

PHẦN 1. KIẾN THỨC CƠ BẢN

A – KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Chứng minh đường thẳng d song song $mp(\alpha)$ ($d \not\subset (\alpha)$)

Cách 1. Chứng minh $d // d'$ và $d' \subset (\alpha)$

Cách 2. Chứng minh $d \subset (\beta)$ và $(\beta) // (\alpha)$

Cách 3. Chứng minh d và (α) cùng vuông góc với 1 đường thẳng hoặc cùng vuông góc với 1 mặt phẳng

2. Chứng minh $mp(\alpha)$ song song với $mp(\beta)$

Cách 1. Chứng minh $mp(\alpha)$ chứa hai đường thẳng cắt nhau cùng song song với (β) (Nghĩa là 2 đường thẳng cắt nhau trong mặt này song song với 2 đường thẳng trong mặt phẳng kia)

Cách 2. Chứng minh (α) và (β) cùng song song với 1 mặt phẳng hoặc cùng vuông góc với 1 đường thẳng.

3. Chứng minh hai đường thẳng song song:

Cách 1. Hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có điểm chung S lần lượt chứa hai đường thẳng song song a và b thì $(\alpha) \cap (\beta) = Sx // a // b$.

Cách 2. $(\alpha) // a, a \subset (\beta) \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = b // a$

Cách 3. Hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng song song với đường thẳng đó.

Cách 4. Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho 2 giao tuyến song song

Cách 5. Một mặt phẳng song song với giao tuyến của 2 mặt phẳng cắt nhau, ta được 3 giao tuyến song song.

Cách 6. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ 3 hoặc cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Cách 7. Sử dụng phương pháp hình học phẳng: đường trung bình, định lý Thales đảo, cạnh đối tứ giác đặc biệt, ...

4. Chứng minh đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α)

Cách 1. Chứng minh đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau nằm trong (α) .

Cách 2. Chứng minh d nằm trong một trong hai mặt phẳng vuông góc và d vuông góc với giao tuyến $\Rightarrow d$ vuông góc với mp còn lại.

Cách 3. Chứng minh d là giao tuyến của hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt thứ 3.

Cách 4. Chứng minh đường thẳng d song song với a mà $a \perp (\alpha)$.

Cách 5. Đường thẳng nào vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì cũng vuông góc với mặt phẳng còn lại.

Cách 6. Chứng minh d là trục của tam giác ABC nằm trong (α)

5. Chứng minh hai đường thẳng d và d' vuông góc:

Cách 1. Chứng minh $d \perp (\alpha)$ và $(\alpha) \supset d'$.

Cách 2. Sử dụng định lý 3 đường vuông góc.

Cách 3. Chứng tỏ góc giữa d, d' bằng 90° .

6. Chứng minh hai mặt phẳng (α) và (β) vuông góc:

Cách 1. Chứng minh $(\alpha) \supset d$ và $d \perp (\beta)$.

Cách 2. Chứng tỏ góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) bằng 90° .

Cách 3. Chứng minh $a // (\alpha)$ mà $(\beta) \perp a$

Cách 4. Chứng minh $(\alpha) // (P)$ mà $(\beta) \perp (P)$

B - CÔNG THỨC CƠ BẢN

I. TAM GIÁC

1. Tam giác thường:

$$\textcircled{1} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

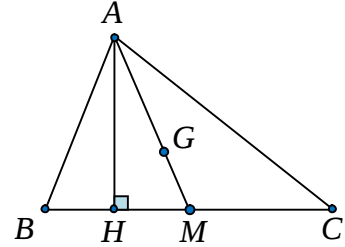
$$\textcircled{2} S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$$

$$\textcircled{3} AG = \frac{2}{3} AM \quad (G \text{ là trọng tâm})$$

$$\textcircled{4} \text{Độ dài trung tuyến: } AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

$$\textcircled{5} \text{Định lí hàm số cosin: } BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\textcircled{6} \text{Định lí hàm số sin: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

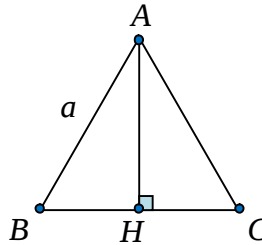


2. Tam giác đều ABC cạnh a:

$$\textcircled{1} S_{\triangle ABC} = \frac{(cạnh)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\textcircled{2} AH = \frac{cạnh \times \sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\textcircled{3} AG = \frac{2}{3} AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$



3. Tam giác ABC vuông tại A:

$$\textcircled{1} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} AH \cdot BC$$

$$\textcircled{2} BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$\textcircled{3} BA^2 = BH^2 + AC^2$$

$$\textcircled{4} CA^2 = CH^2 + AB^2$$

$$\textcircled{5} HA^2 = HB \cdot HC$$

$$\textcircled{6} AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\textcircled{7} \frac{HB}{HC} = \frac{AB^2}{AC^2}$$

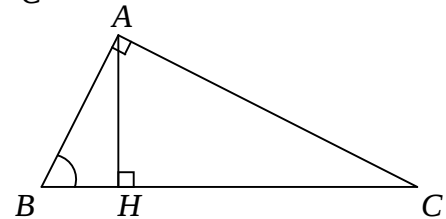
$$\textcircled{8} AM = \frac{1}{2} BC$$

$$\textcircled{9} \sin B = \frac{AC}{BC}$$

$$\textcircled{10} \sin C = \frac{AB}{BC}$$

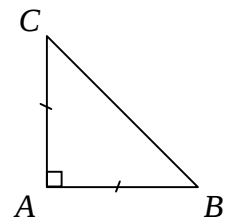
$$\textcircled{11} \tan B = \frac{AC}{AB}$$

$$\textcircled{12} \cot B = \frac{AB}{AC}$$



4. Tam giác ABC vuông cân tại A:

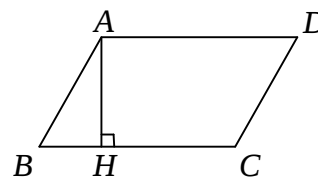
$$\textcircled{1} BC = AB\sqrt{2} = AC\sqrt{2} \quad \textcircled{2} AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}}$$



II. TỨ GIÁC

1. Hình bình hành:

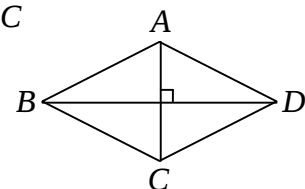
$$\text{Diện tích: } S_{ABCD} = BC \cdot AH = AB \cdot AD \cdot \sin A$$



2. Hình thoi:

$$\bullet \text{ Diện tích: } S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = AB \cdot AD \cdot \sin A$$

• Đặc biệt: khi $\widehat{ABC} = 60^\circ$ hoặc $\widehat{BAC} = 120^\circ$ thì các tam giác ABC, ACD đều.



3. Hình chữ nhật:

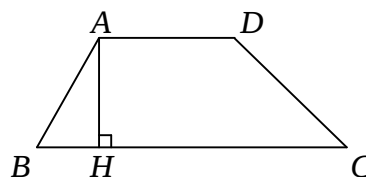
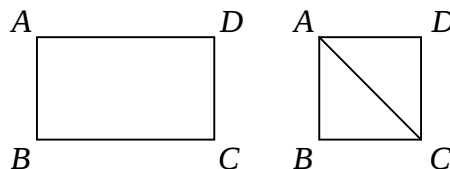
$$S_{ABCD} = AB \cdot AD$$

4. Hình vuông:

• Diện tích: $S_{ABCD} = AB^2$

• Đường chéo: $AC = AB\sqrt{2}$

5. Hình thang: $S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot AH}{2}$



III. CÁC HÌNH TRONG KHÔNG GIAN

1. Hình lăng trụ:

① Thể tích khối lăng trụ: $V = S_{\text{đáy}} \cdot \text{Chiều cao}$

② Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \text{Tổng diện tích các mặt bên}$

③ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{2\text{đáy}}$

2. Hình chóp:

① Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot \text{Chiều cao}$

② Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \text{Tổng diện tích các mặt bên}$

③ Diện tích toàn phần: $S_{tp} = S_{xq} + S_{\text{đáy}}$

3. Hình trụ:

① Thể tích khối trụ: $V = \pi R^2 l$

② Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2\pi R l$

4. Hình nón:

① Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

② Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi R l$

5. Hình cầu:

① Thể tích khối cầu: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

② Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$

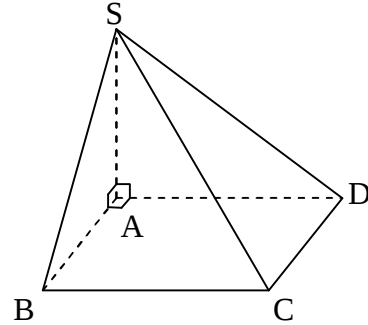
C - VÀI HÌNH THƯỜNG GẶP

HÌNH 1

Hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật (hoặc hình vuông) và SA vuông góc với đáy

H1.1 - Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

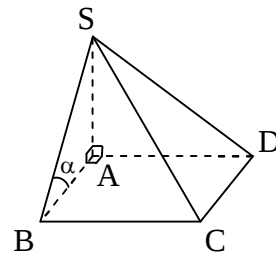
1. **Đáy:** $ABCD$ là hình vuông hoặc hình chữ nhật
2. **Đường cao:** SA
3. **Cạnh bên:** SA, SB, SC, SD
4. **Cạnh đáy:** AB, BC, CD, DA
5. **Mặt bên:** $\triangle SAB$ là tam giác vuông tại A .
 $\triangle SBC$ là tam giác vuông tại B .
 $\triangle SCD$ là tam giác vuông tại D .
 $\triangle SAD$ là tam giác vuông tại A .



H1.2 - Góc giữa cạnh bên và đáy

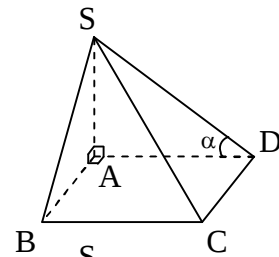
1. **Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :**

Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt)
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SB lên $(ABCD)$ là AB
 $\Rightarrow (\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA} = \alpha$



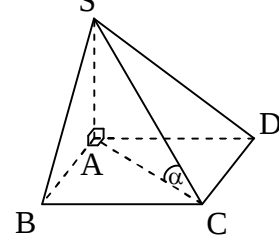
2. **Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :**

Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt)
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SD lên $(ABCD)$ là AD
 $\Rightarrow (\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA} = \alpha$



3. **Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy $(ABCD)$ bằng α :**

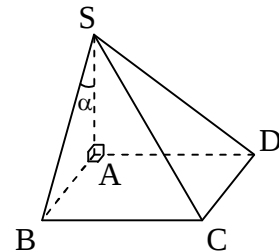
Ta có: $SA \perp (ABCD)$ (gt)
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là AC
 $\Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA} = \alpha$



H1.3 - Góc giữa cạnh bên và mặt bên:

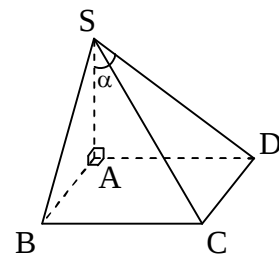
1. **Góc giữa cạnh bên SB và mặt bên (SAD) bằng α :**

Ta có: $AB \perp (SAD)$
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SB lên (SAD) là SA
 $\Rightarrow (\widehat{SB, (SAD)}) = (\widehat{SB, SA}) = \widehat{BSA} = \alpha$



2. **Góc giữa cạnh bên SD và mặt bên (SAB) bằng α :**

Ta có: $AD \perp (SAB)$
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SD lên (SAB) là SA
 $\Rightarrow (\widehat{SD, (SAB)}) = (\widehat{SD, SA}) = \widehat{DSA} = \alpha$



3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt bên (SAB) bằng α :Ta có: $BC \perp (SAB)$ $\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên (SAB) là SB

$$\Rightarrow (\widehat{SC, (SAB)}) = (\widehat{SC, SB}) = \widehat{BSC} = \alpha$$

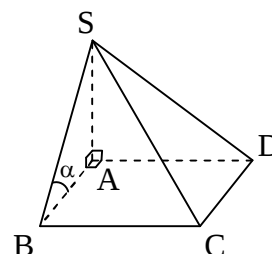
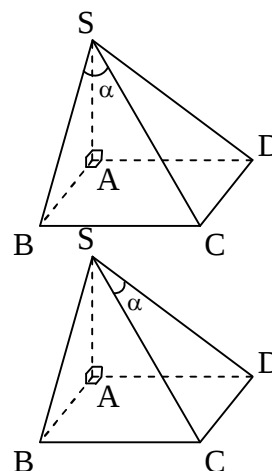
4. Góc giữa cạnh bên SC và mặt bên (SAD) bằng α :Ta có: $DC \perp (SAD)$ $\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên (SAD) là SD

$$\Rightarrow (\widehat{SC, (SAD)}) = (\widehat{SC, SD}) = \widehat{DSC} = \alpha$$

H1.4 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy:**1. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABCD) bằng α :**Ta có: $BC \perp AB$ tại B (?) $BC \perp SB$ tại B (?)

