

SỞ GD&ĐT BẮC GIANG



ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020 - LẦN 2

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

NHÓM TOÁN VD - VDC

NHÓM TOÁN VD - VDC

Câu 1: Cho $z_1 = 3 - i$; $z_2 = 10 + 2i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ là

- A. -2 . B. 1 . C. $-4i$. D. -4 .

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-2		1		-2	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2,01$ là

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 0 .

Câu 3: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{1+x}$ là

- A. 0 . B. 2 . C. 3 . D. 1 .

Câu 4: Trong không gian Oxyz, mặt cầu với phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4z - 16 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{52}$. B. 16 . C. 25 . D. 5 .

Câu 5: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 1$ với trục hoành là

- A. 3 . B. 4 . C. 2 . D. 1 .

Câu 6: Cho $\int_1^3 f(x)dx = 4$ và $\int_1^3 g(x)dx = 3$. Khi đó $\int_1^3 [4f(x) + g(x) - 1]dx$ bằng

- A. 4 . B. 16 . C. 17 . D. 18 .

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 25$ và chiều cao $h = 7$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 175 . B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{175}{3}$. D. 32 .

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 9: Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2^x - 1}$ là

- A. $D = (-\infty; 0]$. B. $D = (1; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 0)$. D. $D = [0; +\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$+\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		+	0	-	0	-			
y	$-\infty$		4		-1		4		$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.
 B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
 C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 11: Cho số phức z thỏa mãn $z + 2 - i = 4 + i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 2 + 2i$. B. $\bar{z} = 4 - i$. C. $\bar{z} = 2 - 2i$. D. $\bar{z} = 2 + i$.

Câu 12: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{2}{3}a^3$. C. $\frac{1}{2}a^3$. D. $3a^3$.

Câu 13: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \cos 2x$?

- A. $F(x) = x + 2 \sin 2x$. B. $F(x) = x + \sin 2x + \frac{1}{2}$.
 C. $F(x) = x + \frac{1}{2} \sin 2x$. D. $F(x) = x + \sin 2x$.

Câu 14: Biết rằng để đi từ điểm A đến địa điểm B có 6 con đường, để đi từ địa điểm B đến địa điểm C có 3 con đường. Hỏi một người muốn đi từ địa điểm A đến địa điểm C (bắt buộc đi qua địa điểm B) thì có bao nhiêu cách chọn đường đi?

- A. 3. B. 12. C. 9. D. 18.

Câu 15: Một khối nón có đường kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $3\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $6\pi a^2$. D. πa^3 .

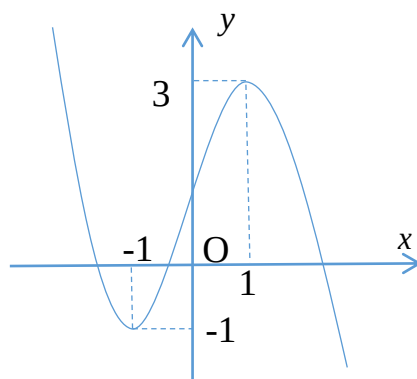
Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x(x^2 - 4)(x^2 + 3x + 2)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(4; 3; -1)$ lên trục tọa độ Ox là

- A. $(0; 0; -1)$. B. $(0; 3; -1)$. C. $(0; 3; 0)$. D. $(4; 0; 0)$.

Câu 18: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 19: Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{3}.$$

Tọa độ một vector pháp tuyến của (P) là

- A. $(2; 1; 3)$. B. $(-3; 0; 1)$. C. $(2; -1; 3)$. D. $(3; 0; 1)$.

Câu 20: Cho a là số thực dương khác 1. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}}(a \cdot \sqrt[3]{a})$.

Câu 33: Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy và chiều cao cùng bằng 1. Diện tích của mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy của hình nón đã cho là

- A. 4π . B. $\frac{16\pi}{3}$. C. 16π . D. $\frac{4\pi}{3}$.

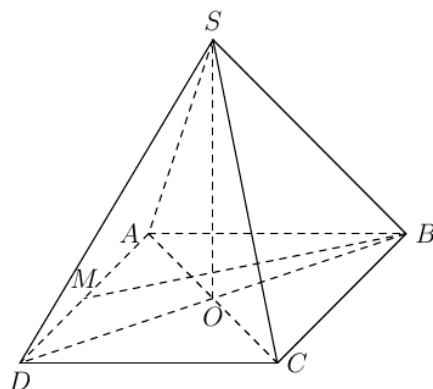
Câu 34: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0; a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	5	1	$+\infty$

Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , gọi O là giao điểm của AC và BD và $SO = a$, M là trung điểm của AD . Khoảng cách giữa SC và BM bằng



- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$. B. $\frac{4a\sqrt{29}}{29}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$. D. $\frac{2a\sqrt{29}}{29}$.

Câu 36: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = x^3 + 3mx^2 + (6m + 45)x + 2020$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

- A. 7. B. 9. C. 6. D. 45

Câu 37: Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn theo công thức $S = Ae^{Rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, R là tỉ lệ tăng trưởng, S là số lượng vi khuẩn sau thời gian t . Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 9 giờ gần nhất với số nào sau đây?

- A. 822 B. 722 C. 682 D. 580

Câu 38: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2x^2} < 5^{5x+3}$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 39: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log x + \log(9y) \geq \log(x^2 + 9y)$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 5x + 9y$ bằng $a\sqrt{b} + c$, trong đó a, b, c là các số tự nhiên và $a > 1$. giá trị của tổng $a + b + c$ bằng

- A. 19. B. 16. C. 15. D. 18.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + 3z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0$ và $f'(x) = \sin x + 1$. Giả sử rằng

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(x) dx = a + \frac{\pi^3}{b} + \frac{\pi^2}{c} - \frac{\pi}{2} \text{ (với } a, b, c \text{ là các số nguyên dương). Khi đó } a+b+c \text{ bằng}$$

A. 20.

B. 5.

C. 33.

D. 25.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $CBA = BAD = 90^\circ$, $AB = BC = 2a$, $AD = a$. Biết rằng $SA = SB$ và $SCD = 90^\circ$. Cạnh SA tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách giữa AB và SC bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}a$.

