

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

**Mã đề thi
101**

Câu 1. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC có diện tích là $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

- A.** $V = a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 2. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 11$ bằng

- A.** 176π . **B.** 44π . **C.** 28π . **D.** 22π .

Câu 3. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$. **B.** $\int \sin x \, dx = \cos x$.
C. $\int \sin x \, dx = \cos x + C$. **D.** $\int \sin x \, dx = -\cos x$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ là

- A.** $\sqrt{13}$. **B.** 0 . **C.** $\sqrt{14}$. **D.** $\sqrt{12}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng sau đây ?

- A.** $(0; 2)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-1; 3)$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** $\int x^2 \, dx = \frac{1}{2}x^3 + C$. **B.** $\int x^2 \, dx = x^3$. **C.** $\int x^2 \, dx = \frac{1}{3}x^3 + C$. **D.** $\int x^2 \, dx = x^3 + C$.

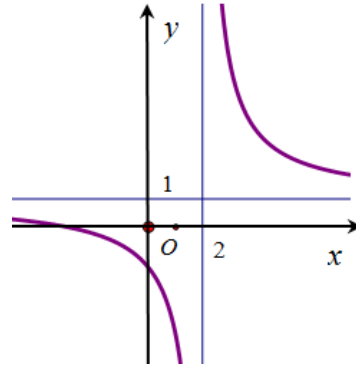
Câu 7. Cho u, v là các hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$. Đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A.** $\int_a^b u \, dv + \int_a^b v \, du = u \Big|_a^b$. **B.** $\int_a^b u \, dv = v \Big|_a^b - \int_a^b v \, du$.
C. $\int_a^b u \, dv = (u.v) \Big|_a^b - \int_a^b v \, du$. **D.** $\int_a^b u \, dv - \int_a^b v \, du = (u.v) \Big|_a^b$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $6x + 12y - 4z + 5 = 0$ là

- A.** $\vec{n} = (6; 12; 4)$. **B.** $\vec{n} = (3; 6; -2)$. **C.** $\vec{n} = (3; 6; 2)$. **D.** $\vec{n} = (-2; -1; 3)$.

Câu 9. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây ?



- A. $y = \frac{x+3}{x-2}$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = x^4 - 4x^2 + 2$. D. $y = \frac{x-3}{x+1}$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu bằng -2 và công bội bằng 2 . Giá trị của u_5 bằng

- A. -32 . B. 32 . C. 64 . D. -64 .

Câu 11. Cho $k, n \in \mathbb{N}, n \geq 1, 0 \leq k \leq n$, đẳng thức nào sau đây đúng ?

- A. $A_n^k = C_n^k$. B. $A_n^k = n(n-1)\dots(n-k-1)$.
C. $A_n^k = C_n^k \cdot k!$. D. $A_n^k = A_n^{n-k}$.

Câu 12. Cho khối chóp có chiều cao bằng h và có thể tích bằng V . Diện tích B của đáy khối chóp đó là

- A. $B = \frac{2V}{h}$. B. $B = \frac{V}{h}$. C. $B = \frac{3V}{h}$. D. $B = \frac{6V}{h}$.

Câu 13. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			20	
		-7			$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

- A. $y = 20$. B. $x = -1$. C. $y = -7$. D. $x = 2$.

Câu 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ là đường thẳng:

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $y = 3$. D. $x = 3$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = 4^{x-3}$ là

- A. $y' = (x-3) \cdot 4^{x-2}$. B. $y' = 4^{x-3} \ln 4$. C. $y' = 4^{x-2}$. D. $y' = 4^{x-2} \ln 4$.

Câu 16. Cho a là số thực dương tùy ý. Khi đó $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{17}{6}}$. B. a^5 . C. a . D. $a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 17. Trên mặt phẳng tọa độ, số phức $z = -2 + 3i$ được biểu diễn bởi điểm

- A. $P(2; 3)$. B. $N(-3; 2)$. C. $Q(-2; 3)$. D. $M(3; -2)$.

Câu 18. Cho số phức $z = 3 + 5i$. Tính $|z|$.

- A. $\sqrt{34}$. B. 8 . C. 34 . D. $\sqrt{8}$.

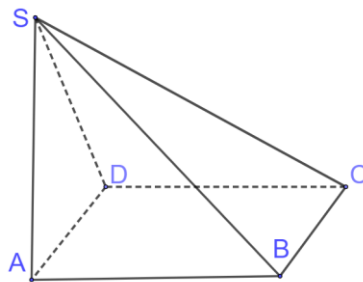
Câu 19. Cho số phức $z = 3 + 2i$. Phần ảo của số phức z bằng

- A. -2 . B. $2i$. C. 3 . D. 2 .

Câu 20. Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) < 1$.

- A. $x < \frac{2}{3}$. B. $x > \frac{2}{3}$. C. $x < \frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2021, $SA \perp (ABCD)$ và mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) bằng



- A. $2021\sqrt{3}$. B. $\frac{2021\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{2021\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2021}{2}$.

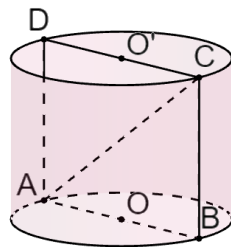
Câu 22. Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 2$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 4x$ cắt trục Ox tại mấy điểm?

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 24. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc 2 đáy của khối trụ. Biết $AB = 12a$, $AC = 13a$. Thể tích của khối trụ là

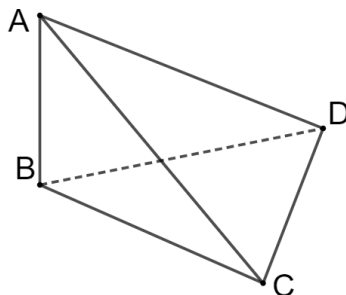


- A. $160\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $120\pi a^3$. D. $180\pi a^3$.

Câu 25. Phương trình $3^{2x-1} = 27$ có nghiệm là

- A. $x = 3$. B. $x = 6$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, BC, BD đôi một vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Góc giữa CD và (ABD) là CBD . B. Góc giữa AC và (BCD) là ACB .
C. Góc giữa AD và (ABC) là ADB . D. Góc giữa AC và (ABD) là CAD .

Câu 27. Phần ảo của số phức $z = (2+i) \cdot \frac{i+1}{i-1}$ bằng

- A. i . B. -2 . C. $-2i$. D. 1.

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý khác 1, $\log_a \left(\frac{1}{a^3} \right)$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. 3. D. -3 .

Câu 29. Hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng:

- A. $(-1; 3)$. B. $(-4; 0)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; 4)$.

Câu 30. Cho $\int_0^7 f(x)dx = 49$ và $\int_2^5 f(x)dx = 21$. Khi đó giá trị của $T = \int_0^2 f(x)dx + \int_5^7 f(x)dx$ là

- A. -28. B. 28. C. 70. D. -70.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -4; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I , tiếp xúc với trục Oy là

- A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 10$.
C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 17$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Câu 32. Hàm số $f(x) = -\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x)$ có tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $3 - \sqrt{2}$. B. $-\sqrt{2}$. C. $-\frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên AB là điểm H thỏa mãn $AH = 2HB$, trung điểm SH là điểm E . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ECD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{18}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 34. Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt trong 20 số tự nhiên đầu tiên. Xác suất để tích các số được chọn là một số chẵn bằng

- A. $\frac{29}{38}$. B. $\frac{9}{38}$. C. $\frac{10}{19}$. D. $\frac{15}{19}$.

Câu 35. Biết $\int_{-\pi/2}^a \sin^2 x \cdot \cos x dx = \frac{1}{3}$, với $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của a là

- A. $a = 0$. B. $a = \frac{\pi}{4}$. C. $a = \frac{\pi}{3}$. D. $a = \frac{\pi}{2}$.

Câu 36. Một công ty du lịch đầu tư xây dựng 24 nhà chòi trong khu du lịch sinh thái. Mô hình thiết kế như hình vẽ, mái nhà có hình dạng là mặt xung quanh của hình nón với bán kính đáy là 3 m và chiều cao của mái là 4 m. Chi phí làm mái là 2 triệu đồng/m², chi phí làm hệ thống cột, khung nhà và nền nhà là 100 triệu đồng/nhà chòi. Công ty chỉ trả được 30% tổng chi phí xây dựng 24 nhà chòi đó. Số tiền còn thiếu, công ty phải vay ngân hàng với lãi suất 10%/năm (với thể thức lãi kép, lãi suất không thay đổi trong thời gian vay). Sau đúng 5 năm, công ty trả nợ ngân hàng cả gốc và lãi với số tiền là (làm tròn đến hàng ngàn)

- A. 3.456.123.000 ngàn đồng.
B. 5.255.678.000 ngàn đồng.
C. 7.508.112.000 ngàn đồng.
D. 2.252.434.000 ngàn đồng.



Câu 37. Tính tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$.

- A. 12. B. $\log_3 4$. C. 6. D. 2.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(-2; 3; 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với OB có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 - 6t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 - t \end{cases}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-3	$+\infty$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $g(x) = f^3(x) - mf(x)$ có nhiều điểm cực trị nhất?

- A. 11. B. 9. C. 20. D. 10.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{3}$ và hai điểm $A(3; 4; 5)$, $B(-4; 0; 2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c) \in d$, bán kính R và (S) đi qua hai điểm A, B . Khi đó $a^2 + b^2 + c^2 + R$ bằng

- A. 50. B. 30. C. 25. D. 36.

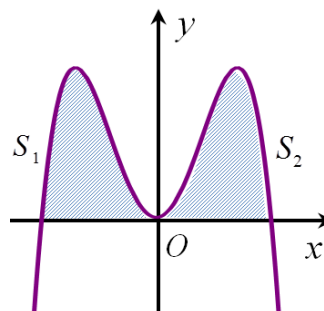
Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $5^{x^2+1} + 2x^2 - 4x - 6 \leq 25^{x+2}$?

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 . Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (a; b; 1)$. Khi đó $a^2 + b^2$ bằng

- A. 65. B. 68. C. 64. D. 73.

Câu 43. Cho hàm số $y = -x^4 + mx^2$ có đồ thị (C_m) với tham số $m > 0$ được cho như hình vẽ. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt như hình vẽ. Gọi S_1 và S_2 là diện tích các miền được giới hạn bởi đồ thị (C_m) và trục Ox . Biết m_0 là giá trị để $S_1 + S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3}$, hỏi m_0 thuộc khoảng nào sau đây:

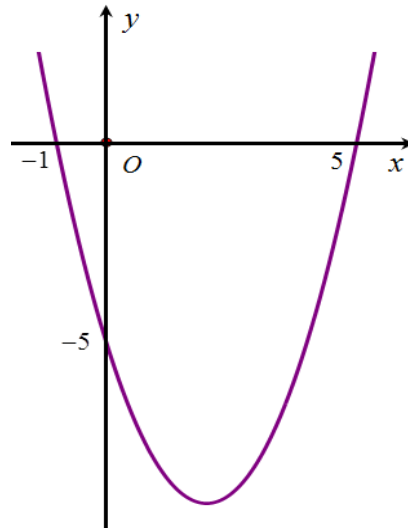


- A. $(15; 30)$. B. $(5; 10)$. C. $(0; 3)$. D. $(2; 6)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \ln(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x) + \frac{4^x - 1}{2^x}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $f(\sqrt{x-4} - m(x-1)) + f(m+1) \geq 0$ có nghiệm.

