

Đề chính thức

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1: Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a , đáy là lục giác đều, góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là 60° . Tính thể tích khối lăng trụ

- A. $V = \frac{27}{8}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $V = \frac{3}{2}a^3$. D. $\frac{9}{4}a^3$.

Câu 2: Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^{\ln b} = b^{\ln a}$. B. $\ln^2(ab) = \ln a^2 + \ln b^2$.
C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b})$.

Câu 3: Tính $\int (x - \sin 2x) dx$

- A. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$. B. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.
C. $x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + C$. D. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 4: Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF

- A. $\frac{10\pi a^3}{9}$. B. $\frac{10\pi a^3}{7}$.
C. $\frac{5\pi a^3}{2}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = (x-1)^3$. B. $y = x^3 + 1$.
C. $y = x^3 - 1$. D. $y = (x+1)^3$.

Câu 6: Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $-1 < m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $2 < m \leq 3$. D. $2 < m < 3$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$. B. $m \geq 3e^4 + 1$. C. $3e^2 + 1 \leq m \leq 3e^3 + 1$. D. $m < 3e^2 + 1$.

Câu 8: Tìm giao điểm của đồ thị (C): $y = \frac{4x}{x+1}$ và đường thẳng $\Delta: y = x + 1$.

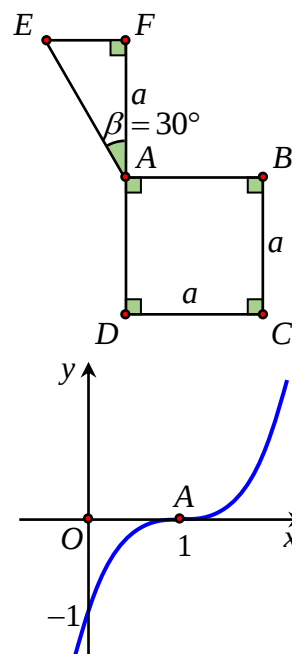
- A. $(0; 1)$. B. $(2; 3)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; 3)$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , thể tích khối chóp là a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp.

- A. $h = a$. B. $h = 2a$. C. $h = 3a$. D. $h = 4a$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(-2; 3; 1)$, $N(5; 6; -2)$. Đường thẳng qua M , N cắt mặt phẳng (xOz) tại A . Khi đó điểm A chia đoạn MN theo tỷ số nào?

- A. $\frac{1}{4}$. B. 2 . C. $-\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.



Câu 11: Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = y+1 = z-3$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+5=0$. Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và tạo với (P) một góc nhỏ nhất có phương trình

- A. $x-z+3=0$. B. $x+y-z+2=0$. C. $x-y-z+3=0$. D. $y-z+4=0$.

Câu 12: Người ta muốn mạ vàng cho bề mặt phía ngoài của một cái hộp dạng hình hộp đứng không nắp (nắp trên), có đáy là một hình vuông. Tìm chiều cao của hộp để lượng vàng phải dùng để mạ là ít nhất, biết lớp mạ ở mọi nơi như nhau, giao giữa các mặt là không đáng kể và thể tích của hộp là 4 dm^3 .

- A. 1 dm . B. $1,5 \text{ dm}$. C. 2 dm . D. $0,5 \text{ dm}$.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{2x+1}$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $y = 2$. B. $y = -\frac{1}{2}$. C. $y = 1$. D. $y = 1, y = -1$.

Câu 14: Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi)

- A. 4 năm 1 quý B. 4 năm 2 quý C. 4 năm 3 quý D. 5 năm

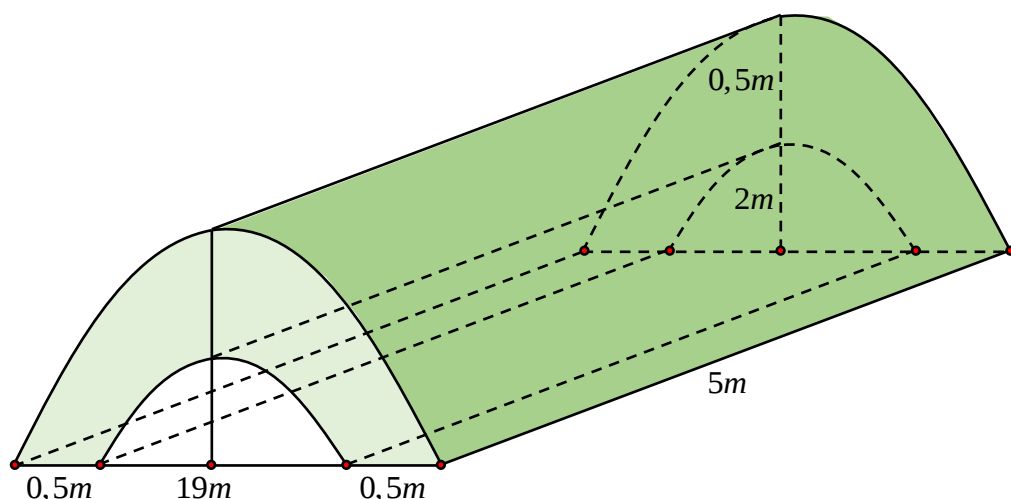
Câu 15: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = -4$. B. $x = 4$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 16: Tìm khẳng định sai.

- A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, a < c < b$.
C. $\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$. D. $\int f'(x) dx = f(x) + c$.

Câu 17: Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã X có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).



- A. $19m^3$. B. $21m^3$. C. $18m^3$. D. $40m^3$.

Câu 18: Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành.

- A. $\frac{35\pi}{3}$ B. $\frac{31\pi}{3}$ C. $\frac{32\pi}{3}$ D. $\frac{34\pi}{3}$

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 4x + 2017$. Định m để phương trình $y' = m^2 - m$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[0; m]$.

