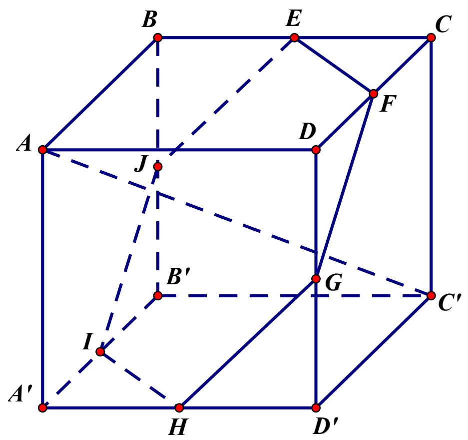
Vậy thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MPNQ$.

Câu 54: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a $(a>0)$. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của đoạn AC'.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}a^2$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của $BC, CD, DD', A'D', A'B', BB'$.

Ta có $EA = EC' \Rightarrow E$ thuộc mặt phẳng trung trực của AC'.

Tương tự F, G, H, I, J thuộc mặt phẳng trung trực của AC'.

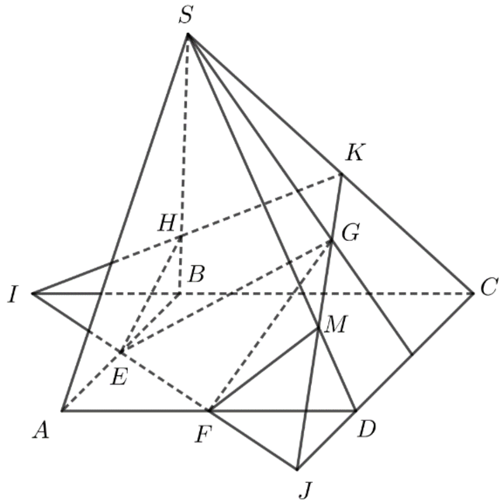
Do đó thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của AC' là lục giác đều $EFGHIJ$ cạnh $EF=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích thiết diện là $S=6.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD. E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là:

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ABCD)$: $EF\cap BC=I$; $EF\cap CD=J$

Trong mặt phẳng (SCD): $GJ\cap SC=K$; $GJ\cap SD=M$

Trong mặt phẳng (SBC): $KI\cap SB=H$

Ta có: $(GEF)\cap(ABCD)=EF$, $(GEF)\cap(SAD)=FM$, $(GEF)\cap(SCD)=MK$

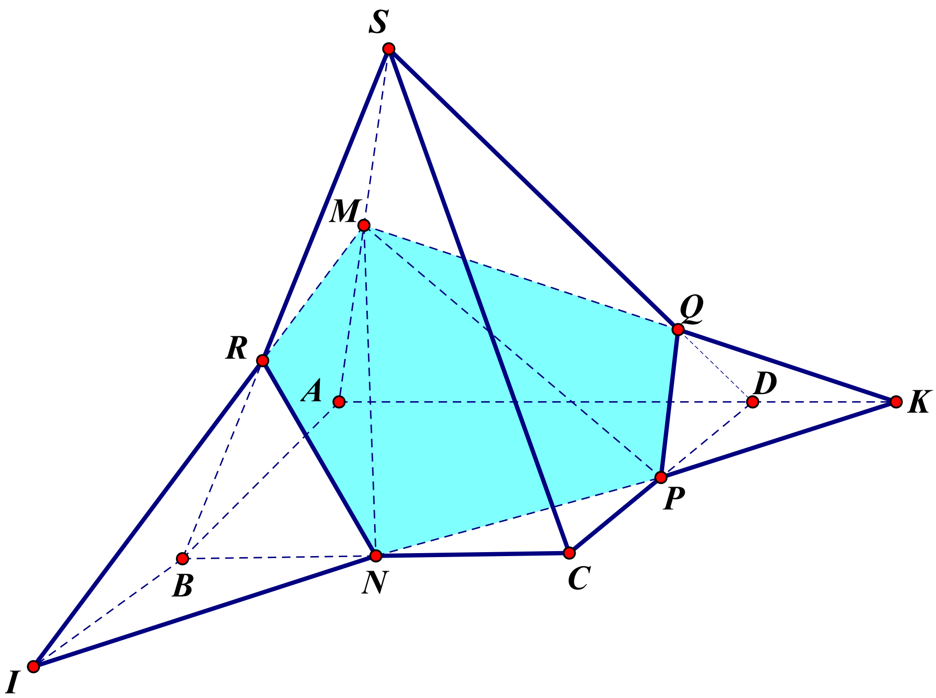
$(GEF)\cap(SBC)=KH$, $(GEF)\cap(SAB)=HE$

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EFG) là ngũ giác $EFMKH$

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA,BC,CD. Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Hình ngũ giác. **B.** Hình tam giác. **C.** Hình tứ giác. **D.** Hình bình hành.

Lời giải



Gọi $PN \cap AB = I$, $NP \cap AD = K$.

Kẻ IM cắt SB tại R, kẻ MK cắt SD tại Q.

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngủ giác $MPQMR$.

DẠNG 5. ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AD // BC, AD > BC)$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm của SC và DM cắt (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **SAI?**

A. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.

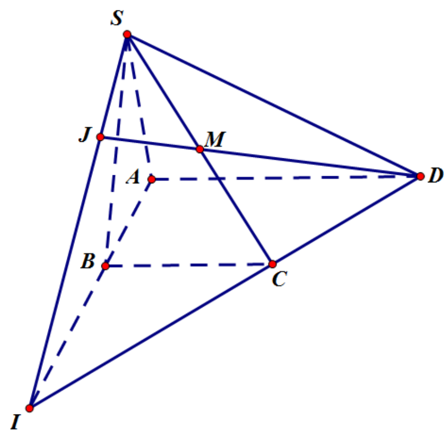
B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB).

C. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI).

Lời giải

Chọn B



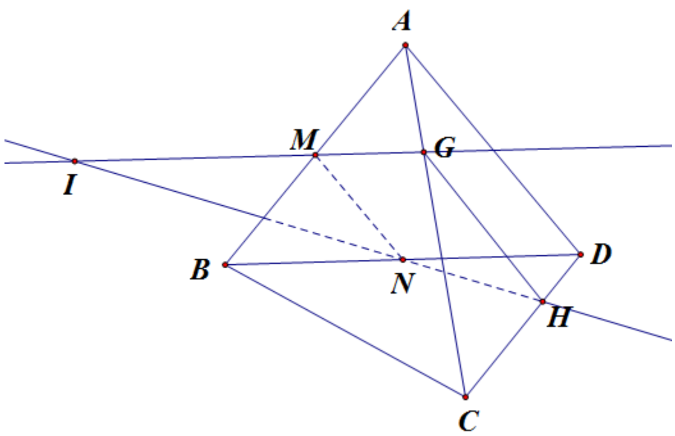
Trong (SCD), $DM \cap SI = J$. Khi đó $J = DM \cap (SAB)$.

Câu 58: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD. Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. A, C, I thẳng hàng **B.** B, C, I thẳng hàng.

C. N, G, H thẳng hàng. **D.** B, G, H thẳng hàng.

Lời giải



Do NH cắt MG tại I nên bốn điểm M,N,H,G cùng thuộc mặt phẳng (α). Xét ba mặt phẳng (ABC), (BCD), (α) phân biệt, đồng thời $\begin{cases}(\alpha)\cap(ABC)=MG \\ (\alpha)\cap(BCD)=NH \\ (ABC)\cap(BCD)=BC\end{cases}$ mà $MG \cap NH = I$

Suy ra MG, NH, BC đồng quy tại I nên B, C, I thẳng hàng.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD // BC, AD > BC)$. Gọi I là giao điểm của AB và DC; M là trung điểm của SC và DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây sai?

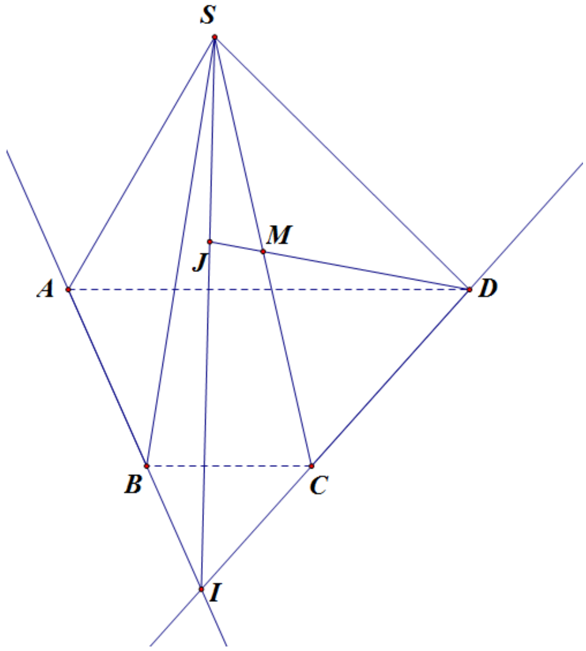
A. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB).

C. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.

D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI).

Lời giải



Ta có $M \notin (SAB)$ nên đường thẳng JM không thuộc mặt phẳng (SAB).

Câu 60: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

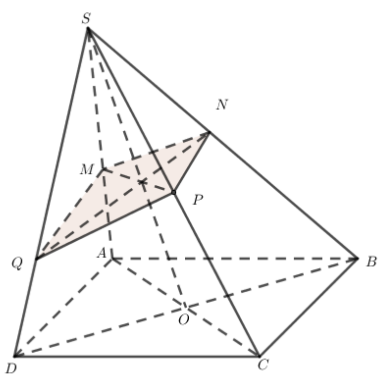
B. Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.

C. Các đường thẳng MP, NQ, SO đôi một song song.

D. Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

Lời giải

Chọn A



Ta có M, N, P, Q đồng phẳng và tạo thành tứ giác $MNPQ$ nên hai đường MP và NQ cắt nhau.

Mặt khác: $\begin{cases}(MNPQ)\cap(SAC)=MP \\ (MNPQ)\cap(SBD)=NQ \\ (SAC)\cap(SBD)=SO\end{cases}$

Từ , suy ra các đường thẳng $MP,\ NQ,\ SO$ đồng qui.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng (P) bất kì cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lầm lượt tại $A';B';C';D'$. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây?

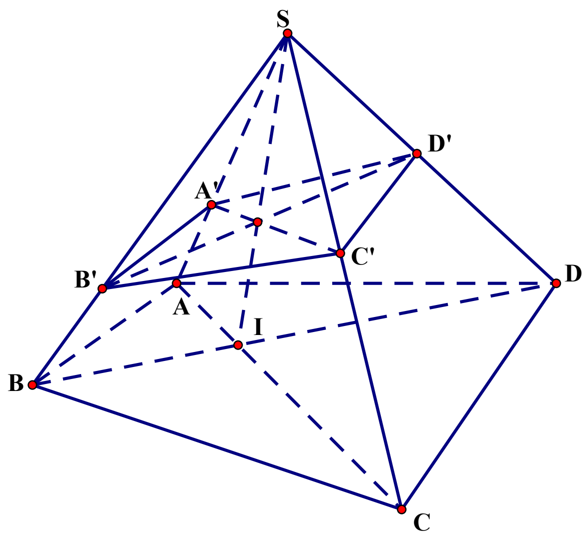
A. Các đường thẳng $AB, CD, C'D'$ đồng quy

B. Các đường thẳng $AB, CD, A'B'$ đồng quy

C. Các đường thẳng $A'C', B'D', SI$ đồng quy.

D. Các đường thẳng $SB, AD, B'C'$ đồng quy

Lời giải



Hai mặt phẳng (P) và (SAC) cắt nhau theo giao tuyến $A'C'$.

Hai mặt phẳng (P) và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến $B'D'$.

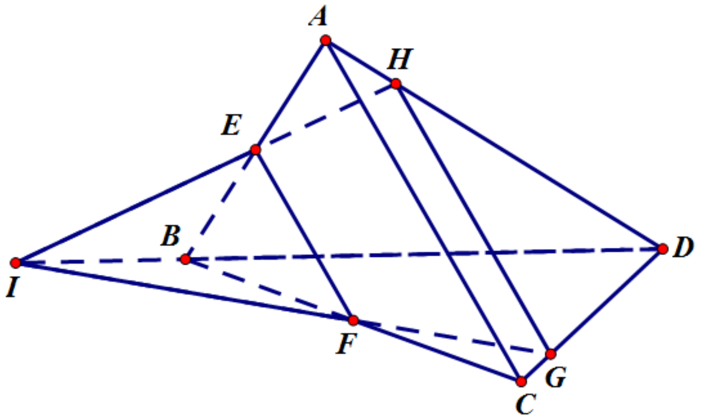
Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến SI.

Vậy ba đường thẳng $A'C', B'D', SI$ đồng quy.

Câu 62: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC. Mặt phẳng (P) đi qua EF cắt AD, CD lần lượt tại H và G. Biết EH cắt FG tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I, A, B. **B.** I, C, B. **C.** I, D, B. **D.** I, C, D.

Lời giải



$$I = EH \cap FG \Rightarrow \left.\begin{matrix} I \in EH \subset (ABD) \\ I \in FG \subset (ABC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow I \in (ABD) \cap (ABC) = BD.$$

Vậy I, D, B thẳng hàng.

Câu 63: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào **đúng**?

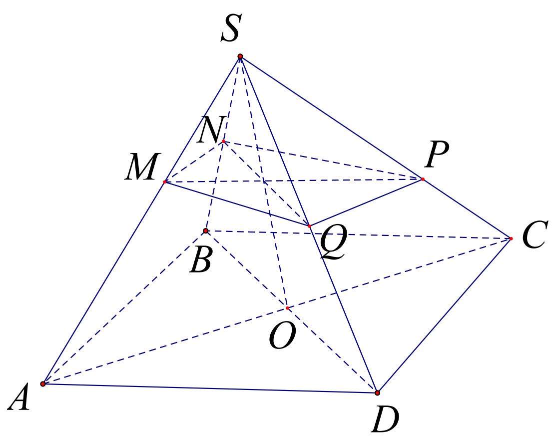
A. Các đường thẳng MN, PQ, SO đồng quy.

B. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.

C. Các đường thẳng MQ, PN, SO đồng quy.

D. Các đường thẳng MQ, PQ, SO đồng quy.

Lời giải



Ta có: $MP \subset mp(SAC)$; $NQ \subset mp(SBD)$

Và $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Gọi $I = \text{MP} \cap NQ$

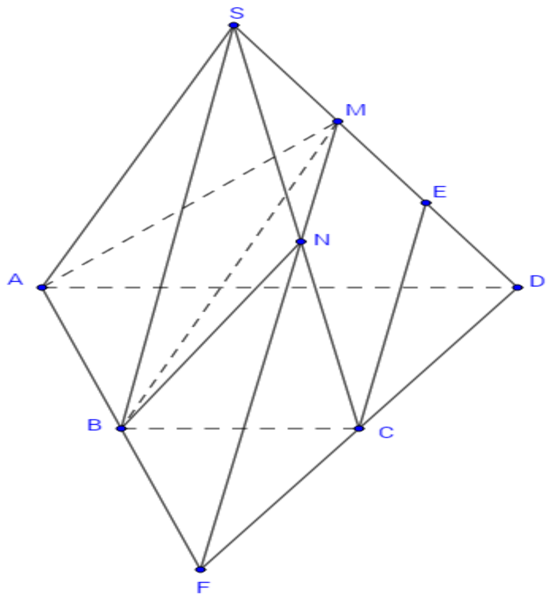
Thì $I \in SO$ nên MP, NQ, SO đồng quy.

DẠNG 6. TỈ SỐ

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A. $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$. **B.** $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$. **C.** $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$. **D.** $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi F là giao điểm của AB và CD. Nối F với M, FM cắt SC tại điểm N. Khi đó N là giao điểm của (ABM) và SC.

Theo giả thiết, ta chứng minh được C là trung điểm DF.

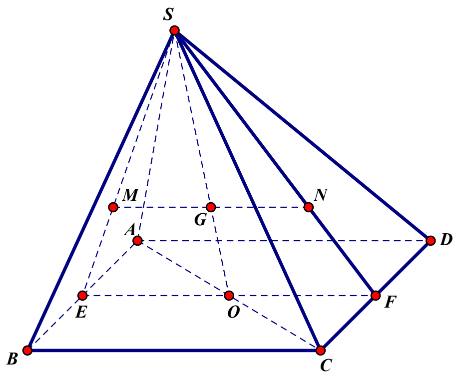
Trong mặt phẳng (SCD) kẻ CE song song NM (E thuộc SD). Do C là trung điểm DF nên suy ra E là trung điểm MD. Khi đó, ta có $SM = ME = ED$ và M là trung điểm SE.

Do $MN // CE$ và M là trung điểm SE nên MN là đường trung bình của tam giác SCE. Từ đó suy ra N là trung điểm SC và $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC), O là tâm của hình chữ nhật ABC**D. Khi đó tỉ số** $\frac{SG}{GO}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$ **B.** 2. **C.** 3 **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải



Ta có: $O \in FE$ .Xét hai mặt phẳng (SEF) và (SCD) có:

$\left.\begin{matrix} O \in EF \subset (SEF) \\ O \in AC \subset (SAC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow O \in (SEF) \cap (SAC)$. Mà $S \in (SEF) \cap (SAC)$ nên $(SEF) \cap (SAC) = SO$.

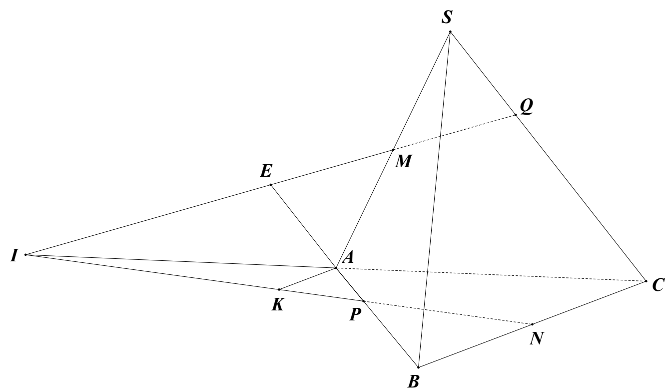
Trong mặt phẳng (SEF) ta có: $SO \cap MN = G \Rightarrow \begin{cases} G \in MN \\ G \in SO \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow MN \cap (SAC) = \{G\}$.

Xét tam giác SFE có: $MG // EF$ (do $MN // EF$) $\Rightarrow \dfrac{SG}{SO} = \dfrac{SM}{SE} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{SG}{GO} = 2$.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \dfrac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\dfrac{SQ}{SC}$.

A. $\dfrac{SQ}{SC} = \dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{SQ}{SC} = \dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{SQ}{SC} = \dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{SQ}{SC} = \dfrac{3}{8}$.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của NP và AC. Khi đó Q là giao điểm của MI và SC.

Từ A kẻ đường thẳng song song với BC, cắt IN tại K.

Khi đó $\dfrac{AK}{BN} = \dfrac{AP}{BP} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{IA}{IC} = \dfrac{AK}{CN} = \dfrac{1}{2}$.

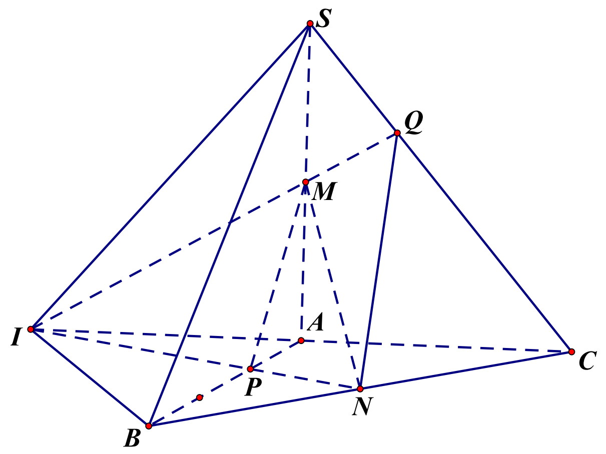
Từ A kẻ đường thẳng song song với SC, cắt IQ tại E.

Khi đó $\frac{AE}{SQ}=\frac{AM}{SM}=1\Rightarrow AE=SQ$, $\frac{AE}{CQ}=\frac{IA}{IC}=\frac{1}{2}\Rightarrow AE=\frac{1}{2}CQ$. Do đó $\frac{SQ}{SC}=\frac{1}{3}$.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và BC, P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB}=\frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC và mặt phẳng (MNP). Tính $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải



+) Gọi $I=PN\cap AC$; gọi $Q=IM\cap SC$

+) Áp dụng định lí Menalaus trong tam giác SAC ta có $\frac{QS}{QC}.\frac{IC}{IA}.\frac{MA}{MS}=1\Rightarrow\frac{QS}{QC}=\frac{IA}{IC}(1)$

+) Áp dụng định lí Menalaus trong tam giác ABC ta có $\frac{IA}{IC}.\frac{NC}{NB}.\frac{PB}{PA}=1\Rightarrow\frac{IA}{IC}=\frac{PA}{PB}=\frac{1}{2}(2)$

+) Từ (1) và (2) suy ra $\frac{QS}{QC}=\frac{1}{2}$ hay $\frac{SQ}{SC}=\frac{1}{3}$.

Câu 68: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, điểm G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC). Khi đó tỉ lệ $\frac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

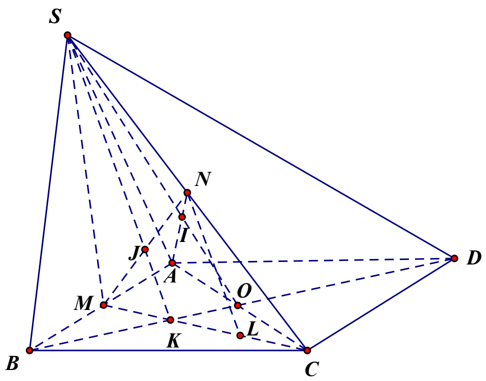
Áp dụng định lý Menelaus đối với tam giác AND và cát tuyến IGM ta có:

$$\frac{MA}{MD}.\frac{GD}{GN}.\frac{IN}{IA}=1\Leftrightarrow 1.2.\frac{IN}{IA}=1\Leftrightarrow\frac{IN}{IA}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{AN}{NI}=1$$

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC. Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD). Tính $k = \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM}$?

A. $k = 2$. **B.** $k = \frac{3}{2}$. **C.** $k = \frac{4}{3}$. **D.** $k = \frac{5}{3}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD, BD \cap MC = K$. Trong $(SAC): SO \cap AN = I$.

Trong $(SMC): SK \cap MN = J$.

Ta thấy I là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{IN}{IA} = \frac{1}{2}$.

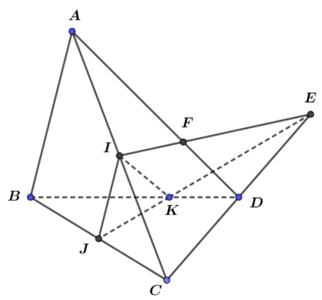
K là trọng tâm tam giác ABC, lấy L là trung điểm KC. Ta có $MK = KL = LC$.

NL là đường trung bình của tam giác SKC nên $NL // SK$, mà K là trung điểm ML nên KJ là đường trung bình của tam giác MNL. Khi đó $\frac{JN}{JM} = 1 \Rightarrow \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM} = \frac{3}{2}$.

Câu 70: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK). Tính tỉ số $\frac{FA}{FD}$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{11}{5}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải



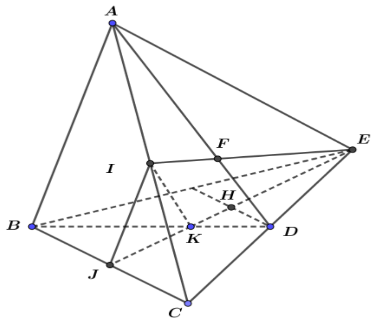
Trong mặt phẳng (BCD) hai đường thẳng JK và CD không song song nên gọi $E = JK \cap CD$

Khi đó $E \in (ACD)$.

Suy ra : $(ACD) \cap (IJK) = EJ$.

Trong (ACD) gọi $F = EI \cap AD$. Khi đó $(IJK) \cap AD = F$.

Cách 1:



Vẽ $DH // BC$ và $H \in IE$. Ta có : $\frac{BJ}{HD} = \frac{BK}{KD} = 2 \Rightarrow HD = \frac{BJ}{2} \Rightarrow HD = \frac{1}{2}JC$.

Suy ra D là trung điểm của CE.

Xét ΔACE có EI và AD là hai đường trung tuyến nên F là trọng tâm của ΔACE.

Vậy $\frac{AF}{FD} = 2$.

Cách 2:

Xét ΔBCD, áp dụng định lí Menelaus có : $\frac{JB}{JC}.\frac{EC}{ED}.\frac{KD}{KB} = 1 \Rightarrow 1.\frac{EC}{ED}.\frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{EC}{ED} = 2$.

Xét ΔACD, áp dụng định lí Menelaus có : $\frac{EC}{ED}.\frac{FD}{FA}.\frac{IA}{IC} = 1 \Rightarrow 2.\frac{FD}{FA}.1 = 1 \Rightarrow \frac{FD}{FA} = \frac{1}{2}$.

Vậy $\frac{FA}{FD} = 2$.

Câu 71: Cho tứ diện ABCD, gọi M là trung điểm của A**C.**Trên cạnh AD lấy điểm N sao cho AN=2ND, trên cạnh BC lấy điểm Qsao cho BC=4BQ.gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng , J là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng .Khi đó $\frac{JB}{JD} + \frac{JQ}{JI}$ bằng

A. $\frac{13}{20}$ **B.** $\frac{20}{21}$ **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** $\frac{11}{12}$

Lời giải

Vì M là trung điểm AC nên IM là trung tuyến tam giác IAC Mặt khác AN=2 ND nên ta có D là trung điểm của IC

Áp dụng định lí Ptoleme trong tam giác BCD có đường thẳng QI cắt BD,DC,CB lần lượt tại J,I,Q

nên: $\frac{BJ}{JD}.\frac{DI}{IC}.\frac{CQ}{QB}=1\Rightarrow\frac{BJ}{JD}.\frac{1}{2}.\frac{3}{1}=1\Rightarrow\frac{JB}{JD}=\frac{2}{3}$

Áp dụng định lí Ptoleme trong tam giác QIC có đường thẳng BD cắt QI,DC,CQ lần lượt tại B,I,D

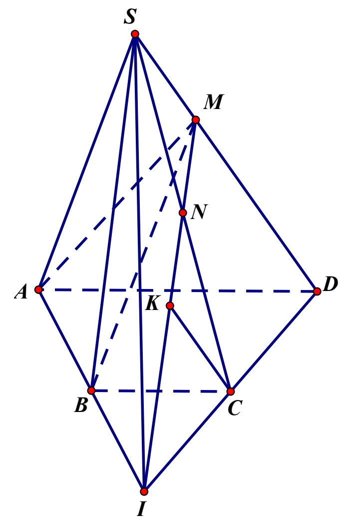
nên: $\frac{QJ}{JI}.\frac{ID}{DC}.\frac{CB}{BQ}=1\Rightarrow\frac{QJ}{JI}.\frac{1}{1}.\frac{4}{1}=1\Rightarrow\frac{JB}{JD}=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow\frac{JB}{JD}+\frac{JQ}{JI}=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{11}{12}$

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD//BC$ và $AD=2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM=\frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A. $\frac{SN}{SC}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{SN}{SC}=\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{SN}{SC}=\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{SN}{SC}=\frac{3}{5}$.

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ABCD)$:

Gọi $I=AB\cap CD\Rightarrow I\in AB\subset(ABM)$

Trong mặt phẳng (SCD):

Gọi $N=IM\cap SC$ và K là trung điểm IM.

Ta có: $\frac{IC}{ID}=\frac{BC}{AD}=\frac{1}{2}$

Trong tam giác IMD có KC là đường trung bình nên $KC//MD$ và $KC=\frac{1}{2}MD$

Mà $SM=\frac{1}{2}MD\Rightarrow SM=KC$.

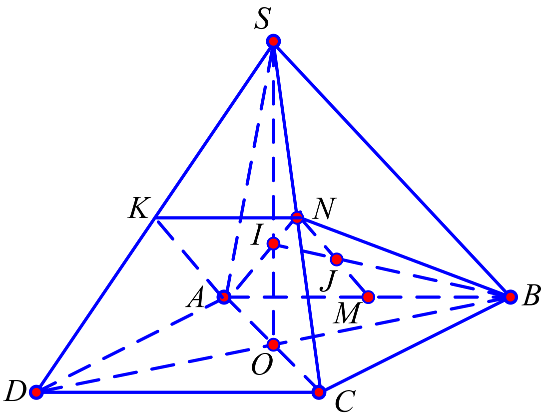
Lại có $KC // SM$ $(\text{do } M \in SD)$

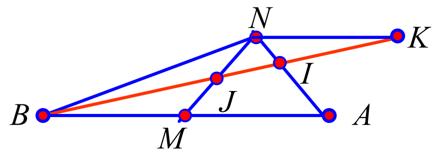
$\Rightarrow \frac{SN}{NC} = \frac{SM}{KC} = 1$. Vậy $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N là lượt là trung điểm của AB và SC. I là giao điểm của AN và (SBD). J là giao điểm của MN với (SBD). Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Lời giải



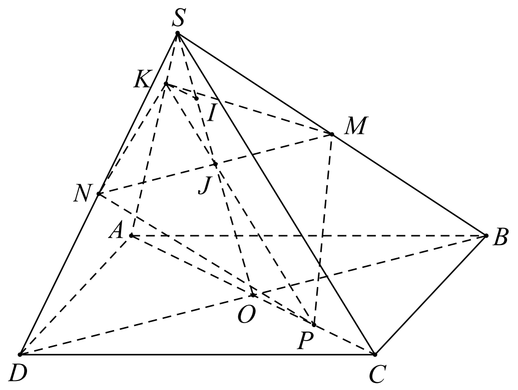


Gọi O là trung điểm của AC nên $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC): $AN \cap SO = I$ nên I là giao điểm của AN và (SBD). Trong (ABN) ta có $MN \cap BI = J$ nên J là giao điểm của MN với (SBD). Gọi K là trung điểm của SD. Suy ra $NK // DC // AB$ và $BI \cap SD = K$ hay B, I, J, K thẳng hàng. Khi đó $NK // BM$ và $NK = MA = BM$ và tứ giác $AKMN$ là hình bình hành. Xét hai tam giác đồng dạng ΔKJN và ΔBJM có $\frac{NK}{BM} = \frac{MJ}{NJ} = \frac{BJ}{JK} = 1$ suy ra J là trung điểm của MN và J là trung điểm của BK hay $BJ = JK$. Trong tam giác ΔSAC có I là trọng tâm của tam giác nên $\frac{NI}{IA} = \frac{1}{2}$. Do $AK // MN$ nên $\frac{IJ}{IK} = \frac{NI}{IA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IJ}{JK} = \frac{1}{3} = \frac{IJ}{BJ} \Rightarrow \frac{IJ}{BI} = \frac{1}{4}$ hay $\frac{IB}{IJ} = 4$.

Câu 74: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC. Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K. Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi $J = SO \cap MN$, $K = SA \cap PJ$ thì $K = SA \cap (MNP)$.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD nên J là trung điểm của SO.

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác SAO với cát tuyến là KP, ta có:

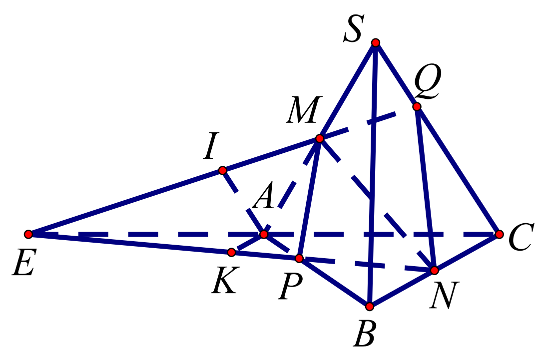
$$\frac{SK}{KA}.\frac{AP}{PO}.\frac{OJ}{JS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SK}{KA}.3.1 = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $\frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}$.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$. **B.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$. **C.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$. **D.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$.

Lời giải



Trong mặt phẳng (ABC): NP cắt AC tại E.

Trong mặt phẳng (SAC): EM cắt SC tại Q.

Ta có $Q \in EM \Rightarrow Q \in (MNP)$ mà $Q \in SC \Rightarrow Q$ là giao điểm của SC và (MNP).

Trong mặt phẳng (ABC) từ A kẻ đường thẳng song song với BC cắt EN tại K.

Theo Talet ta có $\frac{AK}{BN} = \frac{AP}{PB} = \frac{1}{2}$ mà $BN = NC \Rightarrow \frac{AK}{CN} = \frac{1}{2}$.

Theo Talet ta có $\frac{AK}{CN} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$.

Trong mặt phẳng (SAC) từ A kẻ đường thẳng song song với SC cắt EQ tại I.

Theo Talet ta có $\frac{AI}{QC}=\frac{AE}{EC}$ mà $\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AI}{QC}=\frac{1}{2} \Rightarrow AI=\frac{1}{2}QC \; (*)$.

Theo Talet ta có $\frac{AI}{SQ}=\frac{AM}{SM}$ mà $AM=SM \Rightarrow \frac{AI}{SQ}=1 \Rightarrow AI=SQ \; (**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$ ta có $SQ=\frac{1}{2}QC \Rightarrow \frac{SQ}{SC}=\frac{1}{3}$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 11: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

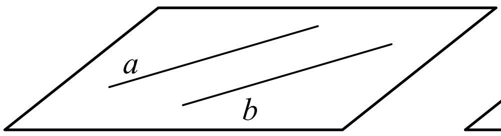
I. LÝ THUYẾT.

1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

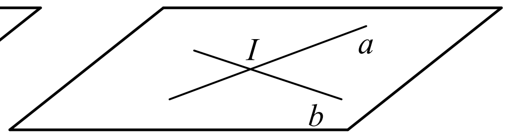
Cho hai đường thẳng *a* và *b* trong không gian.

- Nếu *a* và *b* cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói *a* và *b* đồng phẳng. Khi đó, *a* và *b* có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.
- Nếu *a* và *b* không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói *a* và *b* chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói *a* chéo với *b*, hoặc *b* chéo với *a*.

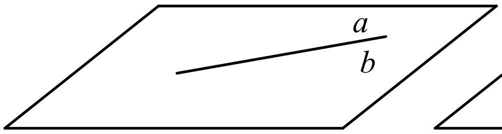
Do đó: Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Khi đó, giữa hai đường thẳng sẽ có 4 vị trí tương đối



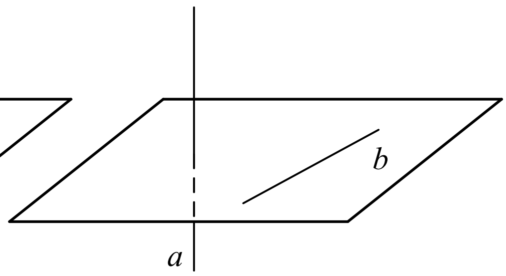
a song song b



a cắt b tại I



$a \equiv b$



a và b chéo nhau

Định nghĩa:

- Hai đường thẳng gọi là ***đồng phẳng*** nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.
- Hai đường thẳng gọi là ***chéo nhau*** nếu chúng không đồng phẳng.
- Hai đường thẳng gọi là ***song song*** nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.

2. TÍNH CHẤT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Tính chất 1:

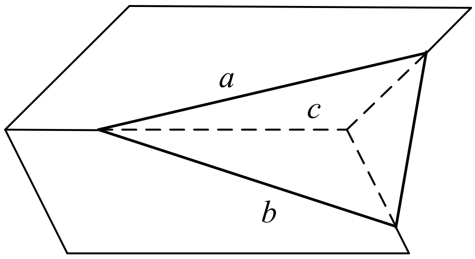
Trong không gian, qua một điểm không nằm trên một đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

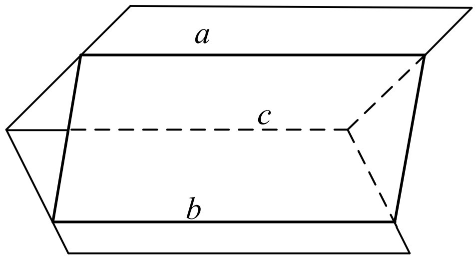
Tính chất 2:

Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Định lý:

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song.





☑ **Chú ý:**

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

1 PHƯƠNG PHÁP.

❶ Cách 1: Sử dụng tính chất đường trung bình, định lí Ta-let để chứng minh hai đường thẳng song song.

❷ Cách 2: Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.

❸ Cách 3: Áp dụng định lí giao tuyến của 3 mặt phẳng và hệ quả quả nó.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có $I; J$ lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD. Chứng minh rằng: $IJ // CD$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD. Chứng minh $MPNQ$ là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 3: Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

A. song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.

B. Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng song song khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.

D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

Câu 6: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Hai đường thẳng phân biệt có không quá một điểm chung.

B. Hai đường thẳng cắt nhau thì không song song với nhau.

C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

Câu 7: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng phân biệt thì chúng chéo nhau.

C. Hai đường thẳng nằm trong một mặt phẳng thì chúng không chéo nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

Câu 8: Mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Câu 9: Chọn mệnh đề **đúng**.

A. Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.

B. Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Câu 10: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 11: Cho $a; b$ là hai đường thẳng song song với nhau. Chọn khẳng định **sai** :

A. Hai đường thẳng a và b cùng nằm trong một mặt phẳng.

B. Nếu c là đường thẳng song song với a thì c song song hoặc trùng với b.

C. Mọi mặt phẳng cắt a đều cắt b.

D. Mọi đường thẳng cắt a đều cắt b.

Câu 12: Cho hai đường thẳng a và b. Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau ?

A. a và b không có điểm chung.

B. a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.

C. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.

D. a và b không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào.

Câu 13: Trong không gian, hai đường thẳng không đồng phẳng chỉ có thể :

A. Song song với nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Trùng nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 14: Trong không gian, nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng đó ?

A. Song song với nhau. **B.** Chéo nhau.

C. Cùng thuộc một mặt phẳng. **D.** Hoặc song song hoặc chéo nhau.

Câu 15: Mệnh đề nào sau đây là **sai** ? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng chéo nhau có thể là :

A. Hai đường thẳng chéo nhau. **B.** Hai đường thẳng cắt nhau.

C. Hai đường thẳng song song với nhau. **D.** Hai đường thẳng phân biệt.

Câu 16: Mệnh đề nào sau đây sai? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể là:

A. Hai đường thẳng cắt nhau.

B. Hai đường thẳng song song với nhau.

C. Hai đường thẳng trùng nhau.

D. Hai đường thẳng phân biệt.

Câu 17: Trong không gian, cho ba đường thẳng a; b; c. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **đúng**?

A. Nếu hai đường thẳng cùng chéo với một đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.

B. Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

C. Nếu $a \parallel b$ và b; c chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc cắt nhau.

D. Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau hoặc song song.

Câu 18: Cho các mệnh đề sau:

(I) Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.

(II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

(III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

(IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 19: Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Kết luận nào sau đây đúng?

A. Nếu c cắt a thì c cắt b.

B. Nếu c chéo a thì c chéo b.

C. Nếu c cắt a thì c chéo b.

D. Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b.

Câu 20: Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c, biết $a // b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c:

A. Trùng nhau hoặc chéo nhau.
B. Cắt nhau hoặc chéo nhau.
C. Chéo nhau hoặc song song.
D. Song song hoặc trùng nhau.

Câu 21: Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó

A. đồng quy.
B. tạo thành tam giác.
C. trùng nhau.
D. cùng song song với một mặt phẳng.

Câu 22: Cho một tứ diện. Số cặp đường thẳng chứa cạnh của tứ diện đó mà chéo nhau là?

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 23: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua đỉnh A, kẻ đường thẳng a song song với BD và qua đỉnh C kẻ đường thẳng b không song song với BD. Khi đó:

A. Đường thẳng a và đường thẳng b chéo nhau.
B. Đường thẳng a và đường thẳng b cắt nhau.
C. Đường thẳng a và đường thẳng b không có điểm chung.
D. Nếu a và b không chéo nhau thì chúng cắt nhau.

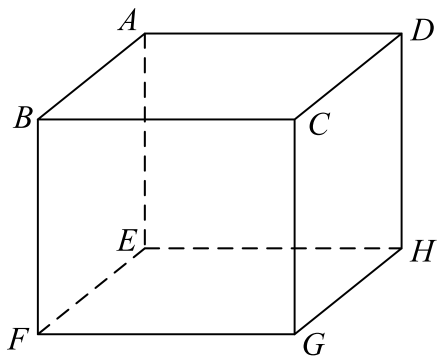
Câu 24: Cho hai đường thẳng a ;b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa b và c?

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. Đường thẳng MN.
B. Đường thẳng CM.
C. Đường thẳng DN.
D. Đường thẳng CD.

Câu 26: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. BG và HD chéo nhau.
B. BF và AD chéo nhau.
C. AB song song với HG.
D. CG cắt HE.

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Đường thẳng IJ song song với đường nào?

A. AB.
B. CD.
C. BC.
D. AD.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB ; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD. Xác định vị trí tương đối của MQ và NP.

A. MQ cắt NP.
B. $MQ // NP$.
C. $MQ \equiv NP$.
D. MQ, NP chéo nhau.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào?

A. BC. **B.** AC. **C.** SO. **D.** BD.

Câu 30: Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A, cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2$, $DD' = 4$. Tính CC'.

A. 6. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $GE//CD$. **B.** GE cắt AD.

C. GE cắt CD. **D.** GE và CD chéo nhau.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB. Mệnh đề nào sau đây đúng

A. Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang.

B. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

C. Bốn điểm M, N, P, Q không đồng phẳng.

D. Tứ giác $MNPQ$ không có các cặp cạnh đối nào song song.

Câu 33: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b. Khẳng định nào sau đây **đúng** khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Có thể song song hoặc cắt nhau. **B.** Cắt nhau.

C. Song song nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB. **B.** CD. **C.** $C'D'$. **D.** SC.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD. Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD ; ACD. Đường thẳng HG chéo với đưởng thẳng nào sau đây?

A. MN. **B.** CD. **C.** CN. **D.** AB.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC. Biết $AD = a, BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N. Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. MN song sonng với PQ. **B.** MN chéo với PQ.

C. MN cắt với PQ. **D.** MN trùng với PQ.

DẠNG 2: TIM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG

1 PHƯƠNG PHÁP.

❶ **Cách 1:** Tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.

❷ **Cách 2:** Nếu hai mặt phẳng (P) ; (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song a, b và có 1 điểm chung M thì $(P)\cap(Q)=Mx$ với $Mx//(a)//(b)$.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA, điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC.

1) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

2) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD).

3) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC).

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD, AB cắt CD tại K, điểm M thuộc cạnh SD.

1) Xác định giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC). Tìm giao điểm N của KM và (SBC).

2) Chứng minh rằng: AM, BN, (d) đồng quy.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 39: Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng sẽ :

A. Song song với hai đường thẳng đó.
B. Song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
C. Trùng với một trong hai đường thẳng đó.
D. Cắt một trong hai đường thẳng đó.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB). Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:

A. Cắt nhau. **B.** Chéo nhau. **C.** Song song. **D.** Có hai điểm chung.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi I là giao điểm của MQ và NP. Câu nào sau đây đúng?

A. $SI//AB$. **B.** $SI//AC$. **C.** $SI//AD$. **D.** $SI//BD$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau. **B.** $MN // CD$.

C. MN và SC cắt nhau. **D.** MN và CD chéo nhau.

Câu 43: Cho mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

B. Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.

C. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

D. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC. **B.** d qua S và song song với DC.

C. d qua S và song song với AB. **D.** d qua S và song song với BD.

Câu 45: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:

A. qua I và song song với AB. **B.** qua J và song song với BD.

C. qua G và song song với CD. **D.** qua G và song song với BC.

Câu 46: Cho ba mặt phẳng phân biệt (α), (β), (γ) có $(\alpha)\cap(\beta)=d_1$; $(\beta)\cap(\gamma)=d_2$; $(\alpha)\cap(\gamma)=d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3:

A. Đôi một cắt nhau. **B.** Đôi một song song.

C. Đồng quy. **D.** Đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC. **B.** Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).

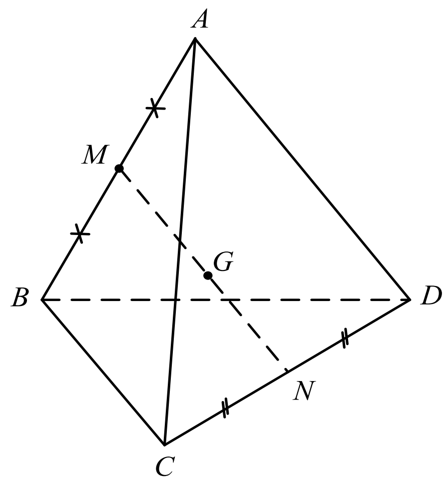
C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB). **D.** Tứ giác $IBCD$.

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC. Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (T) là hình chữ nhật. **B.** (T) là tam giác.

C. (T) là hình thoi. **D.** (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

Câu 49: Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (ABG) và mặt phẳng (CDG) là



A. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh BC và AD.
B. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AB và CD.
C. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AC và BD.
D. Đường thẳng CG.

Câu 50: Cho Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ $Sx;Sy$ lần lượt song song với AB, AD. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khi đó, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx.

B. Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng Sy.

C. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx.

D. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua AB và cắt cạnh SC tại M ở giữa S và C. Xác định giao tuyến d giữa mặt phẳng (α) và (SCD).

A. Đường thẳng d qua M song song với AC. **B.** Đường thẳng d qua M song song với CD.
C. Đường thẳng d trùng với MA. **D.** Đường thẳng d trùng với MD.

Câu 52: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, AC. E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

A. Tam giác MNE.
B. Tứ giác $MNEF$ với điểm F bất kỳ trên cạnh BD.
C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.
D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 11: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

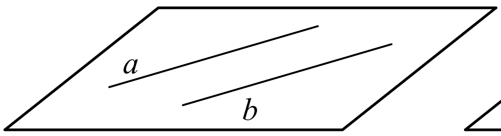
I. LÝ THUYẾT.

1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

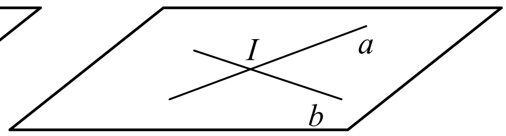
Cho hai đường thẳng *a* và *b* trong không gian.

- Nếu *a* và *b* cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói *a* và *b* đồng phẳng. Khi đó, *a* và *b* có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.
- Nếu *a* và *b* không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói *a* và *b* chéo nhau. Khi đó, ta cũng nói *a* chéo với *b*, hoặc *b* chéo với *a*.

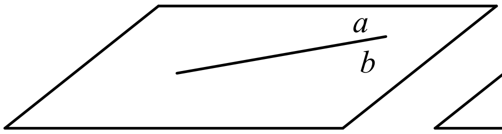
Do đó: Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Khi đó, giữa hai đường thẳng sẽ có 4 vị trí tương đối



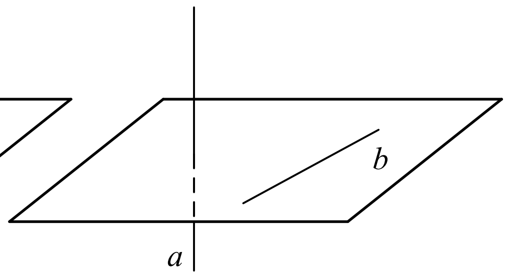
a song song b



a cắt b tại I



$a \equiv b$



a và b chéo nhau

<u>Định nghĩa:</u>

- Hai đường thẳng gọi là ***đồng phẳng*** nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.
- Hai đường thẳng gọi là ***chéo nhau*** nếu chúng không đồng phẳng.
- Hai đường thẳng gọi là ***song song*** nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.

2. TÍNH CHẤT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Tính chất 1:

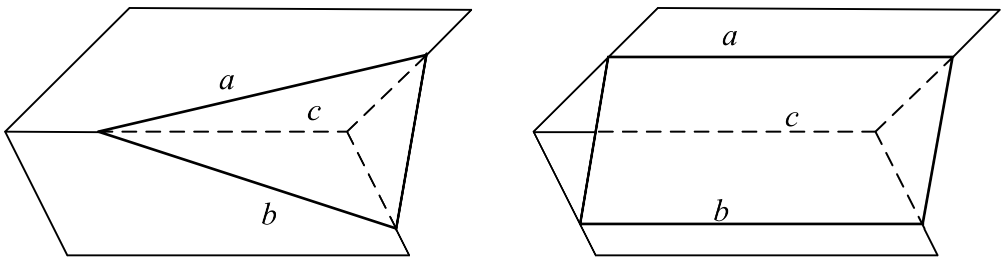
Trong không gian, qua một điểm không nằm trên một đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

Tính chất 2:

Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Định lý:

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song.



☑ **Chú ý:**

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

1 PHƯƠNG PHÁP.

❶ Cách 1: Sử dụng tính chất đường trung bình, định lí Ta-let để chứng minh hai đường thẳng song song.

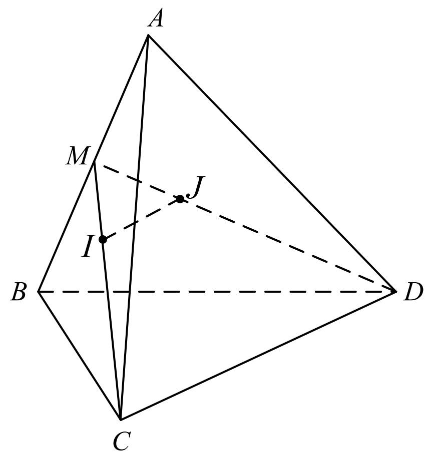
❷ Cách 2: Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.

❸ Cách 3: Áp dụng định lí giao tuyến của 3 mặt phẳng và hệ quả quả nó.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có I; J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD. Chứng minh rằng: $IJ//CD$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB

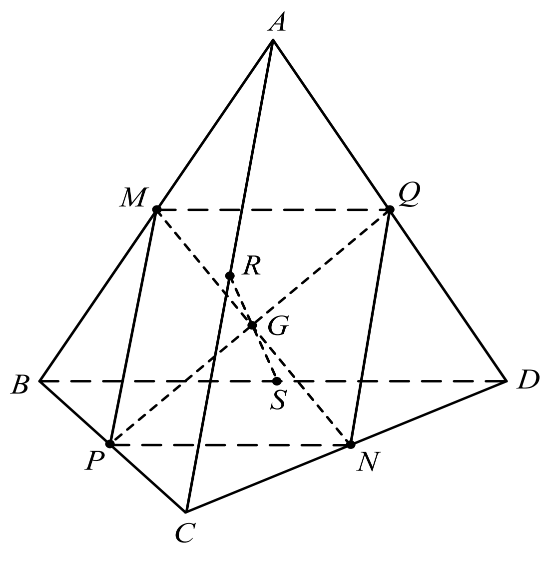
Xét tam giác ABC có: $\dfrac{MI}{MC}=\dfrac{1}{3}$

Xét tam giác ABD có: $\dfrac{MJ}{MD}=\dfrac{1}{3}$

Do $\dfrac{MI}{MC}=\dfrac{MJ}{MD}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow IJ//CD$

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD. Chứng minh $MPNQ$ là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.

Lời giải



Ta có: MQ là đường trung bình của tam giác ABD $\Rightarrow \begin{cases} MQ//DB \\ MQ=\dfrac{1}{2}BD \end{cases}$ (1)

NP là đường trung bình của tam giác BCD $\Rightarrow \begin{cases} PN//BD \\ PN=\dfrac{1}{2}BD \end{cases}$ (2)

Từ $(1);(2) \Rightarrow PN//QM$ và $PN = QM$

Vậy $MPNQ$ là hình bình hành.

$\Rightarrow MN$ và PQ cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đường.

Chứng minh tương tự, ta có: $QRPS$ là hình bình hành

$\Rightarrow QP$ và RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đường.

Vậy MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 3: Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

A. song song. **B.** chéo nhau. **C.** cắt nhau. **D.** trùng nhau.

Lời giải

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
B. Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng song song khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

Lời giải

Câu 5: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

Lời giải

Câu 6: Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Hai đường thẳng phân biệt có không quá một điểm chung.
B. Hai đường thẳng cắt nhau thì không song song với nhau.
C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

Lời giải

Câu 7: Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng phân biệt thì chúng chéo nhau.
C. Hai đường thẳng nằm trong một mặt phẳng thì chúng không chéo nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

Lời giải

Câu 8: Mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

Lời giải

Câu 9: Chọn mệnh đề **đúng**.
A. Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.
B. Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Câu 10: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b?
A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Câu 11: Cho $a; b$ là hai đường thẳng song song với nhau. Chọn khẳng định **sai** :
A. Hai đường thẳng a và b cùng nằm trong một mặt phẳng.
B. Nếu c là đường thẳng song song với a thì c song song hoặc trùng với b.
C. Mọi mặt phẳng cắt a đều cắt b.
D. Mọi đường thẳng cắt a đều cắt b.

Lời giải

Câu 12: Cho hai đường thẳng a và b. Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau ?
A. a và b không có điểm chung.
B. a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.
C. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.
D. a và b không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào.

Lời giải

Câu 13: Trong không gian, hai đường thẳng không đồng phẳng chỉ có thể :
A. Song song với nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Trùng nhau. **D.** Chéo nhau.

Lời giải

Câu 14: Trong không gian, nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng đó ?
A. Song song với nhau. **B.** Chéo nhau.
C. Cùng thuộc một mặt phẳng. **D.** Hoặc song song hoặc chéo nhau.

Lời giải

Câu 15: Mệnh đề nào sau đây là **sai** ? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng chéo nhau có thể là :
A. Hai đường thẳng chéo nhau. **B.** Hai đường thẳng cắt nhau.
C. Hai đường thẳng song song với nhau. **D.** Hai đường thẳng phân biệt.

Lời giải

Câu 16: Mệnh đề nào sau đây sai? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể là:

A. Hai đường thẳng cắt nhau.
B. Hai đường thẳng song song với nhau.
C. Hai đường thẳng trùng nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt.

Lời giải

Câu 17: Trong không gian, cho ba đường thẳng a; b; c. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **đúng**?
A. Nếu hai đường thẳng cùng chéo với một đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.
B. Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
C. Nếu $a // b$ và b; c chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc cắt nhau.
D. Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau hoặc song song.

Lời giải

Câu 18: Cho các mệnh đề sau:
(I) Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.

(II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

(III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

(IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Câu 19: Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b. Kết luận nào sau đây đúng?
A. Nếu c cắt a thì c cắt b.
B. Nếu c chéo a thì c chéo b.
C. Nếu c cắt a thì c chéo b.
D. Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b.

Lời giải

Câu 20: Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c, biết $a // b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c:
A. Trùng nhau hoặc chéo nhau. **B.** Cắt nhau hoặc chéo nhau.
C. Chéo nhau hoặc song song. **D.** Song song hoặc trùng nhau.

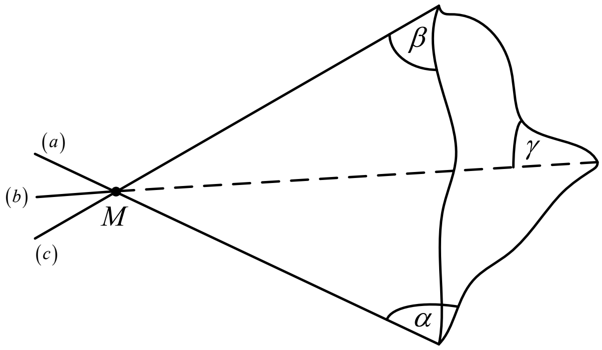
Lời giải

Chọn B

Giả sử $b // c \Rightarrow c // a$. **Chọn B**

Câu 21: Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó
A. đồng quy. **B.** tạo thành tam giác.
C. trùng nhau. **D.** cùng song song với một mặt phẳng.

Lời giải



Đặt $(\alpha)\equiv(a;b)$; $(\beta)\equiv(a;c)$; $(\gamma)\equiv(b;c)$

Ta thấy, ba mặt phẳng $(\alpha);(\beta);(\gamma)$ cắt nhau theo ba giáo tuyến phân biệt và ba giao tuyến (a) ; (b) ;(c) đôi một cắt nhau nên chúng đồng quy tại M .

Câu 22: Cho một tứ diện. Số cặp đường thẳng chứa cạnh của tứ diện đó mà chéo nhau là?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Câu 23: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua đỉnh A, kẻ đường thẳng a song song với BD và qua đỉnh C kẻ đường thẳng b không song song với BD. Khi đó:

A. Đường thẳng a và đường thẳng b chéo nhau.

B. Đường thẳng a và đường thẳng b cắt nhau.

C. Đường thẳng a và đường thẳng b không có điểm chung.

D. Nếu a và b không chéo nhau thì chúng cắt nhau.

Lời giải

Câu 24: Cho hai đường thẳng a ;b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa b và c?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

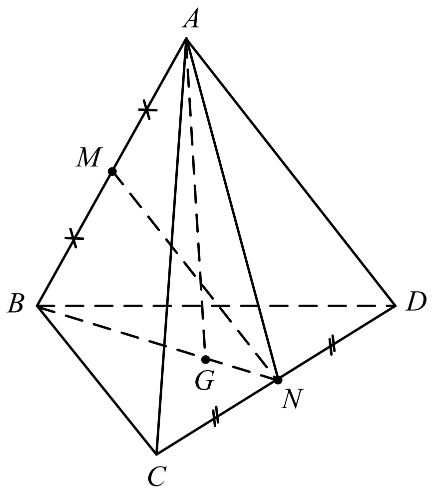
Lời giải

Nếu $c \,//\, b$ thì $a \,//\, b$ $\Rightarrow$ c cắt b hoặc c và b chéo nhau.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

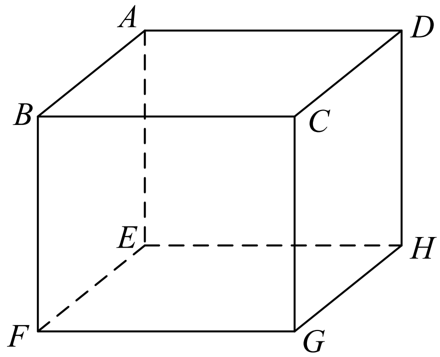
A. Đường thẳng MN. **B.** Đường thẳng CM. **C.** Đường thẳng DN. **D.** Đường thẳng CD.

Lời giải



Do AG và MN cùng nằm trong mặt phẳng (ABN) nên hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 26: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. BG và HD chéo nhau.
B. BF và AD chéo nhau.
C. AB song song với HG.
D. CG cắt HE.

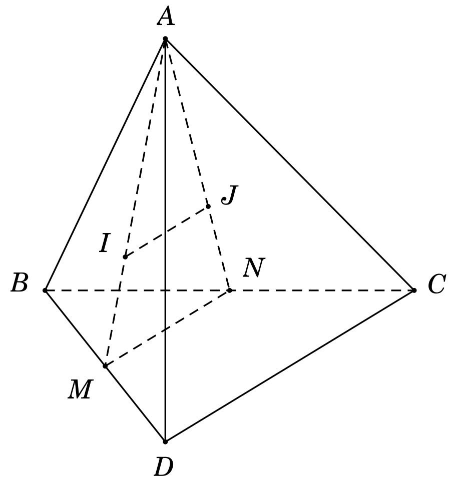
Lời giải

Do CG và HE không cùng nằm trong một mặt phẳng nên hai đường thẳng này chéo nhau.

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Đường thẳng IJ song song với đường nào?

A. AB.
B. CD.
C. BC.
D. AD.

Lời giải



Gọi N, M lần lượt là trung điểm của BC, BD.

$\Rightarrow$ MN là đường trung bình của tam giác BCD $\Rightarrow MN \,//\, CD$ (1)

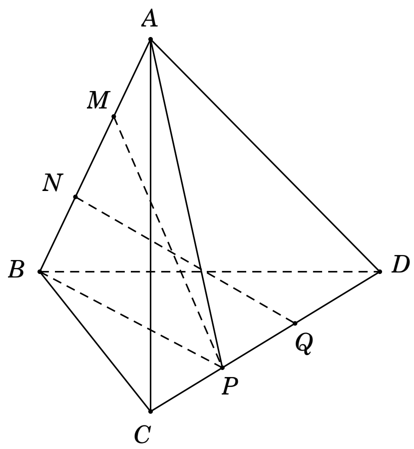
$J; I$ lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD $\Rightarrow \dfrac{AI}{AM} = \dfrac{AJ}{AN} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow IJ \,//\, MN$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $IJ \,//\, CD$. **Chọn B**

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD. Xác định vị trí tương đối của MQ và NP.

A. MQ cắt NP. **B.** $MQ \,//\, NP$. **C.** $MQ \equiv NP$. **D.** MQ, NP chéo nhau.

Lời giải



Xét mặt phẳng (ABP).

Ta có: M, N thuộc $AB \Rightarrow M, N$ thuộc mặt phẳng (ABP).

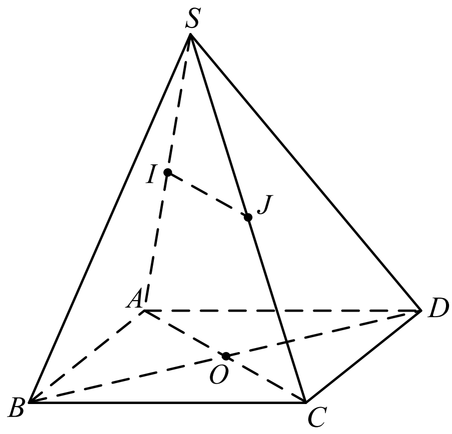
Mặt khác: $CD \cap (ABP) = P$.

Mà: $Q \in CD \Rightarrow Q \notin (ABP) \Rightarrow M, N, P, Q$ không đồng phẳng $\Rightarrow$ MQ và NP chéo nhau.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào?

A. BC. **B.** AC. **C.** SO. **D.** BD.

Lời giải

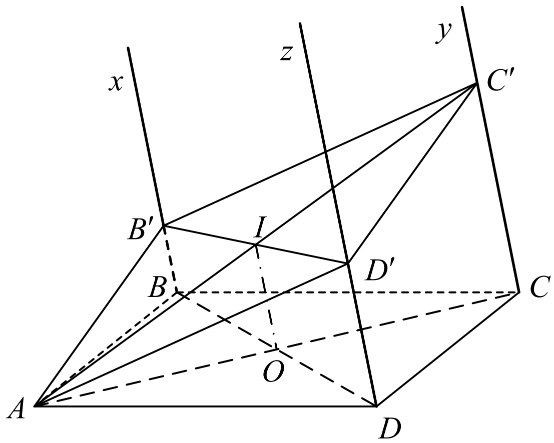


Dễ dàng thấy được: IJ là đường trung bình của tam giác SAC $\Rightarrow IJ \parallel AC$.

Câu 30: Trong mặt phẳng (P), cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A, cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2$, $DD' = 4$. Tính CC'.

A. 6. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải



Ta có: $AB'C'D'$ là hình bình hành.

$AC' \cap BD' = I$ và $AC \cap BD = O$ $\Rightarrow OI$ là đường trung bình của tam giác ACC'
$\Rightarrow CC' = 2OI$.

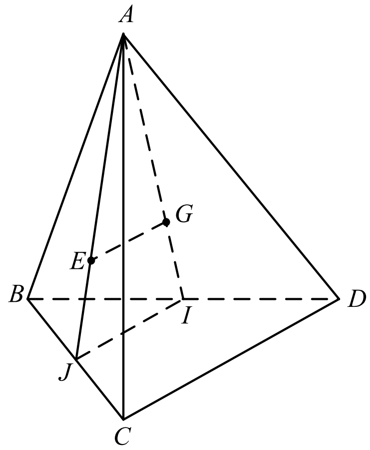
$BB'D'D$ là hình thang có OI là đường trung bình $\Rightarrow OI = \dfrac{BB' + DD'}{2} = 3$.

Vậy $CC' = 6$.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $GE // CD$. **B.** GE cắt AD.
C. GE cắt CD. **D.** GE và CD chéo nhau.

Lời giải



Ta có: $\frac{AG}{AI} = \frac{AE}{AJ} = \frac{2}{3} \Rightarrow EG // IJ$

Mà $IJ // CD$

$\Rightarrow EG // CD$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB. Mệnh đề nào sau đây đúng

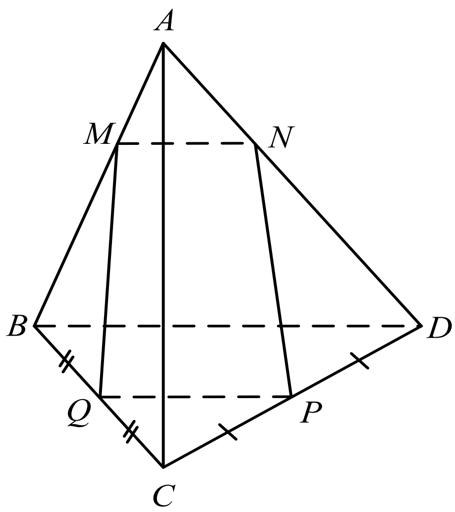
A. Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang.

B. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

C. Bốn điểm M, N, P, Q không đồng phẳng.

D. Tứ giác $MNPQ$ không có các cặp cạnh đối nào song song.

Lời giải



Xét tam giác ABD có : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN // BD$

Xét tam giác BCD có : PQ là đường trung bình của tam giác $\Rightarrow PQ \,//\, BD$

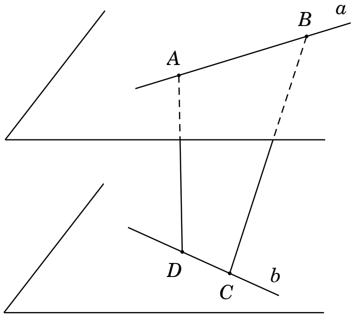
Vậy $PQ \,//\, MN \Rightarrow MNPQ$ là hình thang.

Câu 33: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b. Khẳng định nào sau đây **đúng** khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Có thể song song hoặc cắt nhau. **B.** Cắt nhau.

C. Song song nhau. **D.** Chéo nhau.

Lời giải



Theo giả thiết, a và b chéo nhau $\Rightarrow$ a và b không đồng phẳng.

Giả sử AD và BC đồng phẳng.

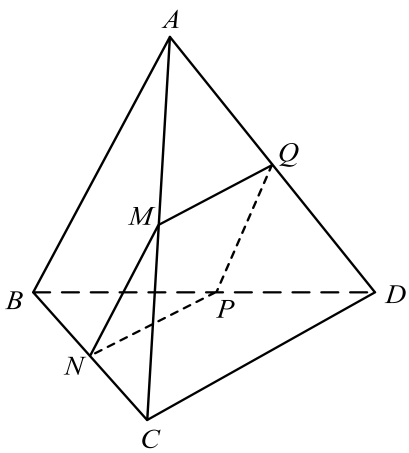
• Nếu $AD \cap BC = I \Rightarrow I \in (ABCD) \Rightarrow I \in (a;b)$. Mà a và b không đồng phẳng, do đó, không tồn tại điểm I.

• Nếu $AD \,//\, BC \Rightarrow$ a và b đồng phẳng.

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau. Cho tứ diện $ABCD$ với M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, BC, BD, AD. Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$. **B.** $BC = AD$. **C.** $AC = BD$. **D.** $AB = CD$.

Lời giải



Xét tam giác ABC có: $MN = \frac{1}{2}AB$

Xét tam giác ABD có: $PQ = \frac{1}{2}AB$

$\Rightarrow MN = PQ$

Chứng minh tương tự, ta có: $MQ = NP$

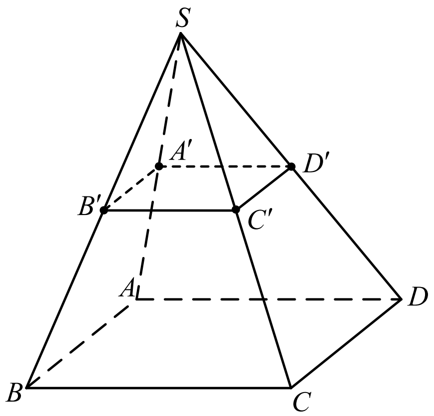
Vậy $MNPQ$ là hình bình hành

Để $MNPQ$ là hình thoi $\Leftrightarrow MN = NP \Leftrightarrow AB = CD$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?

A. AB. **B.** CD. **C.** $C'D'$. **D.** SC.

Lời giải

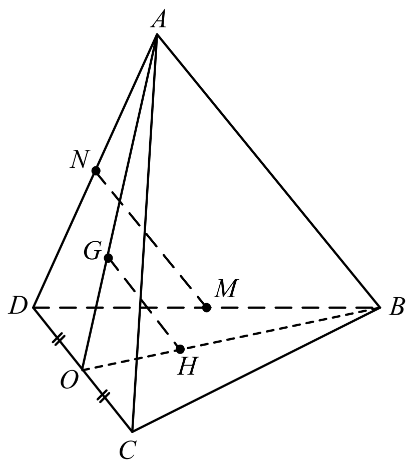


Do $A'B'$ và SC không đồng phẳng nên $A'B'$ và SC không song song nhau.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD. Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD; ACD. Đường thẳng HG chéo với đưởng thẳng nào sau đây?

A. MN. **B.** CD. **C.** CN. **D.** AB.

Lời giải



Do $\dfrac{OG}{OA} = \dfrac{OH}{OB} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow HG \,//\, AB$

Xét tam giác ABD có: $MN \,//\, AB \Rightarrow HG \,//\, MN$

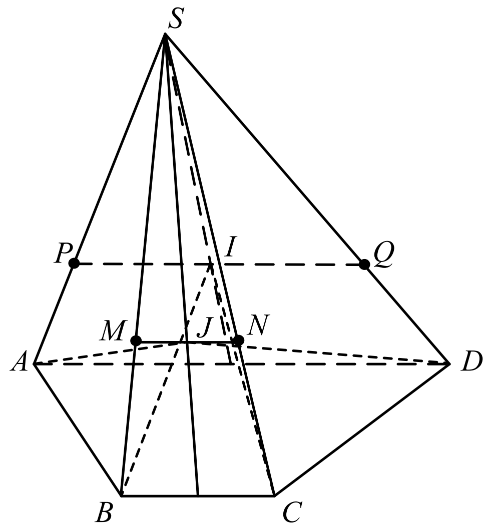
Lại có: $HG \cap CN = G$

Vậy HG và CD chéo nhau.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC. Biết $AD = a, BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N. Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. MN song sonng với PQ.
B. MN chéo với PQ.
C. MN cắt với PQ.
D. MN trùng với PQ.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} MN = (ADJ) \cap (SBC) \\ AD \subset (JAD);\ BC \subset (SBC) \Rightarrow MN \parallel AD \parallel BC \\ AD \parallel BC \end{cases}$

Tương tự: $\begin{cases} PQ = (IBC) \cap (SAD) \\ AD \subset (SAD);\ BC \subset (IBC) \Rightarrow PQ \parallel AD \parallel BC \\ AD \parallel BC \end{cases}$

Vậy $MN \parallel PQ$.

DẠNG 2: TIM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG

1 PHƯƠNG PHÁP.

❶ **Cách 1:** Tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.

❷ **Cách 2:** Nếu hai mặt phẳng (P); (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song a, b và có 1 điểm chung M thì $(P) \cap (Q) = Mx$ với $Mx // (a) // (b)$.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

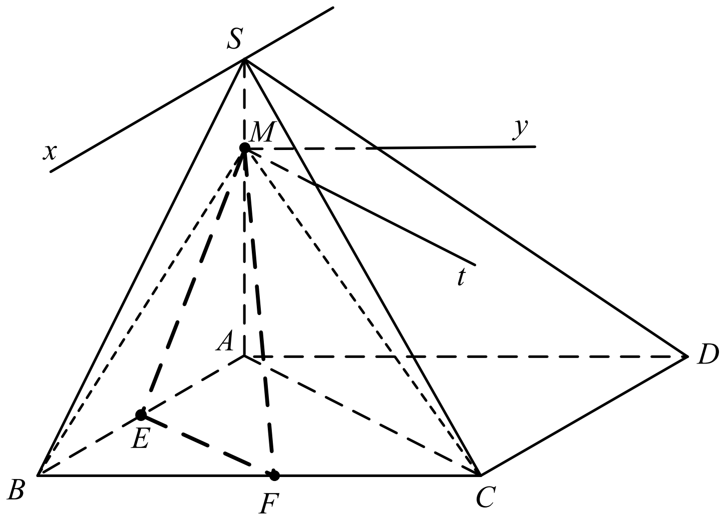
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA, điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC.

1) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

2) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD).

3) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC).

Lời giải



1) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)

Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB)\,;\, CD \subset (SCD) \\ AB // CD \end{cases} \Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD)$ với $Sx // AB // CD$

2) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD)

Lại có : $\begin{cases} M \in SA \subset (SAD) \\ M \in (MBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (MBC) \cap (SAD)$

Ta có : $\begin{cases} M \in (MBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (SBC)\,;\, AD \subset (SAD) \\ BC // AD \end{cases} \Rightarrow My = (MBC) \cap (SAD)$ với $My // BC // AD$

3) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC).

Ta có : $\begin{cases} M \in SA \subset (SAC) \\ M \in (MEF) \end{cases} \Rightarrow M \in (MEF) \cap (SAC)$

Xét tam giác ABC có: EF là đường trung bình của tam giác $\Rightarrow EF // AC$

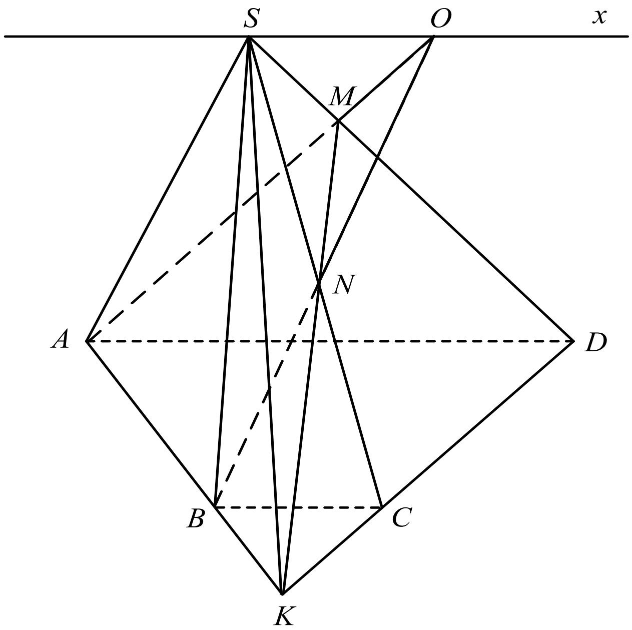
Do $\begin{cases} M \in (MEF) \cap (SAC) \\ EF \subset (MEF)\,;\, AC \subset (SAC) \\ EF // AC \end{cases} \Rightarrow Mt = (MEF) \cap (SAC)$ với $EF // AC // Mt$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD, AB cắt CD tại K, điểm M thuộc cạnh SD.

1) Xác định giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC). Tìm giao điểm N của KM và (SBC).

2) Chứng minh rằng: AM, BN, (d) đồng quy.

Lời giải



<u>1) Xác định giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC). Tìm giao điểm N của KM và (SBC)</u>

Ta có: $\begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD)\,;\, BC \subset (SBC) \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow Sx = (SAD) \cap (SBC)$ với $Sx // AD // BC$

$\Rightarrow (d) \equiv Sx$

Trong (SCD) gọi $N = KM \cap SC \Rightarrow \begin{cases} N \in KM \\ N \in SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow N = KM \cap (SBC)$

2) Chứng minh rằng: AM, BN, (d) đồng quy

Ta có: $(d) = (SAD) \cap (SBC)$

Trong (AMK) gọi O là giao điểm của AM và BN

$$\Rightarrow \begin{cases} O \in AM \subset (SAD) \\ O \in BN \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow O \in (d)$$

Vậy ba đường thẳng (d); BN; AM đồng quy tại O.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 39: Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng sẽ :

A. Song song với hai đường thẳng đó.

B. Song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

C. Trùng với một trong hai đường thẳng đó.

D. Cắt một trong hai đường thẳng đó.

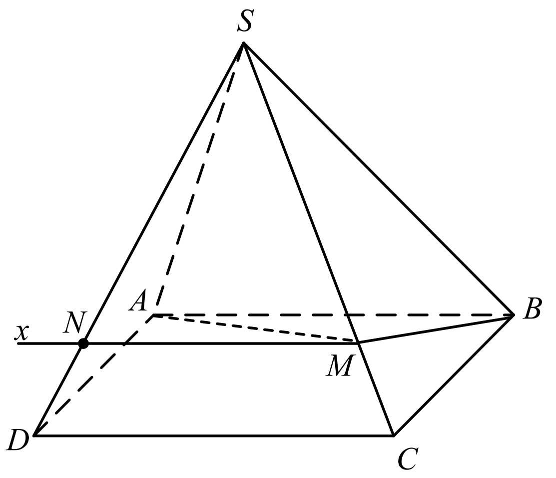
Lời giải

Chọn A

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB). Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:

A. Cắt nhau. **B.** Chéo nhau. **C.** Song song. **D.** Có hai điểm chung.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} M \in (MAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (MAB); CD \subset (SCD) \\ AB \,//\, CD \end{cases} \Rightarrow Mx = (MAB) \cap (SCD)$ với $Mx \,//\, CD \,//\, AB$

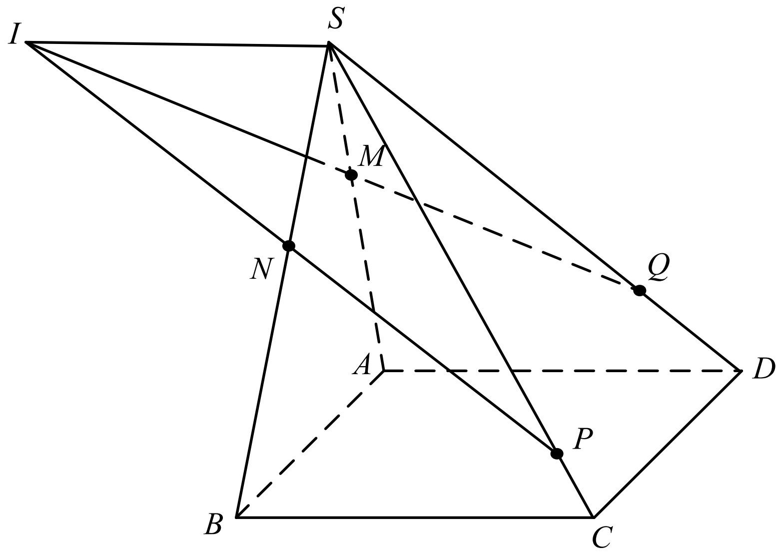
Gọi $N = Mx \cap SD$ trong (SCD) $\Rightarrow N = SD \cap (MAB)$

Vậy MN song song với CD.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi I là giao điểm của MQ và NP. Câu nào sau đây đúng?