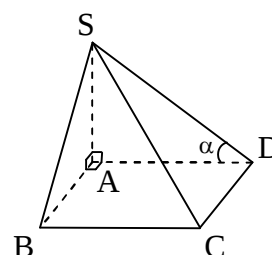
$$(SBC) \cap (ABCD) = BC$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = (\widehat{AB, SB}) = \widehat{SBA} = \alpha$$

**2. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy (ABCD) bằng α :**Ta có: $CD \perp AD$ tại D (?) $CD \perp SD$ tại D (?)

$$(SCD) \cap (ABCD) = CD$$

$$\Rightarrow (\widehat{(SCD), (ABCD)}) = (\widehat{AD, SD}) = \widehat{SDA} = \alpha$$

**3. Góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt đáy (ABCD) bằng α :****❖ Đáy ABCD là hình chữ nhật:**Trong (ABCD), vẽ $AH \perp BD$ tại H $\Rightarrow BD \perp SH$ (?)

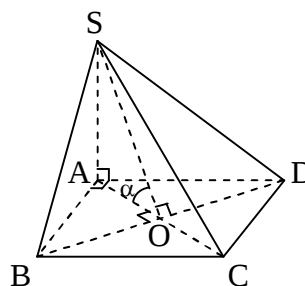
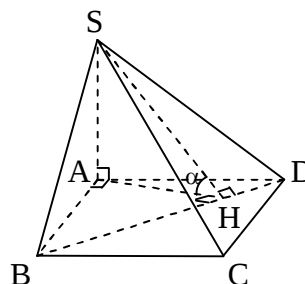
$$\Rightarrow (\widehat{(SBD), (ABCD)})$$

$$= (\widehat{AH, SH}) = \widehat{SHA} = \alpha$$

⚠ Chú ý: Nếu $AB < AD$ thì điểm H ở gần B hơn
Nếu $AB > AD$ thì điểm H ở gần D hơn

❖ Đáy ABCD là hình vuông:Gọi $O = AC \cap BD$ $\Rightarrow AO \perp BD$ (?) $\Rightarrow BD \perp SO$ (?)

$$\Rightarrow (\widehat{(SBD), (ABCD)}) = (\widehat{SO, AO}) = \widehat{SOA} = \alpha$$



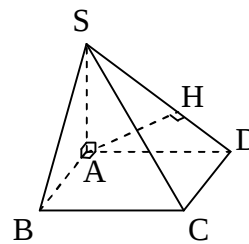
H1.5 - Khoảng cách "điểm - mặt"

1. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

Trong mp(SAD), vẽ $AH \perp SD$ tại H

$\Rightarrow AH \perp (SCD)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SCD)] = AH$



2. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)

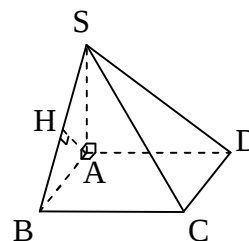
Vì $AB \parallel (SCD)$ (?) nên $d[B, (SCD)] = d[A, (SCD)]$ (xem dạng 1)

3. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

Trong mp(SAB), vẽ $AH \perp SB$ tại H

$\Rightarrow AH \perp (SBC)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SBC)] = AH$



4. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC)

Vì $AD \parallel (SBC)$ (?) nên $d[D, (SBC)] = d[A, (SBC)]$ (xem dạng 3)

5. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD)

❖ Đáy ABCD là hình chữ nhật:

- Trong (ABCD), vẽ $AI \perp BD$ tại I

$\Rightarrow BD \perp (SAI)$ (?)

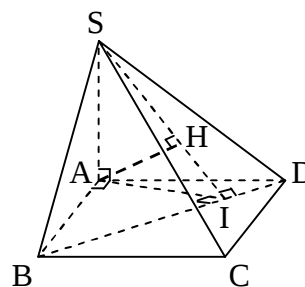
- Trong (SAI), vẽ $AH \perp SI$ tại H

$\Rightarrow AH \perp (SBD)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SBD)] = AH$

⚠ Chú ý: Nếu $AB < AD$ thì điểm I ở gần B hơn

Nếu $AB > AD$ thì điểm I ở gần D hơn



❖ Đáy ABCD là hình vuông:

- Gọi $O = AC \cap BD$

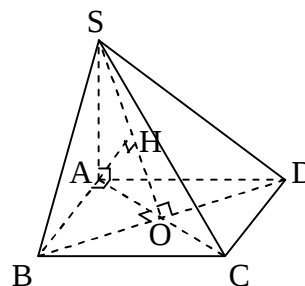
$\Rightarrow AO \perp BD$ (?)

$\Rightarrow BD \perp (SAO)$ (?)

- Trong (SAO), vẽ $AH \perp SO$ tại H

$\Rightarrow AH \perp (SBD)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SBD)] = AH$



6. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD)

Vì O là trung điểm của AC nên $d[C, (SBD)] = d[A, (SBD)]$

HÌNH 2

Hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B và SA vuông góc với đáy

H2.1 - Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

1. **Đáy:** Hình thang ABCD vuông tại A và B

2. **Đường cao:** SA

3. **Cạnh bên:** SA, SB, SC, SD

4. **Cạnh đáy:** AB, BC, CD, DA

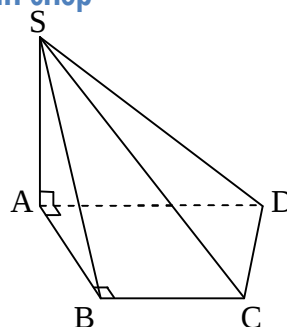
5. **Mặt bên:** $\triangle SAB$ là tam giác vuông tại A.

$\triangle SBC$ là tam giác vuông tại B.

$\triangle SAD$ là tam giác vuông tại A.

🔗 **Chú ý:** Nếu $AB = BC$ và $AD = 2BC$ thì $AC \perp CD$

$\Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow \triangle SCD$ vuông tại C

**H2.2 - Góc giữa cạnh bên SB và đáy**

1. **Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $SA \perp ABCD$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SB lên (ABCD) là AB

$\Rightarrow (\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}$

2. **Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $SA \perp ABCD$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SD lên (ABCD) là AD

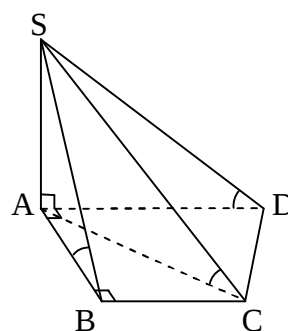
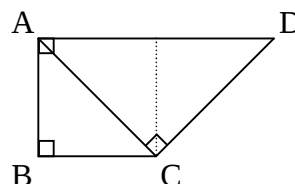
$\Rightarrow (\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, AD}) = \widehat{SDA}$

3. **Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $SA \perp ABCD$ (gt)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên (ABCD) là AC

$\Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$

**H2.3 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy:**

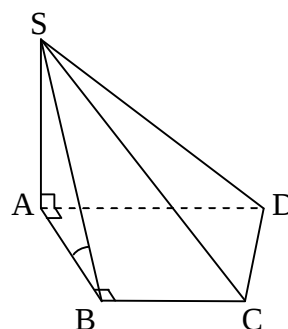
1. **Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $BC \perp AB$ tại B (?)

$BC \perp SB$ tại B (?)

$(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = (\widehat{AB, SB}) = \widehat{SBA}$



2. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy (ABCD):

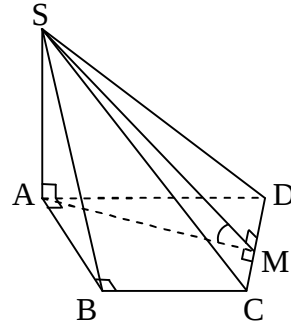
Trong (ABCD), vẽ $AM \perp CD$ tại M

$\Rightarrow SM \perp CD$ tại M (?)

Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$\Rightarrow \widehat{(SCD), (ABCD)} = \widehat{(AM, SM)} = \widehat{SMA} = \alpha$

Chú ý: Nếu $AB = BC$ và $AD = 2BC$ thì $AC \perp CD$. Do đó $M \equiv C$.



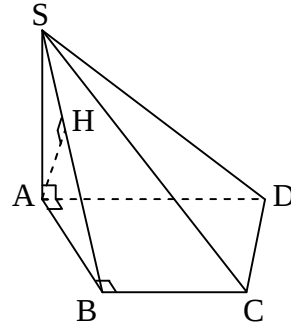
H2.4 - Khoảng cách "điểm - mặt"

1. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

Trong mp(SAB), vẽ $AH \perp SB$ tại H

$\Rightarrow AH \perp (SBC)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SBC)] = AH$



2. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC)

Vì $AD \parallel (SBC)$ (?) nên $d[D, (SBC)] = d[A, (SBC)]$ (xem dạng 3)

3. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

• Trong (ABCD), vẽ $AM \perp CD$ tại M

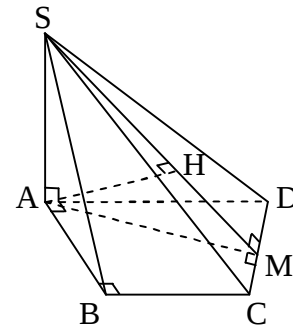
$\Rightarrow CD \perp (SAM)$ (?)

• Trong (SAM), vẽ $AH \perp SM$ tại H

$\Rightarrow AH \perp (SCD)$ (?)

$\Rightarrow d[A, (SCD)] = AH$

Chú ý: Nếu $AB = BC$ và $AD = 2BC$ thì $AC \perp CD$. Do đó $M \equiv C$.



HÌNH 3

Hình chóp tứ giác đều S.ABCD

H3.1 - Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

1. **Đáy:** ABCD là hình vuông

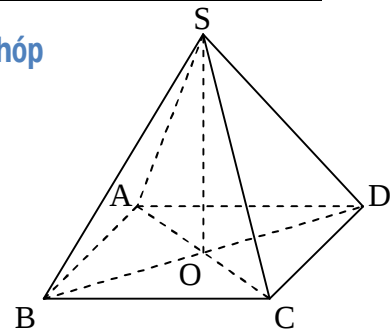
2. **Đường cao:** SO

3. **Cạnh bên:** $SA = SB = SC = SD$

4. **Cạnh đáy:** $AB = BC = CD = DA$

5. **Mặt bên:** $\triangle SAB, \triangle SBC, \triangle SCD, \triangle SAD$

là các tam giác cân tại S và bằng nhau.



Gọi O là tâm hình vuông ABCD $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

H3.2 - Góc giữa cạnh bên và đáy

1. Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy (ABCD):

Ta có: $SO \perp (ABCD)$ (?)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SA lên (ABCD) là AO

$\Rightarrow \widehat{(SA, (ABCD))} = \widehat{(SA, AO)} = \widehat{SAO}$

2. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABCD):

Tương tự $\widehat{(SB, (ABCD))} = \widehat{(SB, BO)} = \widehat{SBO}$

3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABCD):

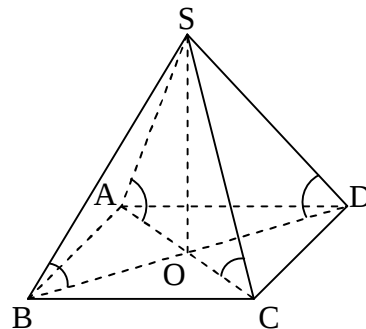
Tương tự $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, CO)} = \widehat{SCO}$

4. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy (ABCD):

Tương tự $\widehat{(SD, (ABCD))} = \widehat{(SD, DO)} = \widehat{SDO}$

⚡ **Chú ý:** $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = \widehat{SDO}$

→ “Góc giữa các cạnh bên với mặt đáy bằng nhau”

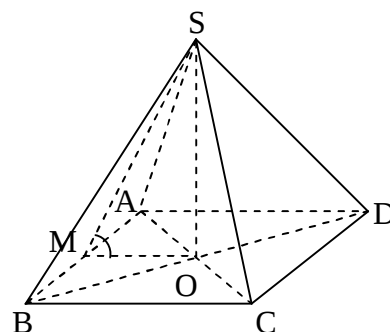
**H3.3 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy:****1. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $OM \perp AB$ tại M (?)

$\Rightarrow AB \perp SM$ tại M (?)

Mà $(SAB) \cap (ABCD) = AB$

$\Rightarrow \widehat{(SAB, (ABCD))} = \widehat{(OM, SM)} = \widehat{SMO}$

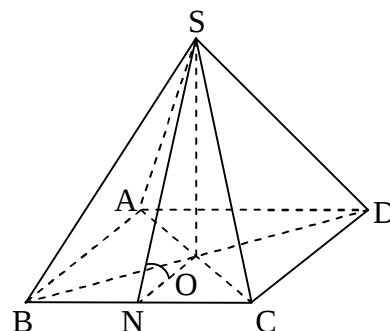
**2. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $ON \perp BC$ tại N (?)

$\Rightarrow BC \perp SN$ tại N (?)