- A. $\left(\frac{1+\sqrt{2}}{3}; 2\right)$. B. $\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{3}; 2\right)$. C. $\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{2}; 2\right)$. D. $\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2}; 2\right)$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 120^\circ$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{41}}{6}a$. B. $\frac{\sqrt{37}}{6}a$. C. $\frac{\sqrt{39}}{6}a$. D. $\frac{\sqrt{35}}{6}a$.

Câu 21: Cho các số thực a, b, m, n với $(a, b > 0)$. Tìm mệnh đề sai:

- A. $(a^m)^n = a^{m+n}$. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = a^m \cdot b^{-m}$. C. $\sqrt{a^2} = a$. D. $(ab)^m = a^m \cdot b^m$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng $(\alpha): x-2=0, (\beta): y-6=0, (\gamma): z+3=0$. Tìm mệnh đề sai:

- A. $(\gamma) // Oz$. B. $(\beta) // (xOz)$. C. (α) qua I . D. $(\alpha) \perp (\beta)$.

Câu 23: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón theo a .

- A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{a}{3\sqrt{3}}$. C. $\frac{2a}{3\sqrt{3}}$. D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 24: Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

- A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$. B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.
C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$. D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -5)$. Gọi M, N, P là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

- A. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$. B. $x + 2z - 5z + 1 = 0$. C. $x + 2y - 5z = 1$. D. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} + 1 = 0$.

Câu 26: Để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ thì m thuộc khoảng nào?

- A. $(0; 2)$. B. $(-4; -2)$. C. $(-2; 0)$. D. $(2; 4)$.

Câu 27: Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1; 3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$.

- $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.
A. 8. B. 9. C. 6. D. 7.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Hình chiếu của d lên mặt phẳng (Oxy) là

- A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1-t \\ z=0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$.

- Câu 29:** Gọi Δ là tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$. Mệnh đề nào sau đây là đúng ?
A. Δ song song với đường thẳng $d : x = 1$. **B.** Δ song song với trục tung.
C. Δ song song với trục hoành. **D.** Δ có hệ số góc dương.
- Câu 30:** Cho số phức z thỏa mãn $z(1+2i) = 4-3i$. Tìm số phức $\bar{z}$ là liên hợp của z .
A. $\bar{z} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i$. **B.** $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$. **C.** $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$. **D.** $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$.
- Câu 31:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $I(0;2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy là:
A. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$. **B.** $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.
C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. **D.** $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
- Câu 32:** Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(2\sqrt{x^2+1}+5)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $F(0) = 6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.
A. $\frac{125}{16}$. **B.** $\frac{126}{16}$. **C.** $\frac{123}{16}$. **D.** $\frac{127}{16}$.
- Câu 33:** Cho đường thẳng d_2 cố định, đường thẳng d_1 song song và cách d_2 một khoảng cách không đổi. Khi d_1 quay quanh d_2 ta được:
A. Hình trụ. **B.** Mặt trụ. **C.** Khối trụ. **D.** Hình tròn.
- Câu 34:** Tìm giá trị lớn nhất của $y = 2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}$
A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.
- Câu 35:** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (C). Gọi S là diện tích hình chữ nhật được tạo bởi 2 trục tọa độ và 2 đường tiệm cận của (C). Khi đó giá trị của S là:
A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.
- Câu 36:** Gia đình An xây bể hình trụ có thể tích $150 m^3$. Đáy bể làm bằng bê tông giá $100000 \text{ đ}/m^2$. Phần thân làm bằng tôn giá $90000 \text{ đ}/m^2$, nắp bằng nhôm giá $120000 \text{ đ}/m^2$. Hỏi khi chi phí sản xuất để bể đạt mức thấp nhất thì tỷ số giữa chiều cao bể và bán kính đáy là bao nhiêu?
A. $\frac{22}{9}$. **B.** $\frac{9}{22}$. **C.** $\frac{31}{22}$. **D.** $\frac{21}{32}$.
- Câu 37:** Trong mặt phẳng phức gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, ab \neq 0$), M' là điểm biểu diễn cho số phức $\bar{z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. M' đối xứng với M qua Oy . **B.** M' đối xứng với M qua Ox .
C. M' đối xứng với M qua O . **D.** M' đối xứng với M qua đường thẳng $y = x$.
- Câu 38:** Cho hàm số $y = e^x + e^{-x}$. Tính $y''(1) = ?$
A. $e + \frac{1}{e}$. **B.** $e - \frac{1}{e}$. **C.** $-e + \frac{1}{e}$. **D.** $-e - \frac{1}{e}$.
- Câu 39:** Tìm tập S của bất phương trình: $3^x \cdot 5^{x^2} < 1$.
A. $(-\log_5 3; 0]$. **B.** $[\log_3 5; 0)$. **C.** $(-\log_5 3; 0)$. **D.** $(\log_3 5; 0)$.
- Câu 40:** Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$ là
A. Vô nghiệm. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