A. $SI // AB$. **B.** $SI // AC$. **C.** $SI // AD$. **D.** $SI // BD$.

Lời giải



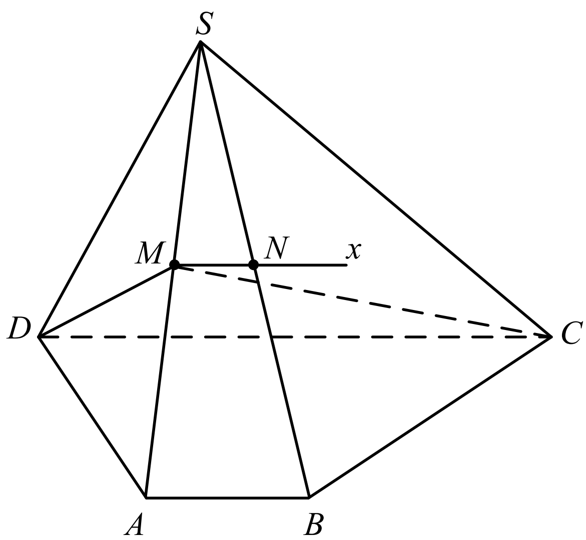
Ta có: $SI=(SBC)\cap(SAD)$

Do $\begin{cases} SI=(SAD)\cap(SBC) \\ AD\subset(SAD);\ BC\subset(SBC) \\ AD\parallel BC \end{cases} \Rightarrow SI\parallel BC\parallel AD$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. MN và SD cắt nhau.
B. $MN\parallel CD$.
C. MN và SC cắt nhau.
D. MN và CD chéo nhau.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} MN=(MCD)\cap(SAB) \\ CD\subset(MCD)\ ;\ AB\subset(SAB) \\ CD\parallel AB \end{cases} \Rightarrow MN\parallel CD\parallel AB$.

Câu 43: Cho mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

B. Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.

C. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

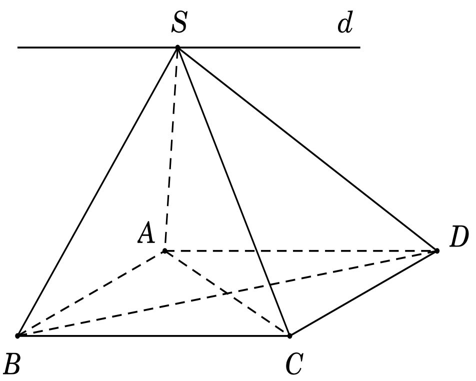
D. Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

Lời giải

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC.
B. d qua S và song song với DC.
C. d qua S và song song với AB.
D. d qua S và song song với BD.

Lời giải

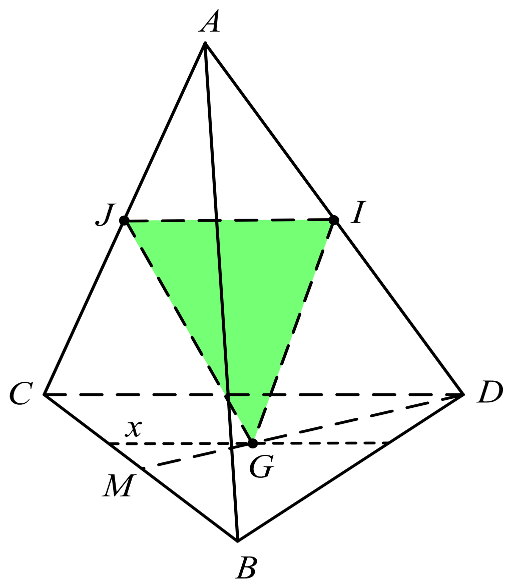


Ta có $\begin{cases} (SAD)\cap(SBC)=S \\ AD\subset(SAD), BC\subset(SBC) \\ AD \,//\, BC \end{cases} \longrightarrow (SAD)\cap(SBC)=Sx \,//\, AD \,//\, BC$.

Câu 45: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:

A. qua I và song song với AB.
B. qua J và song song với BD.
C. qua G và song song với CD.
D. qua G và song song với BC.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} (GIJ)\cap(BCD)=G \\ IJ\subset(GIJ), CD\subset(BCD) \\ IJ\parallel CD \end{cases} \longrightarrow (GIJ)\cap(BCD)=Gx\parallel IJ\parallel CD.$

Câu 46: Cho ba mặt phẳng phân biệt (α), (β), (γ) có $(\alpha)\cap(\beta)=d_1$; $(\beta)\cap(\gamma)=d_2$; $(\alpha)\cap(\gamma)=d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3:

A. Đôi một cắt nhau. **B.** Đôi một song song.
C. Đồng quy. **D.** Đôi một song song hoặc đồng quy.

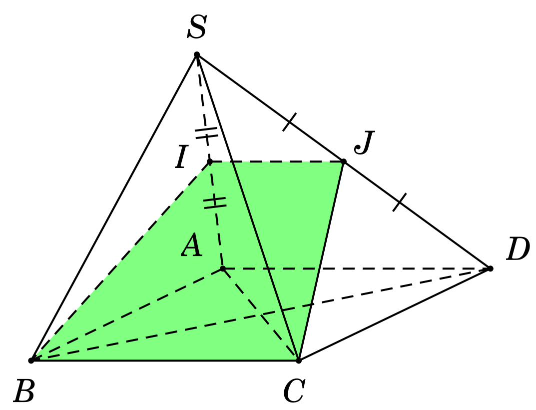
Lời giải

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyền ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

A. Tam giác IBC. **B.** Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).
C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB). **D.** Tứ giác $IBCD$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} I \in (IBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (IBC), AD \subset (SAD) \longrightarrow (IBC) \cap (SAD) = Ix \parallel BC \parallel AD \\ BC \parallel AD \end{cases}$

Trong mặt phẳng (SAD): $Ix \parallel AD$, gọi $Ix \cap SD = J \longrightarrow IJ \parallel BC$

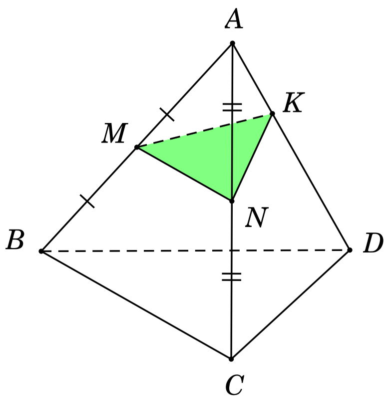
Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là hình thang $IBCJ$.

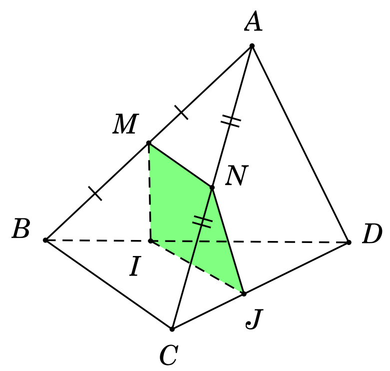
Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC. Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (T) là hình chữ nhật. **B.** (T) là tam giác.

C. (T) là hình thoi. **D.** (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

Lời giải





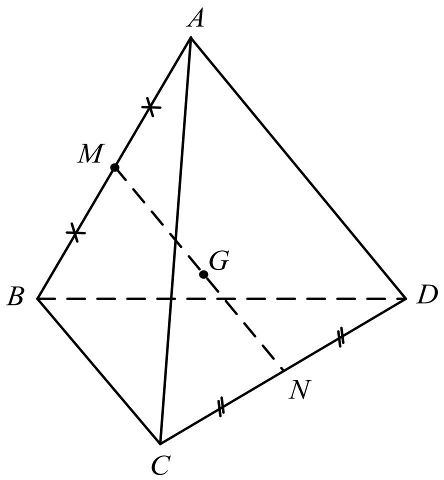
Trường hợp $(\alpha) \cap AD = K$

$\longrightarrow (T)$ là tam giác MNK. Do đó A và C sai.

Trường hợp $(\alpha) \cap (BCD) = IJ$, với $I \in BD, J \in CD$; I, J không trùng D.

$\longrightarrow (T)$ là tứ giác.

Câu 49: Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (ABG) và mặt phẳng (CDG) là

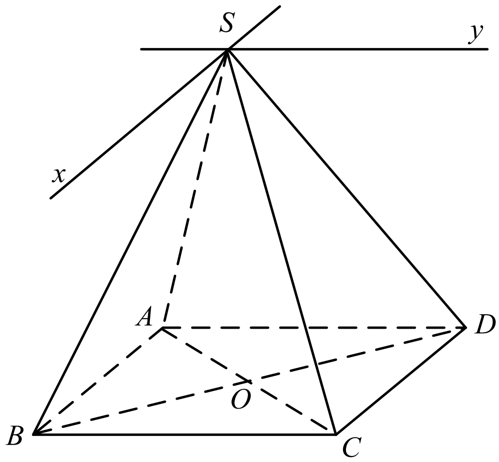


A. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh BC và AD.
B. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AB và CD.
C. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AC và BD.
D. Đường thẳng CG.

Lời giải

Câu 50: Cho Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ $Sx;Sy$ lần lượt song song với AB, AD. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Khi đó, khẳng định nào dưới đây đúng?
A. Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx.
B. Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng Sy.
C. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx.
D. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx.

Lời giải

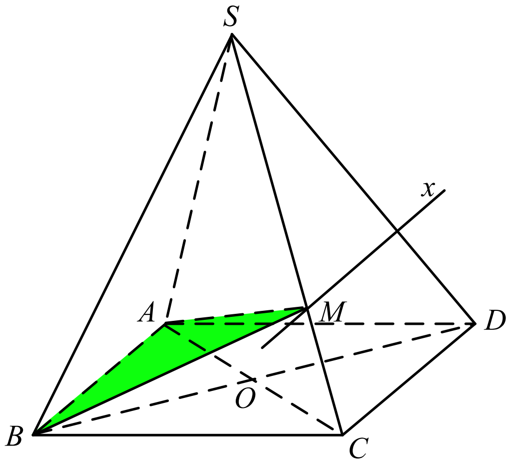


Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB);\ CD \subset (SCD) \\ AB \,//\, CD \end{cases} \Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD)$ với $Sx \,//\, AB \,//\, CD$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua AB và cắt cạnh SC tại M ở giữa S và C. Xác định giao tuyến d giữa mặt phẳng (α) và (SCD).

A. Đường thẳng d qua M song song với AC. **B.** Đường thẳng d qua M song song với CD.
C. Đường thẳng d trùng với MA. **D.** Đường thẳng d trùng với MD.

Lời giải



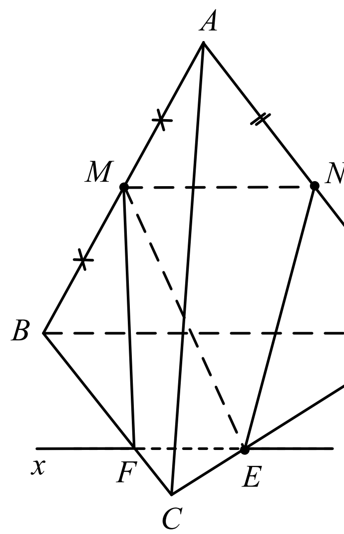
Ta có : $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SCD) \\ AB \subset (\alpha) ; CD \subset (SCD) \\ AB \,//\, CD \end{cases} \Rightarrow Mx = (SCD) \cap (\alpha)$ với $Mx \,//\, AB \,//\, CD$

Vậy $Mx \equiv (d)$.

Câu 52: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, AC. E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

A. Tam giác MNE.
B. Tứ giác $MNEF$ với điểm F bất kỳ trên cạnh BD.
C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \,//\, BC$.
D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \,//\, BC$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE);\ BD \subset (BCD) \\ MN \parallel BD \end{cases} \Rightarrow Ex = (MNE) \cap (BCD)$ với $Ex \parallel BD \parallel MN$

Trong (BCD): gọi $F = Ex \cap BC \Rightarrow EF = (BCD) \cap (MNE)$

Mặt khác: $\begin{cases} MN = (MNE) \cap (ABD) \\ NE = (MNE) \cap (ACD) \\ MF = (MNE) \cap (ABC) \end{cases}$

Vậy thiết diện của mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình thang $MNEF$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 11: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.
D. Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b?

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Câu 3: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng không song song thì cắt nhau.
D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
Trong không gian:

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng không song song, không cắt nhau thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

Câu 5: Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định **sai**?
Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.

Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.

Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.

Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6: Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. b và c chéo nhau. **B.** b và c cắt nhau.
C. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau. **D.** b và c song song với nhau.

Câu 7: Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2. Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là?

A. Chéo nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Song song. **D.** trùng nhau.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Câu 9: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Nếu (β) chứa a và cắt (β) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng

A. cắt nhau. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** song song với nhau.

Câu 10: Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. AB và CD cắt nhau. **B.** AB và CD chéo nhau.
C. AB và CD song song. **D.** Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau
B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song
C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau
D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau

Câu 12: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b. Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Cắt nhau. **B.** Song song nhau.
C. Có thể song song hoặc cắt nhau. **D.** Chéo nhau.

Câu 13: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó a song song với b. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng a và b.
B. Nếu b song song với c thì a song song với c.
C. Nếu điểm A thuộc a và điểm B thuộc b thì ba đường thẳng a, b và AB cùng ở trên một mặt phẳng.
D. Nếu c cắt a thì c cắt b.

Câu 14: Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a. Vị trí tương đối của a và b là

A. chéo nhau. **B.** cắt nhau. **C.** song song với nhau. **D.** trùng nhau.

Câu 15: Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M không thuộc a cũng không thuộc b. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 16: Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a // b$. **B.** a, b không có điểm chung.
C. a, b cắt nhau. **D.** a, b chéo nhau.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
D. Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?
A. AC. **B.** BC. **C.** SO. **D.** BD.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ và G, K lần lượt là trong tâm tam giác SAB, SBC. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $GK // AB$. **B.** $GK // BC$. **C.** $GK // AC$. **D.** $GK // SB$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA và SD. Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?
A. MP và RT. **B.** MQ và RT. **C.** MN và RT. **D.** PQ và RT.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi $G_1; G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB; \Delta SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?
A. CD. **B.** BD. **C.** AD. **D.** AB.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào **không** song song với G_1G_2?
A. AD. **B.** BC. **C.** SA. **D.** MN.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Đường thẳng **không** song song với $A'B'$ là
A. $C'D'$. **B.** AB. **C.** CD. **D.** SC.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $MN // CD$. **B.** $MN // AD$. **C.** $MN // BD$. **D.** $MN // CA$.

Câu 25: Cho hình chóp S.$ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O, I là trung điểm của SC, xét các mệnh đề: Đường thẳng IO song song với SA.

Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD).

Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm ΔABC và ΔABD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. IJ song song với CD. **B.** IJ song song với AB.
C. IJ chéo nhau với CD. **D.** IJ cắt AB.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD = 2BC$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD. GG' song song với đường thẳng

A. AB. **B.** AC. **C.** BD. **D.** SC.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. GE và CD chéo nhau. **B.** $GE//CD$.
C. GE cắt AD. **D.** GE cắt CD.

Câu 29: Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy điểm M tùy ý trên cạnh AD $(M \neq A, D)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt BD, DC tại N, P. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $MN//AC$. **B.** $MP//AC$. **C.** $MP//(ABC)$. **D.** $NP//BC$.

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng:

A. CM trong đó M là trung điểm BD. **B.** AC.
C. DB. **D.** CD.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Khi đó tỉ số $\dfrac{SI}{CD}$ bằng

A. 1 **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$ **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD. Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD. Khi đó

A. $SA = 3SD$. **B.** $SA = 2SD$. **C.** $SA = SD$. **D.** $2SA = 3SD$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\dfrac{GM}{GN}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của $mp(PQR)$ và cạnh AD. Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR//AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $AS = 3DS$. **B.** $AD = 3DS$. **C.** $AD = 2DS$. **D.** $AS = DS$.

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm của AB và BC. N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN = 2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN). Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

A. $\frac{PA}{PD} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{PA}{PD} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{PA}{PD} = \frac{3}{2}$. **D.** $\frac{PA}{PD} = 2$.

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP). Tính $\frac{QC}{QA}$.

A. $\frac{QC}{QA} = \frac{3}{2}$. **B.** $\frac{QC}{QA} = \frac{5}{2}$. **C.** $\frac{QC}{QA} = 2$. **D.** $\frac{QC}{QA} = \frac{1}{2}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính $\frac{SH}{SC}$

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng $(SBC), (SCA), (SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C'. Khi đó tổng tỉ số $T = \frac{OA'}{SA} + \frac{OB'}{SB} + \frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

A. $T = 3$. **B.** $T = \frac{3}{4}$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = \frac{1}{3}$.

DẠNG 3. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG ĐỂ TÌM GIAO TUYẾN

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là

A. đường thẳng CI, với $I = MN \cap BD$. **B.** đường thẳng MN.
C. đường thẳng BD. **D.** đường thẳng d đi qua C và $d//BD$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD//BC$. Gọi M là trung điểm của SC. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MAD). Kết luận nào sau đây **sai**.

A. d cắt SB. **B.** $d//AD$.
C. d cắt SA. **D.** d và AC chéo nhau.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA, gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$, $d=(\alpha)\cap(SAB)$. Khi đó

A. d là đường thẳng đi qua M và song song với AD.
B. d là đường thẳng đi qua M và song song với BC.
C. d là đường thẳng đi qua M và song song với AC.
D. d là đường thẳng đi qua M và song song với AB.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng qua S và song song với AD. **B.** Đường thẳng qua S và song song với CD.
C. Đường SO với O là tâm hình bình hành. **D.** Đường thẳng qua S và cắt AB.

Câu 44: Cho $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(SAD)\cap(SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với AC.

B. $(SAB)\cap(SAD)=SA$.

C. $(SBC)\parallel AD$.

D. SA và CD chéo nhau.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CB. Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

A. AD. **B.** IJ. **C.** BJ. **D.** BI.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng d đi qua S và song song với AB.
B. Đường thẳng d đi qua S và song song với DC.
C. Đường thẳng d đi qua S và song song với BC.
D. Đường thẳng d đi qua S và song song với BD.

Câu 47: Cho chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang. Gọi I,K lần lượt là trung điểm của AD,BC. G là trọng tâm tam giác SAB. Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là?

A. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AB, IK

B. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AD.

C. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song CB.

D. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song AB, IK.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB//CD)$. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng đi qua S và qua giao điểm của cặp đường thẳng AB và SC.
B. Đường thẳng đi qua S và song song với AD.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AF.
D. Đường thẳng đi qua S và song song với EF.

Câu 49: Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB//CD)$. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, AD và SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

A. đường thẳng qua M và song song với SC. **B.** đường thẳng qua P và song song với AB.
C. đường thẳng PM. **D.** đường thẳng qua S và song song với AB.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB // CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm ΔSAB. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

A. đường thẳng qua S và song song với AB. **B.** đường thẳng qua G và song song với DC.
C. SC. **D.** đường thẳng qua G và cắt BC.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD // BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB.
B. Đường thẳng đi qua S và song song với CD.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AC.
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AD

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AD. **B.** AC. **C.** DC. **D.** BD.

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SBC) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC. **B.** BC. **C.** AB. **D.** SA.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC, H là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD). Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. H là giao điểm của AM và SD. **B.** H là giao điểm của AM và SB.
C. H là giao điểm của AM và BD. **D.** H là giao điểm của AM và SO.

DẠNG 4. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG TÌM THIẾT DIỆN

Câu 55: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC. Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$. **B.** $BC = AD$. **C.** $AC = BD$. **D.** $AB = CD$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. Thiết diện của mặt phẳng (MCD) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình thoi.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD//BC$, $AD = 2BC$. M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

A. Hình bình hành. **B.** Tam giác. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Câu 58: Cho tứ diện ABCD. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$ .Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Tứ giác MNPQ là hình bình hành.

B. Tứ giác MNPQ là một hình thang nhưng không phải hình bình hành.

C. Bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

D. Tứ giác MNPQ không có cặp cạnh đối nào song song.

Câu 59: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình:

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$ và O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.

B. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.

C. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

D. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

Câu 61: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB. Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD, thiết diện thu được là hình gì?

A. Tam giác đều. **B.** Tam giác vuông. **C.** Hình bình hành. **D.** Ngũ giác.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 2SB$, O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

A. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.

B. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.

C. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

D. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

Câu 63: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là

A. Tứ giác $MNPK$ với K là điểm tuỳ ý trên cạnh AD.

B. Tam giác MNP.

C. Hình bình hành $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK // AB$.

D. Hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK // AB$.

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của OB, (α) là mặt phẳng đi qua M, song song với AC và song song với SB. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

A. Lục giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tam giác. **D.** Tứ giác.

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điêm của AB, AC. E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

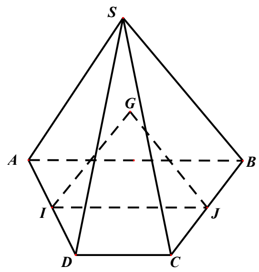
A. Tam giác MNE.

B. Tứ giác $MNEF$ với E là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABCD$ với các cạnh đáy là AB, CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Tìm k với $AB = kCD$ để thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.



A. $k = 4$. **B.** $k = 2$. **C.** $k = 1$. **D.** $k = 3$.

Câu 67: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. E là điển trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

A. Tam giác MNE.

B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC.

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của SA, SB, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI} = \frac{3}{5}$.Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là

A. hình thang. **B.** hình tam giác. **C.** hình bình hành. **D.** hình ngũ giác.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 11: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.

D. Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

Lời giải

Phương án "Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau" sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

Phương án "Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau" sai vì hai đường thẳng có thể song song.

Phương án "Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song" sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b?

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có những vị trí tương đối sau:

Hai đường thẳng phân biệt a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể song song hoặc cắt nhau

Hai đường thẳng phân biệt a và b không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau

Vậy chúng có 3 vị trí tương đối là song song hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 3: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng không song song thì cắt nhau.

D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải

Phương án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể chéo nhau.

Phương án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc chéo nhau.
Phương án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.
Đáp án B

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
Trong không gian:

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng không song song, không cắt nhau thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

Lời giải

Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

Câu 5: Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định **sai**?
Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.

Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.

Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.

Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

sai do hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.

đúng.

sai do có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.

sai do có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó song song.

Vậy có 3 khẳng định sai.

Câu 6: Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. b và c chéo nhau. **B.** b và c cắt nhau.
C. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau. **D.** b và c song song với nhau.

Lời giải

Phương án A sai vì $b,\ c$ có thể cắt nhau.

Phương án B sai vì $b,\ c$ có thể chéo nhau.

Phương án D sai vì nếu b và c song song thì a và b song song hoặc trùng nhau.

Câu 7: Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2. Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là?

A. Chéo nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Song song. **D.** trùng nhau.

Lời giải

Chọn C

Ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn B

Đáp án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể song song với nhau.
Đáp án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc cắt nhau.
Đáp án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.
Đáp án B đúng.

Câu 9: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Nếu (β) chứa a và cắt (β) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng

A. cắt nhau. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** song song với nhau.

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. AB và CD cắt nhau. **B.** AB và CD chéo nhau.
C. AB và CD song song. **D.** Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD.

Lời giải

Chọn B

Do $ABCD$ là hình tứ diện nên bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau
B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song
C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau
D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau

Lời giải

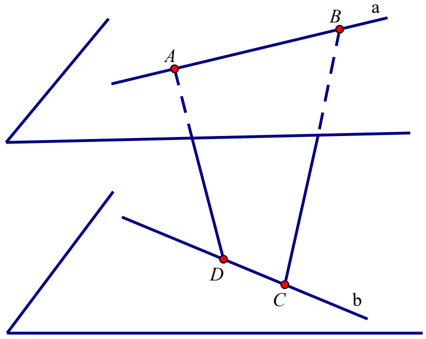
Chọn C

Câu 12: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b. Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Cắt nhau. **B.** Song song nhau.
C. Có thể song song hoặc cắt nhau. **D.** Chéo nhau.

Lời giải

Chọn D



Ta có: a và b là hai đường thẳng chéo nhau nên a và b không đồng phẳng.

Giả sử AD và BC đồng phẳng.

+ Nếu $AD \cap BC = M \Rightarrow M \in (ABCD) \Rightarrow M \in (a;b)$

Mà a và b không đồng phẳng, do đó không tồn tại điểm M.

+ Nếu $AD // BC \Rightarrow a$ và b đồng phẳng.

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.

Câu 13: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó a song song với b. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng a và b.

B. Nếu b song song với c thì a song song với c.

C. Nếu điểm A thuộc a và điểm B thuộc b thì ba đường thẳng a, b và AB cùng ở trên một mặt phẳng.

D. Nếu c cắt a thì c cắt b.

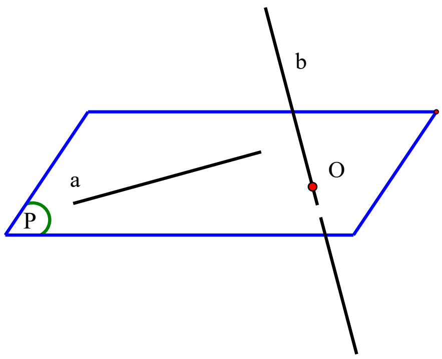
Lời giải

Mệnh đề "nếu c cắt a thì c cắt b" là mệnh đề sai, vì c và b có thể chéo nhau.

Câu 14: Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a. Vị trí tương đối của a và b là

A. chéo nhau. **B.** cắt nhau. **C.** song song với nhau. **D.** trùng nhau.

Lời giải



Do đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a nên đường thẳng a và đường thảng b không đồng phẳng nên vị trí tương đối của a và b là chéo nhau.

Câu 15: Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M không thuộc a cũng không thuộc b. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng qua M và chứa a; (Q) là mặt phẳng qua M và chứa b.

Giả sử tồn tại đường thẳng c đi qua M và đồng thời cắt cả a và b suy ra

$$\begin{cases} c \in (P) \\ c \in (Q) \end{cases} \Rightarrow c = (P) \cap (Q).$$

Mặt khác nếu có một đường thẳng c' đi qua M và đồng thời cắt cả a và b thì a và b đồng phẳng.

Do đó có duy nhất một đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b.

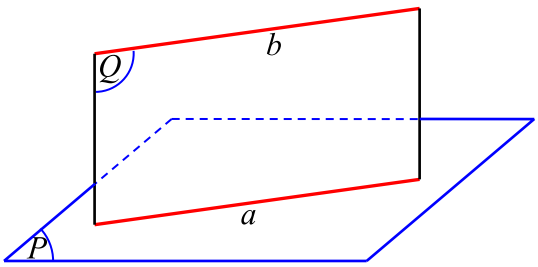
Câu 16: Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a // b$. **B.** a, b không có điểm chung.

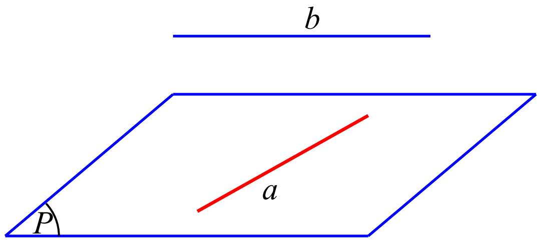
C. a, b cắt nhau. **D.** a, b chéo nhau.

Lời giải

❍ $b // (P)$ thì b có thể song song với a mà b cũng có thể chéo a.



Hình 1



Hình 2

❍ $b // (P) \Rightarrow b \cap (P) = \varnothing \Rightarrow b \cap a = \varnothing$. Vậy a, b không có điểm chung.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

B. Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

D. Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

Lời giải

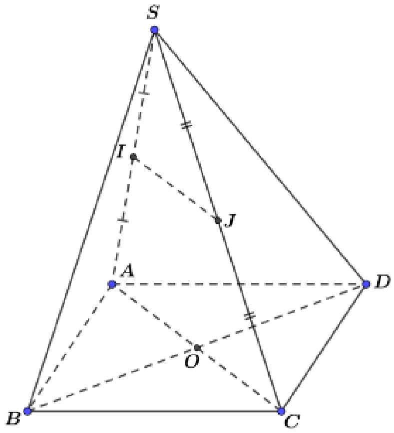
Áp dụng định nghĩa hai đường thẳng được gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.

DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. AC. **B.** BC. **C.** SO. **D.** BD.

Lời giải

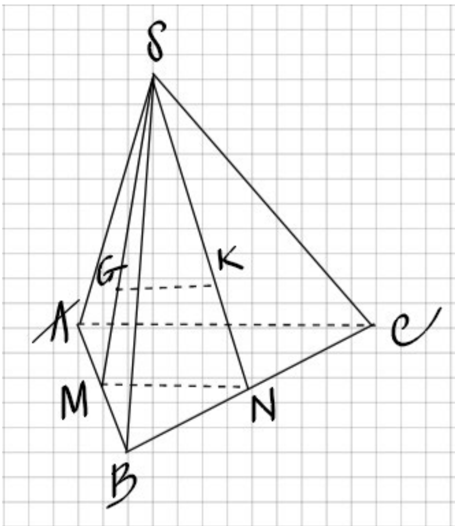


Do IJ là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow IJ // AC$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ và G, K lần lượt là trong tâm tam giác SAB, SBC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $GK // AB$. **B.** $GK // BC$. **C.** $GK // AC$. **D.** $GK // SB$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC. Khi đó:

$\frac{SG}{SM} = \frac{2}{3}$ và $\frac{SK}{SN} = \frac{2}{3}$ suy ra $\frac{SG}{SM} = \frac{SK}{SN}$.

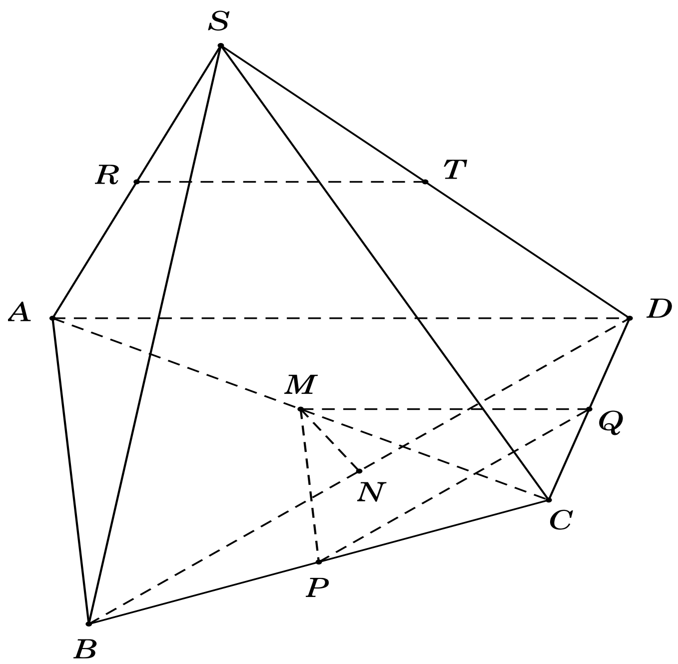
Suy ra $GK // MN$ mà $MN // AC$.

Nên $GK // AC$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA và SD. Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. MP và RT. **B.** MQ và RT. **C.** MN và RT. **D.** PQ và RT.

Lời giải



Ta có: M, Q lần lượt là trung điểm của AC, CD

$\Rightarrow MQ$ là đường trung bình của tam giác $CAD \Rightarrow MQ \,//\, AD$ (1)

Ta có: R, T lần lượt là trung điểm của SA, SD

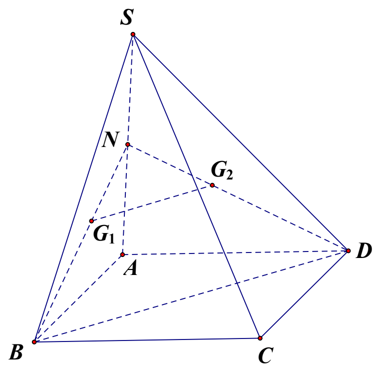
$\Rightarrow RT$ là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow RT \,//\, AD$ (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra: $MQ \,//\, RT$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi $G_1;G_2$ lần lượt là trọng tâm của ΔSAB; ΔSAD. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

A. CD. **B.** BD. **C.** AD. **D.** AB.

Lời giải



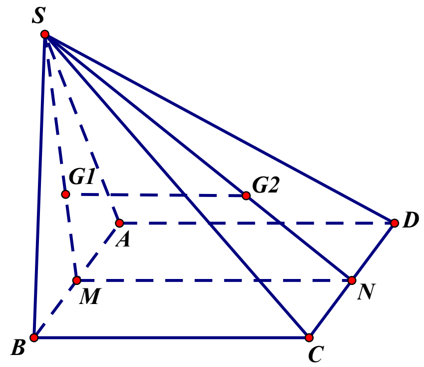
Gọi N là trung điểm của SA.

Vì $G_1;G_2$ lần lượt là trọng tâm của ΔSAB; ΔSAD nên ta có: $\frac{NG_1}{NB} = \frac{NG_2}{ND} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 \,//\, BD$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào **không** song song với G_1G_2?

A. AD. **B.** BC. **C.** SA. **D.** MN.

Lời giải



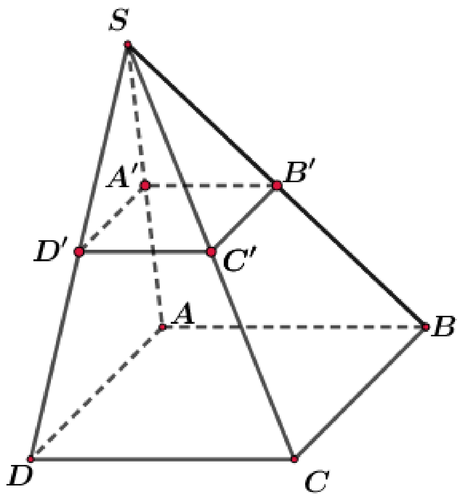
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD nên $G_1 \in SM, G_2 \in SN$

Và $\dfrac{SG_1}{SM} = \dfrac{SG_2}{SN} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 // MN \left(//AD//BC \right)$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Đường thẳng **không** song song với $A'B'$ là

A. $C'D'$. **B.** AB. **C.** CD. **D.** SC.

Lời giải



Ta có $C'D' // CD$; $AB // CD \Rightarrow A'B' // C'D'$.

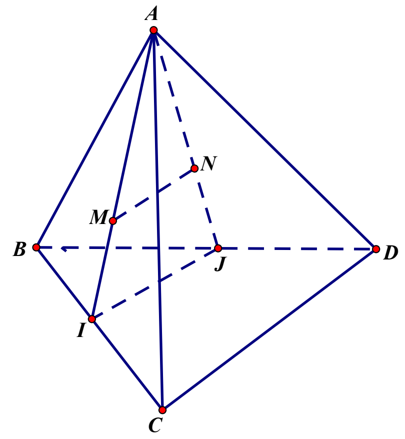
$AB // A'B'$.

$AB // CD$.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $MN//CD$. **B.** $MN//AD$. **C.** $MN//BD$. **D.** $MN//CA$.

Lời giải



Dễ thấy MN, AD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại **B.**

Dễ thấy MN, BD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại **C.**

Dễ thấy MN, CA là hai đường thẳng chéo nhau nên loại **D.**

Câu 25: Cho hình chóp S.$ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O, I là trung điểm của SC, xét các mệnh đề:
Đường thẳng IO song song với SA.

Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD).

Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Mệnh đề đúng vì IO là đường trung bình của tam giác SAC.

Mệnh đề sai vì tam giác IBD chính là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBD).

Mệnh đề đúng vì giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là giao điểm của AI với SO.

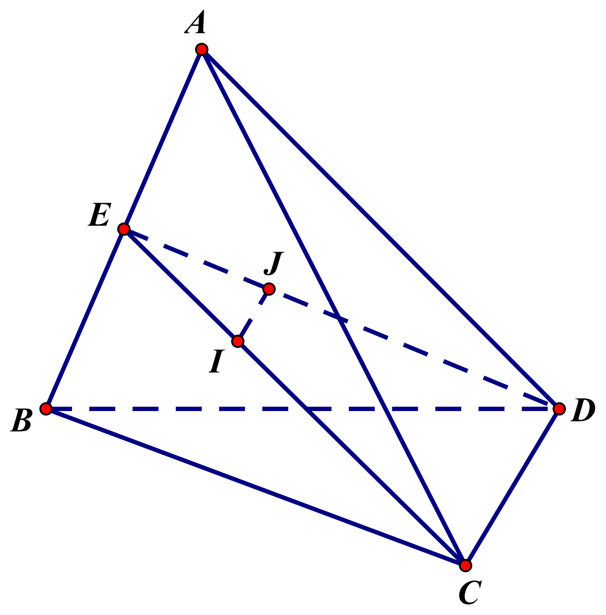
Mệnh đề đúng vì I, O là hai điểm chung của 2 mặt phẳng (IBD) và (SAC).

Vậy số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là: 3.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm ΔABC và ΔABD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. IJ song song với CD. **B.** IJ song song với AB.
C. IJ chéo nhau với CD. **D.** IJ cắt AB.

Lời giải



Gọi E là trung điểm AB.

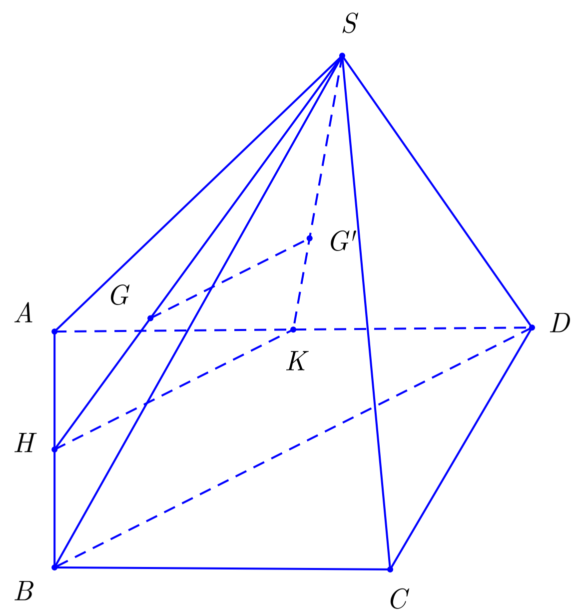
Vì I và J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ABD nên: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$

Suy ra: $IJ // CD$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD = 2BC$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD. GG' song song với đường thẳng

A. AB. **B.** AC. **C.** BD. **D.** SC.

Lời giải



Gọi H và K lần lượt là trung điểm cạnh $AB; AD$. Với G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD ta có: $\frac{SG}{SH} = \frac{SG'}{SK} = \frac{2}{3} \Rightarrow GG' // HK$.

Mà $HK // BD$ (HK là đường trung bình tam giác ABD.

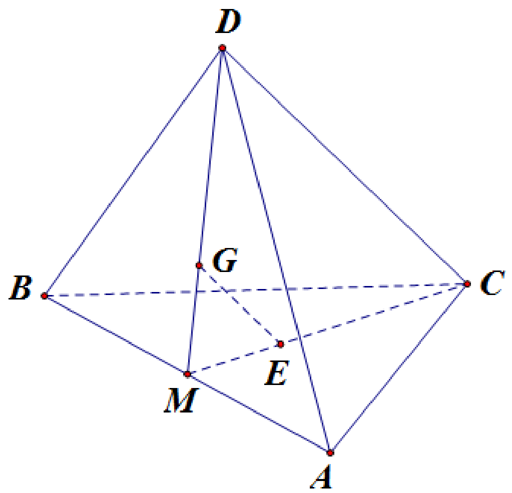
Từ và suy ra GG' song song với BD.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. GE và CD chéo nhau. **B.** $GE//CD$.

C. GE cắt AD. **D.** GE cắt CD.

Lời giải

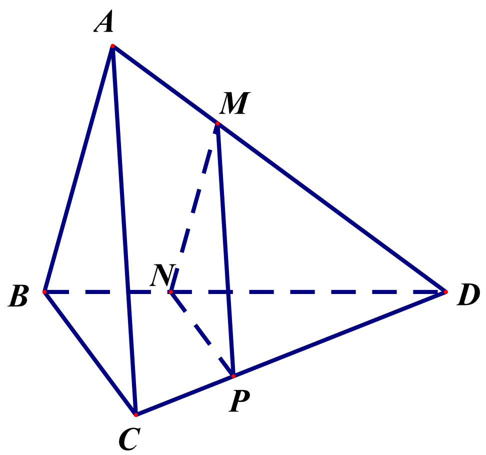


Gọi M là trung điểm của AB. Trong tam giác MCD có $\frac{MG}{MD}=\frac{ME}{MC}=\frac{1}{3}$ suy ra $GE//CD$

Câu 29: Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy điểm M tùy ý trên cạnh AD $(M \neq A, D)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt BD, DC tại N, P. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $MN//AC$. **B.** $MP//AC$. **C.** $MP//(ABC)$. **D.** $NP//BC$.

Lời giải



Do $(P)//(ABC) \Rightarrow AB//(P)$

Có $\begin{cases} MN = (P) \cap (ABD) \\ AB \subset (ABD),\ AB // (P) \end{cases} \Rightarrow MN // AB$, mà AB cắt AC nên $MN // AC$ là sai.

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng:

A. CM trong đó M là trung điểm BD. **B.** AC.

C. DB. **D.** CD.

Lời giải:

Cách 1:

Gọi E là trung điểm của AB. Ta có $\begin{cases} I \in CE \\ J \in DE \end{cases}$ nên suy ra IJ và CD đồng phẳng.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$. Suy ra $IJ \parallel CD$.

Cách 2:

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD và BC. Suy ra $MN \parallel CD$.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\frac{AI}{AN} = \frac{AJ}{AM} = \frac{2}{3}$. Suy ra $IJ \parallel MN$.

Từ và suy ra $IJ \parallel CD$.

Cách 3:.

Có lẽ trong ví dụ này cách này hơi dài, song chúng tôi vẫn sẽ trình bày ở đây, để các bạn có thể hiểu và vận dụng cách 3 hợp lí trong các ví dụ khác.

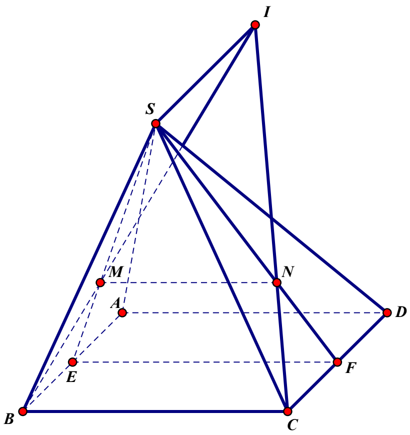
Dễ thấy, bốn điểm D, C, I, J đồng phẳng.

Ta có: $\begin{cases} (DCIJ) \cap (AMN) = IJ \\ (DCIJ) \cap (BCD) = CD \\ (AMN) \cap (BCD) = MN \\ MN \parallel CD \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel CD \parallel MN$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Khi đó tỉ số $\frac{SI}{CD}$ bằng

A. 1 **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải



Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD.

Ta có $I = BM \cap CN \Rightarrow \begin{cases} I \in BM \subset (SAB) \\ I \in CN \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD)$.

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$. Do đó $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

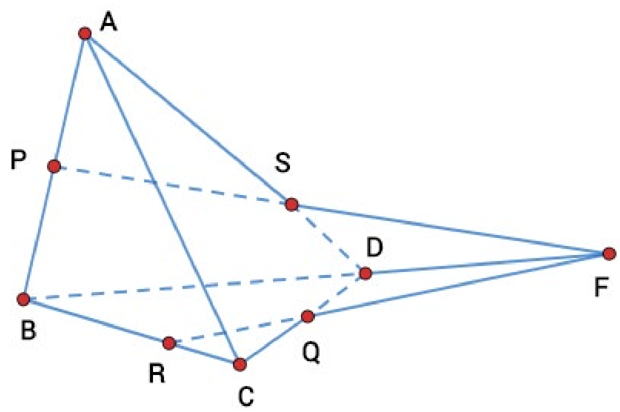
Ta có: $\left. \begin{array}{l} AB // CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{array} \right\} \Rightarrow SI // AB // CD$ .Vì $SI // CD$ nên $SI // CF$.

Theo định lý Ta – let ta có: $\frac{SI}{CF} = \frac{SN}{NF} = 2 \Rightarrow SI = 2CF = CD \Rightarrow \frac{SI}{CD} = 1$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD. Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD. Khi đó

A. $SA = 3SD$. **B.** $SA = 2SD$. **C.** $SA = SD$. **D.** $2SA = 3SD$.

Lời giải



Gọi $F = BD \cap RQ$. Nối P với F cắt AD tại S.

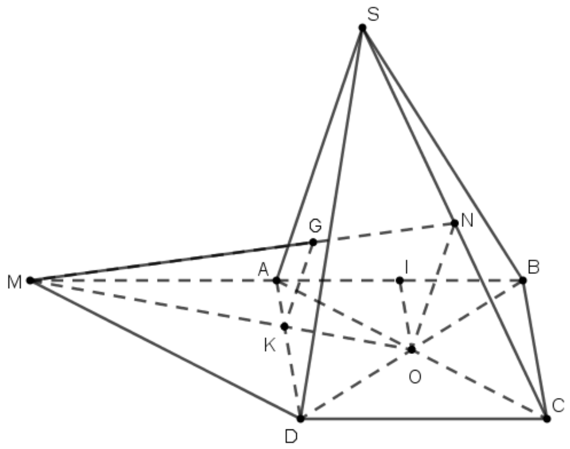
Ta có $\frac{DF}{FB} \cdot \frac{BR}{RC} \cdot \frac{CQ}{QD} = 1 \Rightarrow \frac{DF}{FB} = \frac{RC}{BR} = \frac{1}{2}$.

Tương tự ta có $\frac{DF}{FB}.\frac{BP}{PA}.\frac{AS}{\text{SD}}=1\Rightarrow\frac{SA}{\text{SD}}=\frac{FB}{DF}=2\Rightarrow SA=2\text{SD}.$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\frac{GM}{GN}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải



Gọi giao điểm của AC và BD là O và kẻ OM cắt AD tại K. Vì O là trung điểm AC, N là trung điểm SC nên $ON\,//\,SA$. Vậy hai mặt phẳng (MON) và (SAD) cắt nhau tại giao tuyến GK song song với NO. Áp dụng định lí Talet cho $GK\,//\,ON$, ta có:

$$\frac{GM}{GN}=\frac{KM}{KO}$$

Gọi I là trung điểm của AB, vì O là trung điểm của BD nên theo tính chất đường trung bình, $OI\,//\,AD$, vậy theo định lí Talet:

$$\frac{KM}{KO}=\frac{AM}{AI}=\frac{AB}{AI}=2.$$

Từ và, ta có $\frac{GM}{GN}=2$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR=2RC$. Gọi S là giao điểm của $mp(PQR)$ và cạnh AD. Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Trong mặt phẳng (BCD), gọi $I = RQ \cap BD$.

Trong (ABD), gọi $S = PI \cap AD \Rightarrow S = AD \cap (PQR)$.

Trong mặt phẳng (BCD), dựng $DE // BC \Rightarrow DE$ là đường trung bình của tam giác IBR.

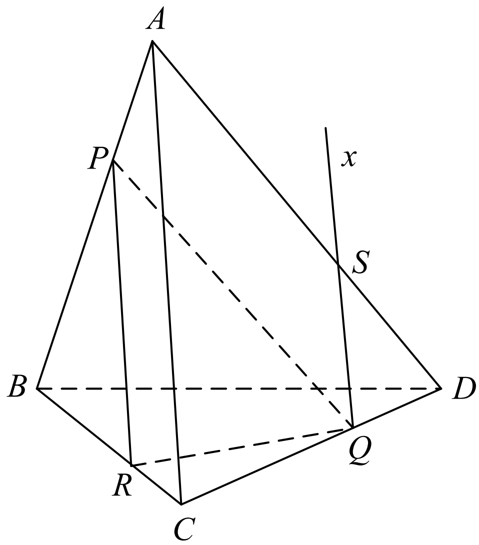
$\Rightarrow D$ là trung điểm của BI.

Trong (ABD), dựng $DF // AB \Rightarrow \dfrac{DF}{BP} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{DF}{PA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{SA}{SD} = 2$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR // AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $AS = 3DS$. **B.** $AD = 3DS$. **C.** $AD = 2DS$. **D.** $AS = DS$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} Q \in (PQR) \cap (ACD) \\ PR \subset (PRQ); AC \subset (ACD) \\ PR // AC \end{cases} \Rightarrow (PQR) \cap (ACD) = Qx$ với $Qx // PR // AC$

Gọi $S = Qx \cap AD \Rightarrow S = (PQR) \cap AD$

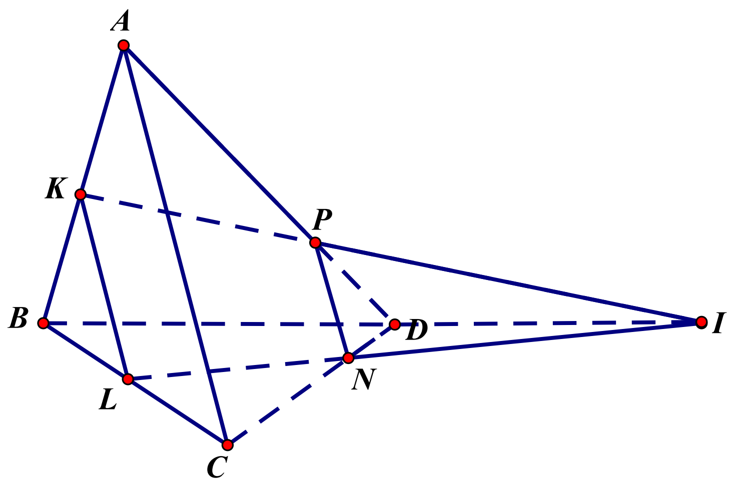
Xét tam giác ACD có $QS // AC$

Ta có: $\frac{SD}{AD}=\frac{QD}{CD}=\frac{1}{3} \Rightarrow AD=3SD$.

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K,L lần lượt là trung điểm của AB và BC. N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN=2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN). Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

A. $\frac{PA}{PD}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{PA}{PD}=\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{PA}{PD}=\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{PA}{PD}=2$.

Lời giải



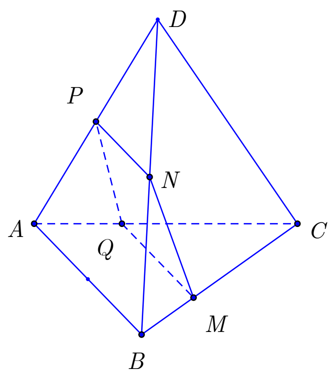
Giả sử $LN\cap BD=I$. Nối K với I cắt AD tại P Suy ra $(KLN)\cap AD=P$

Ta có: $KL//AC \Rightarrow PN//AC$ Suy ra: $\frac{PA}{PD}=\frac{NC}{ND}=2$

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC=2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP). Tính $\frac{QC}{QA}$.

A. $\frac{QC}{QA}=\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{QC}{QA}=\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{QC}{QA}=2$. **D.** $\frac{QC}{QA}=\frac{1}{2}$.

Lời giải



Ta có $NP // AB \Rightarrow AB // (MNP)$.

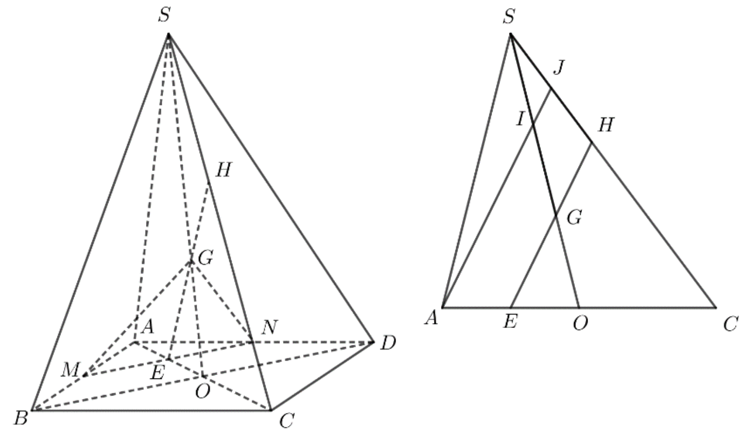
Mặt khác $AB \subset (ABC)$, (ABC) và (MNP) có điểm M chung nên giao tuyến của (ABC) và (MNP) là đường thẳng $MQ \,//\, AB$ $(Q \in AC)$.

Ta có: $\dfrac{QC}{QA} = \dfrac{MC}{MB} = 2$. Vậy

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính $\dfrac{SH}{SC}$

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = MN \cap AC$.

Trong mặt phẳng (SAC), gọi $H = EG \cap SC$.

Ta có: $\begin{cases} H \in EG; EG \subset (MNG) \\ H \in SC \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (MNG)$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SG và SH.

Ta có $\begin{cases} IJ \,//\, HG \\ IA \,//\, GE \end{cases} \Rightarrow A, I, J$ thẳng hàng

Xét ΔACJ có $EH \,//\, AJ \Rightarrow \dfrac{CH}{HJ} = \dfrac{CE}{EA} = 3 \Rightarrow CH = 3HJ$.

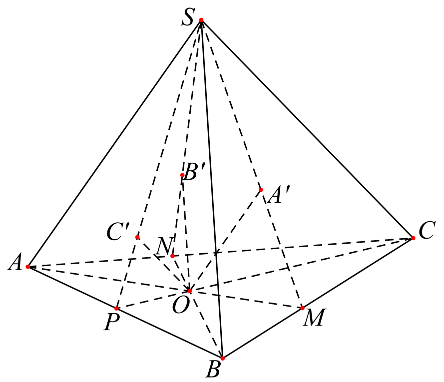
Lại có $SH = 2HJ$ nên $SC = 5HJ$.

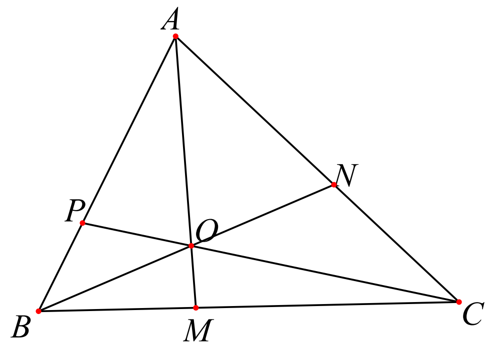
Vậy $\dfrac{SH}{SC} = \dfrac{2}{5}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng $(SBC),(SCA),(SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C'. Khi đó tổng tỉ số $T=\frac{OA'}{SA}+\frac{OB'}{SB}+\frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

A. $T=3$. **B.** $T=\frac{3}{4}$. **C.** $T=1$. **D.** $T=\frac{1}{3}$.

Lời giải





Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của AO và BC, BO và AC, CO và AB.

Ta có $\frac{OA'}{SA}=\frac{MO}{MA}=\frac{S_{CMO}}{S_{CMA}}=\frac{S_{BMO}}{S_{BMA}}=\frac{S_{CMO}+S_{BMO}}{S_{CMA}+S_{BMA}}=\frac{S_{OBC}}{S_{ABC}}$

$\frac{OB'}{SB}=\frac{NO}{NB}=\frac{S_{ANO}}{S_{ANB}}=\frac{S_{CNO}}{S_{CNB}}=\frac{S_{ANO}+S_{CNO}}{S_{ANB}+S_{CNB}}=\frac{S_{OAC}}{S_{ABC}}$.

$\frac{OC'}{SC}=\frac{PO}{PC}=\frac{S_{APO}}{S_{APC}}=\frac{S_{BPO}}{S_{BPC}}=\frac{S_{APO}+S_{BPO}}{S_{APC}+S_{BPC}}=\frac{S_{OAB}}{S_{ABC}}$

Từ đó $T=\frac{OA'}{SA}+\frac{OB'}{SB}+\frac{OC'}{SC}=\frac{S_{OBC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{OAC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{OAB}}{S_{ABC}}=\frac{S_{ABC}}{S_{ABC}}=1$.

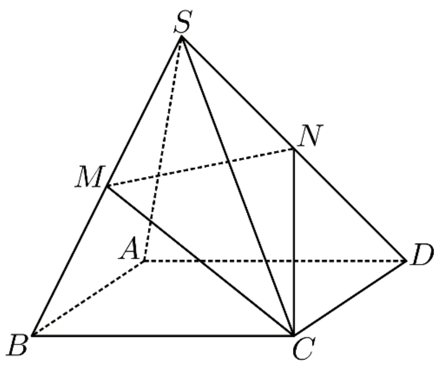
DẠNG 3. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG ĐỂ TÌM GIAO TUYẾN

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là

A. đường thẳng CI, với $I=MN\cap BD$. **B.** đường thẳng MN.

C. đường thẳng BD. **D.** đường thẳng d đi qua C và $d//BD$.

Lời giải



M, N là trung điểm của SB, SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD.

Suy ra $MN//BD$.

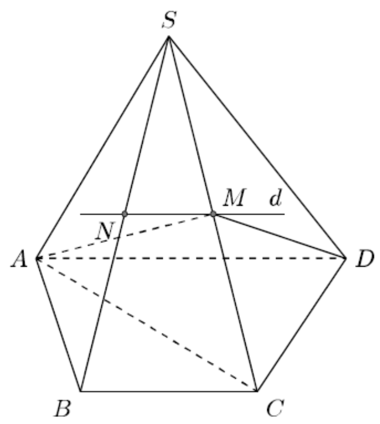
Ta có $\begin{cases} C \in (CMN) \cap (ABCD) \\ MN \subset (CMN) \\ BD \subset (ABCD) \\ MN//BD \end{cases} \Rightarrow (CMN) \cap (ABCD) = d//BD//MN$ (d đi qua điểm C).

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD//BC$. Gọi M là trung điểm của SC. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MAD). Kết luận nào sau đây **sai**.

A. d cắt SB. **B.** $d//AD$.

C. d cắt SA. **D.** d và AC chéo nhau.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} M \in (SBC) \cap (MAD) \\ BC//AD \\ d = (SBC) \cap (MAD) \end{cases} \Rightarrow d$ đi qua M và $d//AD$, $d//BC$

Do đó d cắt SB, d và SA chéo nhau.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA, gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$, $d = (\alpha) \cap (SAB)$. Khi đó

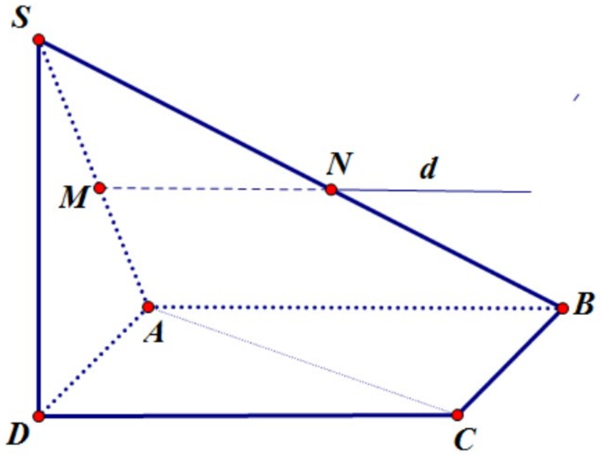
A. d là đường thẳng đi qua M và song song với AD.

B. d là đường thẳng đi qua M và song song với BC.

C. d là đường thẳng đi qua M và song song với AC.

D. d là đường thẳng đi qua M và song song với AB.

Lời giải



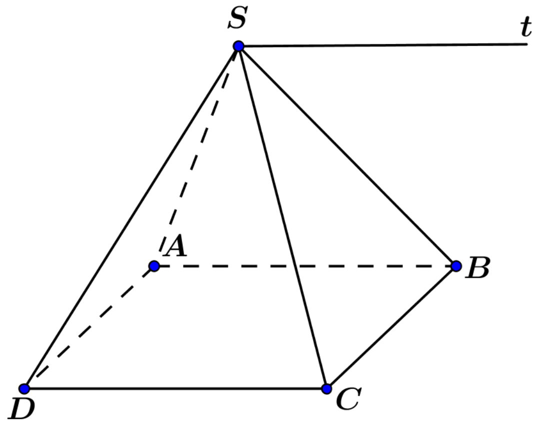
Vì $(\alpha)//(ABCD), (SAB)\cap(ABCD)=AB$ mà $M\in(SAB)\cap(\alpha), (\alpha)\cap(SAB)=d$

$\Rightarrow d$ đi qua M và song song với AB.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng qua S và song song với AD. **B.** Đường thẳng qua S và song song với CD.
C. Đường SO với O là tâm hình bình hành. **D.** Đường thẳng qua S và cắt AB.

Lời giải



✓ S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

✓ Mặt khác $\begin{cases} AB\subset(SAB) \\ CD\subset(SCD) \\ AB\,//\,CD \end{cases}$.

✓ Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng St đi qua điểm S và song song với CD.

Câu 44: Cho $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

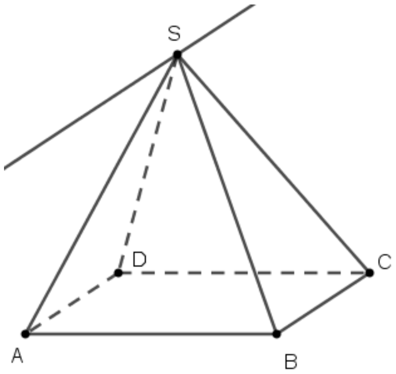
A. $(SAD)\cap(SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với AC.

B. $(SAB)\cap(SAD)=SA$.

C. $(SBC)\parallel AD$.

D. SA và CD chéo nhau.

Lời giải

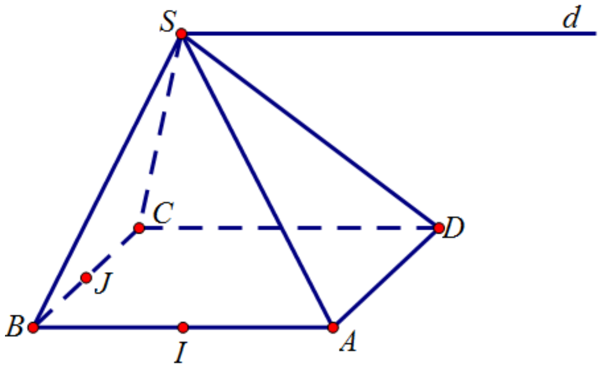


$(SAD)\cap(SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với BC.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CB. Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

A. AD. **B.** IJ. **C.** BJ. **D.** BI.

Lời giải



Gọi d là đường thẳng qua S và song song với $AB \Rightarrow d\ //\ BI$

Ta có: $\begin{cases} AB\ //\ CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB)\cap(SCD) = d$.

Vậy giao tuyến cần tìm song song với BI.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

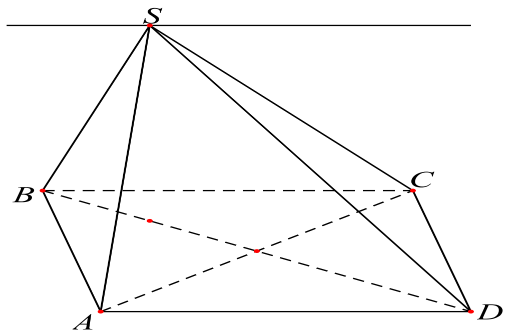
A. Đường thẳng d đi qua S và song song với AB.

B. Đường thẳng d đi qua S và song song với DC.

C. Đường thẳng d đi qua S và song song với BC.

D. Đường thẳng d đi qua S và song song với BD.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} S \subset (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD // BC \end{cases}$ do đó giao tuyến của giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song với BC, AD.

Câu 47: Cho chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD, BC. G là trọng tâm tam giác SAB. Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là?

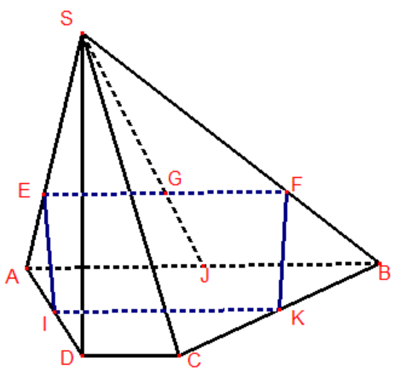
A. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AB, IK

B. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AD.

C. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song CB.

D. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song AB, IK.

Lời giải



Xét hai mặt phẳng $(IKG), (SAB)$

Ta có $G \in (GIK); G \in (SAB)$ suy ra G là điểm chung thứ nhất.

$IK // AB, IK \subset (GIK), AB \subset (SAB)$.

Suy ra $(IKG) \cap (SAB) = Gx // IK // AB$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB//CD)$. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

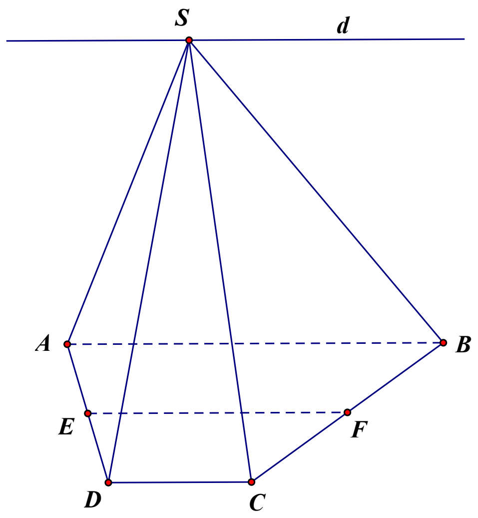
A. Đường thẳng đi qua S và qua giao điểm của cặp đường thẳng AB và SC.

B. Đường thẳng đi qua S và song song với AD.

C. Đường thẳng đi qua S và song song với AF.

D. Đường thẳng đi qua S và song song với EF.

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} AB//CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow$$ giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB. Lại có $AB//EF$, nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với EF.

Câu 49: Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB//CD)$. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, AD và SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

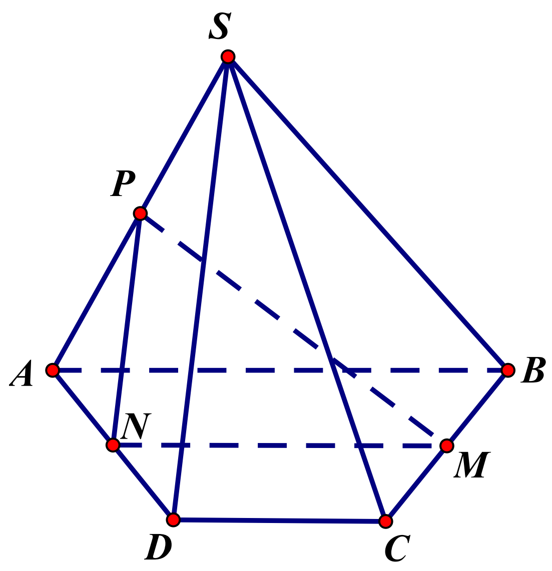
A. đường thẳng qua M và song song với SC.

B. đường thẳng qua P và song song với AB.

C. đường thẳng PM.

D. đường thẳng qua S và song song với AB.

Lời giải



Ta có $P \in SA \subset (SAB)$; $P \in (MNP)$ nên P là điểm chung thứ nhất của mặt phẳng (SAB) và (MNP).

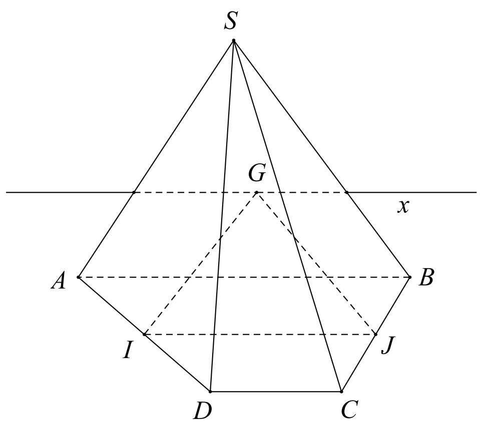
Mặt khác: $MN // AB$.

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là đường thẳng qua P và song song với AB, SC.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB // CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm ΔSAB. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

A. đường thẳng qua S và song song với AB. **B.** đường thẳng qua G và song song với DC.
C. SC. **D.** đường thẳng qua G và cắt BC.

Lời giải



Ta có $IJ // AB\ (1)$.

$G \in (GIJ) \cap (SAB)\ (2)$.

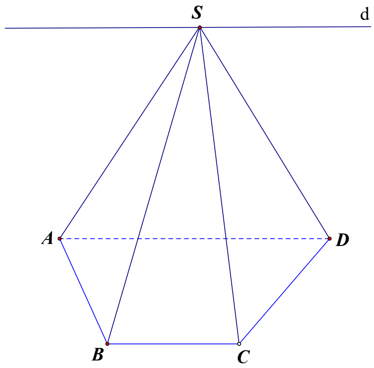
$IJ \subset (GIJ), AB \subset (SAB)\ (3)$

Từ (1), (2), $(3) \Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (SAB)$, $Gx \,//\, AB$, $Gx \,//\, CD$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \,//\, BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB.
B. Đường thẳng đi qua S và song song với CD.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AC.
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AD

Lời giải

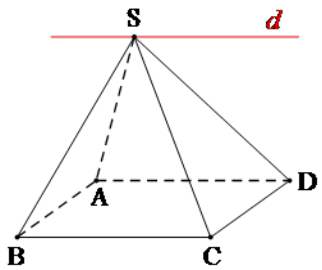


Ta có: hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có 1 điểm chung là S và lần lượt chứa hai đường thẳng AD và BC song song nhau nên giao tuyến d của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) đi qua S và song song AD, BC.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AD. **B.** AC. **C.** DC. **D.** BD.

Lời giải

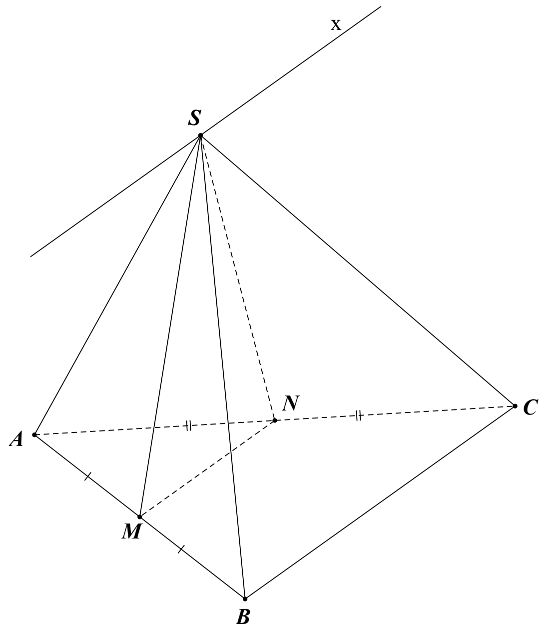


Ta có $AD \,//\, BC \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d$, với d là đường thẳng đi qua S và song song với AD

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SBC) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC. **B.** BC. **C.** AB. **D.** SA.

Lời giải



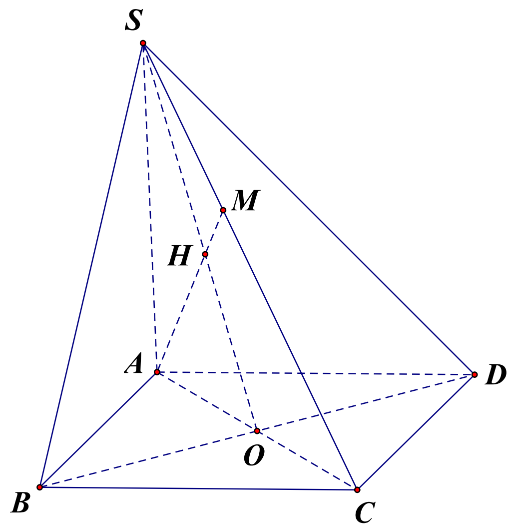
Xét ΔABC có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC nên MN là đường trung bình suy ra $MN // BC$.

Ta có: $\begin{cases} S \in (SMN) \cap (SBC) \\ MN \subset (SMN); BC \subset (SBC) \Rightarrow (SMN) \cap (SBC) = Sx // MN // BC. \\ MN // BC \end{cases}$

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC, H là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD). Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. H là giao điểm của AM và SD.
B. H là giao điểm của AM và SB.
C. H là giao điểm của AM và BD.
D. H là giao điểm của AM và SO.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Trong mặt phẳng (SAC), kẻ $AM \cap SO = \{H\}$

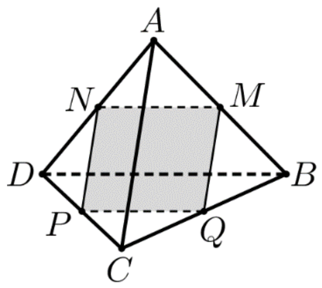
Ta có: $\begin{cases} H \in AM \\ H \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow H = AM \cap (SBD)$.

DẠNG 4. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG TÌM THIẾT DIỆN

Câu 55: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC. Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$. **B.** $BC = AD$. **C.** $AC = BD$. **D.** $AB = CD$.

Lời giải



Xét tam giác ABD có MN là đường trung bình nên $MN//BD$, $MN = \frac{1}{2}BD$. Tương tự tam giác BCD có PQ là đường trung bình nên $PQ//BD$, $PQ = \frac{1}{2}BD$. Tứ giác $MNPQ$ có $MN//PQ$, $MN = PQ$ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Để $MNPQ$ là hình thoi thì $MN = MQ$ hay $BD = AC$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. Thiết diện của mặt phẳng (MCD) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Hình bình hành.
C. Hình thang. **D.** Hình thoi.

Lời giải:

Gọi N là trung điểm của SB. Do $MN//AB$, $AB//CD \Rightarrow MN//CD$.
Như vậy suy ra N thuộc mặt phẳng (MCD).

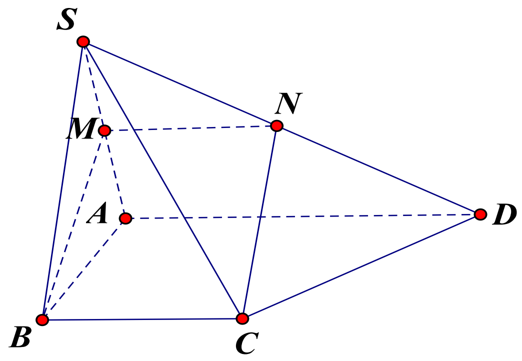
Ta có: $\begin{cases} (MCD) \cap (SAD) = MD \\ (MCD) \cap (SAB) = MN \\ (MCD) \cap (SBC) = NC \\ (MCD) \cap (ABCD) = CD \end{cases}$

Vậy tứ giác $MNCD$ là thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (MCD).
Kết hợp với $MN//CD$, suy ra $MNCD$ là hình thang.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD//BC$, $AD = 2BC$. M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

A. Hình bình hành. **B.** Tam giác. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Lời giải



Ta có $(BMC)\cap(ABCD)=BC$, $(BMC)\cap(SAB)=BM$

$(BMC)\cap(SAD)=M_x, M_x//AD//BC, M_x\cap SD=N$, $(BMC)\cap(SCD)=NC$

Suy ra thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MBC) là tứ giác $BMNC$.

Ta có $\begin{cases} MN=\dfrac{1}{2}AD \\ MN//AD \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} MN=BC \\ MN//\text{BC} \end{cases}$ nên thiết diện $BMNC$ là hình bình hành.

Câu 58: Cho tứ diện ABC**D.** Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AD}=\dfrac{1}{3}$ .Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, C**B.** Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Tứ giác MNPQ là hình bình hành.

B. Tứ giác MNPQ là một hình thang nhưng không phải hình bình hành.

C. Bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

D. Tứ giác MNPQ không có cặp cạnh đối nào song song.

Lời giải

Ta có $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AD}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow MN//BD$ và $\dfrac{MN}{BD}=\dfrac{1}{3}$

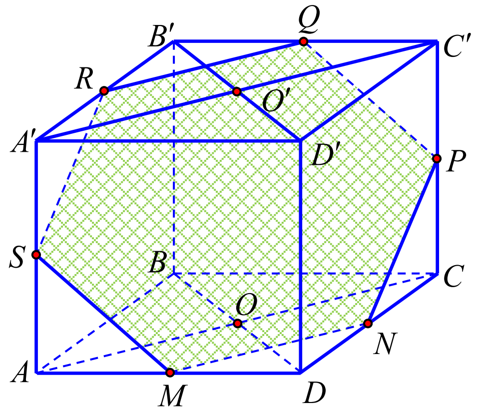
Mặt khác vì PQ là đường trung bình của tam giác $BCD\Rightarrow PQ=\dfrac{1}{2}BD, PQ//BD\,(2)$

Từ suy ra tứ giác MNPQ là hình thang, nhưng không là hình bình hành.