Mà $(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$\Rightarrow \widehat{(SBC, (ABCD))} = \widehat{(ON, SN)} = \widehat{SNO}$

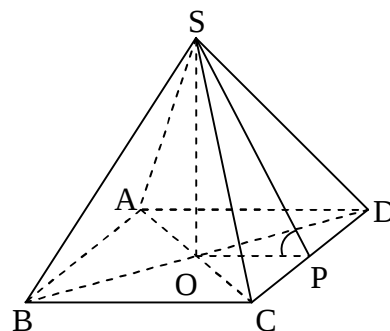
**3. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $OP \perp CD$ tại P (?)

$\Rightarrow CD \perp SP$ tại P (?)

Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$\Rightarrow \widehat{(SCD, (ABCD))} = \widehat{(OP, SP)} = \widehat{SPO}$

**4. Góc giữa mặt bên (SAD) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $OQ \perp AD$ tại Q (?)

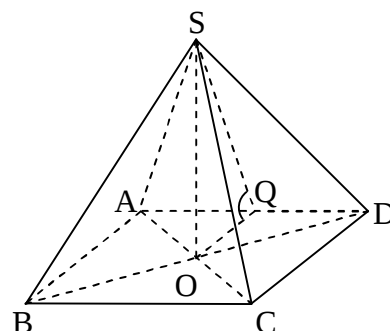
$\Rightarrow AD \perp SQ$ tại Q (?)

Mà $(SAD) \cap (ABCD) = AD$

$\Rightarrow \widehat{(SAD, (ABCD))} = \widehat{(OQ, SQ)} = \widehat{SQO}$

⚡ **Chú ý:** $\widehat{SMO} = \widehat{SNO} = \widehat{SPO} = \widehat{SQO}$

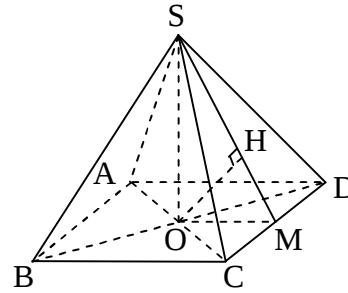
→ “Góc giữa các mặt bên với mặt đáy bằng nhau”



H3.4 - Khoảng cách "điểm - mặt"

1. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD)

- Trong mp(ABCD), vẽ $OM \perp CD$ tại M
 $\Rightarrow CD \perp (SOM)$ (?)
- Trong mp(SOM), vẽ $OH \perp SM$ tại H
 $\Rightarrow d[O, (SCD)] = OH$



2. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

Vì O là trung điểm của AC nên $d[A, (SCD)] = 2d[O, (SCD)]$

3. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)

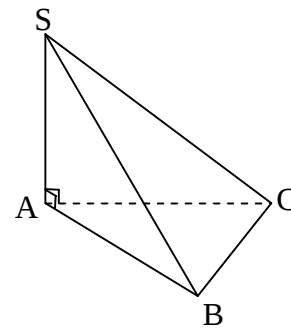
Vì O là trung điểm của BD nên $d[B, (SCD)] = 2d[O, (SCD)]$

HÌNH 4

Hình chóp S.ABC, SA vuông góc với đáy

H4.1 - Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

- Đáy: tam giác ABC
 - Đường cao: SA
 - Cạnh bên: SA, SB, SC
 - Cạnh đáy: AB, BC, CA
 - Mặt bên: $\triangle SAB$ là tam giác vuông tại A.
 $\triangle SAC$ là tam giác vuông tại A.
- 🔗 **Chú ý:** Nếu $\triangle ABC$ vuông tại B thì $\triangle SBC$ vuông tại B
 Nếu $\triangle ABC$ vuông tại C thì $\triangle SBC$ vuông tại C



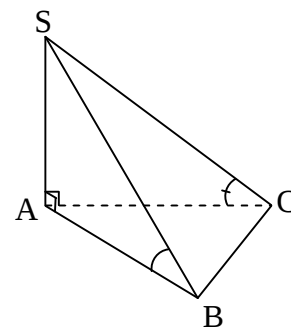
H4.2 - Góc giữa cạnh bên và đáy

1. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SA \perp (ABC)$ (gt)
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SB lên (ABC) là AB
 $\Rightarrow (\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, AB}) = \widehat{SBA}$

2. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABC):

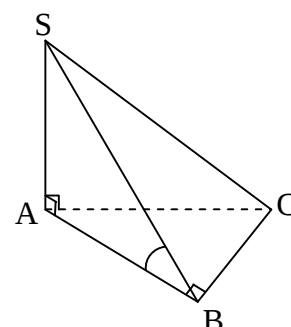
Ta có: $SA \perp (ABC)$ (gt)
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên (ABC) là AC
 $\Rightarrow (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$



H4.3 - Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC):

1. Tam giác ABC vuông tại B

Ta có: $BC \perp AB$ tại B (?)
 $BC \perp SB$ tại B (?)
 $(SBC) \cap (ABC) = BC$
 $\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AB, SB}) = \widehat{SBA}$



2. Tam giác ABC vuông tại CTa có: $BC \perp AC$ tại C (?) $BC \perp SC$ tại C (?) $(SBC) \cap (ABC) = BC$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AC, SC}) = \widehat{SCA}$$

3. Tam giác ABC vuông tại ATrong (ABC), vẽ $AM \perp BC$ tại M (?) $\Rightarrow BC \perp SM$ tại M(?) $(SBC) \cap (ABC) = BC$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AM, SM}) = \widehat{SMA}$$

⚠ **Chú ý:** ♦ M không là trung điểm BC

♦ Nếu $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$ thì M ở trên đoạn BC và gần B hơn

♦ Nếu $\widehat{ABC} < \widehat{ACB}$ thì M ở trên đoạn BC và gần C hơn

♦ Nếu $AB > AC$ thì M ở trên đoạn BC và gần C hơn

♦ Nếu $AB < AC$ thì M ở trên đoạn BC và gần B hơn

4. Tam giác ABC cân tại A (hoặc đều)

Gọi M là trung điểm BC

 $\Rightarrow BC \perp AM$ tại M (?) $\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)Mà $(SBC) \cap (ABC) = SM$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AM, SM}) = \widehat{SMA}$$

5. Tam giác ABC có $\widehat{ABC} > 90^\circ$ Trong (ABC), vẽ $AM \perp BC$ tại M (?) $\Rightarrow BC \perp SM$ tại M(?) $(SBC) \cap (ABC) = BC$

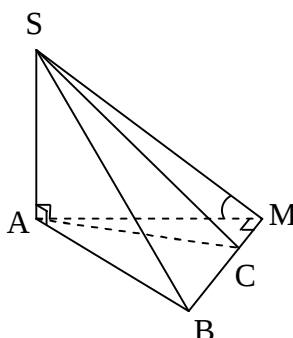
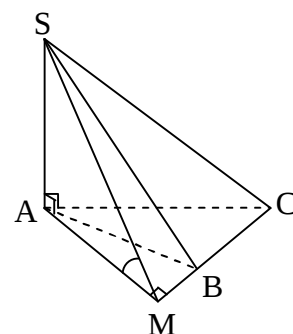
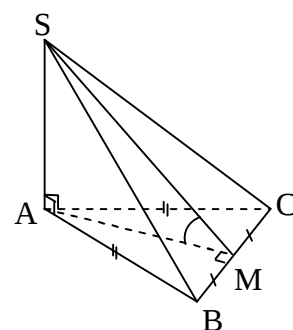
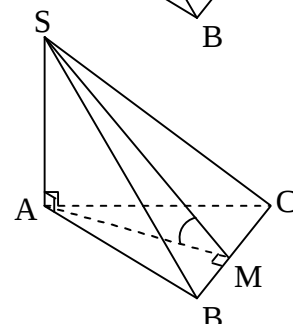
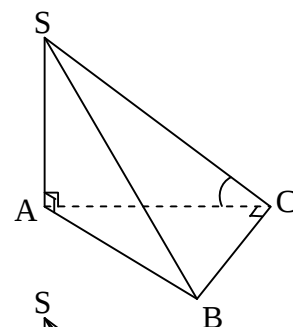
$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AM, SM}) = \widehat{SMA}$$

⚠ **Chú ý:** M nằm ngoài đoạn BC và ở về phía B

6. Tam giác ABC có $\widehat{ACB} > 90^\circ$ Trong (ABC), vẽ $AM \perp BC$ tại M (?) $\Rightarrow BC \perp SM$ tại M(?) $(SBC) \cap (ABC) = BC$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{AM, SM}) = \widehat{SMA}$$

⚠ **Chú ý:** M nằm ngoài đoạn BC và ở về phía C



H4.4 - Khoảng cách "điểm - mặt"

1. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC)

Trong mp(ABC), vẽ $BH \perp AC$ tại H

$\Rightarrow BH \perp (SAC)$ (?)

$\Rightarrow d[B, (SAC)] = BH$

🔗 **Chú ý:**

- ♦ Nếu $\triangle ABC$ vuông tại A thì $H \equiv A$ và khi đó $AB = d[B, (SAC)]$
- ♦ Nếu $\triangle ABC$ vuông tại C thì $H \equiv C$ và khi đó $BC = d[B, (SAC)]$

2. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB)

Trong mp(ABC), vẽ $CH \perp AB$ tại H

$\Rightarrow CH \perp (SAB)$ (?)

$\Rightarrow d[C, (SAB)] = CH$

🔗 **Chú ý:**

- ♦ Nếu $\triangle ABC$ vuông tại A thì $H \equiv A$ và khi đó $CA = d[C, (SAB)]$
- ♦ Nếu $\triangle ABC$ vuông tại B thì $H \equiv B$ và khi đó $CB = d[C, (SAB)]$

3. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)

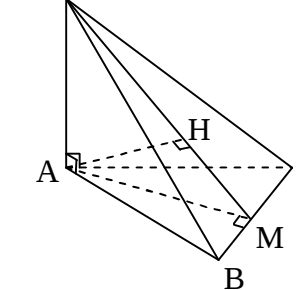
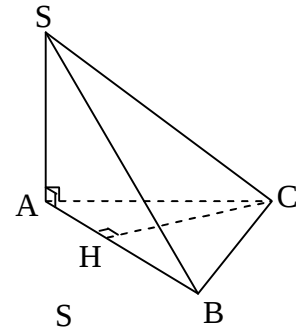
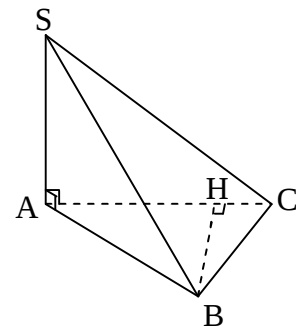
- Trong (ABC), vẽ $AM \perp BC$ tại M (?)

$\Rightarrow BC \perp SM$ tại M (?)

- Trong mp(SAM), vẽ $AH \perp SM$ tại H

$\Rightarrow d[A, (SBC)] = AH$

🔗 **Chú ý:** Tùy đặc điểm của $\triangle ABC$ để các định đúng vị trí của điểm M trên đường thẳng BC.



HÌNH 5

Hình chóp tam giác đều S.ABC

H5.1 - Đáy, đường cao, cạnh đáy, cạnh bên, mặt bên của hình chóp

1. Đáy: Tam giác ABC đều

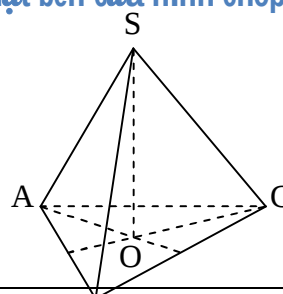
2. Đường cao: SO

3. Cạnh bên: $SA = SB = SC = SD$

4. Cạnh đáy: $AB = BC = CA$

5. Mặt bên: $\triangle SAB, \triangle SBC, \triangle SCA$

là các tam giác cân tại S và bằng nhau.



Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC $\Rightarrow SO \perp (ABC)$

🔗 **Chú ý:** Tứ diện đều S.ABC là hình chóp có đáy và các mặt bên là những tam giác đều bằng nhau.