- Câu 41:** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?
A. $(1;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;3)$.
- Câu 42:** Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{5}} x$. Khẳng định nào sau đây sai
A. Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $y' = \frac{-1}{x \ln 5}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục Oy.
- Câu 43:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = t' \end{cases}$.
Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $d_1 // d_2$. **B.** d_1 và d_2 chéo nhau.
C. d_1 và d_2 cắt nhau. **D.** $d_1 \equiv d_2$.
- Câu 44:** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1, z_2 \neq 0$; $z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2}$. Tính $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$.
- Câu 45:** Trên trường số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$).
Chọn khẳng định **sai**:
A. Phương trình luôn có nghiệm. **B.** Tổng hai nghiệm bằng $-\frac{b}{a}$.
C. Tích hai nghiệm bằng $\frac{c}{a}$. **D.** $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm.
- Câu 46:** Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.
A. $2\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 5.
- Câu 47:** Cho thỏa mãn $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 3i$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn I , bán kính R . Khi đó.
A. $I(-1; -2), R = \sqrt{5}$. **B.** $I(1; 2), R = \sqrt{5}$. **C.** $I(-1; 2), R = 5$. **D.** $I(1; -2), R = 5$.
- Câu 48:** Giả sử $\int_1^2 (2x-1) \ln x dx = a \ln 2 + b, (a; b \in \mathbb{Q})$. Khi đó $a+b$?
A. $\frac{5}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.
- Câu 49:** Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3} - x \ln x$. Gọi $M; N$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$. Khi đó tích $M.N$ là:
A. $2\sqrt{7} + 4 \ln 5$. **B.** $2\sqrt{7} - 4 \ln 2$. **C.** $2\sqrt{7} - 4 \ln 5$. **D.** $2\sqrt{7} + 4 \ln 2$.
- Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 1; -1)$, $D(3; 1; 4)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?
A. 1. **B.** 4. **C.** 7. **D.** Vô số.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	D	A	A	C	B	C	C	D		A	D	A	C	C	C	C	D	C	A	A	D	A	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	B	C	D	C	A	B	A	B	A	B	A	C	B	A	A	B	A	D	B	C	D	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a , đáy là lục giác đều, góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là 60° . Tính thể tích khối lăng trụ

A. $V = \frac{27}{8}a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $V = \frac{3}{2}a^3$.

D. $V = \frac{9}{4}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $ABCDEF$ là lục giác đều nên góc ở đỉnh bằng 120° .
 ABC là tam giác cân tại B , DEF là tam giác cân tại E .

$$S_{ABC} = S_{DEF} = \frac{1}{2}a.a.\sin 120^\circ = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos B}$$

$$= \sqrt{a^2 + a^2 - 2.a.a.\left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3}$$

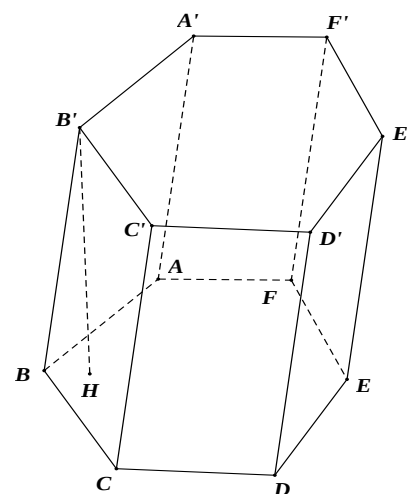
$$S_{ACDF} = AC.AF = a\sqrt{3}.a = a^2\sqrt{3}$$

$$S_{ABCDEF} = S_{ABC} + S_{ACDF} + S_{DEF} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + a^2\sqrt{3} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$B'H = 60^\circ \Rightarrow B'H = BB' \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$V = B'H \cdot S_{ABCDEF} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{4}a^3$$

Suy ra



Câu 2: Cho $a, b > 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^{\ln b} = b^{\ln a}$.

B. $\ln^2(ab) = \ln a^2 + \ln b^2$.

C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$.

D. $\ln \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(\ln \sqrt{a} + \ln \sqrt{b})$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \ln a \cdot \ln b = \ln b \cdot \ln a \Leftrightarrow \ln(b^{\ln a}) = \ln(a^{\ln b}) \Leftrightarrow b^{\ln a} = a^{\ln b}$$

Câu 3: Tính $\int (x - \sin 2x) dx$

A. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$.

B. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.

C. $x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

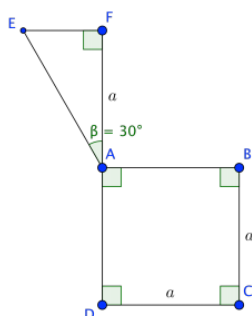
D. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int (x - \sin 2x) dx = \int x dx - \int \sin 2x dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 4: Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF



A. $\frac{10\pi a^3}{9}.$

B. $\frac{10\pi a^3}{7}.$

C. $\frac{5\pi a^3}{2}.$

D. $\frac{\pi a^3}{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } EF = AF \cdot \tan \beta = a \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Khi quay quanh trục DF , tam giác AEF tạo ra một hình nón có thể tích

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi \cdot EF^2 \cdot AF = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{9}$$

Khi quay quanh trục DF , hình vuông $ABCD$ tạo ra một hình trụ có thể tích

$$V_2 = \pi \cdot DC^2 \cdot BC = \pi \cdot a^2 \cdot a = \pi a^3$$

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF là

$$V = V_1 + V_2 = \frac{\pi a^3}{9} + \pi a^3 = \frac{10}{9} \pi a^3$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ

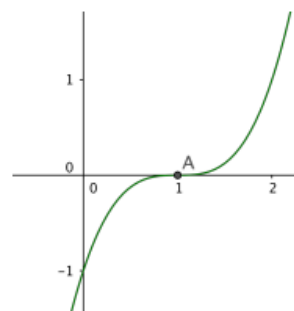
Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = (x-1)^3.$

B. $y = x^3 + 1.$

C. $y = x^3 - 1.$

D. $y = (x+1)^3.$



Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $f(0) = -1$ (loại đáp án B và D)

Đồ thị hàm số có điểm uốn $I(1;0)$ nên $x=1$ là một nghiệm của phương trình $y''=0$ (loại C)

Câu 6: Tìm m để bất phương trình $1 + \log_5(x^2 + 1) \geq \log_5(mx^2 + 4x + m)$ thỏa mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $-1 < m \leq 0.$

B. $-1 < m < 0.$

C. $2 < m \leq 3.$

D. $2 < m < 3.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{BPT thỏa mãn với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 5(x^2 + 1) \geq mx^2 + 4x + m \end{cases} (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow$$
$$\begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ (5-m)x^2 - 4x + 5-m \geq 0 \end{cases} (\forall x \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 16-4m^2 < 0 \\ 5-m > 0 \\ 16-4(5-m)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m > 2 \\ m < 5 \\ m \leq 3 \\ m \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3.$$

Câu 7: Cho hàm số $y = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1}$. Tìm m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. $3e^3 + 1 \leq m < 3e^4 + 1$.

