

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ (1) với m là tham số và đường thẳng $(d): y = x + 4$.
Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

b) Cho hàm số $f(x) = (1 - m^3)x^3 + 6mx^2 + (12m^2 - 3m + 3)x + 8m^3 + 6m$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2021; 2022]$ sao cho $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in [2021; 2022]$?

Câu 2. (1,0 điểm) Cho các số thực $a; b; c$ thuộc khoảng $(1; +\infty)$ thỏa mãn

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{a}} b + 2(\log_b c - 1) \log_b c + \log_a \left(\frac{c^5}{b} \right) = 0.$$

Tính giá trị biểu thức $F = \log_a b^2 + \log_b c$.

Câu 3. (1,0 điểm) Tính tổng tất cả các nghiệm $x \in [0; 4\pi]$ của phương trình

$$2(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \cos x = \cos x - \sqrt{3} \sin x + 1.$$

Câu 4. (1,0 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} |x - 6| \geq |x^2 - 5x + 9| \\ \left(x + 1 - \sqrt{x^2 + 3} \right) (-7x^2 + 2x - 23) \leq m \sqrt{(x^2 + 3)^3} \end{cases}$$

Câu 5. (1,0 điểm) Có 15 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định). Chọn ra 4 người trong hàng. Tính xác suất để 4 người được chọn không có hai người nào đứng cạnh nhau.

Câu 6. (2,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, AD song song với BC , $AB = BC = CD = a$, $AD = 2a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'CD)$ và $(ABCD)$ bằng 45° .

a) Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(A'CD)$.

b) Gọi (P) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng $A'C$. Mặt phẳng (P) chia khối lăng trụ đã cho thành hai khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện chứa đỉnh A .

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC không có góc nào tù, nội tiếp đường tròn tâm I . Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A ($D \in BC$). Đường thẳng đi qua D và vuông góc với đường thẳng AI cắt đường thẳng AC tại điểm E . Tìm tọa độ các điểm A và C biết rằng A có tung độ âm và $B(5;0), I\left(-\frac{1}{2}; -1\right), E(-1;0)$.

Câu 8. (1,0 điểm) Cho các số thực dương $a; b; c$ thỏa mãn $a^2 b^2 = 8c^2(a^2 + b^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a+b+c}{b+c} + \frac{b-a-c}{a+c} + \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + 4c^2}}$.

----- HẾT -----

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không cần giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:
Cán bộ coi thi 1: Cán bộ coi thi 2: