

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ bao nhiêu?

- A. π . B. 2π . C. 3π . D. 4π .

Câu 2: Giá trị nào dưới đây của x là một nghiệm của phương trình $\tan x = \sqrt{3}$?

- A. $x = \frac{\pi}{6}$. B. $x = \frac{\pi}{4}$. C. $x = \frac{\pi}{3}$. D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Câu 3: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\cos x + \cos y = 2\cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
B. $\cos x + \cos y = 2\sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.
C. $\cos x + \cos y = -2\cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$.
D. $\cos x + \cos y = -2\sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$.

Câu 4: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

- A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$. B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$. D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\cot x = -\sqrt{3}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin 2x = \sin x \cdot \cos x$. B. $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$. C. $\cos 2x = 2\sin^2 x - 1$. D. $\sin 2x = 2\sin x$.

Câu 7: Góc có số đo 80° đổi sang đơn vị radian bằng

- A. $\frac{5\pi}{9}$. B. $\frac{\pi}{9}$. C. $\frac{2\pi}{9}$. D. $\frac{4\pi}{9}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \cos x$. Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$. B. Hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .
C. Hàm số chẵn. D. Tập giá trị của hàm số là $[-1; 1]$.

Câu 9: Cho góc lượng giác α , biết $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khẳng định nào **sai**?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cot \alpha < 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cos \alpha > 0$.

Câu 10: Công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \alpha$ là

- A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi + \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11: Rút gọn biểu thức $A = 2\sin 2x \cdot \cos 3x - \sin 5x$

- A. $2\sin 5x$. B. $\cos x$. C. $-\cos 5x$. D. $-\sin x$.

Câu 12: Phương trình $x^2 = 4x$ tương đương với phương trình nào dưới đây?

- A. $x^2 + 4x = 0$. B. $x^2 + \sqrt{x-2} = 4x + \sqrt{x-2}$.
C. $x^2 + \sqrt{x+3} = 4x + \sqrt{x+3}$. D. $x^2 + \frac{1}{x} = 4x + \frac{1}{x}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh trái đất và luôn cách tâm trái đất một khoảng bằng $9200km$. Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ xấp xỉ $28902,65(km)$.
b) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ xấp xỉ $43353,98(km)$.
c) Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường $240000km$.
d) Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì quỹ đạo chuyển động của vệ tinh thu được một góc $\frac{9\pi}{2}rad$.

Câu 2: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Mệnh đề sau đúng hay sai:

- a) $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$.
b) $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
c) $\tan 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$.
d) $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{9-4\sqrt{2}}{7}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \cos 2x + \cos x$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.

- b) Hàm số trên là hàm số chẵn.
- c) Đặt $t = \cos x$ thì hàm số trở thành $y = f(t) = 2t^2 + t - 1$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ là 0.

Câu 4: Cho phương trình $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = 0$.

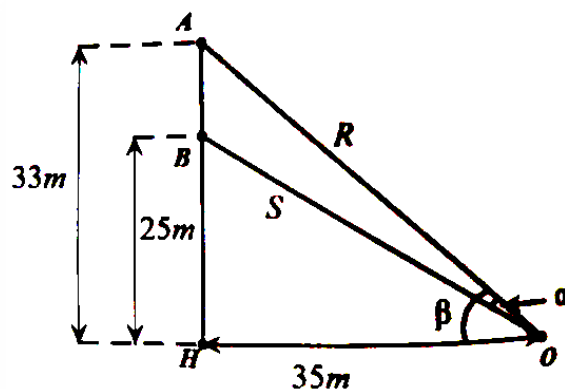
- a) Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- b) Hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ có chu kì tuần hoàn là $T = \pi$.
- c) Phương trình $\sin x = 0$ có tập nghiệm là $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
- d) Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = 0$ trên đường tròn lượng giác là 2.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong chặng đua nước rút, bánh xe của một vận động viên đua xe đạp quay được 30 vòng trong 8 giây. Chọn chiều dương của chuyển động bánh xe cùng chiều quay của kim đồng hồ. Biết rằng bán kính của bánh xe là 35 cm. Độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 4 phút là bao nhiêu mét? .



Câu 2: Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 33m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 25m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 35m. Gọi α là góc giữa hai sợi cáp trên. Biết $\tan \alpha = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $10a + 4b$.



Câu 3: Huyết áp của một người được cho thông qua hàm số $p(t) = 120 + 30 \cdot \sin(160\pi t)$, trong đó $p(t)$ là huyết áp tính bằng mmHg tại thời điểm $t \geq 0$ tính bằng phút. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Hiệu số của Huyết áp tâm trương và huyết áp tâm thu của người này là bao nhiêu?