B. $\frac{\sqrt{357}}{21}a$.

C. $\frac{\sqrt{306}}{18}a$.

D. $\frac{2\sqrt{357}}{21}a$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		1		-1	
	$-\infty$		-3		

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số $y = f(|12x+1|+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 19.

B. 17.

C. 20.

D. 18.

Câu 44: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$. Lấy ngẫu nhiên một tập con của tập hợp A . Xác suất để tập con lấy được khác rỗng và có chứa số các số chẵn bằng số các số lẻ là

A. $\frac{231}{1024}$.

B. $\frac{923}{4096}$.

C. $\frac{965}{4069}$.

D. $\frac{235}{1024}$.

Câu 45: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2$, $y = 0$ bằng

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{37}{12}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 46: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = (1+2i)^2 - (3-i)$. Giá trị của biểu thức $T = x^2 - 2y$ bằng

A. $T = 33$.

B. $T = 97$.

C. $T = 50$.

D. $T = 26$.

Câu 47: Cho hình nón có khoảng cách từ đỉnh đến mặt đáy bằng a . Biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, thiết diện thu được tạo thành một tam giác có góc ở đỉnh bằng 90° . Thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{2\pi a^3}{9}$.

B. $\frac{\pi a^3}{6}$.

C. πa^3 .

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

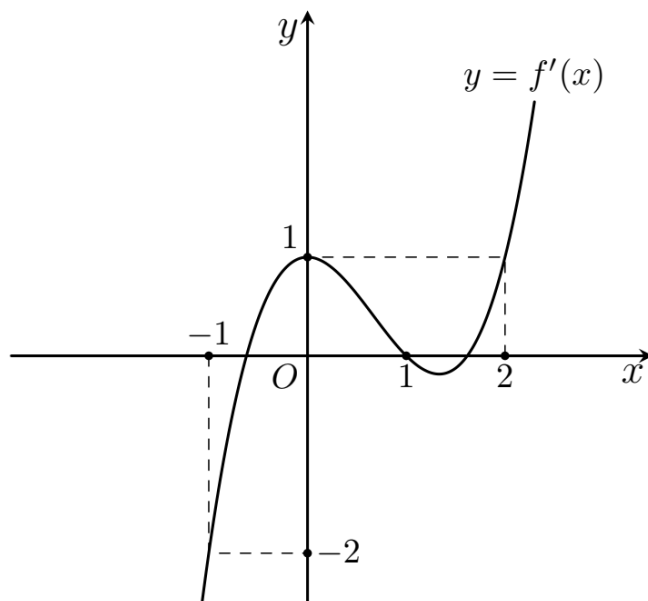
Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;0)$, $B(1;1;-1)$, $C(0;-3;-2)$. Biết rằng phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $ax+by+cz+7=0$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 9. B. 3. C. 13. D. -1.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$ và $f'(x)=\frac{x^2+e^x(1+3x^2)}{3e^x+1}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f(1)=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\ln\frac{3e+1}{b}$ với $a,b,c \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 10. B. 15. C. 9. D. 5.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $g(x)=3f(x)-\sqrt{2x^3}+1$ có

- A. một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
 B. đúng một điểm cực trị.
 C. hai điểm cực tiểu.
 D. hai điểm cực đại.

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT BẮC GIANG



ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020 - LẦN 2

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	B	D	C	C	A	A	D	C	C	B	C	D	D	C	D	C	C	B	A	B	A	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	A	B	D	D	A	A	B	B	B	B	C	C	D	C	D	A	B	C	D	C	A	A	A

Câu 1: Cho $z_1 = 3 - i$; $z_2 = 10 + 2i$. Phần ảo của số phức $z_1 \cdot z_2$ là

A. -2.

B. 1.

C. $-4i$.

D. -4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (3 - i)(10 + 2i) = 32 - 4i$. Do đó phần ảo của số phức $z_1 \cdot z_2$ là -4 .

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$

Diagram showing the function values at critical points: $f(x)$ starts at $+\infty$ at $x = -\infty$, decreases to a local minimum of -2 at $x = -2$, increases to a local maximum of 1 at $x = 0$, decreases to a local minimum of -2 at $x = 2$, and increases to $+\infty$ at $x = +\infty$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2,01$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$

Diagram showing the function values at critical points: $f(x)$ starts at $+\infty$ at $x = -\infty$, decreases to a local minimum of -2 at $x = -2$, increases to a local maximum of 1 at $x = 0$, decreases to a local minimum of -2 at $x = 2$, and increases to $+\infty$ at $x = +\infty$.

Dựa vào bảng biến thiên, nhận thấy đường thẳng $y = -2,01$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có điểm chung suy ra phương trình $f(x) = -2,01$ vô nghiệm.

Câu 3: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{1+x}$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{1+x} = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{1+x} = +\infty \Rightarrow x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu với phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 4z - 16 = 0$ có bán kính bằng

- A. $\sqrt{52}$. B. 16. C. 25. **D. 5.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{1 + 4 + 4 + 16} = 5.$$

Câu 5: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 1$ với trục hoành là

- A. 3. B. 4. **C. 2.** D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^4 - 8x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 + \sqrt{17} \\ x^2 = 4 - \sqrt{17} : \text{VN} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{4 + \sqrt{17}}.$$

Câu 6: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 4$ và $\int_1^3 g(x) dx = 3$. Khi đó $\int_1^3 [4f(x) + g(x) - 1] dx$ bằng

- A. 4. B. 16. **C. 17.** D. 18.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_1^3 [4f(x) + g(x) - 1] dx = 4 \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx - \int_1^3 1 dx = 4.4 + 3 - 2 = 17.$$

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 25$ và chiều cao $h = 7$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 175.** B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{175}{3}$ D. 32.