- A. $m \leq \frac{1+\sqrt{3}}{4}$. B. $m \leq 0$. C. $m \leq \frac{-1+\sqrt{3}}{4}$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(-1) = \frac{8}{3}$ và a, b, c là các số thực thỏa mãn: $a \in (-3; -1)$, $b \in (-1; 2)$, $c \in (2; 5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $f(a) + f(b) - f(c) \leq 7a - 8(b - c) + \frac{44}{3}$. B. $f(a) + f(b) - f(c) \geq 7a - 8(b - c) + \frac{44}{3}$.
 C. $2f(a) + f(b) - f(c) \leq 14a - 8(b - c) + \frac{83}{3}$. D. $2f(a) + f(b) - f(c) \geq 14a - 8(b - c) + \frac{83}{3}$.

Câu 46. Cho các số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$, $-4 \leq y \leq 15$) và w thỏa mãn $|w - 4 - 3i| = 2$. Các số phức z, z^2, z^3 lần lượt có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ tạo thành một tam giác vuông. Gọi $m = \min |z - w|$, $M = \max |z - w|$, khi đó $m + M^2$ bằng

- A. 224. B. 226. C. 227. D. 225.

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 24. Gọi M, N và P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh $A'B', B'C'$ và BC sao cho M là trung điểm của $A'B'$, $B'N = \frac{3}{4}B'C'$ và $BP = \frac{1}{4}BC$. Đường thẳng NP cắt đường thẳng BB' tại E và đường thẳng EM cắt đường thẳng AB tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $AQPCA'MNC'$ bằng

- A. $\frac{59}{6}$. B. $\frac{59}{2}$. C. $\frac{59}{3}$. D. $\frac{59}{4}$.

Câu 48. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 24$ và $z_1^2 + (z_2 + 1 - 2i)^2 = z_1 z_2 + (1 - 2i)z_1$. Biết $|z_1 - z_2 - 1 + 2i| = a$ với a là một số nguyên dương. Hỏi a có bao nhiêu ước số nguyên?

- A. 8. B. 12. C. 20. D. 16.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn các điều kiện $f(1) = 3$ và $\frac{2f^2(x)}{x^2} - \left(\frac{1}{x} + \frac{8}{x^3}\right)f(x) + \frac{8}{x^4} = f'(x)$, $\forall x > 0$. Tính $\int_2^4 f(x)dx$.

- A. $6 - 2\ln 2$. B. $6 + 4\ln 2$. C. $6 + 2\ln 2$. D. $8 + 4\ln 2$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $E(1 + 3a; -2; 2 + 3a)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; 1; a + 1)$. Biết khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu (S) cố định có tâm $I(m; n; p)$ bán kính R đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ . Một khối nón (N) có tâm I và đường tròn đáy của khối nón nằm trên mặt cầu (S) . Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là $\max V_{(N)} = \frac{q\pi}{3}$. Khi đó tổng $m + n + p + q$ bằng

- A. 250. B. 256. C. 252. D. 225.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	B	B	B	B	D	D	A	C	C	A	D	D	C	A	A	C	D	B	B	D	C	C	B	D
2	B	A	C	C	C	D	C	D	B	D	B	D	A	B	A	B	B	B	D	C	A	D	A	C
3	A	A	D	A	D	B	C	A	C	C	C	B	A	A	A	B	D	D	B	C	D	A	B	B
4	C	C	A	A	C	C	D	C	C	C	C	C	D	A	B	D	D	C	D	C	C	B	C	B
5	A	B	B	B	B	B	B	A	B	A	C	A	A	B	C	D	C	D	B	C	D	D	C	B
6	C	D	B	B	B	B	D	C	D	B	C	C	B	C	D	D	D	C	D	B	B	C	B	B
7	C	B	B	B	B	D	C	C	D	A	D	A	A	D	B	A	C	B	D	B	D	D	A	C
8	B	D	B	D	C	B	D	A	A	C	D	A	D	D	C	A	A	B	A	B	D	C	B	C
9	A	B	B	D	A	C	B	D	B	C	A	B	B	B	B	A	D	B	C	B	A	B	A	C
10	A	A	A	D	B	A	D	B	C	B	D	A	D	D	A	B	C	C	D	D	D	A	B	B
11	C	D	D	A	C	B	D	A	A	B	C	A	C	A	D	C	C	C	B	A	B	A	A	A
12	C	B	A	B	A	A	A	B	C	D	C	A	A	B	B	A	B	D	C	B	A	D	D	A
13	D	A	D	D	B	D	C	A	A	A	C	C	B	A	B	D	B	C	C	D	B	A	A	A
14	A	B	C	B	D	C	D	A	D	D	D	A	A	C	B	B	A	A	D	D	A	D	A	C
15	B	D	A	C	C	C	A	A	B	D	A	C	D	B	C	D	A	C	D	D	B	C	B	A
16	D	C	D	D	B	D	B	B	D	B	C	D	A	B	D	D	A	D	B	A	C	D	B	A
17	C	D	B	B	A	D	D	D	C	A	C	C	A	C	D	C	D	A	D	D	B	D	B	B
18	A	D	B	D	D	A	A	C	B	D	A	B	D	A	D	A	B	A	B	A	B	C	D	B
19	D	C	B	C	C	C	A	B	D	A	A	B	D	A	C	B	B	D	B	D	B	A	C	A
20	D	A	D	B	B	B	A	B	C	A	A	C	C	C	D	D	D	B	A	C	A	A	C	D
21	B	D	D	C	A	A	B	D	B	D	B	A	A	C	B	C	C	B	C	C	D	D	C	D
22	D	C	A	C	C	C	A	D	C	B	A	D	C	B	A	A	A	D	B	D	B	A	C	C
23	C	A	C	B	D	A	D	B	C	C	C	A	B	C	C	D	D	A	D	B	C	D	A	A
24	D	C	D	A	A	B	B	C	C	A	D	A	B	C	B	C	B	C	B	C	B	B	A	A
25	C	A	C	A	A	A	A	A	D	C	B	C	C	A	C	A	B	D	C	B	C	C	D	B
26	B	B	A	A	A	B	B	A	C	D	B	A	D	B	C	B	A	B	A	A	A	D	C	B
27	B	C	B	D	D	B	C	B	A	B	A	B	B	C	B	A	C	C	A	A	A	A	B	C
28	D	C	A	D	C	C	A	B	D	B	A	C	A	D	C	C	A	D	C	A	C	B	D	A
29	D	D	C	A	D	C	C	B	B	A	A	D	D	B	A	B	B	A	B	A	B	D	B	A
30	B	D	D	C	B	D	B	D	B	A	B	D	C	A	C	B	C	A	A	D	B	B	C	D
31	B	B	C	C	A	C	A	D	A	A	D	B	C	A	C	A	A	D	D	A	A	B	D	D
32	C	A	B	A	C	B	D	A	D	B	A	D	D	A	A	A	C	C	A	A	D	A	D	B
33	B	B	D	B	C	A	C	C	B	C	C	B	D	D	D	C	A	D	C	A	A	C	D	D
34	A	A	C	D	D	A	B	C	A	A	D	A	B	A	D	D	C	C	A	C	C	A	D	C
35	A	C	A	B	C	A	C	A	A	B	A	A	A	D	A	B	C	B	A	C	D	B	A	D
36	B	C	C	A	B	A	B	D	A	B	B	C	C	B	D	C	B	C	B	B	D	C	C	D
37	D	A	A	C	D	B	B	A	A	D	B	B	C	D	D	C	B	B	D	B	D	B	D	A
38	B	B	C	C	B	D	A	D	B	B	D	C	B	D	A	D	B	B	A	C	B	A	A	A
39	D	D	D	B	B	D	B	B	A	A	B	B	B	B	B	A	D	A	C	A	C	C	D	B
40	B	D	A	A	A	D	B	C	B	D	D	D	A	B	A	A	A	C	D	C	C	B	C	D
41	A	B	B	C	B	D	A	B	A	B	B	B	B	D	D	C	B	D	B	A	A	C	D	A
42	A	A	D	B	B	A	C	C	B	D	B	B	D	D	B	A	C	A	A	A	A	D	C	C
43	D	B	C	A	D	A	C	D	D	D	B	B	B	A	A	C	C	A	A	D	A	A	A	B
44	A	A	C	C	D	B	A	D	C	C	A	D	B	D	A	B	A	A	C	D	B	B	B	D
45	A	A	A	D	A	C	B	B	D	C	B	C	A	C	D	D	A	A	B	B	D	B	A	D
46	C	C	A	A	D	B	D	C	A	C	C	D	D	D	B	B	D	B	C	C	C	C	D	C
47	C	D	B	D	A	C	D	D	D	C	B	D	B	C	C	B	D	A	C	D	D	B	A	C
48	D	B	A	A	C	A	C	B	D	D	D	D	C	B	B	C	D	B	A	B	C	B	C	B
49	C	C	D	D	A	C	C	A	B	B	D	C	C	C	C	D	B	A	A	B	A	A	B	C
50	A	C	C	C	A	D	D	C	A	C	A	B	C	C	A	B	A	D	C	B	C	C	B	D

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**

<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NGHỆ AN**



**KỶ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG KẾT HỢP THI THỬ
LỚP 12 - ĐỢT 2 - NĂM HỌC 2020 - 2021**

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ THI: 101

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: [Mức độ 1] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC có diện tích là $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 2: [Mức độ 1] Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 11$ bằng

- A. 176π . B. 44π . C. 28π . D. 22π .

Câu 3: [Mức độ 1] Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int \sin x \, dx = -\cos x + C$. B. $\int \sin x \, dx = \cos x$.
C. $\int \sin x \, dx = \cos x + C$. D. $\int \sin x \, dx = -\cos x$.

Câu 4: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$. Độ dài $\vec{a}$ là

- A. $\sqrt{13}$. B. 0. C. $\sqrt{14}$. D. $\sqrt{12}$.

Câu 5: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	-		
y	$+\infty$			3			$-\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
		-1					

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(0; 3)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 6: [Mức độ 1] Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int x^2 \, dx = \frac{1}{2}x^3 + C$. B. $\int x^2 \, dx = x^3$. C. $\int x^2 \, dx = \frac{1}{3}x^3 + C$. D. $\int x^2 \, dx = x^3 + C$.

Câu 7: [Mức độ 1] Cho u, v là các hàm số có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b u dv + \int_a^b v du = u|_a^b$.

B. $\int_a^b u dv = v|_a^b - \int_a^b v du$.

C. $\int_a^b u dv = (uv)|_a^b - \int_a^b v du$.

D. $\int_a^b u dv - \int_a^b v du = (uv)|_a^b$.

Câu 8: [Mức độ 1] Trong không gian Oxyz, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $6x + 12y - 4z + 5 = 0$ là

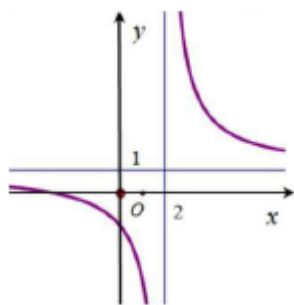
A. $\vec{n} = (6; 12; 4)$.

B. $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

C. $\vec{n} = (3; 6; 2)$.

D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$.

Câu 9: [Mức độ 1] Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.