Câu 59: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC\cap BD=O$, $A'C'\cap B'D'=O'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình:

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} MN // AC \\ NP // AB' \end{cases} \Rightarrow (MNP) // (AB'C)$

$\Rightarrow (MNP)$ cắt hình lập phương theo thiết diện là lục giác.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$ và O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây sai?

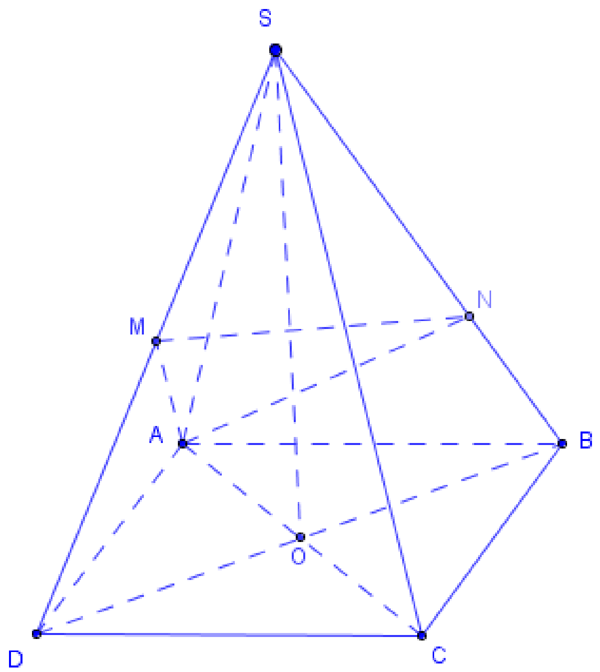
A. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.

B. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.

C. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

D. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

Lời giải



a) MN không song song với BD. Suy ra trong (SBD) ta có MN cắt BD. Do đó đáp án B đúng.

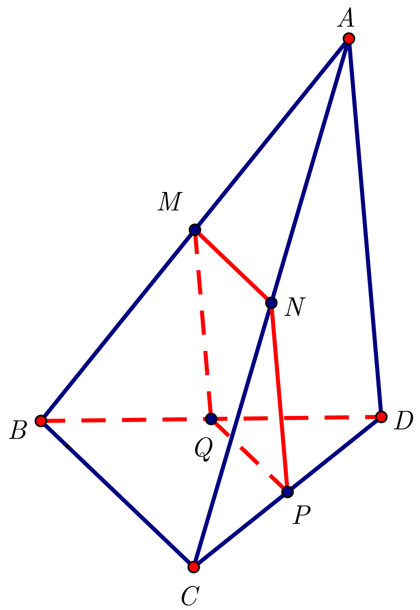
b) Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau. Hiển nhiên đúng do $S.ABCD$ là hình chóp. Do đó đáp án C đúng.

c) Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau vì chúng cùng nằm trong mặt phẳng (SBD). Do đó đáp án D đúng. Vậy đáp án A sai.

Câu 61: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB. Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD, thiết diện thu được là hình gì?

A. Tam giác đều. **B.** Tam giác vuông. **C.** Hình bình hành. **D.** Ngũ giác.

Lời giải



Gọi α là mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD.

Xét (α) và (ABD) có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ABD) = MQ$ với Q là trung điểm BD.

Xét (α) và $(MNPQ)$ có $\begin{cases} Q \in (\alpha) \cap (BCD) \\ (\alpha) \parallel BC \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (BCD) = QP$ với P là trung điểm CD.

Xét (α) và (ACD) có $\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ACD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ACD) = NP$ với N là trung điểm AC.

Mà MN, PQ là hai đường trung bình của tam giác ABC và DBC.

Nên ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$

Vậy thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 2SB$, O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

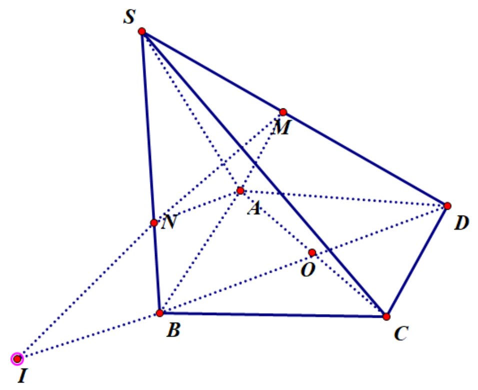
A. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.

B. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.

C. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

D. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

Lời giải



$MN \cap BD = I \Rightarrow MN \cap (ABCD) = I$. nên A đúng.

Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau do cùng nằm trong mặt phẳng (SBD) và không song song nên C đúng.

Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau vì không cùng nằm trong một mặt phẳng nên D đúng

Câu 63: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là

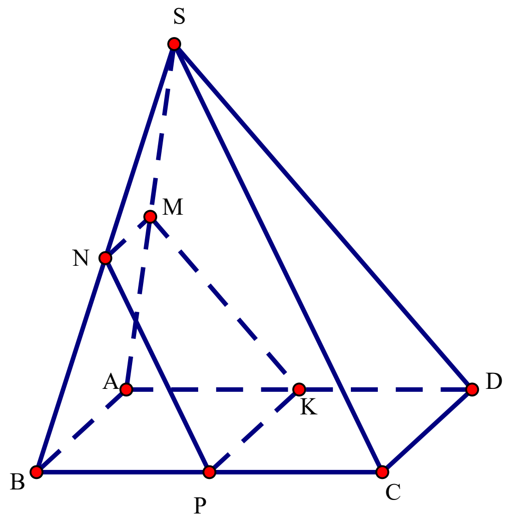
A. Tứ giác $MNPK$ với K là điểm tuỳ ý trên cạnh AD.

B. Tam giác MNP.

C. Hình bình hành $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK // AB$.

D. Hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK // AB$.

Lời giải



Vì $MN // AB \Rightarrow AB // (MNP)$ mà $AB \subset (ABCD)$ nên $mp(MNP)$ cắt $mp(ABCD)$ theo giao tuyến là đường thẳng qua P và song song với AB.

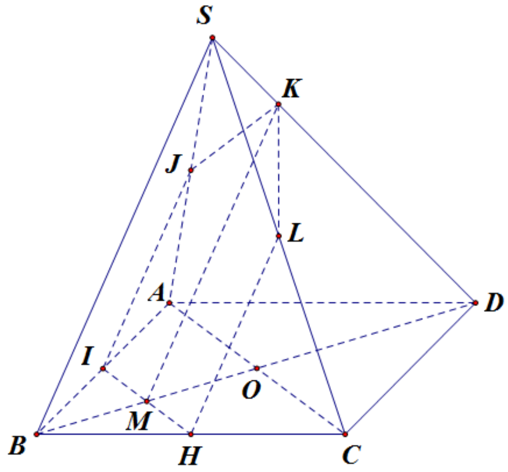
Trong $mp(ABCD)$, qua P kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD tại $K \Rightarrow MN // PK$.

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK // AB$.

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của OB, (α) là mặt phẳng đi qua M, song song với AC và song song với SB. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

A. Lục giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tam giác. **D.** Tứ giác.

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (ABCD) \supset AC // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = d_1$$ đi qua M và song song với AC.

Trong $(ABCD)$, gọi I, H lần lượt là giao điểm của d_1 với AB và BC. Khi đó, I và H lần lượt là trung điểm của AB và BC.

Ta lại có:

$$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (SAB) \\ (SAB) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (AB) = d_2$$ đi qua I và song song với SB.

Trong (SAB), gọi J là giao điểm của d_2 với SA. Khi đó, J là trung điểm của SA.

Ta cũng có:

$$\begin{cases} H \in (\alpha) \cap (SBC) \\ (SBC) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = d_3$$ đi qua H và song song với SB.

Trong (SBC), gọi L là giao điểm của d_3 với SC. Khi đó, L là trung điểm của SC.

Mặt khác:

$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SBD) \\ (SBD) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = d_4$ đi qua M và song song với SB.

Trong (SBC), gọi K là giao điểm của d_4 với SD.

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $HIJKL$.

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

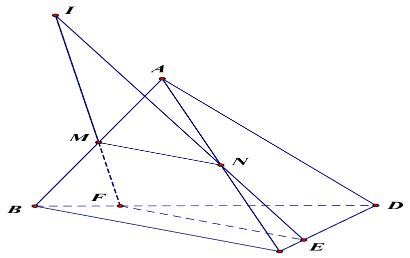
A. Tam giác MNE.

B. Tứ giác $MNEF$ với E là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

Lời giải



Do M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC $\Rightarrow MN // BC$.

Ta có

$$\begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE), BC \subset (BCD) \\ MN // BC \end{cases} \Rightarrow (MNE) \cap (BCD) = EF // MN // BC \quad (F \in BD).$$

Ta có: $(MNE) \cap (ABC) = MN$, $(MNE) \cap (ACD) = NE$, $(MNE) \cap (BCD) = EF$, $(MNE) \cap (ABD) = FM$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$.

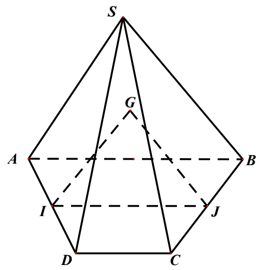
Xét ΔCAD có $\dfrac{CN}{CA} = \dfrac{1}{2} \neq \dfrac{CE}{CD} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow EN \cap AD = I$.

Ta có

$$\left.\begin{matrix} (MNE) \cap (ABD) = FM \\ (ABD) \cap (ACD) = AD \\ (MNE) \cap (ACD) = EN \\ EN \cap AD = I \end{matrix}\right\} \Rightarrow MN, AD, FM \text{ đồng qui tại } I.$$

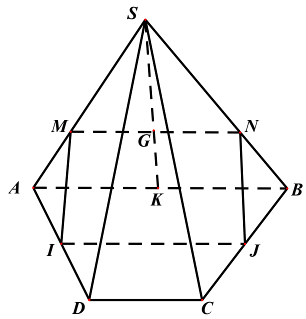
Do đó $MNEF$ không thể là hình bình hành.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABCD$ với các cạnh đáy là AB, CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Tìm k với $AB = kCD$ để thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.



A. $k=4$. **B.** $k=2$. **C.** $k=1$. **D.** $k=3$.

Lời giải



Dễ thấy giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (SAB) là đường thẳng Gx đi qua G và song song với các đường thẳng AB, IJ. Giao tuyến Gx cắt SA tại M và cắt SB tại N.

Thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $IJNM$ vì $IJ//MN$.

IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$ nên ta có:

$$IJ=\frac{AB+CD}{2}=\frac{kCD+CD}{2}=\frac{k+1}{2}CD.$$

G là trọng tâm tam giác SAB nên $MN=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}kCD$.

Để $IJNM$ là hình bình hành ta cần phải có $IJ=MN$

$$\Leftrightarrow \frac{k+1}{2}CD=\frac{2}{3}kCD \Leftrightarrow \frac{k+1}{2}=\frac{2k}{3} \Leftrightarrow k=3.$$

Câu 67: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. E là điển trên cạnh CD với $ED=3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

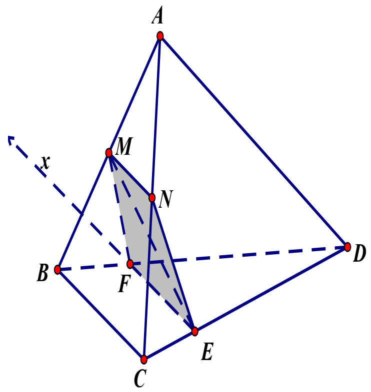
A. Tam giác MNE.

B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC.

Lời giải



Ta có: $(MNE)\cap(ABC)=MN$, $(MNE)\cap(ACD)=NE$.

Vì hai mặt phẳng (MNE) và (BCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song là MN và BC nên $(MNE)\cap(BCD)=Ex$, Ex cắt BD tại F.

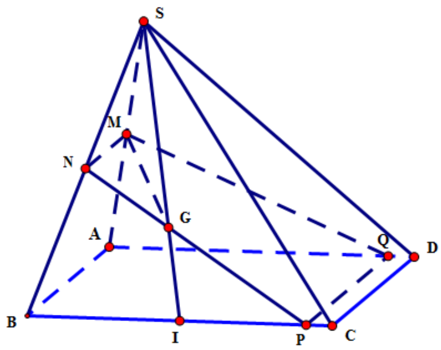
$(MNE)\cap(BCD)=EF$ và $(MNE)\cap(ADD)=FM$. Và $MN=\frac{1}{2}BC$; $EF=\frac{3}{4}BC$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC.

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của SA, SB, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI}=\frac{3}{5}$.Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là

A. hình thang. **B.** hình tam giác. **C.** hình bình hành. **D.** hình ngũ giác.

Lời giải



Xét trong mặt phẳng (SBC) ta có $NG\cap BC=\{P\}$.

Vì $MN//AB$ nên $(MNG)\cap(ABCD)$ theo giao tuyến đi qua P song song với AB,CD và cắt AD tại Q.

Do đó: $\begin{cases}(MNG)\cap(SAB)=MN\\(MNG)\cap(SBC)=NP\\(MNG)\cap(ABCD)=PQ\\(MNG)\cap(SAD)=QM\end{cases}$

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là tứ giác $MNPQ$.

Nhận xét: $\begin{cases}(MNG)\cap(SAB)=MN\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\\(MNG)\cap(ABCD)=PQ\\AB//MN\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}PQ//AB\\PQ//MN\end{cases}$.

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là hình thang $MNPQ$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 12: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

I. LÝ THUYẾT.

1. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

Cho đường thẳng d và mp (α). Nếu d và (α) không có điểm chung thì ta nói ***d* song song với** (α) hay (α) ssong với d. Kí hiệu là: $d\ //\ (\alpha)$, hay $(\alpha)\ //\ d$.

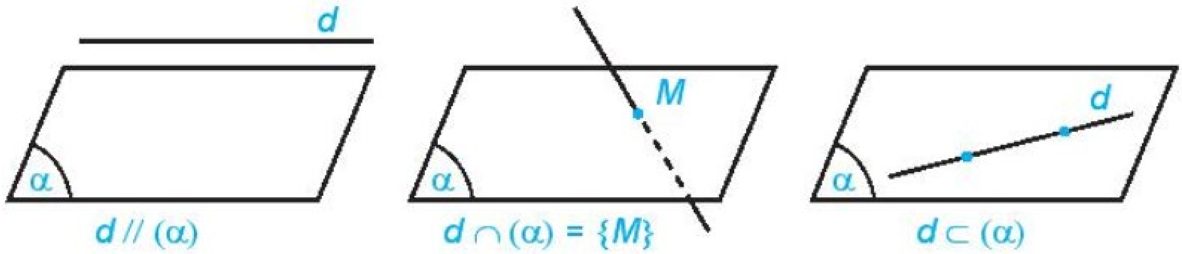
Ngoài ra:

• Nếu d và (α) có một điểm chung duy nhất M. Khi đó ta nói d và (α) cắt nhau tại M.

Kí hiệu là: $d \cap (\alpha) = \{M\}$, hay $d \cap (\alpha) = M$.

• Nếu d và (α) có nhiều hơn một điểm chung. Khi đó, d ***nằm trong*** (α) hay (α) chứa d.

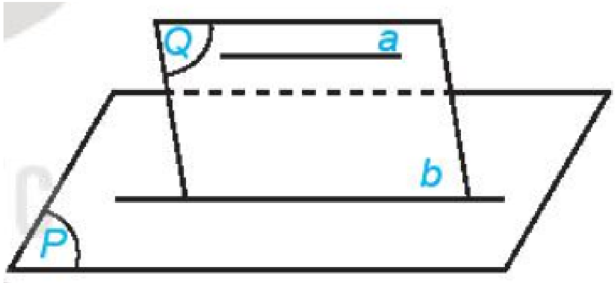
Kí hiệu $\mathbf{d} \subset (\alpha)$ hay $(\alpha) \supset d$.



2. ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG.

Tính chất 1: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và a song song với một đường thẳng nằm trong (P) thì a song song với (P).

Kí hiệu: $\begin{cases} a\ //\ d \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow a\ //\ (P)$

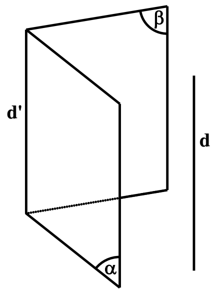


Tính chất 2: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến b thì b song song với a.

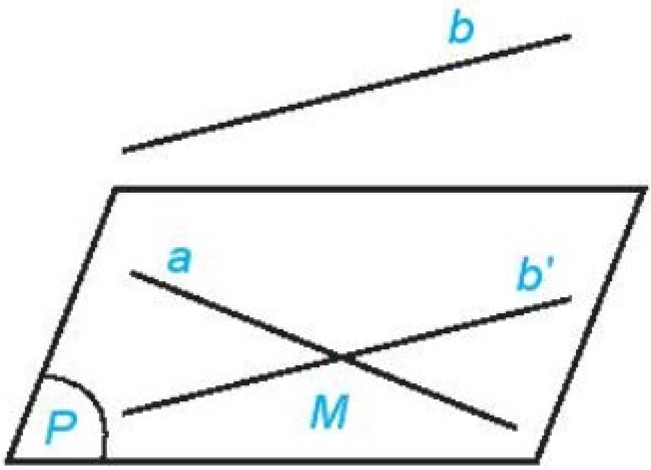
Kí hiệu: $\begin{cases} a \,//\, (P) \\ a \subset (Q) \\ (P) \cap (Q) = b \end{cases} \Rightarrow a \,//\, b$

Chú ý 1: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

Kí hiệu: $\begin{cases} d \,//\, (\alpha) \\ d \,//\, (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d \,//\, d'$



Chú ý 2: Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

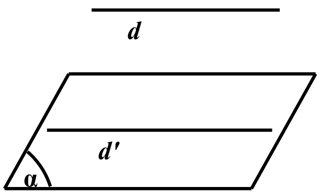


II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH, CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẲNG.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho $d \not\subset (\alpha)$, khi đó $\begin{cases} d \,//\, d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \,//\, (\alpha)$



2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của ΔABD. M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG // (ACD)$.

Câu 2: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong 1 mặt phẳng. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $ABEF$. Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE).

Câu 3: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \frac{1}{3}AE, BN = \frac{1}{3}BD$. Chứng minh MN song song với $(CDEF)$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD. Những khẳng định nào sau đây là đúng?

$(1) MN // (BCD)$. $(2) MN // (ACD)$. $(3) MN // (ABD)$.

A. Chỉ có (1) đúng. **B.** (2) và (3). **C.** (1) và (2). **D.** (1) và (3).

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN // mp(ABCD)$. **B.** $MN // mp(SAB)$. **C.** $MN // mp(SCD)$. **D.** $MN // mp(SBC)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$ là:

A. MN nằm trên $mp(ABCD)$.
B. MN cắt $mp(ABCD)$.
C. MN song song $mp(ABCD)$.
D. MN và $mp(ABCD)$ chéo nhau.

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN // mp(ABCD)$. **B.** $MN // mp(SAB)$. **C.** $MN // mp(SCD)$. **D.** $MN // mp(SBC)$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB, P$ là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN // (BCD)$.
B. $GQ // (BCD)$.
C. MN cắt (BCD).
D. Q thuộc mặt phẳng (CDP).

Câu 9: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $OO_1 // (BEC)$. **B.** $OO_1 // (AFD)$. **C.** $OO_1 // (EFM)$. **D.** MO_1 cắt (BEC).

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD, AD, BC, AC, BD. Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

A. P, Q, R, S. **B.** P, M, N, Q **C.** M, N, P, R **D.** M, R, S, N

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $MG // (BCD)$. **B.** $MG // (ACD)$. **C.** $MG // (ABD)$. **D.** $MG // (ABC)$.

Câu 12: Cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Ax, By, Cz, Dt song song, cùng hướng nhau và không nằm trong mp$(ABCD)$. Mp (α) song song với AB, và cắt Ax, By, Cz, Dt lần lượt tại A', B', C', D'. Biết O là tâm hình bình hành $ABCD$, O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $A'B'C'D'$ là hình bình hành.
B. mp$(AA'B'B) // C'D'$.
C. $AA' = CC'$ và $BB' = DD'$.
D. $OO' // AA'$.

DẠNG 2: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cách 1: $\begin{cases} (\alpha) // d \\ d \subset (\beta) \\ M \in (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = d'$, với $\begin{cases} d' // d \\ M \in d' \end{cases}$

Cách 2: $\begin{cases}(P)\ //\ a\\(Q)\ //\ a\\(P)\cap(Q)=d\end{cases}\Rightarrow d\ //\ a$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$ Gọi M,N tương ứng là AB,AC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN).

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Điểm I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua I và song song với AB,SC.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SB, N là điểm trên cạnh BC sao cho $BN=2CN$.

a/ Chứng minh rằng: $OM//(SCD)$

b/ Xác định giao tuyến của (SCD) và (AMN).

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

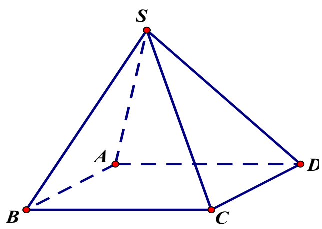
Câu 16: Cho đường thẳng a song song mặt phẳng (α). Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d. Kết luận nào sau đây đúng?

A. a và d cắt nhau. **B.** a và d trùng nhau. **C.** a và d chéo nhau. **D.** a và d song song.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD//BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là.

A. Đường thẳng đi qua S và song song với CD.
B. Đường thẳng đi qua S và song song với AC.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD.
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AB.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SDC).



A. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và tâm O đáy.
B. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AC.
C. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AD.
D. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AB.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng d đi qua S và song song với AB.
B. Đường thẳng d đi qua S và song song với DC.
C. Đường thẳng d đi qua S và song song với BC.
D. Đường thẳng d đi qua S và song song với BD.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm ΔSAB. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

A. đường thẳng qua S và song song với AB. **B.** đường thẳng qua G và song song với DC.
C. SC. **D.** đường thẳng qua G và cắt BC.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC. **B.** d qua S và song song với DC.
C. d qua S và song song với AB. **D.** d qua S và song song với BD.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AD, AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng.

A. qua I và song song với AB. **B.** qua J và song song với BD.
C. qua G và song song với CD. **D.** qua G và song song với BC.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm tam giác (SAB). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

A. SC. **B.** đường thẳng qua S và song song với AB.
C. đường thẳng qua G và song song với CD. **D.** đường thẳng qua G và cắt BC.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng

A. qua M và song song với AB. **B.** Qua N và song song với BD.
C. qua G và song song với CD. **D.** qua G và song song với BC.

DẠNG 3: THIẾT DIỆN.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Tìm đoạn giao tuyến tạo bởi mặt phẳng (α) và các mặt của chóp, lăng trụ

$\Rightarrow$ Đa giác tạo bởi tất cả các đoạn giao tuyến này chính là thiết diện cần tìm. Có 2 dạng:

+ mặt phẳng (α) đi qua một điểm song song với hai đường thẳng chéo nhau;

+ hoặc (α) chứa một đường thẳng và song song với một đường thẳng

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$, điểm M thuộc AC. Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC. Một mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Thiết diện của (α) và hình tứ diện $ABCD$ là hình gì?

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $OI \,//\, (SAD)$

B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

C. $OI//(SAB)$

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC, (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD. Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) của tứ diện?

A. Thiết diện là hình vuông. **B.** Thiết diện là hình thang cân.
C. Thiết diện là hình bình hành. **D.** Thiết diện là hình chữ nhật.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm lấy trên cạnh SA (M không trùng với S và A). $Mp(\alpha)$ qua ba điểm M,B,C cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là:

A. Tam giác. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD. M,N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD. (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình vuông

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là điểm thuộc cạnh SA. (P) là mặt phẳng qua OM và song song với AD. Thiết diện của (P) và hình chóp là

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình tam giác.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I,J lần lượt thuộc cạnh AD,BC sao cho $IA = 2ID$ và $JB = 2JC$. Gọi (P) là mặt phẳng qua IJ và song song với AB. Thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ là

A. Hình thang. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình tam giác. **D.** Tam giác đều.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm nằm trong tam giác $ABC, mp(\alpha)$ qua M và song song với AB và CD. Thiết diện của $ABCD$ cắt bởi $mp(\alpha)$ là:

A. Tam giác. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình vuông. **D.** Hình bình hành.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB//CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sao đây đúng?

A. $AB = \frac{1}{3}CD$. **B.** $AB = \frac{3}{2}CD$. **C.** $AB = 3CD$. **D.** $AB = \frac{2}{3}CD$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

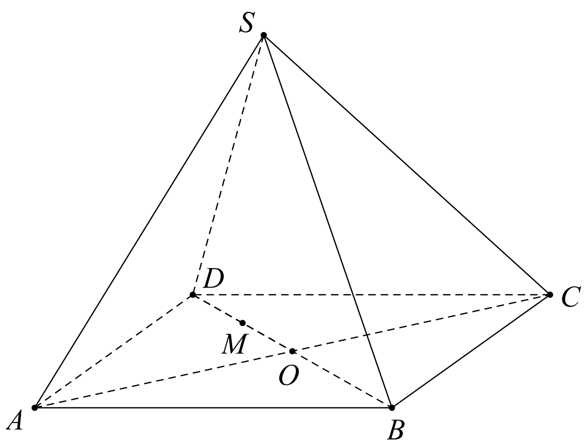
A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

D. (P) không cắt hình chóp.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của DO, (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AC và SD. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì.



A. Ngũ giác. **B.** Tứ giác. **C.** Lục giác. **D.** Tam giác.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD, cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là:

A. $\frac{400}{9}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{16}{9}$.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=6$, $CD=8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\frac{31}{7}$. **B.** $\frac{18}{7}$. **C.** $\frac{24}{7}$. **D.** $\frac{15}{7}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a$, $CD=b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD. Giả sử $AB\perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD. Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM=\frac{1}{3}IJ$.

A. ab. **B.** $\frac{ab}{9}$. **C.** $2ab$. **D.** $\frac{2ab}{9}$.

DẠNG 4: CÂU HỎI LÝ THUYẾT.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 40: Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 41: Cho hai đường thẳng phân biệt a,b và mặt phẳng (α). Giả sử $a||b$, $b||(\alpha)$. Khi đó:

A. $a||(\alpha)$. **B.** $a\subset(\alpha)$.

C. a cắt (α). **D.** $a||(\alpha)$ hoặc $a\subset(\alpha)$.

Câu 42: Cho $d//(\alpha)$, mặt phẳng (β) qua d cắt (α) theo giao tuyến d'. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $d//d'$. **B.** d cắt d'. **C.** d và d' chéo nhau. **D.** $d\equiv d'$.

Câu 43: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 44: Cho hai đường thẳng phân biệt a,b và mặt phẳng (α). Giả sử $a||(\alpha)$, $b\subset(\alpha)$. Khi đó:

A. $a||b$. **B.** a,b chéo nhau.

C. $a||b$ hoặc a,b chéo nhau. **D.** a,b cắt nhau.

Câu 45: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α). Giả sử $b\not\subset(\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b||(\alpha)$ thì $b||a$.

B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a.

C. Nếu $b||a$ thì $b||(\alpha)$.

D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b.

Câu 46: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a \| (\alpha)$ và $b \| (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. a và b không có điểm chung.

B. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

C. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

D. a và b chéo nhau.

Câu 47: Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b.

B. Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b.

C. Nếu (P) chứa a thì (P) cũng chứa b.

D. Các khẳng định A, B, C đều sai.

Câu 48: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b.

B. Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b.

C. Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M, song song với a và b.

D. Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b.

Câu 49: Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c. Gọi (P) là mặt phẳng qua a, (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

A. Một mặt phẳng (P), một mặt phẳng (Q).

B. Một mặt phẳng (P), vô số mặt phẳng (Q).

C. Một mặt phẳng (Q), vô số mặt phẳng (P).

D. Vô số mặt phẳng (P) và (Q).

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 12: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

I LÝ THUYẾT.

1. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

Cho đường thẳng d và mp (α). Nếu d và (α) không có điểm chung thì ta nói ***d song song với*** (α) hay (α) ssong với d. Kí hiệu là: $d\ //\ (\alpha)$, hay $(\alpha)\ //\ d$.

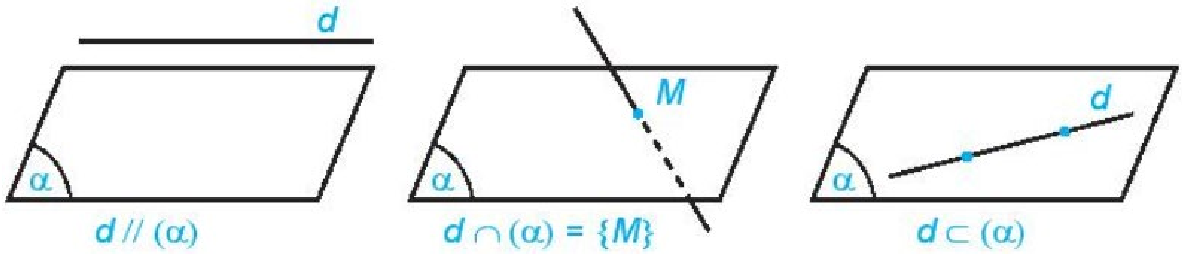
Ngoài ra:

• Nếu d và (α) có một điểm chung duy nhất M. Khi đó ta nói d và (α) cắt nhau tại M.

Kí hiệu là: $d \cap (\alpha) = \{M\}$, hay $d \cap (\alpha) = M$.

• Nếu d và (α) có nhiều hơn một điểm chung. Khi đó, d ***nằm trong*** (α) hay (α) chứa *d*.

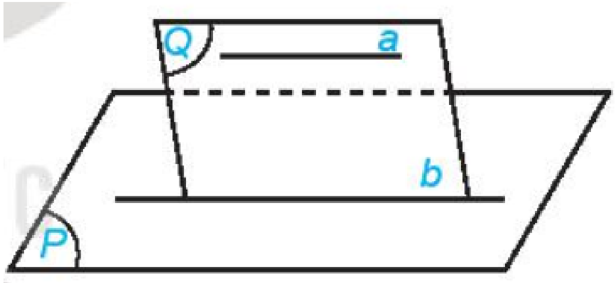
Kí hiệu $\mathbf{d} \subset (\alpha)$ hay $(\alpha) \supset d$.



2. ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG.

Tính chất 1: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và a song song với một đường thẳng nằm trong (P) thì a song song với (P).

Kí hiệu: $\begin{cases} a\ //\ d \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow a\ //\ (P)$

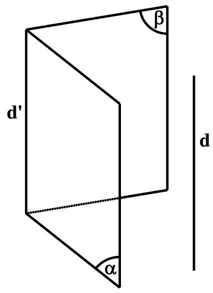


Tính chất 2: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến b thì b song song với a.

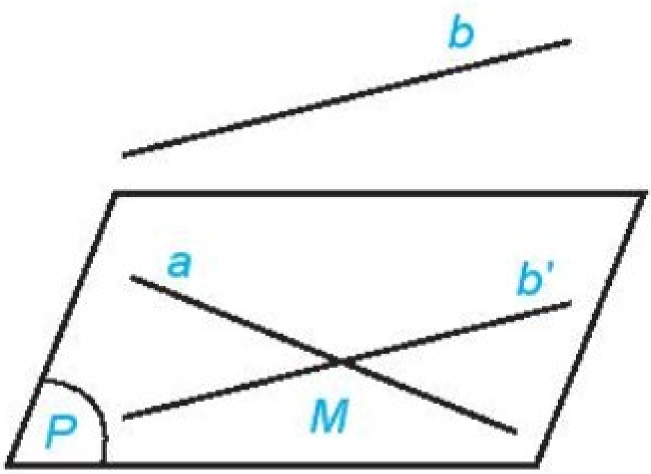
Kí hiệu: $\begin{cases} a \,//\, (P) \\ a \subset (Q) \\ (P) \cap (Q) = b \end{cases} \Rightarrow a \,//\, b$

Chú ý 1: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

Kí hiệu: $\begin{cases} d \,//\, (\alpha) \\ d \,//\, (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d \,//\, d'$



Chú ý 2: Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

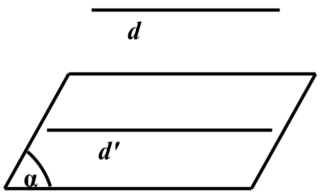


II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH, CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG MẶT PHẲNG.

1 PHƯƠNG PHÁP.

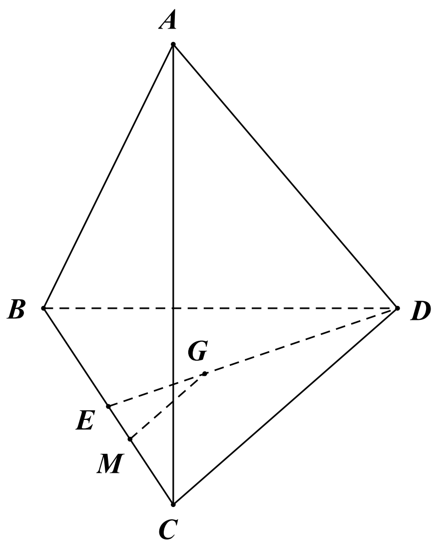
Cho $d \not\subset (\alpha)$, khi đó $\begin{cases} d \,//\, d' \\ d' \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow d \,//\, (\alpha)$



2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm của ΔABD. M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Chứng minh $MG//(ACD)$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm cạnh BC.

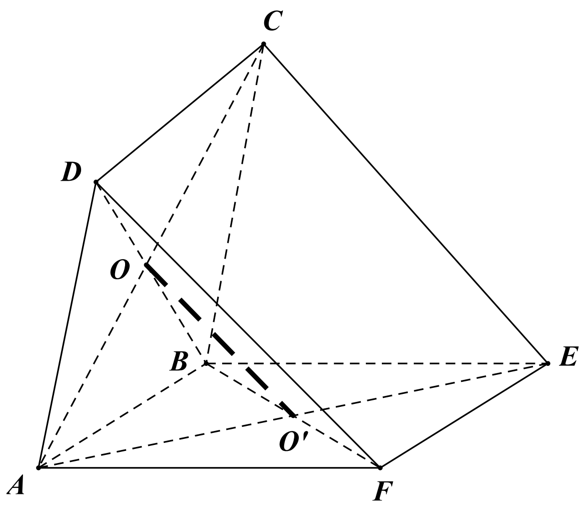
Do G là trọng tâm tam giác BCD, nên ta có $GD = \frac{2}{3}ED$.

Mặt khác $3MC = BC \Rightarrow 3MC = 2EC \Rightarrow \frac{MC}{EC} = \frac{2}{3}$.

Từ và, suy ra $MG \parallel CD$, mà $CD \subset (ACD)$ nên $MG//(ACD)$.

Câu 2: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $AB\text{EF}$ không cùng nằm trong 1 mặt phẳng. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $AB\text{EF}$. Chứng minh OO' song song với các mặt phẳng (ADF) và (BCE).

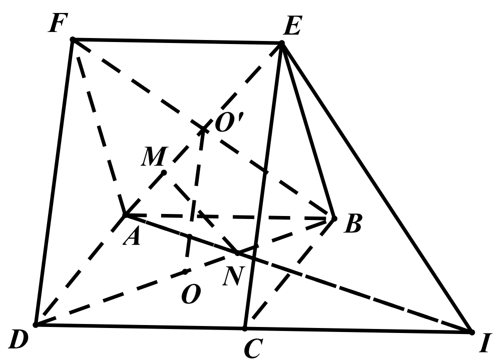
Lời giải



Ta có $\begin{cases} BO = \dfrac{1}{2}BD \\ BO' = \dfrac{1}{2}BF \end{cases} \Rightarrow OO' \parallel DF$. Mà $DF \subset (ADF) \Rightarrow OO' // (ADF)$.

Câu 3: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên các cạnh AE, BD sao cho $AM = \dfrac{1}{3}AE, BN = \dfrac{1}{3}BD$. Chứng minh MN song song với $(CDEF)$.

Lời giải.



Trong $(ABCD)$, gọi $I = AN \cap CD$

Do $AB \parallel CD$ nên $\dfrac{AN}{AI} = \dfrac{BN}{BD} \Rightarrow \dfrac{AN}{AI} = \dfrac{1}{3}$.

Lại có $\dfrac{AM}{AE} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{AN}{AI} = \dfrac{AM}{AE} \Rightarrow MN // IE$.

Mà $I \in CD \Rightarrow IE \subset (CDEF) \Rightarrow MN//(CDEF)$.

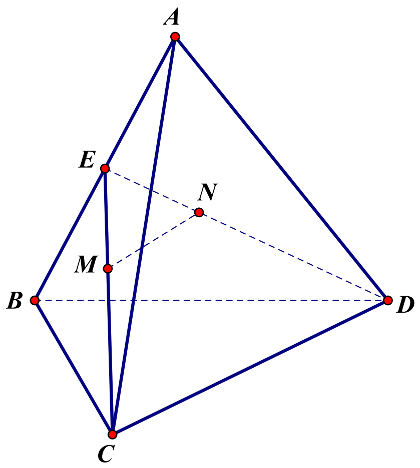
3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD. Những khẳng định nào sau đây là đúng?

$(1) MN//(BCD)$. $(2) MN//(ACD)$. $(3) MN//(ABD)$.

A. Chỉ có (1) đúng. **B.** (2) và (3). **C.** (1) và (2). **D.** (1) và (3).

Lời giải



Gọi E là trung điểm của AB, M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD.

Suy ra $\frac{EM}{EC} = \frac{EN}{ED} = \frac{1}{3}$, theo định lí Ta-lét ta có $MN//CD$.

Vậy $MN//(BCD), MN//(ACD)$.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN // mp(ABCD)$. **B.** $MN // mp(SAB)$. **C.** $MN // mp(SCD)$. **D.** $MN // mp(SBC)$.

Lời giải.

Xét tam giác SAC có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC.

Suy ra $MN // AC$ mà $AC \subset (ABCD) \longrightarrow MN // mp(ABCD)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$ là:

A. MN nằm trên $mp(ABCD)$. **B.** MN cắt $mp(ABCD)$.

C. MN song song $mp(ABCD)$. **D.** MN và $mp(ABCD)$ chéo nhau.

Lời giải.

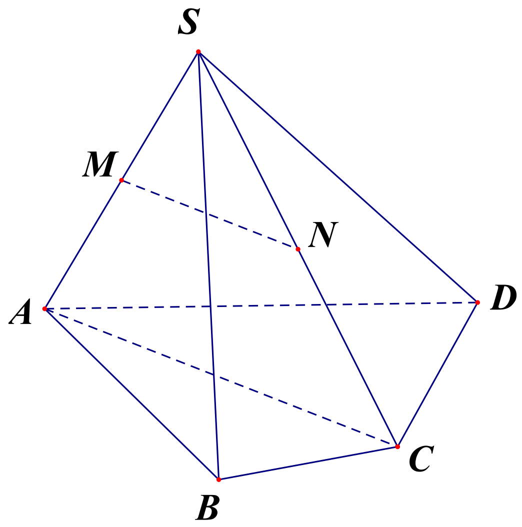
Theo định lí Talet, ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$ suy ra MN song song với AB.

Mà AB nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$ suy ra $MN // (ABCD)$.

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN//mp(ABCD)$. **B.** $MN//mp(SAB)$. **C.** $MN//mp(SCD)$. **D.** $MN//mp(SBC)$.

Lời giải



MN là đường trung bình của ΔSAC nên $MN//AC$.

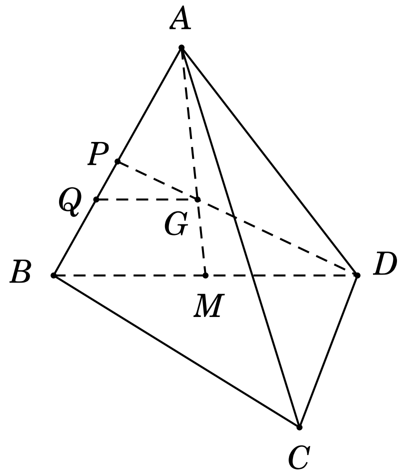
Ta có $\left.\begin{matrix} MN // AC \\ AC \subset (ABCD) \\ MN \not\subset (ABCD) \end{matrix}\right\} \Rightarrow MN//(ABCD)$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB, P$ là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $MN//(BCD)$. **B.** $GQ//(BCD)$.

C. MN cắt (BCD). **D.** Q thuộc mặt phẳng (CDP).

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của BD.

Vì G là trọng tâm tam giác $ABD \Rightarrow \dfrac{AG}{AM} = \dfrac{2}{3}$.

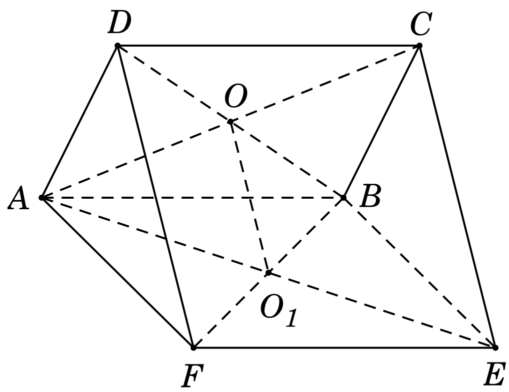
Điểm $Q \in AB$ sao cho $AQ = 2QB \Leftrightarrow \dfrac{AQ}{AB} = \dfrac{2}{3}$. Suy ra $\dfrac{AG}{AM} = \dfrac{AQ}{AB} \longrightarrow GQ // BD$.

Mặt khác BD nằm trong mặt phẳng (BCD) suy ra $GQ // (BCD)$.

Câu 9: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $OO_1 // (BEC)$. **B.** $OO_1 // (AFD)$. **C.** $OO_1 // (EFM)$. **D.** MO_1 cắt (BEC).

Lời giải.



Xét tam giác ACE có O, O_1 lần lượt là trung điểm của AC, AE.

Suy ra OO_1 là đường trung bình trong tam giác $ACE \Rightarrow OO_1 // EC$.

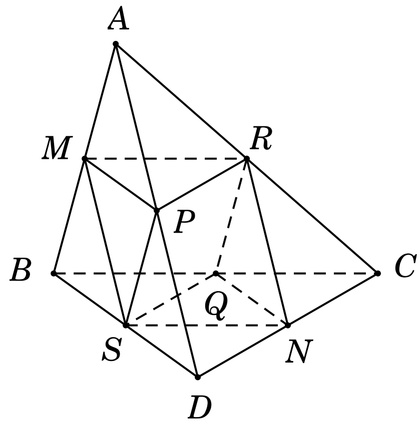
Tương tự, OO_1 là đường trung bình của tam giác BFD nên $OO_1 // FD$.

Vậy $OO_1 // (BEC)$, $OO_1 // (AFD)$ và $OO_1 // (EFC)$. Chú ý rằng: $(EFC) = (EFM)$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, CD, AD, BC, AC, BD. Bốn điểm nào sau đây không đồng phẳng?

A. P, Q, R, S. **B.** P, M, N, Q **C.** M, N, P, R **D.** M, R, S, N

Lời giải.



Theo tính chất của đường trung bình của tam giác ta có

$PS // AB // QR$ suy ra P, Q, R, S đồng phẳng

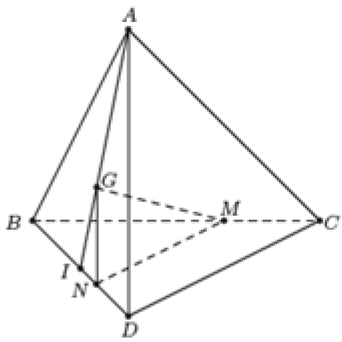
Tương tự, ta được $PM // BD // NQ$ suy ra P, M, N, Q đồng phẳng.

Và $NR // AD // SN$ suy ra M, R, S, N đồng phẳng.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD, M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $MG // (BCD)$. **B.** $MG // (ACD)$. **C.** $MG // (ABD)$. **D.** $MG // (ABC)$.

Lời giải



Lấy điểm J là trung điểm cạnh AD, do G trọng tâm tam gíac $ABD \Rightarrow BG = 2GJ$.

Mà $MB = 2MC \Rightarrow MG // JC \Rightarrow MG // (ACD)$

Nhận xét: Có thể loại các đáp án sai bằng cách nhận xét đường thẳng GM cắt các mặt phẳng,,.

Câu 12: Cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Ax, By, Cz, Dt song song, cùng hướng nhau và không nằm trong mp$(ABCD)$. Mp (α) song song với AB, và cắt Ax, By, Cz, Dt lần lượt tại

A', B', C', D'. Biết O là tâm hình bình hành $ABCD$, O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

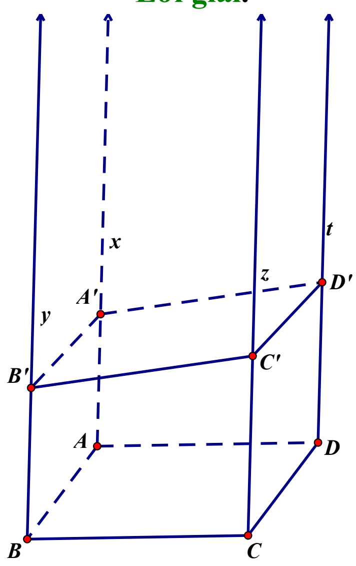
B. mp$\left(AA'B'B\right) // C'D'$.

C. $AA' = CC'$ và $BB' = DD'$.

D. $OO' // AA'$.

.

Lời giải.



+) $\begin{cases} \alpha // AB \\ \alpha \cap \left(ABB'A'\right) = A'B' \end{cases} \Rightarrow A'B' // AB // CD$

$\Rightarrow \begin{cases} A'B' // CD \\ \alpha \cap \left(DD'C'C\right) = C'D' \end{cases} \Rightarrow C'D' // A'B' \Rightarrow C'D' // \left(AA'B'B\right) \rightarrow$ Câu B đúng.

+) Dễ thấy $C'D' // A'B' // AB // CD$ theo câu A. Mà $AA' // BB' // CC' // DD'$

$\Rightarrow AA'B'B, CC'D'D, ABCD$ là các hình bình hành

$\Rightarrow A'B' // C'D', A'B' = C'D'$. Suy ra, $A'B'C'D'$ là hình bình hành $\rightarrow$ Câu A đúng.

+) O, O' lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$ nên OO' là đường trung bình trong hình thang $AA'C'C$. Do đó $OO' // AA'$ $\rightarrow$ Câu D đúng.

DẠNG 2: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG.

1 PHƯƠNG PHÁP.

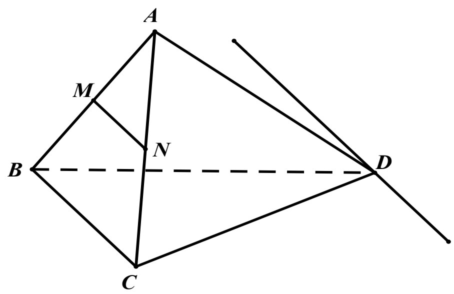
Cách 1: $\begin{cases} (\alpha) \,//\, d \\ d \subset (\beta) \\ M \in (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = d'$, với $\begin{cases} d' \,//\, d \\ M \in d' \end{cases}$

Cách 2: $\begin{cases} (P) \,//\, a \\ (Q) \,//\, a \\ (P) \cap (Q) = d \end{cases} \Rightarrow d \,//\, a$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 13: Cho tứ diện $ABCD$ Gọi M, N tương ứng là AB, AC. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN).

Lời giải

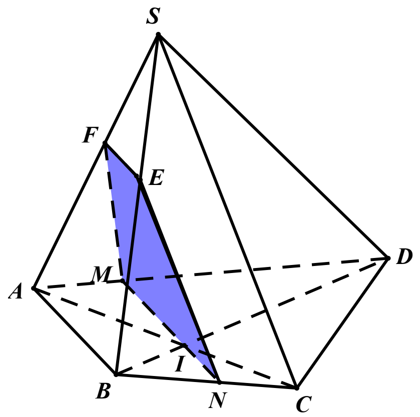


MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $MN // BC$.

Ta có $\begin{cases} MN // BC \\ MN \subset (DMN) \\ BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow (DMN) \cap (BCD) = \Delta$, với Δ đi qua $D, \Delta // BC$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Điểm I là giao điểm của hai đường chéo AC và BD Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua I và song song với AB, SC.

Lời giải



$AB//(P)$ khi đó $(P)\cap(ABCD)=d_1$ với d_1 đi qua I và $d_1//AB.$

Gọi $M=d_1\cap BC, N=d_1\cap AD.$

$SC//(P)$ khi đó $(P)\cap(SBC)=d_2$, với d_2 đi qua N và $d_2//SC.$

Gọi $E=d_2\cap SB.$

$AB//(P)$ khi đó $(P)\cap(SAB)=d_3$, với d_3 đi qua E và $d_3//AB.$

Gọi $F=d_3\cap SA.$

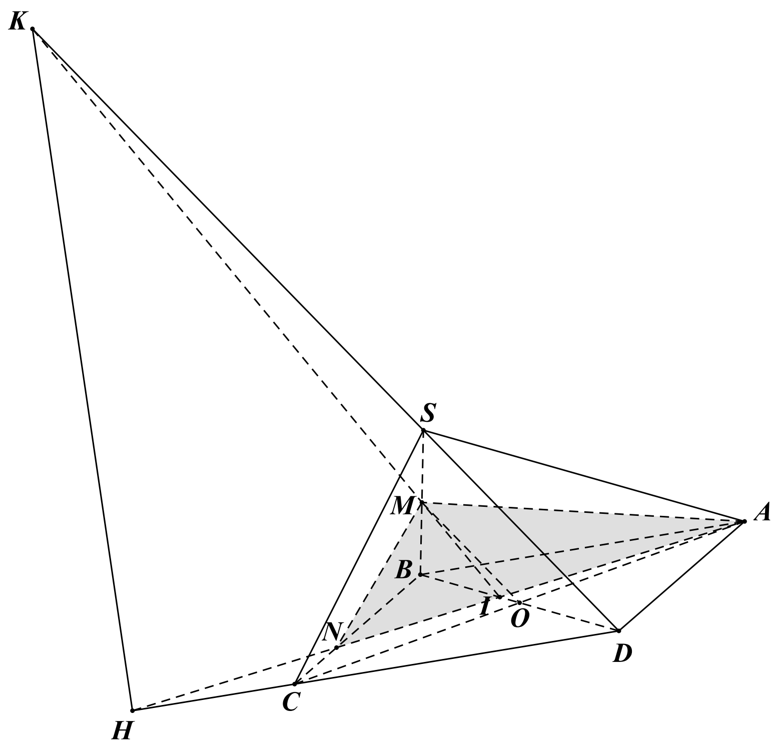
Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (P) là tứ giác $AMEF$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của SB, N là điểm trên cạnh BC sao cho $BN=2CN$.

a/ Chứng minh rằng: $OM//(SCD)$

b/ Xác định giao tuyến của (SCD) và (AMN).

Lời giải:



a/ Chứng minh $OM//(SCD)$.

Ta có $\begin{cases} BM=\dfrac{1}{2}BS \\ BO=\dfrac{1}{2}BD \end{cases} \Rightarrow OM//SD$. Mà $SD\subset(SCD)$, suy ra $OM//(SCD)$.

b/ Gọi $H=AN\cap CD$.

Suy ra H là điểm chung thứ nhất của (AMN) và (SCD).

Ta có $I=AN\cap BD$, suy ra $IM\cap SD=K$; nên K là điểm chung thứ hai của (AMN) và (SCD)

.

Do đó HK là giao tuyến của hai mặt phẳng (AMN) và (SCD).

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 16: Cho đường thẳng a song song mặt phẳng (α). Mặt phẳng (β) chứa a và cắt mặt phẳng (α) theo giao tuyến d. Kết luận nào sau đây đúng?

A. a và d cắt nhau. **B.** a và d trùng nhau. **C.** a và d chéo nhau. **D.** a và d song song.

Lời giải

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD//BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là.

A. Đường thẳng đi qua S và song song với CD.

B. Đường thẳng đi qua S và song song với AC.

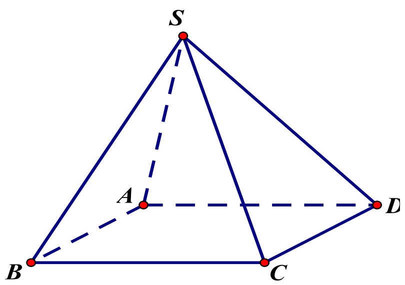
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AD.

D. Đường thẳng đi qua S và song song với AB.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} S\in(SAD)\cap(SBC) \\ AD\subset(SAD) \\ BC\subset(SBC) \\ AD//BC \end{cases} \Rightarrow (SAD)\cap(SBC)$ là đường thẳng đi qua S và song song với AD

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SDC).



A. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và tâm O đáy.
B. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AC.
C. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AD.
D. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AB.

Lời giải

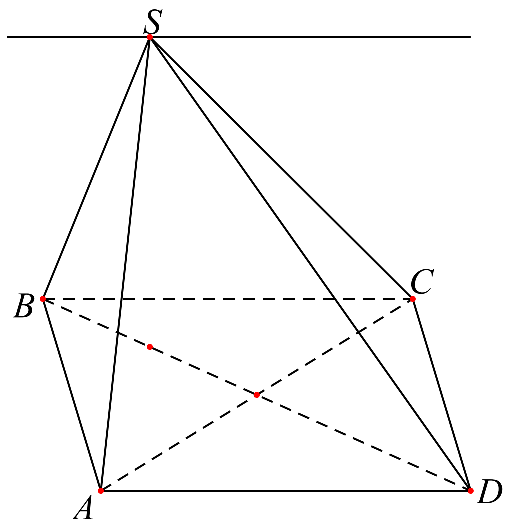
Xét hai mặt phẳng (SAB) và (SDC) có S chung và $AB//CD$.

Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SDC) là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AB.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng d đi qua S và song song với AB.
B. Đường thẳng d đi qua S và song song với DC.
C. Đường thẳng d đi qua S và song song với BC.
D. Đường thẳng d đi qua S và song song với BD.

Lời giải

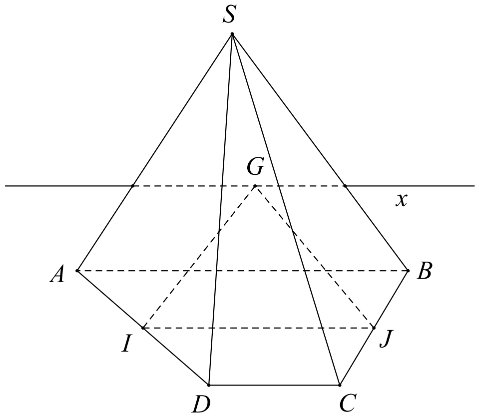


Ta có $\begin{cases} S \subset (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD//BC \end{cases}$ do đó giao tuyến của giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song với BC, AD.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB \parallel CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm ΔSAB. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

A. đường thẳng qua S và song song với AB.
B. đường thẳng qua G và song song với DC.
C. SC.
D. đường thẳng qua G và cắt BC.

Lời giải



Ta có $IJ \parallel AB(1)$.

$G \in (GIJ) \cap (SAB)(2)$.

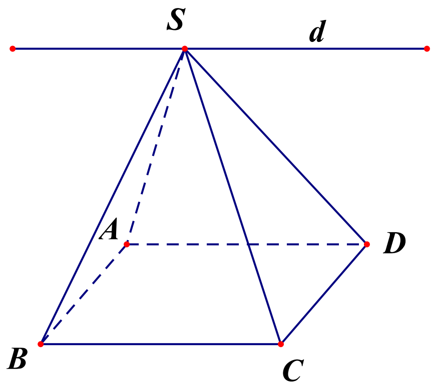
$IJ \subset (GIJ), AB \subset (SAB)(3)$.

Từ (1), (2), $(3) \Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (SAB)$, $Gx \parallel AB$, $Gx \parallel CD$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d qua S và song song với BC.
B. d qua S và song song với DC.
C. d qua S và song song với AB.
D. d qua S và song song với BD.

Lời giải



Ta có S là một điểm chung của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

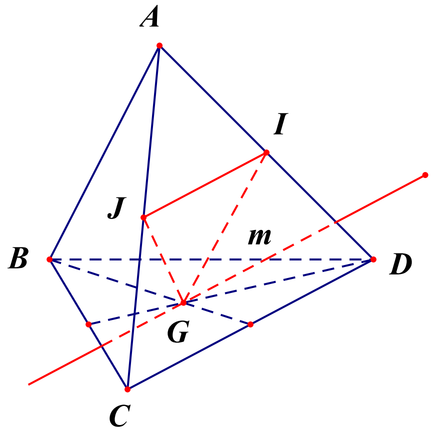
Mặt khác $\begin{cases} AD \parallel BC \\ AD \subset (SAD) \text{ và } (SBC). \\ BC \subset (SBC) \end{cases}$

Suy ra d qua S và song song với BC.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AD, AC, G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng.

A. qua I và song song với AB.
B. qua J và song song với BD.
C. qua G và song song với CD.
D. qua G và song song với BC.

Lời giải



Ta có G là một điểm chung của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD).

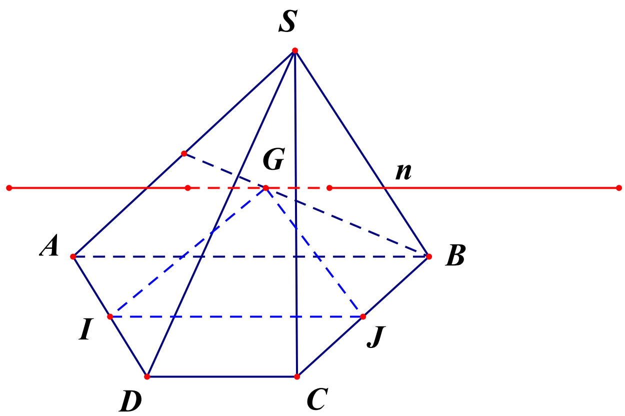
Mặt khác $\begin{cases} IJ \parallel CD \\ IJ \subset (IJG) \\ CD \subset (ACD) \end{cases}$.

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng m qua G và song song với CD.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm tam giác (SAB). Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

A. SC.
B. đường thẳng qua S và song song với AB.
C. đường thẳng qua G và song song với CD.
D. đường thẳng qua G và cắt BC.

Lời giải



Ta có G là một điểm chung của hai mặt phẳng (GIJ) và (SAB).

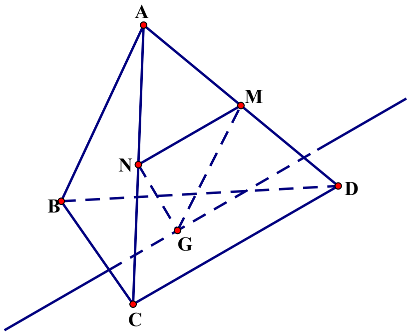
Mặt khác $\begin{cases} IJ \parallel AB \\ IJ \subset (IJG) \\ AB \subset (SAB) \end{cases}$.

Suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (SAB) là đường thẳng n qua G và song song với CD.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng

A. qua M và song song với AB.
B. Qua N và song song với BD.
C. qua G và song song với CD.
D. qua G và song song với BC.

Lời giải



Ta có MN là đường trung bình tam giác ACD nên $MN // CD$.

Ta có $G \in (GMN) \cap (BCD)$, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) lần lượt chứa DC và MN nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng đi qua G và song song với CD.

DẠNG 3: THIẾT DIỆN.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Tìm đoạn giao tuyến tạo bởi mặt phẳng (α) và các mặt của chóp, lăng trụ

$\Rightarrow$ Đa giác tạo bởi tất cả các đoạn giao tuyến này chính là thiết diện cần tìm. Có 2 dạng:

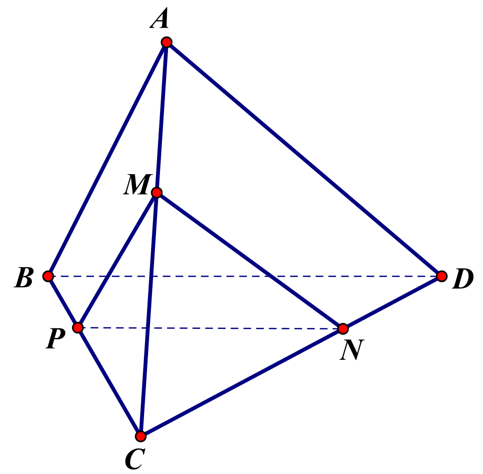
+ mặt phẳng (α) đi qua một điểm song song với hai đường thẳng chéo nhau;

+ hoặc (α) chứa một đường thẳng và song song với một đường thẳng

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$, điểm M thuộc AC. Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

Lời giải



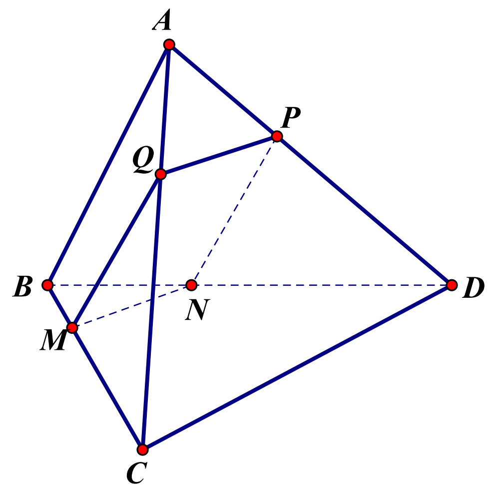
$(\alpha)//AB$ nên giao tuyến của (α) với (ABC) là đường thẳng qua M, song song với AB, cắt BC tại P.

$(\alpha)//AD$ nên giao tuyến của (α) với (ADC) là đường thẳng qua M, song song với AD cắt DC tại N.

Vậy thiết diện là tam giác MNP.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Giả sử M thuộc đoạn thẳng BC. Một mặt phẳng (α) qua M song song với AB và CD. Thiết diện của (α) và hình tứ diện $ABCD$ là hình gì?

Lời giải



$(\alpha)//AB$ nên giao tuyến của (α) với (ABC) là đường thẳng đi qua M và song song với AB và cắt AC tại Q.

$(\alpha)//CD$ nên giao tuyến của (α) với (BCD) là đường thẳng đi qua M và song song với CD và cắt BD tại N.

$(\alpha)//AB$ nên giao tuyến của (α) với (ABD) là đường thẳng đi qua N và song song với AB và cắt AD tại P.

Ta có $MN//PQ//CD, MQ//PN//AB$. Vậy thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây sai?

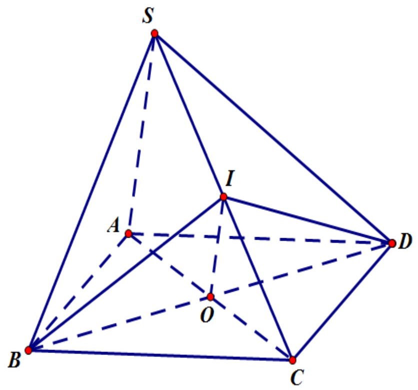
A. $OI \,//\, (SAD)$

B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

C. $OI//(SAB)$

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Lời giải



A đúng vì $IO \,//\, SA \Rightarrow IO \,//\, (SAD)$.

C đúng vì $IO \,//\, SA \Rightarrow IO \,//\, (SAB)$.

D đúng vì $(IBD) \cap (SAC) = IO$.

B sai vì mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác IBD.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác $ABC, (\alpha)$ là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD. Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) của tứ diện?

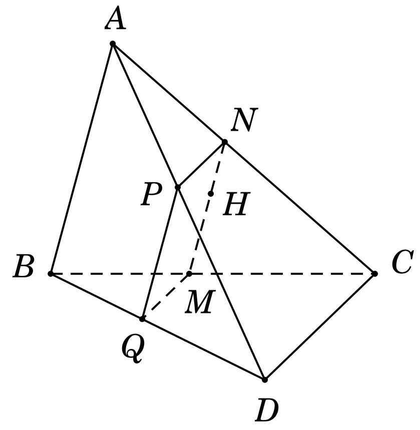
A. Thiết diện là hình vuông.

B. Thiết diện là hình thang cân.

C. Thiết diện là hình bình hành.

D. Thiết diện là hình chữ nhật.

Lời giải.



Qua H kẻ đường thẳng (d) song song AB và cắt BC, AC lần lượt tại M, N.

Từ N kẻ NP song song vớ $CD\,(P \in CD)$. Từ P kẻ PQ song song với $AB\,(Q \in BD)$.

Ta có $MN // PQ // AB$ suy ra M, N, P, Q đồng phẳng và $AB // (MNPQ)$.

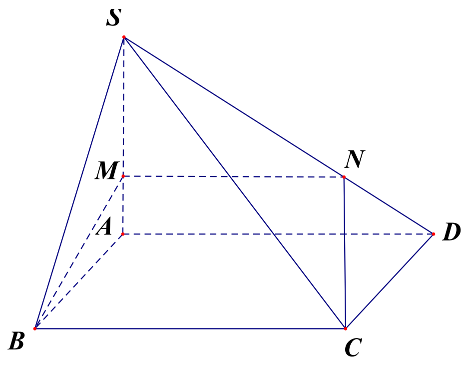
Suy ra $MNPQ$ là thiết diện của (α) và tứ diện.

Vậy tứ diện là hình bình hành.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm lấy trên cạnh SA (M không trùng với S và A). $Mp(\alpha)$ qua ba điểm M, B, C cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là:

A. Tam giác. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Lời giải



Ta có $\left.\begin{matrix} AD // BC \subset (MBC) \\ AD \not\subset (MBC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow AD // (MBC)$.

Ta có $(MBC) // AD$ nên (MBC) và (SAD) có giao tuyến song song AD.

Trong (SAD), vẽ $MN // AD\,(N \in SD) \Rightarrow MN = (MBC) \cap (SAD)$.

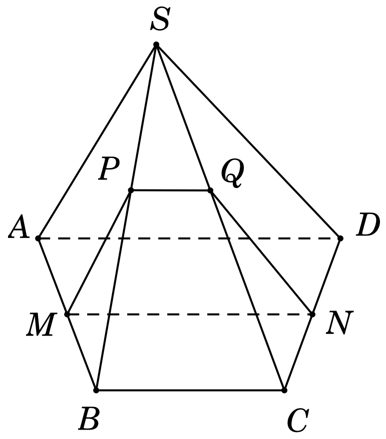
Thiết diện của $S.ABCD$ cắt bởi (MBC) là tứ giác $BCNM$.

Do $MN // BC$ nên $BCNM$ là hình thang.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD. M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD. (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình vuông

Lời giải.



Xét hình thang $ABCD$, có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD.

Suy ra MN là đường trung bình của hình thang $ABCD \Rightarrow MN // BC$.

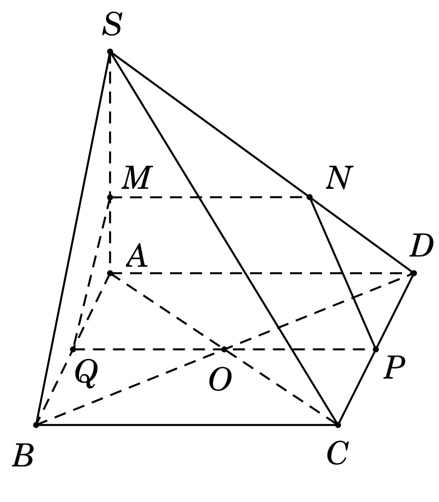
Lấy điểm $P \in SB$, qua P kẻ đường thẳng song song với BC và cắt BC tại Q.

Suy ra $(P) \cap (SBC) = PQ$ nên thiết diện (P) và hình chóp là tứ giác $MNQP$ có $MN // PQ //$ BC. Vậy thiết diện là hình thang $MNQP$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là điểm thuộc cạnh SA. (P) là mặt phẳng qua OM và song song với AD. Thiết diện của (P) và hình chóp là

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình tam giác.

Lời giải.



Qua M kẻ đường thẳng $MN // AD$ và cắt SD tại $N \Rightarrow MN // AD$.

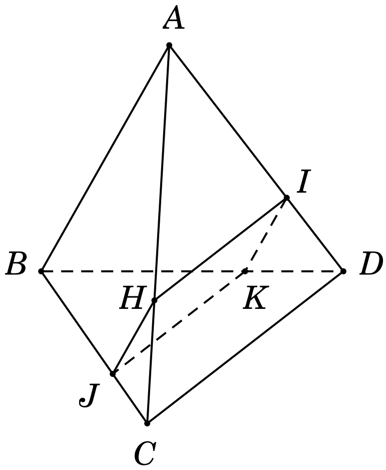
Qua O kẻ đường thẳng $PQ // AD$ và cắt AB, CD lần lượt tại $Q, P \Rightarrow PQ // AD$.

Suy ra $MN // PQ // AD \longrightarrow M, N, P, Q$ đồng phẳng $\Rightarrow (P)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thang $MNPQ$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt thuộc cạnh AD, BC sao cho $IA = 2ID$ và $JB = 2JC$. Gọi (P) là mặt phẳng qua IJ và song song với AB. Thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ là

A. Hình thang. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình tam giác. **D.** Tam giác đều.

Lời giải.



Giả sử (P) cắt các mặt của tứ diện (ABC) và (ABD) theo hai giao tuyến JH và IK.

Ta có $(P) \cap (ABC) = JH, (P) \cap (ABD) = IK$

$(ABC) \cap (ABD) = AB, (P) // AB \longrightarrow JH // IK // AB$.

Theo định lí Thalet, ta có $\frac{JB}{JC} = \frac{HA}{HC} = 2$ suy ra $\frac{HA}{HC} = \frac{IA}{ID} \Rightarrow IH // CD$.

Mà $IH \in (P)$ suy ra IH song song với mặt phẳng (P).

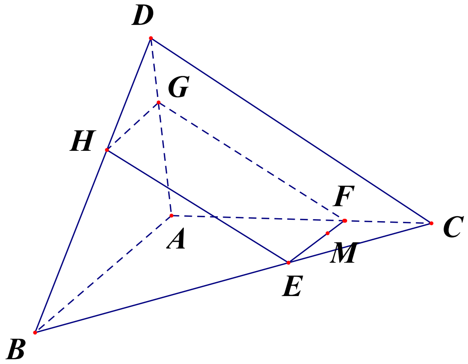
Vậy (P) cắt các mặt phẳng $(ABC), (ABD)$ theo các giao tuyến IH, JK với $IH // JK$.

Do đó, thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ là hình bình hành.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. M là điểm nằm trong tam giác $ABC, mp(\alpha)$ qua M và song song với AB và CD. Thiết diện của $ABCD$ cắt bởi $mp(\alpha)$ là:

A. Tam giác. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình vuông. **D.** Hình bình hành.

Lời giải



$(\alpha)//AB$ nên giao tuyến (α) và (ABC) là đường thẳng song song AB.

Trong (ABC). Qua M vẽ $EF//AB(1)$ $(E \in BC, F \in AC)$. Ta có $(\alpha)\cap(ABC) = MN$.

Tương tự trong $mp(BCD)$, qua E vẽ $EH//DC$ (2) $(H \in BD)$ suy ra $(\alpha)\cap(BCD) = HE$.

Trong $mp(ABD)$, qua H vẽ $HG//AB$ (3) $(G \in AD)$, suy ra $(\alpha)\cap(ABD) = GH$.

Thiết diện của $ABCD$ cắt bởi (α) là tứ giác $EFGH$.

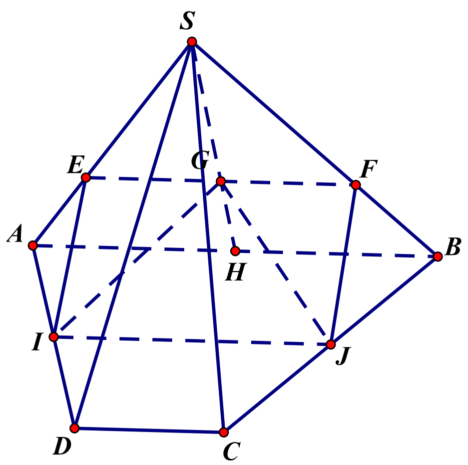
Ta có $\left.\begin{matrix}(\alpha)\cap(ADC) = FG \\ (\alpha)//DC\end{matrix}\right\} \Rightarrow FG//DC(4)$

Từ $(1),(2),(3),(4) \Rightarrow \begin{cases} EF//GH \\ EH//GF \end{cases} \Rightarrow EFGH$ là hình bình hành.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB//CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sao đây đúng?

A. $AB = \frac{1}{3}CD$. **B.** $AB = \frac{3}{2}CD$. **C.** $AB = 3CD$. **D.** $AB = \frac{2}{3}CD$

Lời giải



Vì $(IJG)\cap(SAB) = \{G\}$ ta có $IJ//AB$ vì IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$

$(IJG)\cap(SAB)=Gx//AB//IJ$. Gọi $E=Gx\cap SA, F=Gx\cap SB$

$(IJG)\cap(SAD)=EI$; $(IJG)\cap(ABCD)=IJ$; $(IJG)\cap(SBC)=JF$

Suy ra thiết diện (IJG) và hình chóp là hình bình hành $IJFE \Leftrightarrow IJ=EF$ (1)

vì G là trọng tâm tam giác $SAB \Leftrightarrow SG=\dfrac{2}{3}GH \Rightarrow EF=\dfrac{2}{3}AB$ (2)

và $IJ=\dfrac{AB+CD}{2}$ (3) vì IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$

Từ $(1),(2)$ và (3) $\Rightarrow \dfrac{2}{3}AB=\dfrac{AB+CD}{2} \Leftrightarrow 4AB=3AB+3CD \Leftrightarrow AB=3CD$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

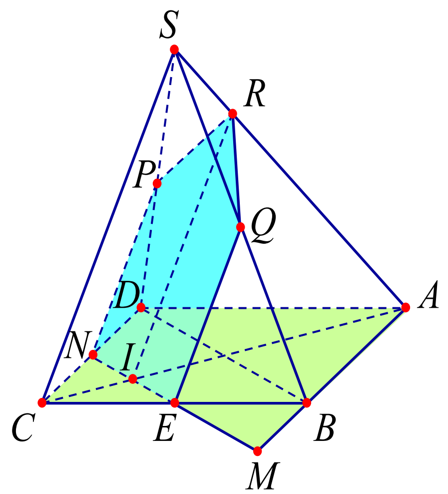
A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

D. (P) không cắt hình chóp.

Lời giải



Trong $(ABCD)$, kẻ đường thẳng qua M và song song với BD cắt BC, CD, CA tại K, N, I.

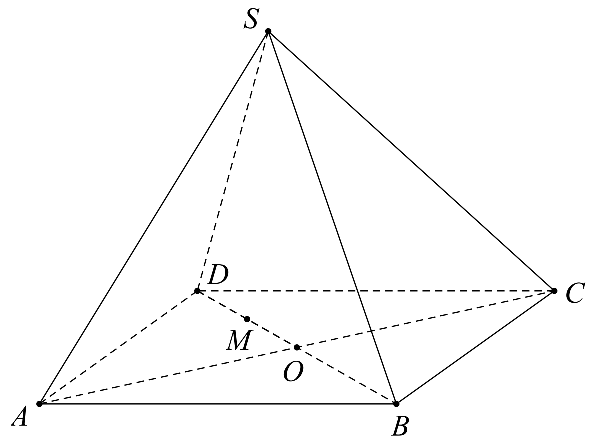
Trong (SCD), kẻ đường thẳng qua N và song song với SC cắt SD tại P.

Trong (SCB), kẻ đường thẳng qua K và song song với SC cắt SB tại Q.

Trong (SAC), kẻ đường thẳng qua I và song song với SC cắt SA tại R.

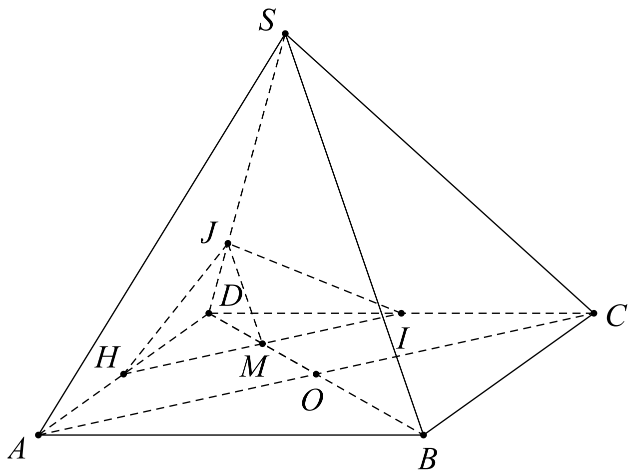
Thiết diện là ngũ giác $KNPRQ$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của DO, (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AC và SD. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì.



A. Ngũ giác. **B.** Tứ giác. **C.** Lục giác. **D.** Tam giác.

Lời giải



Dựng d qua M song song với AC và lần lượt cắt AD, CD tại E, F.

$d \cap AD = E$; $d \cap CD = F$,

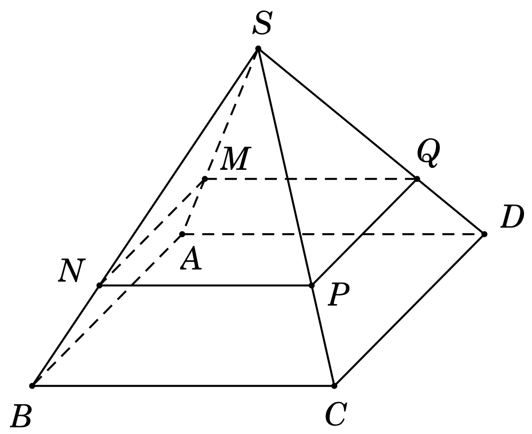
Dựng d_1 qua M song song với SD và lần lượt cắt SA, SB, SC tại G, H, I.