Lời giải

Chọn A

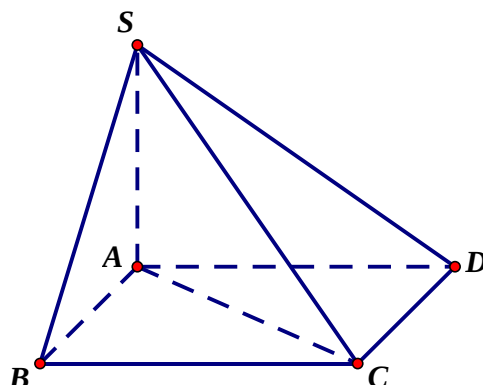
$$\text{Thể tích khối lăng trụ là: } V = Bh = 25.7 = 175$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$ và $AD = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$

- A. 45°.** B. 30°. C. 60° D. 90°.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $SA \perp (ABCD), SC \cap (ABCD) = \{C\}$.

Do đó $(SC; (ABCD)) = (SC; AC) = SCA$

Xét tam giác SAC có: $\tan SAC = \frac{SA}{AC} = \frac{SA}{\sqrt{BC^2 + AB^2}} = \frac{2a}{2a} = 1$.

Do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là 45° .

Câu 9: Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2^x - 1}$ là

A. $D = (-\infty; 0]$.

B. $D = (1; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 0)$

D. $D = [0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $2^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [0; +\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$+\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	4	-1	4	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 11: Cho số phức z thỏa mãn $z + 2 - i = 4 + i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 2 + 2i$.

B. $\bar{z} = 4 - i$.

C. $\bar{z} = 2 - 2i$.

D. $\bar{z} = 2 + i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z + 2 - i = 4 + i \Leftrightarrow z = -2 + i + 4 + i \Leftrightarrow z = 2 + 2i \Rightarrow \bar{z} = 2 - 2i$

Câu 12: Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3 .

B. $\frac{2}{3}a^3$.

C. $\frac{1}{2}a^3$.

D. $3a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 13: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \cos 2x$?

A. $F(x) = x + 2 \sin 2x$.

B. $F(x) = x + \sin 2x + \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = x + \frac{1}{2} \sin 2x$.

D. $F(x) = x + \sin 2x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = 1 + \cos 2x$ có một nguyên hàm là $F(x) = x + \frac{1}{2} \sin 2x$.

Câu 14: Biết rằng để đi từ điểm A đến địa điểm B có 6 con đường, để đi từ địa điểm B đến địa điểm C có 3 con đường. Hỏi một người muốn đi từ địa điểm A đến địa điểm C (bắt buộc đi qua địa điểm B) thì có bao nhiêu cách chọn đường đi?

A. 3.

B. 12.

C. 9.

D. 18.

Lời giải

Chọn D

Để đi A đến B có 6 cách. Ứng với mỗi cách đi từ A đến B ta lại có 3 cách đi từ B đến C.

Áp dụng quy tắc nhân, có $3 \cdot 6 = 18$ cách đi từ A đến C (bắt buộc đi qua địa điểm B).

Câu 15: Một khối nón có đường kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $3\pi a^3$.

B. $4\pi a^3$.

C. $6\pi a^2$.

D. πa^3 .

Lời giải

Chọn D

Khối nón có bán kính đáy là $r = \frac{2a}{2} = a$, chiều cao là $h = 3a$.

Thể tích khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi a^2 3a = \pi a^3$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x(x^2 - 4)(x^2 + 3x + 2)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = x(x-2)(x+2)(x+1)$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$

Vậy hàm số $f(x)$ có ba cực trị.

Câu 17: Trong không gian Oxyz, tọa độ hình chiếu của điểm $M(4; 3; -1)$ lên trục tọa độ Ox là

A. $(0; 0; -1)$.

B. $(0; 3; -1)$.

C. $(0; 3; 0)$.

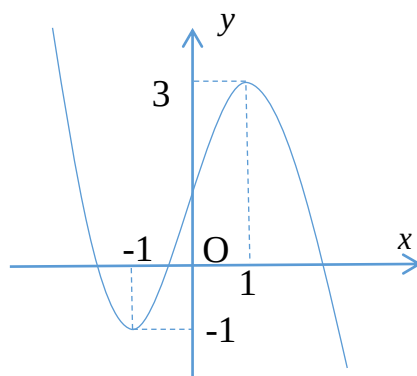
D. $(4; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $H(a; b; c)$ là hình chiếu của M lên trục Ox thì $\begin{cases} b=0 \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow$ đáp án D.

Câu 18: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy :

+) Khoảng $(1; +\infty)$ hàm số nghịch biến suy ra hệ số của x^3 âm $\Rightarrow$ loại đáp án A và D.

+) Đồ thị cắt trục Oy tại giá trị dương $\Rightarrow$ loại đáp án B.

Vậy đáp án đúng là C.

Câu 19: Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d có phương trình là $\frac{x+3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{3}$. Tọa độ một vector pháp tuyến của (P) là

- A. $(2; 1; 3)$. B. $(-3; 0; 1)$. C. $(2; -1; 3)$. D. $(3; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Vì $(P) \perp d \Rightarrow$ một vector pháp tuyến của (P) có tọa độ là $(2; -1; 3)$.

Câu 20: Cho a là số thực dương khác 1. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt{a}}(a \cdot \sqrt[3]{a})$.