B. $m \geq 3e^4 + 1$.

C. $3e^2 + 1 \leq m \leq 3e^3 + 1$.

D. $m < 3e^2 + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} y' &= \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (e^{3x} - (m-1)e^x + 1)' \\ &= y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (3e^{3x} - (m-1)e^x) \end{aligned}$$

• Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2) \Leftrightarrow$

$$y' = \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} \cdot \ln\left(\frac{4}{2017}\right) \cdot (3e^{3x} - (m-1)e^x) \geq 0, \forall x \in (1; 2) (*), \text{ mà}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{4}{2017}\right)^{e^{3x} - (m-1)e^x + 1} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ \ln\left(\frac{4}{2017}\right) < 0 \end{cases} \text{ . Nên } (*) \Leftrightarrow 3e^{3x} - (m-1)e^x \leq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow$$

$$3e^{2x} + 1 \leq m, \forall x \in (1; 2)$$

• Đặt $g(x) = 3e^{2x} + 1, \forall x \in (1; 2), g(x) = 3e^{2x} \cdot 2 > 0, \forall x \in (1; 2)$

x	1	2
$g'(x)$		+
$g(x)$		$\nearrow$

. Vậy (*) xảy ra khi $m \geq g(2) \Leftrightarrow m \geq 3e^4 + 1$.

Câu 8: Tìm giao điểm của đồ thị $(C): y = \frac{4x}{x+1}$ và đường thẳng $\Delta: y = x+1$.

A. $(0; 1)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(1; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $\Delta: \frac{4x}{x+1} = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1; 2)$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , thể tích khối chóp là a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp.

A. $h = a$.

B. $h = 2a$.

C. $h = 3a$.

D. $h = 4a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} h \Leftrightarrow a^3 = \frac{1}{3} a^2 h \Leftrightarrow h = 3a.$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(-2; 3; 1)$, $N(5; 6; -2)$. Đường thẳng qua M , N cắt mặt phẳng (xOz) tại A . Khi đó điểm A chia đoạn MN theo tỷ số nào?

A. $\frac{1}{4}$.

B. 2.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Phương trình đường thẳng } MN: \begin{cases} x = -2 + 7t \\ y = 3 + 3t \\ z = 1 - 3t \end{cases}, \text{ phương trình mặt phẳng } (xOz): y = 0, \text{ suy ra}$$

giao điểm $A(-9; 0; 4)$

Điểm A chia đoạn MN theo tỷ k nếu $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AN}$ với $\overrightarrow{AM} = (7; 3; -3)$ và $\overrightarrow{AN} = (14; 6; -6)$

$$\Rightarrow \text{tỷ số } k = \frac{1}{2}.$$

Câu 11. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = y+1 = z-3$ và mặt phẳng

$(P): x+2y-z+5=0$. Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và tạo với (P) một góc nhỏ nhất có phương trình

A. $x-z+3=0$.

B. $x+y-z+2=0$.

C. $x-y-z+3=0$.

D. $y-z+4=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi Δ là giao tuyến giữa (P) và (Q) . Khi đó, góc giữa (P) , (Q) nhỏ nhất khi chỉ khi $\Delta \perp d$.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1; -1; 3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2; 1; 1)$.

Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta = \vec{n} \wedge \vec{u}_d = (3; -3; -3)$.

Vectơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q = \vec{u}_d \wedge \vec{u}_\Delta = (0; 9; -9)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua $M(-1; -1; 3)$ và nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; -1)$ có phương trình

$$y - z + 4 = 0$$

Câu 12. Người ta muốn mạ vàng cho bề mặt phía ngoài của một cái hộp dạng hình hộp đứng không nắp (nắp trên), có đáy là một hình vuông. Tìm chiều cao của hộp để lượng vàng phải dùng để mạ là ít nhất, biết lớp mạ ở mọi nơi như nhau, giao giữa các mặt là không đáng kể và thể tích của hộp là 4 dm^3

A. 1 dm.

B. 1,5 dm.

C. 2 dm.

D. 0,5 dm.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi x, y ($x, y > 0$) lần lượt là độ dài cạnh đáy, chiều cao của hình hộp.

Thể tích khối hộp là $V = x^2 y \Leftrightarrow 4 = x^2 y \Leftrightarrow y = \frac{4}{x^2}$.

Diện tích cần mạ vàng $S = x^2 + 4xy = x^2 + \frac{16}{x} = x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \geq 3\sqrt[3]{64}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi chỉ

$$x = \frac{8}{x} \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1$$

Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{2x + 1}$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $y = 2$.

B. $y = -\frac{1}{2}$.

C. $y = 1$.

D. $y = 1, y = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} \bullet \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{2 + \frac{1}{x}} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ là tiệm cận ngang.} \\ \bullet \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - x + 1}}{2x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{2 + \frac{1}{x}} = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ là tiệm cận ngang.} \end{aligned}$$

Câu 14. Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kỳ hạn một quý với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó có được ít nhất 20 triệu đồng (cả vốn lẫn lãi) từ số vốn ban đầu? (Giả sử lãi suất không thay đổi)

A. 4 năm 1 quý

B. 4 năm 2 quý

C. 4 năm 3 quý

D. 5 năm

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số tiền của người ấy sau n kỳ hạn là $T = 15 \left(1 + \frac{1,65}{100} \right)^n$.