Câu 4: Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Câu 5: Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của một người thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức:

$$p(t) = 120 + 15 \cos 150\pi t$$

trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg và thời gian t tính theo đơn vị phút. Huyết áp cao nhất và huyết áp thấp nhất lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Tìm chỉ số huyết áp của người đó, biết rằng chỉ số huyết áp được viết là huyết áp tâm thu/huyết áp tâm trương.

Câu 6: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x = \cos x$ trong đoạn $[0; 2\pi]$, .

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	C	A	D	D	B	D	B	D	A	D	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) S
c) S	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1979	1100	60	9	1,29	9,24

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ bao nhiêu?

A. π .

B. 2π .

C. 3π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Giá trị nào dưới đây của x là một nghiệm của phương trình $\tan x = \sqrt{3}$?

A. $x = \frac{\pi}{6}$.

B. $x = \frac{\pi}{4}$.

C. $x = \frac{\pi}{3}$.

D. $x = \frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\cos x + \cos y = 2\cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}.$

B. $\cos x + \cos y = 2\sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}.$

C. $\cos x + \cos y = -2\cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}.$

D. $\cos x + \cos y = -2\sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}.$

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha.$

B. $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$

C. $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha.$

D. $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$

Lời giải

Chọn D

Mối liên hệ hai cung bù nhau.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\cot x = -\sqrt{3}$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn D

$$\cot x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 6: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin 2x = \sin x \cdot \cos x.$ **B.** $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1.$ **C.** $\cos 2x = 2\sin^2 x - 1.$ **D.** $\sin 2x = 2\sin x.$

Lời giải

Chọn B

Câu 7: Góc có số đo 80° đổi sang đơn vị radian bằng

A. $\frac{5\pi}{9}.$

B. $\frac{\pi}{9}.$

C. $\frac{2\pi}{9}.$

D. $\frac{4\pi}{9}.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 80^\circ = \frac{80 \cdot \pi}{180} = \frac{4\pi}{9} \text{ rad}.$$

Câu 8: Cho hàm số $y = \cos x$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}.$

B. Hàm số tuần hoàn với chu kỳ $\pi.$

C. Hàm số chẵn.

D. Tập giá trị của hàm số là $[-1;1]$.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Cho góc lượng giác α , biết $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khẳng định nào **sai**?

A. $\sin \alpha > 0$.

B. $\cot \alpha < 0$.

C. $\tan \alpha < 0$.

D. $\cos \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên điểm biểu diễn của α thuộc cung phần tư thứ 2, do đó

$\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0; \tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

Câu 10: Công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \alpha$ là

A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi + \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \pm \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn A

Câu 11: Rút gọn biểu thức $A = 2\sin 2x \cdot \cos 3x - \sin 5x$

A. $2\sin 5x$.

B. $\cos x$.

C. $-\cos 5x$.

D. $-\sin x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A = 2\sin 2x \cdot \cos 3x - \sin 5x = 2 \cdot \frac{1}{2} [\sin(2x - 3x) + \sin(2x + 3x)] - \sin 5x$

$= \sin(-x) + \sin 5x - \sin 5x = \sin(-x) = -\sin x$.

Câu 12: Phương trình $x^2 = 4x$ tương đương với phương trình nào dưới đây?

A. $x^2 + 4x = 0$.

B. $x^2 + \sqrt{x-2} = 4x + \sqrt{x-2}$.

C. $x^2 + \sqrt{x+3} = 4x + \sqrt{x+3}$.

D. $x^2 + \frac{1}{x} = 4x + \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^2 = 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$, vậy $S = \{0; 4\}$.

+) Giải phương trình A: $x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$. Do đó hai phương trình không tương đương.

+) Giải phương trình B: $x^2 + \sqrt{x-2} = 4x + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$. Do đó hai phương trình không tương đương.

+) Giải phương trình C: $x^2 + \sqrt{x+3} = 4x + \sqrt{x+3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x^2 = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$. Do đó hai phương trình tương đương.

+) Giải phương trình D: $x^2 + \frac{1}{x} = 4x + \frac{1}{x} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x^2 = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x = 0 \Leftrightarrow x = 4 \\ x = 4 \end{cases}$. Do đó hai phương trình không tương đương.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh trái đất và luôn cách tâm trái đất một khoảng bằng $9200km$. Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ xấp xỉ $28902,65(km)$.
- b) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ xấp xỉ $43353,98(km)$.
- c) Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường $240000km$.
- d) Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì quỹ đạo chuyển động của vệ tinh thu được một góc $\frac{9\pi}{2}rad$.