H5.2 - Góc giữa cạnh bên và đáy

1. Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SO \perp (ABC)$ (?)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SA lên (ABC) là AO

$\Rightarrow (\widehat{SA, (ABC)}) = (\widehat{SA, AO}) = \widehat{SAO}$

2. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABC):

$$\begin{aligned} &\text{Tương tự } (\widehat{SB, (ABC)}) \\ &= (\widehat{SB, BO}) = \widehat{SBO} \end{aligned}$$

3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABC):

$$\text{Tương tự } (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, CO}) = \widehat{SCO}$$

$$\text{Chú ý: } \boxed{\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO}}$$

→ “Góc giữa các cạnh bên với mặt đáy bằng nhau”

H5.3 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy:**1. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABC):**

Ta có: $OM \perp AB$ tại M (?)

$$\Rightarrow AB \perp SM \text{ tại M (?)}$$

Mà $(SAB) \cap (ABC) = AB$

$$\Rightarrow (\widehat{(SAB), (ABC)}) = (\widehat{OM, SM}) = \widehat{SMO}$$

2. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC):

Ta có: $ON \perp BC$ tại N (?)

$$\Rightarrow BC \perp SN \text{ tại N (?)}$$

Mà $(SBC) \cap (ABC) = BC$

$$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = (\widehat{ON, SN}) = \widehat{SNO}$$

3. Góc giữa mặt bên (SAC) và mặt đáy (ABC):

Ta có: $OP \perp AC$ tại P (?)

$$\Rightarrow AC \perp SP \text{ tại P (?)}$$

Mà $(SAC) \cap (ABC) = AC$

$$\Rightarrow (\widehat{(SAC), (ABC)}) = (\widehat{OP, SP}) = \widehat{SPO}$$

$$\text{Chú ý: } \boxed{\widehat{SMO} = \widehat{SNO} = \widehat{SPO}}$$

→ “Góc giữa các mặt bên với mặt đáy bằng nhau”

H5.4 - Khoảng cách “điểm - mặt”**1. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB)**

- Trong mp(ABC), vẽ $OM \perp AB$ tại M

$$\Rightarrow AB \perp (SOM) (?)$$

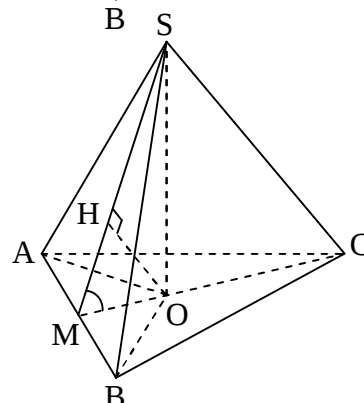
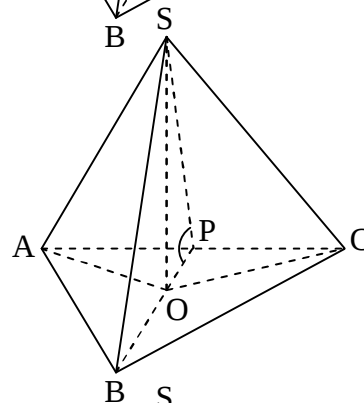
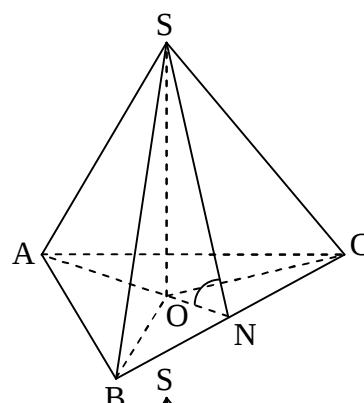
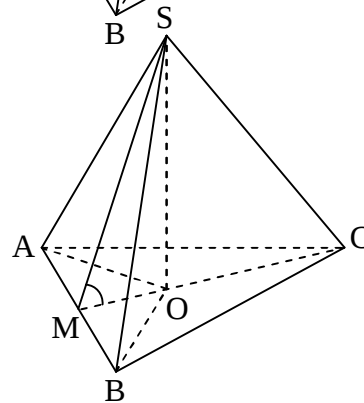
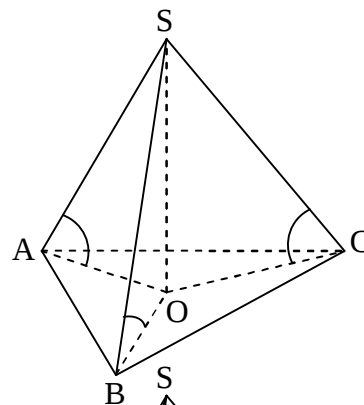
- Trong mp(SOM), vẽ $OH \perp SM$ tại H

$$\Rightarrow d[O, (SAB)] = OH$$

2. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB)

Vì O là trọng tâm của ΔABC nên $\frac{MC}{MO} = 3$

$$\Rightarrow d[C, (SAB)] = \frac{MC}{MO} \times d[O, (SAB)] = 3 d[O, (SAB)]$$



HÌNH 6a

Hình chóp S.ABC có một mặt bên (SAB) vuông góc với đáy (ABCD)

“Luôn luôn vẽ SH vuông góc với giao tuyến”

H6a.1 - Góc giữa cạnh bên và mặt đáy

- Vẽ $SH \perp AB$ tại H
- Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Chú ý: Tùy đặc điểm của tam giác SAB để xác định đúng vị trí của điểm H trên đường thẳng AB.

1. Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy (ABC):

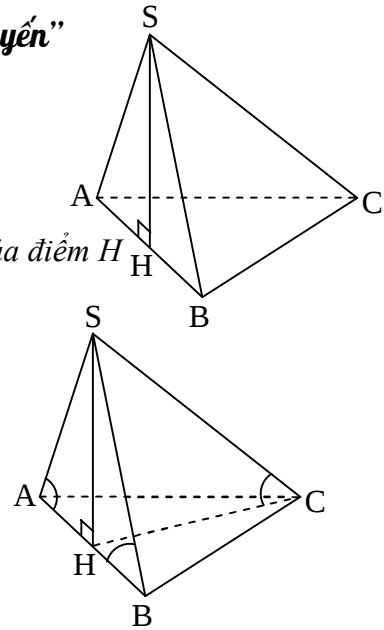
Ta có: $SH \perp (ABC)$ (?)
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SA lên (ABC) là AH
 $\Rightarrow (\widehat{SA, (ABC)}) = (\widehat{SA, AH}) = \widehat{SAH}$

2. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SH \perp (ABC)$ (?)
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SB lên (ABC) là BH $\Rightarrow (\widehat{SB, (ABC)}) = (\widehat{SB, BH}) = \widehat{SBH}$

3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABC):

Ta có: $SH \perp (ABC)$ (?)
 $\Rightarrow$ Hình chiếu của SC lên (ABC) là CH $\Rightarrow (\widehat{SC, (ABC)}) = (\widehat{SC, CH}) = \widehat{SCH}$



H6a.2 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy

- Vẽ $SH \perp AB$ tại H
- Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Chú ý: Tùy đặc điểm của tam giác SAB để xác định đúng vị trí của điểm H trên đường thẳng AB.

1. Góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABC):

Vì $(SAB) \perp (ABC)$ nên $(\widehat{(SAB), (ABC)}) = 90^\circ$

2. Góc giữa mặt bên (SAC) và mặt đáy (ABC):

Vẽ $HM \perp AC$ tại M

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HM \perp AC \\ SH \perp AC \end{array} \right\}$

$\Rightarrow AC \perp (SHM)$, mà $SM \subset (SHM) \Rightarrow SM \perp AC$

$\Rightarrow (\widehat{(SAC), (ABC)}) = (\widehat{HM, SM}) = \widehat{SMH}$

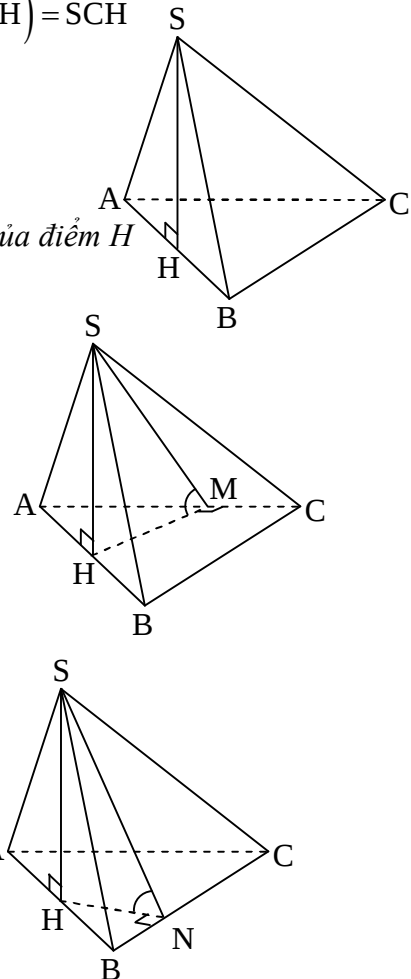
3. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABC):

Vẽ $HN \perp BC$ tại N

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HN \perp BC \\ SH \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SHN)$, mà $SN \subset (SHN)$

$\Rightarrow SN \perp AB$

$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABC)}) = (\widehat{HN, SN}) = \widehat{SNH}$



HÌNH 6b

Hình chóp S.ABCD có một mặt bên (SAB) vuông góc với đáy (ABCD) và ABCD là hình chữ nhật hoặc hình vuông

“Luôn luôn vẽ SH vuông góc với giao tuyến”

H6b.1 - Góc giữa cạnh bên và mặt đáy

- Vẽ $SH \perp AB$ tại H
- Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$

Chú ý: Tùy đặc điểm của tam giác SAB để xác định đúng vị trí của điểm H trên đường thẳng AB.

1. Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy (ABCD):

Ta có: $SH \perp (ABCD)$ (?)

$\Rightarrow$ Hình chiếu của SA lên (ABC) là AH $\Rightarrow (\widehat{SA, (ABCD)}) = (\widehat{SA, AH}) = \widehat{SAH}$

2. Góc giữa cạnh bên SB và mặt đáy (ABCD):

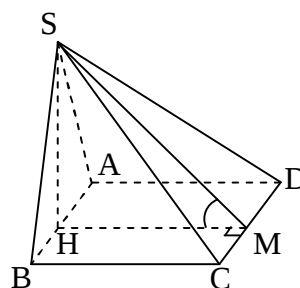
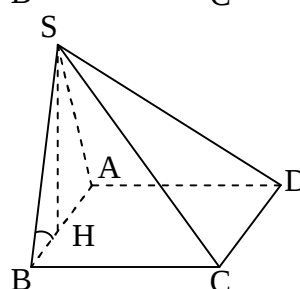
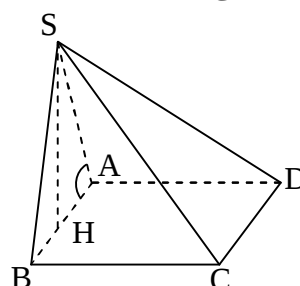
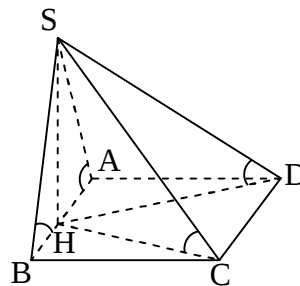
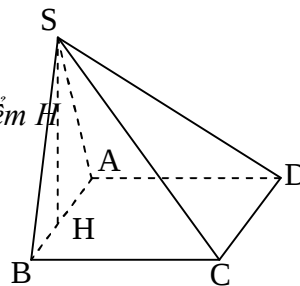
Tương tự $(\widehat{SB, (ABCD)}) = (\widehat{SB, BH}) = \widehat{SBH}$

3. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy (ABCD):

Tương tự $(\widehat{SC, (ABCD)}) = (\widehat{SC, CH}) = \widehat{SCH}$

4. Góc giữa cạnh bên SD và mặt đáy (ABCD):

Tương tự $(\widehat{SD, (ABCD)}) = (\widehat{SD, DH}) = \widehat{SDH}$

**H6b.2 - Góc giữa mặt bên và mặt đáy:****1. Góc giữa mặt bên (SAD) và mặt đáy (ABCD):**

Ta có: $HA \perp AD$ (?)

$SH \perp AD$ (?)

$\Rightarrow AD \perp (SHA) \Rightarrow AD \perp SA$

Mà $(SAD) \cap (ABCD) = AD \Rightarrow (\widehat{(SAD), (ABCD)}) = (\widehat{SA, AH}) = \widehat{SAH}$

2. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy (ABCD):

Ta có: $BA \perp BC$ (?)

$SH \perp BC$ (?)

$\Rightarrow BC \perp (SHB) \Rightarrow BC \perp SB$

Mà $(SBC) \cap (ABCD) = BC$

$\Rightarrow (\widehat{(SBC), (ABCD)}) = (\widehat{SB, AH}) = \widehat{SBH}$

3. Góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy (ABCD):

Trong (ABCD), vẽ $HM \perp CD$ tại M

Ta có: $\left. \begin{array}{l} HM \perp CD \\ SH \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (SHM) \Rightarrow CD \perp SM$

Mà $(SCD) \cap (ABCD) = CD$

$\Rightarrow (\widehat{(SCD), (ABCD)}) = (\widehat{HM, SM}) = \widehat{SMH}$

HÌNH 7 Hình lăng trụ

① Lăng trụ có:

- Hai đáy song song và là 2 đa giác bằng nhau
- Các cạnh bên song song và bằng nhau
- Các mặt bên là các hình bình hành

② Lăng trụ đứng là lăng trụ có các **cạnh bên vuông góc** với đáy

③ Lăng trụ tam giá đều là lăng trụ **đứng**, có đáy là **tam giác đều**

④ Lăng trụ có đáy là **tam giác đều** là lăng trụ **xiên**, có đáy là **tam giác đều**

⑤ Lăng trụ tứ giác đều là lăng trụ **đứng**, có đáy là **hình vuông**

⑥ Lăng trụ có đáy là **tứ giác đều** là lăng trụ **xiên**, có đáy là **hình vuông**

⑦ Hình hộp là hình lăng trụ **xiên**, có đáy là **hình bình hành**

⑧ Hình hộp đứng là lăng trụ **đứng**, có đáy là **hình bình hành**

⑨ Hình hộp chữ nhật là lăng trụ **đứng**, có đáy là **hình chữ nhật**

⑩ Hình lập phương là lăng trụ **đứng**, có đáy và các mặt bên là **hình vuông**.