Theo đề bài, ta có $15 \left(1 + \frac{1,65}{100} \right)^n > 20 \Leftrightarrow n > \log_{1 + \frac{1,65}{100}} \frac{4}{3} \approx 17,56$

Câu 15. Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -4$.

B. $x = 4$.

C. $x = 2$.

D. $x = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = 1 - \frac{4}{x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

B_x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
a	$+$	0	$-$	$-$	$+$
y'					
n					
g		-4	$+\infty$	4	$+\infty$
y					
b	$-\infty$		$-\infty$		
iến thiên					

Câu 16. Tìm khẳng định sai

- A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, a < c < b$.
- C. $\int f(x)g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$. D. $\int f'(x) dx = f(x) + c$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo lý thuyết SGK Giải tích 12 Cơ bản

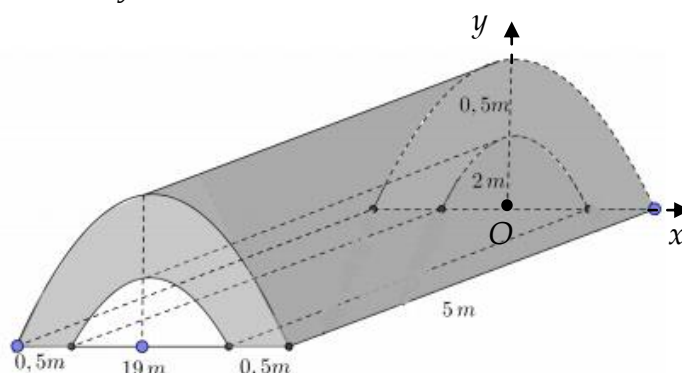
Câu 17. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã X có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).

- A. $19m^3$. B. $21m^3$. C. $18m^3$. D. $40m^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Ta có

Gọi $(P_1): y = ax^2 + c$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\frac{19}{2}; 0\right), B(0; 2)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a \cdot \left(\frac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{8}{361} \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow (P_1): y = -\frac{8}{361}x^2 + 2$$

Gọi $(P_2): y = ax^2 + c$ là Parabol đi qua hai điểm $C(10; 0), D\left(0; \frac{5}{2}\right)$

Nên ta có hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 0 = a \cdot (10)^2 + \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{40} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow (P_2): y = -\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2}$$

Ta có thể tích của bê tông là: $V = 5.2 \left[\int_0^{10} \left(-\frac{1}{40}x^2 + \frac{5}{2} \right) dx - \int_0^{\frac{19}{2}} \left(-\frac{8}{361}x^2 + 2 \right) dx \right] = 40m^3$

Câu 18. Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành.

A. $\frac{35\pi}{3}$

B. $\frac{31\pi}{3}$

C. $\frac{32\pi}{3}$

D. $\frac{34\pi}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$\sqrt{4x - x^2} = 0 \Leftrightarrow 4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(4 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Từ đó ta có thể tích hình (H) cần tìm là:

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{4x - x^2})^2 dx = \pi \int_0^4 (4x - x^2) dx = \pi \left(4 \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) = \frac{32}{3} \pi (\text{đvtt})$$

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 4x + 2017$. Định m để phương trình $y' = m^2 - m$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[0; m]$

A. $\left(\frac{1+\sqrt{2}}{3}; 2 \right)$.

B. $\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{3}; 2 \right)$.

C. $\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{2}; 2 \right)$.

D. $\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2}; 2 \right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

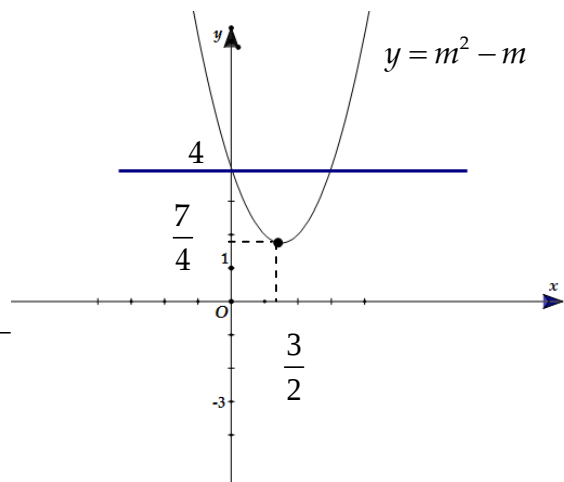
Ta có: $y' = m^2 - m \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = m^2 - m$

Đặt $f(x) = x^2 - 3x + 4$ (P)

Yêu cầu bài toán :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} < m \\ \frac{7}{4} < m^2 - m \leq m^2 - 3m + 4 \\ m^2 - m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} < m \\ \frac{7}{4} < m^2 - m \\ m^2 - m \leq m^2 - \\ m^2 - m \leq 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} < m \\ m < \frac{1-2\sqrt{2}}{2} \\ m > \frac{1+2\sqrt{2}}{2} \\ m \leq 2 \\ 0 < m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2}; 2 \right]$$



Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $ABC = 120^\circ$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{41}}{6}a$.

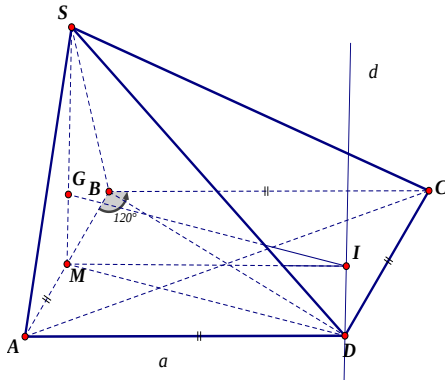
B. $\frac{\sqrt{37}}{6}a$.