Lời giải

a) Một vòng di chuyển của X chính là chu vi đường tròn: $C = 2\pi R = 2\pi \cdot 9200 = 18400\pi(km)$.

Sau 1 giờ, vệ tinh di chuyển nửa đường tròn với quãng đường: $\frac{1}{2}C = 9200\pi \approx 28902,65(km)$.

Suy ra mệnh đề **Đúng**.

b) Sau 1,5 giờ, vệ tinh di chuyển được $\frac{3}{4}$ đường tròn với quãng đường:

$$\frac{3}{4}C = \frac{3}{4} \cdot 18400\pi = 43353,98(km). \text{ suy ra mệnh đề } \mathbf{Đúng}.$$

c) Số giờ để vệ tinh X di chuyển được quãng đường $240000km$ là: $\frac{240000}{9200\pi} \approx 8,3$.

Suy ra mệnh đề **Sai**.

d) Sau 4,5 giờ thì số vòng mà vệ tinh X di chuyển được là: $\frac{9}{4}$.

Vậy số đo góc lượng giác thu được là: $\frac{9}{4} \cdot 2\pi = \frac{9\pi}{2}(rad)$. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

Câu 2: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Mệnh đề sau đúng hay sai:

a) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

b) $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) $\tan 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$.

d) $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{9-4\sqrt{2}}{7}$.

Lời giải

a) Ta có $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì ta có $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì ta có $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$$\text{Suy ra } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Do đó } \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)}{1 - \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}. \text{ Suy ra mệnh đề } \mathbf{đúng}$$

$$\text{d) Ta có } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\tan \alpha - 1}{\tan \alpha + 1}$$

$$\text{Với } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \text{ thì ta có } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Vậy } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - 1}{\tan \alpha + 1} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{4} - 1}{-\frac{\sqrt{2}}{4} + 1} = -\frac{9 + 4\sqrt{2}}{7}$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \cos 2x + \cos x$. Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

- a) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$.
- b) Hàm số trên là hàm số chẵn.
- c) Đặt $t = \cos x$ thì hàm số trở thành $y = f(t) = 2t^2 + t - 1$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ là 0.

Lời giải

a) Tập xác định của hàm số trên là $\mathbb{R}$. Mệnh đề **đúng**.

b) $\forall \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R} \\ f(-x) = \cos(-2x) + \cos(-x) = f(x) \end{cases} \Rightarrow f(x)$ là hàm số chẵn suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có $y = \cos 2x + \cos x = 2\cos^2 x + \cos x - 1$.

Đặt: $t = \cos x$, $t \in [-1; 1]$, khi đó $f(t) = 2t^2 + t - 1$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Đặt: $t = \cos x$, $t \in [-1; 1]$, khi đó $f(t) = 2t^2 + t - 1 = 2\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8} \geq -\frac{9}{8}; \forall t \in [-1; 1]$.

Suy ra $m = \min_{[-1; 1]} f(t) = -\frac{9}{8}$. Do đó mệnh đề **sai**.

Câu 4: Cho phương trình $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = 0$.

a) Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

b) Hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ có chu kì tuần hoàn là $T = \pi$.

c) Phương trình $\sin x = 0$ có tập nghiệm là $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

d) Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = 0$ trên đường tròn lượng giác là 2.

Lời giải

a) Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là $\cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ nên mệnh đề **đúng**.

b) Chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \sin x$ và hàm số $y = \cos x$ đều bằng 2π nên chu kì tuần hoàn của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ cũng bằng 2π . Mệnh đề **sai**.

c) $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề **đúng**.

d) $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in D \\ x \in S \end{cases}$. Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin x$, $y = \cos x$ và đường thẳng

$y = 1$ ta được nghiệm của phương trình trên $[0; 2\pi]$ là $x = \pi$. Vậy có 1 điểm biểu diễn nghiệm trên đường tròn lượng giác. Mệnh đề **sai**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong chặng đua nước rút, bánh xe của một vận động viên đua xe đạp quay được 30 vòng trong 8 giây. Chọn chiều dương của chuyển động bánh xe cùng chiều quay của kim đồng hồ. Biết rằng bán kính của bánh xe là 35 cm. Độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 4 phút là bao nhiêu mét? .



Hình 6

Lời giải

Trả lời: 1979

Gọi V van của bánh xe.

Sau 1 giây, van V của bánh xe quay được $\frac{30}{8} = 3,75$.

Sau 4 phút, van V của bánh xe quay được $3,75 \cdot 240 = 900$.

Suy ra sau 4 phút, van V của bánh xe quay được một góc có số đo là $\alpha = 900 \cdot 2\pi = 1800\pi$.