D. $y = \frac{x-3}{x+1}$.

Câu 10: [Mức độ 1] Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu bằng -2 và công bội bằng 2 . Giá trị của u_5 bằng

A. -32 .

B. 32 .

C. 64 .

D. -64 .

Câu 11: [Mức độ 1] Cho $k, n \in \mathbb{N}, n \geq 1, 0 \leq k \leq n$, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $A_n^k = C_n^k$.

B. $A_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k-1)$.

C. $A_n^k = C_n^k \cdot k!$.

D. $A_n^k = A_n^{n-k}$.

Câu 12: [Mức độ 1] Cho khối chóp có chiều cao bằng h và có thể tích bằng V . Diện tích B của đáy khối chóp đó là

A. $B = \frac{2V}{h}$.

B. $B = \frac{V}{h}$.

C. $B = \frac{3V}{h}$.

D. $B = \frac{6V}{h}$.

Câu 13: [Mức độ 1] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			20	
		-7			$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

A. $y = 20$.

B. $x = -1$.

C. $y = -7$.

D. $x = 2$.

Câu 14. [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ là đường thẳng

- A. $x=1$. B. $y=1$. C. $y=3$. D. $x=3$.

Câu 15. [Mức độ 1] Đạo hàm của hàm số $y = 4^{x-3}$ là

- A. $y' = (x-3) \cdot 4^{x-2}$. B. $y' = 4^{x-3} \ln 4$. C. $y' = 4^{x-2}$. D. $y' = 4^{x-2} \ln 4$.

Câu 16. [Mức độ 1] Cho a là số thực dương tùy ý. Khi đó $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

- A. $a^{\frac{17}{16}}$. B. a^5 . C. a . D. $a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 17. [Mức độ 1] Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức $z = -2 + 3i$ được biểu diễn bởi điểm

- A. $P(2;3)$. B. $N(-3;2)$. C. $Q(-2;3)$. D. $M(3;-2)$.

Câu 18. [Mức độ 1] Cho số phức $z = 3 + 5i$. Tính $|z|$.

- A. $\sqrt{34}$. B. 8. C. 34. D. $\sqrt{8}$.

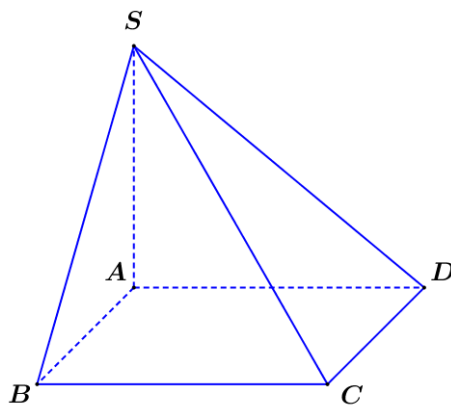
Câu 19. [Mức độ 1] Cho số phức $z = 3 + 2i$. Phần ảo của số phức z bằng

- A. -2. B. $2i$. C. 3. D. 2.

Câu 20. [Mức độ 1] Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) < 1$.

- A. $x < \frac{2}{3}$. B. $x > \frac{2}{3}$. C. $x < \frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$.

Câu 21. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2021, $SA \perp (ABCD)$ và mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) bằng



- A. $2021\sqrt{3}$. B. $\frac{2021\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{2021\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2021}{2}$.

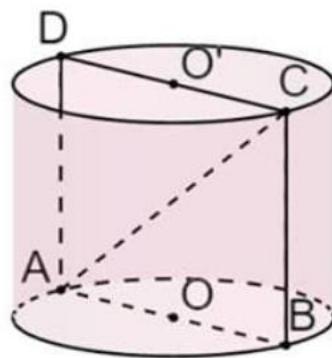
Câu 22. [Mức độ 2] Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 2$ là:

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 23. [Mức độ 2] Đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 4x$ cắt trục Ox tại mấy điểm?

- A. 0. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 24. [Mức độ 2] Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 12a$; $AC = 13a$. Thể tích của khối trụ là:

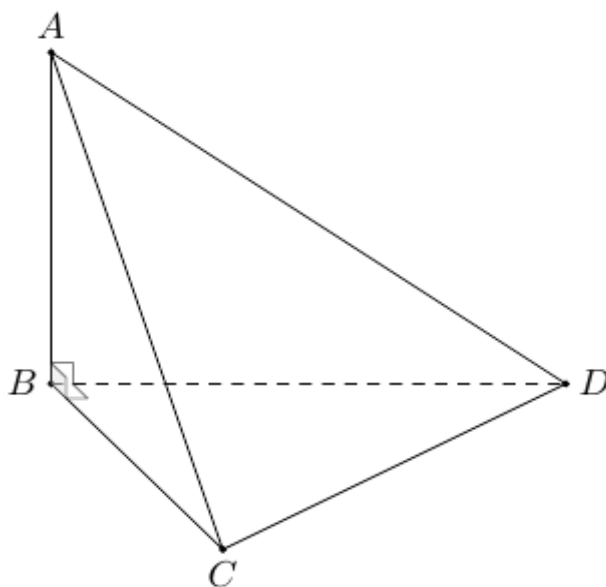


- A. $160\pi a^3$. B. $150\pi a^3$. C. $120\pi a^3$. D. $180\pi a^3$.

Câu 25. [Mức độ 1] Phương trình $3^{2x-1} = 27$ có nghiệm là

- A. $x = 3$. B. $x = 6$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 26. [Mức độ 2] Cho tứ diện $ABCD$ có AB , BC , BD đôi một vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Góc giữa CD và (ABD) là CBD . B. Góc giữa AC và (BCD) là ACB .
C. Góc giữa AD và (ABC) là ADB . D. Góc giữa AC và (ABD) là CAD .

Câu 27. [Mức độ 2] Phần ảo của số phức $z = (2+i) \cdot \frac{i+1}{i-1}$ bằng

- A. i . B. -2 . C. $-2i$. D. 1 .

Câu 28. [Mức độ 2] Với a số thực dương tùy ý khác 1, $\log_a \left(\frac{1}{a^3} \right)$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. 3 . D. -3 .

Câu 29. [Mức độ 2] Hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1; 3)$.

B. $(-4; 0)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(0; 4)$.

Câu 30. [Mức độ 2] Cho $\int_0^7 f(x)dx = 49$ và $\int_2^5 f(x)dx = 21$. Khi đó giá trị của $T = \int_0^2 f(x)dx + \int_5^7 f(x)dx$ là

A. -28 .

B. 28 .

C. 70 .

D. -70 .

Câu 31. [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $I(1; -4; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I , tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 10$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 17$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Câu 32. [Mức độ 2] Hàm số $f(x) = -\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x)$ có tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất bằng

A. $3 - \sqrt{2}$.

B. $-\sqrt{2}$.

C. $-\frac{5}{4}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 33. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên AB là điểm H thỏa mãn $AH = 2HB$, gọi E là trung điểm của SH . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ECD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{18}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 34. [Mức độ 2] Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt trong 20 số tự nhiên đầu tiên. Xác suất để tích các số được chọn là một số chẵn bằng

A. $\frac{29}{38}$.

B. $\frac{9}{38}$.

C. $\frac{10}{19}$.

D. $\frac{15}{19}$.

Câu 35. [Mức độ 2] Biết $\int_{-\frac{\pi}{2}}^a \sin^2 x \cdot \cos x dx = \frac{1}{3}$, với $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của a là

A. $a = 0$.

B. $a = \frac{\pi}{4}$.

C. $a = \frac{\pi}{3}$.

D. $a = \frac{\pi}{2}$.

Câu 36. [Mức độ 3] Một công ty du lịch đầu tư xây dựng 24 nhà chòi trong khu du lịch sinh thái. Mô hình thiết kế như hình vẽ, mái nhà có hình dạng là mặt xung quanh của hình nón với bán kính đáy là 3m và chiều cao của mái nhà là 4m. Chi phí làm mái là 2 triệu đồng/m², chi phí làm hệ thống cột, khung nhà và nền nhà là 100 triệu đồng/nhà chòi. Công ty chỉ trả được 30% tổng chi phí xây dựng 24 nhà chòi đó. Số tiền còn thiếu, công ty phải vay ngân hàng với lãi suất 10%/năm (với thể thức lãi kép, lãi suất không thay đổi trong thời gian vay). Sau đúng 5 năm, công ty trả nợ ngân hàng cả gốc và lãi với số tiền là (làm tròn đến hàng ngàn)

A. 3.456.123.000 đồng.

B. 5.255.678.000 đồng.

C. 7.508.112.000 đồng.

D. 2.252.434.000 đồng.

Câu 37. [Mức độ 3] Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$.

A. 12.

B. $\log_3 4$.

C. 6.

D. 2.

Câu 38. [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3), B(-2; 3; 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với OB có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 - 6t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 - t \end{cases}$

Câu 39. [Mức độ 3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như dưới đây

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-3	$+\infty$	

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $g(x) = f^3(x) - mf(x)$ có nhiều điểm cực trị nhất?

A. 11.

B. 9.

C. 20.

D. 10.

Câu 40. [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{3}$ và hai điểm $A(3; 4; 5)$, $B(-4; 0; 2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c) \in d$, bán kính R và (S) đi qua hai điểm A, B . Khi đó $a^2 + b^2 + c^2 + R$ bằng

A. 50.

B. 30.

C. 25.

D. 36.

Câu 41. [Mức độ 3] Bất phương trình $5^{x^2+1} + 2x^2 - 4x - 6 \leq 25^{x+2}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 42. [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 . Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (a; b; 1)$. Khi đó $a^2 + b^2$ bằng

A. 65.

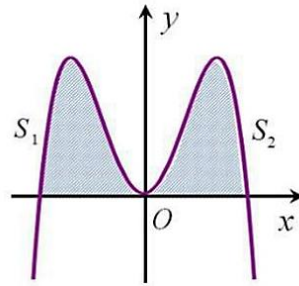
B. 68.

C. 64.

D. 73.

Câu 43. [Mức độ 3] Cho hàm số $y = -x^4 + mx^2$ có đồ thị (C_m) với tham số $m > 0$ được cho như hình vẽ. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt như hình vẽ. Gọi S_1 và S_2 là diện tích các

miền được giới hạn bởi đồ thị (C_m) và trục Ox . Biết m_0 là giá trị để $S_1 + S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3}$, hỏi m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

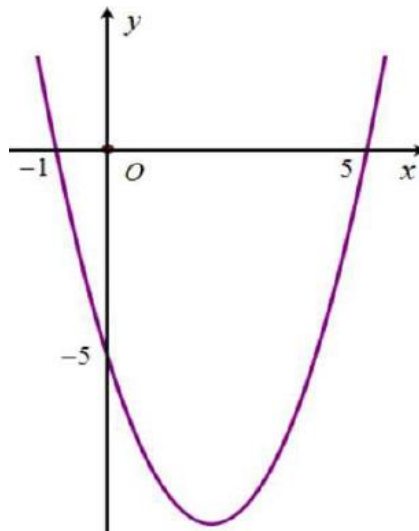


- A. $(15;30)$. B. $(5;10)$. C. $(0;3)$. D. $(2;6)$.

Câu 44: [Mức độ 3] Cho hàm số $f(x) = \ln(\sqrt{4x^2+1} + 2x) + \frac{4^x-1}{2^x}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $f(\sqrt{x-4}-m(x-1)) + f(m+1) \geq 0$ có nghiệm.