- A. $P = \frac{4}{3}$. B. $P = \frac{8}{3}$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn B

$$P = \log_{\sqrt{a}}(a \cdot \sqrt[3]{a}) = \log_a(a \cdot \sqrt[3]{a})^2 = \log_a\left(a^{1+\frac{1}{3}}\right)^2 = \log_a a^{\frac{8}{3}} = \frac{8}{3}$$

Câu 21: Cho các số thực x và y thỏa mãn $2\log_2 2^{x-1} = 4 - \log_{\sqrt{2}} 16^y$. Giá trị của $x + 4y$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. -3.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} 2\log_2 2^{x-1} &= 4 - \log_{\sqrt{2}} 16^y \Leftrightarrow \log_2 4^{(x-1)} + \log_{\sqrt{2}} 4^{2y} = 4 \Leftrightarrow \log_2 4^{(x-1)} + \log_2 4^{4y} = 4 \\ &\Leftrightarrow 4^{x-1+4y} = 16 \Leftrightarrow 4^{x+4y-1} = 4^2 \Leftrightarrow x+4y-1 = 2 \Leftrightarrow x+4y = 3 \end{aligned}$$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 13 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $P(0;1;-2)$.

B. $Q(3;-1;2)$.

C. $N(1;-2;1)$.

D. $M(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Xét điểm $Q(3;-1;2)$.

Ta có $2.3 - (-1) + 3.2 - 13 = 0$ (đúng).

Vậy điểm $Q(3;-1;2)$ thuộc mặt phẳng (α) .

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x + 2$ trên đoạn $[-2;-1]$ bằng

A. 6.

B. 7.

C. $2 + 4\sqrt{2}$.

D. $2 - 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = x^3 - 6x + 2$ liên tục trên đoạn $[-2;-1]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \notin [-2;-1] \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}$.

Lại có: $f(-2) = 6$; $f(-\sqrt{2}) = 2 + 4\sqrt{2}$; $f(-1) = 7$.

Vậy $\min_{[-2;-1]} f(x) = f(-2) = 6$.

Câu 24: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 2i$. Tọa độ điểm đối xứng với M qua trục Oy là

A. $(-3;-2)$.

B. $(3;2)$.

C. $(-3;2)$.

D. $(3;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Do M là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 2i$ nên $M(3;-2)$.

Khi đó điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ là: $(-3;-2)$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			-3			-4		$+\infty$

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là:

A. $(-1;-4)$.

B. $(1;-4)$.

C. $x = 0$.

D. $(0;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 26: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = 18$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $q = \sqrt{3}$.

B. $q = 3$.

C. $q = -3$.

D. $q = -\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{18}{6} = 3$

Câu 27: Phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ có nghiệm là

A. $x = 3$.

B. $x = 4$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3(2x+1) = 2 \Leftrightarrow 2x+1 = 9 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 28: Giá trị của a sao cho phương trình $\log_3(x+a) = 2$ có nghiệm $x = 3$ là

A. 6.

B. 1.

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

Do $x = 3$ là nghiệm của phương trình $\log_3(x+a) = 2$ nên ta có $\log_3(3+a) = 2$.

Ta có $\log_3(3+a) = 2 \Leftrightarrow 3+a = 9 \Leftrightarrow a = 6$.

Câu 29: Cho mặt cầu có đường kính $d = 8$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 16π .

B. 64π .

C. 256π .

D. $\frac{512}{6}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính của mặt cầu là: $R = \frac{d}{2} = \frac{8}{2} = 4$.

Vậy diện tích của mặt cầu đã cho là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi$.

Câu 30: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính $r = \frac{1}{2}l$ là

A. l^2 .

B. $2\pi l^3$.

C. $2\pi l^2$.

D. πl^2 .

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot \frac{1}{2}l \cdot l = \pi l^2$.

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Tìm số phức $w = 3z_1 + z_2$.

A. $w = -8 + 6i$.

B. $w = 3 + 6i$.

C. $w = 8 + 6i$.

D. $w = 8 - 6i$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$ có $\Delta' = 4 - 13 = -9 < 0$,

một căn bậc hai của Δ' là $\delta = \sqrt{-(-9)}i = 3i$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm: $2 - 3i; 2 + 3i$

Khi đó: $z_1 = 2 - 3i; z_2 = 2 + 3i$ và $w = 3(2 - 3i) + (2 + 3i) = 8 - 6i$

Câu 32: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích $V = 108$. Điểm M nằm trên cạnh $A'B'$ sao cho $A'B' = 3.A'M$. Mặt phẳng (ACM) cắt $B'C'$ tại điểm N . Thể tích khối đa diện lồi $ABCMNB'$ bằng

A. 38.

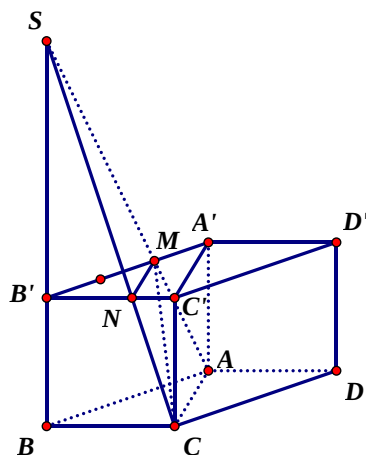
B. 48.

C. 40.

D. 66.

Lời giải

Chọn A



Đặt $S = S_{ABCD}$ và $h = d(B', (ABCD))$, khi đó $V = S.h$

Dễ thấy $MN \parallel A'C'$ và các đường thẳng BB', CN, AM đồng quy tại S .

$$\text{Ta có } \frac{SB'}{SB} = \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SC} = \frac{B'M}{BA} = \frac{B'M}{B'A'} = \frac{2}{3}$$

$$\text{và } \frac{d(S, (B'MN))}{d(S, (BAC))} = \frac{SB'}{SB} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{d(S, (BAC)) - h}{d(S, (BAC))} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{h}{d(S, (BAC))} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Có } V_{S.BAC} = \frac{1}{3} S_{\Delta BAC} \cdot d(S, (BAC)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S \cdot 3h = \frac{1}{2} V$$

$$\text{Và } \frac{V_{S.B'MN}}{V_{S.BAC}} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Leftrightarrow V_{S.B'MN} = \frac{8}{27} \cdot \frac{1}{2} V = \frac{4}{27} V$$

$$\text{Có } V_{ABCB'MN} = V_{S.BAC} - V_{S.B'MN} = \frac{1}{2} V - \frac{4}{27} V = \frac{19}{54} V = \frac{19}{54} \cdot 108 = 38$$

Câu 33: Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy và chiều cao cùng bằng 1. Diện tích của mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy của hình nón đã cho là

A. 4π .

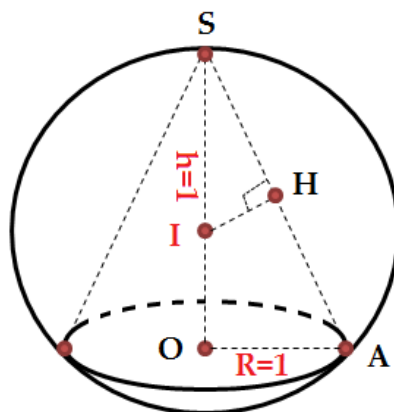
B. $\frac{16\pi}{3}$.