C. $\frac{\sqrt{39}}{6}a$.

D. $\frac{\sqrt{35}}{6}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn: C.



Do $ABC = 120^\circ \Rightarrow BAD = 60^\circ$ suy ra $\triangle ABD$ đều

$\Rightarrow DA = DB = DC = a$ nên D là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Gọi M là trung điểm của AB , G là trọng tâm của $\triangle SAB$.

Qua D kẻ $d \perp (ABCD)$, và qua G kẻ $d' \perp (SAB)$

Gọi $I = d \cap d'$.

Ta có $IA = IB = IC = ID$

Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính

$$R = IA = \sqrt{AD^2 + MG^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{\sqrt{39}}{6}a$$

Câu 21. Cho các số thực a, b, m, n với $(a, b > 0)$. Tìm mệnh đề **sai**:

A. $(a^m)^n = a^{m+n}$.

B. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = a^m \cdot b^{-m}$.

C. $\sqrt{a^2} = a$.

D. $(ab)^m = a^m \cdot b^m$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng

$(\alpha): x - 2 = 0, (\beta): y - 6 = 0, (\gamma): z + 3 = 0$. Tìm mệnh đề **sai**:

A. $(\gamma) // Oz$.

B. $(\beta) // (xOz)$.

C. (α) qua I .

D. $(\alpha) \perp (\beta)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Dễ thấy $(\gamma) \cap Oz = A(0; 0; -3)$.

Câu 23. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón theo a .

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a}{3\sqrt{3}}$.

C. $\frac{2a}{3\sqrt{3}}$.

D. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có đường cao hình nón $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = \frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24. Trong tất cả các cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$. Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.

C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 \leq 0$ (1).

Giả sử $M(x; y)$ thỏa mãn pt (1), khi đó tập hợp điểm M là hình tròn (C_1) tâm $I(2; 2)$ bán kính $R_1 = \sqrt{2}$.

Các đáp án đề cho đều ứng với $m > 0$. Nên dễ thấy $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$ là phương trình đường tròn (C_2) tâm $J(-1; 1)$ bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.

Vậy để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa đề khi chỉ khi (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài

$$\Leftrightarrow IJ = R_1 + R_2 \Leftrightarrow \sqrt{10} = \sqrt{m} + \sqrt{2} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2.$$

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -5)$. Gọi M, N, P là hình chiếu của A lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là:

A. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$.

B. $x + 2z - 5z + 1 = 0$.

C. $x + 2y - 5z = 1$.

D. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi M, N, P là hình chiếu của A lên các trục $Ox, Oy, Oz \Rightarrow M(1; 0; 0), N(0; 2; 0), P(0; 0; -5)$.

Ta có phương trình mặt phẳng (MNP) là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-5} = 1 \Leftrightarrow x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$.

Câu 26: Để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực đại tại $x = 2$ thì m thuộc khoảng nào ?

A. $(0; 2)$.

B. $(-4; -2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(2; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

• Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

• Đạo hàm: $y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x + m)^2}$.

• Hàm số đạt cực trị tại $x = 2$ thì $y'(2) = 0 \Rightarrow \frac{4 + 4m + m^2 - 1}{(2 + m)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.

• Với $m = -3 \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 6x + 8}{(x - 3)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$. Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ nên $m = -3$ ta nhận.

• Với $m = -1 \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ nên $m = -1$ ta loại.

Câu 27: Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1; 3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$.

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx.$$

A. 8.

B. 9.

C. 6.

D. 7.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

- Ta có $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx + 3 \int_1^3 g(x) dx = 10$.
- Tương tự $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6 \Leftrightarrow 2 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 6$.
- Xét hệ phương trình $\begin{cases} u + 3v = 10 \\ 2u - v = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 \\ v = 2 \end{cases}$, trong đó $u = \int_1^3 f(x) dx$, $v = \int_1^3 g(x) dx$.
- Khi đó $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx = 4 + 2 = 6$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = y+1 = z-2$. Hình chiếu của d lên mặt phẳng (Oxy) là:

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

- Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$
- Do mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ nên hình chiếu của d lên (Oxy) là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$

Câu 29: Gọi Δ là tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 5$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Δ song song với đường thẳng $d: x = 1$.

B. Δ song song với trục tung.

C. Δ song song với trục hoành.

D. Δ có hệ số góc dương.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

- Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.
- Đạo hàm: $y' = x^2 - 4x + 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.
- Lập bảng biến thiên ta được điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $M(3; -5)$.
- Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $y = -5$.

Câu 30: Cho số phức z thỏa: $z(1 + 2i) = 4 - 3i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của z .

A. $\bar{z} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i$

B. $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$

C. $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$

D. $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$z(1+2i) = 4-3i \Leftrightarrow z = \frac{4-3i}{1+2i} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i.$$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $I(0; 2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy là:

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

D. $x^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi H là hình chiếu của $I(0; 2; 3)$ lên $Oy \Rightarrow H(0; 2; 0)$.

Mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục $Oy \Rightarrow R = d(I; Oy) = IH = 3$.

Phương trình mặt cầu: $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

Câu 32: Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(2\sqrt{x^2+1}+5)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa

$F(0) = 6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.

A. $\frac{125}{16}$.

B. $\frac{126}{16}$.

C. $\frac{123}{16}$.

D. $\frac{127}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow tdt = xdx$.

$$\int f(x)dx = \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}(2\sqrt{x^2+1}+5)dx = \int (2t+5)dt = t^2 + 5t + C = (x^2+1) + 5\sqrt{x^2+1} + C.$$

$F(0) = 6 \Rightarrow C = 0$.

Vậy $F\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{125}{16}$.