- A. $m \leq \frac{1+\sqrt{3}}{4}$. B. $m \leq 0$. C. $m \leq \frac{-1+\sqrt{3}}{4}$. D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 45: [Mức độ 4] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(-1) = \frac{8}{3}$ và a, b, c là các số thực thỏa mãn: $a \in (-3; -1), b \in (-1; 2), c \in (2; 5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $f(a) + f(b) - f(c) \leq 7a - 8(b-c) + \frac{44}{3}$. B. $f(a) + f(b) - f(c) \geq 7a - 8(b-c) + \frac{44}{3}$.
C. $2f(a) + f(b) - f(c) \leq 14a - 8(b-c) + \frac{83}{3}$. D. $2f(a) + f(b) - f(c) \geq 14a - 8(b-c) + \frac{83}{3}$.

Câu 46: [Mức độ 4] Cho các số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}, -4 \leq y \leq 15$) và w thỏa mãn $|w - 4 - 3i| = 2$. Các số phức z, z^2, z^3 lần lượt có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ tạo thành một tam giác vuông. Gọi $m = \min|z - w|$, $M = \max|z - w|$, khi đó $m + M^2$ bằng:

- A. 224. B. 226. C. 227. D. 225.

Câu 47. [Mức độ 3] Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 24. Gọi M, N và P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh $A'B', B'C'$ và BC sao cho M là trung điểm của $A'B', B'N = \frac{3}{4} B'C'$ và $BP = \frac{1}{4} BC$. Đường thẳng NP cắt BB' tại E và đường thẳng EM cắt AB tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $AQPCA'MNC'$ bằng

- A. $\frac{59}{6}$. B. $\frac{59}{2}$. C. $\frac{59}{3}$. D. $\frac{59}{4}$.

Câu 48. [Mức độ 4] Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 24$ và $z_1^2 + (z_2 + 1 - 2i)^2 = z_1 z_2 + (1 - 2i) z_1$. Biết $|z_1 - z_2 - 1 + 2i| = a$ với a là một số nguyên dương. Hỏi a có bao nhiêu ước số nguyên?

- A. 8. B. 12. C. 20. D. 16.

Câu 49. [Mức độ 4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn các điều kiện

$$f(1) = 3 \text{ và } \frac{2f^2(x)}{x^2} - \left(\frac{1}{x} + \frac{8}{x^3}\right)f(x) + \frac{8}{x^4} = f'(x), \forall x > 0. \text{ Tính } \int_2^4 f(x) dx.$$

- A. $6 - 2\ln 2$. B. $6 + 4\ln 2$. C. $6 + 2\ln 2$. D. $8 + 4\ln 2$.

Câu 50. [Mức độ 4] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $E(1+3a; -2; 2+3a)$ và nhận $\vec{u} = (a; 1; a+1)$ làm véc tơ chỉ phương. Biết rằng khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu (S) cố định có tâm $I(m; n; p)$, bán kính R đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và tiếp xúc với Δ . Khối nón (N) có đỉnh I và đường tròn đáy nằm trên (S) . Nếu thể tích lớn nhất của (N) là $\frac{q\pi}{3}$ thì $m+n+p+q$ bằng bao nhiêu?

- A. 250. B. 256. C. 252. D. 225.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.A	4.C	5.A	6.C	7.C	8.B	9.A	10.A
11.C	12.C	13.D	14.A	15.B	16.D	17.C	18.A	19.D	20.D
21.B	22.D	23.C	24.D	25.C	26.B	27.B	28.D	29.D	30.B
31.B	32.C	33.B	34.A	35.A	36.B	37.D	38.B	39.D	40.B
41.A	42.A	43.D	44.A	45.A	46.C	47.C	48.D	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [Mức độ 1] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC có diện tích là $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3}{6}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Thơ Thơ

$$\text{Ta có } V = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{2} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 2: [Mức độ 1] Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 11$ bằng

A. 176π .B. 44π .C. 28π .D. 22π .

Lời giải

FB tác giả: Thơ Thơ

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 44\pi$ (đvdt).

Câu 3: [Mức độ 1] Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int \sin x dx = -\cos x + C$.B. $\int \sin x dx = \cos x$.C. $\int \sin x dx = \cos x + C$.D. $\int \sin x dx = -\cos x$.

Lời giải

FB tác giả: Thơ Thơ

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 4: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$. Độ dài $\vec{a}$ là

A. $\sqrt{13}$.

B. 0.

C. $\sqrt{14}$.D. $\sqrt{12}$.

Lời giải

Fb tác giả: Hoàng Diệp Phạm

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$.

Câu 5: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			3	
		-1			$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0; 2)$.B. $(0; 3)$.C. $(0; +\infty)$.D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Fb tác giả: Hoàng Diệp Phạm

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(0; 2)$.

Câu 6: [Mức độ 1] Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int x^2 dx = \frac{1}{2}x^3 + C$.B. $\int x^2 dx = x^3$.C. $\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$.D. $\int x^2 dx = x^3 + C$.

Lời giải

FB tác giả: Hoàng Điệp Phạm

Theo công thức nguyên hàm cơ bản thì $\int x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 + C$.

Câu 7: [Mức độ 1] Cho u, v là các hàm số có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b u dv + \int_a^b v du = u|_a^b$.

B. $\int_a^b u dv = v|_a^b - \int_a^b v du$.

C. $\int_a^b u dv = (uv)|_a^b - \int_a^b v du$.

D. $\int_a^b u dv - \int_a^b v du = (uv)|_a^b$.

Lời giải

FB tác giả: Đào Thúy Hằng

Áp dụng công thức tính tích phân từng phần, ta chọn đáp án C

Câu 8: [Mức độ 1] Trong không gian Oxyz, một vector pháp tuyến của mặt phẳng $6x + 12y - 4z + 5 = 0$ là

A. $\vec{n} = (6; 12; 4)$.

B. $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

C. $\vec{n} = (3; 6; 2)$

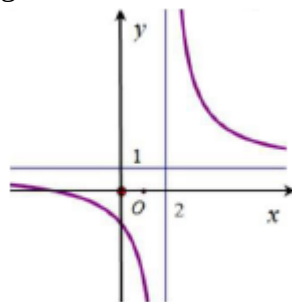
D. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$

Lời giải

FB tác giả: Đào Thúy Hằng

Mặt phẳng $6x + 12y - 4z + 5 = 0$ có một vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (6; 12; -4)$. Trong 4 phương án, $\vec{n} = (3; 6; -2)$ cùng phương với vector $\vec{n}_1 = (6; 12; -4)$ nên $\vec{n} = (3; 6; -2)$ cũng là một vector pháp tuyến của mặt phẳng: $6x + 12y - 4z + 5 = 0$.

Câu 9: [Mức độ 1] Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.

D. $y = \frac{x-3}{x+1}$.

Lời giải

FB tác giả: Đào Thúy Hằng

Nhìn đồ thị, ta biết đây là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, loại phương án B, C.

Hai nhánh đồ thị đều đi xuống nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Ta có $y = \frac{x+3}{x-2}$; $y' = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Chọn phương án A

Câu 10. [Mức độ 1] Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu bằng -2 và công bội bằng 2 . Giá trị của u_5 bằng

A. -32 .

B. 32 .

C. 64 .

D. -64 .

Lời giải

FB tác giả: Lê Thị Thanh Hoa

Ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 = -2 \cdot 2^4 = -32$.

Câu 11. [Mức độ 1] Cho $k, n \in \mathbb{N}, n \geq 1, 0 \leq k \leq n$, đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $A_n^k = C_n^k$.

B. $A_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k-1)$.

C. $A_n^k = C_n^k \cdot k!$.

D. $A_n^k = A_n^{n-k}$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Thị Thanh Hoa

Phương án A sai.

Phương án B sai vì $A_n^k = n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)$.

Phương án D sai, công thức đúng là $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Ta có công thức đúng là $A_n^k = C_n^k \cdot k!$.

Câu 12. [Mức độ 1] Cho khối chóp có chiều cao bằng h và có thể tích bằng V . Diện tích B của đáy khối chóp đó là

A. $B = \frac{2V}{h}$.

B. $B = \frac{V}{h}$.

C. $B = \frac{3V}{h}$.

D. $B = \frac{6V}{h}$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Thị Thanh Hoa

Ta có $V = \frac{1}{3} B \cdot h \Leftrightarrow B = \frac{3V}{h}$.

Câu 13. [Mức độ 1] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		20		$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

A. $y = 20$.

B. $x = -1$.

C. $y = -7$.

D. $x = 2$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thu Hà

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = 2$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 14. [Mức độ 1] Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ là đường thẳng

A. $x = 1$.

B. $y = 1$.

C. $y = 3$.

D. $x = 3$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thu Hà

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{3x-2}{x-1} \right) = -\infty$.Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$.**Câu 15.** [Mức độ 1] Đạo hàm của hàm số $y = 4^{x-3}$ là

A. $y' = (x-3) \cdot 4^{x-2}$.

B. $y' = 4^{x-3} \ln 4$.

C. $y' = 4^{x-2}$.

D. $y' = 4^{x-2} \ln 4$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thu Hà

Áp dụng công thức đạo hàm của hàm hợp $(a^u)' = (u)' \cdot a^u \cdot \ln a$ với $u = u(x)$ ta có

$$y' = (x-3)' \cdot 4^{x-3} \cdot \ln 4 = 4^{x-3} \cdot \ln 4.$$

Câu 16. [Mức độ 1] Cho a là số thực dương tùy ý. Khi đó $a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a}$ bằng

A. $a^{\frac{17}{16}}$.

B. a^5 .

C. a .

D. $a^{\frac{7}{6}}$.

Lời giải

FB tác giả: Lan Phạm

$$\text{Ta có } a^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{2+1}{3 \cdot 2}} = a^{\frac{7}{6}}.$$

Câu 17. [Mức độ 1] Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức $z = -2 + 3i$ được biểu diễn bởi điểm

A. $P(2;3)$.

B. $N(-3;2)$.

C. $Q(-2;3)$.

D. $M(3;-2)$.

Lời giải

FB tác giả: Lan Phạm

Số phức $z = -2 + 3i$ được biểu diễn bởi điểm $Q(-2;3)$.**Câu 18.** [Mức độ 1] Cho số phức $z = 3 + 5i$. Tính $|z|$.

A. $\sqrt{34}$.

B. 8.

C. 34.

D. $\sqrt{8}$.

Lời giải

FB tác giả: Lan Phạm

$$\text{Số phức } z = 3 + 5i \text{ có } |z| = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}.$$

Câu 19. [Mức độ 1] Cho số phức $z = 3 + 2i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. -2.

B. $2i$.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Dương Thúy

Ta có $z = 3 + 2i$ nên phần ảo của số phức z bằng 2.**Câu 20.** [Mức độ 1] Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) < 1$.

A. $x < \frac{2}{3}$.

B. $x > \frac{2}{3}$.

C. $x < \frac{4}{3}$.

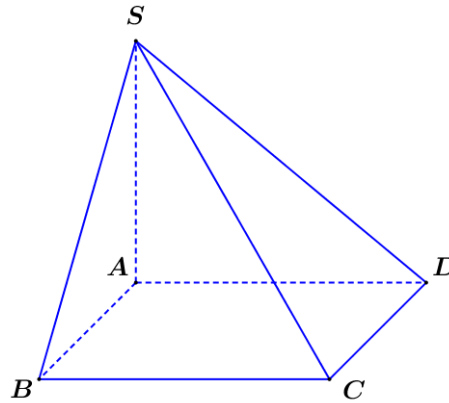
D. $\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$.