C. 16π .

D. $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $SA \Rightarrow IH \perp SA$. Ta có: $SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

$$\text{Lại có: } \Delta SIH \sim \Delta SAO \Rightarrow \frac{SI}{SH} = \frac{SA}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SA \cdot SH}{SO} = \frac{SA^2}{2 \cdot SO} = \frac{2}{2 \cdot 1} = 1.$$

Diện tích của mặt cầu chứa điểm S và đường tròn đáy của hình nón đã cho là:

$$S_{\text{mặt cầu}} = 4\pi \cdot SI^2 = 4\pi \cdot 1 = 4\pi.$$

Câu 34: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a \neq 0$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$	
y'	+		0	-	0	+
y	$-\infty$		1	5	1	$+\infty$

Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 3$ và

$$y' > 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty), \text{ suy ra: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

Lại có: $y_{(0)} = d = 1 > 0$.

Vậy trong các số a, b, c, d có 3 số dương.

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , gọi O là giao điểm của AC và BD và $SO = a$, M là trung điểm của AD . Khoảng cách giữa SC và BM bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{15}$.

B. $\frac{4a\sqrt{29}}{29}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

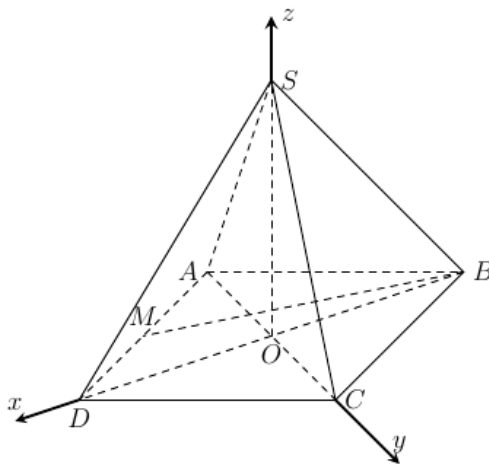
D. $\frac{2a\sqrt{29}}{29}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $AC = BD = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = OB = OC = OD = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Xây dựng hệ tọa độ $Oxyz$, sao cho $O(0;0;0), D\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right), C\left(0; \frac{a\sqrt{2}}{2}; 0\right), S(0;0;a)$



Suy ra $B\left(\frac{-a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right), A\left(0; \frac{-a\sqrt{2}}{2}; 0\right), M\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}; \frac{-a\sqrt{2}}{4}; 0\right)$

Ta có $\overrightarrow{SC} = \left(0; \frac{a\sqrt{2}}{2}; -a\right), \overrightarrow{BM} = \left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}; \frac{-a\sqrt{2}}{4}; 0\right) \Rightarrow [\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}] = \left(\frac{-a^2\sqrt{2}}{4}; \frac{-3a^2\sqrt{2}}{4}; \frac{-3a^2}{4}\right)$

và $\overrightarrow{SB} = \left(\frac{-a\sqrt{2}}{2}; 0; -a\right)$

Suy ra $[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}] = \sqrt{\left(\frac{-a^2\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{-3a^2\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{-3a^2}{4}\right)^2} = \frac{a^2\sqrt{29}}{4}$ và $[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}] \cdot \overrightarrow{SB} = a^3$

Khi đó $d(SC, BM) = \frac{[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}] \cdot \overrightarrow{SB}}{[\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BM}]} = \frac{a^3}{\frac{a^2\sqrt{29}}{4}} = \frac{4a\sqrt{29}}{29}$.

Câu 36: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x) = x^3 + 3mx^2 + (6m + 45)x + 2020$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A. 7.

B. 9.

C. 6.

D. 45

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6mx + 6m + 45$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ thì

$$\Delta'_{f'(x)} = (3m)^2 - 3(6m + 45) \leq 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 18m - 135 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 5$$

Vì m nguyên nên $m \in S = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$

Tổng các phần tử của tập S bằng $-3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 9$.

Câu 37: Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn theo công thức $S = Ae^{Rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, R là tỉ lệ tăng trưởng, S là số lượng vi khuẩn sau thời gian t . Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 9 giờ gần nhất với số nào sau đây?

A. 822

B. 722

C. 682

D. 580

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có:

$$300 = 100.e^{5R}$$

$$\Leftrightarrow e^{5R} = 3$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{\ln 3}{5}$$

Tức là tỉ lệ tăng trưởng của loài vi khuẩn này là $R = \frac{\ln 3}{5}$ mỗi giờ.

Sau 9 giờ số lượng vi khuẩn là: $S = 100.e^{9 \cdot \frac{\ln 3}{5}} = 722,4674056 \approx 722$ con.