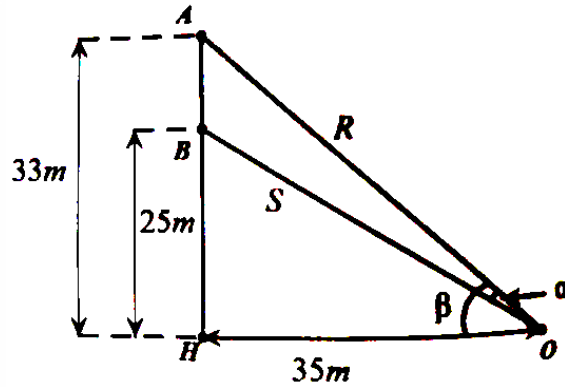
Mỗi góc ở tâm với số đo 1 rad chắn một cung có độ dài bằng bán kính bánh xe $R = 0,35$ m.

Do đó, độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 4 phút là

$$l = R \cdot \alpha = 1800\pi \cdot 0,35 \approx 1979(\text{m}).$$

Câu 2: Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất 33m . Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất 25m . Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột 35m . Gọi α là góc giữa hai sợi cáp trên. Biết $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

với $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $10a + 4b$.



Lời giải

Trả lời: 1100

Xét tam giác AOH vuông tại H có $\tan \beta = \frac{AH}{HO} = \frac{33}{35}$.

Đặt $\widehat{BOH} = \gamma$. Xét tam giác BOH vuông tại H có $\tan \gamma = \frac{BH}{HO} = \frac{25}{35} = \frac{5}{7}$.

Suy ra $\tan \alpha = \tan(\beta - \gamma) = \frac{\tan \beta - \tan \gamma}{1 + \tan \beta \cdot \tan \gamma} = \frac{28}{205}$.

Do đó, $a = 28$, $b = 205$.

Vậy $10a + 4b = 10 \cdot 28 + 4 \cdot 205 = 1100$.

Câu 3: Huyết áp của một người được cho thông qua hàm số $p(t) = 120 + 30 \cdot \sin(160\pi t)$, trong đó $p(t)$ là huyết áp tính bằng mmHg tại thời điểm $t \geq 0$ tính bằng phút. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Hiệu số của Huyết áp tâm trương và huyết áp tâm thu của người này là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 60

Ta có: Ta có: $-1 \leq \sin(160\pi t) \leq 1 \Leftrightarrow 90 \leq 120 + 30 \sin(160\pi t) \leq 150$.

Suy ra HA tâm thu: 90

HA tâm trương 150

Hiệu số bằng 60.

Câu 4: Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right)$$

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Lời giải

Trả lời: 9

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hòa là vị trí vật đứng yên, khi đó $x = 0$, ta có

$$2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow t = \frac{2\pi}{15} + k \frac{\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$$

Trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, tức là $0 \leq t \leq 6$ hay

$$0 \leq \frac{2\pi}{15} + k \frac{\pi}{5} \leq 6 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{90 - 2\pi}{3\pi}$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 9 lần.

Câu 5: Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của một người thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức:

$$p(t) = 120 + 15 \cos 150\pi t$$

trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg và thời gian t tính theo đơn vị phút. Huyết áp cao nhất và huyết áp thấp nhất lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Tìm chỉ số huyết áp của người đó, biết rằng chỉ số huyết áp được viết là huyết áp tâm thu/huyết áp tâm trương.

Lời giải

Trả lời: 1,29

Ta có: $-1 \leq \cos 150\pi t \leq 1, \forall t \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow -15 \leq 15 \cos 150\pi t \leq 15, \forall t \in \mathbb{R}$$

Hay: $105 \leq p(t) \leq 135, \forall t \in \mathbb{R}$

Vậy chỉ số huyết áp của người đó là: $\frac{135}{105} \approx 1,29$

Câu 6: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x = \cos x$ trong đoạn $[0; 2\pi]$, .

Lời giải

Trả lời: 9,42

$$\text{Ta có: } \sin 2x = \cos x \Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm của phương trình là: } S = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 3\pi \approx 9,42$$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn theo chu kỳ:

- A. $\mathbb{R}$. B. π . C. 2π . D. $k2\pi$.

Câu 2: Số nào là nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$?

- A. $\frac{5\pi}{6}$. B. $\frac{11\pi}{6}$. C. $\frac{13\pi}{6}$. D. $\frac{13\pi}{6}$.

Câu 3: Công thức nào sau đây **sai**?