Lời giải

FB tác giả: Dương Thúy

Điều kiện: $x > \frac{2}{3}$.Với điều kiện $x > \frac{2}{3}$ thì $\log_2(3x-2) < 1 \Leftrightarrow 3x-2 < 2 \Leftrightarrow x < \frac{4}{3}$.Vậy nghiệm của bất phương trình là $\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}$.

Câu 21. [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2021, $SA \perp (ABCD)$ và mặt bên (SCD) hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) bằng



A. $2021\sqrt{3}$.

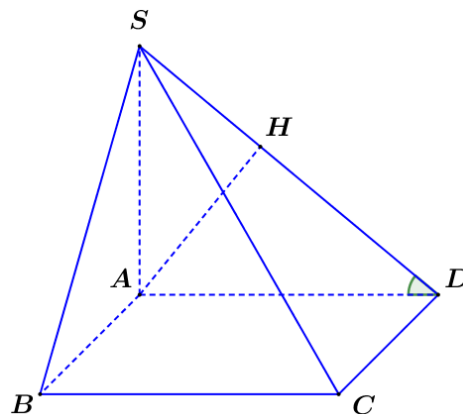
B. $\frac{2021\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2021\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2021}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Dương Thúy

Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD))$ (1).Theo giả thiết $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$ mà $AD \perp CD$ nên $SD \perp CD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ AD \subset (ABCD); AD \perp CD \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = SDA = 60^\circ \\ SD \subset (SCD); SD \perp CD \end{cases}$$

Trong mặt phẳng (SAD) dựng $AH \perp SD$ ($H \in SD$).

$$\text{Ta có } \begin{cases} AH \perp CD \\ AH \perp SD (CD \perp (SAD)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow AH = d(A, (SCD)) \quad (2).$$

$$\text{Xét tam giác } AHD \text{ vuông tại } H, \text{ có } AH = AD \cdot \sin SDA = AD \cdot \sin 60^\circ = \frac{2021\sqrt{3}}{2} \quad (3).$$

$$\text{Từ (1), (2), (3) suy ra } d(B, (SCD)) = \frac{2021\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 22. [Mức độ 2] Số điểm cực trị của hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 2$ là:

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

FB tác giả: Tân Ngọc Đỗ

$$\text{Xét } y' = -4x^3 + 6x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

Khi đó ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 23. [Mức độ 2] Đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 4x$ cắt trục Ox tại mấy điểm?

A. 0.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

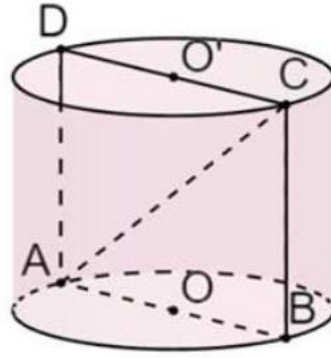
Lời giải

FB tác giả: Tân Ngọc Đỗ

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm: } 2x^3 - x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(2x^2 - x + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy đồ thị hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 4x$ cắt trục Ox tại 1 điểm.

Câu 24. [Mức độ 2] Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 12a$; $AC = 13a$. Thể tích của khối trụ là:



- A.** $160\pi a^3$.

- B.** $150\pi a^3$.

- C.** $120\pi a^3$.

- D.** $180\pi a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Tân Ngọc Đỗ

Áp dụng định lý Py – ta – go cho tam giác ABC vuông tại B ta có:

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{13a^2 - 12a^2} = 5a.$$

Vậy khối trụ có $\begin{cases} R=6a \\ h=5a \end{cases} \Rightarrow V = \pi \cdot 6a^2 \cdot 5a = 180\pi a^3$.

Câu 25 . [Mức độ 1] Phương trình $3^{2x-1} = 27$ có nghiệm là

- A.** $x = 3$.

- B.** $\chi = 6$.

- C.** $x = 2$.

- #### D. $x=1$.

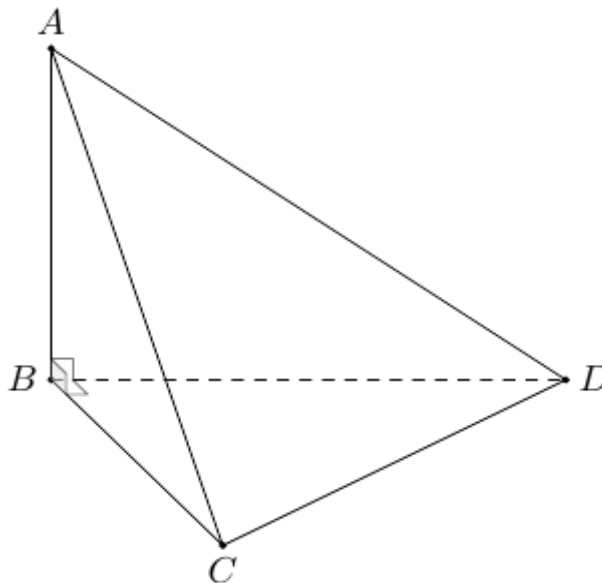
Lời giải.

FB tác giả: Nguyễn Trường Vinh

Ta có $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2$.

Câu 26. [Mức độ 2] Cho tứ diện $ABCD$ có AB , BC , BD đôi một vuông góc với nhau từng đôi một. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A.** Góc giữa CD và (ABD) là CBD .

- B.** Góc giữa AC và (BCD) là ACB .

- C.** Góc giữa AD và (ABC) là ADB .

- D.** Góc giữa AC và (ABD) là CAD .

Lời giải.**FB tác giả: Nguyễn Trường Vinh**

Ta có $\begin{cases} CB \perp BD \\ CB \perp BA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (ABD)$ suy ra B là hình chiếu vuông góc của C trên mặt phẳng (ABD) .

Do đó $(CD, (ABD)) = (CD, DB) = CDB$. Vậy đáp án **A** sai.

Ta có $\begin{cases} AB \perp BD \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCD)$ suy ra B là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (BCD) .

Do đó $(AC, (BCD)) = (AC, CB) = ACB$. Vậy đáp án **B** đúng.

Ta có $\begin{cases} BD \perp BC \\ BD \perp AB \end{cases} \Rightarrow BD \perp (ABC) \Rightarrow (AD, (ABC)) = (AD, AB) = DAB$. Vậy đáp án **C** sai.

Ta có $\begin{cases} BC \perp BD \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABD) \Rightarrow (AC, (ABD)) = (AC, AB) = CAB$. Vậy đáp án **D** sai.

Câu 27. [Mức độ 2] Phần ảo của số phức $z = (2+i) \cdot \frac{i+1}{i-1}$ bằng

A. i .**B.** -2 .**C.** $-2i$.**D.** 1 .**Lời giải.****FB tác giả: Nguyễn Trường Vinh**

Ta có $z = (2+i) \cdot \frac{i+1}{i-1} = (2+i) \cdot \frac{(i+1)^2}{-2} = (2+i) \cdot \frac{2i}{-2} = 1-2i$.

Vậy phần ảo của số phức z bằng -2 .

Câu 28. [Mức độ 2] Với a số thực dương tùy ý khác 1, $\log_a \left(\frac{1}{a^3} \right)$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$.**B.** $-\frac{3}{2}$.**C.** 3 .**D.** -3 .**Lời giải****FB tác giả: Htn ho**

Ta có: $\log_a \left(\frac{1}{a^3} \right) = \log_a a^{-3} = -3$.

Vậy $\log_a \left(\frac{1}{a^3} \right) = -3$.

Câu 29. [Mức độ 2] Hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

A. $(-1; 3)$.**B.** $(-4; 0)$.**C.** $(-2; 2)$.**D.** $(0; 4)$.**Lời giải****FB tác giả: Htn ho**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = -3x^2 + 12x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = 4 \Rightarrow y = 30 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0		4	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			30	$-\infty$

$\swarrow$ -2 $\nearrow$ $\searrow$

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

Câu 30. [Mức độ 2] Cho $\int_0^7 f(x)dx = 49$ và $\int_2^5 f(x)dx = 21$. Khi đó giá trị của

$$T = \int_0^2 f(x)dx + \int_5^7 f(x)dx \text{ là}$$

A. -28.

B. 28.

70.

D. -70.

Lời giải

FB tác giả: Htn ho

$$\text{Ta có: } \int_0^7 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx + \int_5^7 f(x)dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx + \int_5^7 f(x)dx = \int_0^7 f(x)dx - \int_2^5 f(x)dx$$

$$\text{Khi đó } T = \int_0^7 f(x)dx - \int_2^5 f(x)dx = 49 - 21 = 28.$$

Vậy $T = 28$.

Câu 31. [Mức độ 2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -4; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I , tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 16$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 10$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 17$.

D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Lan Anh

Hình chiếu vuông góc của $I(1; -4; 3)$ lên trục Oy là $H(0; -4; 0)$.

Vì mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy tại $H(0; -4; 0)$ nên mặt cầu có bán kính là:

$$R = IH = \sqrt{1+0+3^2} = \sqrt{10}.$$

Phương trình mặt cầu cần tìm có tâm $I(1; -4; 3)$, bán kính $R = \sqrt{10}$ là:

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-3)^2 = 10.$$

Câu 32. [Mức độ 2] Hàm số $f(x) = -\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x)$ có tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất bằng

A. $3 - \sqrt{2}$. B. $-\sqrt{2}$. **C. $-\frac{5}{4}$** D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Thị Lan Anh

Ta có: $f(x) = -\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x) = -\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 + \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

Đặt $t = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right), t \in [-1; 1]$.

Khi đó bài toán trở thành: Tìm tích của GTLN và GTNN của hàm số $f(t) = t^2 - t - 1$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ trên đoạn $[-1; 1]$ như sau

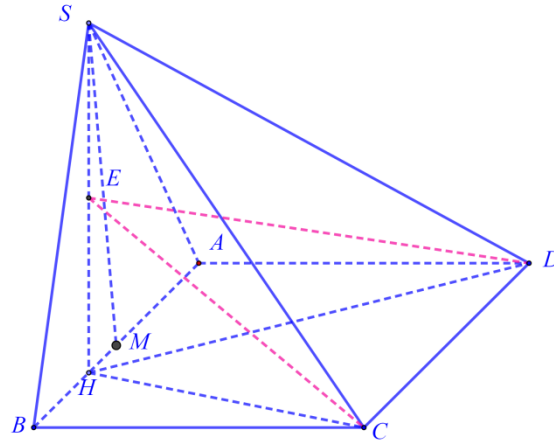
t	-1	$\frac{1}{2}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	1	$-\frac{5}{4}$	-1

Từ bảng biến thiên ta có: $\max_{[-1;1]} f(t) = 1; \min_{[-1;1]} f(t) = -\frac{5}{4} \Rightarrow \max_{[-1;1]} f(t) \cdot \min_{[-1;1]} f(t) = -\frac{5}{4}$.

Câu 33: [Mức độ 2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Hình chiếu vuông góc của S trên AB là điểm H thỏa mãn $AH = 2HB$, gọi E là trung điểm của SH . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ECD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{18}$. **B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$** C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB ta có $MH = \frac{a}{6}$; $SM = \frac{a}{2}$. Xét tam giác SMH vuông tại H ta có

$$SH = \sqrt{SM^2 - MH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Xét tam giác HCD có diện tích $S_{HCD} = \frac{a^2}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.HCD$ là $V_1 = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{HCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{18}$.

