

Bài 1: (5,0 điểm)

1. Giải phương trình: $(\sin x + \sqrt{3} \cos x)^2 - \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right) = 5.$

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - (x+y)} = \frac{y}{\sqrt[3]{x-y}} \\ 2(x^2 + y^2) - 3\sqrt{2x-1} = 11 \end{cases}.$$

Bài 2: (5,0 điểm)

1. Cho khai triển: $(1+x+x^2+x^3+\dots+x^{10})^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}.$ Chứng minh đẳng thức sau: $C_{11}^0a_0 - C_{11}^1a_1 + C_{11}^2a_2 - C_{11}^3a_3 + \dots + C_{11}^{10}a_{10} - C_{11}^{11}a_{11} = 11.$

2. Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số mà có tổng các chữ số của nó là bội số của 4.

Bài 3: (3,0 điểm)

Cho dãy số (u_n) được xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{9}(u_n + 4 + 4\sqrt{1+2u_n}), \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tính $\lim u_n.$

Bài 4: (7,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ tâm I . Các điểm $G(1;2)$, $E(-1;-2)$ lần lượt là trọng tâm của tam giác ABI và tam giác ADC . Tính độ dài cạnh hình vuông $ABCD$ biết tung độ đỉnh A lớn hơn 0.

2. Cho tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên cạnh BC . Gọi P , Q lần lượt là điểm đối xứng của M qua AC , AB . Trên đường tròn ngoại tiếp tam giác APQ lấy điểm N sao cho AN song song với BC . Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định khi M di động trên cạnh BC .

----- HẾT -----