- A. $\cos(a-b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b$. B. $\cos(a+b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.
C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. D. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 4: Góc 36° có số đo bằng radian là

- A. $\frac{\pi}{18}$. B. $\frac{\pi}{5}$. C. $\frac{\pi}{36}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 5: Phương trình: $\sin x = 0$ có tập nghiệm là

- A. $x = \pi$. B. $x = k2\pi$. C. $x = 0$. D. $x = k\pi$.

Câu 6: Cho góc lượng giác (OM, ON) có số đo bằng $\frac{\pi}{7}$. Hỏi trong các số sau, số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc lượng giác (OM, ON) ?

- A. $\frac{6\pi}{7}$. B. $\frac{-11\pi}{7}$. C. $\frac{9\pi}{7}$. D. $\frac{29\pi}{7}$.

Câu 7: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**

- A. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$. B. $\cos 2x = 2 \cos x$.
C. $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$. D. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\cot x = -\sqrt{3}$ là:

- A. $x = \frac{\pi}{6}$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 9: Cho $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\tan \alpha$ là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{5}{12}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $-\frac{5}{12}$.

Câu 10: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

$$\begin{aligned} \text{A. } \cos a \cos b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]. & \text{B. } \sin a \sin b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]. \\ \text{C. } \sin a \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]. & \text{D. } \sin a \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]. \end{aligned}$$

Câu 11: Cho các mệnh đề sau

- . Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn tăng.
- . Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn tăng trên từng khoảng xác định.
- . Hàm số $y = \tan x$ tăng trong các khoảng $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.
- . Hàm số $y = \tan x$ tăng trong các khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 12: Phương trình lượng giác: $\cos 2x + 1,5 = 0$ tương đương với phương trình

- A.** $2\cos x + 1,5 = 0$. **B.** $2\cos^2 x - 1,5 = 0$. **C.** $0,5 - 2\sin^2 x = 0$. **D.** $\sin^2 x + 0,5 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Huyết áp của mỗi người thay đổi trong ngày. Giả sử huyết áp tâm trương của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi tại thời điểm t được cho bởi công thức: $B(t) = 80 + 7 \sin \frac{\pi t}{12}$.

a) Ta có: $\frac{\pi}{12} = 15^\circ$.

b) Ta có: $\sin \frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{2}$.

c) Huyết áp tâm trương của người này vào thời điểm 8 giờ sáng là 80,255 mmHg.

d) Huyết áp tâm trương của người này vào thời điểm 2 giờ 30 phút chiều là 80,463 mmHg.

Câu 2: Cho biết $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $\cos \alpha < 0$.

b) $\sin 2\alpha > 0$.

c) $\cos 2\alpha = -\frac{7}{25}$.

d) $\cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{4}{5}$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$.

a) $f(3) = \frac{1}{\cos^2 3} + \frac{1}{\sin^2 3}$.

b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

c) Hàm số đã cho là hàm số lẻ.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4.

Câu 4: Cho phương trình: $\cos 2x - 3 \sin x - 2 = 0$.

a) Ta có $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$.

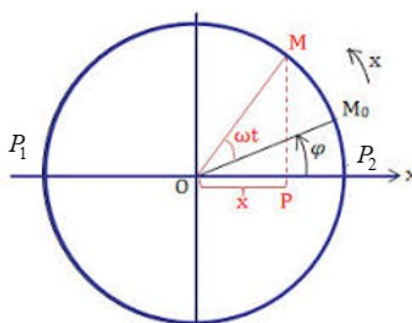
b) Đặt $t = \sin x, -1 \leq t \leq 1$ thì phương trình trở thành $2t^2 + 3t - 1 = 0$.

c) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ là một họ nghiệm của phương trình.

d) Phương trình có 3 nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một điểm P dao động điều hòa từ vị trí P_1 đến P_2 , sao cho $P_1P_2 = 10 \text{ cm}$. Ta coi P là hình chiếu của điểm M chuyển động tròn đều trên đường tròn $\left(O; \frac{P_1P_2}{2} \right)$ lên đoạn P_1P_2 . Tốc độ góc của điểm M là $\omega = \frac{\pi}{4}$. Tại thời điểm $t = 0$ thì góc $\varphi = (OP_2, OM_0) = \frac{\pi}{3}$