Mặt phẳng (α) cắt hình chóp tạo nên thiết diện là ngũ giác $EFIHG$.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD, cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là:

A. $\frac{400}{9}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{16}{9}$.

Lời giải.



Ta có $(\alpha) \parallel AB$ và CD mà A, B, C, D đồng phẳng suy ra $(\alpha) \parallel (ABCD)$.

Giả sử (α) cắt các mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$ lần lượt tại các điểm N, P, Q với $N \in SB, P \in SC, Q \in SD$ suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$.

Khi đó $MN // AB \Rightarrow MN$ là đường trung bình tam giác SAB $\Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}$.

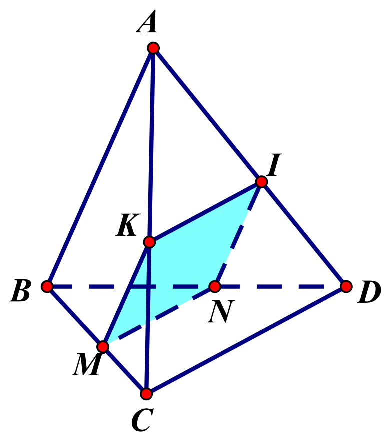
Tương tự, ta có được $\frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{DA} = \frac{2}{3}$ và $MNPQ$ là hình vuông.

Suy ra $S_{MNPQ} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{ABCD} = \frac{4}{9} S_{ABCD} = \frac{4}{9}.10.10 = \frac{400}{9}$.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\frac{31}{7}$. **B.** $\frac{18}{7}$. **C.** $\frac{24}{7}$. **D.** $\frac{15}{7}$.

Lời giải



Giả sử một mặt phẳng song song với AB và CD cắt tứ diện $ABCD$ theo một thiết diện là hình thoi $MNIK$ như hình vẽ trên. Khi đó ta có: $\begin{cases} MK // AB // IN \\ MN // CD // IK \\ MK = KI \end{cases}$.

Cách 1: Theo định lí Ta – lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB} = \dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{MK}{6} = \dfrac{AC - AK}{AC} \\ \dfrac{KI}{8} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{AK}{AC} \Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{KI}{8} \Rightarrow \dfrac{MK}{6} = 1 - \dfrac{MK}{8} \Leftrightarrow \dfrac{7}{24}MK = 1 \Leftrightarrow MK = \dfrac{24}{7}$.

Vậy hình thoi có cạnh bằng $\dfrac{24}{7}$.

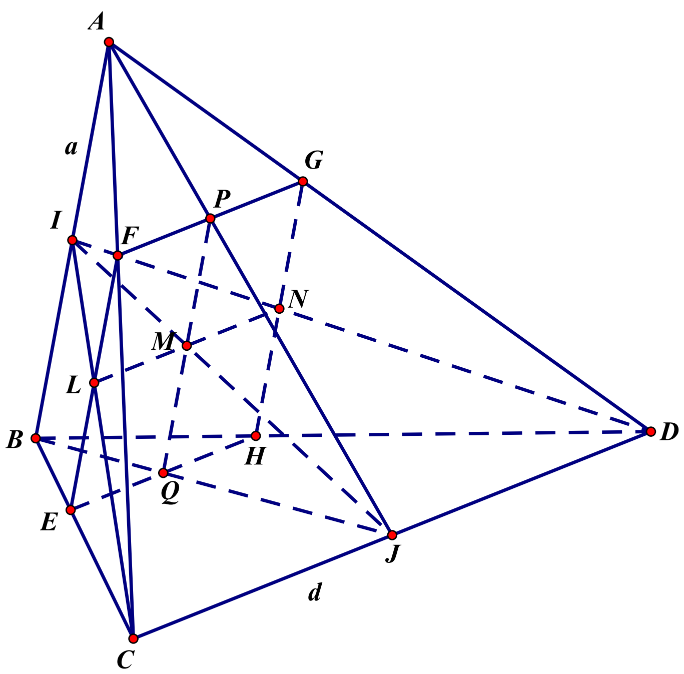
Cách 2: Theo định lí Ta – lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB} = \dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD} = \dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{MK}{AB} + \dfrac{MK}{CD} = \dfrac{CK}{AC} + \dfrac{AK}{AC}$

$\Rightarrow \dfrac{MK}{6} + \dfrac{MK}{8} = \dfrac{AK + KC}{AC} \Rightarrow \dfrac{7MK}{24} = \dfrac{AC}{AC} = 1 \Rightarrow MK = \dfrac{24}{7}$.

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD. Giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD. Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM = \dfrac{1}{3}IJ$.

A. ab. **B.** $\dfrac{ab}{9}$. **C.** $2ab$. **D.** $\dfrac{2ab}{9}$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases}(\alpha)//CD\\ CD\subset(ICD)\\ M\in(\alpha)\cap(ICD)\end{cases}$ $\Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (ICD) là đường thẳng qua M và song song với CD cắt IC tại L và ID tại N.

$\begin{cases}(\alpha)//AB\\ AB\subset(JAB)\\ M\in(\alpha)\cap(JAB)\end{cases}$ $\Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (JAB) là đường thẳng qua M và song song với AB cắt JA tại P và JB tại Q.

Ta có $\begin{cases}(\alpha)//AB\\ AB\subset(ABC)\\ L\in(\alpha)\cap(ABC)\end{cases}$ $\Rightarrow EF//AB$

Tương tự $\begin{cases}(\alpha)//AB\\ AB\subset(ABD)\\ N\in(\alpha)\cap(ABD)\end{cases}$ $\Rightarrow HG//AB$.

Từ và $\Rightarrow EF//HG//AB$

Ta có $\begin{cases}(\alpha)//CD\\ CD\subset(ACD)\\ P\in(\alpha)\cap(ACD)\end{cases}$ $\Rightarrow FG//CD$

Tương tự $\begin{cases}(\alpha)//CD\\ CD\subset(BCD)\\ Q\in(\alpha)\cap(BCD)\end{cases}$ $\Rightarrow EH//CD$

Từ và $\Rightarrow FG//EH//CD$.

Từ và, suy ra $EFGH$ là hình bình hành. Mà $AB\perp CD$ nên $EFGH$ là hình chữ nhật.

Xét tam giác ICD có: $LN//CD$ $\Rightarrow \dfrac{LN}{CD}=\dfrac{IN}{ID}$.

Xét tam giác ICD có: $MN//JD$ $\Rightarrow \dfrac{IN}{ID}=\dfrac{IM}{IJ}$.

Do đó $\dfrac{LN}{CD}=\dfrac{IM}{IJ}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow LN=\dfrac{1}{3}CD=\dfrac{b}{3}$.

Tương tự $\dfrac{PQ}{AB}=\dfrac{JM}{JI}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow PQ=\dfrac{2}{3}AB=\dfrac{2a}{3}$.

Vậy $S_{EFGH}=PQ.LN=\dfrac{2ab}{9}$.

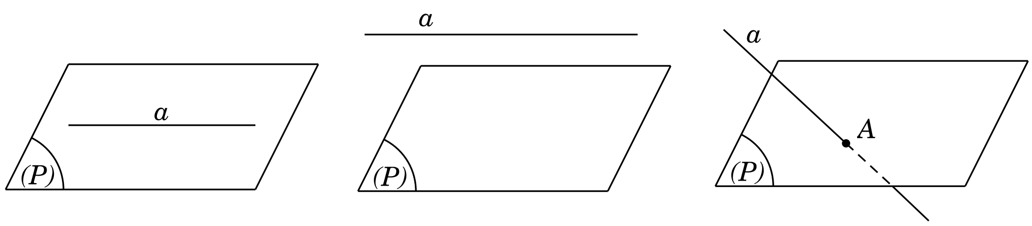
DẠNG 4: CÂU HỎI LÝ THUYẾT.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 40: Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải.



Có 3 vị trí tương đối của a và (P), đó là:

a nằm trong (P), a song song với (P) và a cắt (P).

Câu 41: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a\|b$, $b\|(\alpha)$. Khi đó:

A. $a\|(\alpha)$. **B.** $a\subset(\alpha)$.

C. a cắt (α). **D.** $a\|(\alpha)$ hoặc $a\subset(\alpha)$.

Lời giải.

Câu 42: Cho $d//(\alpha)$, mặt phẳng (β) qua d cắt (α) theo giao tuyến d'. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $d//d'$. **B.** d cắt d'. **C.** d và d' chéo nhau. **D.** $d\equiv d'$.

Lời giải.

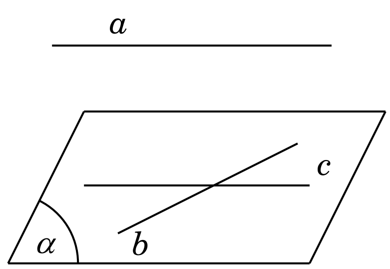
Ta có: $d'=(\alpha)\cap(\beta)$. Do d và d' cùng thuộc (β) nên d cắt d' hoặc $d\|d'$.

Nếu d cắt d'. Khi đó, d cắt (α). Vậy $d\|d'$.

Câu 43: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải.



Gọi a và b là 2 đường thẳng chéo nhau, c là đường thẳng song song với a và cắt b.

Gọi $(\alpha)\equiv(b,c)$. Do $a\|c \Rightarrow a\|(\alpha)$.

Giả sử $(\beta)\|(\alpha)$. Mà $b\in(\alpha)\Rightarrow b\|(\beta)$.

Mặt khác, $a\|(\alpha)\Rightarrow a\|(\beta)$.

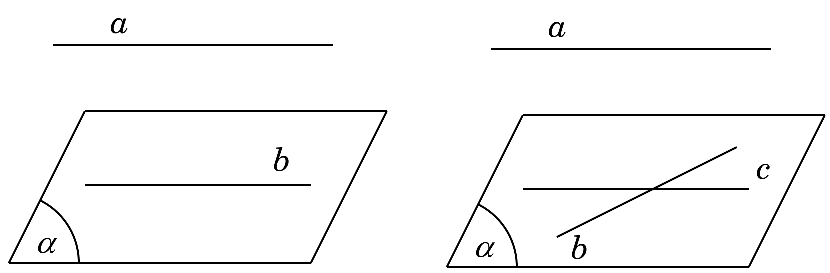
Có vô số mặt phẳng $(\beta)\|(\alpha)$. Vậy có vô số mặt phẳng song song với 2 đường thẳng chéo nhau.

Câu 44: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a\|(\alpha)$, $b\subset(\alpha)$. Khi đó:

A. $a\|b$. **B.** a, b chéo nhau.

C. $a\|b$ hoặc a, b chéo nhau. **D.** a, b cắt nhau.

Lời giải.



Vì $a\|(\alpha)$ nên tồn tại đường thẳng $c\subset(\alpha)$ thỏa mãn $a\|c$. Suy ra b, c đồng phẳng và xảy ra các trường hợp sau:

• Nếu b song song hoặc trùng với c thì $a\|b$.

• Nếu b cắt c thì b cắt $(\beta)\equiv(a,c)$ nên a, b không đồng phẳng. Do đó a, b chéo nhau.

Câu 45: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α). Giả sử $b\not\subset(\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b\|(\alpha)$ thì $b\|a$.

B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a.

C. Nếu $b\|a$ thì $b\|(\alpha)$.

D. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b.

Lời giải.

• A sai. Nếu $b||(\alpha)$ thì $b||a$ hoặc a,b chéo nhau.

• B sai. Nếu b cắt (α) thì b cắt a hoặc a,b chéo nhau.

• D sai. Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt a hoặc song song với a.

Câu 46: Cho hai đường thẳng phân biệt a,b và mặt phẳng (α). Giả sử $a||(\alpha)$ và $b||(\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. a và b không có điểm chung.
B. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
C. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.
D. a và b chéo nhau.

Lời giải.

Câu 47: Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b.
B. Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b.
C. Nếu (P) chứa a thì (P) cũng chứa b.
D. Các khẳng định A, B, C đều sai.

Lời giải.

Gọi $(Q)\equiv(a,b)$.

• A sai. Khi $b=(P)\cap(Q)\Rightarrow b\subset(P)$.

• C sai. Khi $(P)\neq(Q)\Rightarrow b//(P)$.

• Xét khẳng định B, giả sử (P) không cắt b khi đó $b\subset(P)$ hoặc $b//(P)$. Khi đó, vì $b||a$ nên $a\subset(P)$ hoặc a cắt (P).

Vậy khẳng định B đúng.

Câu 48: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b.
B. Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b.
C. Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M, song song với a và b.
D. Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b.

Lời giải.

Có có vô số mặt phẳng song song với 2 đường thẳng chéo nhau.

Do đó A sai.

Câu 49: Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c. Gọi (P) là mặt phẳng qua a, (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

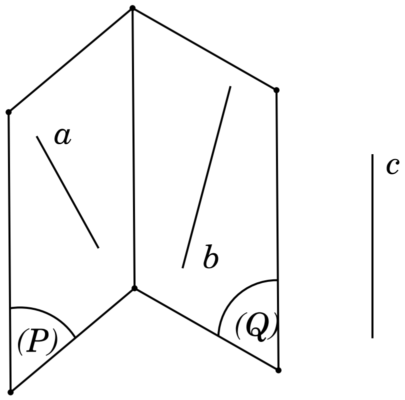
A. Một mặt phẳng (P), một mặt phẳng (Q).

B. Một mặt phẳng (P), vô số mặt phẳng (Q).

C. Một mặt phẳng (Q), vô số mặt phẳng (P).

D. Vô số mặt phẳng (P) và (Q).

Lời giải.



Vì c song song với giao tuyến của (P) và (Q) nên $c//(P)$ và $c//(Q)$.

Khi đó, (P) là mặt phẳng chứa a và song song với c, mà a và c chéo nhau nên chỉ có một mặt phẳng như vậy.

Tương tự cũng chỉ có một mặt phẳng (Q) chứa b và song song với c.

Vậy có nhiều nhất một mặt phẳng (P) và một mặt phẳng (Q) thỏa yêu cầu bài toán.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 12: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α). Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b//(\alpha)$ thì $b//a$.

B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a.

C. Nếu $b//a$ thì $b//(\alpha)$.

D. Nếu $b//(\alpha)$ và (β) chứa b thì (β) sẽ cắt (α) theo giao tuyến là đường thẳng song song với b.

Câu 2: Cho các mệnh đề sau:

1. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P).

2. Giữa hai đường thẳng chéo nhau có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

3. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

4. Nếu đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và (P) cắt đường thẳng a thì Δ cắt a.

5. Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Trong các mệnh đề trên, số các mệnh đề **sai** là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3: Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đều sau?

A. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng đã cho.

B. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β).

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.

Câu 4: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a//(\alpha)$ và $b//(\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. a và b không có điểm chung.

B. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

C. a và b chéo nhau.

D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Câu 5: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và b là đường thẳng nằm trong (P). Khi đó trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

A. a song song b. **B.** a cắt b.

C. a và b chéo nhau. **D.** a và b không có điểm chung.

Câu 6: Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó

A. Hoặc song song hoặc trùng nhau. **B.** Chéo nhau.

C. Trùng nhau. **D.** Song song

Câu 7: Trong không gian, cho các mệnh đề sau:

I. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

II. Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.

III. Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b, đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P).

IV. Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α), kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α).

Số mệnh đề **đúng** là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu $a // (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b // a$.

C. Nếu $\begin{cases} a // (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a // b$.

D. Nếu $a // (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $d//(\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta // d$.

B. Nếu $d//(\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $b//d$.

C. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

D. Nếu $d//c$; $c \subset (\alpha)$ thì $d//(\alpha)$.

Câu 10: Cho các mệnh đề sau:

. Nếu $a // (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P).

. Nếu $a // (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P).

. Nếu $a // (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a.

. Nếu $a // (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng.

Số mệnh đề đúng là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 11: Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 12: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây

A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.

B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q).

D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

Câu 13: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Câu 14: Cho các giả thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a // b$ và $b \subset (\alpha)$. **B.** $a // (\beta)$ và $(\beta) // (\alpha)$.

C. $a // b$ và $b // (\alpha)$. **D.** $a \cap (\alpha) = \varnothing$.

Câu 15: Cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d. Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P),(Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. a,d trùng nhau. **B.** a,d chéo nhau. **C.** a song song d. **D.** a,d cắt nhau.

Câu 16: Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c. Gọi (P) là mặt phẳng qua a, (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

A. Vô số mặt phẳng (P) và (Q).

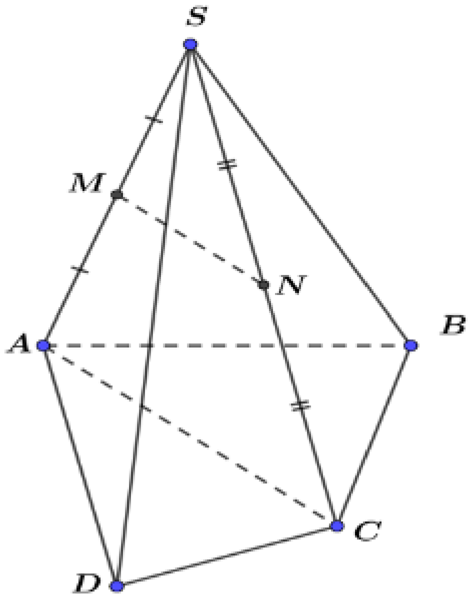
B. Một mặt phẳng (P), vô số mặt phẳng (Q).

C. Một mặt phẳng (Q), vô số mặt phẳng (P).

D. Một mặt phẳng (P), một mặt phẳng (Q).

DẠNG 2. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

Câu 17: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $MN//(SAB)$. **B.** $MN//(SBC)$. **C.** $MN//(SBD)$. **D.** $MN//(ABCD)$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và tam giác SCD. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC). **B.** (SBD). **C.** (SAB). **D.** $(ABCD)$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $MN//(ABC)$. **B.** $MN//(SAB)$. **C.** $MN//(SAC)$. **D.** $MN//(SBC)$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $JI//(SAC)$. **B.** $JI//(SAB)$. **C.** $JI//(SBC)$. **D.** $JI//(SAD)$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, CD. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $HK//(SBC)$. **B.** $HK//(SBD)$. **C.** $HK//(SAC)$. **D.** $HK//(SAD)$.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD, G$ là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

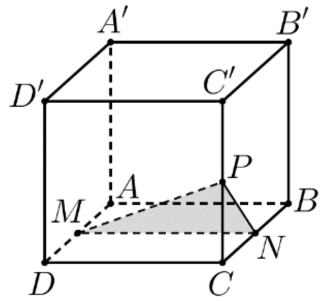
A. (ACD). **B.** (ABC). **C.** (ABD). **D.** (BCD).

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$ và P là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $GQ//(ACD)$ **B.** $GQ//(BCD)$

C. GQ cắt (BCD). **D.** Q thuộc mặt phẳng (CDP).

Câu 24: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AD, BC, CC'. Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề sai?



i) $A'B' // (MNP)$.

ii) $(MNP) // (BC'D')$.

iii) $(MNP) // (B'C'D')$.

iv) DD' cắt mp (MNP).

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 25: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau lần lượt có tâm O và O'. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $OO'//(ADF)$. **B.** $OO'//(BCE)$. **C.** $OO'//(ACE)$. **D.** $OO'//(DCEF)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của BC, CD. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $HK//(SBD)$. **B.** $OK//(SAD)$. **C.** $OH//(SAB)$. **D.** $HK//(SAB)$.

Câu 27: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$.Gọi M, N lần lượt là trung điểm AA' và $B'C'$. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng

A. $(A'MN)$. **B.** $(C'MN)$. **C.** $(A'CN)$. **D.** (CMN).

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm trên cạnh SA, mặt phẳng (α) qua M song song với SB và AC. Mặt phẳng (α) cắt AB, BC, SC, SD, BD lần lượt tại N, E, F, I, J. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $MN // (SCD)$. **B.** $EF // (SAD)$. **C.** $NF // (SAD)$. **D.** $IJ // (SAB)$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Gọi I là trung điểm của BC, K thuộc cạnh SD sao cho $SK = \frac{1}{2}KD$, M là giao điểm của của BD và AI. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $MK//(SCD)$. **B.** $MK//(SBD)$. **C.** $MK//(ABCD)$. **D.** $MK//(SAB)$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB. Gọi P, Q lần lượt là hai điểm nằm trên cạnh SA và SB sao cho $\frac{SP}{SA} = \frac{SQ}{SB} = \frac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. PQ cắt $(ABCD)$. **B.** $PQ \subset (ABCD)$.

C. $PQ//(ABCD)$. **D.** PQ và CD chéo nhau.

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD. Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $G_1G_2 \,//\, (ABD)$. **B.** $G_1G_2 \,//\, (ABC)$.

C. BG_1, AG_2 và CD đồng quy. **D.** $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD. Mệnh đề nào sau đây ***sai***?

A. $G_1G_2 // (ABD)$. **B.** Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.

C. $G_1G_2 // (ABC)$. **D.** $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của DC, BC, SA. Gọi H là giao điểm của AC và MN. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. MN chéo SC. **B.** $MN // (SBD)$. **C.** $MN // (ABCD)$. **D.** $MN \cap (SAC) = H$.

Câu 34: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của $ABCD$, $ABEF$. M là trung điểm của CD. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. MO_2 cắt (BEC). **B.** O_1O_2 song song với (BEC).

C. O_1O_2 song song với (EFM). **D.** O_1O_2 song song với (AFD).

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC) **B.** (SBD). **C.** (SAB) **D.** $(ABCD)$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAD. M là trung điểm CD. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $IJ // (SCD)$. **B.** $IJ // (SBM)$. **C.** $IJ // (SBC)$. **D.** $IJ // (SBD)$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SA. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $OM // (SCD)$. **B.** $OM // (SBD)$. **C.** $OM // (SAB)$. **D.** $OM // (SAD)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB // CD$ và $AB = 2CD$. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Đường thẳng EF song song với mặt phẳng (SAC).

B. Đường thẳng EF cắt đường thẳng AC.

C. Đường thẳng AC song song với mặt phẳng (BEF).

D. Đường thẳng CD song song với mặt phẳng (BEF).

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD. M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khi đó đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ACD). **B.** (BCD). **C.** (ABD). **D.** (ABC).

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

A. (ACD). **B.** (ABC). **C.** (ABD). **D.** (BCD).

Câu 41: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. M, N lần lượt là trung điểm của SC và SD. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $MN // (SBD)$. **B.** $MN // (SAB)$. **C.** $MN // (SAC)$ **D.** $MN // (SCD)$.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MG song song với (ACD) **B.** MG song song với (ABD).

C. MG song song với (ACB). **D.** MG song song với (BCD).

Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Khi đó CB' song song với

A. $(AC'M)$. **B.** $(BC'M)$. **C.** $A'N$. **D.** AM.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD = 2BC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $MD = 2MS$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. OM song song với mặt phẳng

A. (SAD). **B.** (SBD). **C.** (SBC). **D.** (SAB).

Câu 45: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt là hình vuông cạnh a. Các điểm M, N lần lượt nằm trên AD', DB sao cho $AM = DN = x (0 < x < a\sqrt{2})$ Khi x thay đổi, đường thẳng MN luôn song song với mặt phẳng cố định nào sau đây?

A. $(CB'D')$. **B.** $(A'BC)$. **C.** $(AD'C)$.. **D.** $(BA'C')$

Câu 46: Cho hình hộp $ABCD. A'B'C'D'$. Trên các cạnh $AA'; BB'; CC'$ lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{3}; \frac{B'N}{BB'} = \frac{2}{3}; \frac{C'P}{CC'} = \frac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q. Tính tỉ số $\frac{D'Q}{DD'}$.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 47: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD$, $ABEF$ M là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $OO_1 // (BEC)$. **B.** $OO_1 // (AFD)$. **C.** $OO_1 // (EFM)$. **D.** MO_1 cắt (BEC).

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 12: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α). Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $b//(\alpha)$ thì $b//a$.

B. Nếu b cắt (α) thì b cắt a.

C. Nếu $b//a$ thì $b//(\alpha)$.

D. Nếu $b//(\alpha)$ và (β) chứa b thì (β) sẽ cắt (α) theo giao tuyến là đường thẳng song song với b.

Lời giải

Câu 2: Cho các mệnh đề sau:

1. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P).

2. Giữa hai đường thẳng chéo nhau có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

3. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

4. Nếu đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) và (P) cắt đường thẳng a thì Δ cắt a.

5. Đường thẳng song song với mặt phẳng nếu nó song song với một đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

Trong các mệnh đề trên, số các mệnh đề **sai** là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Các mệnh đề sai là: 1, 3, 4, 5.

Câu 3: Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đều sau?

A. Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng đã cho.

B. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β).

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.

Lời giải

Câu 4: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α). Giả sử $a//(\alpha)$ và $b//(\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. a và b không có điểm chung.

B. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

C. a và b chéo nhau.

D. a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Lời giải

a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.

Câu 5: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) và b là đường thẳng nằm trong (P). Khi đó trường hợp nào sau đây không thể xảy ra?

A. a song song b. **B.** a cắt b.

C. a và b chéo nhau. **D.** a và b không có điểm chung.

Lời giải

Vì $a \parallel (P)$ nên a không điểm chung với mặt phẳng (P).

Mà $b \subset (P)$ nên a không điểm chung với b tức a không thể cắt b.

Câu 6: Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó

A. Hoặc song song hoặc trùng nhau. **B.** Chéo nhau.

C. Trùng nhau. **D.** Song song

Lời giải

Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song hoặc trùng nhau.

Câu 7: Trong không gian, cho các mệnh đề sau:

I. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

II. Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.

III. Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b, đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P).

IV. Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α), kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α).

Số mệnh đề **đúng** là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

I. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
Đây là một mệnh đề **sai** vì hai đường thẳng này có thể chéo nhau hoặc cắt nhau.
II. Hai mặt phẳng phân biệt chứa hai đường thẳng song song cắt nhau theo giao tuyến song song với hai đường thẳng đó.
Đây là một mệnh đề **sai** vì giao tuyến có thể hoặc song song với hai đường thẳng đó, hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

III. Nếu đường thẳng a song song với đường thẳng b, đường thẳng b nằm trên mặt phẳng (P) thì a song song với (P).

Đây là một mệnh đề **sai** vì a còn có thể thuộc (P).

IV. Qua điểm A không thuộc mặt phẳng (α), kẻ được đúng một đường thẳng song song với (α).

Đây là một mệnh đề **đúng**, vì qua A ta sẽ kẻ được vô số đường song song với (α), các đường này đều nằm trên (β) đi qua A và song song với (α).

Câu 8: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu $a \,//\, (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b \,//\, a$.

C. Nếu $\begin{cases} a \,//\, (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a \,//\, b$.

D. Nếu $a \,//\, (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Lời giải

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $d // (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta // d$.

B. Nếu $d // (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $b // d$.

C. Nếu $d \cap (\alpha) = A$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

D. Nếu $d // c$; $c \subset (\alpha)$ thì $d // (\alpha)$.

Lời giải

Mệnh đề **B** sai vì b và d có thể chéo nhau.

Câu 10: Cho các mệnh đề sau:

. Nếu $a \,//\, (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P).

. Nếu $a \,//\, (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P).

. Nếu $a \,//\, (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a.

. Nếu $a \,//\, (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng.

Số mệnh đề đúng là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

. Nếu $a \,//\, (P)$ thì a song song với mọi đường thẳng nằm trong (P) **Sai**.

. Nếu $a \,//\, (P)$ thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) Đúng.

. Nếu $a \,//\, (P)$ thì có vô số đường thẳng nằm trong (P) song song với a Đúng.

. Nếu $a \,//\, (P)$ thì có một đường thẳng d nào đó nằm trong (P) sao cho a và d đồng phẳng Đúng.

Vậy có 3 mệnh đề đúng.

Câu 11: Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Lời giải

Giả sử (α) song song với (β). Một đường thẳng a song song với (β) có thể nằm trên (α).

Câu 12: Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau đây

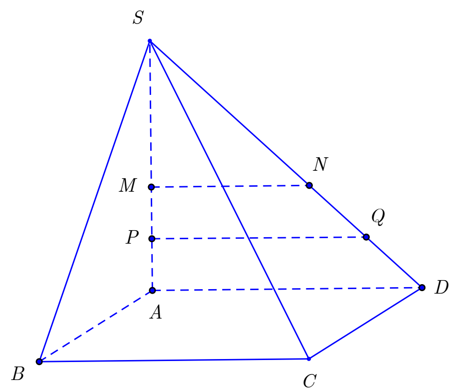
A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.

B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q).

D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q).

Lời giải



Ví dụ (SAD) chứa $MN; PQ$ cùng song song với $(ABCD)$ nhưng (SAD) cắt $(ABCD)$.

Câu 13: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì trùng nhau.

C. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì chéo nhau.

D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Lời giải

Lý thuyết : Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng có thể chéo nhau, song song, cắt nhau hoặc trùng nhau.

Câu 14: Cho các giả thiết sau đây. Giả thiết nào kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α)?

A. $a // b$ và $b \subset (\alpha)$. **B.** $a // (\beta)$ và $(\beta) // (\alpha)$.

C. $a // b$ và $b // (\alpha)$. **D.** $a \cap (\alpha) = \varnothing$.

Lời giải

Chọn $a \cap (\alpha) = \varnothing$

Câu 15: Cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng d. Đường thẳng a song song với cả hai mặt phẳng $(P),(Q)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. a,d trùng nhau. **B.** a,d chéo nhau. **C.** a song song d. **D.** a,d cắt nhau.

Lời giải

Sử dụng hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

Câu 16: Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c. Gọi (P) là mặt phẳng qua a, (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c. Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

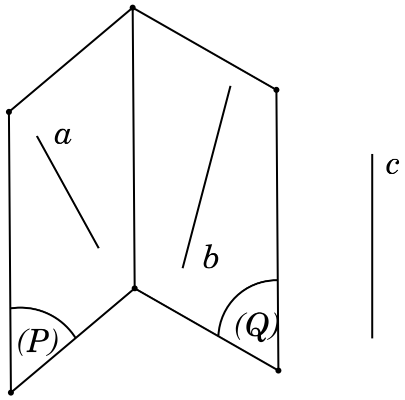
A. Vô số mặt phẳng (P) và (Q).

B. Một mặt phẳng (P), vô số mặt phẳng (Q).

C. Một mặt phẳng (Q), vô số mặt phẳng (P).

D. Một mặt phẳng (P), một mặt phẳng (Q).

Lời giải



Vì c song song với giao tuyến của (P) và (Q) nên $c // (P)$ và $c // (Q)$.

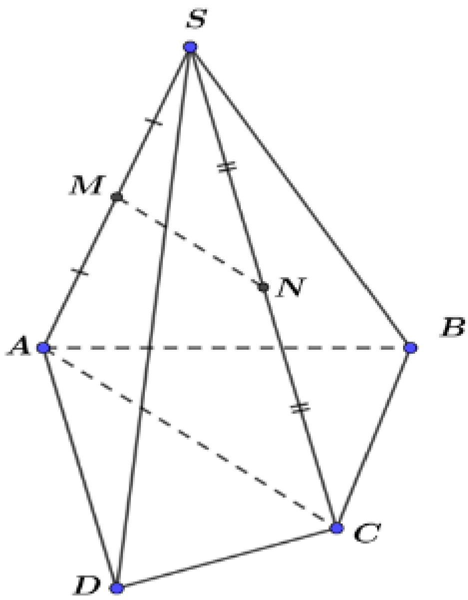
Khi đó, (P) là mặt phẳng chứa a và song song với c, mà a và c chéo nhau nên chỉ có một mặt phẳng như vậy.

Tương tự cũng chỉ có một mặt phẳng (Q) chứa b và song song với c.

Vậy có nhiều nhất một mặt phẳng (P) và một mặt phẳng (Q) thỏa yêu cầu bài toán.

DẠNG 2. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

Câu 17: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $MN // (SAB)$. **B.** $MN // (SBC)$. **C.** $MN // (SBD)$. **D.** $MN // (ABCD)$.

Lời giải

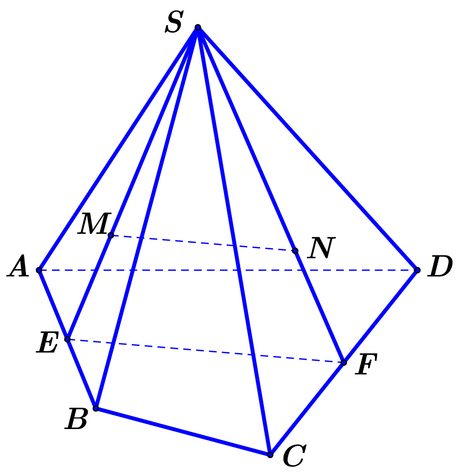
Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow MN // AC$.

Mặt khác $AC \subset (ABCD) \Rightarrow MN // (ABCD)$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và tam giác SCD. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC). **B.** (SBD). **C.** (SAB). **D.** $(ABCD)$.

Lời giải



Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Do M, N là trọng tâm ΔSAB, ΔSCD nên S, M, E thẳng hàng; S, N, F thẳng hàng.

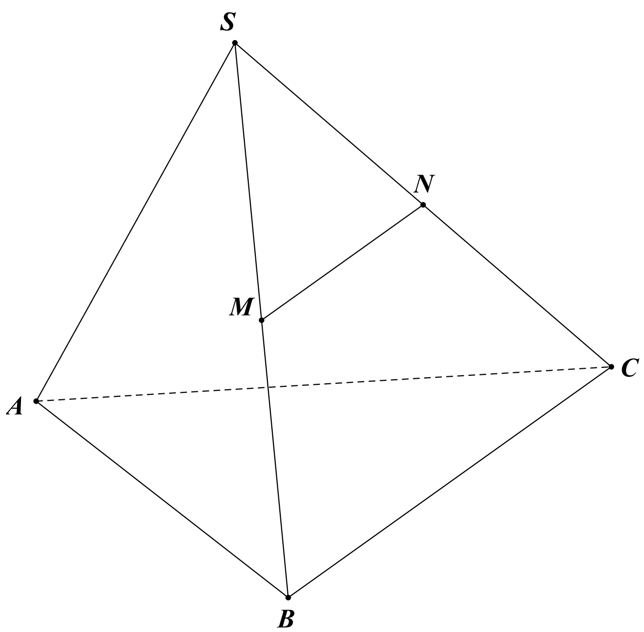
Xét $\triangle SEF$ có: $\frac{SM}{SE}=\frac{2}{3}=\frac{SN}{SF}$ nên theo định lý Ta lét $\Rightarrow MN \,//\, EF$.

Mà $EF \subset (ABCD)$ nên $MN \,//\, (ABCD)$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $MN \,//\, (ABC)$. **B.** $MN \,//\, (SAB)$. **C.** $MN \,//\, (SAC)$. **D.** $MN \,//\, (SBC)$.

Lời giải



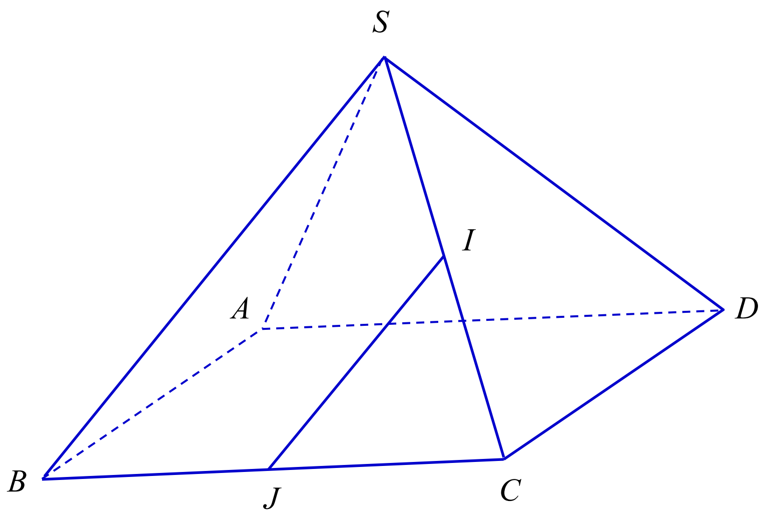
Theo giả thiết thì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC nên MN là đường trung bình của ΔSBC, do đó $MN // BC$.

Vì $\begin{cases} MN \not\subset (ABC) \\ BC \subset (ABC) \\ MN // BC \end{cases} \Rightarrow MN // (ABC)$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $JI // (SAC)$. **B.** $JI // (SAB)$. **C.** $JI // (SBC)$. **D.** $JI // (SAD)$.

Lời giải



Xét đáp án B:

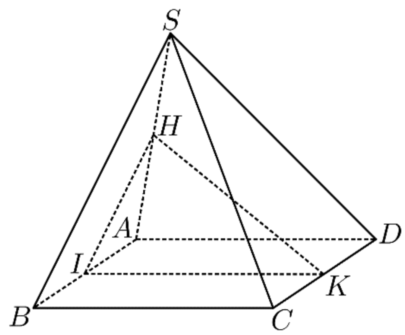
Ta có $JI // SB$, $SB \subset (SAB)$.

Vậy $JI // (SAB)$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, CD. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $HK // (SBC)$. **B.** $HK // (SBD)$. **C.** $HK // (SAC)$. **D.** $HK // (SAD)$.

Lời giải



Ta có HI là đường trung bình của tam giác SAB nên $HI // SB \subset (SBC) \Rightarrow HI // (SBC)$

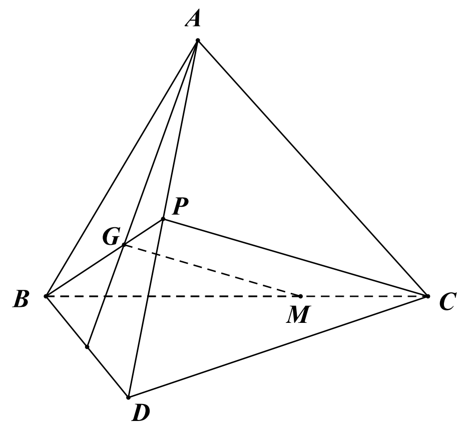
Lại có I, K lần lượt là trung điểm AB, CD nên $IK // BC \subset (SBC) \Rightarrow IK // (SBC)$

Từ, ta có $(HIK)//(SBC)$, mà $HK \subset (HIK)$ nên $HK//(SBC)$.

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD, G$ là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (ACD). **B.** (ABC). **C.** (ABD). **D.** (BCD).

Lời giải



Gọi P là trung điểm của AD.

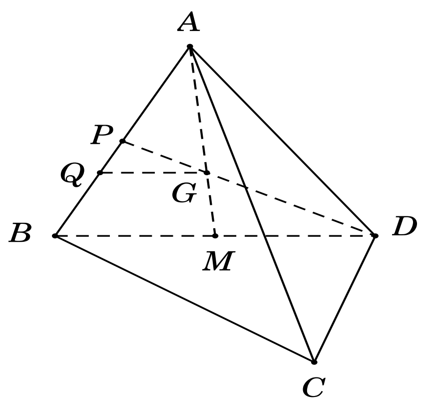
Ta có: $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BP} = \frac{2}{3} \Rightarrow MG \parallel CP$.Mà $\begin{cases} CP \subset (ACD) \\ MG \not\subset (ACD) \end{cases}$ nên $MG \parallel (ACD)$.

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$ và P là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $GQ//(ACD)$ **B.** $GQ//(BCD)$

C. GQ cắt (BCD). **D.** Q thuộc mặt phẳng (CDP).

Lời giải



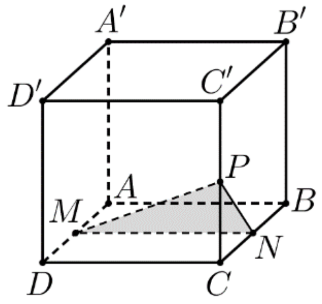
Gọi M là trung điểm của BD.

Vì G là trọng tâm tam giác $ABD \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$.

Điểm $Q \in AB$ sao cho $AQ = 2QB \Leftrightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{2}{3}$. Suy ra $\frac{AG}{AM} = \frac{AQ}{AB} \Rightarrow GQ // BD$.

Mặt khác BD nằm trong mặt phẳng (BCD) suy ra $GQ//(BCD)$.

Câu 24: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AD, BC, CC'. Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề sai?



i) $A'B'$ // (MNP).

ii) (MNP) // $(BC'D')$.

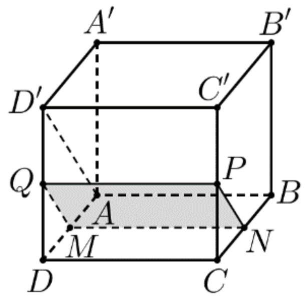
iii) (MNP) // $(B'C'D')$.

iv) DD' cắt mp (MNP).

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề **sai**?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} A'B' \,//\, AB \\ AB \,//\, MN \end{cases} \Rightarrow A'B' \,//\, MN \Rightarrow A'B' \,//\, (MNP)$.

Ta có $\begin{cases} MN \,//\, C'D' \\ NP \,//\, BC' \end{cases} \Rightarrow (MNP) \,//\, (BC'D')$.

Ta có $\begin{cases} (MNP) \cap (ABCD) = MN \\ (B'C'D') \,//\, (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (MNP)$ cắt $(B'C'D')$.

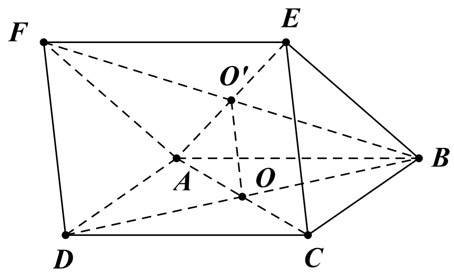
Ta có $\begin{cases} (MNP) \,//\, (BC'D') \\ DD' \cap (BC'D') = D' \end{cases} \Rightarrow DD' \cap (MNP) = Q$.

Vậy chỉ có mệnh đề iii) sai.

Câu 25: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng khác nhau lần lượt có tâm O và O'. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $OO'//(ADF)$. **B.** $OO'//(BCE)$. **C.** $OO'//(ACE)$. **D.** $OO'//(DCEF)$.

Lời giải



Đáp án A đúng vì

$$\left.\begin{matrix} OO'//DF \\ DF\subset(ADF) \\ OO'\not\subset(ADF) \end{matrix}\right\}\Rightarrow OO'//(ADF)$$

Đáp án B đúng vì

$$\left.\begin{matrix} OO'//EC \\ EC\subset(BCE) \\ OO'\not\subset(BCE) \end{matrix}\right\}\Rightarrow OO'//(BCE)$$

Đáp án C sai vì $OO'\subset(ACE)$

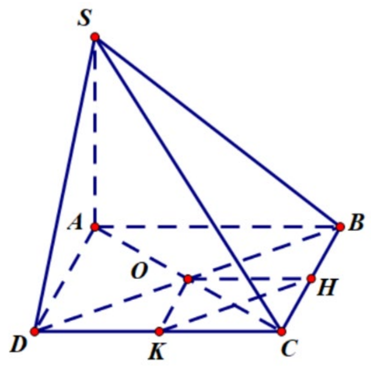
Đáp án D đúng vì

$$\left.\begin{matrix} OO'//EC \\ EC\subset(DCEF) \\ OO'\not\subset(DCEF) \end{matrix}\right\}\Rightarrow OO'//(DCEF)$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi H,K lần lượt là trung điểm của BC,CD. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $HK//(SBD)$. **B.** $OK//(SAD)$. **C.** $OH//(SAB)$. **D.** $HK//(SAB)$.

Lời giải



+ Ta có $HK \not\subset (SBD)$.

Ta thấy HK là đường trung bình của tam giác BCD nên $HK // BD$ mà $BD \subset (SBD)$.

Do đó $HK // (SBD)$.

+ Ta có $OK \not\subset (SAD)$.

Ta thấy OK là đường trung bình của tam giác ACD nên $OK // AD$ mà $AD \subset (SAD)$.

Do đó $OK // (SAD)$.

+ Ta có $OH \not\subset (SAB)$.

Ta thấy OH là đường trung bình của tam giác ABC nên $OH // AB$ mà $AB \subset (SAB)$.

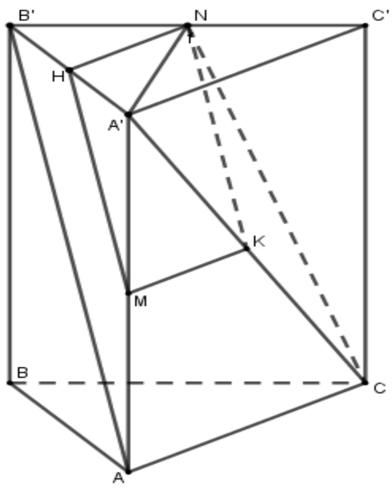
Do đó $OH // (SAB)$.

+ Trong mp $(ABCD)$ ta thấy: $AB \cap HK$ mà $AB \subset (SAB)$ nên HK không sông song với (SAB).

Câu 27: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$.Gọi M, N lần lượt là trung điểm AA' và $B'C'$. Khi đó đường thẳng AB' song song với mặt phẳng

A. $(A'MN)$. **B.** $(C'MN)$. **C.** $(A'CN)$. **D.** (CMN).

Lời giải



Gọi H, K lần lượt là trung điểm của $A'B'$, $A'C$.

Ta có: HM là đường trung bình $\Delta A'B'A \Rightarrow HM // AB'$ (1).

Lại có: HN, MK lần lượt là đường trung bình $\Delta A'B'C'$, $\Delta A'AC$.

$$\Rightarrow \begin{cases} HN // A'C', HN = \frac{1}{2}A'C' \\ MK // AC, MK = \frac{1}{2}AC \end{cases} \text{ mà } \begin{cases} A'C' // AC \\ A'C' = AC \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} HN // MK \\ HN = MK \end{cases} \Rightarrow HNKM \text{ là hình bình hành.}$$

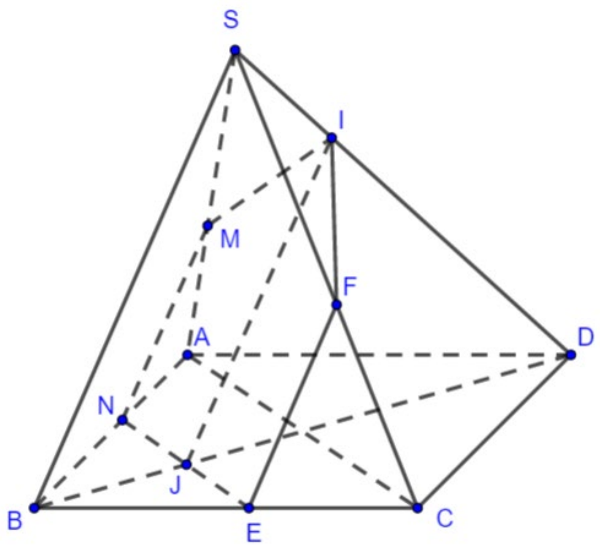
$\Rightarrow HM // NK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $AB' // NK \Rightarrow AB' // (A'NC)$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm trên cạnh SA, mặt phẳng (α) qua M song song với SB và AC. Mặt phẳng (α) cắt AB, BC, SC, SD, BD lần lượt tại N, E, F, I, J. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $MN // (SCD)$. **B.** $EF // (SAD)$. **C.** $NF // (SAD)$. **D.** $IJ // (SAB)$.

Lời giải

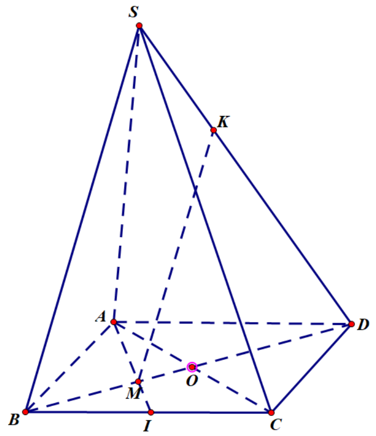


Ta có: $\begin{cases} IJ = (\alpha) \cap (SBD) \\ (\alpha) // SB \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = IJ // SB$. Mà $SB \subset (SAB) \Rightarrow IJ // (SAB)$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O. Gọi I là trung điểm của BC, K thuộc cạnh SD sao cho $SK = \frac{1}{2}KD$, M là giao điểm của của BD và AI. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $MK // (SCD)$. **B.** $MK // (SBD)$. **C.** $MK // (ABCD)$. **D.** $MK // (SAB)$.

Lời giải



A sai vì $MK \cap (SCD) = K$

B sai vì $MK \subset (SBD)$

C sai vì $MK \cap (ABCD) = M$

Ta có M là trọng tâm tam giác ABC, do đó $BM = \frac{2}{3}BO = \frac{1}{3}BD$

Suy ra $\frac{DK}{DS} = \frac{DM}{DB} = \frac{2}{3} \Rightarrow MK // SB$

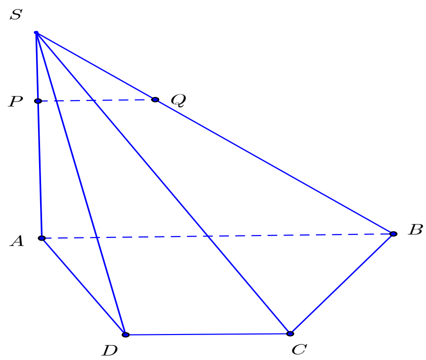
Vậy $MK // (SAB)$

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, đáy lớn AB. Gọi P, Q lần lượt là hai điểm nằm trên cạnh SA và SB sao cho $\frac{SP}{SA} = \frac{SQ}{SB} = \frac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. PQ cắt $(ABCD)$. **B.** $PQ \subset (ABCD)$.

C. $PQ // (ABCD)$. **D.** PQ và CD chéo nhau.

Lời giải



Chọn C

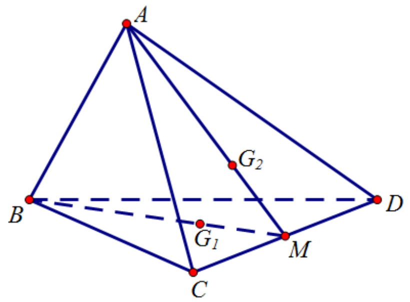
$$\begin{cases} PQ // AB \\ AB \subset (ABCD) \Rightarrow PQ // (ABCD). \\ PQ \not\subset (ABCD) \end{cases}$$

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD. Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $G_1G_2 // (ABD)$. **B.** $G_1G_2 // (ABC)$.

C. BG_1, AG_2 và CD đồng quy. **D.** $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm CD $\Rightarrow \begin{cases} G_1 \in BM; \frac{MG_1}{MB} = \frac{1}{3} \\ G_2 \in AM; \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \end{cases}$

Xét tam giác ABM, ta có $\frac{1}{3} = \frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} \Rightarrow G_1G_2 // AB$

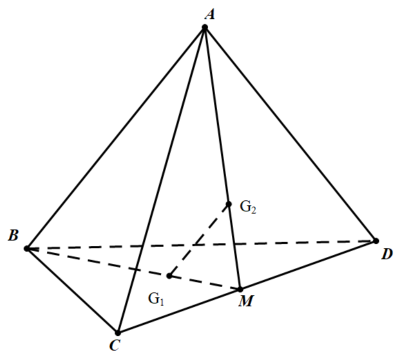
$\Rightarrow \frac{G_1G_2}{AB} = \frac{MG_1}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 = \frac{1}{3}AB$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD. Mệnh đề nào sau đây ***sai***?

A. $G_1G_2 // (ABD)$. **B.** Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.

C. $G_1G_2 // (ABC)$. **D.** $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của CD.

Xét ΔABM ta có: $\dfrac{MG_1}{MB}=\dfrac{MG_2}{MA}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow\begin{cases}G_1G_2\,//\,AB\\ G_1G_2=\dfrac{1}{3}AB\end{cases}$ $\Rightarrow$ **D** sai.

Vì $G_1G_2\,//\,AB\Rightarrow G_1G_2\,//\left(ABD\right)$ $\Rightarrow$ **A** đúng.

Vì $G_1G_2\,//\,AB\Rightarrow G_1G_2\,//\left(ABC\right)$ $\Rightarrow$ **C** đúng.

Ba đường BG_1, AG_2, CD, đồng quy tại M $\Rightarrow$ **B** đúng.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N, K lần lượt là trung điểm của DC, BC, SA. Gọi H là giao điểm của AC và MN. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. MN chéo SC. **B.** $MN\,//\left(SBD\right)$. **C.** $MN\,//\left(ABCD\right)$. **D.** $MN\cap\left(SAC\right)=H$.

Lời giải

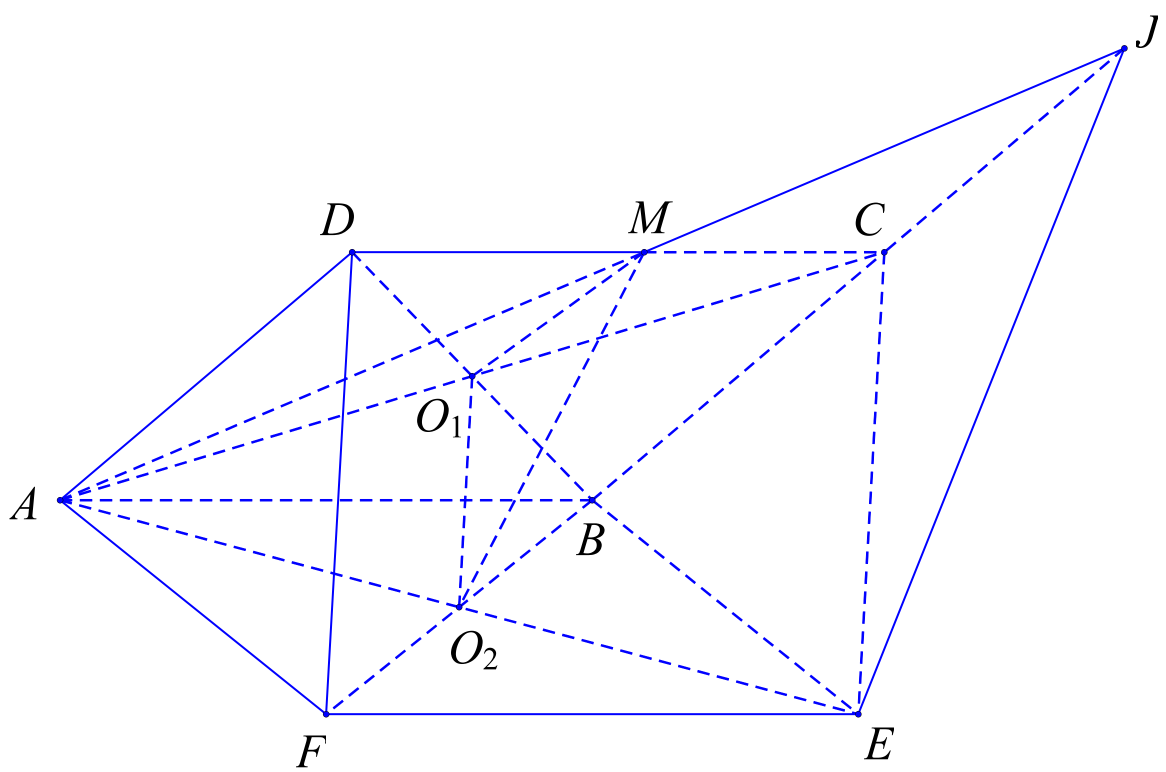
Vì $MN\subset\left(ABCD\right)$ nên MN không song song với mặt phẳng $\left(ABCD\right)\Rightarrow$ câu **C sai.**

Câu 34: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm của $ABCD$, $ABEF$. M là trung điểm của CD. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. MO_2 cắt $\left(BEC\right)$. **B.** O_1O_2 song song với $\left(BEC\right)$.

C. O_1O_2 song song với $\left(EFM\right)$. **D.** O_1O_2 song song với $\left(AFD\right)$.

Lời giải



Gọi J là giao điểm của AM và BC.

Ta có: $MO_1\,//\,AD\,//\,BC\Rightarrow MO_1\,//\,CJ$.

Mà O_1 là trung điểm của AC nên M là trung điểm của AJ.

Do đó $MO_2 // EJ$.

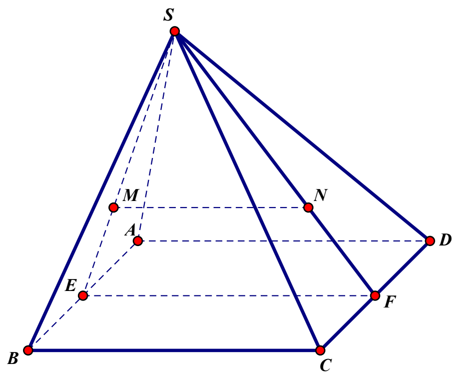
Từ đó suy ra $MO_2 // (BEC)$.

Vậy MO_2 không cắt (BEC).

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC) **B.** (SBD). **C.** (SAB) **D.** $(ABCD)$.

Lời giải



Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB *và* CD.

Do $M; N$ là trọng tâm tam giác $SAB; SCD$ nên S, M, E thẳng hàng; S, N, F thẳng hàng.

Xét ΔSEF có: $\frac{SM}{SE} = \frac{2}{3} = \frac{SN}{SF}$ nên theo định lý Ta – let $\Rightarrow MN // EF$.

Mà $EF \subset (ABCD)$ nên $MN // (ABCD)$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Các điểm I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAD. M là trung điểm CD. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $IJ // (SCD)$. **B.** $IJ // (SBM)$. **C.** $IJ // (SBC)$. **D.** $IJ // (SBD)$.

Lời giải

Gọi N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AB, AD.

Xét ΔSNP có $\frac{SI}{SN} = \frac{SJ}{SP} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ // \text{NP}$.

Xét ΔABD có M là đường trung bình trong tam giác $\Rightarrow NP // BD$.

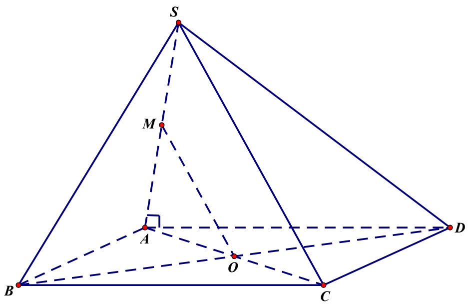
Suy ra $IJ // BD$.

Ta có $\begin{cases} IJ \not\subset (SBD) \\ (IJ // BD \\ (BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow IJ // (SBD)$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SA. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $OM // (SCD)$. **B.** $OM // (SBD)$. **C.** $OM // (SAB)$. **D.** $OM // (SAD)$.

Lời giải



Ta có: M là trung điểm SA; O là trung điểm $AC \Rightarrow OM$ là đường trung bình ΔSAC.

$\Rightarrow OM // SC\left(SC \subset (SCD);\ OM \not\subset (SCD)\right) \Rightarrow OM // (SCD)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB // CD$ và $AB = 2CD$. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SF}{SC} = \dfrac{2}{3}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

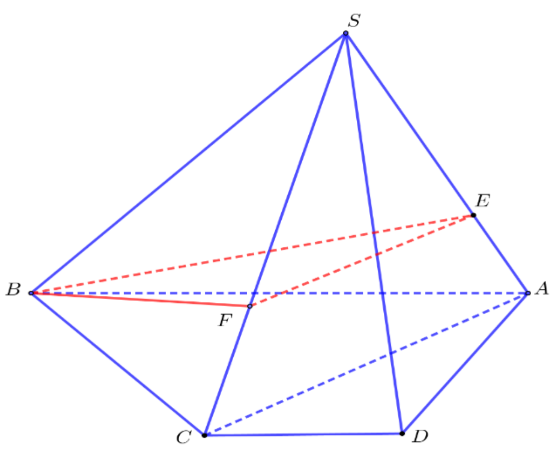
A. Đường thẳng EF song song với mặt phẳng (SAC).

B. Đường thẳng EF cắt đường thẳng AC.

C. Đường thẳng AC song song với mặt phẳng (BEF).

D. Đường thẳng CD song song với mặt phẳng (BEF).

Lời giải

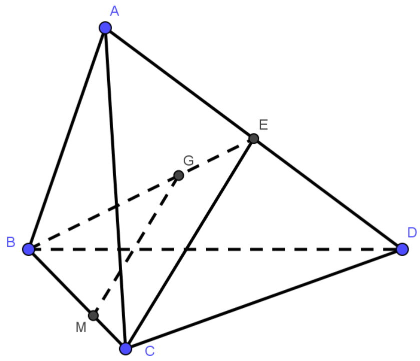


Vì $\frac{SE}{SA}=\frac{SF}{SC}=\frac{2}{3}$ nên đường thẳng $EF\ //\ AC$. Mà $EF\subset(BEF)$, $AC\not\subset(BEF)$ nên AC song song với mặt phẳng (BEF).

Câu 39: Cho tứ diện *ABCD.* Gọi *G* là trọng tâm tam giác *ABD. M* là điểm trên cạnh *BC* sao cho *MB* = *2MC.* Khi đó đường thẳng *MG* song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. (ACD). **B.** (BCD). **C.** (ABD). **D.** (ABC).

Lời giải

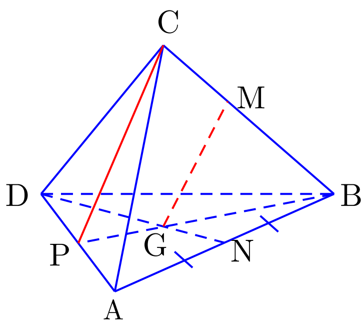


Gọi E là trung điểm AD

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm ΔABD và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM=2MC$. Đường thẳng MG song song với mặt phẳng

A. (ACD). **B.** (ABC). **C.** (ABD). **D.** (BCD).

Lời giải



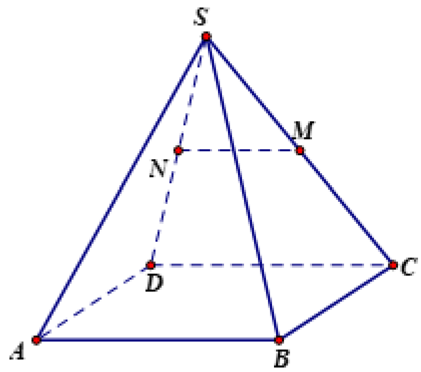
Gọi P là trung điểm AD

Ta có: $\frac{BM}{BC}=\frac{BG}{BP}=\frac{3}{2}\Rightarrow MG//\text{CP}\Rightarrow \text{MG}//(ACD)$.

Câu 41: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình bình hành. M,N lần lượt là trung điểm của SC và SD. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $MN//(SBD)$. **B.** $MN//(SAB)$. **C.** $MN//(SAC)$ **D.** $MN//(SCD)$.

Lời giải



Ta có $MN//\text{CD} \Rightarrow MN//\text{AB}$

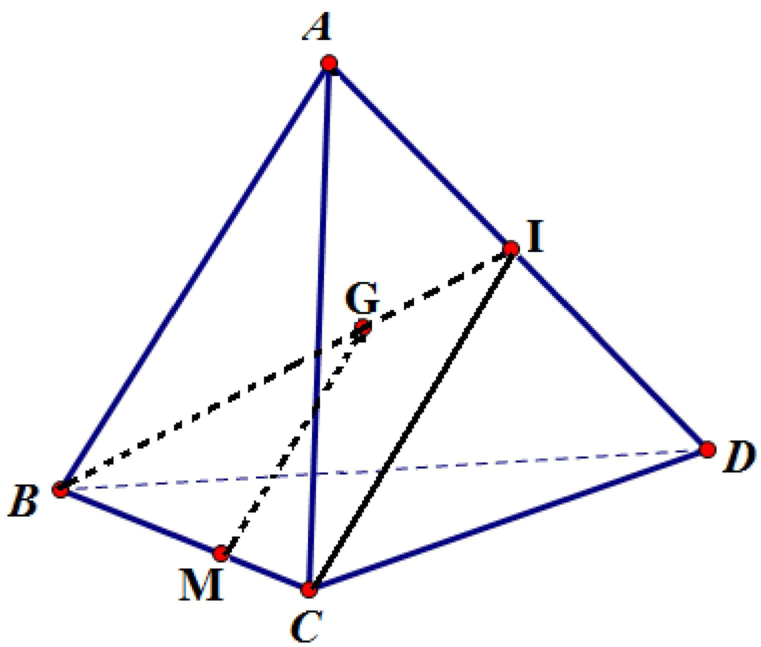
$\Rightarrow MN//(\text{SAB})$

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABD. Trên đoạn BC lấy điểm M sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. MG song song với (ACD) **B.** MG song song với (ABD).

C. MG song song với (ACB). **D.** MG song song với (BCD).

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AD. Xét tam giác BCI có $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BI} = \frac{2}{3}$

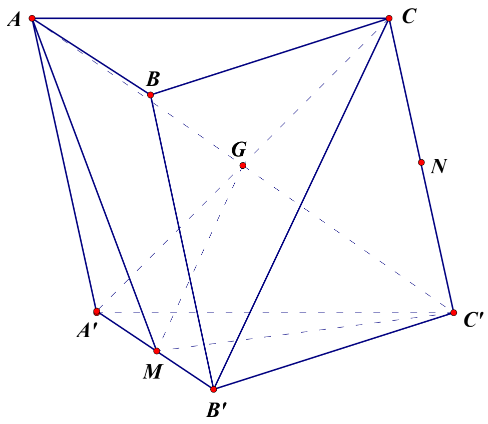
$\Rightarrow MG//CI,\ CI \subset (ACD), MG \not\subset (ACD)$

$\Rightarrow MG//(ACD)$.

Câu 43: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Khi đó CB' song song với

A. $(AC'M)$. **B.** $(BC'M)$. **C.** $A'N$. **D.** AM.

Lời giải

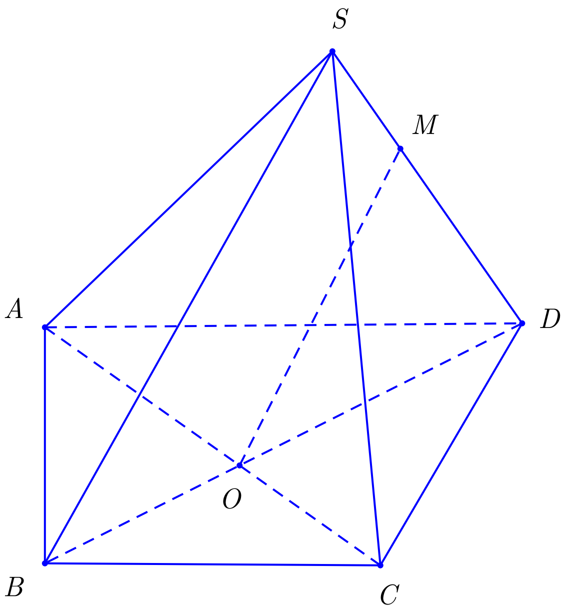


- Gọi G là giao điểm của AC' và $A'C \Rightarrow G$ là trung điểm của $A'C \Rightarrow MG$ là đường trung bình của tam giác $A'CB' \Rightarrow CB'//MG \Rightarrow CB'//\left(AC'M\right)$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD=2BC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $MD=2MS$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. OM song song với mặt phẳng

A. $\left(SAD\right)$. **B.** $\left(SBD\right)$. **C.** $\left(SBC\right)$. **D.** $\left(SAB\right)$.

Lời giải



$AD // BC; AC \cap BD = O \Rightarrow \dfrac{OC}{OA}=\dfrac{OB}{OD}=\dfrac{BC}{AD}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{DO}{DB}=\dfrac{2}{3}$. Mặt khác: $\dfrac{DM}{DS}=\dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{DO}{DB}=\dfrac{DM}{DS}$

$\Rightarrow OM // SB$

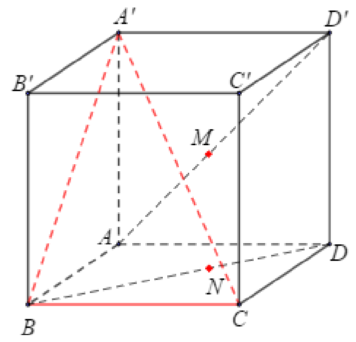
Mà $SB \subset \left(SBC\right), OM \not\subset \left(SBC\right)$.

Nên $OM // (SBC)$.

Câu 45: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt là hình vuông cạnh a. Các điểm M, N lần lượt nằm trên AD', DB sao cho $AM = DN = x(0 < x < a\sqrt{2})$ Khi x thay đổi, đường thẳng MN luôn song song với mặt phẳng cố định nào sau đây?

A. $(CB'D')$. **B.** $(A'BC)$. **C.** $(AD'C)$.. **D.** $(BA'C')$

Lời giải



□ *Sử dụng định lí Ta-lét thuận*

Vì $AD//A'D'$ nên tồn tại (P) là mặt phẳng qua AD và song song với mp $(A'D'CB)$

(Q) là mặt phẳng qua M và song song với mp $(A'D'CB)$

Giả sử (Q) cắt DB tại N'

Theo định lí Ta-lét ta có: $\dfrac{AM}{AD'} = \dfrac{DN'}{DB}$ (*)

Mà các mặt của hình hộp là hình vuông cạnh a nên $AD' = DB = a\sqrt{2}$

Từ $(*)$ ta có $AM = DN' \Rightarrow DN' = DN \Rightarrow N' \equiv N \Rightarrow MN \subset (Q)$

$(Q)//(A'D'CB)$ suy ra MN luôn song song với mặt phẳng cố định $(A'D'CB)$ hay $(A'BC)$

□ *Sử dụng định lí Ta-lét đảo*

Từ giả thiết ta có: $\dfrac{AM}{DN} = \dfrac{MD'}{NB} = \dfrac{AD'}{DB}$

Suy ra AD, MN và $D'B$ luôn song song với một mặt phẳng.

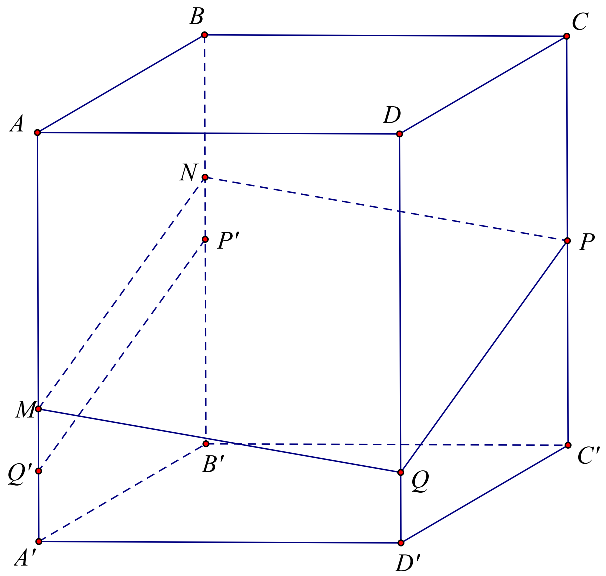
Vậy MN luôn song song với một mặt phẳng (P), mà (P) song song với AD và $D'B$

Mặt phẳng này chính là mp $(A'D'CB)$ hay $(A'BC)$

Câu 46: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh $AA'; BB'; CC'$ lần lượt lấy ba điểm M, N, P sao cho $\dfrac{A'M}{AA'} = \dfrac{1}{3}; \dfrac{B'N}{BB'} = \dfrac{2}{3}; \dfrac{C'P}{CC'} = \dfrac{1}{2}$. Biết mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại Q. Tính tỉ số $\dfrac{D'Q}{DD'}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải



Gọi độ dài cạnh bên của hình hộp là a.

Giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với $(CDD'C')$ là đường thẳng đi qua P và song song với MN

Gọi P' là trung điểm BB' và $Q' \in AA' : MN // P'Q'$. Khi đó tứ giác $MNP'Q'$ là hình bình hành và $NP' = \frac{2}{3}a - \frac{1}{2}a = \frac{1}{6}a \Rightarrow MQ' = \frac{1}{6}a \Rightarrow Q'A' = MA' - MQ' = \frac{1}{6}a$.

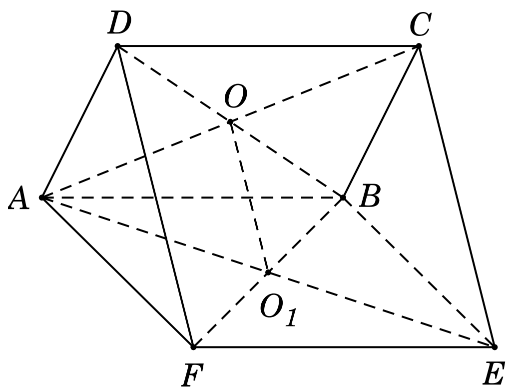
Vậy $\frac{A'Q'}{AA'} = \frac{D'Q}{DD'} = \frac{1}{6}$.

Câu 47: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD$, $ABEF$ M là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $OO_1 // (BEC)$. **B.** $OO_1 // (AFD)$.

C. $OO_1 // (EFM)$. **D.** MO_1 cắt (BEC).

Lời giải



Xét tam giác ACE có O, O_1 lần lượt là trung điểm của AC, AE.

Suy ra OO_1 là đường trung bình trong tam giác ACE $\Rightarrow OO_1 // EC$.

Tương tự, OO_1 là đường trung bình của tam giác BFD nên $OO_1 \,//\, FD$.

Vậy $OO_1 \,//\, \left(BEC\right)$, $OO_1 \,//\, \left(AFD\right)$ và $OO_1 \,//\, \left(EFC\right)$. Chú ý rằng: $\left(EFC\right) = \left(EFM\right)$.

CHƯƠNG IV

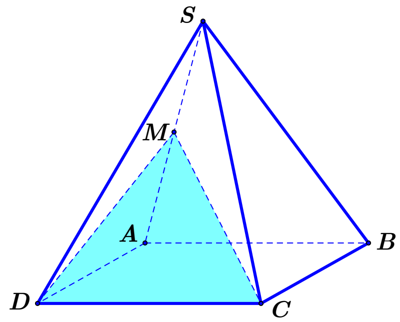
QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 12: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 3. GIAO ĐIỂM, GIAO TUYẾN LIÊN QUÁN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CMD) là:



A. Không có giao điểm. **B.** Giao điểm của đường thẳng SB và MC.
C. Giao điểm của đường thẳng SB và MD. **D.** Trung điểm của đoạn thẳng SB.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm AO. Mặt phẳng (α) qua M và song song với BD; SA và mặt phẳng (α) cắt SC tại N. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $SN=\frac{1}{4}NC$. **B.** $SN=NC$. **C.** $SN=\frac{1}{3}NC$. **D.** $SN=\frac{1}{2}NC$.

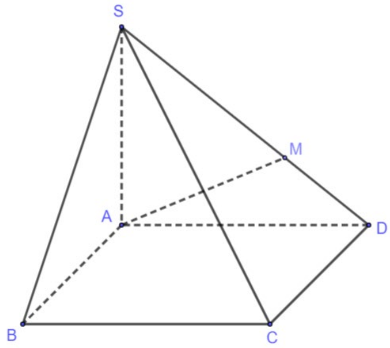
Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua AC và song song với SB. Mặt phẳng (α) cắt SD tại E. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $SE=\frac{1}{3}ED$. **B.** $SE=\frac{1}{2}SD$. **C.** $SE=\frac{1}{3}SD$. **D.** $SE=2SD$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, M là một điểm thuộc đoạn SA sao cho $2MA=SM$, điểm N là điểm thuộc tia đối của tia OS sao cho $3ON=SO$, G là trọng tâm tam giác SCD. Gọi $K=SD\cap(GMN)$. Biết rằng $\frac{SK}{KD}=\frac{a}{b}(a,b\in\mathbb{N})$ và $(a,b)=1$. Tính $S=a+b$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SM=\frac{2}{3}SD$. Mặt phẳng chứa AM và song song với BD cắt cạnh SC tại K. Tỷ số $\frac{SK}{SC}$ bằng



A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SC, F là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM). Tính tỉ số $\frac{SF}{SD}$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABC$ có G,K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và SBC, gọi E là trung điểm của AC. Mặt phẳng (GEK) cắt SC tại M. Tỉ số $\frac{MS}{MC}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, G là trọng tâm tam giác SAB, K là giao điểm của GM với mặt phẳng $ABCD$. Tỉ số $\frac{KB}{KC}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

DẠNG 4. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 56: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và AC, E là điểm trên cạnh CD sao cho $ED=3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình:

A. Tam giác **B.** Hình vuông. **C.** Hình thang. **D.** Hình chữ nhật.

Câu 57: Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác T. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. T là hình thang.
B. T là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.
C. T là hình chữ nhật.
D. T là tam giác.

Câu 58: Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 9\,cm$, $CB = 6\,cm$. M là điểm bất kì trên cạnh CD. (α) là mặt phẳng qua M và song song với AD, BC. Nếu thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (α) là hình thoi thì cạnh của hình thoi đó bằng

A. $3(cm)$. **B.** $\frac{7}{2}(cm)$. **C.** $\frac{31}{8}(cm)$. **D.** $\frac{18}{5}(cm)$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, M là trung điểm cạnh SA, N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = 3SC$. Mặt phẳng (α) chứa MN và song song với SB cắt hình chóp theo thiết diện là

A. Tam giác MNK với K thuộc SD.

B. Tam giác MNP với P là trung điểm của AB.

C. Hình thang.

D. Ngũ giác.

Câu 60: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M, N lần lượt là trung điểm đoạn SC, BC. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) qua MN song song với BD là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Lục giác. **D.** Tứ giác.

Câu 61: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi (P) là mặt phẳng qua G, song song với AB và CD. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi (P) là

A. Hình thang. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình tam giác. **D.** Tam giác đều.

Câu 62: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6, CD = 8$, cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\frac{31}{7}$. **B.** $\frac{18}{7}$. **C.** $\frac{24}{7}$. **D.** $\frac{15}{7}$.

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn là AB, điểm M là trung điểm CD. Mặt phẳng (α) qua M và song song với cả SA, BC, cắt hình chóp theo một thiết diện là

A. hình tam giác. **B.** hình bình hành. **C.** hình thoi. **D.** hình thang.

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).