Câu 33: Cho đường thẳng d_2 cố định, đường thẳng d_1 song song và cách d_2 một khoảng cách không đổi. Khi d_1 quay quanh d_2 ta được:

A. Hình trụ.

B. Mặt trụ.

C. Khối trụ.

D. Hình tròn.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Theo định nghĩa trang 36 sgk.

Câu 34: Tìm giá trị lớn nhất của $y = 2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x}$

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $t = \sin^2 x, t \in [0; 1]$.

Tìm GTLN của $y = 2^t + 2^{1-t}$ trên $[0;1]$.

$$y' = 2^t \ln 2 - 2^{1-t} \ln 2 = 0 \Leftrightarrow 2^t = 2^{1-t} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

$$f(0) = 3; f(1) = 3; f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\sqrt{2}.$$

Vậy $\max_{[0;1]} y = 3$.

Câu 35: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ (C). Gọi S là diện tích hình chữ nhật được tạo bởi 2 trục tọa độ và 2 đường tiệm cận của (C). Khi đó giá trị của S là:

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

(C) có hai tiệm cận $x = 1; y = 2$.

Vậy $S = 2$.

Câu 36: Gia đình An xây bể hình trụ có thể tích 150 m^3 . Đáy bể làm bằng bê tông giá $100000 \text{ đ} / \text{m}^2$. Phần thân làm bằng tôn giá $90000 \text{ đ} / \text{m}^2$, nắp bằng nhôm giá $120000 \text{ đ} / \text{m}^2$. Hỏi khi chi phí sản xuất để bể đạt mức thấp nhất thì tỷ số giữa chiều cao bể và bán kính đáy là bao nhiêu?

- A. $\frac{22}{9}$. B. $\frac{9}{22}$. C. $\frac{31}{22}$. D. $\frac{21}{32}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } V = 150 \Leftrightarrow \pi R^2 h = 150 \Rightarrow h = \frac{150}{\pi R^2}$$

$$\text{Mà ta có: } f(R) = 100000\pi R^2 + 120000\pi R^2 + 180000\pi R h$$

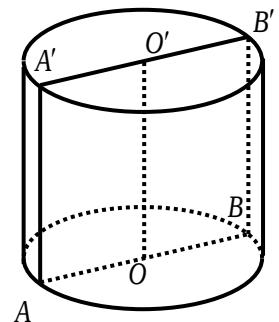
$$f(R) = 220000\pi R^2 + 180000\pi R \frac{150}{\pi R^2} = 220000\pi R^2 + \frac{27000000}{R}$$

Để chi phí thấp nhất thì hàm số $f(R)$ đạt giá trị nhỏ nhất với mọi $R > 0$

$$f'(R) = 440000\pi R - \frac{27000000}{R^2} = \frac{440000\pi R^3 - 27000000}{R^2}, \text{ cho } f'(R) = 0 \Rightarrow R = \frac{30}{\sqrt[3]{440\pi}}$$

$$\text{Lập BBT, từ BBT suy ra } \min_{R>0} f(R) \text{ khi } R = \frac{30}{\sqrt[3]{440\pi}}$$

$$\text{Nên } \frac{h}{R} = \frac{150}{\pi R^3} = \frac{22}{9}$$



Câu 37: Trong mặt phẳng phức gọi M là điểm biểu diễn cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, ab \neq 0$), M' là điểm biểu diễn cho số phức $\bar{z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M' đối xứng với M qua Oy. B. M' đối xứng với M qua Ox. C. M' đối xứng với M qua O. D. M' đối xứng với M qua đường thẳng $y = x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $M(a; b)$ và $M'(a; -b)$ nên M' đối xứng với M qua Ox.

Câu 38: Cho hàm số $y = e^x + e^{-x}$. Tính $y''(1) = ?$

- A. $e + \frac{1}{e}$. B. $e - \frac{1}{e}$. C. $-e + \frac{1}{e}$. D. $-e - \frac{1}{e}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y' = e^x - e^{-x} \Rightarrow y'' = e^x + e^{-x} \Rightarrow y''(1) = e + \frac{1}{e}$.

Câu 39: Tìm tập S của bất phương trình: $3^x \cdot 5^{x^2} < 1$.

- A. $(-\log_5 3; 0]$. B. $[\log_3 5; 0)$. C. $(-\log_5 3; 0)$. D. $(\log_3 5; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $3^x \cdot 5^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_5(3^x \cdot 5^{x^2}) < 0 \Leftrightarrow x^2 + x \log_5 3 < 0 \Leftrightarrow -\log_5 3 < x < 0$ nên $S = (-\log_5 3; 0)$

Câu 40: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$ là:

- A. Vô nghiệm. B. 1. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $x > \sqrt{3}$.

Phương trình $\Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2 - 3}{6x - 10} = -1 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 3}{6x - 10} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

So điều kiện nhận nghiệm $x = 2$ nên phương trình có 1 nghiệm.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - \frac{1}{3}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; 3)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y' = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'		0	0	
y	$-\infty$			$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên $(1; 3)$

Câu 42. Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{5}} x$. Khẳng định nào sau đây sai

- A. Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $y' = \frac{-1}{x \ln 5}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định. D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục Oy .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{5}} x$. Do đó

- Tập xác định $D = (0; +\infty) \Rightarrow A$ sai.
- $y' = \frac{-1}{x \ln 5} \Rightarrow B$ đúng.
- Cơ số $a = \frac{1}{5} < 1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng xác định $\Rightarrow C$ đúng.
- Hàm số logarit nhận trục Oy làm tiệm cận đứng $\Rightarrow D$ đúng.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = t' \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $d_1 \parallel d_2$. **B.** d_1 và d_2 chéo nhau.
C. d_1 và d_2 cắt nhau. **D.** $d_1 \equiv d_2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\vec{u}_1 = (1; -1; 0)$ và $\vec{u}_2 = (0; 0; 1) \Rightarrow \vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương.
 $\Rightarrow d_1$ và d_2 chéo nhau hoặc cắt nhau (1)