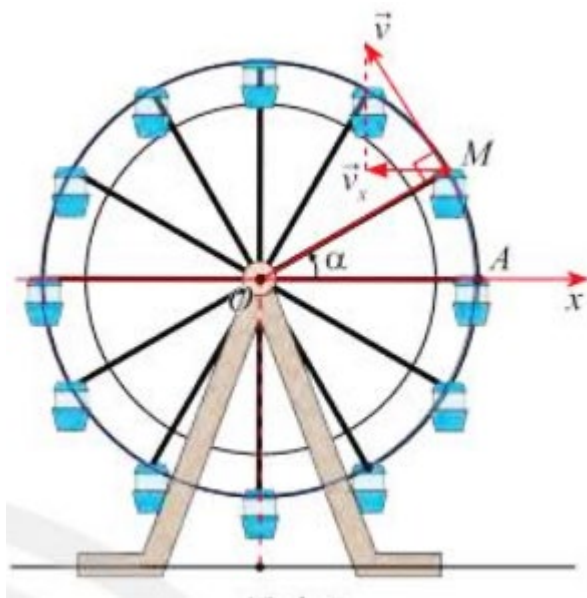
Tính khoảng cách OP tại thời điểm $t = 2$ giây, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 2: Cho hai góc $\alpha; \beta$ thỏa mãn $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$ và $\tan \alpha = -2 \tan \beta$. Tính $\sin(\alpha - \beta)$, kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

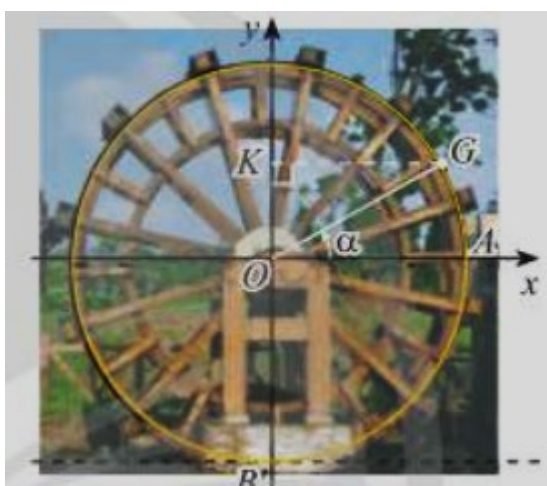
Câu 3: Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian t trong một ngày $(0 \leq t \leq 24)$ cho bởi công thức $h(t) = a + b \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right)$ ($a > 0; b > 0$). Biết rằng mực nước của con kênh vào lúc 4 sáng là $9,5(m)$ và mực nước thấp nhất của con kênh là $8(m)$. Hỏi mực nước của con kênh vào lúc 4 giờ chiều là nhiều mét?

Câu 4: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 4 \cos(6\pi t + \frac{\pi}{3})$, (x tính bằng cm, t tính bằng giây). Xác định thời điểm vật qua vị trí $x = 2\text{cm}$ theo chiều dương lần thứ 2 kể từ thời điểm ban đầu.

Câu 5: Khi đu quay hoạt động, vận tốc $\vec{v}$ của cabin M theo phương tiếp xúc với vòng quay có độ lớn không đổi là $0,2(m/s)$. Giả sử $\alpha = (Ox, OM)$, $\vec{v}_x$ là vận tốc của cabin M theo phương ngang phụ thuộc góc α . Khi đu quay hoạt động, giá trị lớn nhất của v_x là bao nhiêu?



Câu 6: Khoảng cách từ tâm của một guồng nước đến mặt nước và bán kính của guồng đều bằng $2m$. Xét gàu G của guồng. Ban đầu gàu G nằm vị trí A . Gọi $h(\alpha)$ là hàm biểu diễn chiều cao của gàu G so với mặt nước theo góc $\alpha = (OA, OG)$. Guồng nước quay hết mỗi vòng là 24 giây. Lần đầu tiên gàu G cách mặt nước $3m$ là sau khi quay bao nhiêu giây?



HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	B	B	D	D	D	B	D	D	C	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) S	b) S	b) S
c) S	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	4,33	-0,3	12,5	0,56	0,2	2

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn theo chu kỳ:

A. $\mathbb{R}$.

B. π .

C. 2π .

D. $k2\pi$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn theo chu kỳ 2π

Câu 2: Số nào là nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$?

A. $\frac{5\pi}{6}$.

B. $\frac{11\pi}{6}$.

C. $\frac{13\pi}{6}$.

D. $\frac{13\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Nhận thấy với nghiệm $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$, với $k = 1 \Rightarrow x = \frac{11\pi}{6}$.

Câu 3: Công thức nào sau đây **sai**?

