

Câu 1 (2,5 điểm)

Cho parabol (P) : $y = x^2 - 2x + 4$ và các đường thẳng (d_m) : $y = 3x + 2m + 1$ (m là tham số)

Biện luận số giao điểm của (P) và (d_m) theo tham số m .

Câu 2 (4,5 điểm)

Giải các bất phương trình sau :

a/ $f(x) = \frac{1}{|x|-3} - \frac{1}{2} \leq 0$

b/ $x^2 + 5x + 4 < 5\sqrt{x^2 + 5x + 28}$

Câu 3 (5 điểm)

1/ Cho lục giác $ABCDEF$ có AB vuông góc với EF và hai tam giác ACE và BDF có cùng trọng tâm. Chứng minh rằng $AB^2 + EF^2 = CD^2$.

2/ Cho tam giác ABC có các góc thỏa mãn hệ thức: $\cot A + \cot C = \alpha \cot B$.

a. Chứng minh rằng $\cot A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4s}$

b. Xác định góc giữa hai đường trung tuyến AA_1 và CC_1 của tam giác ABC khi $\alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Trong mặt phẳng với tọa độ Oxy, cho tam giác ABC , BE và CD là các đường cao của tam giác. Giả sử $D(2;0)$, $E(1;3)$ và đường thẳng BC có phương trình: $y = 1 - 2x$

a/ Tìm tọa độ của M biết M là trung điểm của BC

b/ Tìm tọa độ của điểm B biết B có hoành độ dương

Câu 5 (2 điểm)

Tìm m để phương trình: $\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{16-x^2} = m$ có nghiệm duy nhất.

Câu 6 (3 điểm)

Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = |x| + |y| + |z|$

-----HẾT-----

Thí sinh không mang tài liệu và máy tính vào phòng thi

Giám thị không cần giải thích gì thêm

Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

Họ và tên, chữ kí CBCT 1:

Họ và tên, chữ kí CBCT 2:

Lưu ý: Điểm toàn bài lấy điểm lẻ đến 0,25; thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

	Nội dung	Điểm																					
Câu 1 (2,5 điểm)	Cho parabol (P): $y = x^2 - 2x + 4$ và các đường thẳng (d_m): $y = 3x + 2m + 1$ (m là tham số) 1) Biện luận số giao điểm của (P) và (d_m) theo tham số m .	2,5																					
	Xét phương trình hoành độ: $x^2 - 2x + 4 = 3x + 2m + 1$ $\Leftrightarrow x^2 - 5x + 3 - 2m = 0$ (1). Ta có: $\Delta = 8m + 13$	1																					
	+) Nếu $m > -\frac{13}{8}$ ($\Delta > 0$) thì (1) có hai nghiệm phân biệt, do đó (d_m) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	0,5																					
	+) Nếu $m = -\frac{13}{8}$ ($\Delta = 0$) thì (1) có 1 nghiệm kép, do đó (d_m) cắt (P) tại một điểm.	0,5																					
	+) Nếu $m < -\frac{13}{8}$ ($\Delta < 0$) thì (1) vô nghiệm, do đó (d_m) không cắt (P).	0, 5																					
Câu 2 (5, điểm)	Giải bất phương trình: $1/ f(x) = \frac{1}{ x -3} - \frac{1}{2} \leq 0$	2,0																					
a	Ta có $\frac{1}{ x -3} - \frac{1}{2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{ x -3} - \frac{1}{2} \leq 0 \cdot \Leftrightarrow \frac{5- x }{2(x -3)} \leq 0$	0,5																					
	Đặt $t = x $, bpt trở thành $\frac{5-t}{2(t-3)} \leq 0$. Cho $5-t=0 \Leftrightarrow t=5$ Cho $t-3=0 \Leftrightarrow t=3$	0,5																					
	Bảng xét dấu <table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td>3</td><td>5</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$t-3$</td><td>-</td><td></td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$5-t$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td>-</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table>	t	$-\infty$	3	5	$+\infty$	$t-3$	-		0	+	$5-t$	+	0	-		$f(t)$	-		+	0	-	0,5
	t	$-\infty$	3	5	$+\infty$																		
$t-3$	-		0	+																			
$5-t$	+	0	-																				
$f(t)$	-		+	0	-																		
Căn cứ bảng xét dấu ta được $ x < 3$ hay $ x \geq 5$.	0,5																						