⑪ Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

- Góc giữa $mp(A'BC)$ và $mp(ABC)$:

Vẽ $AM \perp BC$ tại M

$\Rightarrow A'M \perp BC$ (?)

$\Rightarrow (\widehat{(A'BC), (ABC)}) = \widehat{AMA'}$

- **Chú ý:** Tùy đặc điểm của tam giác ABC để xác định đúng vị trí của điểm M trên đường thẳng BC .

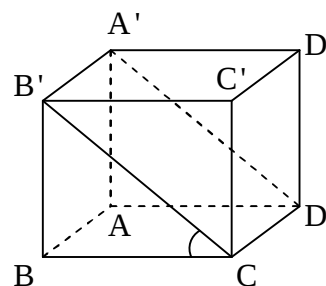
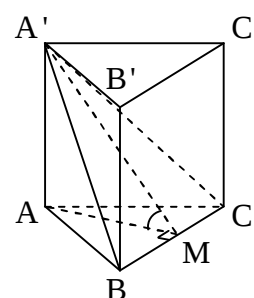
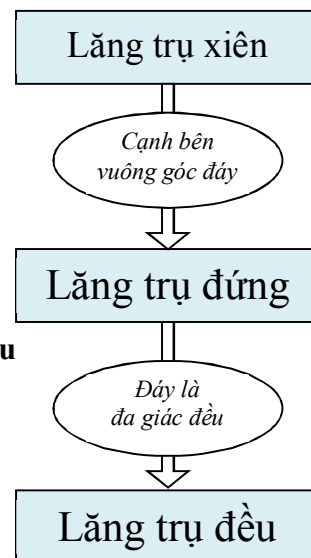
⑫ Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

- Góc giữa $mp(A'B'CD)$ và $mp(ABCD)$:

Ta có: $BC \perp CD$

$\Rightarrow CD \perp B'C$ (?)

$\Rightarrow (\widehat{(A'B'CD), (ABCD)}) = \widehat{BCB'}$



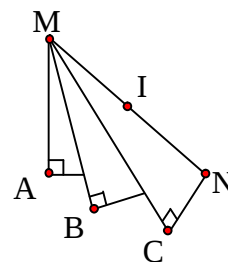
HÌNH 8

Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

1. **Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp:** Là điểm cách đều các đỉnh của đáy và đỉnh của hình chóp ấy.

2. Cách xác định tâm I:

Cách 1 : Nếu A, B, C, ... cùng nhìn đoạn MN theo 1 góc vuông thì A, B, C, ..., M, N cùng thuộc mặt cầu có đường kính MN. Tâm I là trung điểm MN.



Cách 2 : (Tổng quát) Dựng tâm I theo các bước:

Bước 1: Dựng trục Δ của đáy. (vuông góc đáy tại tâm ngoại)

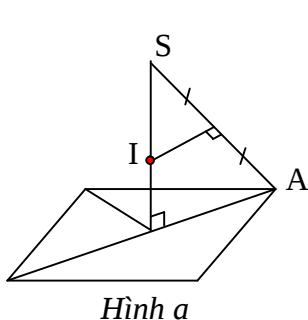
Bước 2:

- o Nếu cạnh bên SA cắt hoặc song song với Δ thì trong mặt phẳng (SA, Δ), đường trung trực SA cắt Δ tại I (hình a, b).
- o Nếu cạnh bên SA không đồng phẳng với Δ thì mặt phẳng trung trực của SA cắt Δ tại I.

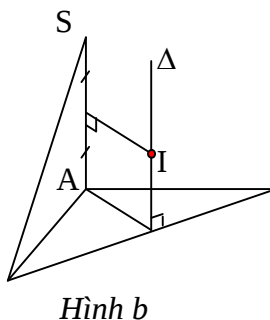
Cách 3 : I là giao của hai trục

Bước 1: Dựng trục Δ_1 của đáy.

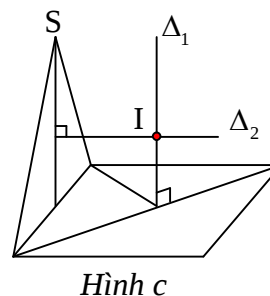
Bước 2: Dựng trục Δ_2 của 1 mặt bên (chọn mặt bên là tam giác đặc biệt). Tâm I là giao của Δ_1 và Δ_2 (hình c).



Hình a



Hình b

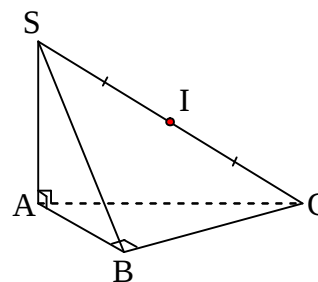


Hình c

3. Tâm mặt cầu ngoại tiếp một số hình đặc biệt:

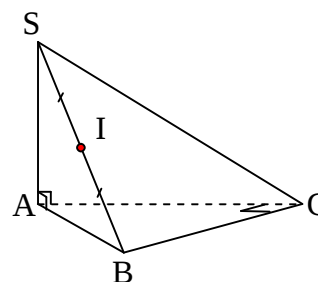
① Hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại B:

- Ta có $BC \perp AB$ (?)
 $\Rightarrow BC \perp SB$ (?)
 $\Rightarrow \widehat{SBC} = 90^\circ$ (1)
- Mặt khác ta có: $SA \perp AC$
 $\Rightarrow \widehat{SAC} = 90^\circ$ (2)
- Từ (1) và (2) suy ra A, B, S, C cùng thuộc mặt cầu đường kính SC. Tâm I là trung điểm SC.



② Hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại C:

- Ta có $BC \perp AC$ (?)
 $\Rightarrow BC \perp SC$ (?)
 $\Rightarrow \widehat{SCB} = 90^\circ$ (1)
- Mặt khác ta có: $SA \perp AB$
 $\Rightarrow \widehat{SAB} = 90^\circ$ (2)
- Từ (1) và (2) suy ra A, C, S, B cùng thuộc mặt cầu đường kính SB. Tâm I là trung điểm SB.



③ Hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và ABCD là hình chữ nhật:

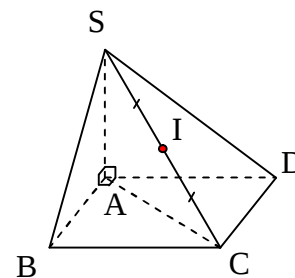
- Ta có $\widehat{SAC} = 90^\circ$ (?)

$$\widehat{SBC} = 90^\circ$$

$$\widehat{SDC} = 90^\circ$$

$\Rightarrow$ A, B, D cùng thuộc mặt cầu đường kính

SC. Tâm I là trung điểm SC.



④ Hình chóp tam giác đều S.ABC có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° :

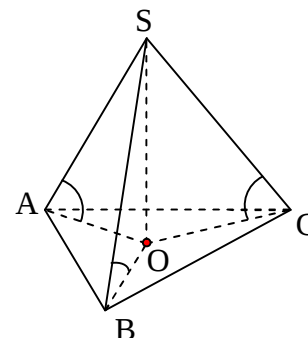
- Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45°

$$\Rightarrow \widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = 45^\circ$$

$\Rightarrow \triangle SOA, \triangle SOB, \triangle SOC$ là các tam giác vuông cân tại O

$$\Rightarrow OS = OA = OB = OC$$

$\Rightarrow$ O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.



⑤ Hình chóp tứ giác đều S.ABCD có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45° :

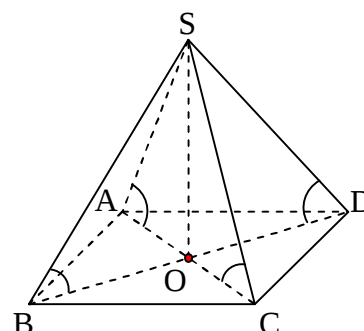
- Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45°

$$\Rightarrow \widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = \widehat{SDO} = 45^\circ$$

$\Rightarrow \triangle SOA, \triangle SOB, \triangle SOC, \triangle SOD$ là các tam giác vuông cân tại O

$$\Rightarrow OS = OA = OB = OC = OD$$

$\Rightarrow$ O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.



⑥ Hình chóp tứ giác đều S.ABCD có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° :

- Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°

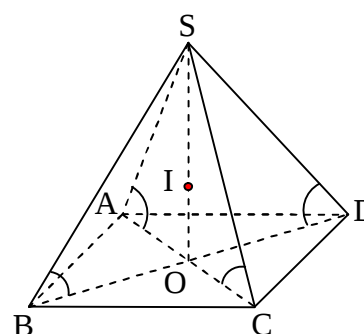
$$\Rightarrow \widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SCO} = \widehat{SDO} = 60^\circ$$

$\Rightarrow \triangle SAC, \triangle SBD$ là các tam giác đều

- Gọi I là trọng tâm $\triangle SAC$ thì I cũng là trọng tâm $\triangle SBD$

$$\Rightarrow IS = IA = IB = IC = ID$$

$\Rightarrow$ I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD

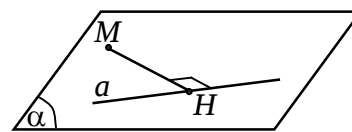


D - KHOẢNG CÁCH

① Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng a là MH , với H là hình chiếu của M trên đường thẳng a .

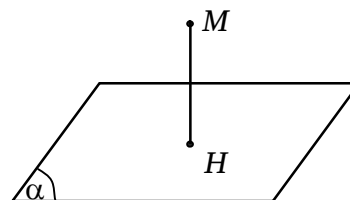
Kí hiệu: $d(M, a) = MH$.



② Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) là MH , với H là hình chiếu của M trên mặt phẳng (α) .

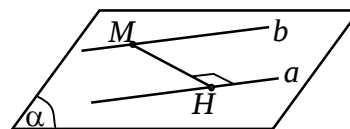
Kí hiệu: $d[M, (\alpha)] = MH$.



③ Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường này đến đường kia.

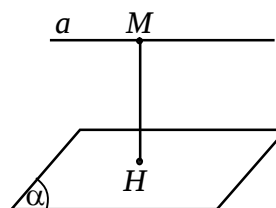
$d(a, b) = d(M, b) = MH$ ($M \in a$)



④ Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song.

Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (α) song song với nhau là khoảng cách từ một điểm M bất kì thuộc đường a đến mặt phẳng (α) .

$d[a, (\alpha)] = d[M, (\alpha)] = MH$ ($M \in a$)

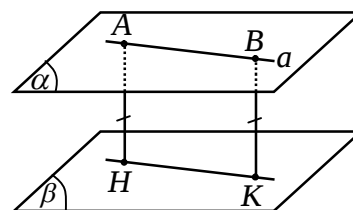


⑤ Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì của mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

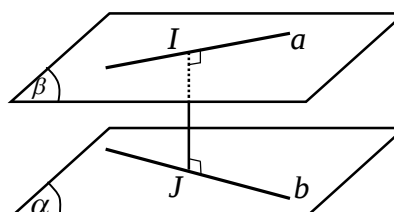
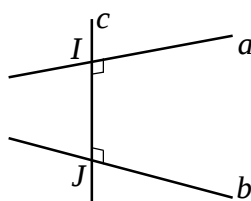
$d[(\alpha), (\beta)] = d[a, (\alpha)] = d[A, (\beta)] = AH$

(với $a \subset (\alpha)$; $A \in a$.)



⑥ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.

- Đường thẳng c cắt hai đường thẳng a, b và cùng vuông góc với mỗi đường thẳng ấy gọi là **đường vuông góc chung** của a và b . IJ gọi là đoạn vuông góc chung của a và b .



- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

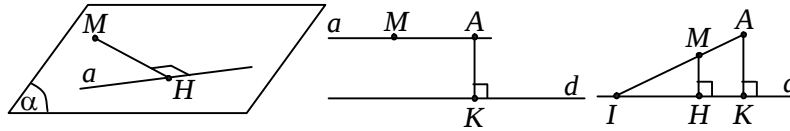
1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng, mặt phẳng

1. Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d cho trước

Các bước thực hiện:

Bước 1. Trong mặt phẳng (M, d) hạ $MH \perp d$ với $H \in d$.

Bước 2. Thực hiện việc xác định độ dài MH dựa trên hệ thức lượng trong tam giác, tứ giác, đường tròn, ...



⚡ **Chú ý:**

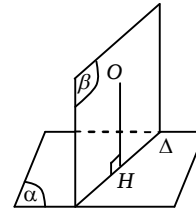
- Nếu tồn tại đường thẳng a qua A và song song với d thì: $d[M, d] = d[A, d] = AK$ với $A \in d$.
- Nếu $MA \cap d = I$, thì: $\frac{d[M, d]}{d[A, d]} = \frac{MI}{AI}$

2. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (α)

Các bước thực hiện:

Bước 1. Tìm hình chiếu H của O lên (α) .