A. $\cos(a-b) = \sin a \sin b + \cos a \cos b.$

B. $\cos(a+b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b.$

C. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b.$

D. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos(a-b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b.$

Câu 4: Góc 36° có số đo bằng radian là

A. $\frac{\pi}{18}.$

B. $\frac{\pi}{5}.$

C. $\frac{\pi}{36}.$

D. $\frac{\pi}{6}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \Rightarrow 36^\circ = 36 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$

Câu 5: Phương trình: $\sin x = 0$ có tập nghiệm là

A. $x = \pi.$

B. $x = k2\pi.$

C. $x = 0.$

D. $x = k\pi.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi.$

Câu 6: Cho góc lượng giác (OM, ON) có số đo bằng $\frac{\pi}{7}$. Hỏi trong các số sau, số nào là số đo của một góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc lượng giác (OM, ON) ?

A. $\frac{6\pi}{7}.$

B. $\frac{-11\pi}{7}.$

C. $\frac{9\pi}{7}.$

D. $\frac{29\pi}{7}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(OM, ON) = \frac{\pi}{7} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Với $k = 2 \Rightarrow (OM, ON) = \frac{29\pi}{7}$

Câu 7: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**

A. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$

B. $\cos 2x = 2 \cos x.$

C. $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1.$

D. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x.$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\cot x = -\sqrt{3}$ là:

- A.** $x = \frac{\pi}{6}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\cot x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 9: Cho $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $\tan \alpha$ là

- A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $-\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$. Từ đó ta có $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169}$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{5}{13}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{5}{12}.$$

Câu 10: Trong các công thức sau, công thức nào **sai**?

- A.** $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$. **B.** $\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$.
C. $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$. **D.** $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) - \cos(a+b)]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a-b) + \sin(a+b)]$

Câu 11: Cho các mệnh đề sau

- . Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn tăng.
- . Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn tăng trên từng khoảng xác định.
- . Hàm số $y = \tan x$ tăng trong các khoảng $(\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.
- . Hàm số $y = \tan x$ tăng trong các khoảng $(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A.** 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn tăng trên từng khoảng xác định.

Câu 12: Phương trình lượng giác: $\cos 2x + 1,5 = 0$ tương đương với phương trình

- A.** $2 \cos x + 1,5 = 0$. **B.** $2 \cos^2 x - 1,5 = 0$. **C.** $0,5 - 2 \sin^2 x = 0$. **D.** $\sin^2 x + 0,5 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\cos 2x + 1,5 = 0$ vô nghiệm.

Phương trình: $\sin^2 x + 0,5 = 0$ vô nghiệm.

Hai phương trình là tương đương.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Huyết áp của mỗi người thay đổi trong ngày. Giả sử huyết áp tâm trương của một người nào đó ở trạng thái nghỉ ngơi tại thời điểm t được cho bởi công thức: $B(t) = 80 + 7 \sin \frac{\pi t}{12}$.

a) Ta có: $\frac{\pi}{12} = 15^\circ$.

b) Ta có: $\sin \frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{2}$.

c) Huyết áp tâm trương của người này vào thời điểm 8 giờ sáng là 80,255 mmHg.

d) Huyết áp tâm trương của người này vào thời điểm 2 giờ 30 phút chiều là 80,463 mmHg.

Lời giải

a) Ta có: $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{12} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 15^\circ$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $\sin \frac{5\pi}{6} = \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Huyết áp tâm trương của người này vào thời điểm 8 giờ sáng là

$B(t=8) = 80 + 7 \sin \frac{8\pi}{12} = 80 + 7 \sin \frac{2\pi}{3} \approx 80,256$ mmHg. Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Huyết áp tâm trương của người này vào thời điểm 14 giờ 30 phút = 14,5 giờ là

$B(t=14,5) = 80 + 7 \sin \frac{14,5\pi}{12} = 80 + 7 \sin \frac{29\pi}{24} \approx 80,463$ mmHg. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Cho biết $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $\cos \alpha < 0$.

b) $\sin 2\alpha > 0$.

c) $\cos 2\alpha = -\frac{7}{25}$.

d) $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{4}{5}$.

Lời giải

a) vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cos \alpha < 0$. là mệnh đề **đúng**

b) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$ mà $\begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \sin 2\alpha < 0$. Vậy mệnh đề b) là **sai**.

c) $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2\left(\frac{4}{5}\right)^2 = -\frac{7}{25}$. Vậy mệnh đề c) là **đúng**.

d) Từ công thức $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$.

$$\text{Vậy: } \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1 + \cos 2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)}{2} = \frac{1 + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{2} = \frac{1 + \sin(\alpha)}{2} = \frac{1 + \frac{4}{5}}{2} = \frac{9}{10} \neq \frac{4}{5}.$$

Do đó mệnh đề d) là **Sai**

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$.

a) $f(3) = \frac{1}{\cos^2 3} + \frac{1}{\sin^2 3}$.

b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

c) Hàm số đã cho là hàm số lẻ.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4.