B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

D. (P) không cắt hình chóp.

Câu 66: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A, M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình vuông **B.** Hình chữ nhật **C.** Hình tam giác **D.** Hình bình hành

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, gọi I là trung điểm cạnh SC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).

B. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).

C. Mặt phẳng (IBD) cắt mặt phẳng (SAC) theo giao tuyến OI.

D. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là tứ giác.

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $IO \,//\, mp(SAB)$.

B. $IO \,//\, mp(SAD)$.

C. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

D. $(IBD)\cap(SAC)=OI$.

Câu 69: Cho hình chóp tứ giác *S.ABCD*, có đáy *ABCD* là hình bình hành. Gọi *M, N, I* lần lượt là trung điểm của các cạnh *SA, SB* và *BC.* Thiết diện tạo bởi mặt phẳng và hình chóp *S.ABCD* là:

A. Tứ giác *MNIK* với *K* là điểm bất kỳ trên cạnh *AD.*

B. Tam giác *MNI.*

C. Hình bình hành *MNIK* với K là điểm trên cạnh AD mà IK//AB.

D. Hình Thang *MNIK* với K là một điểm trên cạnh AD mà IK//AB

Câu 70: Gọi (P) là mặt phẳng qua H, song song với CD và SB. Thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Ngũ giác.

B. Hình bình hành.

C. Tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song.

D. Hình thang.

Câu 71: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình ngũ giác.

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB. Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Hình thang. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Tam giác.

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC, (α) là mặt phẳng đi qua A, M và song song với đường thẳng BD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $a^2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4a^2}{3}$. **C.** $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 74: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD, giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD. Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM = \frac{1}{3}IJ$.

A. ab. **B.** $\frac{ab}{9}$. **C.** $2ab$. **D.** $\frac{2ab}{9}$.

Câu 75: Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD, $AB = CD = 6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = x.BC$ $(0 < x < 1)$. mp(P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q. Diện tích lớn nhất của tứ giác bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 76: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD, (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD'. Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

A. Ngũ giác. **B.** Tứ giác. **C.** Tam giác. **D.** Lục giác.

Câu 77: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6$, $CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\frac{31}{7}$. **B.** $\frac{18}{7}$. **C.** $\frac{24}{7}$. **D.** $\frac{15}{7}$.

Câu 78: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\frac{MA}{AD} = \frac{NC}{CB} = \frac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD. Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là:

A. một tam giác.
B. một hình bình hành.
C. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.
D. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

Câu 79: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm G là trọng tâm tam giác BCD. Mặt phẳng (α) qua G, (α) song song với AB và CD. (α) cắt trung tuyến AM của tam giác ACD tại K. Chọn khẳng định đúng?

A. (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình tam giác.

B. $AK = \frac{2}{3}AM$.

C. $AK = \frac{1}{3}AM$.

D. Giao tuyến của (α) và cắt CD.

Câu 80: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA. Khi đó mặt phẳng (P) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một hình

A. Hình thang. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Tam giác.

Câu 81: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB. Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Tam giác

Câu 82: Cho hìnhchóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB (M khác S và B). Mặtphẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Hình bình hành. **B.** Tam giác. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Câu 83: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. (P) không cắt hình chóp.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

Câu 84: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SA.Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M, song song với SC và AD. Thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình thang. **B.** Hình thang cân. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình bình hành.

Câu 85: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB//CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (IJG) là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sao đây đúng?

A. $AB=3CD$. **B.** $AB=\frac{1}{3}CD$. **C.** $AB=\frac{3}{2}CD$. **D.** $AB=\frac{2}{3}CD$.

Câu 86: Cho hình tứ diện ABCD có tất cả các cạnh bằng $6a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $CA, CB; P$ là điểm trên cạnh BD sao cho $BP=2PD$. Diện tích S thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi (MNP) là:

A. $\frac{5a^2\sqrt{457}}{2}$. **B.** $\frac{5a^2\sqrt{457}}{12}$. **C.** $\frac{5a^2\sqrt{51}}{2}$. **D.** $\frac{5a^2\sqrt{51}}{4}$.

Câu 87: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB // CD)$, cạnh $AB = 3a$, $AD = CD = a$. Tam giác SAB cân tại $S, SA = 2a$. Mặt phẳng (P) song song với SA, AB cắt các cạnh AD, BC, SC, SD theo thứ tự tại M, N, P, Q. Đặt $AM = x(0 < x < a)$. Gọi x là giá trị để tứ giác $MNPQ$ ngoại tiếp được đường tròn, bán kính đường tròn đó là

A. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{7}}{6}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** a.

Câu 88: Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a, I là trung điểm của AC, J là một điểm trên cạnh AD sao cho $AJ = 2JD$. (P) là mặt phẳng chứa IJ và song song với AB. Tính diện tích thiết diện khi cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P).

A. $\frac{3a^2\sqrt{51}}{144}$. **B.** $\frac{3a^2\sqrt{31}}{144}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{31}}{144}$. **D.** $\frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$.

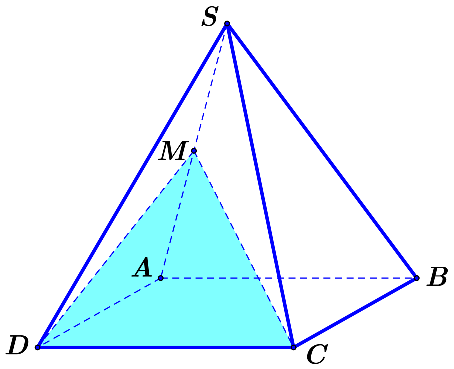
CHƯƠNG IV QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 12: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG SONG SONG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

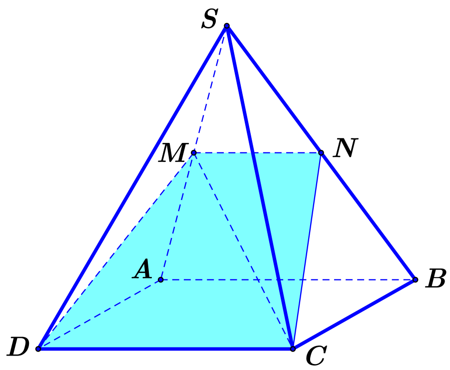
DẠNG 3. GIAO ĐIỂM, GIAO TUYẾN LIÊN QUÁN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. Giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CMD) là:



A. Không có giao điểm. **B.** Giao điểm của đường thẳng SB và MC.
C. Giao điểm của đường thẳng SB và MD. **D.** Trung điểm của đoạn thẳng SB.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} AB//CD \\ M \in (CMD) \cap (SAB) \\ CD \subset (CMD), AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của hai mặt phẳng (CMD) và (SAB) là đường thẳng $MN//AB//CD$ với $N \in SB$.

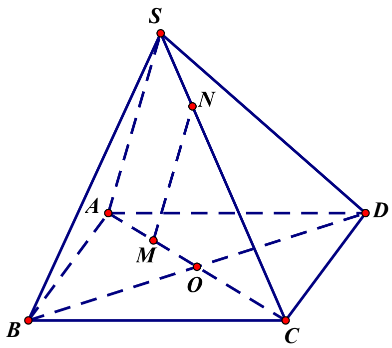
$\Rightarrow N$ là giao điểm của đường thẳng SB và mặt phẳng (CMD).

Xét tam giác ΔSAB có M là trung điểm SA và $MN//AB \Rightarrow N$ là trung điểm SB.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm AO. Mặt phẳng (α) qua M và song song với BD; SA và mặt phẳng (α) cắt SC tại N. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. $SN=\frac{1}{4}NC$. **B.** $SN=NC$. **C.** $SN=\frac{1}{3}NC$. **D.** $SN=\frac{1}{2}NC$.

Lời giải



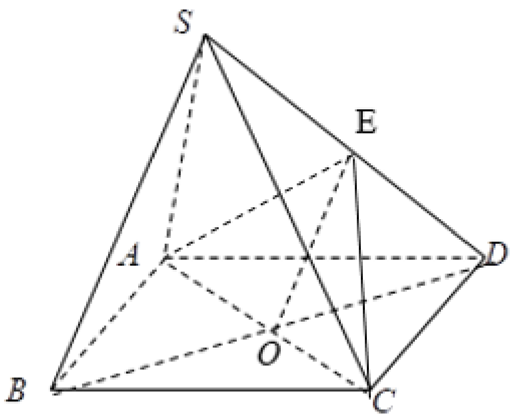
+) Vì $\begin{cases} SA//(\alpha) \\ (SAC)\cap(\alpha)=MN \end{cases} \Rightarrow MN//SA$. Xét tam giác SAC có $\frac{SN}{NC}=\frac{AM}{MC}$

+) Mặt khác $ABCD$ là hình bình hành tâm O, kết hợp M là trung điểm AO dẫn đến $CO=AO=2AM=2MO \Rightarrow MC=3AM \Rightarrow \frac{AM}{MC}=\frac{SN}{NC}=\frac{1}{3}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua AC và song song với SB. Mặt phẳng (α) cắt SD tại E. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $SE=\frac{1}{3}ED$. **B.** $SE=\frac{1}{2}SD$. **C.** $SE=\frac{1}{3}SD$. **D.** $SE=2SD$.

Lời giải



Gọi $O=AC\cap BD \Rightarrow O\in AC, AC\subset(\alpha)$ và $O\in(SBD)$.

Suy ra $O \in (SBD) \cap (\alpha)$.

Ta có $SB \| (\alpha), SB \subset (SBD)$

Suy ra $d = (SBD) \cap (\alpha)$, với d đi qua O và $d \| SB$.

Trong mặt phẳng (SBD), kẻ d cắt SD tại E, suy ra $E = SD \cap (\alpha)$.

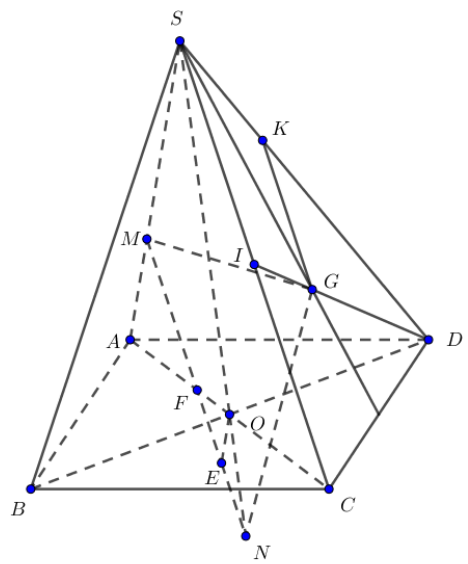
Ta có O là trung điểm của BD và $OE \| SB$ suy ra OE là đường trung bình của ΔDSB.

Vậy E là trung điểm của SD, suy ra $SE = \frac{1}{2} SD$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, M là một điểm thuộc đoạn SA sao cho $2MA = SM$, điểm N là điểm thuộc tia đối của tia OS sao cho $3ON = SO$, G là trọng tâm tam giác SCD. Gọi $K = SD \cap (GMN)$. Biết rằng $\frac{SK}{KD} = \frac{a}{b} (a, b \in \mathbb{N})$ và $(a,b) = 1$. Tính $S = a + b$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải



Trong (SAC), từ O dựng đường thẳng d song song với SA, cắt MN tại E. Ta có

$$OE // SM \Rightarrow \frac{OE}{SM} = \frac{ON}{SN} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{OE}{2MA} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{OE}{MA} = \frac{1}{2}$$

Trong (SAC), gọi $F = MN \cap AC$ ta có

$$OE // MA \Rightarrow \frac{OE}{MA} = \frac{OF}{AF} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AF}{AO} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{1}{3}$$

Ta có $\frac{AM}{SA} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN // SC$

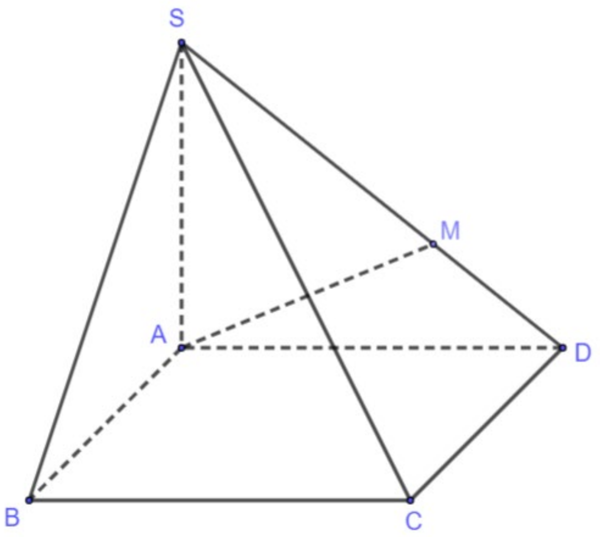
Ta có: $\begin{cases} G \in (GMN) \cap (SCD) \\ MN // SC \\ MN \subset (GMN), SC \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xGx' = (GMN) \cap (SCD) \\ xGx' // SC (// MN) \end{cases}$

Gọi $K = xGx' \cap SD \Rightarrow \begin{cases} K \in xGx', xGx' \subset (GMN) \\ K \in SD \end{cases} \Rightarrow K = SD \cap (GMN)$

Ta có: $GK // SC \Rightarrow \dfrac{DK}{SD} = \dfrac{DG}{DI} = \dfrac{2}{3}$

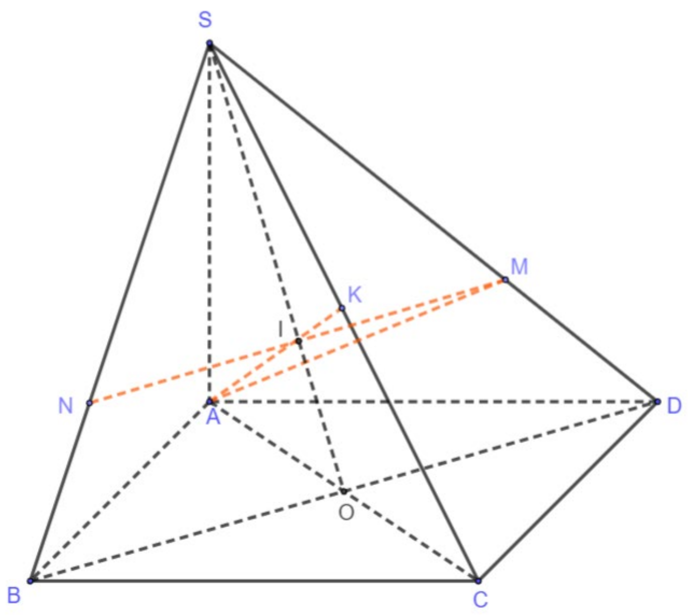
$\Rightarrow \dfrac{SK}{KD} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow a = 1, b = 2 \Rightarrow a + b = 3$

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SM = \dfrac{2}{3}SD$. Mặt phẳng chứa AM và song song với BD cắt cạnh SC tại K. Tỷ số $\dfrac{SK}{SC}$ bằng



A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải



Nối BD

Trong mặt phẳng (SBD) qua M vẽ đường thẳng song song với BD cắt SB tại N.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ gọi $O = AC \cap BD$

Trong mặt phẳng (SBD) gọi $I = SO \cap MN$

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $K = AI \cap SC$

$\Rightarrow \begin{cases} K \in AI \subset (AMN) \\ K \in SC \end{cases} \Rightarrow K = SC \cap (AMN)$

ΔSOD có $MI // DO \Rightarrow \dfrac{SI}{SO} = \dfrac{SM}{SD} = \dfrac{2}{3}$

ΔSAC có SO là trung tuyến và $\dfrac{SI}{SO} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow I$ là trọng tâm tam giác ΔSAC

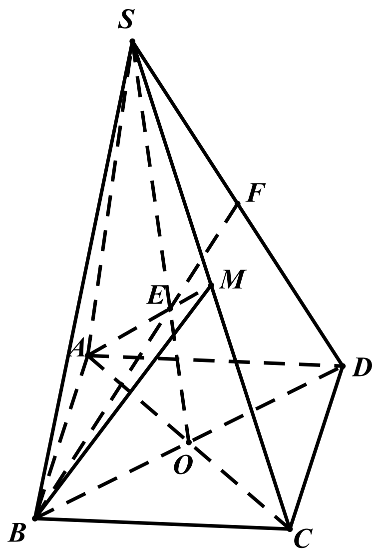
Nên AK là đường trung tuyến của ΔSAC

Do đó K là trung điểm của SC $\Rightarrow \dfrac{SK}{SC} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SC, F là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM). Tính tỉ số $\dfrac{SF}{SD}$.

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải



+ Chọn mặt phẳng (SBD) chứa SD

+ Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng (ABM):

$B \in (SBD) \cap (ABM)$

Gọi $O = AC \cap BD$

Trong mặt phẳng (SAC) gọi $E = AM \cap SO$ thì

$$\begin{cases} E \in AM, AM \subset (ABM) \\ E \in SO, SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow E \in (SBD) \cap (ABM)$$

$\Rightarrow BE = (SBD) \cap (ABM)$

+ Trong mặt phẳng (SBD) gọi $F = SD \cap BE$ thì

$$\begin{cases} F \in SD \\ F \in BE, BE \subset (ABM) \end{cases} \Rightarrow F = SD \cap (ABM)$$

+ Vì O là trung điểm AC, M là trung điểm SC nên E là trọng tâm tam giác SAC

Suy ra $\dfrac{SE}{SO} = \dfrac{2}{3}$

+ Trong tam giác SBD có SO là trung tuyến và $\dfrac{SE}{SO} = \dfrac{2}{3}$ nên E là trọng tâm tam giác SBD

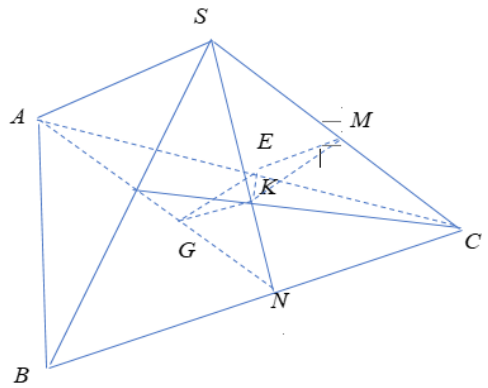
Suy ra BF là trung tuyến của tam giác SBD

Do đó F là trung điểm SD, suy ra $\dfrac{SF}{SD} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABC$ có G, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và SBC, gọi E là trung điểm của AC. Mặt phẳng (GEK) cắt SC tại M. Tỉ số $\dfrac{MS}{MC}$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của BC, theo đầu bài ta có G, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và SBC nên ta có $\dfrac{NK}{NS} = \dfrac{NG}{NA} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow GK // SA \Rightarrow (GEK) // SA$.

Từ trên mặt phẳng (SAC), ta dựng đường thẳng đi qua E và song song với SA cắt SC tại M.

$\begin{cases} EM\,//\,SA \\ GK\,//\,SA \end{cases} \Rightarrow EM\,//\,GK \Rightarrow M \in (EGK)$ vậy $(EGK) \cap SC = M$.

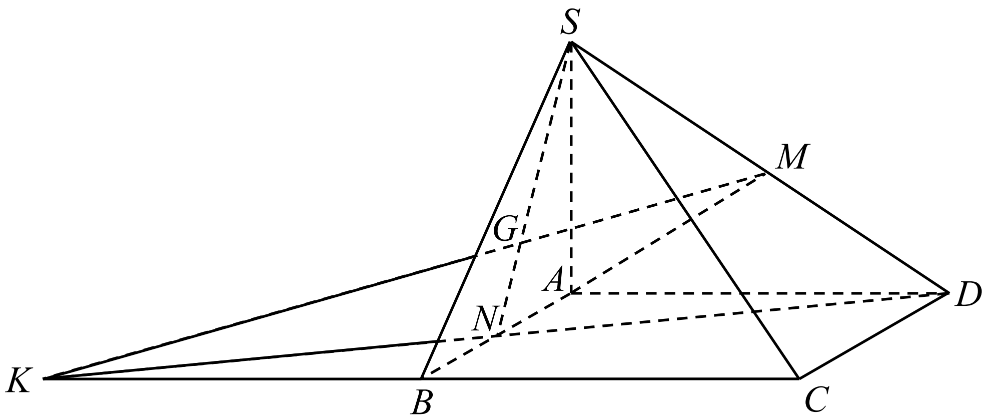
Do E là trung điểm của AC, $EM\,//\,SC \Rightarrow EM$ là đường trung bình của tam giác SAC

Vậy Tỉ số $\dfrac{MS}{MC} = 1$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, G là trọng tâm tam giác SAB, K là giao điểm của GM với mặt phẳng $ABCD$. Tỉ số $\dfrac{KB}{KC}$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của AB.

Trong mặt phẳng (SDN), $GM \cap DN = \{K\}$.

Ta có: $\begin{cases} K \in GM \\ K \in DN \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow GM \cap (ABCD) = K$.

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SND với ba điểm M, G, K thẳng hàng ta có

$\dfrac{NK}{KD}.\dfrac{DM}{MS}.\dfrac{SG}{GN} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{NK}{KD}.1.2 = 1 \Leftrightarrow \dfrac{NK}{KD} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow N$ là trung điểm của KD.

Mà N cũng là trung điểm của AB nên tứ giác $ADBK$ là hình bình hành

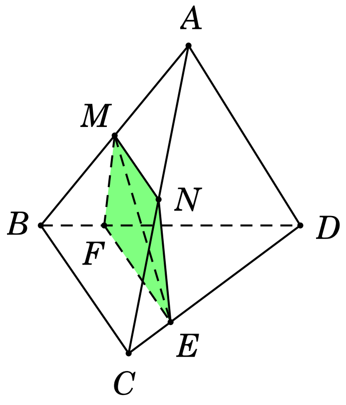
$\Rightarrow KB = AD = BC \Rightarrow \dfrac{KB}{KC} = \dfrac{1}{2}$.

DẠNG 4. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 56: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC, E là điểm trên cạnh CD sao cho $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là hình:

A. Tam giác **B.** Hình vuông. **C.** Hình thang. **D.** Hình chữ nhật.

Lời giải



Tam giác ABC có M,N lần lượt là trung điểm của AB và AC

Suy ra MN là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow MN//BC$

Từ E kẻ đường thẳng song song với BC và cắt BD tại $F \Rightarrow EF//BC$

Do đó $MN//EF$ suy ra bốn điểm M,N,E,F đồng phẳng và $MNEF$ là hình thang.

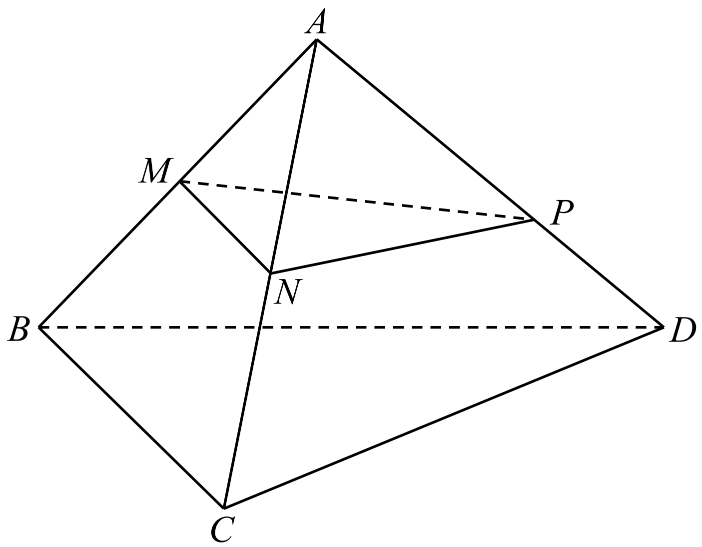
Vậy hình thang $MNEF$ là thiết diện cần tìm.

Câu 57: Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác T. Khẳng định nào sau đây đúng?

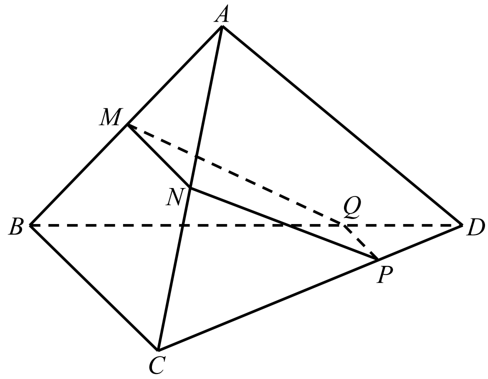
A. T là hình thang.
B. T là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.
C. T là hình chữ nhật.
D. T là tam giác.

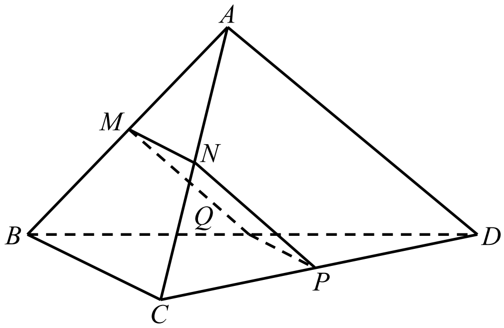
Lời giải

Trường hợp 1: Mặt phẳng (α) qua MN và cắt đoạn AD tại điểm $P \Rightarrow$ Thiết diện là tam giác MNP.



Trường hợp 2: Mặt phẳng (α) qua MN và cắt mặt phẳng (BCD) theo giao tuyến là $PQ \Rightarrow$ Thiết diện là hình thang $MNPQ$ hoặc hình bình hành $MNPQ$.

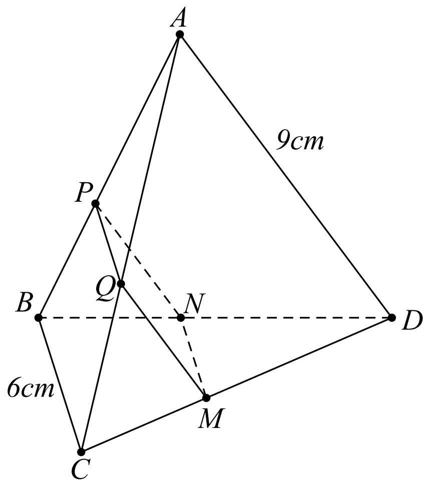




Câu 58: Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 9\,cm$, $CB = 6\,cm$. M là điểm bất kì trên cạnh CD. (α) là mặt phẳng qua M và song song với AD, BC. Nếu thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (α) là hình thoi thì cạnh của hình thoi đó bằng

A. $3(cm)$. **B.** $\frac{7}{2}(cm)$. **C.** $\frac{31}{8}(cm)$. **D.** $\frac{18}{5}(cm)$.

Lời giải



Thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

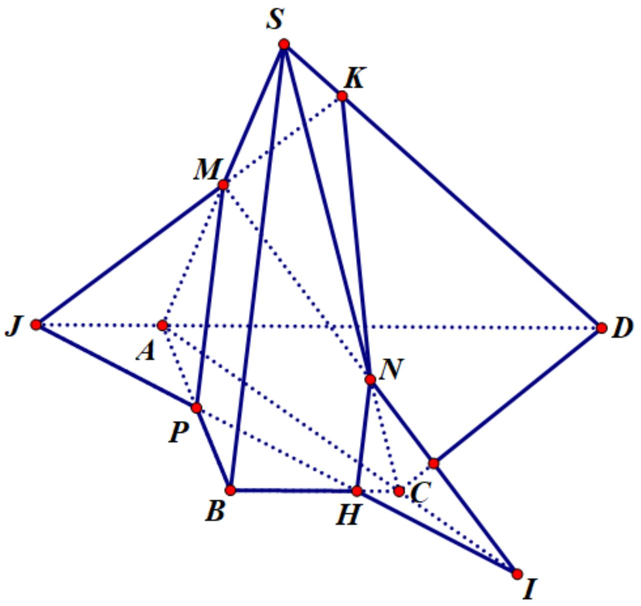
Ta có $\frac{MN}{BC} = \frac{DN}{BD} \Leftrightarrow \frac{MN}{6} = \frac{DN}{BD}$ và $\frac{PN}{AD} = \frac{BN}{BD} \Leftrightarrow \frac{PN}{9} = \frac{BN}{BD}$

Từ và suy ra $\frac{MN}{6} + \frac{PN}{9} = 1$. Khi thiết diện là hình thoi thì $MN = PN$ nên $\frac{MN}{9} + \frac{MN}{6} = 1 \Leftrightarrow MN = \frac{18}{5}$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, M là trung điểm cạnh SA, N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = 3SC$. Mặt phẳng (α) chứa MN và song song với SB cắt hình chóp theo thiết diện là

A. Tam giác MNK với K thuộc SD.
B. Tam giác MNP với P là trung điểm của AB.
C. Hình thang.
D. Ngũ giác.

Lời giải



* Trong mặt phẳng (SAC) vì MN không song song với AC nên gọi $I = MN \cap AC$.

* $(\alpha) // AB$ nên $(\alpha) \cap (SAB) = MP$ với $MP // SB$ và $P \in AB$. Suy ra P là trung điểm của AB
.

* Trong $(ABCD)$ đường thẳng IP cắt AD và BC lần lượt tại J và H.

* Trong mặt phẳng (SAD), JM cắt SD tại K.

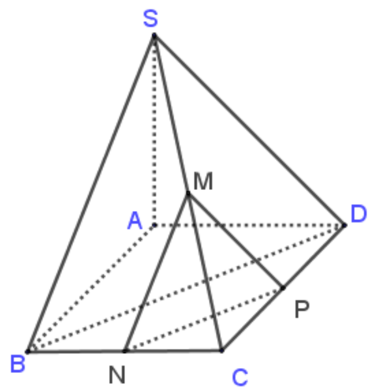
* Ta có $\begin{cases} MP = (\alpha) \cap (SAB) \\ PH = (\alpha) \cap (ABCD) \\ HN = (\alpha) \cap (SBC) \\ NK = (\alpha) \cap (SCD) \\ KM = (\alpha) \cap (SDA) \end{cases}$.

Vậy thiết diện cần tìm là ngũ giác $MPHNK$.

Câu 60: Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M, N lần lượt là trung điểm đoạn SC, BC. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (α) qua MN song song với BD là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Lục giác. **D.** Tứ giác.

Lời giải



Gọi $(\alpha)\cap CD = P \Rightarrow NP // CD$

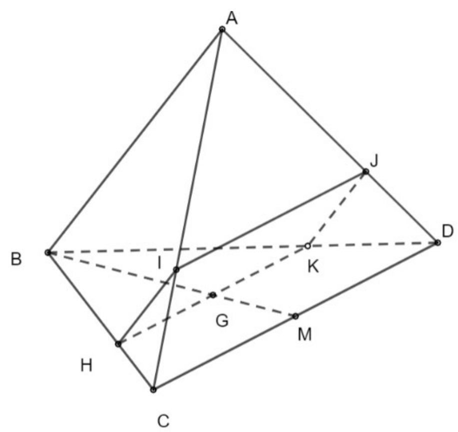
$\Rightarrow (\alpha)\cap(SCD) = PM;(\alpha)\cap(SBC) = MN$

Suy ra, ta được thiết diện cần tìm là tam giác MNP.

Câu 61: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi (P) là mặt phẳng qua G, song song với AB và CD. Thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi (P) là

A. Hình thang. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình tam giác. **D.** Tam giác đều.

Lời giải



Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (BCD). Khi đó Δ đi qua G và song song với CD.

Gọi H, K lần lượt là giao điểm của Δ với BC và BD.

Giả sử (P) cắt (ABC) và (ABD) theo các giao tuyến là HI và KJ.

Ta có $(P)\cap(ABC) = HJ$, $(P)\cap(ABD) = KJ$ mà $AB // (P)$ nên $HI // AB // KJ$.

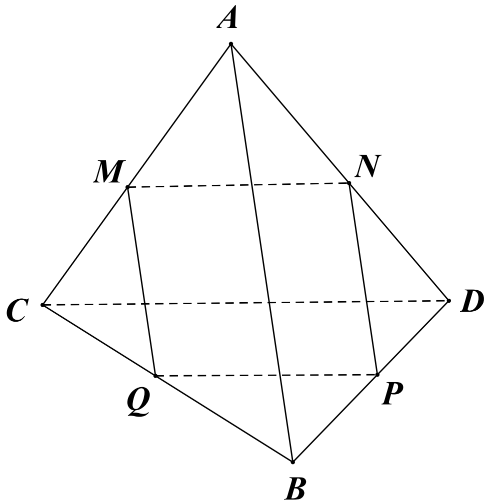
Theo định lí Thalet, ta có $\dfrac{BH}{HC} = \dfrac{BK}{KD} = 2$ suy ra $\begin{cases} \dfrac{HI}{AB} = \dfrac{CH}{CB} = \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{KJ}{AB} = \dfrac{DK}{DB} = \dfrac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow HI = KJ$.

Vậy thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ là hình bình hành $HIJK$.

Câu 62: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6, CD = 8$, cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\frac{31}{7}$. **B.** $\frac{18}{7}$. **C.** $\frac{24}{7}$. **D.** $\frac{15}{7}$.

Lời giải



Giả sử một mặt phẳng song song với AB, CD cắt tứ diện $ABCD$ theo một thiết diện là hình thoi $MNPQ$ như hình vẽ trên. Khi đó ta có $\begin{cases} MQ // NP // AB \\ MN // CD // PQ \\ MQ = PQ \end{cases}$

Theo định lí ta lét ta có

$\frac{CQ}{CB} = \frac{CM}{CA} = \frac{MQ}{AB} = k_1 \Rightarrow MQ = k_1.AB = 6k_1$

$\frac{BQ}{BC} = \frac{BP}{BD} = \frac{PQ}{CD} = k_2 \Rightarrow PQ = k_2.CD = 8k_2$

Ta có $k_1 + k_2 = \frac{CQ}{CB} + \frac{BQ}{BC} = 1 \ (*)$

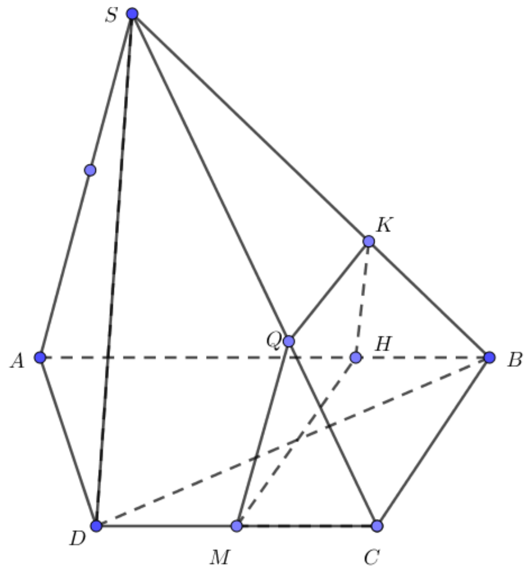
Ta lại có $MP = PQ \Rightarrow 6k_1 = 8k_2 \ (**)$

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra $k_1 = \frac{4}{7}, k_2 = \frac{3}{7} \Rightarrow MQ = 6.\frac{4}{7} = \frac{24}{7}$.

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn là AB, điểm M là trung điểm CD. Mặt phẳng (α) qua M và song song với cả SA, BC, cắt hình chóp theo một thiết diện là

A. hình tam giác. **B.** hình bình hành. **C.** hình thoi. **D.** hình thang.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ BC // (\alpha) \\ BC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MH\,(MH // BC, H \in AB)$.

Ta có: $\begin{cases} H \in (\alpha) \cap (SAB) \\ \text{SA} // (\alpha) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAB) = HK\,(HK // SA, K \in SB)$.

Ta có: $\begin{cases} K \in (\alpha) \cap (SBC) \\ \text{BC} // (\alpha) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = KQ\,(KQ // BC, Q \in SC)$.

Ta có: $\begin{cases} Q \in (\alpha) \cap (SCD) \\ M \in (\alpha) \cap (SCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SCD) = QM$.

Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) hình thang $HKQM$.

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

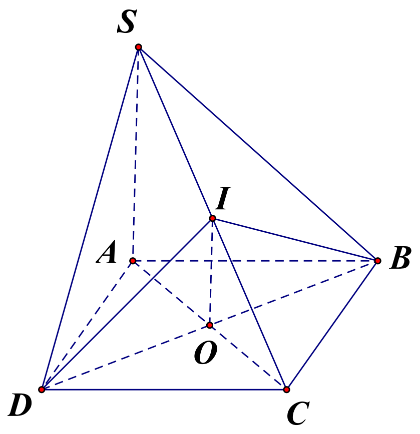
A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).

B. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

C. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).

D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Lời giải



A đúng vì $IO\,//\,SA \Rightarrow IO\,//\,(SAD)$.

C đúng vì $IO\,//\,SA \Rightarrow IO\,//\,(SAB)$.

D đúng vì $(IBD)\cap(SAC)=IO$.

B sai vì mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tam giác IBD.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

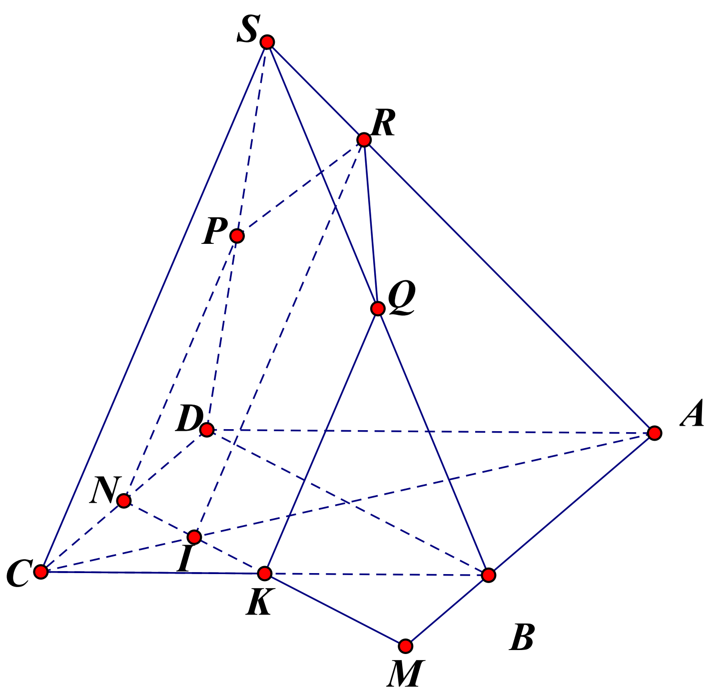
A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

D. (P) không cắt hình chóp.

Lời giải



Trong $(ABCD)$, kẻ đường thẳng qua M và song song với BD cắt BC, CD, CA tại K, N, I.

Trong (SCD), kẻ đường thẳng qua N và song song với SC cắt SD tại P.

Trong (SCB), kẻ đường thẳng qua K và song song với SC cắt SB tại Q.

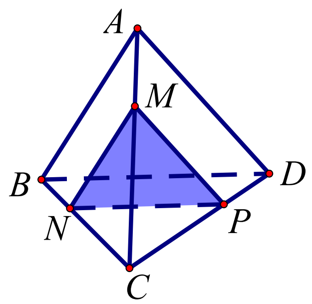
Trong (SAC), kẻ đường thẳng qua I và song song với SC cắt SA tại R.

Thiết diện là ngũ giác $KNPRQ$.

Câu 66: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC (M khác A, M khác C). Mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình vuông **B.** Hình chữ nhật **C.** Hình tam giác **D.** Hình bình hành

Lời giải



Ta có $\left.\begin{matrix}(\alpha)//AB\\ AB\subset(ABC)\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\alpha)\cap(ABC)=MN$ với $MN//AB$ và $N\in BC$.

Ta có $\left.\begin{matrix}(\alpha)//AD\\ AD\subset(ADC)\end{matrix}\right\}\Rightarrow(\alpha)\cap(ADC)=MP$ với $MP//AD$ và $P\in CD$.

$(\alpha)\cap(BCD)=NP$.

Do đó thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình tam giác MNP.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, gọi I là trung điểm cạnh SC. Mệnh đề nào sau đây sai?

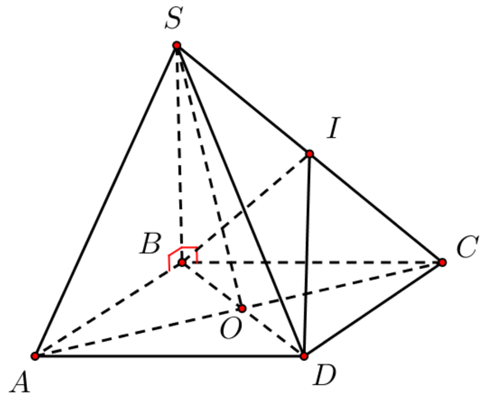
A. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD).

B. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB).

C. Mặt phẳng (IBD) cắt mặt phẳng (SAC) theo giao tuyến OI.

D. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện là tứ giác.

Lời giải



Trong tam giác SAC có O là trung điểm AC, I là trung điểm SC nên $IO//SA$

$\Rightarrow IO$ song song với hai mặt phẳng (SAB) và (SAD).

Mặt phẳng (IBD) cắt (SAC) theo giao tuyến IO.

Mặt phẳng (IBD) cắt (SBC) theo giao tuyến BI, cắt (SCD) theo giao tuyến ID, cắt $(ABCD)$ theo giao tuyến BD $\Rightarrow$ thiết diện tạo bởi mặt phẳng (IBD) và hình chóp $S.ABCD$ là tam giác IBD.

Vậy đáp án D sai.

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, I là trung điểm cạnh SC. Khẳng định nào sau đây sai?

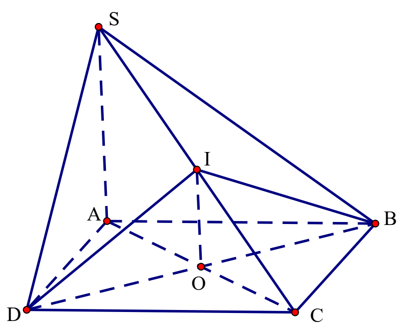
A. $IO // mp(SAB)$.

B. $IO // mp(SAD)$.

C. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

D. $(IBD)\cap(SAC)=OI$.

Lời giải



Trong mặt phẳng (SAC) có I,O lần lượt là trung điểm của SC,SA nên $IO // SA$.

Suy ra $\begin{cases} IO // (SAB) \\ IO // (SAD) \end{cases}$.

Hai mặt phẳng (SAC) và (IBD) có hai điểm chung là O, I nên giao tuyến của hai mặt phẳng là IO.

Thiết diện của mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $(S.ABCD)$ chính là tam giác IBD.

Câu 69: Cho hình chóp tứ giác *S.ABCD*, có đáy *ABCD* là hình bình hành. Gọi *M, N, I* lần lượt là trung điểm của các cạnh *SA, SB* và *BC.* Thiết diện tạo bởi mặt phẳng và hình chóp *S.ABCD* là:

A. Tứ giác *MNIK* với *K* là điểm bất kỳ trên cạnh *AD.*

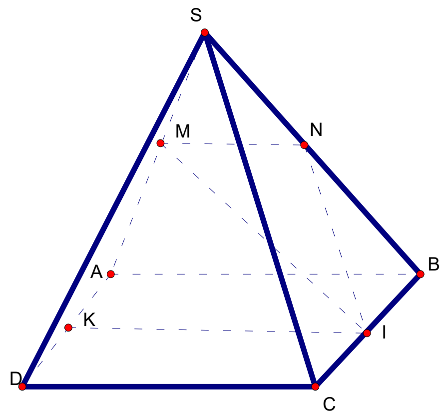
B. Tam giác *MNI.*

C. Hình bình hành *MNIK* với K là điểm trên cạnh AD mà IK//AB.

D. Hình Thang *MNIK* với K là một điểm trên cạnh AD mà IK//AB

Lời giải

Hình vẽ:



Ta xét ba mặt phẳng,, đôi một cắt nhau theo 3 giao tuyến song song.

$(\text{MNI}) \cap (\text{SAB}) = \text{MN}$

$(\text{SAB}) \cap (\text{ABCD}) = \text{AB}$

mà $\text{MN} // = \frac{1}{2}\text{AB}$

$\Rightarrow (\text{MNI}) \cap (\text{ABCD})$ theo giao tuyến là một đường thẳng đi qua I và song song với AB, sẽ cắt AD tại một điểm K: IK//=AB

Vậy thiết diện cần tìm là: Hình thanh MNIK với K là điểm trên cạnh AD mà IK//AB.

Câu 70: Gọi (P) là mặt phẳng qua H, song song với CD và SB. Thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Ngũ giác.

B. Hình bình hành.

C. Tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song.

D. Hình thang.

Lời giải

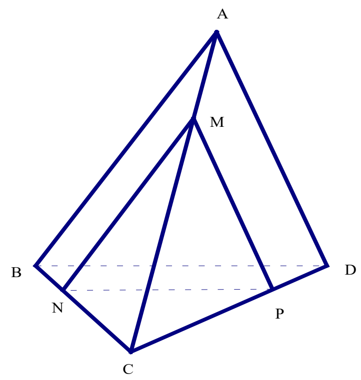
(P) là mặt phẳng qua H, song song với CD và SB nên (P) cắt $(ABCD)$ theo giao tuyến qua H song song CD cắt BC, AD lần lượt tại F, E; (P) cắt (SBC) theo giao tuyến $FI // SB$ ($I \in SC$); (P) cắt (SCD) theo giao tuyến $JI // CD$ ($J \in SD$).

Khi đó thiết diện tạo bởi (P) và hình chóp $S.ABCD$ là hình thang vì $JI // FE$, $FI // SB$, $JE // SA$ nên FI không song song với JE.

Câu 71: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm M thuộc đoạn AC. Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và AD. Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình ngũ giác.

Lời giải



(α) và (ABC) có M chung,

(α) song song với AB, $AB \subset (ABC)$.

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = Mx, Mx // AB$ và $Mx \cap BC = N$.

(α) và (ACD) có M chung,

(α) song song với AD, $AD \subset (ACD)$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ACD) = My, My // AD$ và $My \cap CD = P$.

Ta có $(\alpha) \cap (ABC) = MN$.

$(\alpha) \cap (ACD) = MP$.

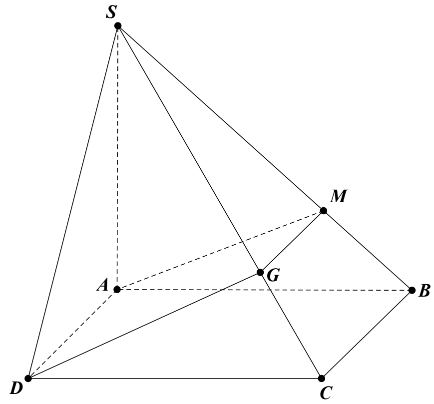
$(\alpha) \cap (BCD) = NP$.

Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là tam giác MNP.

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB. Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Hình thang. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Tam giác.

Lời giải



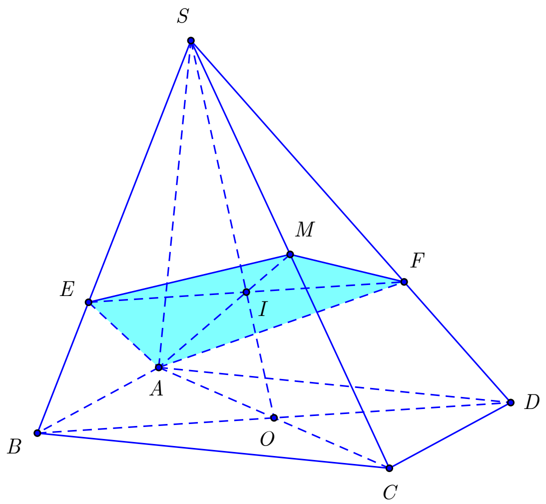
Do $BC\,//\,AD$ nên mặt phẳng (ADM) và (SBC) có giao tuyến là đường thẳng MG song song với BC

Thiết diện là hình thang $AMGD$.

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy, $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC, (α) là mặt phẳng đi qua A, M và song song với đường thẳng BD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $a^2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{4a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$. Trong mặt phẳng (SBD) qua I kẻ $EF\,//\,BD$, khi đó ta có $(AEMF) \equiv (\alpha)$ là mặt phẳng chứa AM và song song với BD. Do đó thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác $AEMF$.

Ta có: $\begin{cases} FE\,//\,BD \\ BD \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow FE \perp (SAC) \Rightarrow FE \perp AM$.

Mặt khác ta có:

* $AC = 2a = SA$ nên tam giác SAC vuông cân tại A, suy ra $AM = a\sqrt{2}$.

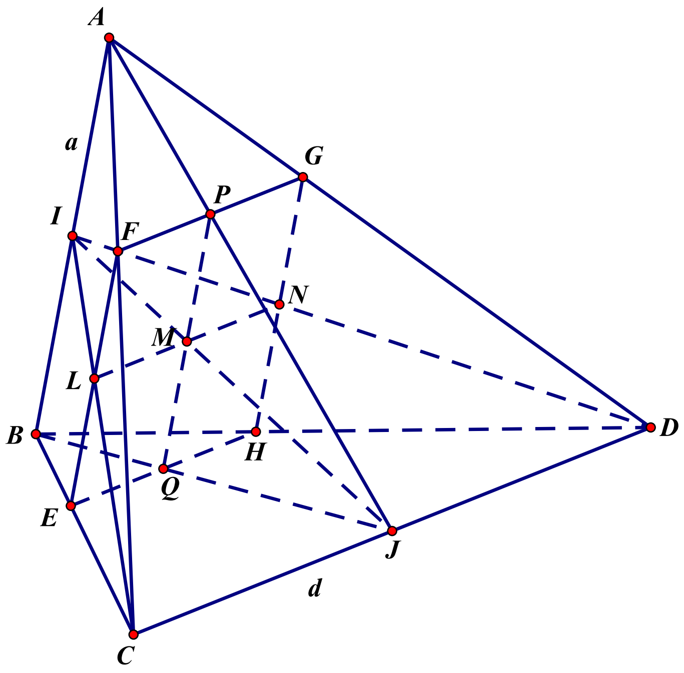
* I là trọng tâm tam giác SAC, mà $EF // BD$ nên tính được $EF = \frac{2}{3}BD = \frac{4a}{3}$.

Tứ giác $AEMF$ có hai đường chéo $FE \perp AM$ nên $S_{AEMF} = \frac{1}{2}FE.AM = \frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 74: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = a$, $CD = b$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD, giả sử $AB \perp CD$. Mặt phẳng (α) qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD. Tính diện tích thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng (α) biết $IM = \frac{1}{3}IJ$.

A. ab. **B.** $\frac{ab}{9}$. **C.** $2ab$. **D.** $\frac{2ab}{9}$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (ICD) \\ M \in (\alpha) \cap (ICD) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (ICD) là đường thẳng qua M và song song với CD cắt IC tại L và ID tại N.

$\begin{cases} (\alpha) // AB \\ AB \subset (JAB) \\ M \in (\alpha) \cap (JAB) \end{cases} \Rightarrow$ giao tuyến của (α) với (JAB) là đường thẳng qua M và song song với AB cắt JA tại P và JB tại Q.

Ta có $\begin{cases} (\alpha) // AB \\ AB \subset (ABC) \\ L \in (\alpha) \cap (ABC) \end{cases} \Rightarrow EF // AB$

Tương tự $\begin{cases} (\alpha) // AB \\ AB \subset (ABD) \\ N \in (\alpha) \cap (ABD) \end{cases} \Rightarrow HG // AB$.

Từ và $\Rightarrow EF // HG // AB$

Ta có $\begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (ACD) \\ P \in (\alpha) \cap (ACD) \end{cases} \Rightarrow FG // CD$

Tương tự $\begin{cases} (\alpha) // CD \\ CD \subset (BCD) \\ Q \in (\alpha) \cap (BCD) \end{cases} \Rightarrow EH // CD$

Từ và $\Rightarrow FG // EH // CD$.

Từ và, suy ra $EFGH$ là hình bình hành. Mà $AB \perp CD$ nên $EFGH$ là hình chữ nhật.

Xét tam giác ICD có: $LN // CD \Rightarrow \frac{LN}{CD} = \frac{IN}{ID}$.

Xét tam giác ICD có: $MN // JD \Rightarrow \frac{IN}{ID} = \frac{IM}{IJ}$.

Do đó $\frac{LN}{CD} = \frac{IM}{IJ} = \frac{1}{3} \Rightarrow LN = \frac{1}{3}CD = \frac{b}{3}$.

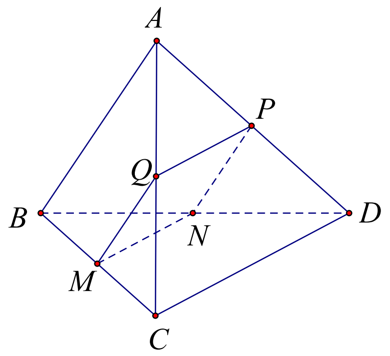
Tương tự $\frac{PQ}{AB} = \frac{JM}{JI} = \frac{2}{3} \Rightarrow PQ = \frac{2}{3}AB = \frac{2a}{3}$.

Vậy $S_{EFGH} = PQ.LN = \frac{2ab}{9}$.

Câu 75: Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD, $AB = CD = 6$. M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC = x.BC$ $(0 < x < 1)$. mp(P) song song với AB và CD lần lượt cắt BC, DB, AD, AC tại M, N, P, Q. Diện tích lớn nhất của tứ giác bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải



Xét tứ giác $MNPQ$ có $\begin{cases} MQ//NP//AB \\ MN//PQ//CD \end{cases}$

$\Rightarrow MNPQ$ là hình bình hành.

Mặt khác, $AB \perp CD \Rightarrow MQ \perp MN$.

Do đó, $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Vì $MQ//AB$ nên $\dfrac{MQ}{AB} = \dfrac{CM}{CB} = x \Rightarrow MQ = x.AB = 6x$.

Theo giả thiết $MC = x.BC \Rightarrow BM = (1-x)BC$.

Vì $MN//CD$ nên $\dfrac{MN}{CD} = \dfrac{BM}{BC} = 1-x \Rightarrow MN = (1-x).CD = 6(1-x)$.

Diên tích hình chữ nhật $MNPQ$ là

$$S_{MNPQ} = MN.MQ = 6(1-x).6x = 36.x.(1-x) \le 36\left(\frac{x+1-x}{2}\right)^2 = 9.$$

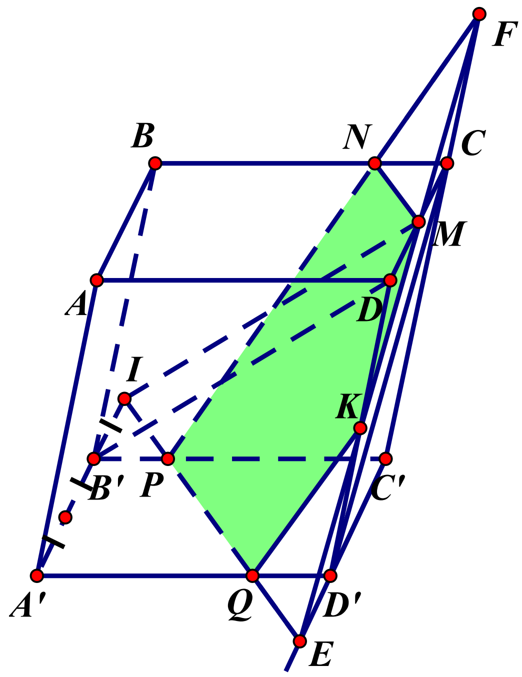
Ta có $S_{MNPQ} = 9$ khi $x = 1-x \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

Vậy diện tích tứ giác $MNPQ$ lớn nhất bằng 9 khi M là trung điểm của BC.

Câu 76: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD, (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD'. Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

A. Ngũ giác. **B.** Tứ giác. **C.** Tam giác. **D.** Lục giác.

Lời giải



* Gọi I là điểm thuộc $A'B'$ sao cho $\overrightarrow{A'I}=\frac{3}{2}\overrightarrow{A'B'}$, gọi K là trung điểm của DD'. Ta có:

$$\begin{cases} MI//DB' \\ MK//CD' \end{cases} \Rightarrow (P)\equiv(MIK)$$

* Gọi $E=MK\cap C'D'$, $F=MK\cap CC'$.

* Gọi $P=IE\cap B'C'$, $Q=IE\cap A'D'$, $N=PF\cap BC$.

* Thiết diện của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ cắt bởi mặt phẳng (P) là ngũ giác $MNPQK$.

Câu 77: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=6$, $CD=8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

A. $\frac{31}{7}$. **B.** $\frac{18}{7}$. **C.** $\frac{24}{7}$. **D.** $\frac{15}{7}$.

Lời giải

Giả sử một mặt phẳng song song với AB và CD cắt tứ diện $ABCD$ theo một thiết diện là hình thoi $MNIK$ như hình vẽ trên. Khi đó ta có: $\begin{cases} MK // AB // IN \\ MN // CD // IK \\ MK = KI \end{cases}$.

Cách 1:

Theo định lí Ta – lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB}=\dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD}=\dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{MK}{6}=\dfrac{AC-AK}{AC} \\ \dfrac{KI}{8}=\dfrac{AK}{AC} \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{MK}{6}=1-\frac{AK}{AC} \Rightarrow \frac{MK}{6}=1-\frac{KI}{8} \Rightarrow \frac{MK}{6}=1-\frac{MK}{8} \Leftrightarrow \frac{7}{24}MK=1 \Leftrightarrow MK=\frac{24}{7}.$$

Vậy hình thoi có cạnh bằng $\frac{24}{7}$.

Cách 2:

Theo định lí Ta-lét ta có: $\begin{cases} \dfrac{MK}{AB}=\dfrac{CK}{AC} \\ \dfrac{KI}{CD}=\dfrac{AK}{AC} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{MK}{AB}+\dfrac{MK}{CD}=\dfrac{CK}{AC}+\dfrac{AK}{AC}$

$\Rightarrow \dfrac{MK}{6}+\dfrac{MK}{8}=\dfrac{AK+KC}{AC} \Rightarrow \dfrac{7MK}{24}=\dfrac{AC}{AC}=1 \Rightarrow MK=\dfrac{24}{7}$.

Câu 78: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD, BC theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho $\dfrac{MA}{AD}=\dfrac{NC}{CB}=\dfrac{1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với CD. Khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) là:

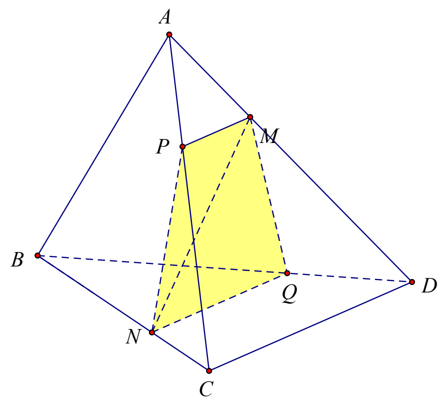
A. một tam giác.

B. một hình bình hành.

C. một hình thang với đáy lớn gấp 2 lần đáy nhỏ.

D. một hình thang với đáy lớn gấp 3 lần đáy nhỏ.

Lời giải



Trong mặt phẳng (ACD),từ M kẻ $MP // CD$ $(P\in AC)$.

Trong mặt phẳng (BCD),từ M kẻ $NQ // CD$ $(Q\in BD)$.

Khi đó ta có $MPNQ$ là thiết diện của mặt phẳng (P) và tứ diện $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} MP // CD \\ MP=\dfrac{1}{3}CD \end{cases}$; $\begin{cases} NQ // CD \\ NQ=\dfrac{2}{3}CD \end{cases}$.

Từ và ta có $\begin{cases} NQ // MP \\ MP=\dfrac{1}{2}NQ \end{cases}$.

Vậy $MPNQ$ là hình thang có đáy lớn bằng hai lần đáy nhỏ.

Câu 79: Cho tứ diện $ABCD$. Điểm G là trọng tâm tam giác BCD. Mặt phẳng (α) qua G, (α) song song với AB và CD. (α) cắt trung tuyến AM của tam giác ACD tại K. Chọn khẳng định đúng?

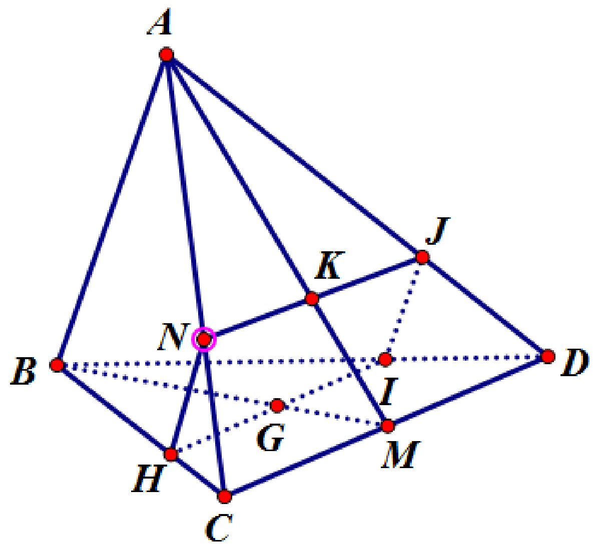
A. (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình tam giác.

B. $AK=\dfrac{2}{3}AM$.

C. $AK=\dfrac{1}{3}AM$.

D. Giao tuyến của (α) và cắt CD.

Lời giải



Xác định thiết diện:

(α) qua G, song song với CD $\Rightarrow (\alpha) \cap (BCD) = HI$

Tương tự ta được $(\alpha) \cap (ABD) = IJ (JI // AB)$

$(\alpha) \cap (ACD) = JN (JN // CD)$

$(\alpha) \cap (ABC) = HN$

Vậy (α) là

Vì G là trọng tâm tam giác BCD mà $IG // CD$ nên $\dfrac{BG}{BM} = \dfrac{BI}{BC} = \dfrac{2}{3}$

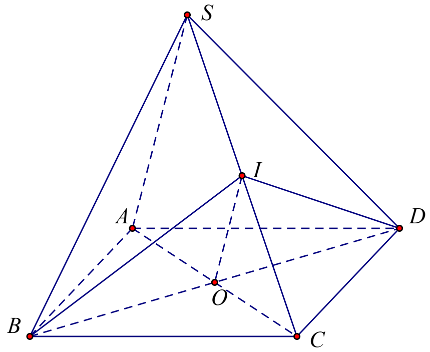
Mặt khác IJ song song AB nên $\dfrac{BI}{BC} = \dfrac{AJ}{AD} = \dfrac{2}{3}$

Lại có JK song song DM nên $\dfrac{AK}{AM} = \dfrac{AJ}{AD} = \dfrac{2}{3}$. Vậy $AK = \dfrac{2}{3}AM$

Câu 80: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA. Khi đó mặt phẳng (P) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một hình

A. Hình thang. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình bình hành. **D.** Tam giác.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD $\Rightarrow$ I là trung điểm của AC và BD

$$\begin{cases}(P)//SA \\ BD \subset (P)\end{cases} \Rightarrow (P) \cap (SAC) = OI$$

Khi đó $OI//SA$ và I là trung điểm của SC

$(P) \cap (SBC) = BI$ và $(P) \cap (SCD) = ID$

Vậy thiết diện là tam giác BDI

Câu 81: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB. Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Tam giác

Lời giải

Ta có $(IB'D')$ và $ABCD$ có I là một điểm chung.

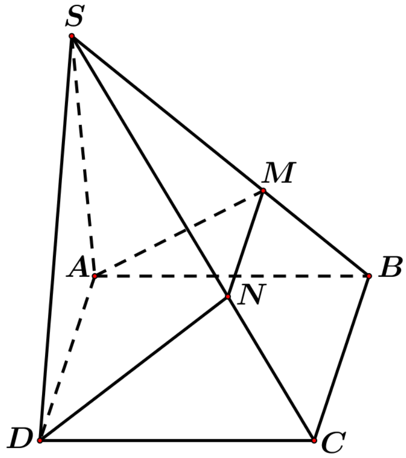
$$\left.\begin{array}{l} B'D' \subset (IBD) \\ BD \subset (ABCD) \\ B'D'//BD \end{array}\right\} \Rightarrow (IBD) \cap (ABCD) = IJ//BD \ (J \in AD)$$

Thiết diện là hình thang $IJD'B'$.

Câu 82: Cho hìnhchóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB (M khác S và B). Mặtphẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. Hình bình hành. **B.** Tam giác. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Lờigiải



Ta có M là một điểm thuộc đoạn SB với M khác S và B.

Suy ra $\begin{cases} M \in (ADM) \cap (SBC) \\ AD \subset (ADM) \\ BC \subset (SBC) \\ AD // BC \end{cases} \Rightarrow (ADM) \cap (SBC) = Mx // BC // AD$.

Gọi $N = Mx \cap SC$ thì (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AMND$. Vì $MN // AD$ và MN với AD không bằng nhau nên tứ giác $AMND$ là hình thang.

Câu 83: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

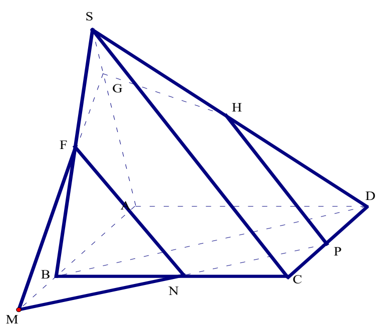
A. (P) không cắt hình chóp.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

Lời giải



+ Mặt phẳng (P) qua M và song song với hai đường thẳng SC, BD

$(P) \cap (ABCD) = Mx // BD, Mx \cap BC = N, Mx \cap CD = P.$

$(P) \cap (SBC) = Ny // SC, Ny \cap SB = F.$

$(P)\cap(SCD)=Pt//SC, Pt\cap SD=H$.

Trong $(SAB): MF\cap SA=G$.

+ $(P)\cap(ABCD)=NP$.

$(P)\cap(SCD)=PH$.

$(P)\cap(SAD)=HG$.

$(P)\cap(SAB)=GF$.

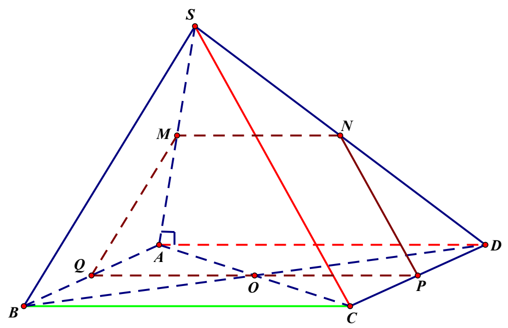
$(P)\cap(SBC)=FN$.

Vậy (P) cắt hình chóp theo thiết diện là ngũ giác $NPHGF$.

Câu 84: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SA.Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M, song song với SC và AD. Thiết diện của (α) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình thang. **B.** Hình thang cân. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình bình hành.

Lời giải



$\begin{cases} M\in(\alpha)\cap(SAD) \\ (\alpha)//AD; AD\subset(SAD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(SAD)=MN//AD\,(N\in SD) \quad (1)$.

$\begin{cases} N\in(\alpha)\cap(SCD) \\ (\alpha)//SC; SC\subset(SCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(SCD)=NP//SC\,(P\in CD)$.

$\begin{cases} P\in(\alpha)\cap(ABCD) \\ (\alpha)//AD; AD\subset(ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)\cap(ABCD)=PQ//AD\,(Q\in AB)\ (2)$.

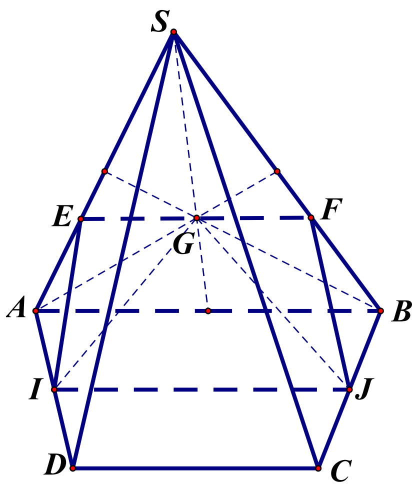
$(\alpha)\cap(SAB)=MQ$

Từ (1) (2) suy ra $MN//PQ//AD \Rightarrow$ thiết diện $MNPQ$ là hình thang.

Câu 85: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $\left(AB//CD\right)$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD,BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Biết thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng $\left(IJG\right)$ là hình bình hành. Hỏi khẳng định nào sao đây đúng?

A. $AB=3CD$. **B.** $AB=\frac{1}{3}CD$. **C.** $AB=\frac{3}{2}CD$. **D.** $AB=\frac{2}{3}CD$.

Lời giải



Từ giả thiết suy ra $IJ\,//\,AB\,//\,CD$, $IJ=\frac{AB+CD}{2}$.

Xét 2 mặt phẳng $(IJG),(SAB)$ có G là điểm chung $\Rightarrow$ giao tuyến của chúng là đường thẳng EF đi qua G, $EF\,//\,AB\,//\,CD\,//\,IJ$ với $E\in SA$, $F\in SB$.

Nối các đoạn thẳng EI,FJ ta được thiết diện là tứ giác $EFJI$, là hình thang vì $EF\,//\,IJ$.

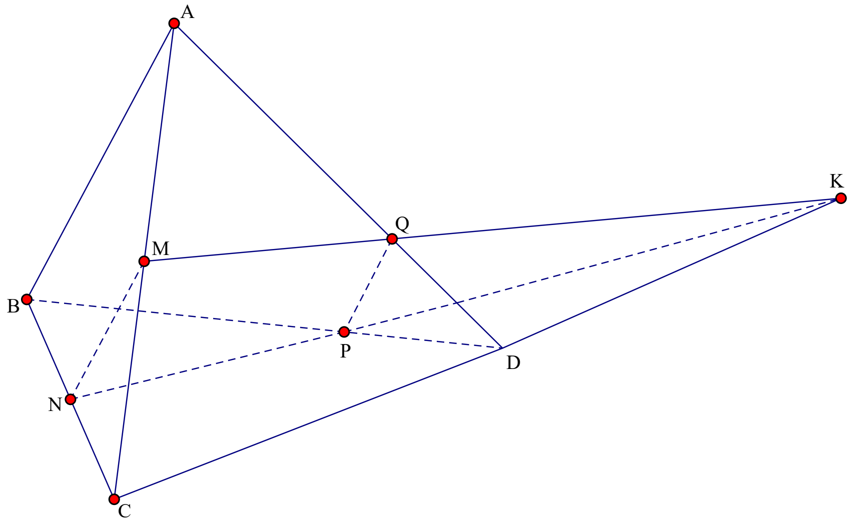
Vì G là trọng tâm của tam giác SAB và $EF\,//\,AB$ nên theo định lí Ta – lét ta có: $EF=\frac{2}{3}AB$

Nên để thiết diện là hình bình hành ta cần: $EF=IJ\Leftrightarrow\frac{AB+CD}{2}=\frac{2AB}{3}\Leftrightarrow AB=3CD$

Câu 86: Cho hình tứ diện ABCD có tất cả các cạnh bằng $6a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của $CA,CB;P$ là điểm trên cạnh BD sao cho $BP=2PD$. Diện tích S thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi $\left(MNP\right)$ là:

A. $\frac{5a^2\sqrt{457}}{2}$. **B.** $\frac{5a^2\sqrt{457}}{12}$. **C.** $\frac{5a^2\sqrt{51}}{2}$. **D.** $\frac{5a^2\sqrt{51}}{4}$.

Lời giải.



Ta có $AB//MN$, $AB\not\subset(MNP), MN\subset(MNP)\Rightarrow AB//(MNP)$.

Lại có $AB\subset(ABD)$, do đó $(MNP)\cap(ABD)=PQ(Q\in AD)$ sao cho: $PQ//AB//MN$

$(MNP)\cap(ABC)=MN,(MNP)\cap(BCD)=NP,(MNP)\cap(ACD)=MQ$.

Vậy thiết diện của tứ diện $ABCD$ bị cắt bởi (MNP) là hình thang $MNPQ$

Mặt khác các tam giác ACD, BCD đều và bằng nhau nên $MQ=NP\Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.

$MN=\frac{1}{2}AB=3a; PQ=\frac{1}{3}AB=2a$. Ta có $\frac{PQ}{MN}=\frac{2}{3}, PQ//MN\Rightarrow\frac{KP}{KN}=\frac{2}{3}$ mà N là trung điểm của $CB\Rightarrow P$ là trọng tâm tam giác $BCK\Rightarrow D$ là trung điểm của $CK\Rightarrow CK=12a$.

$NP=\frac{1}{3}\sqrt{CK^2+CN^2-2CK.CN.\cos 60^\circ}=\frac{a\sqrt{117}}{3}$.

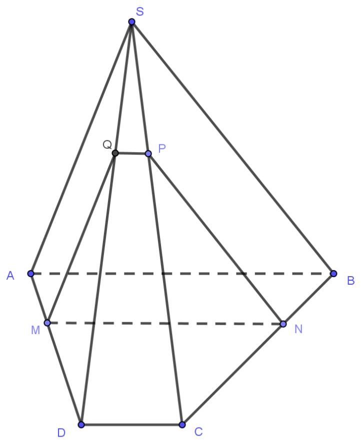
Chiều cao của hình thang $MNPQ$ là $h=\sqrt{NP^2-\left(\frac{MN-PQ}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{457}}{6}$.

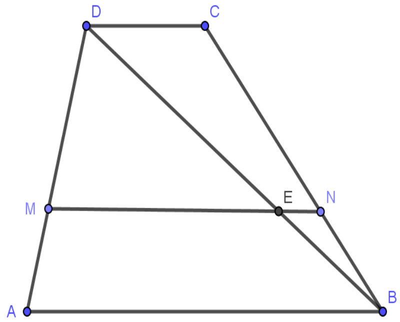
$S_{TD}=\frac{MN+PQ}{2}.h=\frac{5a^2\sqrt{457}}{12}$.

Câu 87: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB//CD)$, cạnh $AB=3a$, $AD=CD=a$. Tam giác SAB cân tại $S, SA=2a$. Mặt phẳng (P) song song với SA, AB cắt các cạnh AD, BC, SC, SD theo thứ tự tại M, N, P, Q. Đặt $AM=x(0<x<a)$. Gọi x là giá trị để tứ giác $MNPQ$ ngoại tiếp được đường tròn, bán kính đường tròn đó là

A. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{7}}{6}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** a.

Lời giải





$(P)//SA \Rightarrow MQ//SA$; $(P)//AB \Rightarrow MN//AB$;

$(P)//AB \Rightarrow (P)//CD \Rightarrow PQ//CD \Rightarrow PQ//MN$

Tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

$(P)//SA;(P)//AB \Rightarrow (P)//(SAB) \Rightarrow PN//SB \Rightarrow \dfrac{PN}{SB}=\dfrac{CN}{CB}$.

$MQ//SA \Rightarrow \dfrac{MQ}{SA}=\dfrac{DM}{DA}$.

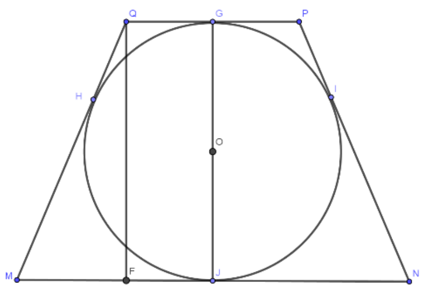
$MN//AB \Rightarrow \dfrac{DM}{DA}=\dfrac{CN}{CB} \Rightarrow \dfrac{PN}{SB}=\dfrac{QM}{SA} \Rightarrow PN=QM \Rightarrow MNPQ$ là hình thang cân.

$MQ//SA \Rightarrow \dfrac{MQ}{SA}=\dfrac{DM}{DA}=\dfrac{a-x}{a} \Rightarrow MQ=2(a-x)$

$PQ//CD \Rightarrow \dfrac{PQ}{CD}=\dfrac{SQ}{SD}=\dfrac{AM}{AD}=\dfrac{x}{a} \Rightarrow PQ=x$

Gọi $E=MN\cap BD \Rightarrow \dfrac{ME}{AB}=\dfrac{DM}{DA}=\dfrac{a-x}{a} \Rightarrow ME=3(a-x)$; $\dfrac{EN}{CD}=\dfrac{BN}{BC}=\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{x}{a} \Rightarrow EN=x$

$\Rightarrow MN=ME+EN=3a-2x$.



Hình thang cân $MNPQ$ có đường tròn nội tiếp $\Rightarrow MN+PQ=MQ+NP$

$\Rightarrow 3a-2x+x=4(a-x) \Rightarrow x=\dfrac{a}{3}$

$MN=\frac{7a}{3};PQ=\frac{a}{3};QM=\frac{4a}{3}\Rightarrow MF=\frac{1}{2}MN-\frac{1}{2}PQ=a$

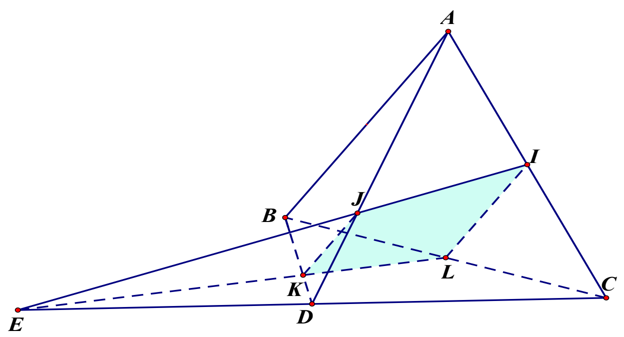
$\Rightarrow QF=\sqrt{MQ^2-MF^2}=\sqrt{\frac{16a^2}{9}-a^2}=\frac{a\sqrt{7}}{3}$

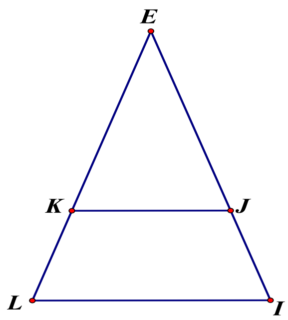
Vậy bán kính đường tròn nội tiếp hình thang $MNPQ$ là $R=\frac{1}{2}QF=\frac{a\sqrt{7}}{6}$

Câu 88: Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a, I là trung điểm của AC, J là một điểm trên cạnh AD sao cho $AJ=2JD$. (P) là mặt phẳng chứa IJ và song song với AB. Tính diện tích thiết diện khi cắt tứ diện bởi mặt phẳng (P).