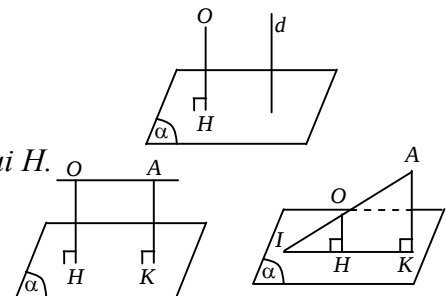
- Tìm mặt phẳng (β) qua O và vuông góc với (α) .
- Tìm $\Delta = (\alpha) \cap (\beta)$.
- Trong mặt phẳng (β) , kẻ $OH \perp \Delta$ tại H
 $\Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc của O lên (α) .



Bước 2. Khi đó OH là khoảng cách từ O đến (α) .

⚡ **Chú ý:**

- Chọn mặt phẳng (β) sao cho dễ tìm giao tuyến với (α) .
- Nếu đã có đường thẳng $d \perp (\alpha)$ thì kẻ $Ox \parallel d$ cắt (α) tại H .
- Nếu $OA \parallel (\alpha)$ thì: $d[O, (\alpha)] = d[A, (\alpha)]$.
- Nếu OA cắt (α) tại I thì: $\frac{d[O, (\alpha)]}{d[A, (\alpha)]} = \frac{OI}{AI}$



2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

- Đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b

✦ Trường hợp $a \perp b$:

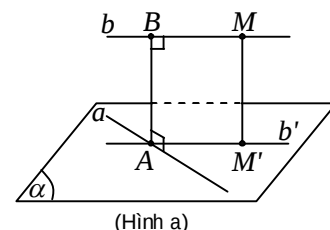
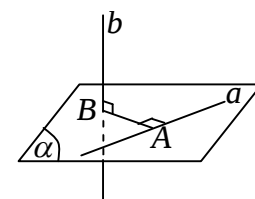
- Dựng mặt phẳng (α) chứa a và vuông góc với b tại B .
- Trong (α) dựng $BA \perp a$ tại A .

$\Rightarrow AB$ là đoạn vuông góc chung.

✦ Trường hợp a và b không vuông góc với nhau.

Cách 1: (Hình a)

- Dựng mp (α) chứa a và song song với b .
 - Lấy điểm M tùy ý trên b dựng $MM' \perp (\alpha)$ tại M' .
 - Từ M' dựng $b' \parallel b$ cắt a tại A .
 - Từ A dựng $AB \parallel MM'$ cắt b tại B .
- $\Rightarrow AB$ là đoạn vuông góc chung.



(Hình a)

Cách 2: (Hình b)

- Dụng mặt phẳng $(\alpha) \perp a$ tại O , (α) cắt b tại I
- Dụng hình chiếu vuông góc b' của b lên (α)
- Trong mp (α) , vẽ $OH \perp b'$ tại H .
- Từ H dụng đường thẳng song song với a cắt b tại B
- Từ B dụng đường thẳng song song với OH cắt a tại A .

$\Rightarrow AB$ là đoạn vuông góc chung.

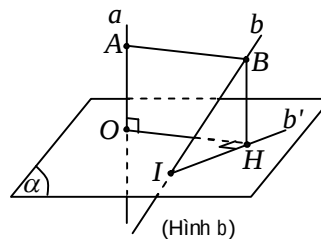
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b

Cách 1. Dùng đường vuông góc chung:

- Tìm đoạn vuông góc chung AB của a và b .
- $d[a, b] = AB$.

Cách 2. Dụng mặt phẳng (α) chứa a và song song với b . Khi đó: $d[a, b] = d[b, (\alpha)]$

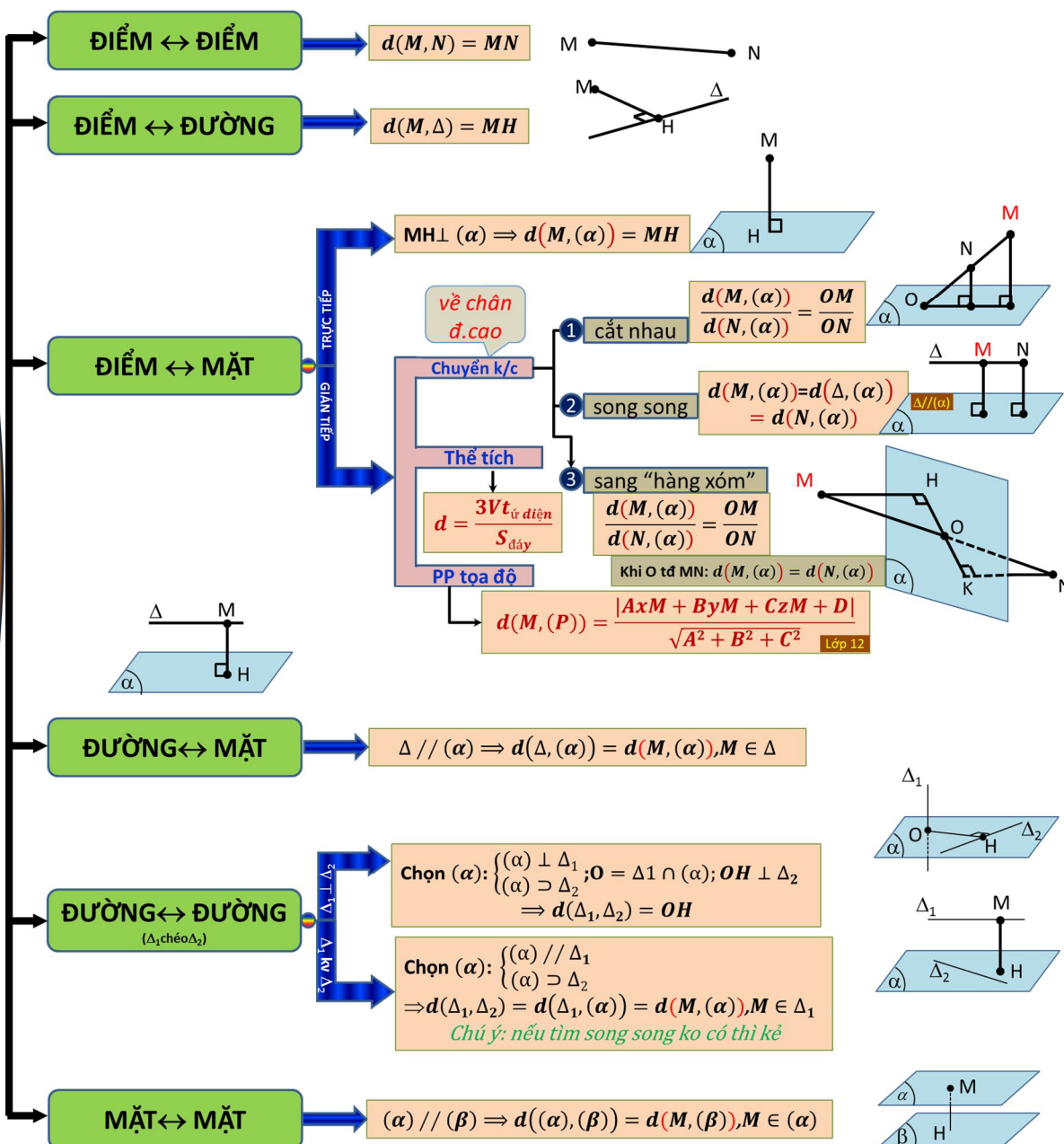
Cách 3. Dụng 2 mặt phẳng song song và lần lượt chứa a và b . Khi đó: $d[a, b] = d[(\alpha), (\beta)]$



(Hình b)

3. Tổng hợp khoảng cách

KHOẢNG CÁCH



PHẦN 2. TRÍCH ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2016

ĐỀ SỐ 1 - THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - NĂM 2016

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Biết $AB = 3$, $BC = 3\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

ĐỀ SỐ 2 - THPT HÀN THUYỀN, BẮC NINH (CLĐN)

Cho hình chóp đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích tam giác SAC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

ĐỀ SỐ 3 - THPT HÀN THUYỀN, BẮC NINH (L1)

Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$. Tam giác SAD là tam giác vuông cân đỉnh S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD .

ĐỀ SỐ 4 - THPT THẠCH THÀNH 1, THANH HÓA

Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao SA bằng $2a$, tam giác ABC vuông ở C có $AB = 2a$, $\widehat{CAB} = 30^\circ$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SC . Tính theo a thể tích của khối chóp $H.ABC$. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) , (SBC) .

ĐỀ SỐ 5 - THPT KHOÁI CHÂU, HƯNG YÊN

Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $SA = \frac{a}{2}$, $SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy. Gọi H , K lần lượt là trung điểm của AB , BC . Tính thể tích tứ diện $KSDC$ và tính cosin của góc giữa đường thẳng SH và DK .

ĐỀ SỐ 6 - THPT YÊN MỸ, HƯNG YÊN

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của IB và SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ biết $SH = \frac{a\sqrt{13}}{4}$

- Hãy tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
- Gọi M là trung điểm của SB , N thuộc SC sao cho $SC = 3SN$. Tính tỉ số thể tích khối chóp $S.AMN$ và khối chóp $S.ABCD$.
- Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

ĐỀ SỐ 7 - THPT TAM ĐẢO, VĨNH PHÚC

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với cạnh $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB , SC tạo với đáy một góc bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCD) .

ĐỀ SỐ 8 - THPT TRẦN HƯNG ĐẠO, ĐẮK NÔNG (Lần 1)

Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B , $SA = a$, SB hợp với đáy một góc 30° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách giữa AB và SC .

ĐỀ SỐ 9 - THPT TRẦN HƯNG ĐẠO, TP HCM

Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $4a$. Lấy H, K lần lượt trên AB, AD sao cho $BH = 3HA, AK = 3KD$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $ABCD$ tại H lấy S sao cho góc $\widehat{SBH} = 30^\circ$. Gọi E là giao điểm của CH và BK .

- Tính $V_{S.ABCD}$.
- Tính $V_{S.BHKC}$ và $d(D, (SBH))$.
- Tính cosin góc giữa SE và BC .

ĐỀ SỐ 10 - THPT LÝ THÁI TỔ, BẮC NINH (L1)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = 2, AC = 4$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của đoạn thẳng AC . Cạnh bên SA tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

ĐỀ SỐ 11 - THPT NGÔ SỸ LIÊN, BẮC GIANG (L1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, BC = 2a$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC .

ĐỀ SỐ 12 - THPT NGÔ SỸ LIÊN, BẮC GIANG (L2)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a, BC = 4a$ và AB vuông góc với mặt phẳng (SBC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a .

ĐỀ SỐ 13 - THPT VIỆT YÊN II, BẮC GIANG

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SMN) .

ĐỀ SỐ 14 - THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thuộc đoạn AB sao cho $BH = 2AH$. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) .

ĐỀ SỐ 15 - THPT ĐẮK MIL, ĐẮK NÔNG (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Gọi M, N lần lượt là trung

điểm của các cạnh bên SA và SB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ S đến mặt phẳng (DMN).

ĐỀ SỐ 16 - THPT BỐ HẠ, BẮC GIANG (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$. Mặt bên (SAB) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD .

ĐỀ SỐ 17 - THPT ĐỨC THỌ, HÀ TĨNH

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD .

ĐỀ SỐ 18 - THPT ĐỘI CÁN, BẮC NINH

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết tam giác SAB cân và góc giữa SD với mặt đáy bằng 30° .

- Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .
- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC .

ĐỀ SỐ 19 - THPT VIỆT TRÌ, PHÚ THỌ (Lần 1)

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông; M , N lần lượt là trung điểm của CC' và $B'C'$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B'$ và MN .

ĐỀ SỐ 20 - THPT TRẦN HƯNG ĐẠO, ĐẮKNÔNG (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 8a$, tam giác ABC đều cạnh bằng $4a$; M , N lần lượt là trung điểm của cạnh SB và BC . Tính theo a thể tích hình chóp và khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng (AM).

ĐỀ SỐ 21 - THPT YÊN LẠC 2, VINH PHÚC (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Các cạnh $AB = BC = 2a$, $AD = a$, tam giác SBC đều, mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng ($ABCD$).

ĐỀ SỐ 22 - THPT LAM KINH, THANH HÓA (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi I là trung điểm AB , H là giao điểm của BD với IC . Các mặt phẳng (SBD) và (SIC) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SAB) và ($ABCD$) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và IC .

ĐỀ SỐ 23 - THPT XUÂN TRƯỜNG, NAM ĐỊNH

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy ($ABCD$). Biết $SD = 2a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi đường thẳng SC

với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) .