Câu 38: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2x^2} < 5^{5x+3}$ là

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow 2x^2 < 5x + 3 \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < x < 3$$

Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3

Câu 39: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log x + \log(9y) \geq \log(x^2 + 9y)$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 5x + 9y$ bằng $a\sqrt{b} + c$, trong đó a, b, c là các số tự nhiên và $a > 1$. giá trị của tổng $a + b + c$ bằng

A. 19.

B. 16.

C. 15.

D. 18.

Lời giải

Chọn C

$$\log x + \log(9y) \geq \log(x^2 + 9y) \Leftrightarrow \log(x \cdot 9y) \geq \log(x^2 + 9y)$$

$$\Leftrightarrow 9xy \geq x^2 + 9y \Leftrightarrow 9y(x-1) \geq x^2$$

$$\text{Vì } x, y \text{ là các số thực dương nên } x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 \Rightarrow 9y \geq \frac{x^2}{x-1}.$$

$$P = 5x + 9y \geq 5x + \frac{x^2}{x-1} = f(x). \text{ Xét } f(x) = 5x + \frac{x^2}{x-1} = \frac{6x^2 - 5x}{x-1} \text{ với } x > 1.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{6x^2 - 12x + 5}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6-\sqrt{6}}{6} \\ x = \frac{6+\sqrt{6}}{6} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	1	$\frac{6+\sqrt{6}}{6}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
$f(x)$			

$7+2\sqrt{6}$

$$\text{Vậy } a\sqrt{b} + c = 2\sqrt{6} + 7 \Rightarrow a = 2, b = 6, c = 7 \Rightarrow a + b + c = 15.$$

Câu 40: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + 3z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 2x - 2y + 3z + 1 = 0$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -2; 3)$.

Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận $\vec{n} = (2; -2; 3)$ là

véc tơ chỉ phương nên phương trình d là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0$ và $f'(x) = \sin x + 1$. Giả sử rằng

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(x)dx = a + \frac{\pi^3}{b} + \frac{\pi^2}{c} - \frac{\pi}{2} \quad (\text{với } a, b, c \text{ là các số nguyên dương}). \text{ Khi đó } a + b + c \text{ bằng}$$

A. 20.

B. 5.

C. 33.

D. 25.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = \sin x + 1 \Rightarrow \int f'(x)dx = \int (\sin x + 1)dx \Leftrightarrow f(x) = -\cos x + x + C$.

Lại có $f(0) = 0 \Leftrightarrow -1 + C = 0 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = -\cos x + x + 1$.

$$\text{Xét } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(-\cos x + x + 1)dx = \underbrace{-\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx}_{I_1} + \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + x) dx}_{I_2}.$$

$$\text{Với } I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } I_1 = x \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1.$$

$$\text{Với } I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + x) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^3}{24} + \frac{\pi^2}{8}.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(x)dx = 1 + \frac{\pi^3}{24} + \frac{\pi^2}{8} - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 24 \\ c = 8 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 33.$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $CBA = BAD = 90^\circ$, $AB = BC = 2a$, $AD = a$. Biết rằng $SA = SB$ và $SCD = 90^\circ$. Cạnh SA tạo với đáy một góc 45° . Khoảng cách giữa AB và SC bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}a$.

B. $\frac{\sqrt{357}}{21}a$.

C. $\frac{\sqrt{306}}{18}a$.

D. $\frac{2\sqrt{357}}{21}a$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp SH \\ CD \perp SC \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SCH) \Rightarrow CD \perp CH.$$

Dễ thấy H nằm trên đường trung trực của đoạn AB .

Do đó H là giao điểm của đường trung trực đoạn AB và đường thẳng vuông góc với CD tại C .

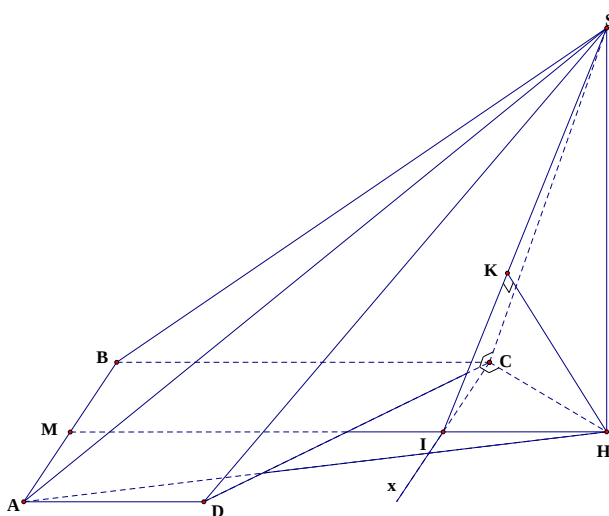
Vẽ $Cx \parallel AB$ và gọi $I = MH \cap Cx \Rightarrow HI \perp Cx$.

$$\text{Ta có } AB \parallel CI \Rightarrow AB \parallel (SCI) \Rightarrow d(AB; SC) = d[AB; (SCI)] = d[M; (SCI)]$$

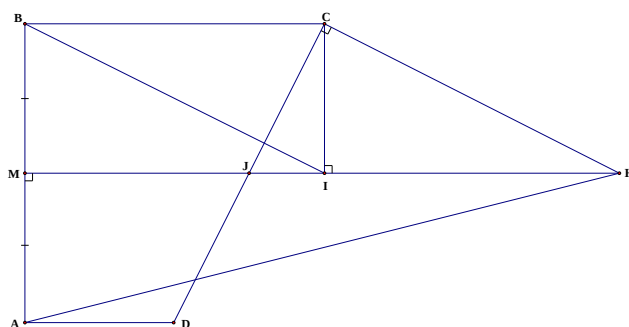
Dễ thấy $(SHI) \perp (SCI)$, nên trong (SHI) vẽ $HK \perp SI$ tại $K \Rightarrow HK \perp (SCI)$.

$$\text{Do đó } d[H; (SCI)] = HK.$$

$$\text{Ta lại có } MH \cap (SCI) = I \text{ nên } d[M; (SCI)] = \frac{MI}{HI} d[H; (SCI)]$$



Xét đáy của hình thang $ABCD$



$$\text{Dễ thấy } MJ = \frac{3a}{2} \Rightarrow IJ = \frac{a}{2} \Rightarrow CJ = \sqrt{IJ^2 + CI^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow JH = \frac{CJ^2}{IJ} = \frac{5a}{2} \Rightarrow IH = 2a.$$

$$\text{Khi đó } d[M; (SCI)] = \frac{MI}{HI} d[H; (SCI)] = d[H; (SCI)] = HK.$$

$$AH = \sqrt{AM^2 + MH^2} = \sqrt{a^2 + (4a)^2} = a\sqrt{17} \text{ và}$$

$$[SA; (ABCD)] = \angle SAH = 45^\circ \Rightarrow SH = AH = a\sqrt{17}.$$

$$\text{Do đó } HK = \frac{SH \cdot HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} = \frac{a\sqrt{17} \cdot 2a}{\sqrt{(a\sqrt{17})^2 + (2a)^2}} = \frac{2a\sqrt{357}}{21} \Rightarrow d(AB, SC) = \frac{2a\sqrt{357}}{21}.$$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	-1	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-20; 20]$ để hàm số $y = f(|12x+1|+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 19.