A. $\frac{3a^2\sqrt{51}}{144}$. **B.** $\frac{3a^2\sqrt{31}}{144}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{31}}{144}$. **D.** $\frac{5a^2\sqrt{51}}{144}$.

Lời giải





Gọi $K=(P)\cap BD$, $L=(P)\cap BC$, $E=(P)\cap CD$.

Vì $(P)//AB$ nên $IL//AB$, $JK//AB$. Do đó thiết diện là hình thang $IJKL$ và L là trung điểm cạnh BC, nên ta có $\frac{KD}{KB}=\frac{JD}{JA}=\frac{1}{2}$.

Xét tam giác ACD có I, J, E thẳng hàng. Áp dụng định lí Mê-nê-la-uýt ta có:

$\frac{ED}{EC}.\frac{IC}{IA}.\frac{JA}{JD}=1\Rightarrow\frac{ED}{EC}=\frac{1}{2}\Rightarrow D$ là trung điểm EC.

Dễ thấy hai tam giác ECI và ECL bằng nhau theo trường hợp c-g-c.

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ICE ta có:

$EI^2=EC^2+IC^2-2EC.IC.\cos 60^\circ=\frac{13a^2}{4}\Rightarrow EL=EI=\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Áp dụng công thức Hê-rông cho tam giác ELI ta có: $S_{ELI}=\sqrt{p(p-x)^2(p-y)}=\frac{\sqrt{51}}{16}a^2$

Với $p=\frac{EI+EL+IL}{2}=\frac{2\sqrt{13}+1}{4}a$, $x=EI=EL=\frac{\sqrt{13}}{2}a$, $y=IL=\frac{a}{2}$.

Hai tam giác ELI và tam giác EKJ đồng dạng với nhau theo tỉ số $k=\dfrac{2}{3}$ nên

Do đó: $S_{IJKL}=S_{ELI}-S_{EKJ}=S_{ELI}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 S_{ELI}=\dfrac{5\sqrt{51}}{144}a^2$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 13: HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

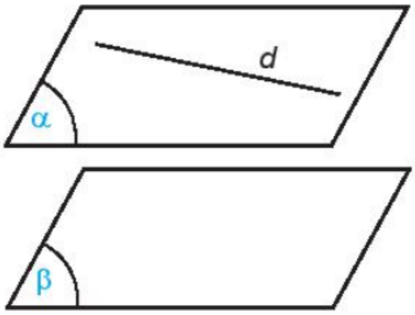
I LÝ THUYẾT.

1. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG.

Hai mặt phẳng được gọi là song song nếu chúng không có điểm chung. Kí hiệu: $(\alpha)//(\beta) hay (\beta)//(\alpha)$

Khi đó: $(\alpha)//(\beta) \Leftrightarrow (\alpha)\cap(\beta)=\varnothing$

Chú ý: Nếu $(\alpha)//(\beta)$ thì mọi đường thẳng $a\subset(\alpha)$ đều song song với (β).



2. ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA HAI MẶT PHẲNG SONG SONG.

Tính chất 1. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β).

Tính chất 2. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

Hệ quả 1. Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) thì có duy nhất một mặt phẳng (Q) chứa d và song song với (P).

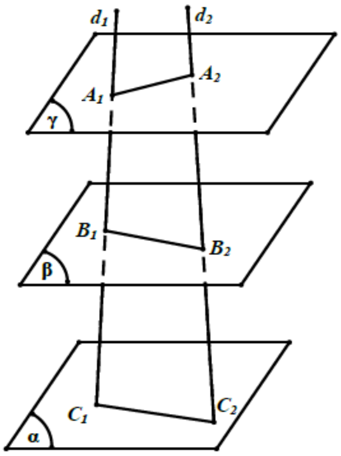
Hệ quả 2. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Hệ quả 3. Cho điểm $A\notin(P)$. khi đó mọi đthẳng đi qua A và song song với (P) đều nằm trong một mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P).

Tính chất 3. Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cũng cắt mặt phẳng kia và các giao tuyến của chúng song song với nhau.

Hệ quả. Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.

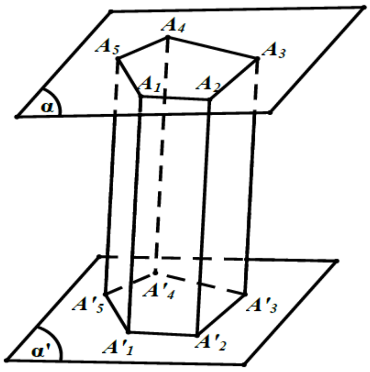
3. ĐỊNH LÝ THALÈS. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



4. HÌNH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH HỘP.

 HÌNH LĂNG TRỤ.

Định nghĩa: Trên mặt phẳng (α) cho đa giác $A_1A_2...A_n$, từ các đỉnh của đa giác dựng các đường thẳng song song cắt mặt phẳng (α') song song với (α) tại các điểm $A_1', A_2', .., A_n'$. Hình hợp bởi hai miền đa giác $A_1A_2...A_n$ và $A_1'A_2'...A_n'$ với các hình chữ nhật $A_1A_2A_2'A_1'$, $A_2A_3A_3'A_2'$,. được gọi là hình lăng trụ.



Tính chất:

- Các hình bình hành được gọi là các mặt bên, hai miền đa giác gọi là hai mặt đáy của lăng trụ.

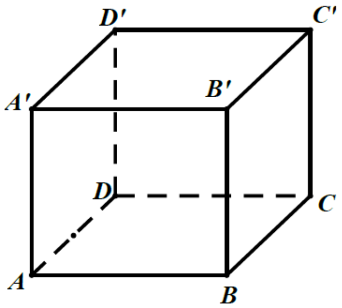
- Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau.

- Các đoạn thẳng $A_1A_1', A_2A_2', ...$ được gọi là các cạnh bên. Các cạnh bên của lăng trụ song song và bằng nhau.

- Ta gọi lăng trụ theo tên của đa giác đáy, tức là nếu đáy là tam giác thì gọi là lăng trụ tam giác, nếu đáy là tứ giác thì gọi là lăng trụ tứ giác.

□ **HÌNH HỘP.**

Định nghĩa: Hình lăng trụ tứ giác có đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp.



Tính chất:

- Hình hộp có sáu mặt đều là những hình bình hành.

- Hai mặt song song với nhau gọi là hai mặt đối diện, hình hộp có ba cặp mặt đối diện.

- Hai đỉnh của hình hộp được gọi là hai đỉnh đối diện nếu chúng không cùng nằm trên một mặt nào.

- Các đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện được gọi là các đường chéo. Bốn đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, điểm đó gọi là tâm của hình hộp.

- Hai cạnh gọi là đối nhau nếu chúng song song nhưng không cùng nằm trên một mặt của hình chóp.

- Mặt chéo của hình hộp là hình bình hành có hai cạnh là hai cạnh đối diện của hình hộp.

- Tổng bình phương các đường chéo của một hình hộp bằng tổng các bình phương của tất cả các cạnh của hình hộp đó.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: CHỨNG MINH 2 MẶT PHẲNG SONG SONG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Phương pháp giải tự luận: Dựa vào định lý, hệ quả sau:

i. $\begin{cases}(\alpha)\supset a,\ b\\ a\cap b=I\\ a//(\beta),\ b//(\beta)\end{cases}\Rightarrow(\alpha)//(\beta)$ **ii.** $\begin{cases}(\alpha)//(\gamma)\\ (\beta)//(\gamma)\\ (\alpha)\neq(\beta)\end{cases}\Rightarrow(\alpha)//(\beta)$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SD. Chứng minh $(OMN)//(SBC)$.

Câu 2: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M,N sao cho $AM=BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M,N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'. Chứng minh:

a) $(ADF)\parallel(BCE)$.

b) $(DEF)\parallel(MM'N'N)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, SA. Chứng minh rằng mặt phẳng (DMP) song song với mặt phẳng (SBN)

Câu 4: Trong không giancho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Chứng minh rằng mặt phẳng $(AFD)//(BCE)$.

Câu 5: Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy M là điểm tùy ý trên cạnh $AD(M\neq A,D)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt DB,DC tại N,P

Chứng minh rằng: $NP//BC$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi G_1,G_2,G_3 lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, ABC, SAC. Chứng minh rằng $(G_1G_2G_3)//(SBC)$.

Câu 7: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O, O' và không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh rằng:

a: $(ADF)//(BCE)$ **b:** $(MOO')//(ADF)$. **C:** $(MOO')//(BCE)$.

DẠNG 2: CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Phương pháp giải tự luận, dựa vào các hệ quả sau:

1. $\begin{cases}(\alpha)//(\beta)\\ a\subset(\alpha)\end{cases}\Rightarrow a//(\beta)$ **2.** $\begin{cases}AB//(\alpha)\\ AC//(\alpha)\\ AB\cap AC=A\end{cases}\Rightarrow BC//(\alpha)$

và các định lý, hệ quả của bài trước.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 8: Cho hình thang $ABCD$ có $AB//CD$ và $S\notin(ABCD)$. Trên SA,BD lấy hai điểm M,N sao cho $\frac{SM}{SA}=\frac{DN}{DB}=\frac{2}{3}$. Kẻ $NI//AB$ $(I\in AD)$. Chứng minh $MN//(SCD)$.

DẠNG 3: CHỨNG MINH 2 ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Dựa vào định lý ở bài hai mặt phẳng song song

$$\begin{cases}(\alpha)//(\beta)\\(\gamma)//(\alpha)=a\Rightarrow a//b\\(\gamma)//(\beta)=b\end{cases}$$

và các định lý, hệ quả ở các bài trước.

Dạng 4: Bài toán liên quan đến tỷ lệ độ dài

1 PHƯƠNG PHÁP.

Dựa vào định lý Talet, hệ quả ở bài hai mặt phẳng song song:

1. $\begin{cases}(\alpha)//(\beta)\\d\cap(\alpha)=A,\ d\cap(\beta)=B\\d'\cap(\alpha)=A',\ d'\cap(\beta)=B'\\d//d'\end{cases}\Rightarrow AB=A'B'$

2. $\begin{cases}(\alpha)//(\beta)//(\gamma)\\d\cap(\alpha)=A,\ d\cap(\beta)=B,\ d\cap(\gamma)=C\\d'\cap(\alpha)=A',\ d'\cap(\beta)=B',\ d'\cap(\gamma)=C'\end{cases}\Rightarrow \dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}$

và địnhlý Talet thuận và đảo trong mặt phẳng.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$ và M,N là các điểm thay trên các cạnh AB,CD sao cho $\dfrac{AM}{MB}=\dfrac{CN}{ND}$.

a) Chứng minh MN luôn luôn song song với một mặt phẳng cố định.

B) Tính theo k tỉ số diện tích tam giác MNP và diện tích thiết diện.

A. $\dfrac{k}{k+1}$ **B.** $\dfrac{2k}{k+1}$ **C.** $\dfrac{1}{k}$ **D.** $\dfrac{1}{k+1}$

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a. Các điểm M,N lần lượt trên AD',BD sao cho $AM=DN=x$ $\left(0<x<a\sqrt{2}\right)$.

a) Chứng minh khi x biến thiên, đường thẳng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b) Chứng minh khi $x=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$ thì $MN \parallel A'C$.

DẠNG 5: XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Dựa vào định lý:

$$\begin{cases} (\alpha)//(\beta) \\ (\gamma)//(\alpha)=a \Rightarrow a//b \\ (\gamma)//(\beta)=b \end{cases}$$

Và các kết quả có trước.

DẠNG 6: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Dựa vào định lý:

$$\begin{cases} (\alpha)//(\beta) \\ (\gamma)//(\alpha)=a \Rightarrow a//b \\ (\gamma)//(\beta)=b \end{cases}$$

Và các kết quả có trước.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD).Thiết diện là hình gì?

Câu 12: Ba mặt phẳng $(ABCD),(SBC)$ và (α) đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là MN,HK,BC, mà $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel HK$. Vậy thiết diện là một hình thang. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên ba cạnh AB, DD', $C'B'$ lần lượt lấy ba điểm M, N, P không trùng với các đỉnh sao cho $\frac{AM}{AB}=\frac{D'N}{D'D}=\frac{B'P}{B'C'}$. Tìm thiết diện của hình hộp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP)

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình thoi cạnh a, SAD là tam giác đều. Gọi M là một điểm thuộc cạnh $AB, AM=x$, (P) là mặt phẳng qua M song song với (SAD). Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, tam giác SAB đều, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SA, SB. M là một điểm trên cạnh AD, mặt phẳng (HKM) cắt BC tại N. Đặt $AM = x\ (0 \le x \le a)$. Giá trị x để diện tích thiết diện $HKMN$ đạt giá trị nhỏ nhất là:

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, SA.

a) Chứng minh $(SBN) \parallel (DPM)$.

b) Q là một điểm thuộc đoạn SP (Q khác S, P). Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua Q và song song với (SBN).

c) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (β) đi qua MN song song với (SAD).

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD.

a) Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$

b) Gọi I là trung điểm của SD, J là một điểm trên $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Chứng minh $IJ \parallel (SAB)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O, các tam giác SAD và ABC đều cân tại A. Gọi AE, AF là các đường phân giác trong của các tam giác ACD và SAB. Chứng minh $EF \parallel (SAD)$.

Câu 18: Hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD, AF tại M', N'.

a) Chứng minh $(BCE) \parallel (ADF)$.

b) Chứng minh $(DEF) \parallel (MNN'M')$.

c) Gọi I là trung điểm của MN. Tìm tập hợp điểm I khi M, N thay đổi trên AC và BF.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB = 3a, AD = CD = a$. Mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và $SA = 2a$, mặt phẳng (α) song song với (SAB) cắt các cạnh AD, BC, SC, SD theo thứ tự tại M, N, P, Q.

a) Chứng minh $MNPQ$ là hình thang cân.

b) Đặt $x = AM\ (0 < x < a)$. Tính x để $MNPQ$ là tứ giác ngoại tiếp được một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

c) Gọi $I = MQ \cap NP$. Tìm tập hợp điểm I khi M di động trên AD.

d) Gọi $J = MP \cap NQ$. Chứng minh IJ có phương không đổi và điểm J luôn thuộc một mặt phẳng cố định.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$, một mặt phẳng (α) di động luôn song song với (ABC), cắt SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C'. Tìm tập hợp điểm chung của ba mặt phẳng $(A'BC), (B'AC), (C'AB)$.

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) Chứng minh $(BDA') \parallel (B'D'C)$.

b) Chứng minh đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1, G_2 của các tam giác $BDA', B'D'C$ đồng thời chia đường chéo AC' thành ba phần bằng nhau.

c) Xác định thiết diện của hình hộp cắt $(A'B'G_2)$. Thiết diện là hình gì?

Câu 22: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a.Trên các cạnh $AB, CC', C'D'$ và AA' lấy các điểm M, N, P, Q sao cho $AM = C'N = C'P = AQ = x\left(0 \le x \le a\right)$.

a) Chứng minh bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng và MP, NQ cắt nhau tại một điểm cố định.

b) Chứng minh $(MNPQ)$ đi qua một đường thẳng cố định.

c) Dựng thiết diện của hình hộp khi cắt bởi $(MNPQ)$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của chu vi thiết diện.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và ΔSAD vuông tại A. Qua điểm M trên cạnh AB dựng mặt phẳng (α) song song với (SAD) cắt CD, SC, SB tại N, P, Q.

a) Chứng minh $MNPQ$ là hình thang vuông.

b) Gọi $I = NP \cap MQ$. Tìm tập hợp điểm I khi M di động trên cạnh AB.

Câu 24: Cho hình chóp cụt $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', BB', BC$.

a) Xác định thiết diện của hình chóp cụt với (MNP).

b) Gọi I là trung điểm của AB. Tìm giao điểm của IC' với (MNP).

Câu 25: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a. Các điểm M, N nằm trên AD', BD sao cho $AM = DN = x\left(0 < x < a\sqrt{2}\right)$

a) Chứng minh khi x biến thiên thì MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b) Khi $x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$, chứng minh $MN \parallel A'C$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$

a) Gọi I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C'$ và ACC'. Chứng minh $(IGK) \parallel (BB'C'C)$ và $(A'KG) \parallel (AIB)$.

b) Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Hãy dựng đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC cắt AB' và PQ.

Câu 27: Cho mặt phẳng (α) và hai đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 cắt (α) tại A, B. Đường thẳng Δ thay đổi luôn song song với (α) cắt d_1, d_2 lần lượt tại M và N. Đường thẳng qua N song song với d_1 cắt (α) tại N'.

a) Tứ giác $AMNN'$ là hình gì? Tìm tập hợp điểm N'.

b) Xác định vị rí của Δ để độ dài MN nhỏ nhất.

c) Gọi O là trung điểm của AB, I là trung điểm của MN. Chứng minh OI là đường thẳng nằm trong mặt phẳng cố định khi M di động.

Câu 28: Cho tứ diện đều cạnh a. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và DBC. Mặt phẳng (α) qua IJ cắt các cạnh AB, AC, DC, DB lần lượt tại M, N, P, Q.

a) Chứng minh MN, PQ, BC đồng quy hoặc song song và $MNPQ$ là hình thang cân.

b) Đặt $AM = x, AN = y$. Chứng minh $a(x+y) = 3xy$. Tìm GTNN và GTLN của $AM + AN$.

c) Tính diện tích tứ giác $MNPQ$ theo a và $s = x + y$.

Câu 29: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang, $AD = CD = BC = a$, $AB = 2a$. Mặt phẳng (α) đi qua A cắt các cạnh BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P.

a) Tứ giác $AMNP$ là hình gì?

b) So sánh AM và NP.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 13: HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

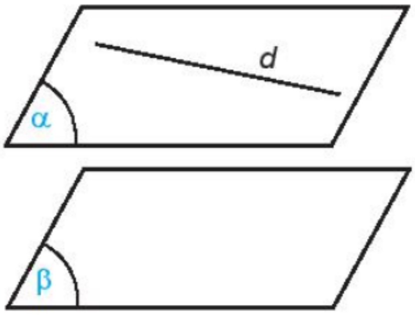
I LÝ THUYẾT.

1. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG.

Hai mặt phẳng được gọi là song song nếu chúng không có điểm chung. Kí hiệu: $(\alpha)//(\beta) hay (\beta)//(\alpha)$

Khi đó: $(\alpha)//(\beta) \Leftrightarrow (\alpha)\cap(\beta)=\varnothing$

Chú ý: Nếu $(\alpha)//(\beta)$ thì mọi đường thẳng $a\subset(\alpha)$ đều song song với (β).



2. ĐIỀU KIỆN VÀ TÍNH CHẤT CỦA HAI MẶT PHẲNG SONG SONG.

Tính chất 1. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau và hai đường thẳng này cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β).

Tính chất 2. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.

Hệ quả 1. Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) thì có duy nhất một mặt phẳng (Q) chứa d và song song với (P).

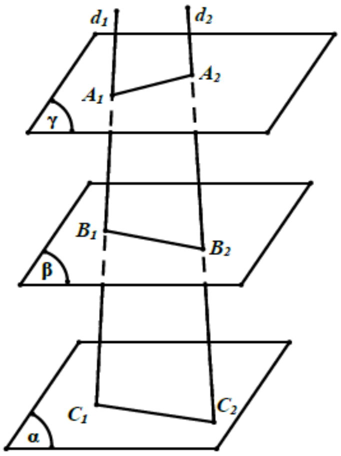
Hệ quả 2. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

Hệ quả 3. Cho điểm $A\notin(P)$. khi đó mọi đthẳng đi qua A và song song với (P) đều nằm trong một mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với (P).

Tính chất 3. Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì cũng cắt mặt phẳng kia và các giao tuyến của chúng song song với nhau.

Hệ quả. Hai mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến song song những đoạn thẳng bằng nhau.

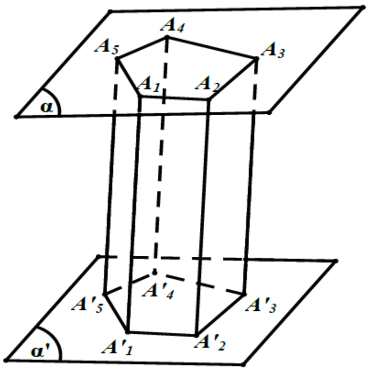
3. ĐỊNH LÝ THALÈS. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



4. HÌNH LĂNG TRỤ VÀ HÌNH HỘP.

 HÌNH LĂNG TRỤ.

Định nghĩa: Trên mặt phẳng (α) cho đa giác $A_1A_2...A_n$, từ các đỉnh của đa giác dựng các đường thẳng song song cắt mặt phẳng (α') song song với (α) tại các điểm $A_1', A_2',.., A_n'$. Hình hợp bởi hai miền đa giác $A_1A_2...A_n$ và $A_1'A_2'...A_n'$ với các hình chữ nhật $A_1A_2A_2'A_1'$, $A_2A_3A_3'A_2'$,. được gọi là hình lăng trụ.



Tính chất:

- Các hình bình hành được gọi là các mặt bên, hai miền đa giác gọi là hai mặt đáy của lăng trụ.

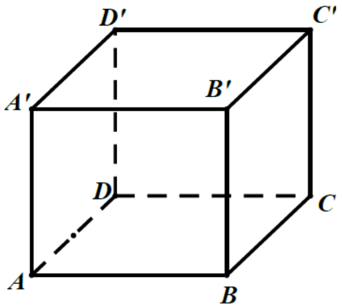
- Hai đáy của lăng trụ là hai đa giác bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau.

- Các đoạn thẳng $A_1A_1', A_2A_2',...$ được gọi là các cạnh bên. Các cạnh bên của lăng trụ song song và bằng nhau.

- Ta gọi lăng trụ theo tên của đa giác đáy, tức là nếu đáy là tam giác thì gọi là lăng trụ tam giác, nếu đáy là tứ giác thì gọi là lăng trụ tứ giác.

□ **HÌNH HỘP.**

Định nghĩa: Hình lăng trụ tứ giác có đáy là hình bình hành được gọi là hình hộp.



Tính chất:

- Hình hộp có sáu mặt đều là những hình bình hành.

- Hai mặt song song với nhau gọi là hai mặt đối diện, hình hộp có ba cặp mặt đối diện.

- Hai đỉnh của hình hộp được gọi là hai đỉnh đối diện nếu chúng không cùng nằm trên một mặt nào.

- Các đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện được gọi là các đường chéo. Bốn đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, điểm đó gọi là tâm của hình hộp.

- Hai cạnh gọi là đối nhau nếu chúng song song nhưng không cùng nằm trên một mặt của hình chóp.

- Mặt chéo của hình hộp là hình bình hành có hai cạnh là hai cạnh đối diện của hình hộp.

- Tổng bình phương các đường chéo của một hình hộp bằng tổng các bình phương của tất cả các cạnh của hình hộp đó.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: CHỨNG MINH 2 MẶT PHẲNG SONG SONG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Phương pháp giải tự luận: Dựa vào định lý, hệ quả sau:

i. $\begin{cases} (\alpha) \supset a,\ b \\ a \cap b = I \\ a//(\beta),\ b//(\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)//(\beta)$ **ii.** $\begin{cases} (\alpha)//(\gamma) \\ (\beta)//(\gamma) \\ (\alpha) \neq (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha)//(\beta)$

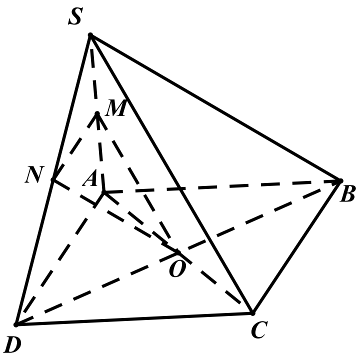
2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SD. Chứng minh $(OMN)//(SBC)$.

Lời giải:

Ta có M,O lần lượt là trung điểm của SA,AC nên OM là đường trung bình của tam giác SAC ứng với cạnh SC do đó $OM \parallel SC$.

Vậy $\begin{cases} OM \parallel SC \\ SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (SBC)\ (1)$.



Tương tự, Ta có N,O lần lượt là trung điểm của SD,BD nên ON là đường trung bình của tam giác SBD ứng với cạnh SB do đó $OM//SB$.

Vậy $\begin{cases} ON \parallel SB \\ SB \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (SBC)\ (2)$. Từ (1) và (2) ta có

$\begin{cases} OM \parallel (SBC) \\ ON \parallel (SBC) \\ OM \cap ON = O \end{cases} \Rightarrow (OMN) \parallel (SBC)$.

Câu 2: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M,N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M,N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N'. Chứng minh:

a) $(ADF) \parallel (BCE)$.

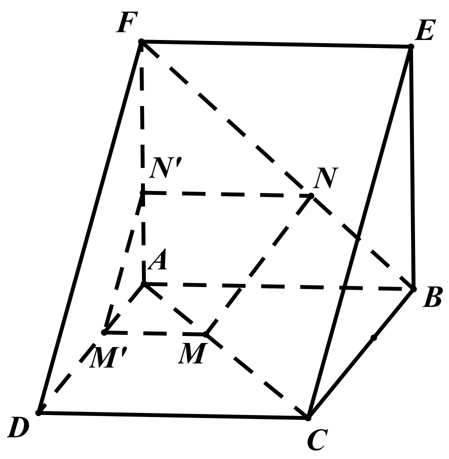
b) $(DEF) \parallel (MM'N'N)$.

Lời giải:

a) Ta có $\begin{cases} AD \parallel BC \\ BC \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AD \parallel (BCE)$

Tương tự $\begin{cases} AF \parallel BE \\ BE \subset (BCE) \end{cases} \Rightarrow AF \parallel (BCE)$.

Mà $\begin{cases} AD \subset (ADF) \\ AF \subset (ADF) \end{cases} \Rightarrow (ADF) \parallel (BCE)$.



b) Vì $ABCD$ và $(ABEF)$ là các hìnhvuông nên $AC = BF$ (1).

Ta có $MM' \parallel CD \Rightarrow \dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AM}{AC}$ (2)

$NN' \parallel AB \Rightarrow \dfrac{AN'}{AF} = \dfrac{BN}{BF}$ (3)

Từ $(1),(2)$ và (3) ta được $\dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AN'}{AF} \Rightarrow M'N' \parallel DF$

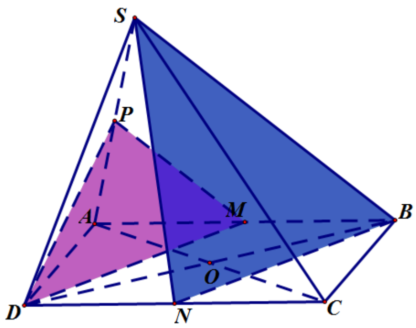
$\Rightarrow DF \parallel (MM'N'N)$.

Lại có $NN' \parallel AB \Rightarrow NN' \parallel EF \Rightarrow EF \parallel (MM'N'N)$.

Vậy $\begin{cases} DF \parallel (MM'N'N) \\ EF \parallel (MM'N'N) \end{cases} \Rightarrow (DEF) \parallel (MM'N'N)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, SA. Chứng minh rằng mặt phẳng (DMP) song song với mặt phẳng (SBN)

Lời giải



Vì M, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, SA nên $MP // SB \Rightarrow MP // (SBN)$.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD và $ABCD$ là hình bình hành nên $DM // NB \Rightarrow DM // (SBN)$.

Từ và suy ra $(DMP) // (SBN)$.

Câu 4: Trong không giancho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Chứng minh rằng mặt phẳng $(AFD) // (BCE)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} AF//BE \subset (BEC) \\ AD//BC \subset (BEC) \\ AF \subset (ADE); AD \subset (ADE) \end{cases} \Rightarrow (ADE)//(BEC).$

Câu 5: Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy M là điểm tùy ý trên cạnh $AD(M \neq A, D)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt DB, DC tại N, P

Chứng minh rằng: $NP//BC$.

Lời giải

vì $(P)\cap(DBC) = NP$, $(ABC)\cap(DBC) = BC$, $(P)//(ABC) \Rightarrow NP//BC$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB, ABC, SAC. Chứng minh rằng $(G_1G_2G_3)//(SBC)$.

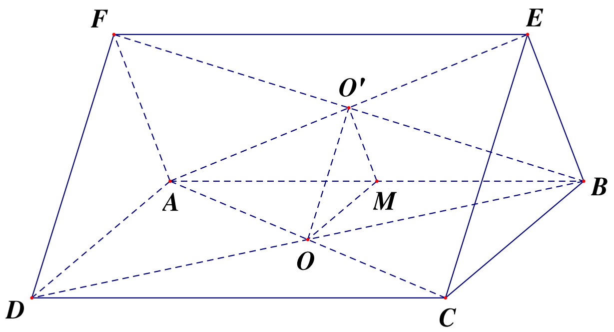
Lời giải

vì $G_1G_2 // SC$, $G_2G_3 // SB \Rightarrow (G_1G_2G_3) // (SBC)$

Câu 7: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O, O' và không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm của AB . Chứng minh rằng:

a: $(ADF) // (BCE)$ **b:** $(MOO') // (ADF)$. **C:** $(MOO') // (BCE)$.

Lời giải



Có $\begin{cases} AD \cap AF\{I\} \\ AD, AF \subset (ADF) \\ BC, BE \subset (BCE) \\ AD // BC, AF // BE \end{cases} \Rightarrow (ADF) // (BCE)$.

Do O, O' lần lượt là tâm các hình bình hành nên O, O' lần lượt là trung điểm các đường chéo AC, BD và AE, BF . Theo tính chất đường trung bình trong tam giác có: $OO' // DF, OO' // CE$. $OM // AD, OM // BC$.

Khi đó $\begin{cases} OO' \cap OM \subset (MOO') \\ DF, AD \subset (DAF) \\ OO' // DF, OM // AD \end{cases} \Rightarrow (MOO') // (ADF)$.

Tương tự có: $\begin{cases} OO'\cap \text{OM} \subset (MOO') \\ \text{CE, BC} \subset (BCE) \\ OO'//DF, OM//AD \end{cases} \Rightarrow (MOO')//(BCE)$.

DẠNG 2: CHỨNG MINH ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Phương pháp giải tự luận, dựa vào các hệ quả sau:

1. $\begin{cases} (\alpha)//(\beta) \\ a \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow a//(\beta)$ **2.** $\begin{cases} AB//(\alpha) \\ AC//(\alpha) \\ AB \cap AC = A \end{cases} \Rightarrow BC//(\alpha)$

và các định lý, hệ quả của bài trước.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 8: Cho hình thang $ABCD$ có $AB//CD$ và $S \notin (ABCD)$. Trên SA, BD lấy hai điểm M, N sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{DN}{DB} = \frac{2}{3}$. Kẻ $NI//AB$ $(I \in AD)$. Chứng minh $MN//(SCD)$.

Lời giải:

Ta có $\frac{AM}{AS} = \frac{1}{3}$. Do $NI//AB$ nên $\frac{AI}{AD} = \frac{BN}{BD} = \frac{1}{3}$.

Suy ra $\frac{AM}{AS} = \frac{AI}{AD}$ $\Rightarrow MI//SD$ $\Rightarrow MI//(SCD)$

Do $NI//SD$ ta suy ra $NI//CD$.

Vậy $(MNI)//(SCD) \Rightarrow MN//(SCD)$.

DẠNG 3: CHỨNG MINH 2 ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Dựa vào định lý ở bài hai mặt phẳng song song

$\begin{cases} (\alpha)//(\beta) \\ (\gamma)//(\alpha) = a \Rightarrow a//b \\ (\gamma)//(\beta) = b \end{cases}$

và các định lý, hệ quả ở các bài trước.

Dạng 4: Bài toán liên quan đến tỷ lệ độ dài

1 PHƯƠNG PHÁP.

Dựa vào định lý Talet, hệ quả ở bài hai mặt phẳng song song:

1. $\begin{cases} (\alpha)//(\beta) \\ d\cap(\alpha)=A,\ d\cap(\beta)=B \\ d'\cap(\alpha)=A',\ d'\cap(\beta)=B' \\ d//d' \end{cases} \Rightarrow AB=A'B'$

2. $\begin{cases} (\alpha)//(\beta)//(\gamma) \\ d\cap(\alpha)=A,\ d\cap(\beta)=B,\ d\cap(\gamma)=C \\ d'\cap(\alpha)=A',\ d'\cap(\beta)=B',\ d'\cap(\gamma)=C' \end{cases} \Rightarrow \dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{AC}{A'C'}=\dfrac{BC}{B'C'}$

và địnhlý Talet thuận và đảo trong mặt phẳng.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$ và M,N là các điểm thay trên các cạnh AB,CD sao cho $\dfrac{AM}{MB}=\dfrac{CN}{ND}$.

a) Chứng minh MN luôn luôn song song với một mặt phẳng cố định.

B) Tính theo k tỉ số diện tích tam giác MNP và diện tích thiết diện.

A. $\dfrac{k}{k+1}$ **B.** $\dfrac{2k}{k+1}$ **C.** $\dfrac{1}{k}$ **D.** $\dfrac{1}{k+1}$

Lời giải:

a) Do $\dfrac{AM}{MB}=\dfrac{CN}{ND}$ nên theo định lí Thales thì các đường thẳng MN,AC,BD cùng song song với một mặt phẳng (β).Gọi (α) là mặt phẳng đi qua AC và song song với BD thì (α) cố định và $(\alpha)\,||\,(\beta)$ suy ra MN luôn song song với (α) cố định.

b) Xét trường hợp $\dfrac{AP}{PC}=k$, lúc này $MP\,||\,BC$ nên $BC\,||\,(MNP)$.

Ta có:

$$\begin{cases} N\in(MNP)\cap(BCD) \\ BC\,||\,(MNP) \\ BC\subset(BCD) \end{cases} \Rightarrow (BCD)\cap(MNP)=NQ\,||\,BC, Q\in BD.$$

Thiết diện là tứ giác $MPNQ$ .Xét trường hợp

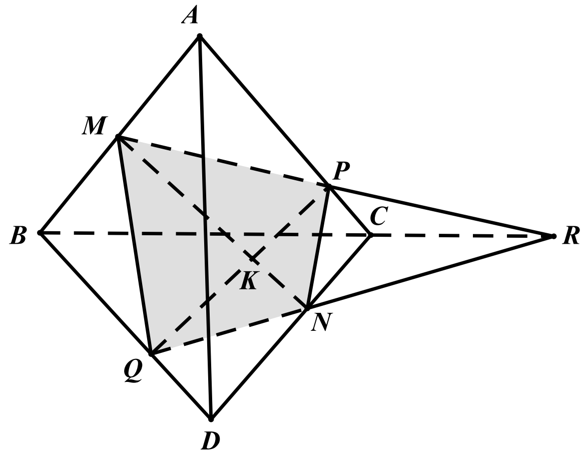
$\frac{AP}{PC} \neq k$

Trong (ABC) gọi $R = BC \cap MP$

Trong (BCD) gọi $Q = NR \cap BD$ thì thiết diện là tứ giác $MPNQ$.

Gọi $K = MN \cap PQ$

Ta có $\frac{S_{MNP}}{S_{MPNQ}} = \frac{PK}{PQ}$.



Do $\frac{AM}{NB} = \frac{CN}{ND}$ nên theo định lí Thales đảo thì AC, NM, BD lần lượt thuộc ba mặt phẳng song song với nhau và đường thẳng PQ cắt ba mặt phẳng này tương ứng tại P, K, Q nên áp dụng định lí Thales ta được $\frac{PK}{KQ} = \frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = k \Rightarrow \frac{PK}{PQ} = \frac{PK}{PK + KQ} = \frac{\frac{PK}{KQ}}{\frac{PK}{KQ} + 1} = \frac{k}{k+1}$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a. Các điểm M, N lần lượt trên AD', BD sao cho $AM = DN = x$ $\left(0 < x < a\sqrt{2}\right)$.

a) Chứng minh khi x biến thiên, đường thẳng MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

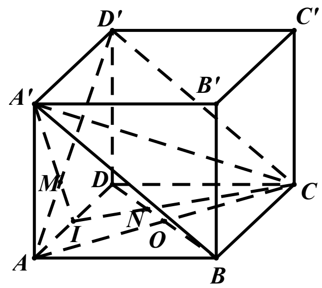
b) Chứng minh khi $x = \frac{a\sqrt{2}}{3}$ thì $MN \parallel A'C$.

Lời giải:

a) Gọi (P) là mặt phẳng qua AD và song song với $(A'D'CB)$. Gọi (Q) là mặt phẳng qua M và song song với $(A'D'CB)$. Giả sử (Q) cắt BD tại điểm N'.

Theo định lí Thales ta có

$\frac{AM}{AD'} = \frac{DN'}{DB}$ (1)



Vì các mặt của hình hộp là hình vuuong cạnh a nên $AD' = DB = a\sqrt{2}$.

Từ (1) ta có $AM = DN'$, mà $DN = AM \Rightarrow DN' = DN \Rightarrow N' \equiv N \Rightarrow MN \subset (Q)$.

Mà $\begin{cases}(Q) \parallel (A'D'CB) \\ MN \subset (Q)\end{cases} \Rightarrow MN \parallel (A'D'CB)$.

Vậy MN luôn song song với mặt phẳng cố định $(A'D'CB)$.

b) Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có

$DN = x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}, DO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow DN = \dfrac{2}{3}DO$ suy ra N là trọng tâm của tam giác ACD.

Tương tự M là trọng tâm của tam giác $A'AD$.

Gọi I là trung điểm của AD ta có $\dfrac{IN}{IC} = \dfrac{1}{3}, \dfrac{IM}{IA'} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{IN}{IC} = \dfrac{IM}{IA'} \Rightarrow MN \parallel A'C$.

DẠNG 5: XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Dựa vào định lý:

$$\begin{cases}(\alpha)//(\beta) \\ (\gamma)//(\alpha) = a \\ (\gamma)//(\beta) = b\end{cases} \Rightarrow a//b$$

Và các kết quả có trước.

DẠNG 6: XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Dựa vào định lý:

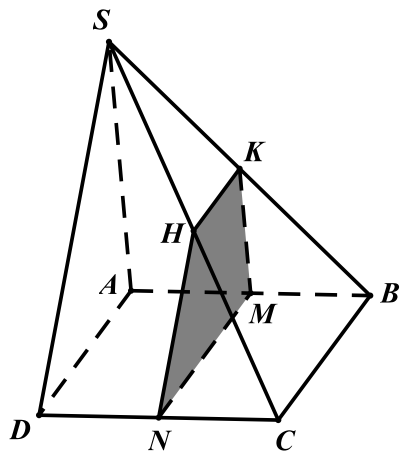
$$\begin{cases}(\alpha)//(\beta) \\ (\gamma)//(\alpha) = a \\ (\gamma)//(\beta) = b\end{cases} \Rightarrow a//b$$

Và các kết quả có trước.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD).Thiết diện là hình gì?

Lời giải:



Ta có $\begin{cases} M \in (SAB)\cap(\alpha) \\ (SAB)\cap(SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow (SAB)\cap(\alpha) = MK \parallel SA, K \in SB$.

Tương tự $\begin{cases} N \in (SCD)\cap(\alpha) \\ (\alpha)\parallel(SAD) \\ (SCD)\cap(SAD) = SD \end{cases} \Rightarrow (SCD)\cap(\alpha) = NH \parallel SD, H \in SC$.

Dễ thấy $HK = (\alpha)\cap(SBC)$. Thiết diện là tứ giác $MNHK$

Câu 12: Ba mặt phẳng $(ABCD),(SBC)$ và (α) đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là MN, HK, BC, mà $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel HK$. Vậy thiết diện là một hình thang. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trên ba cạnh AB, DD', $C'B'$ lần lượt lấy ba điểm M, N, P không trùng với các đỉnh sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{D'N}{D'D} = \frac{B'P}{B'C'}$. Tìm thiết diện của hình hộp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP)

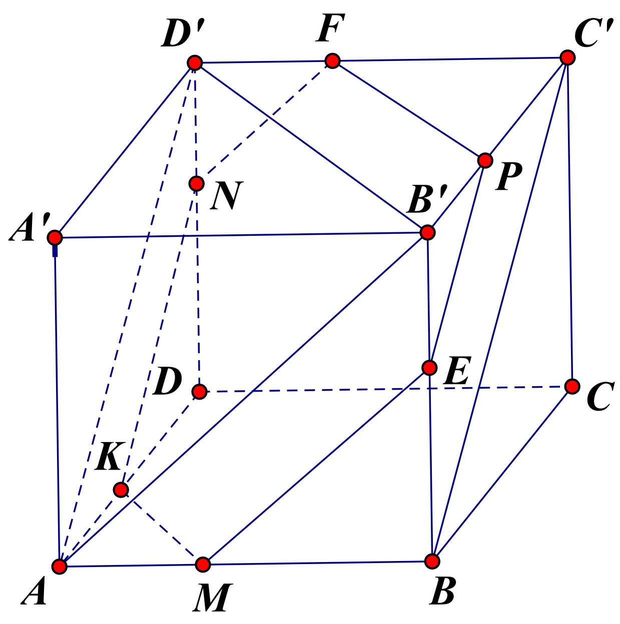
Lời giải

+Ta chứng minh được $mp(MNP)//mp(AB'D')$.

Tacó

$\frac{AM}{AB}=\frac{D'N}{DD'}=\frac{B'P}{B'C'}\Rightarrow\frac{AM}{D'N}=\frac{MB}{ND}=\frac{BA}{DD'}$

Và $\frac{AM}{B'P}=\frac{MB}{PC'}=\frac{BA}{C'B'}$



Theo định lí Ta-lét đảo thì MN song song với $mp(\alpha)$ với (α) song song với AD', BD và MP song song với (β) với (β) song song với AB', BC.

Vì $BD//B'D', BC'//AD'$ nên hai $mp(\alpha)$ và $mp(\beta)$ đề song song với $mp(AB'D')$ do đó MN và MP đều song song với $mp(AB'D')$. Vậy $mp(MNP)//mp(AB'D')$.

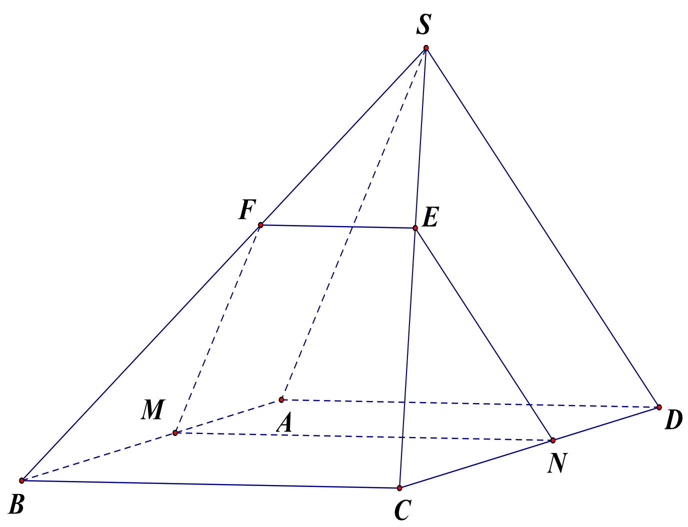
Từ M vẽ ME song song với AB', Từ P vẽ PF song song với $B'D'$. Từ N vẽ $NK//AD'$ cắt AD tại K.

Thiết diện là lục giác $MEPFNK$.

Câu 13: Cho hình chóp S.$ABCD$ với $ABCD$ là hình thoi cạnh a, SAD là tam giác đều. Gọi M là một điểm thuộc cạnh $AB, AM=x$, (P) là mặt phẳng qua M song song với (SAD). Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

Lời giải

Do mặt phẳng (P) đi qua M và song song với $mp(SAD)$ nên cắt các mặt của hình chóp bằng các giao tuyến đi qua M và song song với $mp(SAD)$.



Do $ABCD$ là hình thoi và tam giác SAD đều. Do đó thiết diện thu được là hình thang cân $MNEFE$ $(MN//EF, MF=EN)$.

Khi đó ta có:.

$MN=a$,

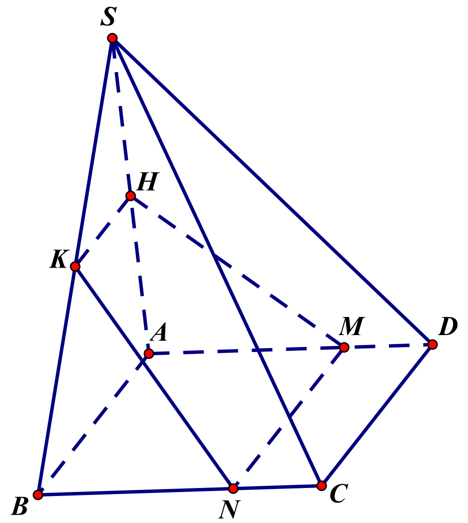
$\frac{EF}{BC}=\frac{SF}{SB}=\frac{MA}{AB}=\frac{x}{a}\Rightarrow EF=x$; $MF=a-x$.

Đường cao FH của hình thang cân bằng: $FH=\sqrt{MF^2-\left(\dfrac{MN-EF}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(a-x)$.

Khi đó diện tích hình thang cân là: $S=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(a^2-x^2\right)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, tam giác SAB đều, $SC=SD=a\sqrt{3}$. Gọi H,K lần lượt là trung điểm của SA,SB. M là một điểm trên cạnh AD, mặt phẳng (HKM) cắt BC tại N. Đặt $AM=x\ (0\le x\le a)$. Giá trị x để diện tích thiết diện $HKMN$ đạt giá trị nhỏ nhất là:

Lời giải



Mặt phẳng (HKM) và $(ABCD)$ chứa hai đường thẳng song song HK và AB nên giao tuyến của chúng là MN cũng song song với HK và AB. Xét hai tam giác HAM và KBN có:

$BN=AM$; $BK=AH$; $\widehat{KBN}=\widehat{MAH}$ nên $\triangle HAM=\triangle KBN$.

Từ đó suy ra: $MH=KN$. $MHKN$ là hình thang cân có hai đáy $MN=a; HK=\dfrac{a}{2}$.

Sử dụng định lý hàm số cos cho tam giác SAD ta tính được $\cos\widehat{HAD}=-\dfrac{1}{2}$. Ta tính được:

$$HM^2=HA^2+AM^2-2HA.AM.\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{a^2+4x^2+2ax}{4}.$$

Đường cao của hình thang cân được tính bằng công thức:

$\sqrt{HM^2-(\dfrac{MN-HK}{2})^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{16x^2+8ax+3a^2}$. Do hai đáy có độ dài không đổi nên diện tích thiết diện bé nhất khi đường cao bé nhất đạt khi x=0

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh AB,CD,SA.

a) Chứng minh $(SBN)\parallel(DPM)$.

b) Q là một điểm thuộc đoạn SP (Q khác S,P). Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua Q và song song với (SBN).

c) Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (β) đi qua MN song song với (SAD).

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA và CD.

a) Chứng minh $(OMN)\parallel(SBC)$

b) Gọi I là trung điểm của SD, J là một điểm trên $(ABCD)$ cách đều AB và CD. Chứng minh $IJ\parallel(SAB)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành tâm O, các tam giác SAD và ABC đều cân tại A. Gọi AE, AF là các đường phân giác trong của các tam giác ACD và SAB. Chứng minh $EF\parallel(SAD)$.

Câu 18: Hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M,N sao cho $AM=BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M,N lần lượt cắt AD, AF tại M',N'.

a) Chứng minh $(BCE)\parallel(ADF)$.

b) Chứng minh $(DEF)\parallel(MNN'M')$.

c) Gọi I là trung điểm của MN. Tìm tập hợp điểm I khi M,N thay đổi trên AC và BF.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AB=3a, AD=CD=a$. Mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và $SA=2a$, mặt phẳng (α) song song với (SAB) cắt các cạnh AD,BC,SC,SD theo thứ tự tại M,N,P,Q.

a) Chứng minh $MNPQ$ là hình thang cân.

b) Đặt $x=AM$ $(0<x<a)$. Tính x để $MNPQ$ là tứ giác ngoại tiếp được một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

c) Gọi $I=MQ\cap NP$. Tìm tập hợp điểm I khi M di động trên AD.

d) Gọi $J=MP\cap NQ$. Chứng minh IJ có phương không đổi và điểm J luôn thuộc một mặt phẳng cố định.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$, một mặt phẳng (α) di động luôn song song với (ABC), cắt SA,SB,SC lần lượt tại A',B',C'. Tìm tập hợp điểm chung của ba mặt phẳng $(A'BC),(B'AC),(C'AB)$.

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

a) Chứng minh $(BDA') \parallel (B'D'C)$.

b) Chứng minh đường chéo AC' đi qua trọng tâm G_1,G_2 của các tam giác $BDA',B'D'C$ đồng thời chia đường chéo AC' thành ba phần bằng nhau.

c) Xác định thiết diện của hình hộp cắt $(A'B'G_2)$. Thiết diện là hình gì?

Câu 22: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a.Trên các cạnh $AB,CC',C'D'$ và AA' lấy các điểm M,N,P,Q sao cho $AM = C'N = C'P = AQ = x(0 \le x \le a)$.

a) Chứng minh bốn điểm M,N,P,Q đồng phẳng và MP,NQ cắt nhau tại một điểm cố định.

b) Chứng minh $(MNPQ)$ đi qua một đường thẳng cố định.

c) Dựng thiết diện của hình hộp khi cắt bởi $(MNPQ)$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của chu vi thiết diện.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và ΔSAD vuông tại A. Qua điểm M trên cạnh AB dựng mặt phẳng (α) song song với (SAD) cắt CD,SC,SB tại N,P,Q.

a) Chứng minh $MNPQ$ là hình thang vuông.

b) Gọi $I = NP \cap MQ$. Tìm tập hợp điểm I khi M di động trên cạnh AB.

Câu 24: Cho hình chóp cụt $ABC.A'B'C'$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B',BB',BC$.

a) Xác định thiết diện của hình chóp cụt với (MNP).

b) Gọi I là trung điểm của AB. Tìm giao điểm của IC' với (MNP).

Câu 25: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt đều là hình vuông cạnh a. Các điểm M,N nằm trên AD',BD sao cho $AM = DN = x\left(0 < x < a\sqrt{2}\right)$

a) Chứng minh khi x biến thiên thì MN luôn song song với một mặt phẳng cố định.

b) Khi $x = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$, chứng minh $MN \parallel A'C$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$

a) Gọi I,K,G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC,A'B'C'$ và ACC'. Chứng minh $(IGK) \parallel (BB'C'C)$ và $(A'KG) \parallel (AIB)$.

b) Gọi P,Q lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Hãy dựng đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC cắt AB' và PQ.

Câu 27: Cho mặt phẳng (α) và hai đường thẳng chéo nhau d_1,d_2 cắt (α) tại A,B. Đường thẳng Δ thay đổi luôn song song với (α) cắt d_1,d_2 lần lượt tại M và N. Đường thẳng qua N song song với d_1 cắt (α) tại N'.

a) Tứ giác $AMNN'$ là hình gì? Tìm tập hợp điểm N'.

b) Xác định vị rí của Δ để độ dài MN nhỏ nhất.

c) Gọi O là trung điểm của AB, I là trung điểm của MN. Chứng minh OI là đường thẳng nằm trong mặt phẳng cố định khi M di động.

Câu 28: Cho tứ diện đều cạnh a. Gọi I,J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và DBC. Mặt phẳng (α) qua IJ cắt các cạnh AB,AC,DC,DB lần lượt tại M,N,P,Q.

a) Chứng minh MN,PQ,BC đồng quy hoặc song song và $MNPQ$ là hình thang cân.

b) Đặt $AM=x, AN=y$. Chứng minh $a(x+y)=3xy$. Tìm GTNN và GTLN của $AM+AN$.

c) Tính diện tích tứ giác $MNPQ$ theo a và $s=x+y$.

Câu 29: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang, $AD=CD=BC=a$, $AB=2a$. Mặt phẳng (α) đi qua A cắt các cạnh BB',CC',DD' lần lượt tại M,N,P.

a) Tứ giác $AMNP$ là hình gì?

b) So sánh AM và NP.

HƯỚNG DẪN GIẢI PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

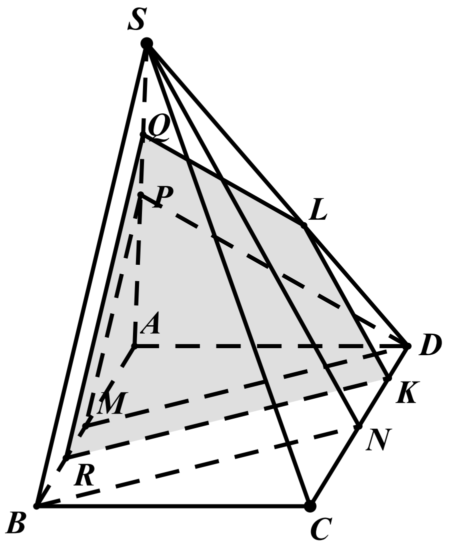
Câu 15: a) Ta có $\begin{cases} BN \parallel DM \\ DM \subset (DPM) \end{cases} \Rightarrow BN \parallel (DPM)\ (1)$

Tương tự $\begin{cases} BS \parallel MP \\ MP \subset (DPM) \end{cases} \Rightarrow BS \parallel (DPM)\ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $(SBN) \parallel (DPM)$.

b) Ta có $\begin{cases} SB \subset (SBN) \\ (\alpha) \parallel (SBN) \end{cases} \Rightarrow SB \parallel (\alpha)$.

vậy $\begin{cases} Q \in (SAB) \cap (\alpha) \\ SB \subset (SAB) \\ SB \parallel (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = QR \parallel SB, R \in AB$.



Tương tự

$(\alpha) \cap (ABCD) = RK \parallel BN, K \in CD$

$(\alpha) \cap (SCD) = KL \parallel SB, L \in SD$.

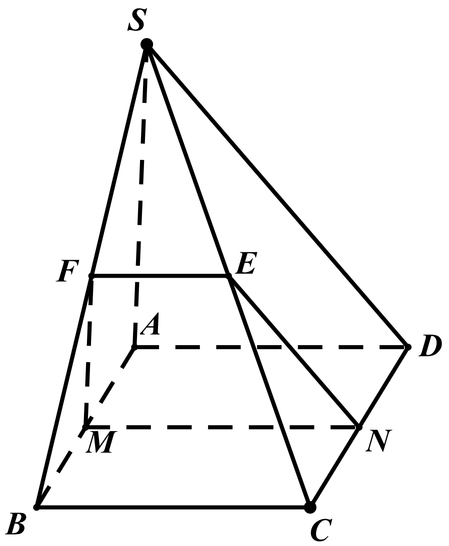
Vậy thiết diện là tứ giác $QRKL$.

c) Ta có $\begin{cases} M \in (\beta) \cap (SAB) \\ SA \parallel (\beta) \\ SA \subset (SAB) \end{cases}$

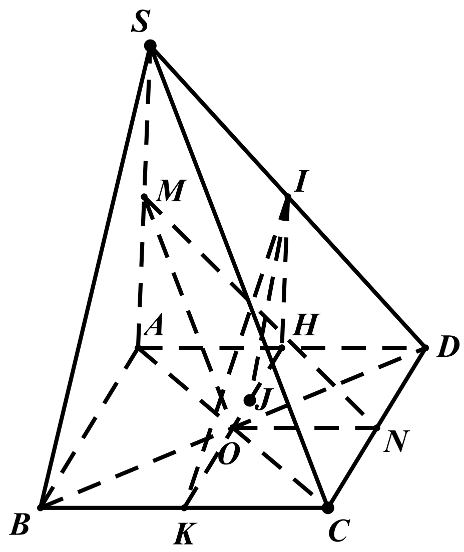
$\Rightarrow (\beta) \cap (SAB) = MF \parallel SA, F \in SB$

Tương tự $(\beta) \cap (SCD) = NE // SD, E \in SC$.

Thiết diện là hình thang $MNEF$.



Câu 16: a) Do O, M lần lượt là trung điểm của AC, SA nên OM là đường trung bình của tam giác SAC ứng với cạnh $SC \Rightarrow OM \parallel SC$.



Mà $SC \subset (SBC) \Rightarrow OM \parallel (SBC)$ (1).

Tương tự

$ON \parallel BC \subset (SBC) \Rightarrow ON \parallel (SBC)$ (2)

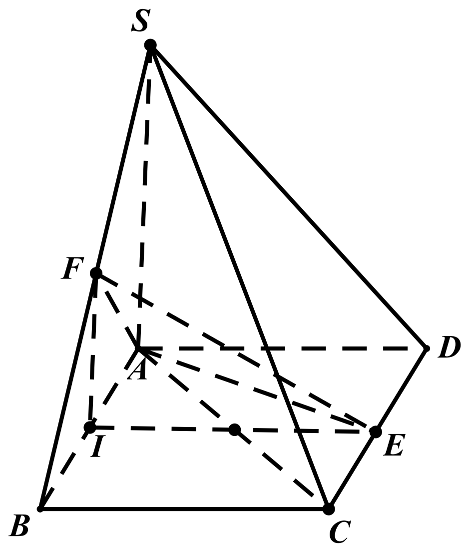
Từ (1) và (2) suy ra $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và BC. Do $J \subset (ABCD)$ và $d(J, AB) = d(J, CD)$ nên $J \in HK \Rightarrow IJ \subset (IHK)$.

Ta dễ dàng chứng minh được $(IHK) \parallel (SAB)$.

Vậy $\begin{cases} IJ \subset (IHK) \\ (IHK) \parallel (SAB) \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel (SAB)$.

Câu 17: Kẻ $FI \parallel SA, I \in AB \Rightarrow IF \parallel (SAD)$.



Ta có $\dfrac{FS}{FB} = \dfrac{IA}{IB}$ (1).

Theo tính chất đường phân giác ta có

$\dfrac{FS}{FB} = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{AD}{AC}$ (2)

Mặt khác $\dfrac{ED}{EC} = \dfrac{AD}{AC}$ (3).

Từ $(1),(2)$ và (3) suy ra $\dfrac{IA}{IB} = \dfrac{ED}{EC} \Rightarrow IE \parallel AD$.

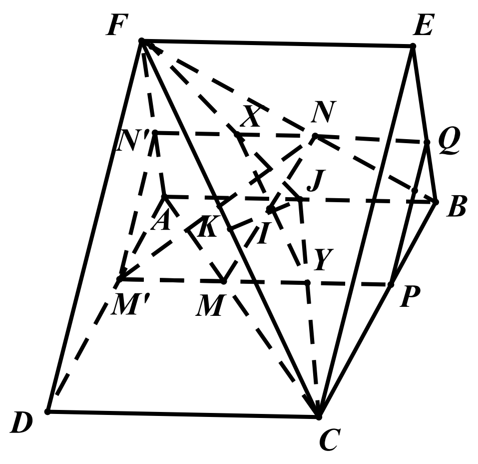
Mà $AD \subset (SAD) \Rightarrow IE \parallel (SAD)$.

Ta có $\begin{cases} IE \parallel (SAD) \\ IF \parallel (SAD) \end{cases} \Rightarrow (IEF) \parallel (SAD)$.

Mà $EF \subset (IEF) \Rightarrow EF \parallel (SAD)$.

Câu 18:

a) Ta có $\begin{cases} BE \parallel AF \\ AF \subset (ADF) \end{cases} \Rightarrow EB \parallel (ADF)$.



Tương tự $BC \parallel (ADF)$.

Từ đó ta có $(BCE)//(ADF)$.

b) Vì $MM' \parallel AB \Rightarrow MM' \parallel CD$ nên theo định lí Thales ta có

$\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AM'}{AD}$ (1).

Tương tự $NN' \parallel AB \Rightarrow \dfrac{BN}{BF} = \dfrac{AN'}{AF}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{AM'}{AD} = \dfrac{AN'}{AF}$

$\Rightarrow M'N' \parallel DF \subset (DEF) \Rightarrow M'N' \parallel (DEF)$.

Lại có $MM'//CD \parallel EF \Rightarrow MM' \parallel (DEF)$

$\Rightarrow (DEF) \parallel (MNN'M')$.

c) Gọi $P = MM' \cap BC, Q = NN' \cap BE$ và J, K lần lượt là trung điểm các đoạn AB và CF. Gọi $X = N'Q \cap FJ$, $Y = M'P \cap CJ$ thì $XY = (MPQN') \cap (FCJ)$. Trong $(M'PQN')$ gọi $I = XY \cap MN$.

Ta có $\dfrac{YM}{AJ} = \dfrac{CM}{CA}$ (3) và $\dfrac{XN}{BJ} = \dfrac{FN}{FB}$ (4) mà $AJ = BJ, AC = BF$ nên từ $(3),(4)$ suy ra $YM = XN \Rightarrow XMYN$ là hình bình hành nên I là trung điểm của MN.

Do $\begin{cases} (M'PQN') \parallel (CEFE) \\ (CFJ) \cap (M'PQN') = XY \\ (CFJ) \cap (CEFE) = CF \end{cases} \Rightarrow XY \parallel CF$ mà $IX = IY$ nên I thuộc đường trung trung tuyến JK của tam giác JCF.

Giới hạn:

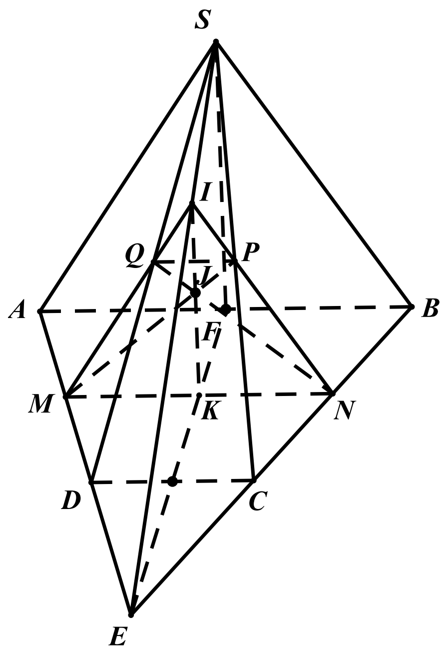
Khi $N \to B \Rightarrow M \to A \Rightarrow I \to J$

Khi $N \to F \Rightarrow M \to C \Rightarrow I \to K$

Phần đảo:

Vậy tập hợp điểm I là đường trung tuyến JK của tam giác JCF.

Câu 19:



a) Do $\begin{cases}(\alpha)\parallel(SAB)\\(ABCD)\cap(SAB)=AB\Rightarrow MN\parallel AB\ (1).\\(ABCD)\cap(\alpha)=MN\end{cases}$

Tương tự $\begin{cases}(\alpha)\parallel(SAB)\\(SCD)\cap(ABCD)=CD\\(SCD)\cap(\alpha)=PQ\end{cases}$

$\Rightarrow PQ\parallel CD\ (2)$.

Lại có $AB\parallel CD\ (3)$

Từ $(1),(2)$ và (3) ta có

$MN\parallel AB\parallel CD\parallel PQ$ nên $MNPQ$ là hình thang

Dễ thấy rằng $MQ\parallel SA, NP\parallel SB$ do đó

$\frac{MQ}{SA}=\frac{DM}{DA};\frac{NP}{SB}=\frac{CN}{CB}$ mà $\frac{DM}{DA}=\frac{CN}{CB}$ nên

$\frac{MQ}{SA}=\frac{NP}{SB}$.

Mặt khác ΔSAB cân tại $S\Rightarrow SA=SB$

$\Rightarrow MQ=NP\ (**)$. Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra $MNPQ$ là hình thang cân.

b) $MNPQ$ là tứ giác ngoại tiếp $\Leftrightarrow MQ+NP=MN+PQ$

Ta có $\frac{MQ}{SA}=\frac{DM}{DA}=\frac{a-x}{a}\Rightarrow MQ=2(a-x)\Rightarrow NP=2(a-x)$

Lại có $\frac{PQ}{CD}=\frac{SQ}{SD}=\frac{AM}{AD}=\frac{x}{a}\Rightarrow PQ=x$

Không khó khăn ta tính được $MN=3a-2x$

Do đó $MQ+NP=MN+PQ\Leftrightarrow 4(a-x)=3a-2x+x\Leftrightarrow x=\frac{a}{3}$.

Khi đó tính được $r=\frac{a\sqrt{7}}{6}$.

c) Gọi $E=AD\cap BC\Rightarrow SE=(SAD)\cap(SBC)$.

$I=MP\cap NQ\Rightarrow\begin{cases}I\in MP\subset(SAD)\\I\in NQ\subset(SBC)\end{cases}\Rightarrow I\in SE$.

Giới hạn:

Gọi I_0 là giao điểm của SE với mặt phẳng (β) đi qua CD và song song với (SAB).

Khi $M \to D \Rightarrow N \to B \Rightarrow I \to I_0$

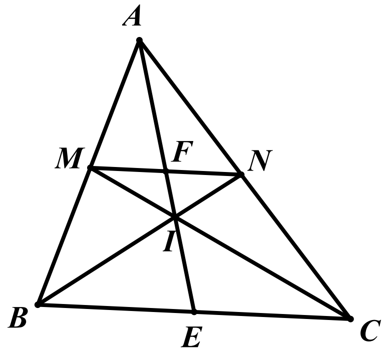
Khi $M \to A \Rightarrow N \to B \Rightarrow I \to S$

Phần đảo:

d) Gọi $K = IJ \cap MN$, vì $MNPQ$ là hình thang cân nên K là trung điểm của MN. Gọi $F = EK \cap AB$ thì F là trung điểm của AB nên F cố định

dễ thấy $IJ \parallel SF$ suy ra IJ có phương không đổi và điểm J thuộc mặt phẳng cố định (SEF).

Câu 20: **Bổ đề:**



Cho tam giác ABC các điểm M, N thuộc các cạnh AB, AC sao cho $MN \parallel BC$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, MN và $I = MB \cap CN$ thì A, F, I, E thẳng hàng.

Chứng minh:

Ta có $2\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \dfrac{AB}{AM}\overrightarrow{AM} + \dfrac{AC}{AN}\overrightarrow{AN}$

$= k\left(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}\right) = 2k\overrightarrow{AF}$.

Với $k = \dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$.

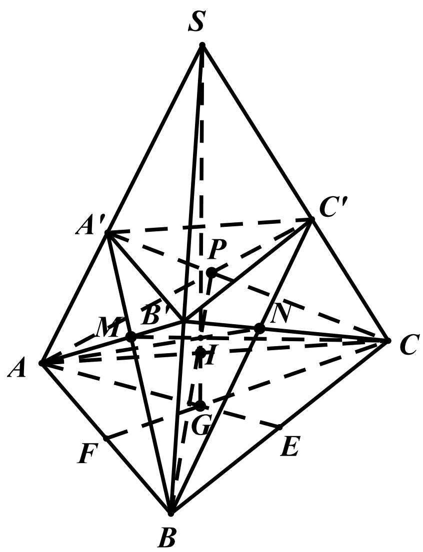
Hay A, E, F thẳng hàng.

Mặt khác $2\overrightarrow{IE} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = -\dfrac{IB}{IN}\overrightarrow{IN} - \dfrac{IC}{IM}\overrightarrow{IM}$

$= l\left(\overrightarrow{IN} + \overrightarrow{IM}\right) = 2l\overrightarrow{IF}$ vởi $l = -\dfrac{IB}{IN} = -\dfrac{IC}{IM} \Rightarrow I, E, F$ thẳng hàng.

Vậy A, F, I, E thẳng hàng.

Quay lại bài toán:



Gọi $M = AB' \cap BA', P = AC' \cap CA', N = BC' \cap CB'$ và $I = CM \cap AN$

$\Rightarrow \begin{cases} I \in AN \subset (ABC') \\ I \in CM \subset (BCA') \end{cases} \Rightarrow I \in BP = (ABC') \cap (BCA')$.

Vậy I chính là điểm đồng quy của ba mặt phẳng $(A'BC), (B'AC), (C'AB)$.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, BA.

Theo bổ đề trên ta có S, N, E thẳng hàng và $I \in AN$ nên $I \in (SAE)$.

Tương tự $I \in (SCF)$. Gọi G là trọng tâm của ΔABC thì $SG = (SAE) \cap (SCF)$ nên $I \in SG$.

Từ đó dễ dàng lập luận được quỹ tích điểm I là đoạn thẳng SG trừ S và G.

Câu 21:

a) Gọi O, O' lần lượt là trọng tâm các mặt $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

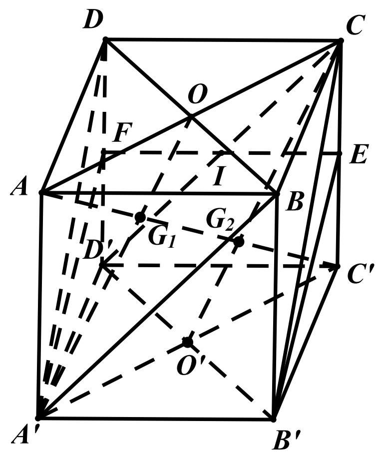
Dễ thấy $DBB'D'$ là hình bình hành nên $B'D' \parallel BD \subset (BDA')$

$\Rightarrow B'D' \parallel (BDA')$ (1).

Tương tự $OCO'A'$ là hình bình hành nên $O'C // OA' \subset (A'BD)$

$\Rightarrow CO' \parallel (A'BD)$ (2).

Từ $(1),(2)$ suy ra $(A'BD) \parallel (CB'D')$.



b) Ta có $A'O$ là trung tuyến của tam giác $A'BD$ và $\frac{G_1O}{G_1A'} = \frac{OA}{A'C'} = \frac{1}{2}$ nên G_1 là trọng tâm của tam giác $A'BD$.

Tương tự G_2 cũng là trọng tâm của tam giác $CB'D'$.Dễ thấy OG_1 và $O'G_2$ là đường trung bình của các tam giác ACG_2 và $A'C'G_1$ nên

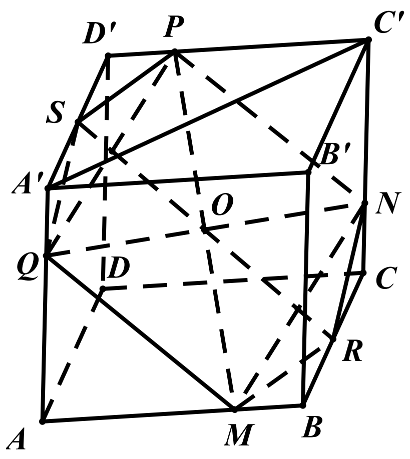
$AG_1 = G_1G_2 = G_1C' = \frac{1}{3}AC'$.

c) Gọi I là trung điểm của CD'. Do G_2 là trọng tâm tam giác $CB'D'$ nên $I \in B'G_2 \subset (A'B'G_2)$.

Vậy $\begin{cases} I \in (A'B'G_2) \cap (CDD'C') \\ A'B' \parallel C'D' \\ A'B' \subset (A'B'G_2) \\ C'D' \subset (CDD'C') \end{cases} \Rightarrow (A'B'G_2) \cap (CDD'C') = EF \parallel C'D'$

$E \in CC', F \in DD'$. Thiết diện là hình bình hành $A'B'EF$

Câu 22: a) Dễ thấy $PN \parallel CD'$ và $QM \parallel A'B$ mà $A'B \parallel C'D$ nên $PN \parallel QM$ hay M,N,P,Q đồng phẳng.



b) Do $PC'MA$ là hình bình hành nên MP đi qua trung điểm O của AC'.

$\Rightarrow O \in (MNPQ)$.

Mặt khác $A'B \parallel MQ \subset (MNPQ)$

$\Rightarrow A'B \parallel (MNPQ)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua O và song song với $A'B$ thì Δ cố định và $\Delta \subset (MNPQ)$. Hay $(MNPQ)$ luôn chứa đường thẳng cố định Δ.

$(MNPQ) \parallel (A'BC') \Rightarrow BC' \parallel (MNPQ) \Rightarrow BC' \parallel NR$

$\Leftrightarrow \frac{BR}{BC} = \frac{C'N}{CC'} \Rightarrow x = \frac{a}{2}$. Đảo lại $x = \frac{a}{2}$, dễ dàng chứng minh được $(MNPQ) \parallel (A'BC')$.

c) Dễ thấy Δ cắt $BC, A'D'$ tại các trung điểm R và S của chúng.

Thiết diện là lục giác $MPNPSQ$. Dễ thấy lục giác có tâm đối xứng là O nên $MQ = NP, MR = NS, RN = SQ$ do đó chu vi thiết diện là

$2p = 2(RM + MQ + QS)$. Ta có $MR = QS = \sqrt{\frac{a^2}{4} + (a-x)^2}$, $QM = x\sqrt{2}$

Vậy $2p = 2\left(x\sqrt{2} + 2\sqrt{\frac{a^2}{4} + (a-x)^2}\right)$.

Đặt $f(x) = x\sqrt{2} + \sqrt{a^2 + 4(a-x)^2}; x \in [0;a]$.

Theo CauChy -Schwarz

$$\sqrt{\left(a^2 + 4(a-x)^2\right)\left(1^2 + 1^2\right)} \ge a + 2(a-x) \Rightarrow \sqrt{a^2 + 4(a-x)^2} \ge \frac{1}{\sqrt{2}}(3a - 2x)$$

Nên $f(x) \ge x\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}(3a - 2x) = \frac{3a}{\sqrt{2}}$. Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{a}{2}$

Vậy $\min(2p) = 3\sqrt{2}a$.

Mặt khác bằng biến đổi tương đương ta có

$x\sqrt{2}+\sqrt{a^2+4(a-x)^2}\le\sqrt{2}a+a\Leftrightarrow(a-x)^2\left[(a-x)^2-a^2\right]\le 0$ đúng $\forall x\in[0;a]$. Đẳng thức xảy ra khi $x=a$.Vậy $\max(2p)=2a\left(\sqrt{2}+1\right)$.

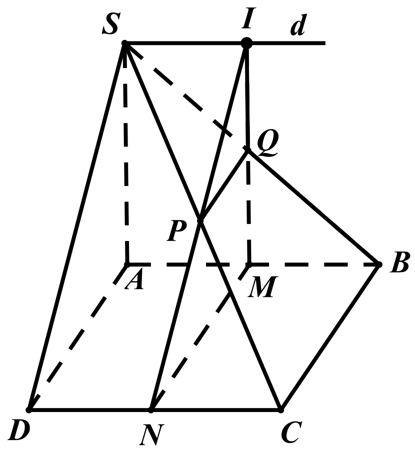
Câu 23:

a) Ta có $\begin{cases}(\alpha)\parallel(SAB)\\(ABCD)\cap(\alpha)=MN\\(ABCD)\cap(SAB)=AB\end{cases}\Rightarrow MN\parallel AB$ Tương tự

$(\alpha)\cap(SAB)=MQ\parallel SA$.

$(\alpha)\cap(SCD)=NP\parallel SD$.

Thiết diện là tứ giác $MNPQ$.



Do $\begin{cases}MN\parallel BC\\MN\subset(\alpha)\\BC\subset(SBC)\\(SBC)\cap(\alpha)=PQ\end{cases}\Rightarrow PQ\parallel MN\ (1)$

Ta có $MN\parallel AD, MQ\parallel SA$ mà $AD\perp SA$ nên $MN\perp MQ\ (2)$

Từ $(1),(2)$ suy ra $MNPQ$ là hình thang vuông.

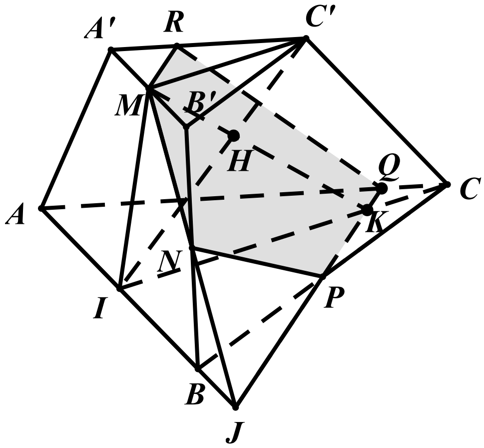
b) Gọi $d=(SAB)\cap(SCD)$, khi đó $I=NP\cap MQ\Rightarrow\begin{cases}I\in NP\subset(SCD)\\I\in MQ\subset(SAB)\end{cases}\Rightarrow I\in d$ từ đây dễ dàng tìm được quĩ tích của điểm I.

Câu 24: a) Trong $(ABB'A')$ gọi $J=MN\cap AB$,

trong (ABC) gọi $Q=JP\cap AC$.

Ta có $(ABC)\parallel(A'B'C')$ nên $(MNP)\cap(A'B'C')=MR\parallel PQ$.

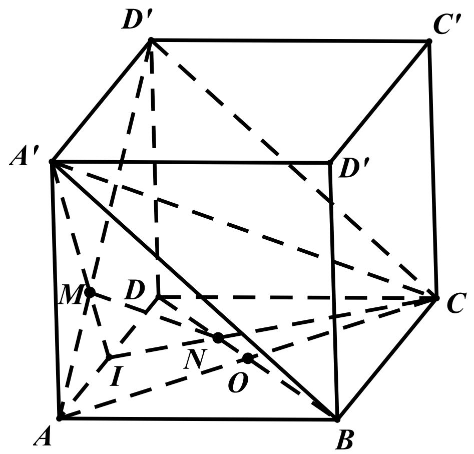
Thiết diện là ngũ giác $MNPQR$.



b) Trong (ABC) gọi $K=PQ\cap IC$ thì $K\in(MNP)\Rightarrow MK\subset(MNP)$.

Do $CI\parallel C'M$ nên trong $(MICC')$ gọi $H=IC'\cap MK\Rightarrow H=IC'\cap(MNP)$.