b	b) Bất phương trình $\Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 < 5\sqrt{x^2 + 5x + 28}$	2,5
	Đặt $t = \sqrt{x^2 + 5x + 28}, t > 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 4 = t^2 - 24$	0,5
	Bất phương trình trở thành $t^2 - 24 < 5t$ $\Leftrightarrow t^2 - 5t - 24 < 0 \Leftrightarrow -3 < t < 8$	1
	Suy ra $\sqrt{x^2 + 5x + 28} < 8 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 36 < 0 \Leftrightarrow -9 < x < 4$	0,5
	Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $S = (-9; 4)$	0,5

Câu 3 (5 điểm)	a/ Cho lục giác $ABCDEF$ có AB vuông góc với EF và hai tam giác ACE và BDF có cùng trọng tâm. Chứng minh rằng $AB^2 + EF^2 = CD^2$.	2,00
	Ta có $AB \perp EF \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} = 0$ suy ra $AB^2 + EF^2 = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EF})^2$ (1)	0,5
	Mặt khác ACE và BDF có cùng trọng tâm nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{EF} = \vec{0}$ (2) có chứng minh	1
	Từ (1) và (2) suy ra $AB^2 + EF^2 = CD^2$	0,5

Câu 3 (5 điểm)	b/ Tam giác ABC có các góc thỏa mãn hệ thức: $\cot A + \cot C = \alpha \cot B$. 1. Chứng minh rằng $\cot A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4s}$ 2. Xác định góc giữa hai đường trung tuyến AA_1 và CC_1 của tam giác ABC khi $\alpha = \frac{1}{2}$.	3đ
	Chứng minh được rằng $\cot A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4s}$	1,0
	Ta có: $\cot A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4s}; \cot B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4s}; \cot C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{4s}$	0,5
	Khi $\alpha = \frac{1}{2}$. Ta có: $\cot A + \cot C = \frac{1}{2} \cot B$ $\Leftrightarrow \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4s} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4s} = \frac{1}{2} \frac{c^2 + a^2 - b^2}{4s}$ $\Leftrightarrow 5b^2 = a^2 + c^2$	0,5
	Ta có:	0,5

	Điều kiện đủ: Xét $m = 12$ phương trình đã cho trở thành $2\sqrt{16-x^2} \leq 2\sqrt{16} = 8 \left(\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} \right)^2 = 8 + 2\sqrt{16-x^2} = 12$ $\sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{16-x^2} \leq 16$ $\Rightarrow \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{16-x^2} \leq 4+8=12$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$. Phương trình có nghiệm duy nhất $x = 0$, vậy $m = 12$.	0, 5 0, 5
--	---	-------------------------

Câu 6 (3điểm)	Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 0, x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = x + y + z $	3
	$S^2 = (x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(x y + y z + z x)$ $S^2 = x^2 + y^2 + z^2 + x (y + z) + y (z + x) + z (x + y)$ Áp dụng bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối ta có $ y + z \geq y + z = -x = x \Rightarrow x (y + z) \geq x^2$ Chứng minh tương tự $y (z + x) \geq y^2, z (x + y) \geq z^2$ Vì vậy $S^2 \geq 2(x^2 + y^2 + z^2)$ Thay $x^2 + y^2 + z^2 = 8 \Rightarrow S^2 \geq 16 \Rightarrow S \geq 4$ Dấu bằng có thể xảy ra, khi $(x, y, z) = (2; -2; 0)$ hoặc các hoán vị, ta có $S=4$ Vậy min $S = 4$	0, 5 1 1 0, 5