Mặt khác $\frac{V_{S.ECD}}{V_1} = \frac{SE}{SH} \cdot \frac{SC}{SC} \cdot \frac{SD}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ECD} = \frac{1}{2} V_1 \Rightarrow V = \frac{1}{2} V_1 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{36}$.

$$\text{Vậy } V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{36}.$$

Câu 34: [Mức độ 2] Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt trong 20 số tự nhiên đầu tiên. Xác suất để tích các số được chọn là một số chẵn bằng

A. $\frac{29}{38}$.

B. $\frac{9}{38}$.

C. $\frac{10}{19}$.

D. $\frac{15}{19}$.

Lời giải

Chọn 2 số bất kỳ trong 20 số tự nhiên đầu tiên có $C_{20}^2 = 190$ cách.

Trong 20 số tự nhiên đầu tiên có 10 số chẵn và 10 số lẻ.

Hai số được chọn có tích là số chẵn khi hai số cùng chẵn hoặc một số chẵn một số lẻ.

Gọi biến cố A “Tích 2 số được chọn là số chẵn”. Ta có $n(A) = C_{10}^2 + C_{10}^1 \cdot C_{10}^1 = 145$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{145}{190} = \frac{29}{38}.$$

Câu 35. [Mức độ 2] Biết $\int_{-\frac{\pi}{2}}^a \sin^2 x \cdot \cos x dx = \frac{1}{3}$, với $a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của a là

A. $a = 0$.

B. $a = \frac{\pi}{4}$.

C. $a = \frac{\pi}{3}$.

D. $a = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Hương Nguyễn

$$\text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx.$$

x	$-\frac{\pi}{2}$	a
t	-1	$\sin a$

Đổi cận

$$\text{Khi đó } \frac{1}{3} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^a \sin^2 x \cdot \cos x dx = \int_{-1}^{\sin a} t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big|_{-1}^{\sin a} = \frac{\sin^3 a + 1}{3}.$$

$$\Rightarrow \sin^3 a + 1 = 1 \Leftrightarrow \sin^3 a = 0 \Leftrightarrow \sin a = 0 \Leftrightarrow a = k\pi.$$

$$\text{Mà } a \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \text{ nên ta có } k = 0 \Rightarrow a = 0.$$

Câu 36. [Mức độ 3] Một công ty du lịch đầu tư xây dựng 24 nhà chòi trong khu du lịch sinh thái. Mô hình thiết kế như hình vẽ, mái nhà có hình dạng là mặt xung quanh của hình nón với bán kính đáy là 3m và chiều cao của mái nhà là 4m. Chi phí làm mái là 2 triệu đồng/m², chi phí làm hệ thống cột, khung nhà và nền nhà là 100 triệu đồng/nhà chòi. Công ty chỉ trả được 30% tổng chi phí xây dựng 24 nhà chòi đó. Số tiền còn thiếu, công ty phải vay ngân hàng với lãi suất 10%/năm (với thể thức lãi kép, lãi suất không thay đổi trong thời gian vay). Sau đúng 5 năm, công ty trả nợ ngân hàng cả gốc và lãi với số tiền là (làm tròn đến hàng ngàn)

A. 3.456.123.000 đồng.

B. 5.255.678.000 đồng.

C. 7.508.112.000 đồng.

D. 2.252.434.000 đồng.



Lời giải

FB tác giả: Hương Nguyễn

Gọi r , h , l lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và độ dài đường sinh của mái nhà chòi.

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 3\text{m} \\ h = 4\text{m} \end{cases} \Rightarrow l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{m}.$$

$$\Rightarrow \text{Diện tích xung quanh của mái một nhà chòi là } S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3 \cdot 5 = 15\pi \text{ (m}^2\text{)}.$$

$\Rightarrow$ Tổng chi phí xây dựng 24 căn nhà chòi là

$$P = 24 \cdot (2 \cdot S_{xq} + 100) \cdot 10^6 = 24 \cdot (2 \cdot 15\pi + 100) \cdot 10^6 = (72\pi + 240) \cdot 10^7 \text{ (đồng)}.$$

$$\Rightarrow \text{Số tiền công ty còn thiếu là } A_0 = 70\% \cdot P = (504\pi + 1680) \cdot 10^6 \text{ (đồng)}.$$

Sau năm thứ nhất, số tiền công ty nợ ngân hàng là

$$S_1 = A_0 + A_0 \cdot 10\% = A_0 (1 + 10\%)$$

Sau năm thứ hai, số tiền công ty nợ ngân hàng là

$$S_2 = S_1 + S_1 \cdot 10\% = S_1 (1 + 10\%) = A_0 (1 + 10\%)^2.$$

...

Sau 5 năm, số tiền công ty phải trả nợ ngân hàng cả gốc lẫn lãi là

$$S_5 = A_0(1+10\%)^5 = (504\pi + 1680) \cdot (1+10\%)^5 \cdot 10^6 \approx 5.255.678.000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 37. [Mức độ 3] Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1$.

A. 12.

B. $\log_3 4$.

C. 6.

D. 2.**Lời giải****Fb: Duc Luong**

Ta có:

$$\log_4(3 \cdot 2^x - 1) = x - 1 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = 4^{x-1} \Leftrightarrow 3 \cdot 2^x - 1 = \frac{4^x}{4} \Leftrightarrow 4^x = 12 \cdot 2^x - 4$$

$$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 12 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 6 + 4\sqrt{2} > 0 \\ 2^x = 6 - 4\sqrt{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2(6 + 4\sqrt{2}) \\ x = \log_2(6 - 4\sqrt{2}) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm là: $x_1 = \log_2(6 + 4\sqrt{2})$; $x_2 = \log_2(6 - 4\sqrt{2})$

Suy ra: $x_1 + x_2 = \log_2(6 + 4\sqrt{2}) + \log_2(6 - 4\sqrt{2}) = \log_2(6 + 4\sqrt{2})(6 - 4\sqrt{2}) = \log_2 4 = 2$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là 2.

Câu 38. [Mức độ 2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$, $B(-2; 3; 1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với OB có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 - 6t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 - t \end{cases}$

Lời giải**Tác giả: Lã Thị Lương ; Fb: Duc Luong**

Đường thẳng song song với OB có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{OB} = (-2; 3; 1)$.

Đường thẳng đi qua A và song song với OB có phương trình là: $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -3 + t \end{cases}$

Câu 39. [Mức độ 3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như dưới đây

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-3	$+\infty$	

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 10]$ để hàm số $g(x) = f^3(x) - mf(x)$ có nhiều điểm cực trị nhất?

A. 11.

B. 9.

C. 20.

D. 10.**Lời giải**

Fb tác giả: Thái Huy

Ta có $g'(x) = [3.f^2(x) - m].f'(x)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ 3.f^2(x) - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f^2(x) = \frac{m}{3} \end{cases}$$

Ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Nếu $m < 0$ thì $f^2(x) = \frac{m}{3}$ vô nghiệm khi đó $g(x) = f^3(x) - m.f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Nếu $m = 0$ thì $f^2(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$ với các x_i phân biệt với $x = -1, x = 2$ khi đó

$g(x) = f^3(x) - m.f(x)$ có 5 điểm cực trị.

Nếu $m > 0$ thì $f^2(x) = \frac{m}{3} \Leftrightarrow f(x) = \pm \frac{\sqrt{3m}}{3}$ khi đó $g(x) = f^3(x) - m.f(x)$ có nhiều hơn 5

điểm cực trị và hàm số có nhiều điểm cực trị nhất là 8 lúc $\begin{cases} -3 < \frac{\sqrt{3m}}{3} < 4 \\ -3 < -\frac{\sqrt{3m}}{3} < 4 \end{cases} \Leftrightarrow m < 27$.

Vậy hàm số có nhiều điểm cực trị nhất khi $m \in \{1; 2; \dots; 10\}$.

Vậy có 10 giá trị m cần tìm.

Câu 40. [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{3}$ và hai điểm $A(3;4;5)$, $B(-4;0;2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c) \in d$, bán kính R và (S) đi qua hai điểm A, B . Khi đó $a^2 + b^2 + c^2 + R$ bằng

A. 50.

B. 30.

C. 25.

D. 36.

Lời giải

Fb tác giả: Thái Huy

Ta có mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên $IA = IB \Leftrightarrow IA^2 = IB^2$

$$\Leftrightarrow (3-a)^2 + (4-b)^2 + (5-c)^2 = (-4-a)^2 + b^2 + (2-c)^2 \Leftrightarrow 7a + 4b + 3c = 15 \quad (*)$$

Mặt khác tâm $I(a;b;c) \in d \Rightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c-5}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{1} = \frac{b}{2} \\ \frac{a}{1} = \frac{c-5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a \\ c = 3a + 5 \end{cases}$

Thay $\begin{cases} b = 2a \\ c = 3a + 5 \end{cases}$ vào $(*)$ ta được: $7a + 8a + 9a + 15 = 15 \Leftrightarrow a = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = 5 \end{cases}$

Vậy tâm $I(0;0;5)$ và bán kính $R=5$.

Suy ra: $a^2 + b^2 + c^2 + R = 0^2 + 0^2 + 5^2 + 5 = 30$.

Câu 41. [Mức độ 3] Bất phương trình $5^{x^2+1} + 2x^2 - 4x - 6 \leq 25^{x+2}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

FB tác giả: Thân Văn Dự

Ta có: $5^{x^2+1} + 2x^2 - 4x - 6 \leq 25^{x+2} \Leftrightarrow 5^{x^2+1} + 2(x^2 + 1) \leq 5^{2(x+2)} + 4(x+2) \quad (*)$.

Xét hàm số $f(t) = 5^t + 2t$.

$f'(t) = 5^t \ln 5 + 2 > 0$ với $\forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

$(*) \Leftrightarrow f(x^2 + 1) \leq f(2(x+2)) \Leftrightarrow x^2 + 1 \leq 2(x+2) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 42. [Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 . Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (a; b; 1)$. Khi đó $a^2 + b^2$ bằng

A. 65.

B. 68.

C. 64.

D. 73.

Lời giải

FB tác giả: Trần Xuân Bảo

Gọi $B = d \cap d_2$. $B \in d_2 \Rightarrow B(2+t; -1-t; 1+t)$.

$\vec{AB} = (1+t; -t; -2+t)$.

Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 4; -2)$.

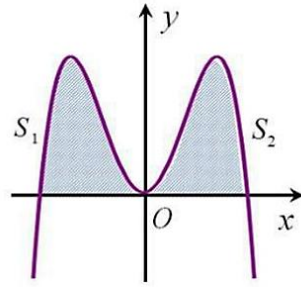
$d \perp d_1 \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 1+t-4t+4-2t=0 \Leftrightarrow -5t+5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow B(3; -2; 2)$

$\vec{OA} = (1; -1; 3)$ và $\vec{OB} = (3; -2; 2) \Rightarrow [\vec{OA}, \vec{OB}] = (4; 7; 1)$.

Vì mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng d nên $\vec{n}_{(P)} = [\vec{OA}, \vec{OB}] = (4; 7; 1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Khi đó $a^2 + b^2 = 16 + 49 = 65$.