Câu 25: a) Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với $(A'D'CB)$ và $N'=(\alpha)\cap BD$.



Ta có $\frac{AM}{AD'}=\frac{DN'}{DB}$ (1)

Ta có $AD'=BD=a\sqrt{2}$ nên $AM=DN'$ mà $AM=DN$

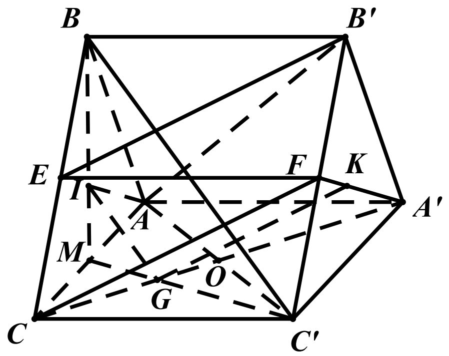
$\Rightarrow DN=DN'\Rightarrow N\equiv N'$.

Vậy $MN\subset(\alpha)\parallel(A'D'CB)$ do đó MN song song với mặt phẳng cố định $(A'D'CB)$.

b) Khi $x=\frac{a\sqrt{2}}{3}$ thì dễ thấy M,N lần lượt là trọng tâm các tam giác $A'AD$ và CAD nên $A'M$ và CN cắt nhau tại trung điểm I của AD.

Khi đó $\frac{IM}{IA'}=\frac{IN}{IC}\Rightarrow MN\parallel A'C$.

Câu 26: a) Gọi O,M,E,F lần lượt là trung điểm của $AC',AC,BC,B'C'$.



Chứng minh $(IGK)\parallel(BCC'B')$.

Ta có $\frac{MI}{MB}=\frac{MG}{MC'}\Rightarrow IG\parallel CC'\subset(BCC'B')$

$\Rightarrow IG\parallel(BCC'B')$ (1)

Tương tự $\frac{A'G}{A'C}=\frac{OA'+\frac{1}{3}OA'}{A'C}$

$=\frac{\frac{4}{3}OA'}{A'C}=\frac{2}{3}$.

Lại có $\frac{A'K}{A'F}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{A'G}{A'C}=\frac{A'K}{A'F}$

$\Rightarrow GK\parallel CF\subset(BCC'B')$

$\Rightarrow GK\parallel(BCC'B')$ (2).

Từ $(1),(2)$ suy ra $(IGK)\parallel(BCC'B')$.

Chứng minh $(A'KG) \parallel (AIB')$.

Dễ thấy $AA'FE$ là hình bình hành nên $A'F \parallel AE$ hay $A'F \parallel (AIB')$ (3). Cũng dễ thấy $CF \parallel EB' \subset (AIB') \Rightarrow CF \parallel (AIB')$ (4)

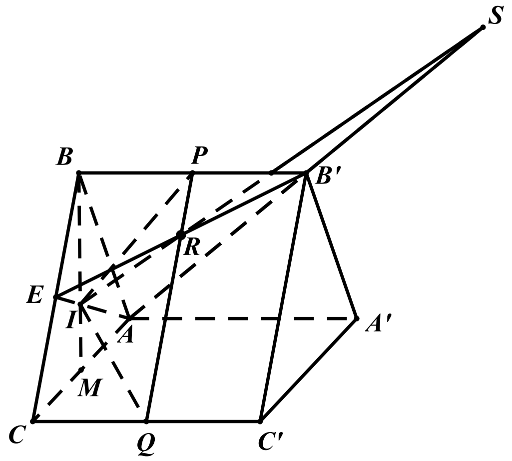
Từ $(3),(4)$ suy ra $(A'CF)//(AIB')$ mà $(A'CF)$

chính là $(A'KG)$ nên $(A'KG) \parallel (AIB')$.

b) Trong $(BCC'B')$ gọi $R = PQ \cap B'E$

$\Rightarrow \begin{cases} R \in PQ \\ R \in B'E \subset (AB'E) \end{cases}$

Trong $(AB'E)$ gọi $S = IR \cap AB'$ thì đường thẳng IR chính là đường thẳng cần dựng.



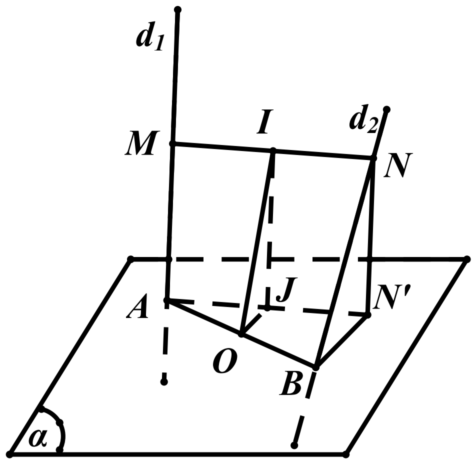
Câu 27: a) Ta có $MA \parallel NN'$ (1)

Do $\begin{cases} MN \parallel (\alpha) \\ (AMNN') \cap (\alpha) = AN' \end{cases}$

$\Rightarrow AN' \parallel MN$ (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra $AMNN'$ là hình bình hành.

Gọi (β) là mặt phẳng chứa d_2 và song song với d_1 thì $NN' \subset (\beta) \Rightarrow N' \in (\beta)$ từ đó ta có N' thuộc giao tuyến d_3 của (α) và (β).



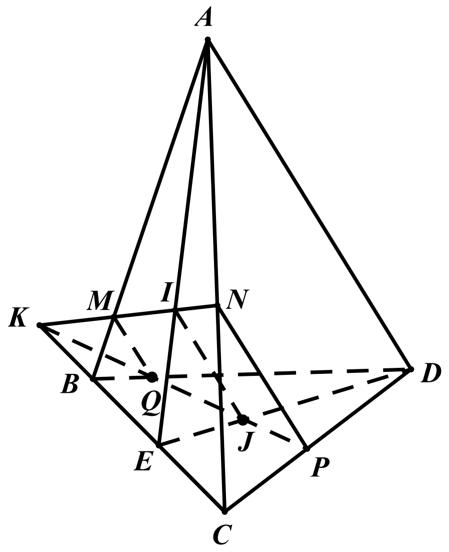
b) Ta có $MN = AN'$ nên MN nhỏ nhất khi AN' nhỏ nhất $\Leftrightarrow AN' \perp d_3$.

Từ đó ta xác định Δ như sau:

- Dựng (β) chứa d_2 và $(\beta) \parallel d_1$.
- Dựng giao tuyến $d_3 = (\alpha) \cap (\beta)$.
- Gọi N' là hình chiếu của A trên d_3.
- Từ N' dựng đường thẳng song song với d_1 cắt d_2 tại N.
- Từ N dựng đường thẳng Δ song song với $N'A$ thì Δ là đường thẳng thỏa yêu cầu bài toán.

c) Gọi J là trung điểm của AN' thì $(OIJ) \parallel (\beta)$ mà O cố định và (β) cố định nên (OIJ) cố định. Vậy OI thuộc mặt phẳng cố định đi qua O và song song với (β).

Câu 28: a) Ta có $(ABC),(DBC),(\alpha)$ đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là BC,MN,PQ nên theo định lí về giao tuyến thì BC,MN,PQ hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.



Ta chứng minh $MNPQ$ là hình thang cân trong trường hợp BC,MN,PQ đồng quy

Gọi E là trung điểm của BC thì $\frac{EI}{EA}=\frac{EJ}{ED}\Rightarrow IJ\parallel AD$.

Từ đó ta có $\begin{cases} IJ\subset(\alpha) \\ AD\subset(ACD) \\ IJ\parallel AD \\ (\alpha)\cap(ACD)=NP \end{cases} \Rightarrow NP\parallel IJ$.

Tương tự $MQ\parallel IJ$ nên $MNPQ$ là hình thang.

Dễ thấy $DQ=AM=x, DP=AN=y$. Theo định lí cô sin ta có

$MN^2=AM^2+AN^2-2AM.AN\cos 60^0=x^2+y^2-xy$.

Tương tự

$PQ^2=DP^2+DQ^2-2DP.DQ\cos 60^0=x^2+y^2-xy$

$\Rightarrow MN=PQ$

Vậy $MNPQ$ là hình thang cân.

Trường hợp BC,MN,PQ song song không có gì khó khăn bạn đọc tự kiểm tra.

c) Ta có $S_{AMN}=S_{AIM}+S_{AIN}\Leftrightarrow \frac{1}{2}xy\sin 60^0=\frac{1}{2}x.\frac{a\sqrt{3}}{3}\sin 30^0+\frac{1}{2}y.\frac{a\sqrt{3}}{3}\sin 30^0$

$\Leftrightarrow a(x+y)=3xy$.

b) Ta có $AM+AN=x+y$. Theo BĐT Cauchy ta có

$a(x+y)=3xy\le 3\left(\frac{x+y}{2}\right)^2\Leftrightarrow 3(x+y)^2-4a(x+y)\Leftrightarrow x+y\ge\frac{4a}{3}$

$\Rightarrow AM+AN\ge\frac{4a}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi $x=y=\frac{2a}{3}$, khi đó (α) đi qua IJ và song song với BC.

Không giảm tổng quát ta có thể giả sử $x\ge y$ khi đó $x\in[\frac{2a}{3};a]$

Và $x+y=x+\frac{ax}{3x-a}=\frac{3x^2}{3x-a}$

$\Rightarrow x+y-\frac{3a}{2}=\frac{3a^2}{3x-a}-\frac{3a}{2}=\frac{(a-x)(2a-x)}{3x-a}\le 0\Rightarrow x+y\le\frac{3a}{2}$. Đẳng thức xảy ra khi

$x=a\Rightarrow y=\frac{a}{2}$. Khi đó (α) đi qua B.

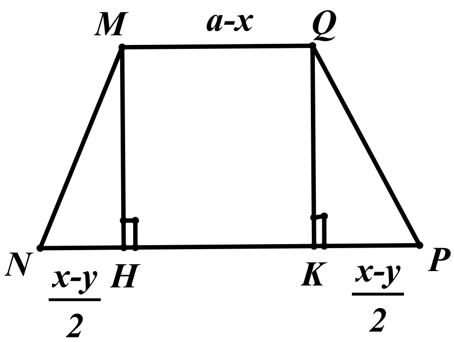
Vậy $\min(AM+AN)=\frac{4a}{3},\max(AM+AN)=\frac{3a}{2}$.

c) Dễ thấy $MNPQ$ là hình thang cân có

$MQ=a-x,NP=a-y$,

giả sử $x\ge y\Rightarrow a-x\le a-y$.

Ta có $HN=\frac{(a-y)-(a-x)}{2}=\frac{x-y}{2}$



$MH^2=MN^2-NH^2$

$=x^2+y^2-xy-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2$.

$=\frac{3(x^2+y^2)-6xy}{4}=\frac{3s^2-8as}{4}$

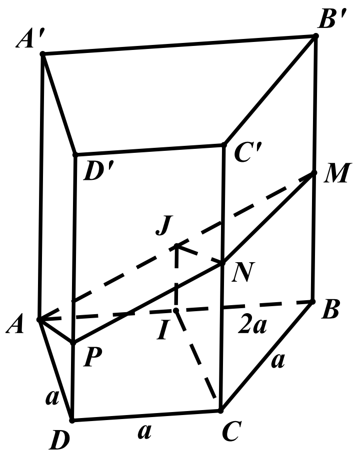
$MH=\sqrt{3xy}=\sqrt{a(x+y)}=\frac{\sqrt{3s^2-8as}}{2}$

$S_{MNPQ}=\frac{1}{2}(MQ+NP)MH=\frac{1}{2}(2a-(x+y))\sqrt{3s^2-8as}$

$=\frac{1}{4}(2a-s)\sqrt{3s^2-8as}$.

Câu 29: a) Ta có $(ABB'A')\parallel(CDD'C')$, $(\alpha)\cap(ABB'A')=AM$

$(\alpha)\cap(CDD'C')=NP\Rightarrow AM\parallel NP$ (1) do đó $AMNP$ là hình thang.



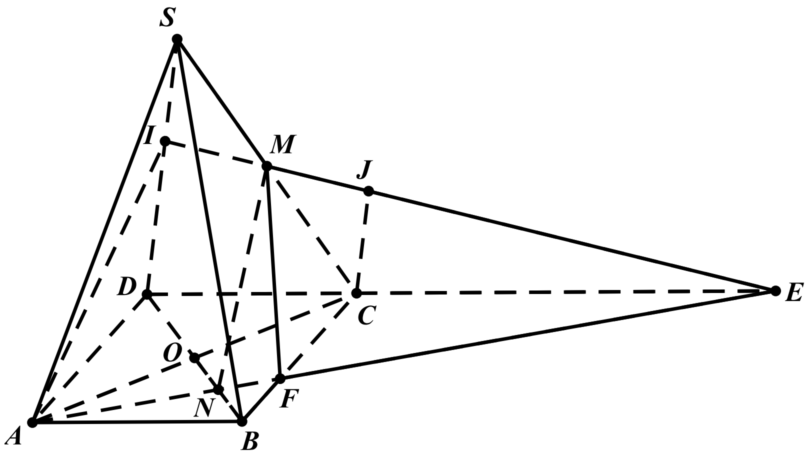
b) Gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB,AM thì $IC\parallel AD\Rightarrow IC\parallel(ADD'A')$

lại có $IJ\parallel BB'\parallel AA'$

$\Rightarrow IJ\parallel AA'\subset(ADD'A')\Rightarrow(CIJN)\parallel(ADD'A')$ Mặt khác $(\alpha)\cap(ADD'A')=AP$ và

$(\alpha)\cap(CIJN)=JN$ nên $JN\parallel AP$ (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra $APNJ$ là hình bình hành, do đó $PN = AJ = \frac{1}{2}AM$.



CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 13: HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $(\alpha) // (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $a // b$.

B. Nếu $a // (\alpha)$ và $b // (\beta)$ thì $a // b$.

C. Nếu $(\alpha) // (\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ thì $a // (\beta)$.

D. Nếu $a // b$ và $a \subset (\alpha)$, $b \subset (\beta)$ thì $(\alpha) // (\beta)$.

Câu 2: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước, ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β).

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

D. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β).

Câu 3: Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2018.

Câu 4: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β).

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β).

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt mặt phẳng (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 5: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α). Khi đó tồn tại duy nhất một đường thẳng a chứa M và song song với (α).

B. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Khi đó tồn tại duy nhất mặt phẳng (α) chứa a và song song với b.

C. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α). Khi đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (β) chứa điểm M và song song với (α).

D. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (β) chứa a và song song với (α).

Câu 6: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P).

C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q).

D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

Câu 7: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q); đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu $(P)//(Q)$ thì $a//b$.

B. Nếu $(P)//(Q)$ thì $b//(P)$.

C. Nếu $(P)//(Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P)//(Q)$ thì $a//(Q)$

Câu 8: Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.

B. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy.

C. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P).

D. Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q). Khi đó, nếu $a // a'$; $b // b'$ thì $(P) // (Q)$.

Câu 9: Trong không gian, cho đường thẳng *a* và hai mặt phẳng phân biệt và. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu và cùng cắt *a* thì song song với.

B. Nếu và cùng song song với *a* thì song song với.

C. Nếu song song với và *a* nằm trong mp thì *a* song song với.

D. Nếu song song với và *a* cắt thì *a* song song với.

Câu 10: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 11: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. mp$(AA'B'B)$ song song với mp$(CC'D'D)$.

B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.

C. AA' song song với CC'.

D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

Câu 12: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Nếu $a \subset mp(P)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // mp(Q)$. (I)

- Nếu $a \subset mp(P)$, $b \subset mp(Q)$ và $mp(P) // mp(Q)$ thì $a // b$. (II)

- Nếu $a // mp(P)$, $a // mp(Q)$ và $mp(P) \cap mp(Q) = c$ thì $c // a$. (III)

A. Chỉ (I). **B.** (I) và (III).

C. (I) và (II). **D.** Cả (I), (II) và (III).

Câu 13: Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề **sai** là

A. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.

B. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

D. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Câu 14: Trong không gian cho 2 mặt phẳng và song song với nhau. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với đều nằm trong.

C. Nếu đường thẳng a nằm trong thì a //.

D. Nếu đường thẳng Δ cắt thì Δ cắt.

Câu 15: Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(\alpha)//(\beta) \Rightarrow a//(\beta)$ và $b//(\alpha)$. **B.** $a//b \Rightarrow (\alpha)//(\beta)$.

C. a và b chéo nhau. **D.** $(\alpha)//(\beta) \Rightarrow a//b$.

DẠNG 2. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

Câu 16: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

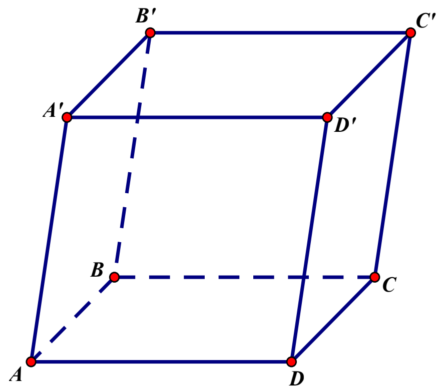
A. $(A'BC) // (AB'C')$. **B.** $(BA'C') // (B'AC)$.

C. $(ABC') // (A'B'C)$. **D.** $(ABC) // (A'B'C')$

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCA'). **B.** $(BC'D)$. **C.** $(A'C'C)$. **D.** (BDA').

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với



A. $(AA'C')$. **B.** $(CC'D')$. **C.** (ADD'). **D.** $(BB'A')$.

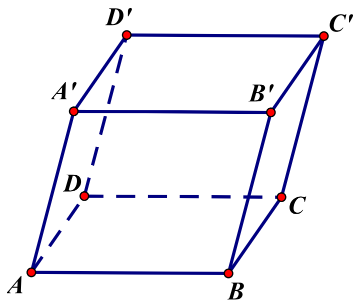
Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $(AB'D') \parallel (A'BD)$. **B.** $(AB'D') \parallel (C'BD)$. **C.** $(DA'C') \parallel (ACB)$. **D.** $(AB'D') \parallel (BCD)$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AD. Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC). **B.** (SAB). **C.** (SAD). **D.** (SCD).

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Mặt phẳng (BCC') song song với mặt phẳng nào sau đây?



A. $(DC'D')$. **B.** (CDA'). **C.** $(A'DD')$. **D.** $(A'C'A)$.

Câu 22: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Biết K là trung điểm AD. Mặt phẳng (OKO') song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(BCC'B')$. **B.** $(DCC'D')$. **C.** $(A'C'CA)$. **D.** (BDA').

Câu 23: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $(IJK)//(SAB)$. **B.** $(IJK)//(SAC)$. **C.** $(IJK)//(SDC)$. **D.** $(IJK)//(SBC)$

Câu 24: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(ACD') // (A'C'B)$. **B.** $(ABB'A') // (CDD'C')$.

C. $(BDA') // (D'B'C)$. **D.** $(BA'D') // (ADC)$.

Câu 25: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. (BCA'). **B.** $(BC'D)$. **C.** $(A'C'C)$. **D.** (BDA').

Câu 26: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(BA'C')$. **B.** $(C'BD)$. **C.** (BDA'). **D.** (ACD').

Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD'. Khẳng định nào **sai**?

A. $BB'DC$ là một tứ giác đều. **B.** $(BA'D')$ và (ADC') cắt nhau.

C. $A'B'CD$ là hình bình hành. **D.** $(AA'B'B)//(DD'C'C)$.

Câu 28: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACC', $AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK)?

A. $(BC'\text{A})$. **B.** $(AA'B)$. **C.** $(BB'C)$. **D.** $(CC'A)$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC). **B.** (SCD). **C.** $(ABCD)$. **D.** (SAB).

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

A. BA'. **B.** BB'. **C.** BC. **D.** CB'.

Câu 31: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3$, $BB' = 5$, $CC' = 4$. Tính DD'.

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC. Gọi M là trọng tâm tam giác SAD, N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \frac{NC}{2}$, P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD = \frac{PC}{2}$. Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng song song với BC.

B. MN cắt (SBC).

C. $(MNP)//(SAD)$.

D. $MN//(SBC)$ và $(MNP)//(SBC)$

Câu 33: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O và O', không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm AB, xét các khẳng định

$(I):(ADF)//(BCE)$; $(II):(MOO')//(ADF)$; $(III):(MOO')//(BCE)$; $(IV):(ACE)//(BDF)$.

Những khẳng định nào đúng?

A. (I). **B.** $(I),(II)$.

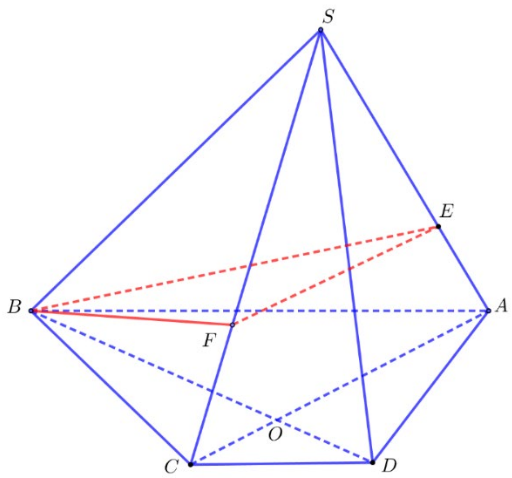
C. $(I),(II),(III)$. **D.** $(I),(II),(III),(IV)$.

Câu 34: Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC). Gọi N, P, Q lần lượt là giao của mặt phẳng (α) với các đường thẳng CD, SD, SA. Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

A. Đoạn thẳng song song với AB. **B.** Tập hợp rỗng.

C. Đường thẳng song song với AB. **D.** Nửa đường thẳng.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB//CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$.

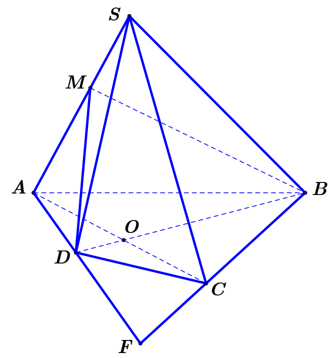


Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF). Gọi P là giao điểm của SD với (α). Tính tỉ số $\frac{SP}{SD}$.

A. $\frac{SP}{SD} = \frac{3}{7}$. **B.** $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{3}$. **C.** $\frac{SP}{SD} = \frac{7}{6}$. **D.** $\frac{SP}{SD} = \frac{6}{7}$.

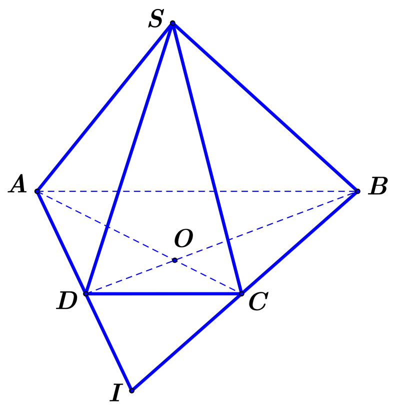
DẠNG 3: XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG DỰA VÀO QUAN HỆ SONG SONG CỦA HAI

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song. Gọi $O = AC \cap BD, F = BC \cap AD$. Điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến (d) của cặp mặt phẳng (MBD) và (SAC)



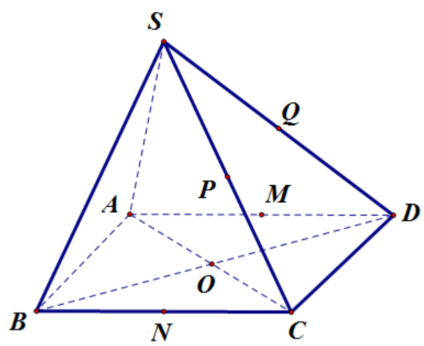
A. $d = SO$. **B.** $d = SF$.
C. $d = MO$. **D.** $d = MF$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB//CD)$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của AD và BC. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là SC.
B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO.
C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI.
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SID) và (SCO) là SB.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, SC, SD. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua O và song song với mặt phẳng (SAB). Giao tuyến của (α) với các mặt phẳng (SBC) và (SAD) lần lượt là



A. MN và PN **B.** MN và PQ. **C.** QP và QM **D.** NP và MQ.

DẠNG 4. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi I là trung điểm đoạn CD, M là điểm nằm trên đoạn BC (M khác B và C). (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (ABI), khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi (α) là

A. Một tam giác vuông cân. **B.** Một tam giác đều.
C. Một hình bình hành. **D.** Một tam giác cân.

Câu 40: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB. Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Câu 41: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (P) chứa BD và song song với mặt phẳng $(AB'D')$ cắt hình lập phương theo thiết diện là.

A. Một tam giác đều. **B.** Một tam giác thường.
C. Một hình chữ nhật. **D.** Một hình bình hành.

Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Mặt phẳng (α) qua AC và song song với BB'. Tính chu vi thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $2\left(1+\sqrt{2}\right)a$. **B.** a^3. **C.** $a^2\sqrt{2}$. **D.** $\left(1+\sqrt{2}\right)a$

Câu 43: Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB, M là điểm di động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC). Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là.

A. hình bình hành. **B.** tam giác cân tại M. **C.** tam giác đều. **D.** hình thoi.

Câu 44: Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC). Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình vuông.

Câu 45: Cho hình chóp $SABCD$. Biết tứ giác $ABCD$ là hình bình hành tâm O và có $AC = 3\sqrt{3};$. $BD = 3$. Tam giác SBD là tam giác đều. Mặt phẳng (α) di động song song với SBD và đi qua điểm I thuộc đoạn OC sao cho $AI = 2\sqrt{3}$.Khi đó diện tích thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) là:

A. $\sqrt{2}$. **B.** $25\sqrt{3}$. **C.** $\frac{25}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 46: Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng a. Gọi I là trung điểm của đoạn AB, M là điểm di động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC). Tính chu vi của thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$, biết $AM = x$.

A. $2x\left(1+\sqrt{3}\right)$. **B.** $3x\left(1+\sqrt{3}\right)$. **C.** Không tính được. **D.** $x\left(1+\sqrt{3}\right)$.

Câu 47: Cho hình chóp cụt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có $\frac{AB}{A'B'}=\frac{1}{2}$. Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}$ bằng

A. 4. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 2.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB=AC=4,\ \widehat{BAC}=30°$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM=2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** $\frac{14}{9}$. **C.** $\frac{25}{9}$. **D.** $\frac{16}{9}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD).Thiết diện là hình gì?

A. Hình thang **B.** Hình bình hành **C.** Tứ giác **D.** Tam giác

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC=a, BD=b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và $AI=x\ \ (0<x<a)$. Thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là hình gì?

A. Hình bình hành **B.** Tam giác **C.** Tứ giác **D.** Hình thang

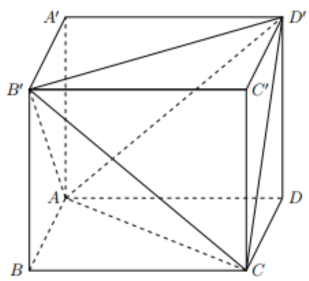
Câu 51: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?

A. Hình thang. **B.** Hình ngũ giác. **C.** Hình lục giác. **D.** Hình tam giác.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC=2$, hai đáy $AB=6$, $CD=4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA=3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Câu 53: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC). Tính diện tích của thiết diện thu được.



A. $\frac{a^2}{3}$. **B.** $\frac{2a^2}{3}$. **C.** $\frac{a^2}{2}$. **D.** $\frac{3a^2}{4}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB). Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

A. $\frac{5a^2\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\frac{5a^2\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 55: Cho hình hộp chữ nhật $ABCDA'B'C'D'$ có $AB = a, BC = b, CC' = c$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua O' và song song với hai đường thẳng $A'D$ và $D'O$. Dựng thiết diện của hình hộp chữ nhật $ABCDA'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α). Tìm điều kiện của a, b, c sao cho thiết diện là hình thoi có một góc bằng 60^0.

A. $a = b = c$. **B.** $a = b = \frac{1}{3}c$. **C.** $a = c = \frac{1}{3}b$. **D.** $b = c = \frac{1}{3}a$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD \parallel BC$), $BC = 2a$, $AB = AD = DC = a$, với $a > 0$. Mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Biết hai đường thẳng SD và AC vuông góc nhau, M là điểm thuộc đoạn OD (M khác O và D), $MD = x$, $x > 0$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SD và AC, cắt khối chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện. Tìm x để diện tích thiết diện đó là lớn nhất?

A. $x = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $x = a\sqrt{3}$. **C.** $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x = a$.

Câu 57: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $AB = 4$. Trên các cạnh $AA', B'C', CD$ lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $MA = NB' = PC = x$ $(2 \le x < 4)$. Khi thiết diện được tạo bởi mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương có diện tích bằng $11\sqrt{3}$ thì giá trị x thuộc tập nào sau đây?

A. $\left[2; \frac{5}{2}\right]$. **B.** $\left(\frac{5}{2}; 3\right]$. **C.** $\left(3; \frac{7}{2}\right]$. **D.** $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$.

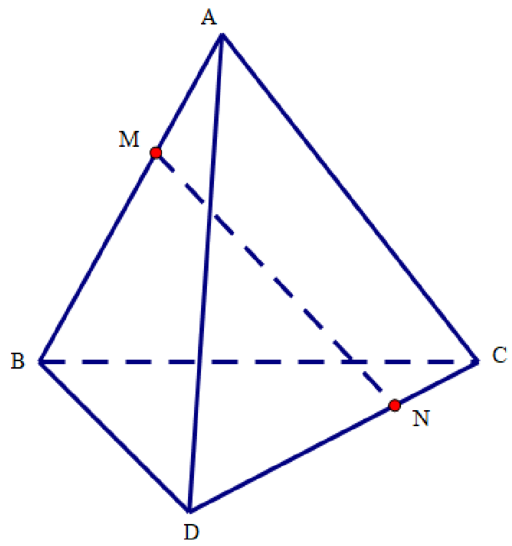
Câu 58: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang có hai đáy là AB, CD, $AB = 2CD$. Điểm M thuộc cạnh AD (M không trùng với A và D) sao cho $\frac{MA}{AD} = x$. Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB). Tìm x để diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) bằng một nửa diện tích tam giác SAB.

A. $x = \frac{1}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \frac{1}{4}$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và tam giác SAB là tam giác đều. Một điểm M di động trên cạnh BC sao cho $BM = x, (x < a)$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với SA và CD. Diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) tính theo a và x là?

A. $\frac{(a^2 - x^2)}{2}$. **B.** $\frac{(a^2 - x^2)}{2}\sqrt{3}$. **C.** $\frac{(a^2 - x^2)}{4}\sqrt{3}$. **D.** $\frac{(a^2 - x^2)}{4}$.

Câu 60: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M,N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB và CD sao cho $\frac{AM}{MB}=\frac{CN}{ND}=k$. Gọi P là điểm trên cạnh AC sao cho $\frac{AP}{PC}\neq k$. Tính theo k tỉ số giữa diện tích tam giác MNP và diện tích thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện.



A. $\frac{k}{k+1}$. **B.** $\frac{2k}{k+1}$. **C.** $\frac{1}{k}$. **D.** $\frac{1}{k+1}$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 13: HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $(\alpha)//(\beta)$ và $a\subset(\alpha)$, $b\subset(\beta)$ thì $a//b$.

B. Nếu $a//(\alpha)$ và $b//(\beta)$ thì $a//b$.

C. Nếu $(\alpha)//(\beta)$ và $a\subset(\alpha)$ thì $a//(\beta)$.

D. Nếu $a//b$ và $a\subset(\alpha)$, $b\subset(\beta)$ thì $(\alpha)//(\beta)$.

Lời giải

Vì $(\alpha)//(\beta)\Rightarrow(\alpha)$ và (β) không có điểm chung

Mà $a\subset(\alpha)$

Từ và suy ra a và (β) không có điểm chung.

Vậy $a//(\beta)$.

Câu 2: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước, ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β).

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

D. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β).

Lời giải

Câu 3: Số cạnh của một hình lăng trụ có thể là số nào dưới đây?

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2018.

Lời giải

Số cạnh của hình lăng trụ phải chia hết cho 3 mà chỉ có 2019 chia hết cho 3.

Câu 4: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mặt phẳng (β).

B. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đều song song với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (β).

C. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt mặt phẳng (α) và (β) thì (α) và (β) song song với nhau.

D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được một và chỉ một đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Lời giải

Lý thuyết.

Câu 5: Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α). Khi đó tồn tại duy nhất một đường thẳng a chứa M và song song với (α).

B. Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Khi đó tồn tại duy nhất mặt phẳng (α) chứa a và song song với b.

C. Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α). Khi đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (β) chứa điểm M và song song với (α).

D. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (β) chứa a và song song với (α).

Lời giải

Cho điểm M nằm ngoài mặt phẳng (α). Khi đó có vô số đường thẳng chứa M và song song với (α). Các đường thẳng này cùng nằm trong mặt phẳng đi qua M và song song với (α). Do đó đáp án A là sai.

Câu 6: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đường thẳng $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d // d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với (Q) đều nằm trong (P).

C. Nếu đường thẳng Δ cắt (P) thì Δ cũng cắt (Q).

D. Nếu đường thẳng $a \subset (Q)$ thì $a // (P)$.

Lời giải

Nếu (P) và (Q) song song với nhau và đường thẳng $d \subset (P)$, $d' \subset (Q)$ thì d, d' có thể chéo nhau. Nên khẳng định A là **sai**.

Câu 7: Cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q); đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$. Tìm khẳng định **sai** trong các mệnh đề sau.

A. Nếu $(P)//(Q)$ thì $a//b$.

B. Nếu $(P)//(Q)$ thì $b//(P)$.

C. Nếu $(P)//(Q)$ thì a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.

D. Nếu $(P)//(Q)$ thì $a//(Q)$

Lời giải

Đáp án A sai vì khi cho hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q); đường thẳng $a \subset (P); b \subset (Q)$ thì a và b có thể chéo nhau

Câu 8: Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

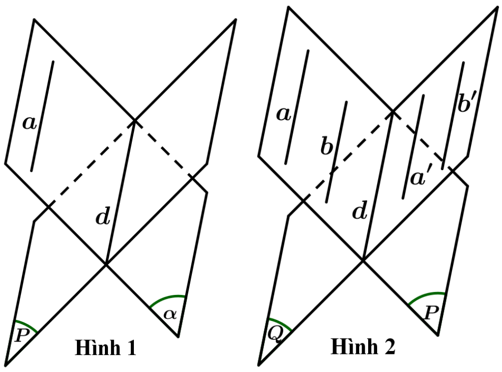
A. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng khác thì chúng song song với nhau.

B. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó đồng quy.

C. Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) thì a song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P).

D. Cho hai đường thẳng a, b nằm trong mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a', b' nằm trong mặt phẳng (Q). Khi đó, nếu $a//a'$; $b//b'$ thì $(P)//(Q)$.

Lời giải



Đáp án A sai vì hai mặt phẳng đó có thể trùng nhau.

Đáp án B sai vì ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó hoặc đồng quy hoặc đôi một song song hoặc trùng nhau.

Đáp án C đúng. Ta chọn mặt phẳng (α) chứa a và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến d thì $d \subset (P)$ và $a//d$.

Đáp án D sai vì ta có thể lấy hai mặt phẳng (P) và (Q) thỏa a, b nằm trong mặt phẳng (P); a', b' nằm trong mặt phẳng (Q) với $a//b//a'//b'$ mà hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau.

Câu 9: Trong không gian, cho đường thẳng a và hai mặt phẳng phân biệt và. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

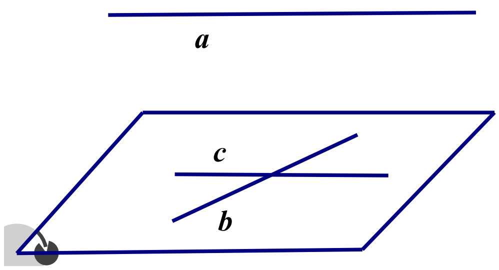
A. Nếu và cùng cắt a thì song song với.
B. Nếu và cùng song song với a thì song song với.
C. Nếu song song với và a nằm trong mp thì a song song với.
D. Nếu song song với và a cắt thì a song song với.

Lời giải

Câu 10: Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải



Gọi hai đường thẳng chéo nhau là a và b, c là đường thẳng song song với a và cắt b.

Gọi mặt phẳng $(\alpha)\equiv(b,c)$. Do $a//c\Rightarrow a//(\alpha)$

Giải sử mặt phẳng $(\beta)//(\alpha)$ mà $b\subset(\alpha)\Rightarrow b//(\beta)$

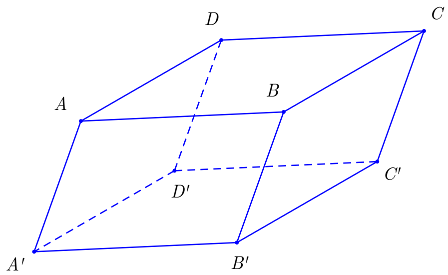
Mặt khác $a//(\alpha)\Rightarrow a//(\beta)$. Có vô số mặt phẳng $(\beta)//(\alpha)$

nên có vô số mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau.

Câu 11: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. $\text{mp}(AA'B'B)$ song song với $\text{mp}(CC'D'D)$.
B. Diện tích hai mặt bên bất kì bằng nhau.
C. AA' song song với CC'.
D. Hai mặt phẳng đáy song song với nhau.

Lời giải



Câu 12: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Nếu $a\subset mp(P)$ và $mp(P)//mp(Q)$ thì $a//mp(Q)$. (I)

- Nếu $a\subset mp(P)$, $b\subset mp(Q)$ và $mp(P)//mp(Q)$ thì $a//b$. (II)

- Nếu $a//mp(P)$, $a//mp(Q)$ và $mp(P)\cap mp(Q)=c$ thì $c//a$. (III)

A. Chỉ (I). **B.** (I) và (III).

C. (I) và (II). **D.** Cả (I), (II) và (III).

Lời giải

Câu hỏi lý thuyết.

Câu 13: Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề **sai** là

A. Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.

B. Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

C. Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia**.**

D. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Lời giải

Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau có thể trùng nhau.

Câu 14: Trong không gian cho 2 mặt phẳng và song song với nhau. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $d \subset (P)$ và $d' \subset (Q)$ thì $d \,//\, d'$.

B. Mọi đường thẳng đi qua điểm $A \in (P)$ và song song với đều nằm trong.

C. Nếu đường thẳng *a* nằm trong thì *a* //.

D. Nếu đường thẳng Δ cắt thì Δ cắt.

Lời giải

Đáp án A sai vì *d* và *d'* có thể chéo nhau.

Câu 15: Cho đường thẳng $a \subset (\alpha)$ và đường thẳng $b \subset (\beta)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $(\alpha)//(\beta) \Rightarrow a//(\beta)$ và $b//(\alpha)$. **B.** $a//b \Rightarrow (\alpha)//(\beta)$.

C. *a* và *b* chéo nhau. **D.** $(\alpha)//(\beta) \Rightarrow a//b$.

Lời giải

- Do $(\alpha)//(\beta)$ và $a \subset (\alpha)$ nên $a//(\beta)$.

- Tương tự, do $(\alpha)//(\beta)$ và $b \subset (\beta)$ nên $b//(\alpha)$.

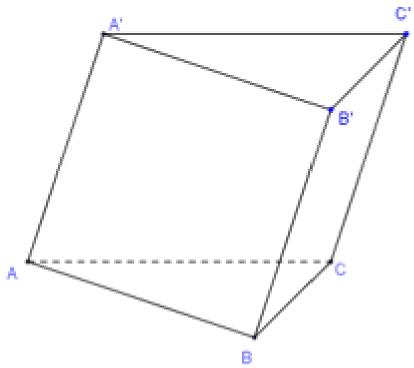
DẠNG 2. HAI MẶT PHẲNG SONG SONG

Câu 16: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(A'BC) \,//\, (AB'C')$. **B.** $(BA'C') \,//\, (B'AC)$.

C. $(ABC') \,//\, (A'B'C)$. **D.** $(ABC) \,//\, (A'B'C')$

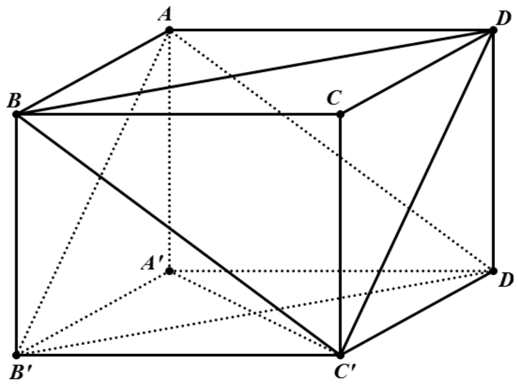
Lời giải



Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

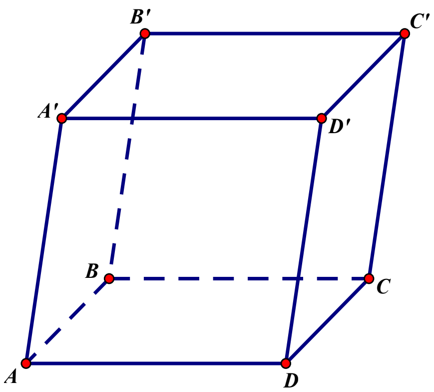
A. (BCA'). **B.** $(BC'D)$. **C.** $(A'C'C)$. **D.** (BDA').

Lời giải



Do $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB'//DC'$, và $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD'//BC'$ nên $(AB'D')//(BC'D)$.

Câu 18: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (ABA') song song với



A. $(AA'C')$. **B.** $(CC'D')$. **C.** (ADD'). **D.** $(BB'A')$.

Lời giải

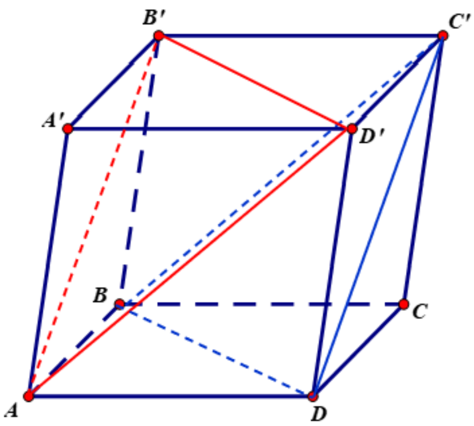
Ta có: $CC' \parallel AA' \Rightarrow CC' \parallel (ABA'), C'D' \parallel AB \Rightarrow C'D' \parallel (ABA')$

Mặt khác: $\begin{cases} CC', C'D' \subset (CC'D') \\ CC' \cap C'D' = \{C'\} \\ CC' \parallel (ABA'), C'D' \parallel (ABA') \end{cases} \Rightarrow (CC'D') \parallel (ABA')$.

Câu 19: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $(AB'D') \parallel (A'BD)$. **B.** $(AB'D') \parallel (C'BD)$. **C.** $(DA'C') \parallel (ACB)$. **D.** $(AB'D') \parallel (BCD)$.

Lời giải



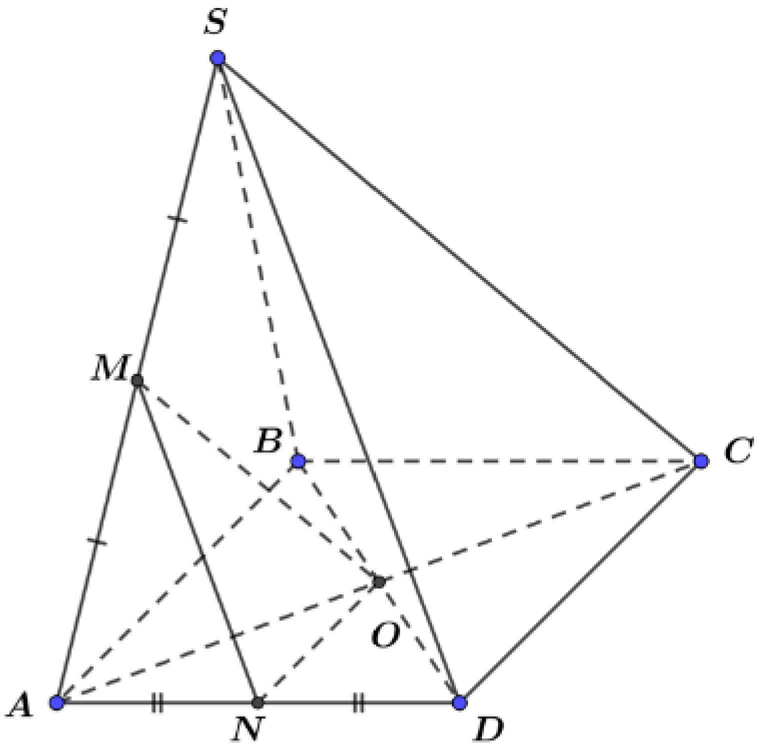
Ta có: $BD \parallel B'D' \Rightarrow BD \parallel (AB'D'), DC' \parallel AB' \Rightarrow DC' \parallel (AB'D')$

Mặt khác: $\begin{cases} BD, DC' \subset (C'BD) \\ BD \cap DC' = \{D\} \\ BD \parallel (AB'D'), DC' \parallel (AB'D') \end{cases} \Rightarrow (C'BD) \parallel (AB'D')$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, AD. Mặt phẳng (MNO) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC). **B.** (SAB). **C.** (SAD). **D.** (SCD).

Lời giải

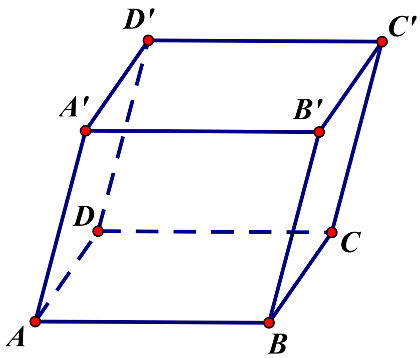


Vì MN là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow MN//SD$.

Tương tự ON là đường trung bình của tam giác $ACD \Rightarrow ON//CD$.

Ta có $\begin{cases} MN//SD,\ ON//CD \\ MN \subset (MNO), ON \subset (MNO) \Rightarrow (MNO)//(SCD). \\ SD \subset (SCD), CD \subset (SCD) \end{cases}$

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Mặt phẳng (BCC') song song với mặt phẳng nào sau đây?



A. $(DC'D')$. **B.** (CDA'). **C.** $(A'DD')$. **D.** $(A'C'A)$.

Lời giải

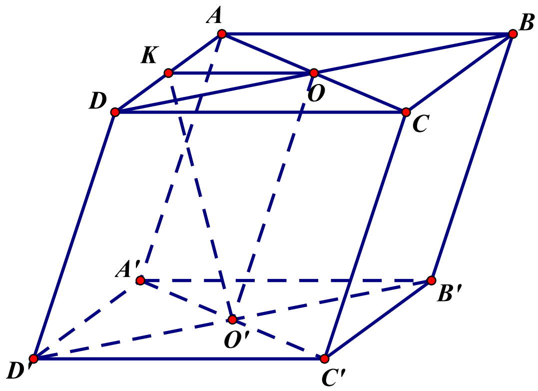
Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $(BCC'B')//(ADD'A')$.

Do đó $(BCC')//(A'DD')$.

Câu 22: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Biết K là trung điểm AD. Mặt phẳng (OKO') song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(BCC'B')$. **B.** $(DCC'D')$. **C.** $(A'C'CA)$. **D.** (BDA').

Lời giải



Xét B:

Ta có $KO // DC \Rightarrow KO // (DCC'D')$, $KO \cap OO' = O'$

$O'O // CC' \Rightarrow O'O // (DCC'D')$.

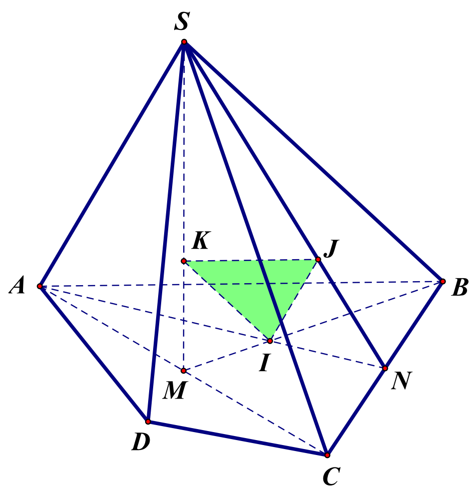
Vậy $(OKO') // (DCC'D')$.

Câu 23: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, SBC và SAC. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $(IJK) // (SAB)$. **B.** $(IJK) // (SAC)$.

C. $(IJK) // (SDC)$. **D.** $(IJK) // (SBC)$

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC và BC.

Do I, K lần lượt là trọng tâm của ΔABC, ΔSAC nên ta có $\frac{MK}{MS} = \frac{MI}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow IK // SB$

Do $I,\ J$ lần lượt là trọng tâm của $\Delta ABC,\ \Delta SBC$ nên ta có $\dfrac{NI}{NA}=\dfrac{NJ}{NS}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow IJ\,//\,SA$

Ta có:

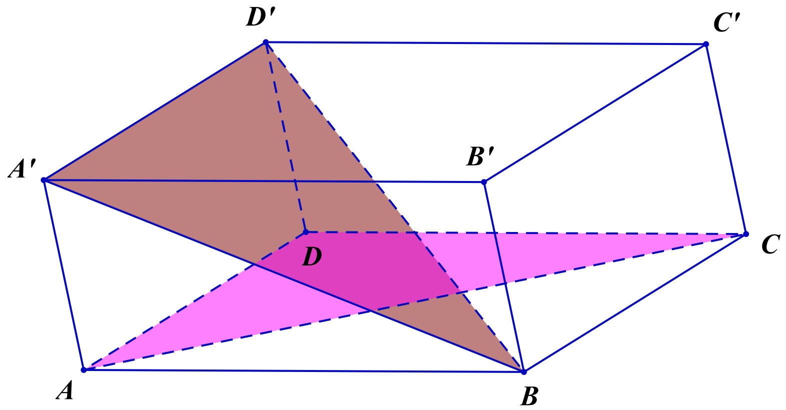
$$\left.\begin{array}{l} IK\,//\,SB \\ IJ\,//\,SA \\ Trong\ \left(IJK\right):\ IK\cap IJ=I \\ Trong\ \left(SAB\right):\ SA\cap SB=S \end{array}\right\}\Rightarrow\left(IJK\right)//\left(SAB\right)$$

Câu 24: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\left(ACD'\right)\ //\ \left(A'C'B\right)$. **B.** $\left(ABB'A'\right)\ //\ \left(CDD'C'\right)$.

C. $\left(BDA'\right)\ //\ \left(D'B'C\right)$. **D.** $\left(BA'D'\right)\ //\ \left(ADC\right)$.

Lời giải



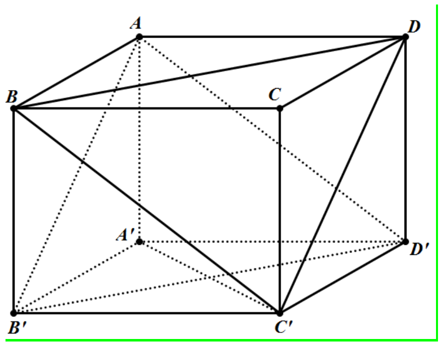
Ta có $\left(BA'D'\right)\equiv\left(BCA'D'\right)$ và $\left(ADC\right)\equiv\left(ABCD\right)$.

Mà $\left(BCA'D'\right)\cap\left(ABCD\right)=BC$, suy ra $\left(BA'D'\right)\ //\ \left(ADC\right)$ **sai.**

Câu 25: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $\left(AB'D'\right)$ song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?

A. $\left(BCA'\right)$. **B.** $\left(BC'D\right)$. **C.** $\left(A'C'C\right)$. **D.** $\left(BDA'\right)$.

Lời giải

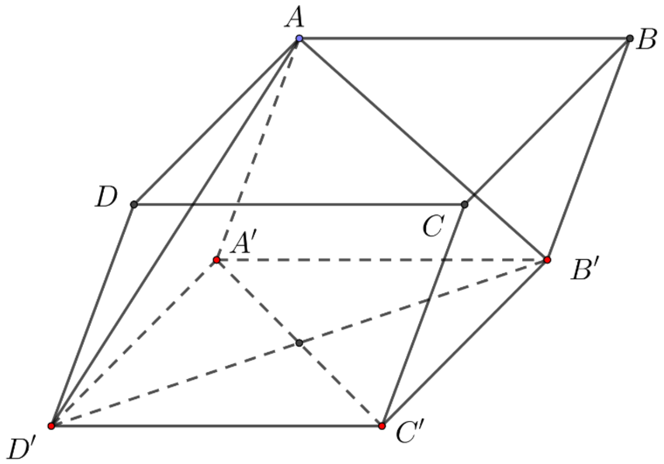


Do $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB'//DC'$, và $ABC'D'$ là hình bình hành nên $AD'//BC'$ nên $\left(ABD'\right)//\left(BC'D\right)$.

Câu 26: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(BA'C')$. **B.** $(C'BD)$. **C.** (BDA'). **D.** (ACD').

Lời giải



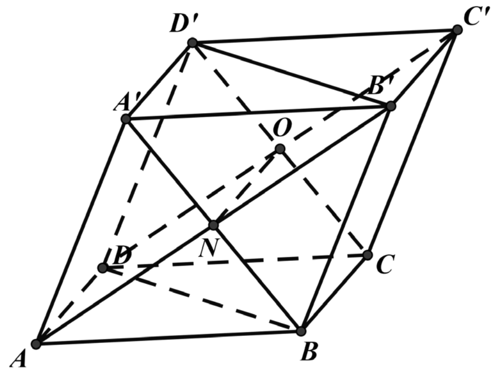
Ta có $B'D'//BD$; $AD'//C'B \Rightarrow (AB'D')//(C'BD)$.

Câu 27: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD'. Khẳng định nào **sai**?

A. $BB'DC$ là một tứ giác đều. **B.** $(BA'D')$ và (ADC') cắt nhau.

C. $A'B'CD$ là hình bình hành. **D.** $(AA'B'B)//(DD'C'C)$.

Lời giải



Câu A, C đúng do tính chất của hình hộp.

$(BA'D') \equiv (BA'D'C); (ADC') \equiv (ADC'B')$

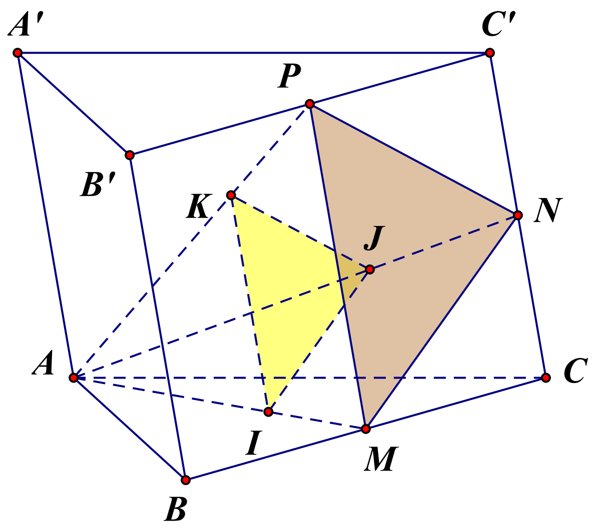
$(BA'D') \cap (ADC') = ON$. Câu B đúng.

Do $B' \notin (BDC)$ nên $BB'DC$ không phải là tứ giác.

Câu 28: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACC', $AB'C'$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (IJK)?

A. $(BC'A)$. **B.** $(AA'B)$. **C.** $(BB'C)$. **D.** $(CC'A)$.

Lời giải



Do I, J, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACC' nên $\frac{AI}{AM}=\frac{AJ}{AN}=\frac{2}{3}$ nên $IJ//MN$.

$\Rightarrow IJ//(BCC'B')$

Tương tự $IK//(BCC'B')$

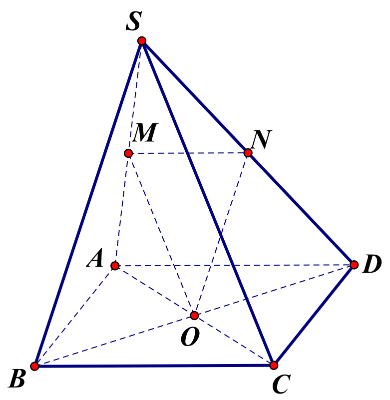
$\Rightarrow (IJK)//(BCC'B')$

Hay $(IJK)//(BB'C)$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M,N lần lượt là trung điểm SA,SD. Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SBC). **B.** (SCD). **C.** $(ABCD)$. **D.** (SAB).

Lời giải



Vì $ABCD$ là hình bình hành nên O là trung điểm AC,BD.

Do đó: $MO//SC \Rightarrow MO//(SBC)$

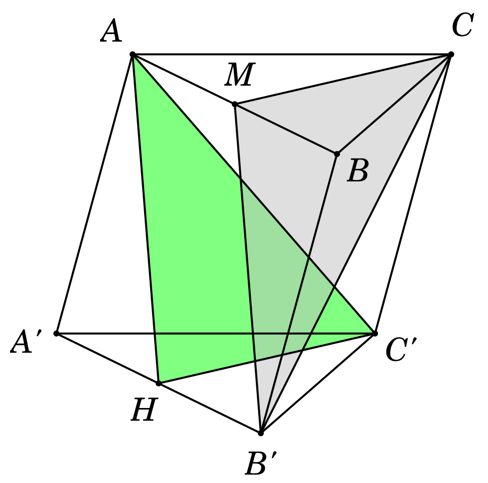
Và $NO//SB \Rightarrow NO//(SBC)$

Suy ra: $(OMN)//(SBC)$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi H là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (AHC') song song với đường thẳng nào sau đây?

A. BA'. **B.** BB'. **C.** BC. **D.** CB'.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB suy ra $MB' // AH \Rightarrow MB' // (AHC')$. (1)

Vì MH là đường trung bình của hình bình hành $ABB'A'$ suy ra MH song song và bằng BB' nên MH song song và bằng $CC' \Rightarrow MHC'C$ là hình hình hành

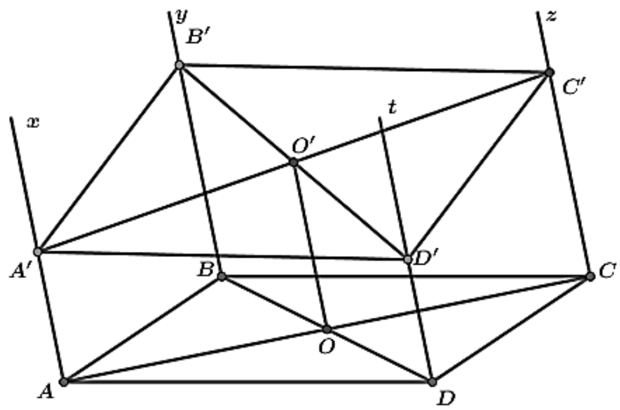
$\Rightarrow MC // HC' \Rightarrow MC // (AHC')$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $(B'MC) // (AHC') \Rightarrow B'C // (AHC')$.

Câu 31: Cho hình bình hành $ABCD$. Qua A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng Ax, By, Cz, Dt ở cùng phía so với mặt phẳng $(ABCD)$, song song với nhau và không nằm trong $(ABCD)$. Một mặt phẳng (P) cắt Ax, By, Cz, Dt tương ứng tại A', B', C', D' sao cho $AA' = 3$, $BB' = 5$, $CC' = 4$. Tính DD'.

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.

Lời giải



Do (P) cắt mặt phẳng (Ax, By) theo giao tuyến $A'B'$; cắt mặt phẳng (Cz, Dt) theo giao tuyến $C'D'$, mà hai mặt phẳng (Ax, By) và (Cz, Dt) song song nên $A'B' // C'D'$.

Tương tự có $A'D'//B'C'$ nên $A'B'C'D'$ là hình bình hành.

Gọi O, O' lần lượt là tâm $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Dễ dàng có OO' là đường trung bình của hai hình thang $AA'C'C$ và $BB'D'D$ nên $OO' = \dfrac{AA'+CC'}{2} = \dfrac{BB'+DD'}{2}$.

Từ đó ta có $DD' = 2$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang đáy AD và BC. Gọi M là trọng tâm tam giác SAD, N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $NA = \dfrac{NC}{2}$, P là điểm thuộc đoạn CD sao cho $PD = \dfrac{PC}{2}$. Khi đó, mệnh đề nào sau đây đúng?

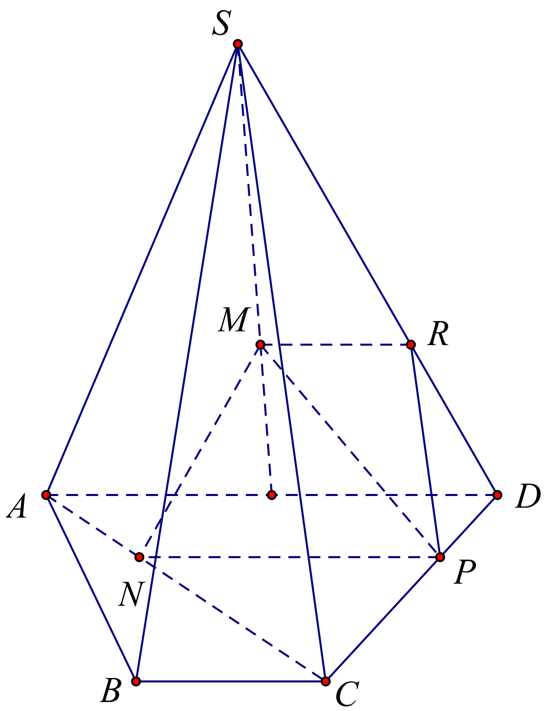
A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MNP) là một đường thẳng song song với BC.

B. MN cắt (SBC).

C. $(MNP)//(SAD)$.

D. $MN//(SBC)$ và $(MNP)//(SBC)$

Lời giải



Ta có $\begin{cases} NA = \dfrac{NC}{2} \\ PD = \dfrac{PC}{2} \end{cases} \Rightarrow NP // AD // BC \ (1)$.

$M \in (SAD) \cap (MNP)$. Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (MNP) là đường thẳng d qua M song song với BC và MN.

Gọi R là giao điểm của d với SD.

Dễ thấy: $\frac{DR}{DS}=\frac{DP}{DC}=\frac{1}{3}\Rightarrow PR//SC$ (2).

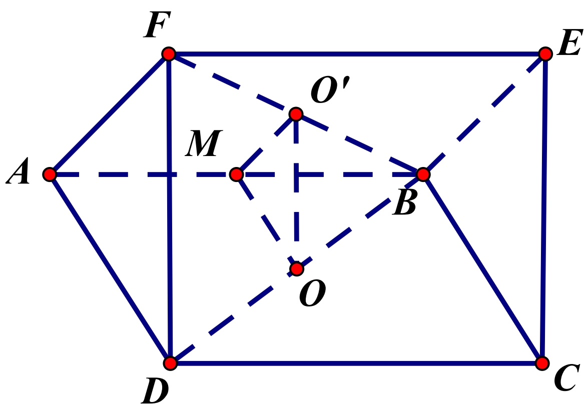
Từ (1) và (2) suy ra: $(MNP)//(SBC)$ và $MN//(SBC)$.

Câu 33: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có tâm lần lượt là O và O', không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi M là trung điểm AB, xét các khẳng định
$(I):(ADF)//(BCE)$; $(II):(MOO')//(ADF)$;$(III):(MOO')//(BCE)$;$(IV):(ACE)//(BDF)$.
Những khẳng định nào đúng?

A. (I). **B.** $(I),(II)$.

C. $(I),(II),(III)$. **D.** $(I),(II),(III),(IV)$.

Lời giải



Xét hai mặt phẳng (ADF) và (BCE) có : $\begin{cases} AD//BC \\ AF//BE \end{cases}$ nên $(I):(ADF)//(BCE)$ là đúng.

Xét hai mặt phẳng (ADF) và (MOO') có : $\begin{cases} AD//MO \\ AF//MO' \end{cases}$ nên $(II):(MOO')//(ADF)$là đúng.

Vì $(I):(ADF)//(BCE)$ đúng và $(II):(MOO')//(ADF)$ đúng nên theo tính chất bắc cầu ta có $(III):(MOO')//(BCE)$đúng.

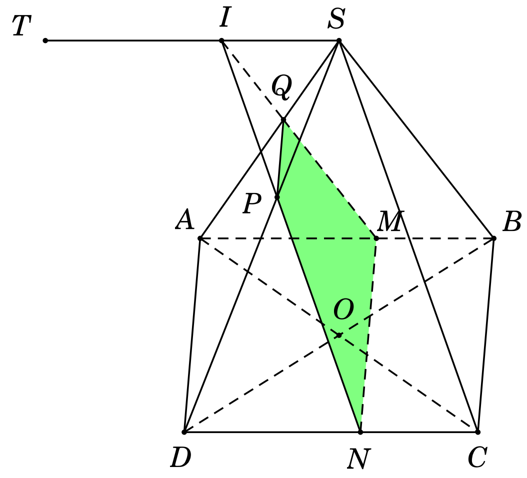
Xét mặt phẳng $(ABCD)$ có $AC\cap BD=O$ nên hai mặt phẳng (ACE) và (BDF) có điểm O chung vì vậy không song song nên $(IV):(ACE)//(BDF)$ sai.

Câu 34: Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC). Gọi N, P, Q lần lượt là giao của mặt phẳng (α) với các đường thẳng CD, SD, SA. Tập hợp các giao điểm I của hai đường thẳng MQ và NP là

A. Đoạn thẳng song song với AB. **B.** Tập hợp rỗng.

C. Đường thẳng song song với AB. **D.** Nửa đường thẳng.

Lời giải

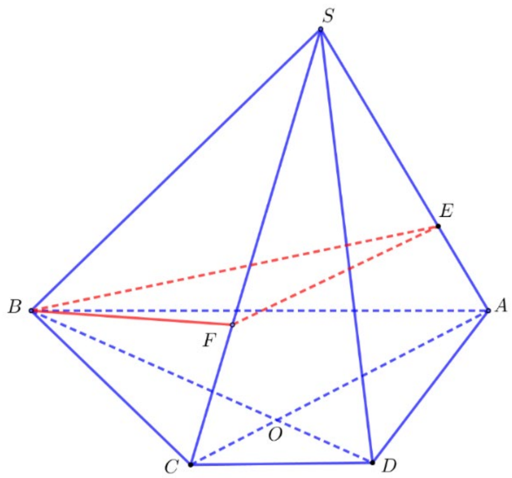


Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN // BC$, $NP // SC$, $PQ // AD$. Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) // (SBC)$.

Vì $I = MQ \cap NP \Rightarrow \begin{cases} I, S \in (SCD) \\ I, S \in (SAB) \end{cases} \Rightarrow I$ nằm trên đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD). Khi $\begin{cases} M \equiv B \Rightarrow I \equiv S \\ M \equiv A \Rightarrow I \equiv T \end{cases}$ với T là điểm thỏa mãn tứ giác $ABST$ là hình bình hành.

Vậy quỹ tích cần tìm là đoạn thẳng song song với AB.

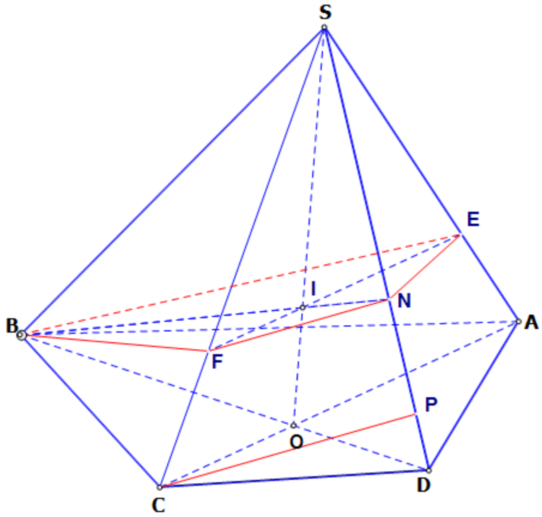
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB // CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$.



Gọi (α) là mặt phẳng qua O và song song với mặt phẳng (BEF). Gọi P là giao điểm của SD với (α). Tính tỉ số $\frac{SP}{SD}$.

A. $\frac{SP}{SD}=\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{SP}{SD}=\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{SP}{SD}=\frac{7}{6}$. **D.** $\frac{SP}{SD}=\frac{6}{7}$.

Lời giải



Vì $\frac{SE}{SA}=\frac{SF}{SC}=\frac{2}{3}$ nên đường thẳng $EF\ //\ AC$. Mà $EF\subset(BEF)$, $AC\not\subset(BEF)$ nên AC song song với mặt phẳng (BEF).

Vì AC qua O và song song với mặt phẳng (BEF) nên $AC\subset(\alpha)$.

Trong (SAC), gọi $I=SO\cap EF$, trong (SBD), gọi $N=BI\cap SD$. Suy ra N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (BEF).

Hai mặt phẳng song song (BEF) và (α) bị cắt bởi mặt phẳng thứ ba là (SCD) theo hai giao tuyến lần lượt là FN và Ct nên hai giao tuyến đó song song nhau, tức là $Ct\ //\ FN$.

Trong (SCD), Ct cắt SD tại P. Khi đó P là giao điểm của SD với (α).

Trong hình thang $ABCD$, do $AB//CD$ và $AB=2CD$ nên $\frac{BO}{OD}=\frac{AB}{CD}=2\Rightarrow\frac{BO}{BD}=\frac{2}{3}$.

Trong tam giác SAC, có $EF\ //\ AC$ nên $\frac{SE}{SA}=\frac{SI}{SO}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{IS}{IO}=2$.

Xét tam giác SOD với cát tuyến NIB, ta có: $\frac{NS}{ND}.\frac{BD}{BO}.\frac{IO}{IS}=1\Rightarrow\frac{NS}{ND}=\frac{BO}{BD}.\frac{IS}{IO}=\frac{2}{3}.2=\frac{4}{3}$.

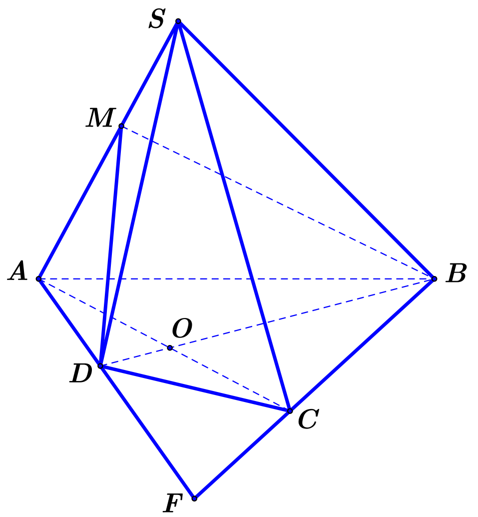
Suy ra: $\frac{SN}{SD}=\frac{4}{7}$.

Lại có: $\frac{SN}{SP}=\frac{SF}{SC}=\frac{2}{3}$.

Từ và suy ra $\frac{SP}{SD}=\frac{6}{7}$.

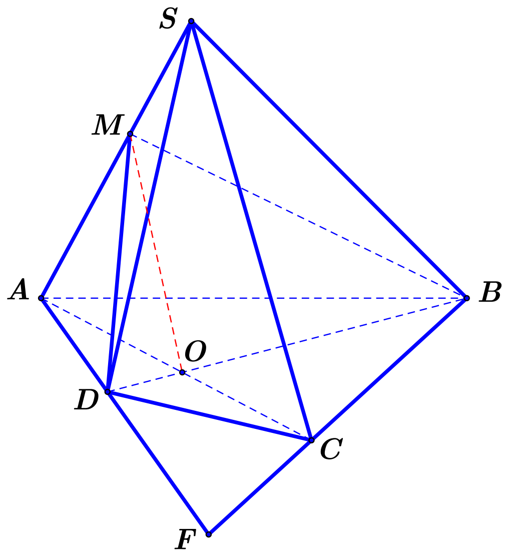
DẠNG 3: XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẲNG DỰA VÀO QUAN HỆ SONG SONG CỦA HAI

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song. Gọi $O = AC \cap BD, F = BC \cap AD$. Điểm M thuộc cạnh SA. Tìm giao tuyến (d) của cặp mặt phẳng (MBD) và (SAC)



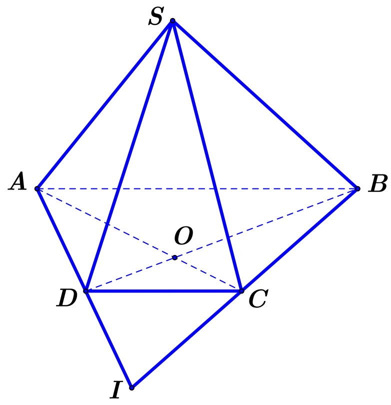
A. $d = SO$. **B.** $d = SF$. **C.** $d = MO$. **D.** $d = MF$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} M \in (SAC) \cap (MBD) \\ O \in (SAC) \cap (MBD) \ (O = AC \cap BD) \end{cases} \Rightarrow MO = (SAC) \cap (MBD)$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB // CD)$. Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của AD và BC. Khẳng định nào sau đây **sai**?



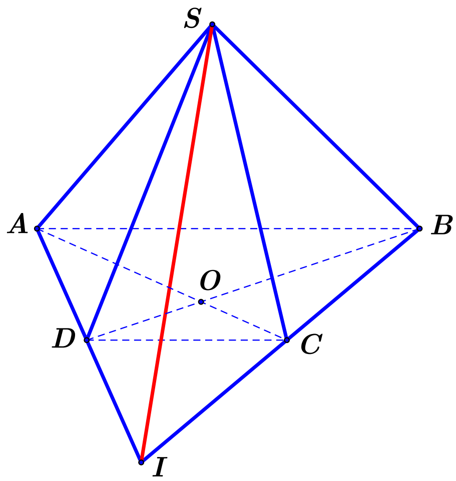
A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là SC.

B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO.

C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI.

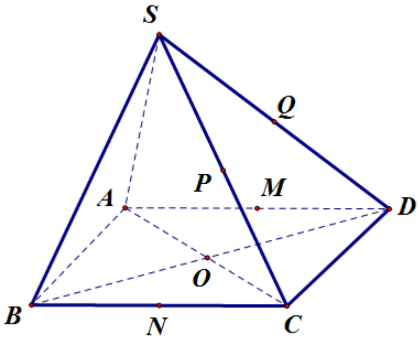
D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SID) và (SCO) là SB.

Lời giải



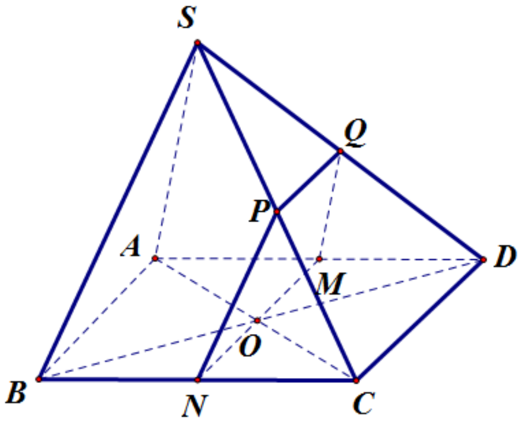
- S, C là hai điểm chung của (SAC) và (SBC) nên A đúng.
- S, O là hai điểm chung của (SAC) và (SBD) nên B đúng.
- S, I là hai điểm chung của (SAD) và (SBC) nên C đúng.
- S, A là hai điểm chung của (SID) và (SCO) nên D sai.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, SC, SD. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua O và song song với mặt phẳng (SAB). Giao tuyến của (α) với các mặt phẳng (SBC) và (SAD) lần lượt là



A. MN và PN **B.** MN và PQ. **C.** QP và QM **D.** NP và MQ.

Lời giải



Vì $(\alpha)//(SAB) \Rightarrow (\alpha)//AB;\ (\alpha)//SB; (\alpha)//SA$.

Vì M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AD,BC,SC,SD nên
$MN//AB;\quad NP//SB;\quad MQ//SA$

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}(\alpha)//AB\\ AB\subset(ABCD)\\ O\in(\alpha),O\in(ABCD)\end{array}\right\}\Rightarrow(\alpha)\cap(ABCD)=MN \text{ qua } O$$

$$\left.\begin{array}{l}(\alpha)//SB\\ SB\subset(SBC)\\ N\in(\alpha),N\in(SBC)\end{array}\right\}\Rightarrow(\alpha)\cap(SBC)=NP//SB$$

$$\left.\begin{array}{l}(\alpha)//SA\\ SA\subset(SAD)\\ M\in(\alpha),M\in(SAD)\end{array}\right\}\Rightarrow(\alpha)\cap(SAD)=MQ//SA$$

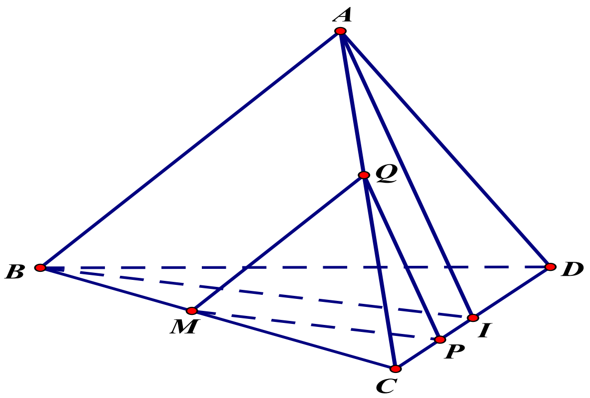
Vậy giao tuyến của (α) với các mặt phẳng (SBC) và (SAD) lần lượt là NP và MQ.

DẠNG 4. XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN

Câu 39: Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi I là trung điểm đoạn CD, M là điểm nằm trên đoạn BC (M khác B và C). (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (ABI), khi đó thiết diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi (α) là

A. Một tam giác vuông cân. **B.** Một tam giác đều.
C. Một hình bình hành. **D.** Một tam giác cân.

Lời giải



Theo giả thiết ta có $IA = IB$ suy ra ΔAIB cân tại I. Do (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (ABI) nên:

+ Trong (BCD), kẻ $MP \parallel BI, P \in CD$ suy ra $MP = (\alpha) \cap (BCD)$.