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} t = 0 \\ -t = 2 \\ 1 = t' \end{cases} \Rightarrow \text{vô nghiệm. Vậy } d_1 \text{ và } d_2 \text{ chéo nhau.}$$

Câu 44. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1, z_2 \neq 0; z_1 + z_2 \neq 0$ và $\frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2}$. Tính $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } x = \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow z_1 = x.z_2 \text{ và } \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = |x|$$

$$\text{Từ giả thiết } \frac{1}{z_1 + z_2} = \frac{1}{z_1} + \frac{2}{z_2} \Leftrightarrow \frac{1}{x.z_2 + z_2} = \frac{1}{x.z_2} + \frac{2}{z_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{z_2(x+1)} = \frac{1}{z_2} \left(\frac{1}{x} + 2 \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x} + 2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i \Rightarrow |x| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 45. Trên trường số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$).

Chọn khẳng định sai:

A. Phương trình luôn có nghiệm.

B. Tổng hai nghiệm bằng $-\frac{b}{a}$.

C. Tích hai nghiệm bằng $\frac{c}{a}$.

D. $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

- Trên trường số phức $\mathbb{C}$, phương trình bậc hai luôn có nghiệm $\Rightarrow$ A đúng.
- Tổng hai nghiệm $z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow$ B đúng.
- Tích hai nghiệm $z_1 \cdot z_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow$ C đúng.
- $\Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow$ Phương trình bậc hai có nghiệm phức $\Rightarrow$ D sai.

Câu 46: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.

A. $2\sqrt{3}$.

B. 4.

C. $4\sqrt{3}$.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } z^2 + 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -1 + i\sqrt{3} \\ z_2 = -1 - i\sqrt{3} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } |z_1| + |z_2| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} + \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 4.$$

Câu 47: Cho thỏa mãn $z \in \mathbb{C}$ thỏa mãn $(2+i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} + 1 - 2i$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn I , bán kính R . Khi đó.

A. $I(-1; -2), R = \sqrt{5}$.

B. $I(1; 2), R = \sqrt{5}$.

C. $I(-1; 2), R = 5$.

D. $I(1; -2), R = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C. (đã sửa đề bài)

Đặt $z = a + bi$ và $|z| = c > 0$, với $a; b; c \in \mathbb{R}$.

$$\text{Lại có } w = (3-4i)z - 1 + 2i \Leftrightarrow z = \frac{w+1-2i}{3-4i}.$$

Gọi $w = x + yi$ với $x; y \in \mathbb{R}$.

$$\text{Khi đó } |z| = c \Rightarrow \left| \frac{w+1-2i}{3-4i} \right| = c \Leftrightarrow \frac{|w+1-2i|}{|3-4i|} = c \Leftrightarrow |x+yi+1-2i| = 5c$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = 5c \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25c^2.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn $I(-1; 2)$.

Khi đó chỉ có **đáp án C** có khả năng đúng và theo đó $R = 5 \Rightarrow 5c = 5 \Rightarrow c = 1$.

Thử $c = 1$ vào phương trình (1) thì thỏa mãn.

Câu 48: Giả sử $\int_1^2 (2x-1) \ln x dx = a \ln 2 + b, (a; b \in \mathbb{Q})$. Khi đó $a + b$?

A. $\frac{5}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (2x-1)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x}dx \\ v = x^2 - x \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_1^2 (2x-1) \ln x dx &= (x^2 - x) \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 (x-1) dx \\ &= 2 \ln 2 - \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^2 = 2 \ln 2 - \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } a = 2; b = -\frac{1}{2}. \text{ Vậy } a + b = \frac{3}{2}.$$

Câu 49: Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3} - x \ln x$. Gọi $M; N$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$. Khi đó tích $M.N$ là:

A. $2\sqrt{7} + 4 \ln 5$.

B. $2\sqrt{7} - 4 \ln 2$.

C. $2\sqrt{7} - 4 \ln 5$.

D. $2\sqrt{7} + 4 \ln 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tập xác định $D = (0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} - (\ln x + 1) = \frac{x - \sqrt{x^2 + 3}}{\sqrt{x^2 + 3}} - \ln x.$$

$$\text{Do } \sqrt{x^2 + 3} > |x| \Rightarrow x - \sqrt{x^2 + 3} < x - |x| \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x - \sqrt{x^2 + 3}}{\sqrt{x^2 + 3}} < 0.$$

$$\text{Và } x \geq 1 \Rightarrow \ln x \geq 0 \Rightarrow -\ln x \leq 0.$$

$$\text{Do đó } y' = \frac{x - \sqrt{x^2 + 3}}{\sqrt{x^2 + 3}} - \ln x < 0. \text{ Nên hàm số nghịch biến trên } [1; 2].$$

$$\text{Khi đó } M = y(1) = 2; N = y(2) = \sqrt{7} - 2 \ln 2.$$

$$\text{Vậy } M.N = 2\sqrt{7} - 4 \ln 2.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(0; -1; 1)$, $C(2; 1; -1)$, $D(3; 1; 4)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A. 1.

B. 4.

C. 7.

D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-1; 1; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 3; -1), \overrightarrow{AD} = (2; 3; 4).$$

$$\text{Khi đó } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4; 0; -4) \text{ suy ra } [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -24 \neq 0.$$

Do đó A, B, C, D không đồng phẳng và là 4 đỉnh của một tứ diện.

Khi đó sẽ có 7 mặt phẳng cách đều bốn đỉnh của tứ diện. Bao gồm: 4 mặt phẳng đi qua trung điểm của ba cạnh tứ diện và 3 mặt phẳng đi qua trung điểm bốn cạnh tứ diện (như hình vẽ).