B. 17.

C. 20.

D. 18.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 12x+1$, khi đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(|12x+1|+m)$ cũng là số điểm cực trị của hàm số $y = f(|t|+m)$.

Xét hàm số $y = f(|t|+m)$ là hàm số chẵn, có đồ thị nhận Oy là trục đối xứng. Để hàm số có 5 cực trị thì hàm số $y = f(t+m)$ có hai điểm cực trị lớn hơn 0.

Ta có $y' = f'(t+m), y' = 0 \Leftrightarrow f'(t+m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t+m = -1 \\ t+m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -m-1 \\ t = 1-m \end{cases}$. Vì $-m-1 < 1-m$, nên để hàm số có hai điểm cực trị lớn hơn 0 thì $-m-1 > 0 \Leftrightarrow m < -1$.
 $\xrightarrow{m \in \mathbb{Z}, m \in [-20; 20]} m \in \{-20, \dots, -2\}$. Chọn A.

Câu 44: Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$. Lấy ngẫu nhiên một tập con của tập hợp A . Xác suất để tập con lấy được khác rỗng và có chứa số các số chẵn bằng số các số lẻ là

A. $\frac{231}{1024}$.

B. $\frac{923}{4096}$.

C. $\frac{965}{4069}$.

D. $\frac{235}{1024}$.

Lời giải

Chọn B

Tập hợp A có 12 phần tử nên số tập hợp con của tập hợp A là 2^{12} , suy ra số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = 2^{12}$.

Biến cố A : "tập con lấy được khác rỗng và có chứa số các số chẵn bằng số các số lẻ"

TH1: Tập con lấy được có 2 phần tử gồm 1 chẵn và 1 lẻ: $C_6^1.C_6^1$ cách.

TH2: Tập con lấy được có 4 phần tử gồm 2 chẵn và 2 lẻ: $C_6^2.C_6^2$ cách.

TH3: Tập con lấy được có 6 phần tử gồm 3 chẵn và 3 lẻ: $C_6^3.C_6^3$ cách.

TH4: Tập con lấy được có 8 phần tử gồm 4 chẵn và 4 lẻ: $C_6^4.C_6^4$ cách.

TH5: Tập con lấy được có 10 phần tử gồm 5 chẵn và 5 lẻ: $C_6^5.C_6^5$ cách.

TH6: Tập con lấy được có 12 phần tử gồm 6 chẵn và 6 lẻ: $C_6^6.C_6^6$ cách.

Do đó $|A| = C_6^1.C_6^1 + C_6^2.C_6^2 + C_6^3.C_6^3 + C_6^4.C_6^4 + C_6^5.C_6^5 + C_6^6.C_6^6$, suy ra: $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{923}{4096}$.

Câu 45: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2, y = 0$ bằng

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{37}{12}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2$ và $y = 0$ là:
 $-x^3 - 2x^2 + x + 2 = 0$

Phương trình trên có ba nghiệm: $x = -2, x = -1, x = 1$ nên diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^3 - 2x^2 + x + 2, y = 0$ bằng:

$$\begin{aligned} \int_{-2}^1 |-x^3 - 2x^2 + x + 2| dx &= \int_{-2}^{-1} (x^3 + 2x^2 - x - 2) dx + \int_{-1}^1 (-x^3 - 2x^2 + x + 2) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_{-2}^{-1} + \left(-\frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^1 \\ &= \frac{5}{12} + \frac{8}{3} = \frac{37}{12}. \end{aligned}$$

Câu 46: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2 - (3 - i)$. Giá trị của biểu thức $T = x^2 - 2y$ bằng

A. $T = 33$.

B. $T = 97$.

C. $T = 50$.

D. $T = 26$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$z = (1 + 2i)^2 - (3 - i) = (1 + 4i + 4i^2) - (3 - i) = (1 - 4 - 3) + (4i + i) = -6 + 5i.$$

Như vậy điểm biểu diễn của số phức z là $M(-6; 5)$, suy ra: $T = x^2 - 2y = (-6)^2 - 2 \cdot 5 = 26$.

Câu 47: Cho hình nón có khoảng cách từ đỉnh đến mặt đáy bằng a . Biết rằng khi cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy hình nón một khoảng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, thiết diện thu được tạo thành một tam giác có góc ở đỉnh bằng 90° . Thể tích khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{2\pi a^3}{9}$.

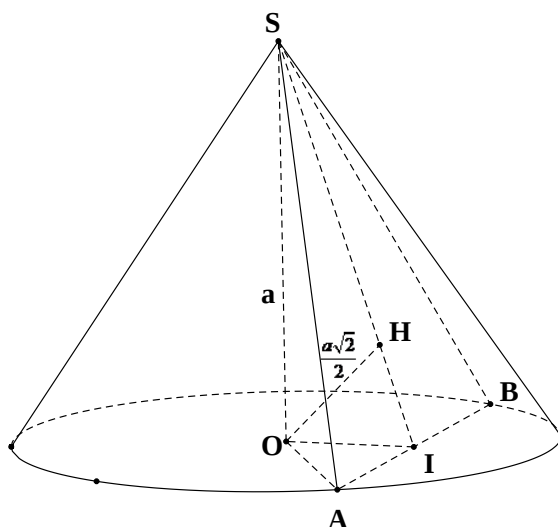
B. $\frac{\pi a^3}{6}$.