Câu 43. [Mức độ 3] Cho hàm số $y = -x^4 + mx^2$ có đồ thị (C_m) với tham số $m > 0$ được cho như hình vẽ. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt như hình vẽ. Gọi S_1 và S_2 là diện tích các miền được giới hạn bởi đồ thị (C_m) và trục Ox . Biết m_0 là giá trị để $S_1 + S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3}$, hỏi m_0 thuộc khoảng nào sau đây?



A. (15;30).

B. (5;10).

C. (0;3).

D. (2;6).**Lời giải****FB : Thái Võ**

Phương trình hoành độ giao điểm $-x^4 + mx^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m} \end{cases}$ (vì $m > 0$)

Vì $y = -x^4 + mx^2$ là hàm số chẵn có đồ thị đối xứng qua Oy nên suy ra

$$S_1 = S_2 = \int_0^{\sqrt{m}} (-x^4 + mx^2) dx = \left(-\frac{1}{5}x^5 + \frac{m}{3}x^3 \right) \Big|_0^{\sqrt{m}} = \frac{2}{15}(\sqrt{m})^5.$$

$$\text{Theo giả thiết } S_1 + S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow S_2 = \frac{5\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{15}(\sqrt{m})^5 = \frac{5\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow (\sqrt{m})^5 = \frac{25\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow m = \frac{5}{\sqrt[5]{4}}.$$

$$\text{Vậy } m_0 = \frac{5}{\sqrt[5]{4}} \approx 3,79.$$

Câu 44: [Mức độ 3] Cho hàm số $f(x) = \ln(\sqrt{4x^2+1} + 2x) + \frac{4^x-1}{2^x}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $f(\sqrt{x-4}-m(x-1)) + f(m+1) \geq 0$ có nghiệm.

A. $m \leq \frac{1+\sqrt{3}}{4}$.

B. $m \leq 0$.

C. $m \leq \frac{-1+\sqrt{3}}{4}$.

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải**FB tác giả: Tuyen Pham**

Tập xác định của $f(x)$ là $D = \mathbb{R}$.

+ Với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$\begin{cases} -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = \ln(\sqrt{4x^2+1} - 2x) + \frac{4^{-x}-1}{2^{-x}} = -\ln(\sqrt{4x^2+1} + 2x) - \frac{4^x-1}{2^x} = -f(x) \end{cases}$$

Suy ra hàm số $f(x) = \ln(\sqrt{4x^2+1} + 2x) + \frac{4^x-1}{2^x}$ là hàm số lẻ trên $\mathbb{R}$.

$$+ f'(x) = \frac{2}{\sqrt{4x^2+1}} + \left(2^x + \left(\frac{1}{2} \right)^x \right) \ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ suy ra hàm số } f(x) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

$$\text{Do vậy, } f(\sqrt{x-4}-m(x-1)) + f(m+1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow f(\sqrt{x-4}-m(x-1)) \geq -f(m+1)$$

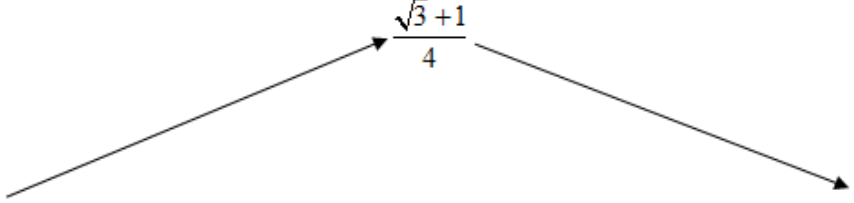
$$\Leftrightarrow f(\sqrt{x-4}-m(x-1)) \geq f(-m-1)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-4}-m(x-1) \geq -m-1 (*).$$

Đặt $t = \sqrt{x-4}$ ($t \geq 0$).

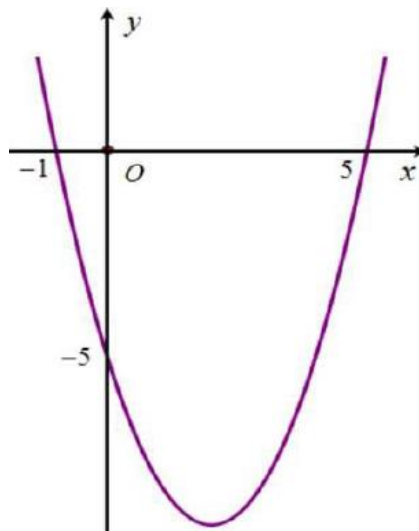
Khi đó (*) trở thành $t-m(t^2+3)+m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{t+1}{t^2+2} = h(t)$.

Ta có $h'(t) = \frac{-t^2-2t+2}{(t^2+2)^2} = 0 \Leftrightarrow t = -1+\sqrt{3}$

t	0	$-1+\sqrt{3}$	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$			

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m \leq \max_{[0;+\infty)} h(t) \Leftrightarrow m \leq \frac{1+\sqrt{3}}{4}$.

Câu 45. [Mức độ 4] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(-1) = \frac{8}{3}$ và a, b, c là các số thực thỏa mãn: $a \in (-3; -1), b \in (-1; 2), c \in (2; 5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $f(a) + f(b) - f(c) \leq 7a - 8(b-c) + \frac{44}{3}$.

B. $f(a) + f(b) - f(c) \geq 7a - 8(b-c) + \frac{44}{3}$.

C. $2f(a) + f(b) - f(c) \leq 14a - 8(b-c) + \frac{83}{3}$.

D. $2f(a) + f(b) - f(c) \geq 14a - 8(b-c) + \frac{83}{3}$.

Lời giải

Từ đồ thị ta tìm được $f'(x) = x^2 - 4x - 5 \Rightarrow f(x) = \int (x^2 - 4x - 5) dx = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + C$

Mà $f(-1) = \frac{8}{3} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x$

• Với $a \in (-3; -1)$ ta có $f(a) \leq 7a + \frac{40}{3}$ (1)

Thật vậy (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{3}a^3 - 2a^2 - 5a \leq 7a + \frac{40}{3} \Leftrightarrow a^3 - 6a^2 - 36a - 40 \leq 0$

$$\Leftrightarrow (a-10)(a+2)^2 \leq 0 \text{ (luôn đúng } \forall a \in (-3; -1))$$

• Với $b \in (-1; 2)$ ta có $f(b) \leq -8b + \frac{4}{3}$ (2)

Thật vậy (2) $\Leftrightarrow \frac{1}{3}b^3 - 2b^2 - 5b \leq -8b + \frac{4}{3} \Leftrightarrow b^3 - 6b^2 + 9b - 4 \leq 0$

$$\Leftrightarrow (b-4)(b+1)^2 \leq 0 \text{ (luôn đúng } \forall b \in (-1; 2))$$

• Với $c \in (2; 5)$ ta có $f(c) \geq -8c \Leftrightarrow -f(c) \leq 8c$ (3)

Thật vậy (3) $\Leftrightarrow \frac{1}{3}c^3 - 2c^2 - 5c \geq -8c \Leftrightarrow c^3 - 6c^2 + 9c \geq 0$

$$\Leftrightarrow c(c-3)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng } \forall c \in (2; 5))$$

• Cộng (1), (2), (3) ta được: $f(a) + f(b) - f(c) \leq 7a - 8b + 8c + \frac{44}{3}$.

Câu 46. [Mức độ 4] Cho các số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}, -4 \leq y \leq 15$) và w thỏa mãn $|w - 4 - 3i| = 2$. Các số phức z, z^2, z^3 lần lượt có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ tạo thành một tam giác vuông. Gọi $m = \min |z - w|$, $M = \max |z - w|$, khi đó $m + M^2$ bằng:

A. 224.

B. 226.

C. 227.

D. 225.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Châu Vinh

Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức z, z^2, z^3 .

Nhận thấy khi $z = 0$ hay $z = 1$ thì $A \equiv B \equiv C$, do đó $z \neq 0$ và $z \neq 1$

Suy ra: $AB = |z||1 - z|$, $BC = |z|^2|1 - z|$, $CA = |z||1 - z^2| = |z||1 - z||1 + z|$.

Do $\triangle ABC$ tạo thành các tam giác vuông nên có các trường hợp:

$$\square \text{ Vuông tại } B: AB^2 + BC^2 = CA^2 \Leftrightarrow |z|^2 \cdot |1 - z|^2 + |z|^4 |1 - z|^2 = |z|^2 \cdot |1 - z|^2 |1 + z|^2$$

$$\Leftrightarrow 1 + |z|^2 = |1 + z|^2 \Leftrightarrow 1 + x^2 + y^2 = (x + 1)^2 + y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow z = 0 + yi.$$

$$\square \text{ Vuông tại } A: AB^2 + AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow |z|^2 \cdot |1 - z|^2 + |z|^2 \cdot |1 - z|^2 |1 + z|^2 = |z|^4 |1 - z|^2$$

$$\Leftrightarrow 1+|1+z|^2 = |z|^2 \Leftrightarrow 1+(x+1)^2 + y^2 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow z = -1 + yi$$

□ Vuông tại C: $AC^2 + BC^2 = AB^2 \Leftrightarrow |z|^4 |1-z|^2 + |z|^2 \cdot |1-z|^2 |1+z|^2 = |z|^2 \cdot |1-z|^2$

$$\Leftrightarrow |z|^2 + |1+z|^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + (x+1)^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}.$$

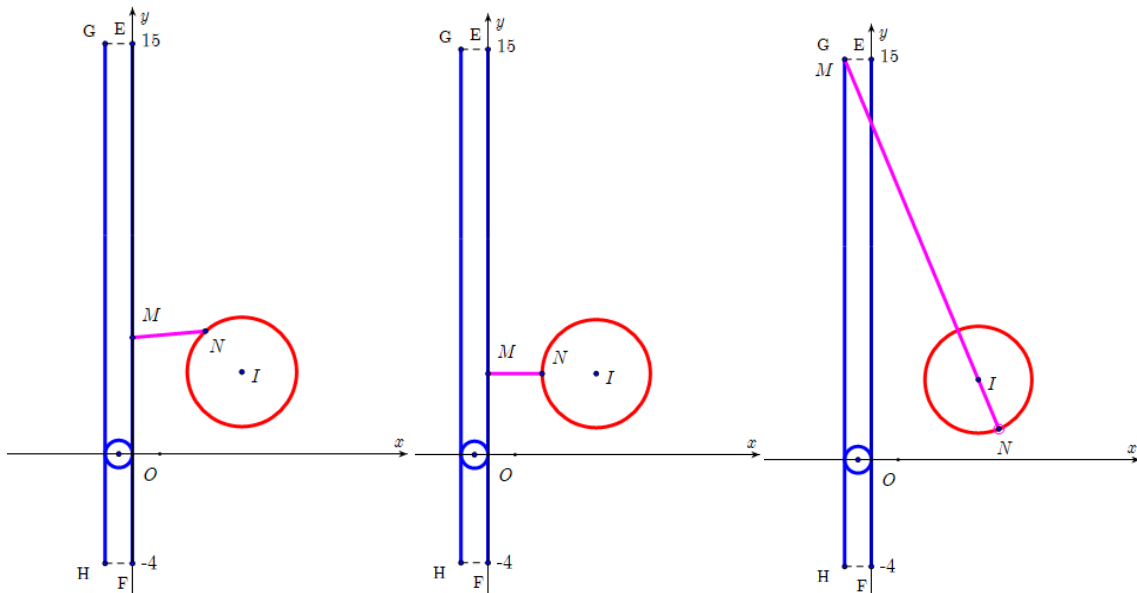
Vậy: $z = yi (-4 \leq y \leq 15, y \neq 0)$ hoặc $z = -1 + yi (-4 \leq y \leq 15, y \neq 0)$ hoặc

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}.$$

Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức z và w trên hệ trục Oxy , ta được:

M thuộc đoạn thẳng EF hoặc GH hoặc đường tròn có phương trình $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$, M không trùng với gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(-1; 0)$.