ĐỀ SỐ 24 - THPT NGUYỄN TRUNG THIÊN, HÀ TĨNH (Lần 1)

THPT NGUYỄN THI MINH KHAI, HÀ TĨNH (Lần 1)

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a$, $BC = 2a$, $\widehat{ACB} = 120^\circ$ và đường thẳng $A'C$ tạo với $mp(ABB'A')$ một góc 30° . Gọi M là trung điểm BB' . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách từ đỉnh A' đến $mp(ACM)$ theo a

ĐỀ SỐ 25 - THPT HẬU LỘC 2, THANH HÓA (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD , SB theo a .

ĐỀ SỐ 26 - THPT YÊN LẠC, VĨNH PHÚC

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm G của tam giác ABC , góc giữa SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và cosin của góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SAB) .

ĐỀ SỐ 27 - THPT CHUYÊN NGUYỄN ĐÌNH CHIỂU, ĐỒNG THÁP

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $SA \perp (ABCD)$, SC hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α với $\tan \alpha = \frac{4}{5}$, $AB = 3a$ và $BC = 4a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .

ĐỀ SỐ 28 - THPT TRIỆU SƠN, THANH HÓA

Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AD = 3a$, $AC = 5a$, góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) .

ĐỀ SỐ 29 - SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm của đoạn AD . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng KH và SD .

ĐỀ SỐ 30 - THPT THUẬN THÀNH 1, BẮC NINH

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD biết góc giữa SC và mặt phẳng chứa đáy là α với $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

ĐỀ SỐ 31 - THPT LÝ THÁI TỔ, BẮC NINH (Lần 2)

Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 120^\circ$ và $AC' = a\sqrt{5}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BD theo a .

ĐỀ SỐ 32 - THPT NGUYỄN KHUYẾN, TPHCM (Lần 1)

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Gọi M là trung điểm của AD và N là tâm của hình vuông $CC'D'D$. Tính thể tích của khối cầu đi qua bốn đỉnh M, N, B, C' và khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B'$ với MN .

ĐỀ SỐ 33 - THPT PHÙ CÙ, HƯNG YÊN

Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Biết góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $B'C$ và $C'D$ theo a .

ĐỀ SỐ 34 - THPT KIM LIÊN, HÀ NỘI

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B và $AB = a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB . Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng $3a^2$.

- Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.
- Tính khoảng cách từ điểm B đến mp(ACB').

ĐỀ SỐ 35 - THPT THANH CHUÔNG 1, NGHỆ AN (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh BC sao cho $HC = 2HB$, góc giữa SA với (ABC) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB .

ĐỀ SỐ 36 - THPT BÌNH MINH, NINH BÌNH

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của IB , vẽ SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa SC với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

ĐỀ SỐ 37 - THPT LƯƠNG NGỌC QUYẾN, THÁI NGUYÊN

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I . Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, góc $\angle ACB = 30^\circ$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

ĐỀ SỐ 38 - THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC (Lần 3)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi I là trung điểm cạnh AB . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy là trung điểm H của CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SBC) .

ĐỀ SỐ 39 - THPT NGUYỄN VĂN TRỖI, HÀ TĨNH (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA = a$, $AB = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAC . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BGC) .

ĐỀ SỐ 40 - THPT SỐ 3 BẢO THẮNG, LÀO CAI (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $4a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° , M là trung điểm của BC , N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $DN = a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MN .

ĐỀ SỐ 41 - THPT TRẦN PHÚ, HÀ TĨNH

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $AB = 3a$, $BC = 5a$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' trên mặt phẳng (ABC) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

ĐỀ SỐ 42 - THPT NGHÈN, HÀ TĨNH

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, góc tạo bởi SB và mặt đáy bằng 60° , I là trung điểm cạnh BC , là hình chiếu của lên S . Tính theo thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đến mặt phẳng (ABH)

ĐỀ SỐ 43 - THPT NÚI THÀNH, QUẢNG NAM

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , Đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° .

1) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a

2) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB theo a .

ĐỀ SỐ 44 – THPT PHAN THÚC TRỰC, NGHỆ AN (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $3a$, hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $AB = 3AH$. Góc tạo bởi SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

ĐỀ SỐ 45 - THPT MARIE-CURIE, TPHCM

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$ và $AD = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là trung điểm H của đoạn AB . Cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) .

ĐỀ SỐ 46 - THPT HÙNG VƯƠNG, BÌNH PHƯỚC (Lần 1)

- 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, SD hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ góc bằng 45° . Gọi M là trung điểm của cạnh CD . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AM .
- 2) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh $AB = a$, $AA_1 = 2a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ và khoảng cách từ A đến (A_1BC) .

ĐỀ SỐ 47 - THPT HÙNG VƯƠNG, BÌNH PHƯỚC (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C , $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB , biết rằng $SH = a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (MAC) , trong đó M là trung điểm của cạnh SB .

ĐỀ SỐ 48 - THPT ĐA PHÚC, HÀ NỘI (Lần 1)

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

ĐỀ SỐ 49 - THPT KẾ SẮT, HẢI DƯƠNG

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA .

ĐỀ SỐ 50 - THPT TRẦN NHÂN TÔNG, QUẢNG NINH

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ và góc giữa SC với $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng CE và SB trong đó E là trung điểm của SD .

ĐỀ SỐ 51 - THPT QUỲNH LƯU, THANH HÓA

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 30^\circ$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB với AC .

ĐỀ SỐ 52 - THPT LÊ LỢI, THANH HÓA

Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $BC = 2a$, Góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với $mp(ABC)$, tam giác SAB cân tại S , tam giác SBC vuông tại S . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm A tới $mp(SBC)$.

ĐỀ SỐ 53 - THPT NGUYỄN VIẾT XUÂN, PHÚ YÊN

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

ĐỀ SỐ 54 - THPT ĐỒNG ĐẬU, VĨNH PHÚC (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $mp(ABCD)$. Biết $AC = 2a$, $BD = 4a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC .

ĐỀ SỐ 55 - THPT LÝ TỰ TRỌNG, NAM ĐỊNH

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = a$; $AD = 2a$, tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của SD . Tính thể tích khối chóp $S.ACD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và SC .

ĐỀ SỐ 56 - THPT HỒNG LĨNH, HÀ TĨNH

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều có cạnh bằng a , cạnh bên tạo với đáy góc 30° . Biết hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'ABC$.

ĐỀ SỐ 57 - THPT LƯƠNG TÀI 2, BẮC NINH

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $BC = 2a$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm O của AC và BD , $SO = a$, G là trọng tâm của tam giác SBO . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và CG .

ĐỀ SỐ 58 - THPT NHƯ XUÂN, THANH HÓA

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Gọi I là trung điểm BC , H là hình chiếu vuông góc của A lên SI .

- Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Tính khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) theo a .

ĐỀ SỐ 59 - THPT HỒNG QUANG, HẢI DƯƠNG

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi M là trung điểm CD , SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ với H là giao điểm của AC với BM . Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM theo a .

ĐỀ SỐ 60 - THPT TĨNH GIA 1, THANH HÓA

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$; các mặt phẳng (SAD) và (SAB) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$; góc tạo bởi SC với $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng NC và SD với N là điểm nằm trên cạnh AD sao cho $DN = 2AN$.

ĐỀ SỐ 61 - THPT CHUYÊN NGUYỄN HUỆ, HÀ NỘI (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm của AD , góc giữa đường thẳng SB và mặt đáy bằng 60° . Gọi M là trung điểm của DC . Tính thể tích khối chóp $S.ABM$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BM .

ĐỀ SỐ 62 - THPT NGÔ SĨ LIÊN, BẮC GIANG (Lần 3)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC , đường thẳng SD tạo với mặt đáy $ABCD$ một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD theo a .

ĐỀ SỐ 63 - THPT CHUYÊN HẠ LONG, QUẢNG NINH

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAC là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt (ABC) , đường thẳng SB tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° , M là trung điểm cạnh BC . Tính theo a thể tích khối $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM , AC .

ĐỀ SỐ 64 - THPT CHUYÊN ĐH VINH (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , SD vuông góc với mặt $(ABCD)$, $AD = a$, $\widehat{AOB} = 120^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC , SB .

ĐỀ SỐ 65 - NHÓM GIA SƯ TRỰC TUYẾN

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $SO \perp (ABCD)$. Biết khoảng cách từ O đến SA là $a\sqrt{2}$, góc tạo bởi giữa đáy và mặt bên (SAD) là 60° và độ dài đường chéo AC của hình chữ nhật bằng 4 lần khoảng cách từ O đến mặt bên (SAD) . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và DC .

ĐỀ SỐ 66 - THPT HÀN THUYỀN, BẮC NINH (Lần 2)

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của B xuống mặt đáy $(A'B'C')$ là trung điểm H của cạnh $A'B'$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ biết góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 45° .

ĐỀ SỐ 67 - THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG, GIA LAI (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $AB=AC=a$. Trên cạnh BC lấy điểm H sao cho $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$, SH vuông góc với mp (ABC) , góc giữa SA và mp (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích hình chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

ĐỀ SỐ 68 - THPT NGUYỄN KHUYẾN, TP HCM (Lần 3)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi với $SA = AB = a$, góc $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Các mặt phẳng (SAC) , (SBD) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a thể tích tứ diện $S.ABC$ và góc giữa SB và (SCD) .

ĐỀ SỐ 69 - THPT HÀ HUY TẬP, NGHỆ AN

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . H là trung điểm AB , SH vuông góc với mp $(ABCD)$, tam giác SAB vuông tại S . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường BD , SC theo a .

ĐỀ SỐ 70 - THPT QUẢNG XƯƠNG 4, THANH HÓA

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . $AB = 2a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CM theo a .

ĐỀ SỐ 71 - THPT CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH, ĐỒNG NAI

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là 30° . Gọi N là trung điểm của BB' . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và cosin của góc tạo bởi AB và CN .

ĐỀ SỐ 72 - THPT QUỐC OAI, HÀ NỘI

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$. H là giao điểm của AC và MD . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ADCM$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC theo a .

ĐỀ SỐ 73 - THPT ANH SƠN 2, NGHỆ AN (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2\sqrt{2}a$. Hình chiếu vuông góc của điểm S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác BCD . Đường thẳng SA tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD theo a .

ĐỀ SỐ 74 - THPT TRẦN QUANG KHẢI (Lần 3)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy, tam giác SAB cân tại S và SC tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA theo a .

ĐỀ SỐ 75 - THPT PHÚ XUYỀN B, HÀ NỘI

Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA=2a$, $AB=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ M tới mặt phẳng (SAB) .

ĐỀ SỐ 76 - THPT CHUYÊN KHTN HÀ NỘI (Lần 3)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = a$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BC .

ĐỀ SỐ 77 - THPT CHUYÊN NG. QUANG ĐIỀU, ĐỒNG THÁP (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = a$, K là hình chiếu vuông góc của B lên đường chéo AC , các điểm H , M lần lượt là trung điểm của AK và DC , SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MH .

ĐỀ SỐ 78 - THPT TRUNG GIÃ, HÀ NỘI (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AD = 3BC = 3\sqrt{3}a$, $AB = 2\sqrt{2}a$ tam giác SAB đều trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và góc tạo bởi đường thẳng SA với mặt phẳng (SCD) .

ĐỀ SỐ 79 - THPT CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU, AN GIANG (Lần 1)

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và mặt bên $BB'C'C$ là hình vuông. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa 2 đường thẳng AA' , BC' .

ĐỀ SỐ 80 - THPT CHUYÊN LÀO CAI (Lần 2)

Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật có các cạnh $AB = 2a$, $AD = a$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$, cạnh AC cắt MD tại H . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.HCD$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC theo a .

ĐỀ SỐ 81 - THPT CHUYÊN NGUYỄN HUỆ, HÀ NỘI (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{ASC} = \widehat{ABC} = 90^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .

ĐỀ SỐ 82 - THPT LƯƠNG TÀI 2, BẮC NINH (Lần 3)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng 45° . Gọi E là trung điểm BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC theo a .

ĐỀ SỐ 83 - THPT LÊ LỢI, THANH HÓA (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mp $(ABCD)$ một góc 45° và $SC = 2a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến mp (SCD) theo a .

ĐỀ SỐ 84 - THPT PHẠM VĂN ĐỒNG, PHÚ YÊN

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB . Biết $AB = a$; $AC = a\sqrt{3}$; góc giữa SD với mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) .

ĐỀ SỐ 85 - THPT CÙ HUY CẬN, HÀ TĨNH (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của CD , N là hình chiếu vuông góc của D trên SM . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ N đến mặt phẳng (SBC) theo a .

ĐỀ SỐ 86 - THPT HÀ TRUNG, THANH HÓA (Lần 2)

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = a$, $AA' = 3a$. Tính thể tích khối lăng trụ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC .

ĐỀ SỐ 87 - THPT CHUYÊN BIÊN HÒA, HÀ NAM (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Các mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho $AB = 2a$, $AD > a$, $SA = BC = a$, $CD = 2a\sqrt{5}$. Gọi H là điểm nằm trên đoạn AD sao cho $AH = a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BH và SC theo a .