+ Trong (ACD), kẻ $PQ \parallel AI, Q \in AC$ suy ra $PQ = (\alpha) \cap (ACD)$.

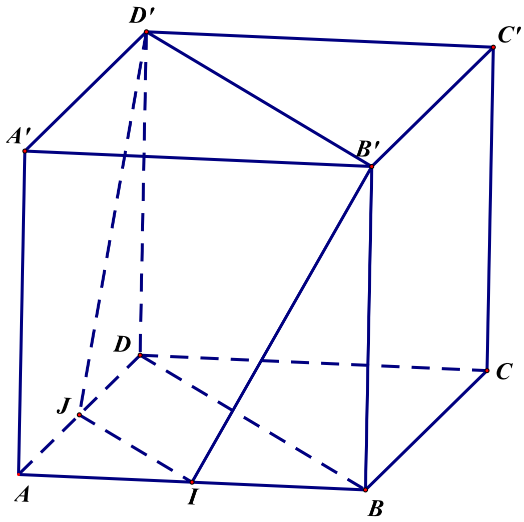
+ $MQ = (\alpha) \cap (ABC)$

Thiết diện diện của tứ diện $ABCD$ khi cắt bởi (α) là ΔMPQ. Theo cách dựng ta suy ra ΔMPQ đồng dạng với ΔBIA suy ra ΔMPQ cân tại P.

Câu 40: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm AB. Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình chữ nhật.

Lời giải



Gọi J là trung điểm của AD. Do đó $IJ // BD$ nên $IJ // B'D' \Rightarrow IJ$ thuộc mặt phẳng $(IB'D')$ và $IJ = (ABCD) \cap (IB'D')$

Lại có: $JD' = (IB'D') \cap (ADD'A')$, $IB' = (IB'D') \cap (ABB'A')$

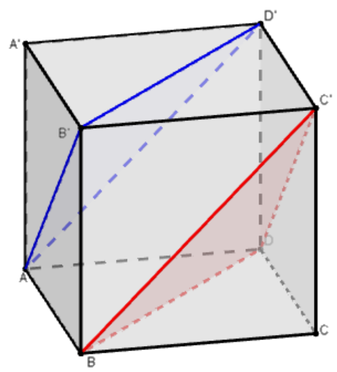
và $B'D' = (IB'D') \cap (A'B'C'D')$

Vậy thiết diện cần tìm là hình thang $IJD'B'$.

Câu 41: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng (P) chứa BD và song song với mặt phẳng $(AB'D')$ cắt hình lập phương theo thiết diện là.

A. Một tam giác đều. **B.** Một tam giác thường.
C. Một hình chữ nhật. **D.** Một hình bình hành.

Lời giải

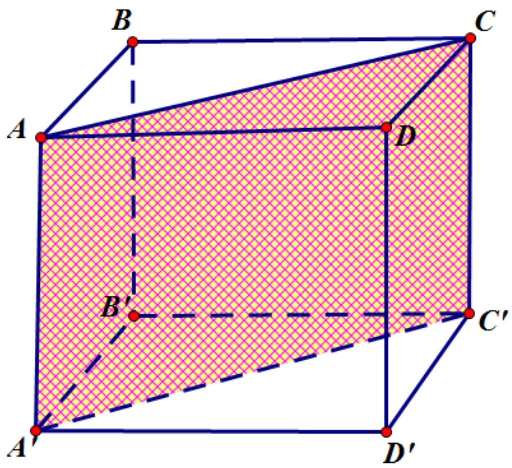


Do BC' song song với AD', DC' song song với AB' nên thiết diện cần tìm là tam giác đều BDC'

Câu 42: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Mặt phẳng (α) qua AC và song song với BB'. Tính chu vi thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $2(1+\sqrt{2})a$. **B.** a^3. **C.** $a^2\sqrt{2}$. **D.** $(1+\sqrt{2})a$

Lời giải



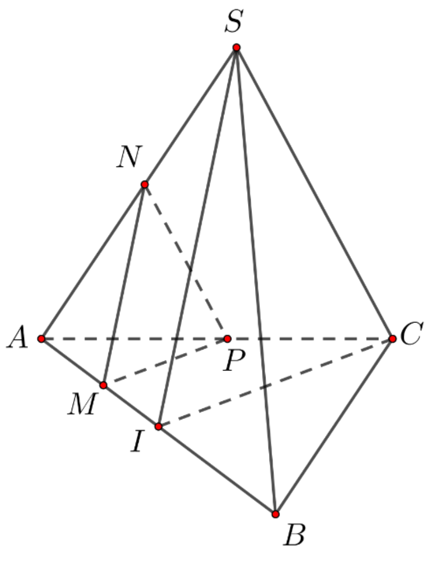
Ta dễ dàng dựng được thiết diện là tứ $ACC'A'$. Tứ giác $ACC'A'$ là hình chữ nhật có chiều dài là $AC = a\sqrt{2}$ và chiều rộng $AA' = a$.

Khi đó chu vi thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là $P = 2.(AC + AA') = 2(1+\sqrt{2})a$.

Câu 43: Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB, M là điểm di động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC). Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là.

A. hình bình hành. **B.** tam giác cân tại M. **C.** tam giác đều. **D.** hình thoi.

Lời giải



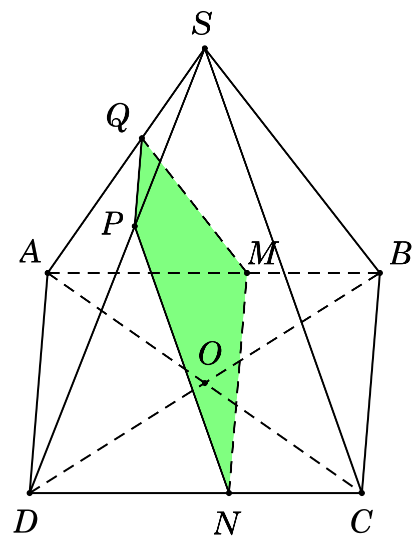
Qua M vẽ $MP // IC$, $P \in AC$, $MN // SI$, $N \in SA$.

Ta có $\frac{MN}{SI} = \frac{MP}{IC}$ và $SI = IC$ nên suy ra $MN = MP$ thiết diện là tam giác cân tại M.

Câu 44: Cho hình vuông $ABCD$ và tam giác đều SAB nằm trong hai mặt phẳng khác nhau. Gọi M là điểm di động trên đoạn AB. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SBC). Thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình vuông.

Lời giải



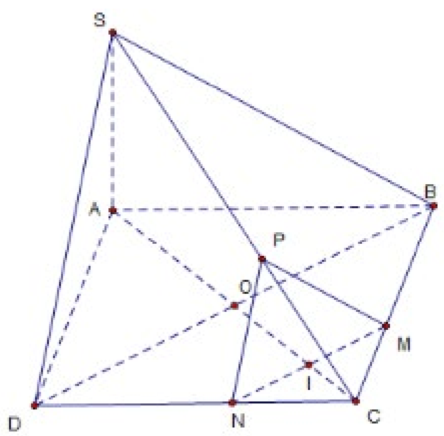
Lần lượt lấy các điểm N, P, Q thuộc các cạnh CD, SD, SA thỏa $MN // BC$, $NP // SC$, $PQ // AD$. Suy ra $(\alpha) \equiv (MNPQ)$ và $(\alpha) // (SBC)$.

Theo cách dựng trên thì thiết diện là hình thang.

Câu 45: Cho hình chóp $SABCD$. Biết tứ giác $ABCD$ là hình bình hành tâm O và có $AC = 3\sqrt{3}$; . $BD = 3$. Tam giác SBD là tam giác đều. Mặt phẳng (α) di động song song với SBD và đi qua điểm I thuộc đoạn OC sao cho $AI = 2\sqrt{3}$ .Khi đó diện tích thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) là:

A. $\sqrt{2}$. **B.** $25\sqrt{3}$. **C.** $\frac{25}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải



$(\alpha)//(SBD)$ nên (α) cắt các mặt phẳng $(ABCD),(SBC),(SCD)$ theo các giao tuyến $MN//BD, MP//SB, NP//SD$. Vậy thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) là tam giác đều MNP.

$$S_{SBD}=\frac{BD^2\sqrt{3}}{4}=\frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

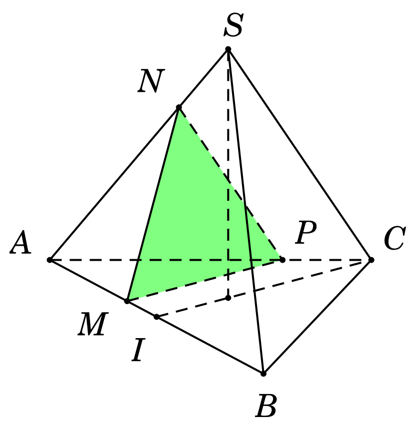
$$\frac{S_{MNP}}{S_{SBD}}=\left(\frac{MN}{BD}\right)^2=\left(\frac{CI}{CO}\right)^2=\left(\frac{AC-AI}{CO}\right)^2=\frac{4}{9}.$$

Mà $S_{SBD}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ nên $S_{SMN}=\sqrt{3}.$.

Câu 46: Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh bằng a. Gọi I là trung điểm của đoạn AB, M là điểm di động trên đoạn AI. Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC). Tính chu vi của thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$, biết $AM=x$.

A. $2x(1+\sqrt{3})$. **B.** $3x(1+\sqrt{3})$. **C.** Không tính được. **D.** $x(1+\sqrt{3})$.

Lời giải



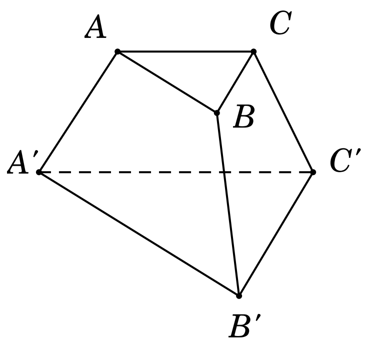
Để ý hai tam giác MNP và SIC đồng dạng với tỉ số $\dfrac{AM}{AI}=\dfrac{2x}{a}$

$$\Rightarrow \frac{C_{MNP}}{C_{SIC}}=\frac{2x}{a}\Leftrightarrow C_{MNP}=\frac{2x}{a}(SI+IC+SC)=\frac{2x}{a}\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}+\frac{a\sqrt{3}}{2}+a\right)=2x\left(\sqrt{3}+1\right).$$

Câu 47: Cho hình chóp cụt tam giác $ABC.A'B'C'$ có 2 đáy là 2 tam giác vuông tại A và A' và có $\dfrac{AB}{A'B'}=\dfrac{1}{2}$. Khi đó tỉ số diện tích $\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}}$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 2.

Lời giải

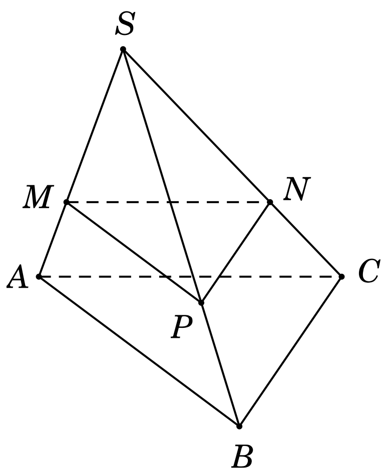


Hình chóp cụt $ABC.A'B'C'$ có hai mặt đáy là hai mặt phẳng song song nên tam giác ABC đồng dạng tam giác $A'B'C'$ suy ra $\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = \dfrac{\frac{1}{2}.AB.AC}{\frac{1}{2}.A'B'.A'C'} = \dfrac{AB}{A'B'}.\dfrac{AC}{A'C'} = \dfrac{1}{4}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC thỏa mãn $AB = AC = 4$, $\widehat{BAC} = 30°$. Mặt phẳng (P) song song với (ABC) cắt đoạn SA tại M sao cho $SM = 2MA$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** $\dfrac{14}{9}$. **C.** $\dfrac{25}{9}$. **D.** $\dfrac{16}{9}$.

Lời giải



Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin\widehat{BAC} = \dfrac{1}{2}.4.4.\sin 30° = 4$.

Gọi N, P lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (P) và các cạnh SB, SC.

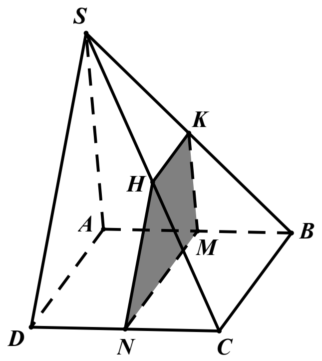
Vì $(P) // (ABC)$ nên theoo định lí Talet, ta có $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{SN}{SB} = \dfrac{SP}{SC} = \dfrac{2}{3}$.

Khi đó (P) cắt hình chóp $S.ABC$ theo thiết diện là tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC theo tỉ số $k = \dfrac{2}{3}$. Vậy $S_{\Delta MNP} = k^2.S_{\Delta ABC} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2.4 = \dfrac{16}{9}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) đi qua MN và song song với mặt phẳng (SAD).Thiết diện là hình gì?

A. Hình thang **B.** Hình bình hành **C.** Tứ giác **D.** Tam giác

Lời giải



Ta có $\begin{cases} M \in (SAB) \cap (\alpha) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MK \parallel SA, K \in SB$.

Tương tự $\begin{cases} N \in (SCD) \cap (\alpha) \\ (\alpha) \parallel (SAD) \\ (SCD) \cap (SAD) = SD \end{cases} \Rightarrow (SCD) \cap (\alpha) = NH \parallel SD, H \in SC$.

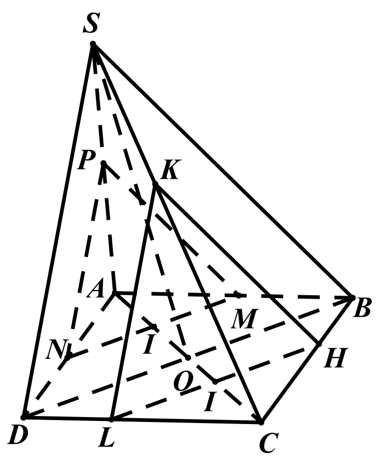
Dễ thấy $HK = (\alpha) \cap (SBC)$. Thiết diện là tứ giác $MNHK$

Ba mặt phẳng $(ABCD), (SBC)$ và (α) đôi một cắt nhau theo các giao tuyến là MN, HK, BC, mà $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel HK$. Vậy thiết diện là một hình thang.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O có $AC = a, BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC và $AI = x$ $(0 < x < a)$. Thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là hình gì?

A. Hình bình hành **B.** Tam giác **C.** Tứ giác **D.** Hình thang

Lời giải



Trường hợp 1. Xét I thuộc đoạn OA

Ta có $\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \| (SBD) \\ (ABD) \cap (SBD) = BD \end{cases}$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABD) = MN \| BD, I \in MN$.

Tương tự $\begin{cases} N \in (\alpha) \cap (SAD) \\ (\alpha) \| (SBD) \\ (SAD) \cap (SBD) = SD \end{cases} \Rightarrow (SAD) \cap (\alpha) = NP \| SD, P \in SN$.

Thiết diện là tam giác MNP.

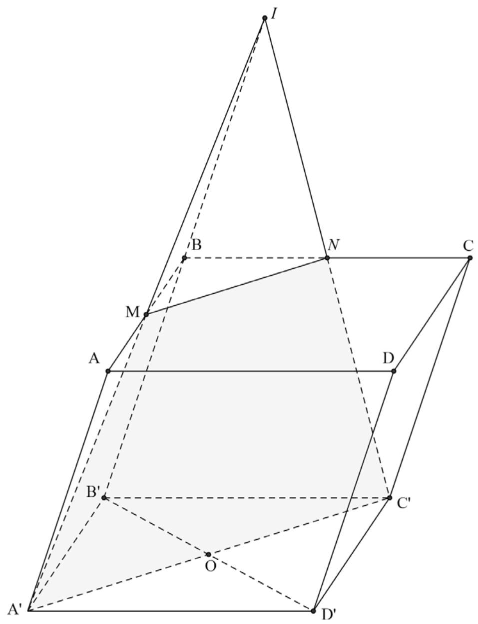
Do $\begin{cases} (\alpha) \| (SBD) \\ (SAB) \cap (SBD) = SB \Rightarrow MP \| SB \\ (SAB) \cap (\alpha) = MP \end{cases}$. Hai tam giác MNP và BDS có các cặp cạnh tương ứng song song nên chúng đồng dạng, mà BDS đều nên tam giác MNP đều.

Trường hợp 2. Điểm I thuộc đoạn OC, tương tự trường hợp 1 ta được thiết diện là tam giác đều HKL như (hv).

Câu 51: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB. Mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là hình gì?

A. Hình thang. **B.** Hình ngũ giác. **C.** Hình lục giác. **D.** Hình tam giác.

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, AM cắt BB' tại I

Do $MB // A'B'$; $MB = \frac{1}{2}A'B'$ nên B là trung điểm $B'I$ và M là trung điểm của IA'.

Gọi N là giao điểm của BC và $C'I$.

Do $BN//B'C$ và B là trung điểm $B'I$ nên N là trung điểm của $C'I$.

Suy ra: tam giác $IA'C'$ có MN là đường trung bình.

Ta có mặt phẳng $(MA'C')$ cắt hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo thiết diện là tứ giác $A'MNC'$ có $MN//A'C'$

Vậy thiết diện là hình thang $A'MNC'$.

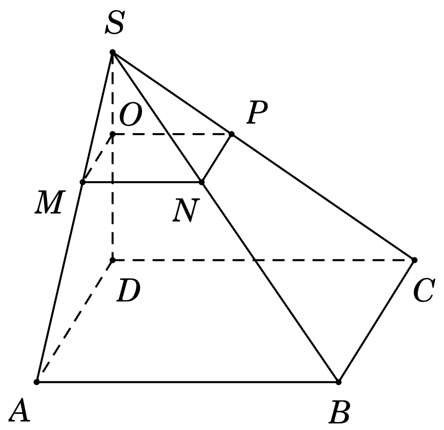
Cách khác:

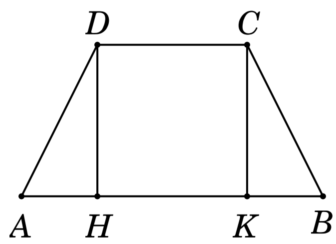
Ta có: $\begin{cases}(ABCD)//(A'B'C'D')\\(A'C'M)\cap(A'B'C'D')=A'C'\\(A'C'M)\cap(ABCD)=Mx\end{cases} \Rightarrow Mx//A'C'$, M là trung điểm của AB nên Mx cắt BC tại trung điểm N. Thiết diện là tứ giác $A'C'NM$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân với cạnh bên $BC=2$, hai đáy $AB=6$, $CD=4$. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ và cắt cạnh SA tại M sao cho $SA=3SM$. Diện tích thiết diện của (P) và hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{7\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải





Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của D, C trên AB

$ABCD$ là hình thang cân $\Rightarrow \begin{cases}AH=BK;\ CD=HK\\AH+HK+BK=AB\end{cases} \Rightarrow BK=1$.

Tam giác BCK vuông tại K, có $CK=\sqrt{BC^2-BK^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

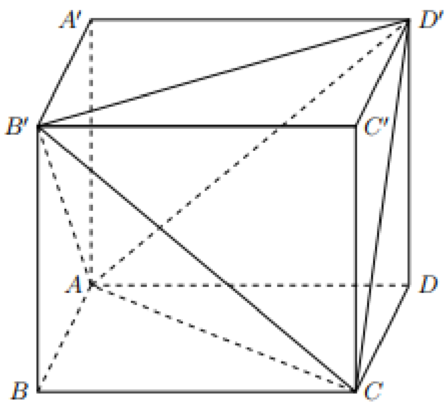
Suy ra diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD}=CK.\frac{AB+CD}{2}=\sqrt{3}.\frac{4+6}{2}=5\sqrt{3}$.

Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của (P) và các cạnh SB, SC, SD.

Vì $(P)//(ABCD)$ nên theo định lí Talet, ta có $\frac{MN}{AB}=\frac{NP}{BC}=\frac{PQ}{CD}=\frac{QM}{AD}=\frac{1}{3}$.

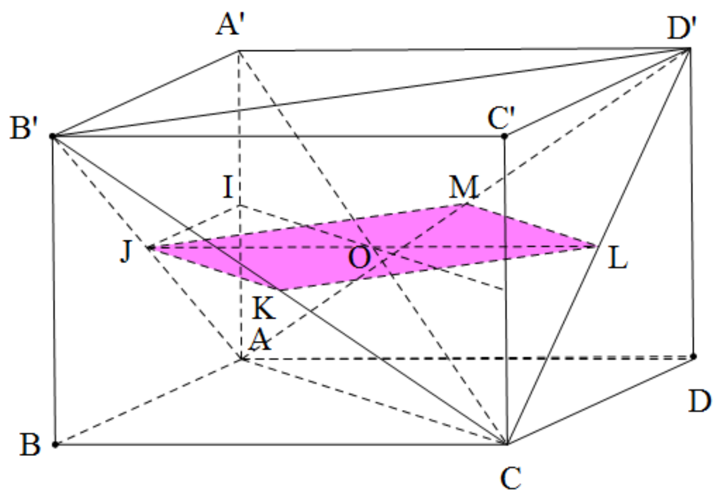
Khi đó (P) cắt hình chóp theo thiết diện $MNPQ$ có diện tích $S_{MNPQ}=k^2.S_{ABCD}=\frac{5\sqrt{3}}{9}$.

Câu 53: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Xét tứ diện $AB'CD'$. Cắt tứ diện đó bằng mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC). Tính diện tích của thiết diện thu được.



A. $\frac{a^2}{3}$. **B.** $\frac{2a^2}{3}$. **C.** $\frac{a^2}{2}$. **D.** $\frac{3a^2}{4}$.

Lời giải



Cách xác định mặt phẳng thiết diện tạo bởi mặt phẳng đi qua tâm của hình lập phương và song song với mặt phẳng (ABC) với tứ diện $AB'CD'$:

Trong $(ACC'A')$ kẻ đường thẳng qua O và song song với AC, cắt AA' tại trung điểm I

Trong $(ABB'A')$ kẻ đường thẳng quan I song song với AB, cắt AB' tại trung điểm J.

Trong $(B'AC)$ kẻ đường thẳng qua J song song với AC, cắt $B'C$ tại trung điểm K.

Trong $(B'CD')$ kẻ đường thẳng qua K song song với $B'D'$, cắt $D'C$ tại trung điểm L.

Trong $(D'AC)$ kẻ đường thẳng qua L song song với AC, cắt AD' tại trung điểm M.

Mặt phẳng vừa tạo thành song song với (ABC) và tạo với tứ diện $AB'CD'$ thiết diện là hình bình hành $MJKL$.

Ta có

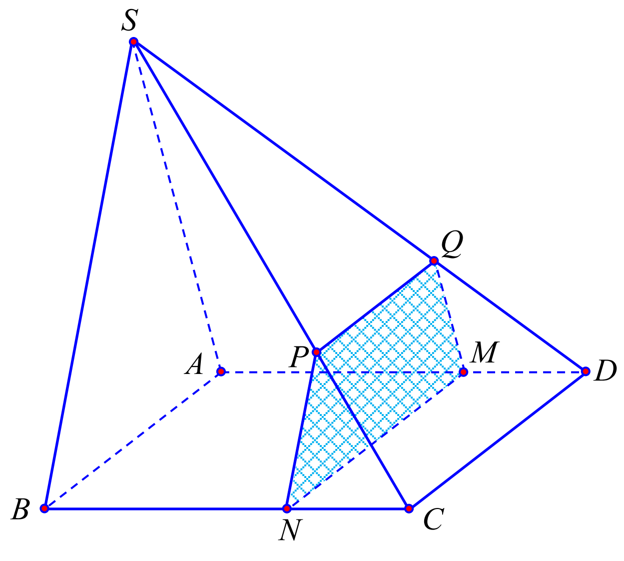
$$\begin{cases} JM // B'D' \\ ML // A'C' \end{cases} \Rightarrow \text{Tứ giác } MJKL \text{ là hình chữ nhật.}$$

$$S_{MJKL} = JM.ML = \frac{1}{2}B'D'.\frac{1}{2}A'C' = \frac{1}{4}.\left(a\sqrt{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}.$$

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, mặt bên SAB là tam giác vuông tại A, $SA = a\sqrt{3}$, $SB = 2a$. Điểm M nằm trên đoạn AD sao cho $AM = 2MD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB). Tính diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P).

A. $\dfrac{5a^2\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\dfrac{5a^2\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có:

❍ $\begin{cases} (P) // (SAB) \\ M \in AD, M \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (P) \cap (ABCD) = MN \\ (P) \cap (SCD) = PQ \end{cases}$ và $MN // PQ // AB$

❍ $\begin{cases} (P) // (SAB) \\ M \in AD, M \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (P) \cap (SAD) = MQ \\ (P) \cap (SBC) = NP \end{cases}$ và $\begin{cases} MQ // SA \\ NP // SB \end{cases}$

Mà tam giác SAB vuông tại A nên $SA \perp AB \Rightarrow MN \perp MQ$

Từ và suy ra (P) cắt hình chóp theo thiết diện là hình thang vuông tại M và Q.

Mặt khác

❍ $MQ // SA \Rightarrow \frac{MQ}{SA} = \frac{DM}{DA} = \frac{DQ}{DS} \Rightarrow MQ = \frac{1}{3}SA$ và $\frac{DQ}{DS} = \frac{1}{3}$.

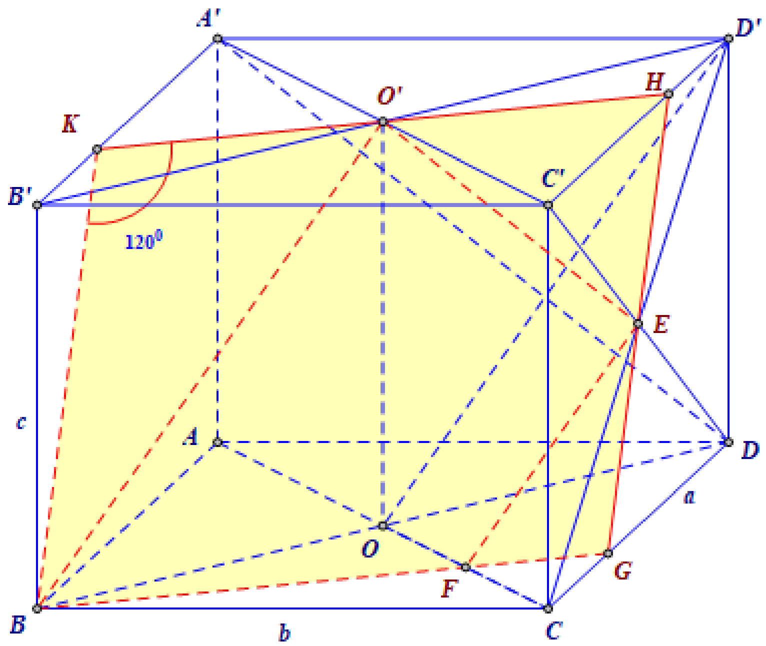
❍ $PQ // CD \Rightarrow \frac{PQ}{CD} = \frac{SQ}{SD} \Rightarrow PQ = \frac{2}{3}AB$, với $AB = \sqrt{SB^2 - SA^2} = a$

Khi đó $S_{MNPQ} = \frac{1}{2}MQ.(PQ + MN) \Leftrightarrow S_{MNPQ} = \frac{1}{2}\frac{SA}{3}.\left(\frac{2AB}{3} + AB\right) \Leftrightarrow S_{MNPQ} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{18}$.

Câu 55: Cho hình hộp chữ nhật $ABCDA'B'C'D'$ có $AB = a, BC = b, CC' = c$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua O' và song song với hai đường thẳng $A'D$ và $D'O$. Dựng thiết diện của hình hộp chữ nhật $ABCDA'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (α). Tìm điều kiện của a, b, c sao cho thiết diện là hình thoi có một góc bằng 60^0.

A. $a = b = c$. **B.** $a = b = \frac{1}{3}c$. **C.** $a = c = \frac{1}{3}b$. **D.** $b = c = \frac{1}{3}a$.

Lời giải



Gọi E là tâm hình chữ nhật $DCC'D'$, F là trung điểm OC.

Trên $(ABCD)$, gọi $G = BF \cap CD$.

Trên $(CDD'C')$, gọi $H = GE \cap C'D'$.

Trên $(A'B'C'D')$, gọi $G = BF \cap CD$.

Khi đó, $\begin{cases} D'O//(BKHG) \\ A'D//(BKHG) \end{cases}$ nên thiết diện tạo thành là tứ giác $BKHG$.

Theo đề $BKHG$ là hình thoi có một góc 60^0 nên ta có:

$$\begin{cases} HK = HG \\ \widehat{BKH} = 120^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A'B'C'D' = CDD'C' \Rightarrow b = c \\ \widehat{BKH} = 120^0 \end{cases}.$$

Dễ thấy: $CG = \frac{a}{3} \Rightarrow BG^2 = BC^2 + CG^2 = b^2 + \frac{a^2}{9}$.

Trong $\Delta BKO'$ có: $BO'^2 = KB^2 + KO'^2 - 2KB.KO'.\cos 120^0$

$$= BG^2 + \frac{1}{4}BG^2 - 2BG.\frac{1}{2}BG.\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4}BG^2 = \frac{7}{4}\left(b^2 + \frac{a^2}{9}\right).$$

Trong $\Delta BOO'$ có: $BO'^2 = BO^2 + OO'^2 \Leftrightarrow \frac{7}{4}\left(b^2 + \frac{a^2}{9}\right) = \frac{1}{4}\left(a^2 + b^2\right) + c^2$

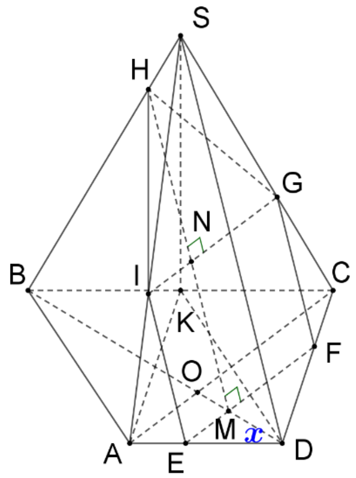
$$\xleftrightarrow{b=c} \frac{7}{4}\left(b^2 + \frac{a^2}{9}\right) = \frac{1}{4}\left(a^2 + b^2\right) + b^2 \xleftrightarrow{a>0,\, b>0} b = \frac{a}{3}.$$

Vậy $b = c = \frac{a}{3}$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân ($AD \parallel BC$), $BC = 2a$, $AB = AD = DC = a$, với $a > 0$. Mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Biết hai đường thẳng SD và AC vuông góc nhau, M là điểm thuộc đoạn OD (M khác O và D), $MD = x$, $x > 0$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SD và AC, cắt khối chóp $S.ABCD$ theo một thiết diện. Tìm x để diện tích thiết diện đó là lớn nhất?

A. $x = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $x = a\sqrt{3}$. **C.** $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x = a$.

Lời giải



Trong mp(SBD) kẻ đường thẳng qua M song song với SD, cắt cạnh SB tại H.

Trong $\text{mp}(ABCD)$ kẻ đường thẳng qua M song song với AC, cắt các cạnh DA và DC lần lượt tại E và F.

Trong $\text{mp}(SDA)$ kẻ đường thẳng qua E song song với SD, cắt cạnh SA tại I.

Trong $\text{mp}(SDC)$ kẻ đường thẳng qua F song song với SD, cắt cạnh SC tại G.

Khi đó thiết diện của khối chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $EFGHI$.

Dễ thấy $ABCD$ là nửa lục giác đều có tâm là trung điểm K của BC. Do đó $ADCK$ và $ABND$ là hình thoi nên $AC \perp KD$. Mặt khác $AC \perp SD$ nên $AC \perp (SKD) \Rightarrow AC \perp SK$.

Lại có $SK \perp BC$, suy ra $SK \perp (ABCD) \Rightarrow SK \perp KD$.

Ta có IG là giao tuyến của (α) với (SAC), mà $AC \parallel (\alpha)$, suy ra $IG \parallel AC$.

Mặt khác $HM \parallel SD$ và $SD \perp AC$, suy ra $HM \perp IG$ và $HM \perp EF$ và $IGFE$ là hình chữ nhật.

Diện tích thiết diện $EFGHI$ bằng $s = S_{EFGI} + S_{HGI} = IG.NM + \frac{1}{2}IG.HN$.

Ta có $AK = KD = AD = a$ nên $\triangle AKD$ đều.

Mà $BD \perp AK, AC \perp KD$ nên O là trọng tâm tam giác ADK. Suy ra $OD = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$AC = BD = a\sqrt{3}$ ($\triangle BAC$ vuông tại A, do $KA = KB = KC$).

$SD = \sqrt{SK^2 + KD^2} = 2a$.

Ta có $\frac{DM}{DO} = \frac{EF}{AC} \Rightarrow EF = \frac{DM}{DO}.AC = \frac{x}{\frac{a\sqrt{3}}{3}}.a\sqrt{3} = 3x$.

$$\frac{GF}{SD} = \frac{CF}{CD} = \frac{OM}{OD} \Rightarrow GF = \frac{OM}{OD}.SD = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3} - x}{\frac{a\sqrt{3}}{3}}.2a = 2a - 2\sqrt{3}x.$$

$$\frac{HM}{SD} = \frac{BM}{BD} \Rightarrow HM = \frac{BM}{BD}.SD = \frac{a\sqrt{3} - x}{a\sqrt{3}}.2a = \frac{6a - 2x\sqrt{3}}{3}.$$

Suy ra $HN = HM - NM = HN - GF = \frac{6a - 2x\sqrt{3}}{3} - \left(2a - 2\sqrt{3}x\right) = \frac{4x\sqrt{3}}{3}$.

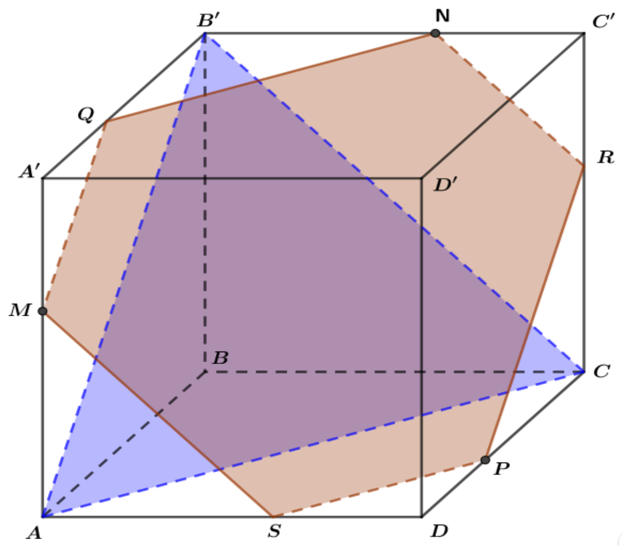
Vậy $s = \frac{1}{2}.\frac{4x\sqrt{3}}{3}.3x + \left(2a - 2\sqrt{3}x\right).3x = -4\sqrt{3}x^2 + 6ax = -\sqrt{3}\left(2x - \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $s \le \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2x - \frac{a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 57: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $AB = 4$. Trên các cạnh $AA', B'C', CD$ lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $MA = NB' = PC = x$ $(2 \le x < 4)$. Khi thiết diện được tạo bởi mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương có diện tích bằng $11\sqrt{3}$ thì giá trị x thuộc tập nào sau đây?

A. $\left[2;\frac{5}{2}\right]$. **B.** $\left(\frac{5}{2};3\right]$. **C.** $\left(3;\frac{7}{2}\right]$. **D.** $\left(\frac{7}{2};4\right)$.

Lời giải



+) $\dfrac{MA}{MA'} = \dfrac{NB'}{NC'} \Rightarrow MN, AB', A'C'$ thuộc ba mặt phẳng song song hay $MN // (\alpha) \begin{cases} chua\ AB' \\ //\ A'C' \end{cases}$

$\Rightarrow (\alpha) \equiv (AB'C)$.

+) $\dfrac{MA}{MA'} = \dfrac{PC}{PD} \Rightarrow MP, AC, A'D$ thuộc ba mặt phẳng song song hay $MP // (\beta) \begin{cases} chua\ AC \\ //A'D \end{cases}$

$\Rightarrow (\beta) \equiv (AB'C)$.

Khi đó $\begin{cases} MN // (AB'C) \\ MP // (AB'C) \\ MN \cap MP \end{cases} \Rightarrow (MNP) // (AB'C)$.

+) $\begin{cases} (MNP) // (AB'C) \\ (AA'B'B) \cap (AB'C) = AB' \\ M \in (MNP) \cap (AA'B'B) \end{cases} \Rightarrow (MNP) \cap (AA'B'B) = d \begin{cases} \text{qua } M \\ //AB' \end{cases}$, $d \cap A'B' = Q$.

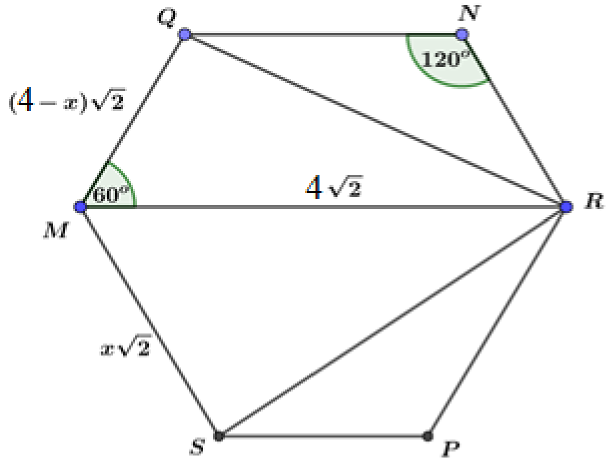
Tương tự, ta xác định được các giao tuyến của mặt phẳng (MNP) với các mặt $ABCD$ và $BB'C'C$ của hình lập phương. Từ đó, thiết diện của hình lập phương bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là lục giác $MQNRPS$ như hình vẽ.

Tam giác $AB'C$ đều và $(\widehat{QM, QN}) = (\widehat{AB', AC}) = 60^\circ$, từ đó dễ thấy lục giác $MQNRPS$ có tất cả các góc bằng 120°.

Tam giác AMS vuông cân tại A nên $MS = AM.\sqrt{2} = x\sqrt{2}$. Tương tự $PR = QN = x\sqrt{2}$.

Tam giác $A'MQ$ vuông cân tại A' nên $MQ = A'M.\sqrt{2} = (4-x)\sqrt{2}$. Tương tự $NR = SP = (4-x)\sqrt{2}$.

$\begin{cases}(MNP)//AC \\ (MNP)\cap(AA'C'C)=MR \Rightarrow MR//AC \Rightarrow MRCA \text{ là hình bình hành } \Rightarrow MR=AC=4\sqrt{2}. \\ AC\subset(AA'C'C)\end{cases}$



$S_{MQNRPS}=S_{MQRS}+2S_{QNR}=\dfrac{4\sqrt{2}.4\sqrt{2}.\sin 60^\circ}{2}+(4-x)\sqrt{2}.x\sqrt{2}.\sin 120^\circ=8\sqrt{3}+\sqrt{3}(4-x)x$.

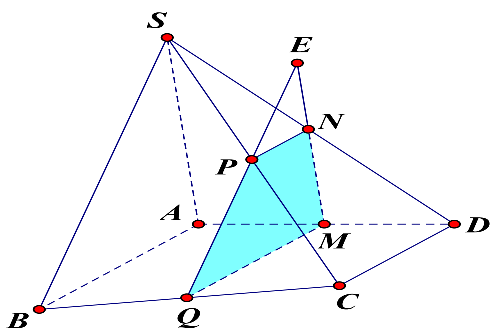
$S_{MQNRPS}=11\sqrt{3}\Leftrightarrow(4-x)x=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện lấy $x=3$.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang có hai đáy là AB,CD, $AB=2CD$. Điểm M thuộc cạnh AD (M không trùng với A và D) sao cho $\dfrac{MA}{AD}=x$. Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB). Tìm x để diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) bằng một nửa diện tích tam giác SAB.

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\dfrac{1}{4}$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} CD // (\alpha) \\ CD \subset (ABCD) \\ M \in (\alpha), M \in (ABCD) \end{cases}$ nên giao tuyến của (α) và mp$(ABCD)$ là đường thẳng đi qua M và song song với CD, đường thẳng này cắt CB tại Q.

Ta có $\begin{cases} SA // (\alpha) \\ SA \subset (SAD) \\ M \in (\alpha), M \in (SAD) \end{cases}$ nên giao tuyến của (α) và mp(SAD) là đường thẳng đi qua M và song song với SA, đường thẳng này cắt SD tại N.

Ta có $\begin{cases} CD // (\alpha) \\ CD \subset (SCD) \\ N \in (\alpha), N \in (SCD) \end{cases}$ nên giao tuyến của (α) và mp(SCD) là đường thẳng đi qua N và song song với CD, đường thẳng này cắt SC tại P.

Ta có $MQ // CD$, $PN // CD$ nên $PN // MQ$. Do đó tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) là hình thang $MNPQ$.

Gọi E là giao điểm của MN và PQ.

Ta có: $QM = \dfrac{MD}{AD}.AB + \dfrac{AM}{AD}.CD = (1-x)AB + xCD = \dfrac{2-x}{2}AB$.

Hai tam giác SAB và EMQ đồng dạng nên $\dfrac{S_{\Delta EMQ}}{S_{\Delta SAB}} = \left(\dfrac{MQ}{AB}\right)^2 = \dfrac{(2-x)^2}{4}$. (1)

Vì $\dfrac{NP}{CD} = \dfrac{NS}{SD} = \dfrac{AM}{AD} = x \Rightarrow NP = xCD = \dfrac{x}{2}AB$.

Do đó $\dfrac{NP}{QM} = \dfrac{x}{2-x}$ và

$$\frac{S_{\Delta EPN}}{S_{\Delta EMQ}} = \left(\frac{NP}{QM}\right)^2 = \frac{x^2}{(2-x)^2} \Rightarrow \frac{S_{MNPQ}}{S_{\Delta EMQ}} = 1 - \frac{x^2}{(2-x)^2} = \frac{4-4x}{(2-x)^2}. (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\dfrac{S_{MNPQ}}{S_{\Delta SAB}} = 1 - x$.

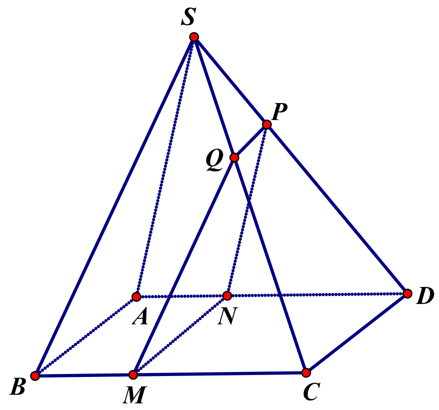
Do đó $S_{MNPQ} = \dfrac{1}{2}S_{\Delta SAB} \Leftrightarrow 1 - x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$.

Vậy $x = \dfrac{1}{2}$ là giá trị cần tìm.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và tam giác SAB là tam giác đều. Một điểm M di động trên cạnh BC sao cho $BM = x, (x < a)$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với SA và CD. Diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) tính theo a và x là?

A. $\dfrac{\left(a^2 - x^2\right)}{2}$. **B.** $\dfrac{\left(a^2 - x^2\right)}{2}\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\left(a^2 - x^2\right)}{4}\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\left(a^2 - x^2\right)}{4}$.

Lời giải



Xác định mp(α).

Ta có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ CD // (\alpha) \\ CD \subset (ABCD) \end{cases}$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN, MN // CD, MN \cap AD = N$

Tương tự ta vẽ $NP // SA, NP \cap SD = P$

$PQ // CD, PQ \cap SC = Q$

Ta suy ra thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác $MNPQ$

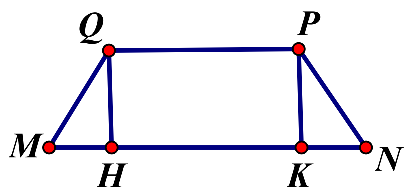
Ta có: $\begin{cases} MN // CD \\ PQ // CD \end{cases}$ nên tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

Mặt khác $\dfrac{CM}{CB} = \dfrac{DN}{DA} = \dfrac{a-x}{a} (do\, CD // MN)$

Mà $\dfrac{DP}{DS} = \dfrac{DN}{DA} = \dfrac{CQ}{CS} = \dfrac{a-x}{a} (do\, NP // SA, PQ // CD)$

Suy ra $\dfrac{CM}{CB} = \dfrac{CQ}{CS} \Rightarrow MQ // SB$

Do đó $\dfrac{MQ}{SB} = \dfrac{NP}{SA} = \dfrac{CM}{CB} = \dfrac{a-x}{a} \Rightarrow MQ = NP (\text{do } SA = SB)$



Suy ra $MNPQ$ là hình thang cân. Gọi H, K lần lượt là chân đường cao kẻ từ Q, P

Do tính chất hình thang cân nên ta có $MH = NK, PQ = HK$

Ta có: $\dfrac{PQ}{CD} = \dfrac{SQ}{SC} = \dfrac{BM}{BC} = \dfrac{x}{a} \Rightarrow PQ = x$

Mặt khác ta có $\begin{cases} MN // AB \\ MQ // SB \end{cases} \Rightarrow (MN, MQ) = 60^0$

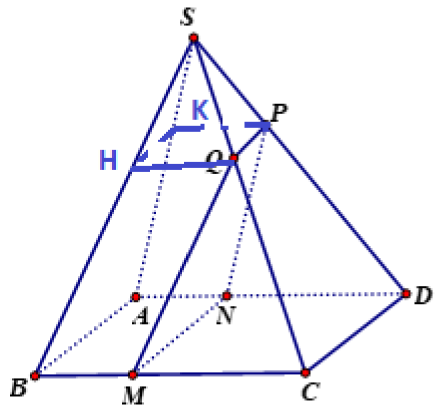
Xét tam giác MQH vuông tại H có

$$QH = MH.\tan 60^0 = \frac{MN - HK}{2}\tan 60^0 = \frac{a-x}{2}\sqrt{3}$$

$$S_{MNPQ} = \frac{(MN+PQ)QH}{2} = \frac{a+x}{2}.\frac{a-x}{2}\sqrt{3} = \frac{\left(a^2 - x^2\right)}{4}\sqrt{3}.$$

Cách 2

Ta có



$$\frac{BM}{BC} = \frac{AN}{AD} = \frac{SP}{SD} = \frac{SQ}{SC} = \frac{PQ}{CD} \Rightarrow \begin{cases} MQ // SB \\ PQ = BM = x \end{cases}$$

Thực hiện phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{MB}$, hình thang $MNPQ$ biến thành hình thang $BAKH$

ΔSAB đều cạnh $a \Rightarrow \Delta SHK$ đều cạnh x

$$\Rightarrow S_{MNPQ} = S_{BAKH} = S_{\Delta SAB} - S_{\Delta SHK} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\left(a^2 - x^2\right)\sqrt{3}}{4}$$

Cách 2:

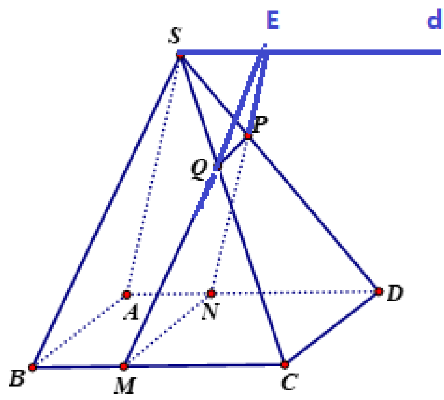
Ta có $(SAD)\cap(SBC)=d$ với d đi qua S và $d//AD$.

$(\alpha)\cap(SBC)=MQ$; $(\alpha)\cap(SAD)=NP$

Ba đường thẳng MQ, NP, d đồng quy tại E.

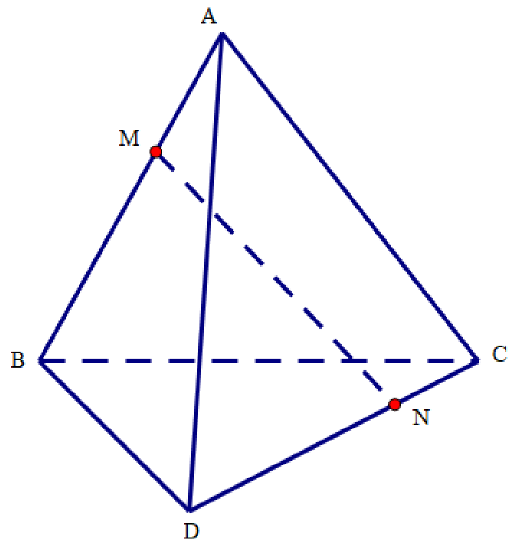
Ta có $\frac{BM}{BC}=\frac{AN}{AD}=\frac{SP}{SD}=\frac{SQ}{SC}=\frac{PQ}{CD}\Rightarrow\begin{cases}MQ//SB;\\PQ=BM=x\end{cases}$

ΔSAB đều cạnh $a\Rightarrow\Delta EMN$ đều cạnh a $\Rightarrow\Delta EPQ$ đều cạnh x



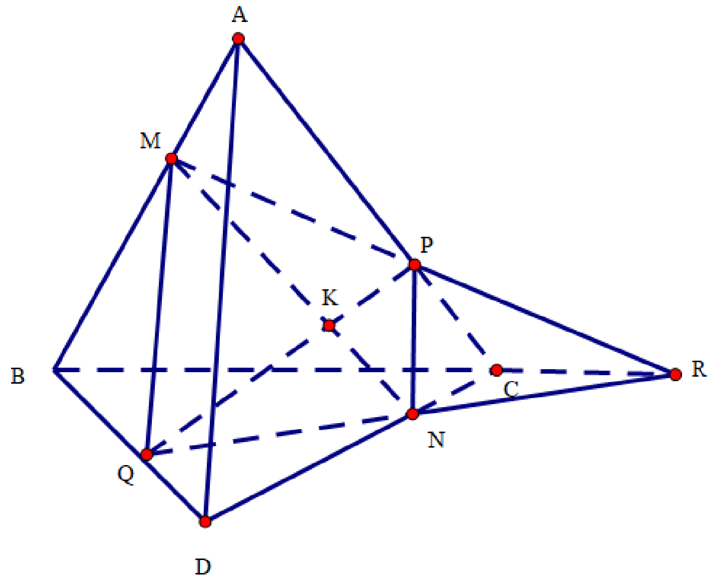
$$\Rightarrow S_{MNPQ}=S_{\Delta EMN}-S_{\Delta EPQ}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}-\frac{x^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\left(a^2-x^2\right)\sqrt{3}}{4}$$

Câu 60: Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB và CD sao cho $\frac{AM}{MB}=\frac{CN}{ND}=k$. Gọi P là điểm trên cạnh AC sao cho $\frac{AP}{PC}\neq k$. Tính theo k tỉ số giữa diện tích tam giác MNP và diện tích thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện.



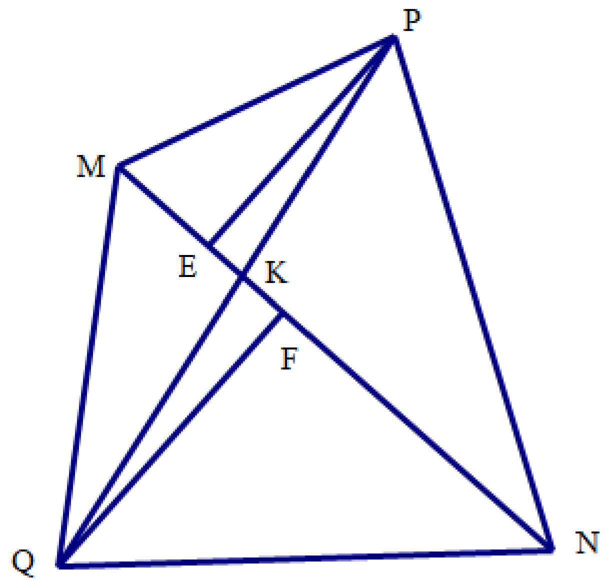
A. $\frac{k}{k+1}$. **B.** $\frac{2k}{k+1}$. **C.** $\frac{1}{k}$. **D.** $\frac{1}{k+1}$.

Lời giải



Vì $\frac{AP}{PC} \neq k$ nên MP không song song với BC, gọi $R = MP \cap BC$. Trong (BCD), gọi $Q = RN \cap BD$. Thiết diện do (MNP) cắt tứ diện là tứ giác $MPNQ$. Gọi $K = MN \cap PQ$.

Ta có AB và CD chéo nhau, M, N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AB và CD sao cho $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = k$ nên theo định lí Talet trong không gian các đường thẳng AC, MN và BD nằm trên 3 mặt phẳng đôi một song song. Đường thẳng PQ cắt 3 mặt phẳng này lần lượt tại P, K, Q nên ta có $\frac{KP}{KQ} = k$.



Trong tứ giác $MPNQ$, hạ PE và QF vuông góc với MN. Ta có:

$\dfrac{S_{PMN}}{S_{QMN}} = \dfrac{\frac{1}{2}PE.MN}{\frac{1}{2}QF.MN} = \dfrac{PE}{QF} = \dfrac{PK}{QK}$. Suy ra $\dfrac{S_{PMN}}{S_{PMN} + S_{QMN}} = \dfrac{PK}{PK + QK}$.

Vậy $\dfrac{S_{PMN}}{S_{MPNQ}} = \dfrac{k}{k+1}$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 14: PHÉP CHIẾU PHẲNG SONG SONG

I. LÝ THUYẾT.

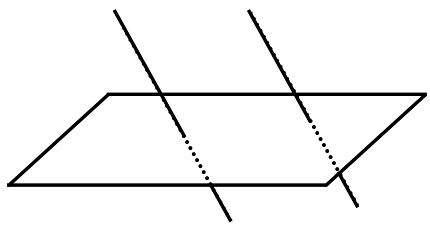
1. PHÉP CHIẾU SONG SONG

Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α). Với mỗi điểm M trong không gian, ta xác định điểm M' như sau:

Nếu điểm $M \in \Delta$ thì M' là giao điểm của (α) với Δ

Nếu điểm $M \notin \Delta$ thì M' là giao điểm của (α) với đường thẳng đi qua M và song song Δ.

Điểm M' được gọi là *hình chiếu song* của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ.



Mặt phẳng (α) gọi là *mặt phẳng chiếu*. Phương Δ gọi là *phương chiếu*.

Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với hình chiếu M' của nó trên mặt phẳng (α) được gọi là *phép chiếu song song lên* (α) *theo phương* Δ.

Nếu $\mathbf{H}$ là một hình nào đó thì tập hợp $\mathbf{H}'$ các hình chiếu M' của tất cả những điểm M thuộc $\mathbf{H}$ được gọi là hình chiếu của $\mathbf{H}$ qua phép chiếu song song nói trên.

Chú ý. Nếu một đường thẳng có phương trùng với phương chiếu thì hình chiếu của đường thẳng đó là một điểm.

2. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CHIẾU SONG SONG

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
- Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đưởng thẳng song song hoặc trùng nhau.
- Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

3. HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN TRÊN MẶT PHẲNG

Hình biểu diễn của một hình $\mathbf{H}$ trong không gian là hình chiếu song song của hình $\mathbf{H}$ trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

Hình biểu diễn của các hình thường gặp:

- *Tam giác.* Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một tam giác có dạng tùy ý cho trước

- *Hình bình hành.* Một hình bình hành bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành có dạng tùy ý cho trước

- *Hình thang.* Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tùy ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài hai đáy của hình biểu diễn phải bằng tỉ số độ dài hai đáy của hình thang ban đầu.

- *Hình tròn.* Người ta thường dùng hình elip để biểu diễn cho hình tròn.

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình chữ nhật. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình thoi.

Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

A. A'. **B.** C'. **C.** B'. **D.** I'.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AD. Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (BCD) là điểm nào sau đây?

A. D. **B.** Trung điểm của CD.
C. Trung điểm của BD. **D.** Trọng tâm tam giác BCD.

Câu 4: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

A. Chéo nhau. **B.** Đồng qui. **C.** Song song. **D.** Thẳng hàng.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.
C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.
D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Câu 6: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song đường thẳng CC', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M'. Trong đó M là trung điểm của BC. Chọn mệnh đề **đúng**?

A. M' là trung điểm của $A'B'$. **B.** M' là trung điểm của $B'C'$.
C. M' là trung điểm của $A'C'$. **D.** Cả ba đáp án trên đều sai.

Câu 7: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

A. A'. **B.** B'. **C.** C'. **D.** I'.

Câu 8: Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l. Biết hình chiếu của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(\alpha)//(P)$. **B.** $(\alpha)\equiv(P)$.

C. $(\alpha)//l$ hoặc $(\alpha)\supset l$. **D.** A, B, C đều sai.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình tam giác.
B. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một đoạn thẳng.
C. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình chóp cụt.
D. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một điểm.

Câu 10: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
B. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.
C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.
D. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

Câu 11: Qua phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành.

A. Ba đường thẳng đôi một song song với nhau.
B. Một đường thẳng.
C. Thành hai đường thẳng song song.
D. Cả ba trường hợp trên.

Câu 12: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình bình hành.

B. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình vuông.

C. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình thoi.

D. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.

Câu 13: Hình chiếu của hình vuông không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình vuông. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình thoi.

Câu 14: Trong các mện đề sau mệnh đề nào sai:

A. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.
B. Một tam giác bất kỳ đề có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.
C. Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.
D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Câu 15: Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là:

A. Điểm A.
B. Trùng với phương chiếu.
C. Đường thẳng đi qua A.
D. Đường thẳng đi qua A hoặc chính A.

Câu 16: Giả sử tam giác ABC là hình biểu diễn của một tam giác đều. Hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là:

A. Giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác ABC.
B. Giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC.
C. Giao điểm của hai đường đường cao của tam giác ABC.
D. Giao điểm của hai đường phân giác của tam giác ABC.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

A. S.
B. Trung điểm của SD.
C. A.
D. D.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm nào sau đây?

A. S.
B. Trung điểm của BC.
C. B.
D. C.

Câu 19: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là

A. Trung điểm BC.
B. Trung điểm AB.
C. Điểm A.
D. Điểm B.

Câu 20: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'MN$ là

A. Đoạn thẳng MN.
B. Điểm O.
C. Tam giác CMN.
D. Đoạn thẳng BD.

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\dfrac{MA}{MC'}$.

A. 2
B. 3
C. 4
D. 1

Câu 22: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và CC'.

a) Xác định đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và $A'B$.

b) Gọi I, J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\dfrac{IM}{IJ}$.

A. 2
B. 3
C. 4
D. 1

Câu 23: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $(ABB'A')$, $(BCC'B')$ và $(ACC'A')$. Qua phép chiếu song song đường thẳng BC' và mặt phẳng chiếu $(AB'C)$ khi đó hình chiếu của điểm P?

A. Trung điểm của AN.
B. Trung điểm của AM.
C. Trung điểm của $B'N$.
D. Trung điểm của $B'M$.

CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 14: PHÉP CHIẾU PHẲNG SONG SONG

I LÝ THUYẾT.

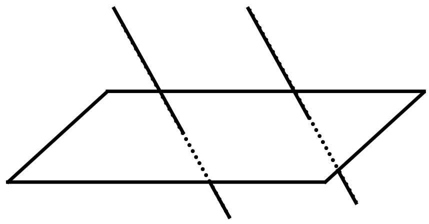
1. PHÉP CHIẾU SONG SONG

Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng Δ cắt (α). Với mỗi điểm M trong không gian, ta xác định điểm M' như sau:

Nếu điểm $M \in \Delta$ thì M' là giao điểm của (α) với Δ

Nếu điểm $M \notin \Delta$ thì M' là giao điểm của (α) với đường thẳng đi qua M và song song Δ.

Điểm M' được gọi là *hình chiếu song* của điểm M trên mặt phẳng (α) theo phương Δ.



Mặt phẳng (α) gọi là *mặt phẳng chiếu*. Phương Δ gọi là *phương chiếu*.

Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với hình chiếu M' của nó trên mặt phẳng (α) được gọi là *phép chiếu song song lên* (α) *theo phương* Δ.

Nếu $\mathbf{H}$ là một hình nào đó thì tập hợp $\mathbf{H}'$ các hình chiếu M' của tất cả những điểm M thuộc $\mathbf{H}$ được gọi là hình chiếu của $\mathbf{H}$ qua phép chiếu song song nói trên.

Chú ý. Nếu một đường thẳng có phương trùng với phương chiếu thì hình chiếu của đường thẳng đó là một điểm.

2. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP CHIẾU SONG SONG

- Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không làm thay đổi thứ tự ba điểm đó.
- Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.
- Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đưởng thẳng song song hoặc trùng nhau.
- Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

3. HÌNH BIỂU DIỄN CỦA MỘT HÌNH KHÔNG GIAN TRÊN MẶT PHẲNG

Hình biểu diễn của một hình $\mathbf{H}$ trong không gian là hình chiếu song song của hình $\mathbf{H}$ trên một mặt phẳng theo một phương chiếu nào đó hoặc hình đồng dạng với hình chiếu đó.

Hình biểu diễn của các hình thường gặp:

- *Tam giác.* Một tam giác bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một tam giác có dạng tùy ý cho trước
- *Hình bình hành.* Một hình bình hành bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình bình hành có dạng tùy ý cho trước
- *Hình thang.* Một hình thang bất kì bao giờ cũng có thể coi là hình biểu diễn của một hình thang tùy ý cho trước, miễn là tỉ số độ dài hai đáy của hình biểu diễn phải bằng tỉ số độ dài hai đáy của hình thang ban đầu.
- *Hình tròn.* Người ta thường dùng hình elip để biểu diễn cho hình tròn.

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình chữ nhật. **B.** Hình thang. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình thoi.

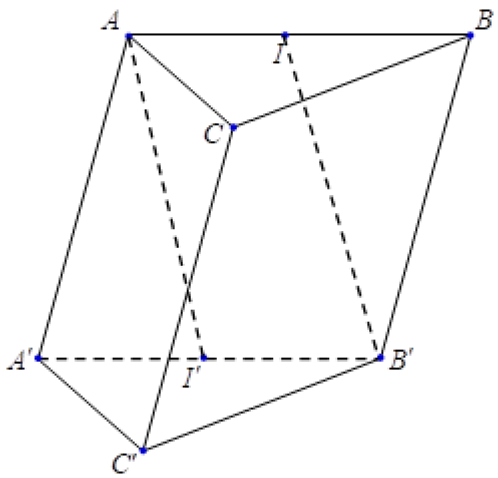
Lời giải

Hình chiếu của hình chữ nhật không thể là hình thang.

Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

A. A'. **B.** C'. **C.** B'. **D.** I'.

Lời giải



Ta có $\left.\begin{array}{l} AI//B'I' \\ AI = B'I' \end{array}\right\} \Rightarrow AIB'I'$ là hình bình hành.

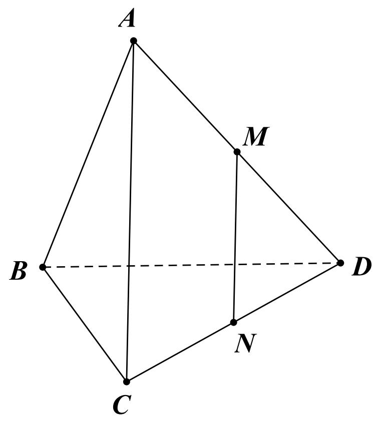
Suy ra qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I thành điểm B'.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AD. Hình chiếu song song của điểm M theo phương AC lên mặt phẳng (BCD) là điểm nào sau đây?

A. D. **B.** Trung điểm của CD.

C. Trung điểm của BD. **D.** Trọng tâm tam giác BCD.

Lời giải



Gọi N là trung điểm của cạnh CD

Khi đó MN là đường trung bình của ΔADC nên $MN // AC$. Do đó, hình chiếu song song của M theo phương AC lên mặt phẳng (BCD) là điểm N.

Câu 4: Qua phép chiếu song song, tính chất nào không được bảo toàn?

A. Chéo nhau. **B.** Đồng qui. **C.** Song song. **D.** Thẳng hàng.

Lời giải.

Do hai đường thẳng qua phép chiếu song song ảnh của chúng sẽ cùng thuộc một mặt phẳng.
Suy ra tính chất chéo nhau không được bảo toàn.

Câu 5: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.

B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song.

C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.

D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

Lời giải.

Tính chất của phép chiếu song song.
Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song hoặc *trùng nhau*. Suy ra B sai: Chúng có thể trùng nhau.

Câu 6: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song đường thẳng CC', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M'. Trong đó M là trung điểm của BC. Chọn mệnh đề **đúng**?

A. M' là trung điểm của $A'B'$. **B.** M' là trung điểm của $B'C'$.

C. M' là trung điểm của $A'C'$. **D.** Cả ba đáp án trên đều sai.

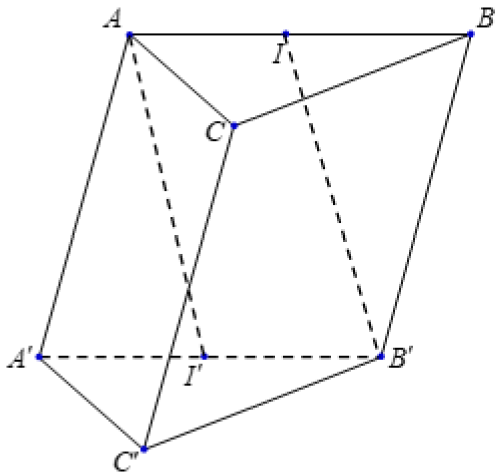
Lời giải.

Ta có phép chiếu song song đường thẳng CC', biến C thành C', biến B thành B'.
Do M là trung điểm của BC suy ra M' là trung điểm của $B'C'$.

Câu 7: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$. Qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

A. A'. **B.** B'. **C.** C'. **D.** I'.

Lời giải.



Ta có $\left.\begin{matrix} AI // B'I' \\ AI = B'I' \end{matrix}\right\} \Rightarrow AIB'I'$ là hình bình hành.

Suy ra qua phép chiếu song song đường thẳng AI', mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến điểm I thành điểm B'.

Câu 8: Cho tam giác ABC ở trong mặt phẳng (α) và phương l. Biết hình chiếu của tam giác ABC lên mặt phẳng (P) là một đoạn thẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(\alpha)//(P)$.
B. $(\alpha)\equiv(P)$.
C. $(\alpha)//l$ hoặc $(\alpha)\supset l$.
D. A, B, C đều sai.

Lời giải.

- Phương án A: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là một tam giác trên mặt phẳng (P).
- Phương án B: Hình chiếu của tam giác ABC vẫn là tam giác ABC.
- Phương án C: Khi phương chiếu l song song hoặc được chứa trong mặt phẳng (α). Thì hình chiếu của tam giác là đoạn thẳng trên mặt phẳng (P). Nếu giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (P) là một trong ba cạnh của tam giác ABC.

Câu 9: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình tam giác.
B. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một đoạn thẳng.
C. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một hình chóp cụt.
D. Hình chiếu song song của một hình chóp cụt có thể là một điểm.

Lời giải.

Qua phép chiếu song song chỉ có thể biến hình chóp cụt thành một đa giác.

- Loại B - chỉ là một đoạn thẳng.
- Loại C - phép chiếu song song không thể là một khối đa diện.
- Loại D - chỉ là một điểm.
- Chọn A - hình chiếu là một đa giác.

Câu 10: Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

B. Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu của nó.

C. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.

D. Một tam giác bất kỳ đều có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

Lời giải.

 Phương án A: Đúng vì khi đó hình chiếu của chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

 Phương án B: Đúng vì mặt phẳng chiếu chứa đường thẳng đã cho.

 Phương án C: Sai vì hình chiếu của chúng chỉ có thể song song hoặc cắt nhau.

 Phương án D: Đúng - tính chất phép chiếu song song.

Câu 11: Qua phép chiếu song song biến ba đường thẳng song song thành.

A. Ba đường thẳng đôi một song song với nhau.

B. Một đường thẳng.

C. Thành hai đường thẳng song song.

D. Cả ba trường hợp trên.

Lời giải.

Tính chất phép chiếu song song.

Câu 12: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình bình hành.

B. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình vuông.

C. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là hình thoi.

D. Hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ theo phương AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là một tam giác.

Lời giải.

Qua phép chiếu song song đường thẳng AA' lên mặt phẳng $(ABCD)$ sẽ biến A' thành A, biến B' thành B, biến C' thành C, biến D' thành D. Nên hình chiếu song song của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là hình vuông.

Câu 13: Hình chiếu của hình vuông không thể là hình nào trong các hình sau?

A. Hình vuông. **B.** Hình bình hành. **C.** Hình thang. **D.** Hình thoi.

Lời giải.

Tính chất của phép chiếu song song.

Câu 14: Trong các mện đề sau mệnh đề nào sai:

A. Một đường thẳng luôn cắt hình chiếu của nó.

B. Một tam giác bất kỳ đề có thể xem là hình biểu diễn của một tam giác cân.

C. Một đường thẳng có thể song song với hình chiếu của nó.

D. Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.

Lời giải.

Khi mặt phẳng chiếu song song với đường thẳng đã cho thì đường thẳng đó song song với hình chiếu của nó.

Câu 15: Nếu đường thẳng a cắt mặt phẳng chiếu (P) tại điểm A thì hình chiếu của a sẽ là:

A. Điểm A. **B.** Trùng với phương chiếu.
C. Đường thẳng đi qua A. **D.** Đường thẳng đi qua A hoặc chính A.

Lời giải.

□ Nếu phương chiếu song song hoặc trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là điểm A.

□ Nếu phương chiếu không song song hoặc không trùng với đường thẳng a thì hình chiếu là đường thẳng đi qua điểm A.

Câu 16: Giả sử tam giác ABC là hình biểu diễn của một tam giác đều. Hình biểu diễn của tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều là:

A. Giao điểm của hai đường trung tuyến của tam giác ABC.
B. Giao điểm của hai đường trung trực của tam giác ABC.
C. Giao điểm của hai đường đường cao của tam giác ABC.
D. Giao điểm của hai đường phân giác của tam giác ABC.

Lời giải.

Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác là giao của ba đường trung trực.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Hình chiếu song song của điểm M theo phương AB lên mặt phẳng (SAD) là điểm nào sau đây?

A. S. **B.** Trung điểm của SD.
C. A. **D.** D.

Lời giải.

Giả sử N là ảnh của M theo phép chiếu song song đường thẳng AB lên mặt phẳng (SAD).

Suy ra $MN//AB \Rightarrow MN//CD$. Do M là trung điểm của $SC \Rightarrow N$ là trung điểm của SD.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm nào sau đây?

A. S. **B.** Trung điểm của BC.
C. B. **D.** C.

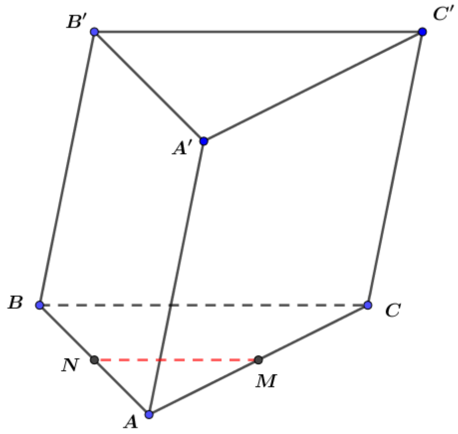
Lời giải.

Do $AB \cap (SBC) = \{A\}$ suy ra hình chiếu song song của điểm A theo phương AB lên mặt phẳng (SBC) là điểm B.

Câu 19: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AC. Khi đó hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là

A. Trung điểm BC. **B.** Trung điểm AB. **C.** Điểm A. **D.** Điểm B.

Lời giải



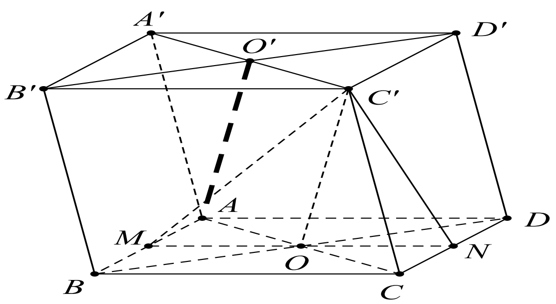
Gọi N là trung điểm của AB. Ta có: $MN // CB$.

Vậy hình chiếu song song của điểm M lên $(AA'B')$ theo phương chiếu CB là điểm N.

Câu 20: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'MN$ là

A. Đoạn thẳng MN. **B.** Điểm O. **C.** Tam giác CMN. **D.** Đoạn thẳng BD.

Lời giải



Ta có: $O'C' = AO$ và $O'C' // AO$ nên tứ giác $O'C'OA$ là hình bình hành $\Rightarrow O'A // C'O$.

Do đó hình chiếu của điểm O' qua phép chiếu song song theo phương $O'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm O.

Mặt khác điểm M và N thuộc mặt phẳng $(ABCD)$ nên hình chiếu của M và N qua phép chiếu song song theo phương $O'A$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ lần lượt là điểm M và N.

Vậy qua phép chiếu song song theo phương AO' lên mặt phẳng $(ABCD)$ thì hình chiếu của tam giác $C'MN$ là đoạn thẳng MN.

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Xác định các điểm M, N tương ứng trên các đoạn $AC', B'D'$ sao cho MN song song với BA' và tính tỉ số $\dfrac{MA}{MC'}$.

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

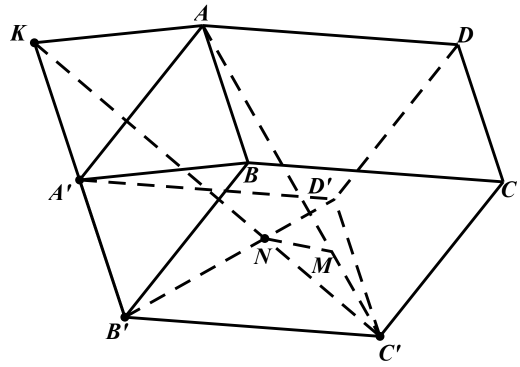
Xét phép chiếu song song lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo phương chiếu BA'. Ta có N là ảnh của M hay M chính là giao điểm của $B'D'$ và ảnh AC' qua phép chiếu này. Do đó ta xác định M,N như sau:

Trên $A'B'$ kéo dài lấy điểm K sao cho $A'K = B'A'$ thì $ABA'K$ là hình bình hành nên $AK//BA'$ suy ra K là ảnh của A trên AC' qua phép chiếu song song.

Gọi $N = B'D' \cap KC'$. Đường thẳng qua N và song song với AK cắt AC' tại M. Ta có M,N là các điểm cần xác định.

Theo định lí Thales, ta có

$\frac{MA}{MC'} = \frac{NK}{NC'} = \frac{KB'}{C'D'} = 2$.



Câu 22: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của CD và CC'.

a) Xác định đường thẳng Δ đi qua M đồng thời cắt AN và $A'B$.

b) Gọi I,J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và $A'B$. Hãy tính tỉ số $\frac{IM}{IJ}$.

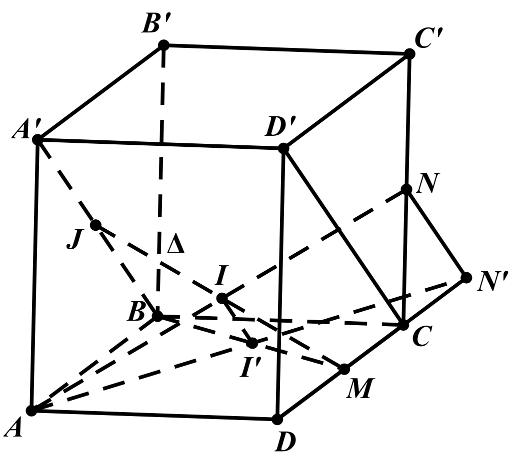
A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

a) Giả sử đã dựng được đường thẳng Δ cắt cả AN và BA'. Gọi I,J lần lượt là giao điểm của Δ với AN và BA'.

Xét phép chiếu song song lên $(ABCD)$ theo phương chiếu $A'B$. Khi đó ba điểm J,I,M lần lượt có hình chiếu là B,I',M. Do J,I,M thẳng hàng nên B,I',M cũng thẳng hàng. Gọi N' là hình chiếu của N thì An' là hình chiếu của AN. Vì $I \in AN \Rightarrow I' \in AN' \Rightarrow I' = BM \cap AN'$.

Từ phân tích trên suy ra cách dựng:



- Lấy $I' = AN' \cap BM$.
- Trong (ANN') dựng $II' \parallel NN'$ cắt AN tại I.
- Vẽ đường thẳng MI, đó chính là đường thẳng cần dựng.

a) Ta có $MC = CN'$ suy ra $MN' = CD = AB$. Do đó I' là trung điểm của BM. Mặt khác $II' \parallel JB$ nên II' là đường trung bình của tam giác MBJ, suy ra $IM = IJ \Rightarrow \frac{IM}{IJ} = 1$.

Câu 23: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M, N, P lần lượt là tâm của các mặt bên $(ABB'A')$, $(BCC'B')$ và $(ACC'A')$. Qua phép chiếu song song đường thẳng BC' và mặt phẳng chiếu $(AB'C)$ khi đó hình chiếu của điểm P?

A. Trung điểm của AN. **B.** Trung điểm của AM.
C. Trung điểm của $B'N$. **D.** Trung điểm của $B'M$.

Lời giải