N thuộc đường tròn tâm $I(4, 3)$, bán kính $R = 2$.



Ta có: $|z - w| = MN$. Dựa vào đồ thị, ta xác định được:

$m = \min |z - w| \Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên đường thẳng $x = 0$, khi đó

$$m = IM - IN = 4 - 2 = 2$$

$$M = \max |z - w| \Leftrightarrow M \equiv G, \text{ khi đó } M = IG + IN = \sqrt{5^2 + 12^2} + 2 = 15.$$

$$\text{Vậy } m + M^2 = 2 + 15^2 = 227.$$

Câu 47. [Mức độ 3] Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 24. Gọi M, N và P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh $A'B', B'C'$ và BC sao cho M là trung điểm của $A'B'$, $B'N = \frac{3}{4}B'C'$ và

$BP = \frac{1}{4}BC$. Đường thẳng NP cắt BB' tại E và đường thẳng EM cắt AB tại Q . Thể tích của khối đa diện lồi $AQPCA'MNC'$ bằng

A. $\frac{59}{6}$.

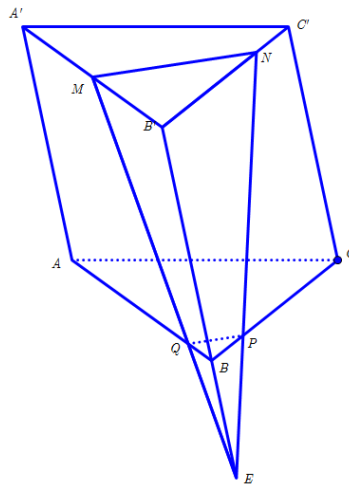
B. $\frac{59}{2}$.

C. $\frac{59}{3}$.

D. $\frac{59}{4}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Minh Thu



Ta có $\frac{V_{E.BQP}}{V_{EB'MN}} = \frac{EB}{EB'} \cdot \frac{EQ}{EM} \cdot \frac{EP}{EN}$.

Để thấy $\frac{EB}{EB'} = \frac{EQ}{EM} = \frac{BQ}{B'M}$, $\frac{EB}{EB'} = \frac{EP}{EN} = \frac{BP}{B'N}$ do đó $\frac{V_{E.BQP}}{V_{EB'MN}} = \left(\frac{BP}{B'N}\right)^3 = \frac{1}{27}$.

Suy ra $V_{B'MN.BQP} = \frac{26}{27} V_{EB'MN} (*)$

Mặt khác $\frac{V_{E.B'MN}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3} \frac{EB'}{BB'} \cdot \frac{B'M}{B'A'} \cdot \frac{B'N}{B'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$.

Suy ra $V_{E.B'MN} = \frac{3}{16} V_{ABC.A'B'C'} (2*)$

Từ (*) và (2*) ta có $V_{B'MN.BQP} = \frac{26}{27} \cdot \frac{3}{16} V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{AQPCA'MNC'} = \left(1 - \frac{26}{27} \cdot \frac{3}{16}\right) V_{ABC.A'B'C'} = \frac{59}{3}$.

Câu 48. [Mức độ 4] Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 24$ và $z_1^2 + (z_2 + 1 - 2i)^2 = z_1 z_2 + (1 - 2i) z_1$. Biết $|z_1 - z_2 - 1 + 2i| = a$ với a là một số nguyên dương. Hỏi a có bao nhiêu ước số nguyên?

A. 8.

B. 12.

C. 20.

D. 16.

Lời giải

FB tác giả: Đặng Minh Trường

Đặt $w = z_2 + 1 - 2i$, ta có $z_1^2 + w^2 = z_1 w$.

Do $z_1 \neq 0$ nên nếu $w = 0$ thì $z_1^2 + w^2 = z_1 w$ không xảy ra. Tức $z_1^2 + w^2 = z_1 w \Leftrightarrow \frac{w}{z_1} + \frac{z_1}{w} = 1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \left| \frac{w}{z_1} - \frac{z_1}{w} \right| \leq \left| \frac{w}{z_1} + \frac{z_1}{w} \right| = 1 \\ \left| \frac{z_1}{w} - \frac{w}{z_1} \right| \leq \left| \frac{w}{z_1} + \frac{z_1}{w} \right| = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left| \frac{w}{24} - \frac{24}{w} \right| \leq 1 \\ \left| \frac{24}{w} - \frac{w}{24} \right| \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |w|^2 - 24|w| - 576 \leq 0 \\ |w|^2 + 24|w| - 576 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 14,8 \approx -12 + 12\sqrt{5} \leq |w| \leq 12 + 12\sqrt{5} \approx 38,8 \text{ (do } |w| \geq 0 \text{) (*)}.$$

$$\text{Mặt khác, } z_1^2 + w^2 = z_1 w \Rightarrow (z_1 - w)^2 = -z_1 w \Rightarrow |z_1 - w|^2 = |z_1| \cdot |w| = 24 \cdot |w| \Rightarrow |z_1 - w| = 2\sqrt{6 \cdot |w|}.$$

Theo giả thiết, ta có $|z_1 - z_2 - 1 + 2i| = a$ với a là một số nguyên dương, cho nên từ (*) ta có $|w| = 24$.

$$\text{Khi đó } |z_1 - w| = 2\sqrt{6 \cdot |w|} = 24 \Rightarrow a = 24 \text{ có 16 ước nguyên là } \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 8; \pm 12; \pm 24.$$

Câu 49. [Mức độ 4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn các điều kiện

$$f(1) = 3 \text{ và } \frac{2f^2(x)}{x^2} - \left(\frac{1}{x} + \frac{8}{x^3} \right) f(x) + \frac{8}{x^4} = f'(x), \forall x > 0. \text{ Tính } \int_2^4 f(x) dx.$$

A. $6 - 2\ln 2$.

B. $6 + 4\ln 2$.

C. $6 + 2\ln 2$.

D. $8 + 4\ln 2$.

Lời giải

FB tác giả: Tào Hữu Huy

Với $\forall x > 0$, ta có:

$$\frac{2f^2(x)}{x^2} - \left(\frac{1}{x} + \frac{8}{x^3} \right) f(x) + \frac{8}{x^4} = f'(x) \Rightarrow 2x^2 f^2(x) - (x^3 + 8x) f(x) + 8 = x^4 f'(x)$$

$$\Rightarrow 2[x^2 f^2(x) - 4xf(x) + 4] = x^3 [f(x) + xf'(x)] \Rightarrow 2[xf(x) - 2]^2 = x^3 [xf(x) - 2]'$$

$$\Rightarrow \frac{[xf(x) - 2]'}{[xf(x) - 2]^2} = \frac{2}{x^3} \Rightarrow \int \frac{[xf(x) - 2]'}{[xf(x) - 2]^2} dx = \int \frac{2}{x^3} dx \Rightarrow \frac{-1}{xf(x) - 2} = -\frac{1}{x^2} + C$$

$$\text{Ta có: } f(1) = 3 \Rightarrow \frac{-1}{1 \cdot f(1) - 2} = -\frac{1}{1^2} + C \Rightarrow C = 0 \Rightarrow xf(x) - 2 = x^2 \Rightarrow f(x) = x + \frac{2}{x}.$$

$$\text{Khi đó: } \int_2^4 f(x) dx = \int_2^4 \left(x + \frac{2}{x} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2\ln|x| \right) \Big|_2^4 = 6 + 2\ln 2.$$

$$\text{Vậy: } \int_2^4 f(x) dx = 6 + 2\ln 2.$$

Chọn C.

Câu 50. [Mức độ 4] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $E(1+3a; -2; 2+3a)$ và nhận $\vec{u} = (a; 1; a+1)$ làm véc tơ chỉ phương. Biết rằng khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu (S) cố định có tâm $I(m; n; p)$, bán kính R đi qua điểm $M(1; 1; 1)$ và tiếp xúc với Δ . Khối nón

(N) có đỉnh I và đường tròn đáy nằm trên (S). Nếu thể tích lớn nhất của (N) là $\frac{q\pi}{3}$ thì $m+n+p+q$ bằng bao nhiêu?

A. 250.

B. 256.

C. 252.

D. 225.

Lời giải

FB tác giả: Tiểu Hiệp

+) Do Δ đi qua $E(1+3a; -2; 2+3a)$ và nhận $\vec{u} = (a; 1; a+1)$ làm vectơ chỉ phương nên Δ có

$$\text{phương trình tham số là } \begin{cases} x = 1+3a+at \\ y = -2+t \\ z = 2+3a+(a+1)t \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x = 1+(3+t)a \\ y = -2+t \\ z = 2+t+(3+t)a \end{cases}$$

+) Gọi $A(x_0; y_0; z_0)$ là điểm cố định thuộc Δ .

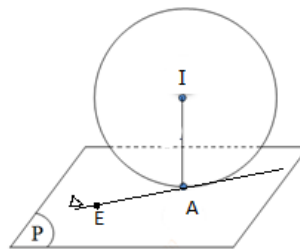
$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_0 = 1+(3+t)a \\ y_0 = -2+t \\ z_0 = 2+t+(3+t)a \end{cases} \text{ có nghiệm với mọi } a \Leftrightarrow \begin{cases} 3+t=0 \\ x_0=1 \\ y_0=-2+t \\ z_0=2+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-3 \\ x_0=1 \\ y_0=-5 \\ z_0=-1 \end{cases}.$$

Suy ra Δ luôn đi qua điểm cố định $A(1; -5; -1)$.

+) Mặt khác ta có: $z = 2+3a+at+t = (1+3a+at) + (-2+t) + 3 = x + y + 3$.

Do đó Δ luôn thuộc mặt phẳng (P): $x + y - z + 3 = 0$.

+) Theo đề bài mặt cầu (S) cố định và tiếp xúc với đường thẳng Δ nên mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) tại điểm A.



$\Rightarrow$ Tâm I nằm trên đường thẳng Δ' đi qua A và vuông góc với (P).

$$\Delta': \begin{cases} x = 1+t' \\ y = -5+t' \\ z = -1-t' \end{cases} \quad \text{Vì} \quad \text{nên } I(1+t'; -5+t'; -1-t').$$

$$\text{Ta có: } R = IM = IA \Leftrightarrow \sqrt{t'^2 + (t'-6)^2 + (-t'-2)^2} = \sqrt{t'^2 + t'^2 + t'^2} \Leftrightarrow t' = 5$$

$$\Rightarrow I(6; 0; -6) \text{ và } R = IA = 5\sqrt{3}.$$

Gọi x là đường cao của khối nón $(0 < x < 5\sqrt{3})$.

$$\text{Thể tích khối nón: } V = \frac{1}{3} \pi x \cdot \left(\sqrt{(5\sqrt{3})^2 - x^2} \right)^2 = \frac{\pi}{3} (75x - x^3) \leq \frac{250\pi}{3} \Rightarrow q = 250.$$

Vậy $m + n + p + q = 6 + 0 - 6 + 250 = 250$.

_____ **HẾT** _____