ĐỀ SỐ 88 - THPT BẢO YÊN 1, LÀO CAI (ĐỀ 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Gọi I là trung điểm BC , H là hình chiếu vuông góc của A lên SI . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) theo a .

ĐỀ SỐ 89 - THPT BẢO YÊN 1, LÀO CAI (ĐỀ 2)

Cho hình chóp đều $A.BCD$ có $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$. Gọi M là trung điểm của CD . Tính thể tích khối chóp $A.BCD$ theo a và khoảng cách giữa hai đường thẳng BM , AD .

ĐỀ SỐ 90 - THPT YÊN PHONG 2, BẮC NINH (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh AD . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA , CM .

ĐỀ SỐ 91 - SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NAM ĐỊNH

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = 4a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi H là trung điểm của AB , biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SHD) bằng $a\sqrt{10}$. Tính thể tích khối chóp $S.HBCD$ và cosin của góc giữa hai đường thẳng SC và HD .

ĐỀ SỐ 92 - THPT THỪA LƯU, HUẾ

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn là AD ; các đường thẳng SA , AC và CD đôi một vuông góc với nhau; $SA = AC = CD = a\sqrt{2}$, $AD = 2BC$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

ĐỀ SỐ 93 - THPT THẠCH THÀNH 1, THANH HÓA (Lần 3)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBM) , với M là trung điểm của cạnh CD .

ĐỀ SỐ 94 - THPT CHUYÊN NGUYỄN TẤT THÀNH, YÊN BÁI

Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = a$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác ABC đến mặt phẳng (SBC) theo a .

ĐỀ SỐ 95 - THPT HỒNG QUANG, HẢI DƯƠNG (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. cạnh bên $SC = \frac{a\sqrt{7}}{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm cạnh AB . Gọi M là điểm thuộc cạnh CD sao cho $MC = 2MD$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AM và SB .

ĐỀ SỐ 96 - THCS-THPT ĐÔNG DU, ĐẮK LẮK (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác vuông tại S , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc cạnh AD sao cho $HA = 3HD$. Gọi M là trung điểm của AB . Biết rằng $SA = 2a\sqrt{3}$ và đường thẳng SC tạo với đáy một góc 30° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) .

ĐỀ SỐ 97 - THPT THUẬN THÀNH 1, BẮC NINH (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB . SC tạo với đáy một góc 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB , AC .

ĐỀ SỐ 98 - SỞ GD - ĐT TỈNH BẮC GIANG

Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy là một tam giác đều cạnh bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm H của cạnh $B'C'$, K là điểm trên cạnh AC sao cho $CK = 2AK$ và $BA' = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BK theo a .

ĐỀ SỐ 99 - SỞ GD - ĐT TỈNH QUẢNG NINH

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$, mặt phẳng $(A'BD)$ tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối hộp và khoảng cách giữa hai đường thẳng CD' , BD .

ĐỀ SỐ 100 - THPT CHUYÊN LONG AN, LONG AN (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB ; Góc giữa đường thẳng SC và mặt

phẳng đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và góc giữa hai đường thẳng SB và AC .

ĐỀ SỐ 101 - THPT NGUYỄN TRÃI, KON TUM (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ bằng 60° , M là trung điểm của cạnh SD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ đỉnh S đến mp (BCM) .

ĐỀ SỐ 102 - THPT CHUYÊN SƠN LA, SƠN LA (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$, $BC = 2a$. H là trung điểm cạnh AB , SH vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên $SA = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HC và SD .

ĐỀ SỐ 103 - THPT ĐA PHÚC, HÀ NỘI (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, $SC = SD = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .

ĐỀ SỐ 104 - THPT CHUYÊN. ĐH VINH (Lần 2)

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Góc giữa cạnh bên và đáy là 45° , hình chiếu vuông góc của lên A mặt phẳng là $A'B'C'$ trung điểm cạnh $A'B'$. Gọi M là trung điểm cạnh $B'C'$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a và cosin của góc giữa hai đường thẳng $A'M$, AB' .

ĐỀ SỐ 105 - THPT THỐNG NHẤT, THANH HÓA (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD biết góc giữa SC và mặt phẳng chứa đáy là α với $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

ĐỀ SỐ 106 - THPT THANH CHƯƠNG 3, NGHỆ AN

Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a .

ĐỀ SỐ 107 - THPT LÝ THƯỜNG KIỆT, BÌNH THUẬN (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc 30° . Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABM$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB , AM theo a

ĐỀ SỐ 108 - THPT VIỆT TRÌ, PHÚ THỌ (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$ tam giác ABC cân tại A , $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos \widehat{ACB} = \frac{1}{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$, xác định tâm và tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

ĐỀ SỐ 109 - THPT THUẬN CHÂU, SƠN LA (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a Mặt bên SAD là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD , SB theo a .

ĐỀ SỐ 110 - THPT MINH CHÂU, HƯNG YÊN (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm của đoạn AD . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD .

ĐỀ SỐ 111 - THPT MINH CHÂU, HƯNG YÊN (Lần 3)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IH}$, góc giữa SC và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

ĐỀ SỐ 112 - THCS-THPT ĐÔNG DU, ĐẮK LẮK (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 45° và $SC = 2a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) theo a .

ĐỀ SỐ 113 - BÁO DÂN TRÍ

Cho hình chóp $S.ACBD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = 2a, AD = a$ Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$ cạnh AC cắt MD tại H . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.MHCB$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC .

ĐỀ SỐ 114 - THPT HƯƠNG KHÊ, HÀ TĨNH (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm A thuộc đoạn BC thỏa mãn $HB = 2HC$, góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC theo a .

ĐỀ SỐ 115 - THPT HÀM NGHI, HÀ TĨNH (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác ABC và SB tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

ĐỀ SỐ 116 - SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, AD là đáy lớn, $AD = 2a, AB = BC = CD = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn thẳng AC sao cho $HC = 2HA$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD .

ĐỀ SỐ 117 - SỞ GD & ĐT BÀ RỊA - VŨNG TÀU

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DH và SC .

ĐỀ SỐ 118 - THPT ĐỒNG GIA, HẢI DƯƠNG

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B, AB = a$ và $BC = a\sqrt{3}$. Gọi BH là đường cao của tam giác ABC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BH và SC , biết $SH \perp (ABC)$ và góc giữa SB với mặt phẳng (ABC) bằng 60° .

ĐỀ SỐ 119 - THPT KINH MÔN, HẢI DƯƠNG (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại $A, AB = AC = a, I$ là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy một góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a .

ĐỀ SỐ 120 - THPT NAM DUYÊN HÀ, THÁI BÌNH (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a, \widehat{ASB} = 90^\circ, \widehat{BSC} = 120^\circ, \widehat{CSA} = 90^\circ$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mp (SAB) .

ĐỀ SỐ 121 - THPT GIA LỘC, HẢI DƯƠNG (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a ($a > 0$), $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ góc tạo bởi SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, SD theo a .

ĐỀ SỐ 122 - SỞ GD & ĐT QUẢNG NAM

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm cạnh BC, N là trung điểm cạnh CC' . Tính theo a thể tích khối chóp $A.BB'C'C$ và khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'N)$.

ĐỀ SỐ 123 - THPT BẮC YÊN THÀNH, NGHỆ AN (12A4)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , với $AC = \frac{a}{2}$, $BC = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo với mặt đáy (ABC) góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B tới mặt phẳng (SAC) , biết rằng mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy (ABC) .

ĐỀ SỐ 124 - THPT PHƯỚC BÌNH, BÌNH PHƯỚC (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Gọi I là trung điểm AB , H là giao điểm của BD với IC . Các mặt phẳng (SBD) và (SIC) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và IC .

ĐỀ SỐ 125 - THPT PHƯỚC BÌNH, BÌNH PHƯỚC (Lần 2)

Trong không gian Oxyz, cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $A(1; 1; 1)$, $B(1; 2; 1)$, $C(1; 1; 2)$ và $A'(2; 2; 1)$. Tìm tọa độ các đỉnh B' , C' và viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A , B , C , A' .

ĐỀ SỐ 126 - THPT QUỲNH LƯU 3, NGHỆ AN (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hình chiếu đỉnh S lên mặt đáy là trung điểm H của đoạn thẳng AB . Biết góc hợp bởi SC và mặt đáy là 45° .

- Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC .

ĐỀ SỐ 127 - THPT PHƯỚC BÌNH (Lần 3) (ĐỀ MINH HỌA)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle ABC = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Gọi I là trung điểm BC , H là hình chiếu vuông góc của A lên SI . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm H đến mặt phẳng (SCD) theo a .

ĐỀ SỐ 128 - THPT PHƯỚC BÌNH (Lần 4) (ĐỀ MINH HỌA)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a mặt bên SAD là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AD , SB theo a

ĐỀ SỐ 129 - THPT PHƯỚC BÌNH (Lần 5) (ĐỀ MINH HỌA)

Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng BD ; E , F lần lượt là trung điểm đoạn CD và BH . Biết $A(1; 1)$, phương trình đường thẳng EF là $3x - y - 10 = 0$ và điểm E có tung độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh B , C , D .

ĐỀ SỐ 130 - THPT ĐỒNG XOÀI (Lần 1) (ĐỀ MINH HỌA)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $BA = a$. Tam giác SAC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $mp(ABC)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AC, MN theo a .

ĐỀ SỐ 131 - THPT ĐỒNG XOÀI (Lần 2) (ĐỀ MINH HỌA)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên (SAB) nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$, tam giác SAB vuông tại S , $SA = a$. Hãy tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, SC theo a .

ĐỀ SỐ 132 - THPT ĐỒNG XOÀI (Lần 3) (ĐỀ MINH HỌA)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với đáy và SB tạo với đáy một góc 60° . M là trung điểm BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM, AC theo a .

ĐỀ SỐ 133 - THPT ĐỒNG XOÀI (Lần 4) (ĐỀ MINH HỌA)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD .

ĐỀ SỐ 134 - THPT CHUYÊN QUANG TRUNG, BÌNH PHƯỚC (Lần 1)

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . M, N lần lượt là trung điểm cạnh SD và DC . Tính theo a thể tích khối chóp $M.ABC$ và khoảng cách từ điểm N đến mặt phẳng (MAB) .

ĐỀ SỐ 135 - THPT NGUYỄN HỮU CẢNH, BÌNH PHƯỚC (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA .

ĐỀ SỐ 136 - THPT NGUYỄN HỮU CẢNH, BÌNH PHƯỚC (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. E, F lần lượt là trung điểm của AB và BC , H là giao điểm của AF và DE . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SH, DF .

ĐỀ SỐ 137 - THPT CHUYÊN ĐHSPT HÀ NỘI (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAC vuông góc với đáy và là tam giác cân tại S , góc $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

ĐỀ SỐ 138 - SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO HÀ NỘI

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 2a, \widehat{BAC} = 60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa 2 đường thẳng SB, CM .

ĐỀ SỐ 139 - THPT THỰC HÀNH CAO NGUYÊN

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D ; $AB = AD = 2a$, $CD = a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° , SI là đường cao của khối chóp với I là điểm trên cạnh AD sao cho $AD = 3AI$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

ĐỀ SỐ 140 - SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO QUẢNG NGÃI (ĐỀ 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Gọi E là trung điểm của BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DE , SC theo a .

ĐỀ SỐ 141 - SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO QUẢNG NGÃI (ĐỀ 2)

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng a , $AA' = a$ và đỉnh A' cách đều A , B , C . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và $A'B$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (AMN) .

ĐỀ SỐ 142 - SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO NAM ĐỊNH

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAB vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC theo a .

ĐỀ SỐ 143 - THPT ĐOÀN THƯỢNG, HẢI DƯƠNG (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn là AD và $AD = 2BC$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, tam giác ACD vuông tại C và $SA = AC = a\sqrt{3}$, $CD = a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

ĐỀ SỐ 144 - THPT ĐOÀN THƯỢNG, HẢI DƯƠNG (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SCD) .

ĐỀ SỐ 145 - THPT ANH SƠN 2, NGHỆ AN (Lần 2)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Cạnh $AC = a$, $BC = a\sqrt{5}$. Mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng đáy và tam giác SAB đều. Gọi K điểm thuộc cạnh SC sao cho $SC = 3SK$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BK theo a .

ĐỀ SỐ 146 - THCS-THPT ĐÔNG DU, ĐẮK LẮK (L3)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm AD . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AB .

ĐỀ SỐ 147 - SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO LÀO CAI

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều và $AB = BC = CD = a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) .

ĐỀ SỐ 148 - THPT GIA LỘC, HẢI DƯƠNG (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a ($a > 0$), $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ góc tạo bởi SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi M là trung điểm của SB . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, SD theo a .

ĐỀ SỐ 149 - THPT CHÍ LINH, HẢI DƯƠNG (Lần 1)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng DM, SB .

ĐỀ SỐ 150 - SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO HÀ TĨNH

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = a, AD = 2a$. Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AC và BD , G là trọng tâm của tam giác SAD . Biết SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD) .