C. πa^3 .

D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử ta có hình nón như hình vẽ, thì thiết diện là tam giác SAB vuông cân tại S .

Ta có $SO = a$, $OH = d(O, (SAB)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{2}{a^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow OI = a$

nên $SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = a\sqrt{2}$.

Lại có tam giác SAB vuông cân tại S và I là trung điểm của AB nên $AB = 2SI = 2a\sqrt{2}$.

Do đó $AI = \frac{AB}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \sqrt{OI^2 + AI^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot OA^2 \cdot SO = \frac{1}{3}\pi \cdot (a\sqrt{3})^2 \cdot a = \pi a^3$.

- Câu 48:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;0)$, $B(1;1;-1)$, $C(0;-3;-2)$. Biết rằng phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $ax + by + cz + 7 = 0$. Tổng $a + b + c$ bằng
- A.** 9. **B.** 3. **C.** 13. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;0;-1)$, $\overrightarrow{AC} = (1;-4;-2)$.

Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4;3;-8)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(-1;1;0)$ và nhận vector $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4;3;-8)$ là vector pháp tuyến nên có phương trình là

$$-4(x+1) + 3(y-1) + 8(z-0) = 0 \Leftrightarrow -4x + 3y - 8z - 7 = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + 8z + 7 = 0.$$

Do đó $a = 4; b = -3; c = 8$. Vậy $a + b + c = 9$.

- Câu 49:** Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \frac{x^2 + e^x(1+3x^2)}{3e^x + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó
- $f(1) = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \ln \frac{3e+1}{b}$ với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của $a + b + c$ bằng
- A.** 10. **B.** 15. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

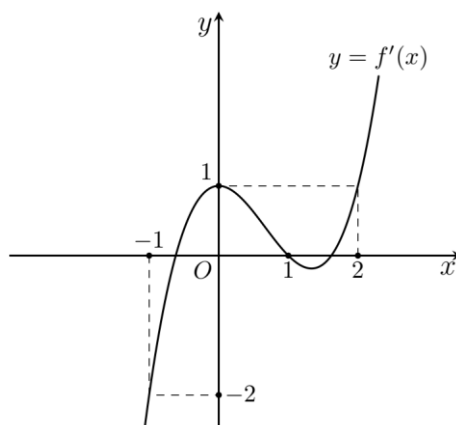
Ta có:

$$f'(x) = \frac{x^2 + e^x(1+3x^2)}{3e^x + 1} = x^2 + \frac{e^x}{3e^x + 1} \Rightarrow f(x) = \int \left(x^2 + \frac{e^x}{3e^x + 1} \right) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{\ln(3e^x + 1)}{3} + C$$

$$\text{Thay } f(0) = 0 \Leftrightarrow C = -\frac{\ln 4}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{\ln(3e^x + 1)}{3} - \frac{\ln 4}{3}$$

$$\text{Suy ra } f(1) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \ln \frac{3e+1}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow a + b + c = 10.$$

- Câu 50:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Trên khoảng $(0; +\infty)$, hàm số $g(x) = 3f(x) - \sqrt{2x^3} + 1$ có

A. một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

B. đúng một điểm cực trị.

C. hai điểm cực tiểu.

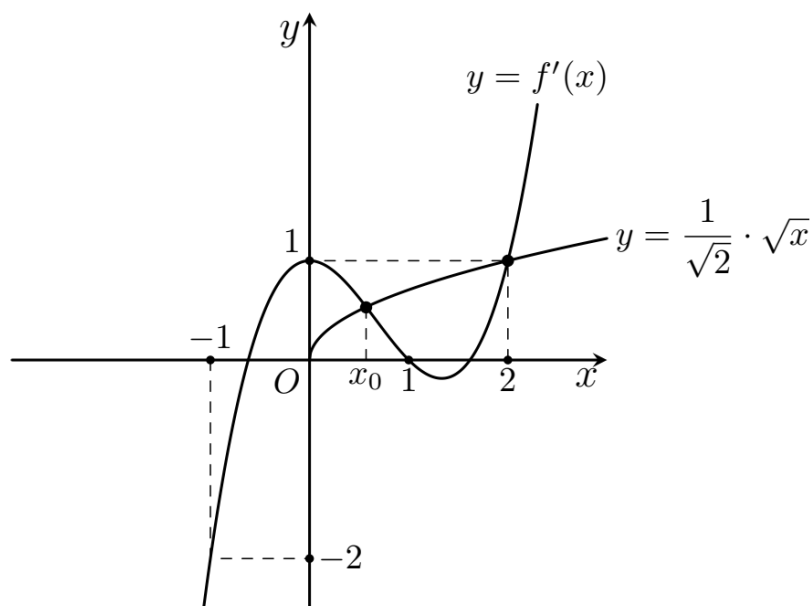
D. hai điểm cực đại.

Lời giải

Chọn A

Trên $(0; +\infty)$, ta có $g'(x) = 3f'(x) - \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x}$

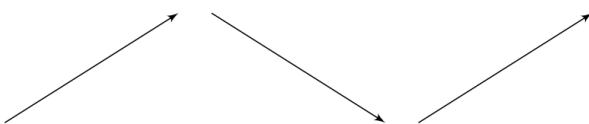
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3f'(x) - \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x}$$



Dựa vào đồ thị, đường cong $y = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{x}$ cắt đồ thị $f'(x)$ tại hai điểm có hoành độ là x_0

$(0 < x_0 < 1)$ và 2 .

Ta có

x	0	x_0	2	$+\infty$		
$g'(x)$		+	0	-	0	+
$g(x)$						

Vậy hàm số $g(x)$ có một cực đại và một cực tiểu.

----- HẾT -----