Lời giải

a) $f(3) = \frac{1}{\cos^2 3} + \frac{1}{\sin^2 3}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Hàm số xác định khi $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta có:

Tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. Vì vậy $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

$$f(-x) = \frac{1}{\cos^2(-x)} + \frac{1}{\sin^2(-x)} = \frac{1}{(\cos x)^2} + \frac{1}{(-\sin x)^2} = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = f(x).$$

Do đó hàm số đã cho là hàm số chẵn. Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Khi $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ta có :

$$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x} \geq \frac{4}{1} = 4.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\sin^2 2x = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 4. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Cho phương trình: $\cos 2x - 3 \sin x - 2 = 0$.

a) Ta có $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$.

b) Đặt $t = \sin x, -1 \leq t \leq 1$ thì phương trình trở thành $2t^2 + 3t - 1 = 0$.

c) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$ là một họ nghiệm của phương trình.

d) Phương trình có 3 nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

Lời giải

a) **Đúng**, công thức nhân đôi

b)

Ta có: $\cos 2x - 3 \sin x - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 1 - 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$$

Đặt $t = \sin x, -1 \leq t \leq 1$ phương trình trở thành:

$$2t^2 + 3t + 1 = 0 \text{ suy ra b) sai}$$

$$\text{c) Ta có } 2t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (N)} \\ t = -\frac{1}{2} \text{ (N)} \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } t = -1 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}),$$

$$+ \text{ Với } t = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có 3 họ nghiệm: $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi; x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi,$

Suy ra c) **đúng**

d) Xét họ nghiệm $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$,

Ta có $x \in (0; 2\pi) \Leftrightarrow 0 < -\frac{\pi}{2} + k2\pi < 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{4} < k < \frac{5}{4} \Rightarrow k = 1$

Do đó có nghiệm $x_1 = \frac{3\pi}{2}$

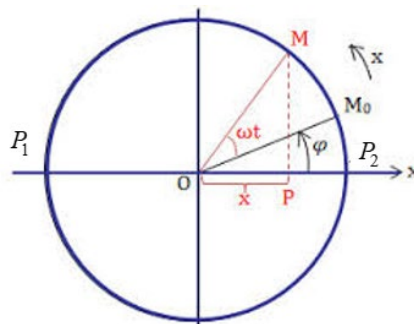
Tương tự xét 2 họ nghiệm còn lại ta được 2 nghiệm $\frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}$

Vậy phương trình có 3 nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$

Suy ra d) **Đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một điểm P dao động điều hòa từ vị trí P_1 đến P_2 , sao cho $P_1P_2 = 10\text{ cm}$. Ta coi P là hình chiếu của điểm M chuyển động tròn đều trên đường tròn $\left(O; \frac{P_1P_2}{2}\right)$ lên đoạn P_1P_2 . Tốc độ góc của điểm M là $\omega = \frac{\pi}{4}$. Tại thời điểm $t = 0$ thì góc $\varphi = (OP_2, OM_0) = \frac{\pi}{3}$



Tính khoảng cách OP tại thời điểm $t = 2$ giây, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 4,33.

Phương trình dao động điều hòa $x = \overline{OP} = OM \cos(OP_2, OM) = \frac{P_1P_2}{2} \cos(OP_2, OM)$

$$x = 5 \cos(\omega t + \varphi) \Leftrightarrow x = 5 \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right).$$

$$\text{Tại thời điểm } t = 2 \Rightarrow \overline{OP} = 5 \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot 2 + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{5\sqrt{3}}{2} \approx -4,33.$$

$$\text{Vậy } OP = |\overline{OP}| = \frac{5\sqrt{3}}{2} \approx 4,33\text{ cm}. \text{ Kết quả } 4,33.$$

Câu 2: Cho hai góc $\alpha; \beta$ thỏa mãn $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$ và $\tan \alpha = -2 \tan \beta$. Tính $\sin(\alpha - \beta)$, kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải

Trả lời: $-0,3$.

$$\text{Ta có } \sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\tan \alpha = -2 \tan \beta \Leftrightarrow \sin \alpha \cos \beta = -2 \sin \beta \cos \alpha \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được } \begin{cases} \cos \alpha \sin \beta = -\frac{1}{3} \\ \sin \alpha \cos \beta = -\frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3} \approx -0,3.$$

Câu 3: Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian t trong một ngày ($0 \leq t \leq 24$) cho bởi công thức $h(t) = a + b \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right)$ ($a > 0; b > 0$). Biết rằng mực nước của con kênh vào lúc 4 sáng là $9,5(m)$ và mực nước thấp nhất của con kênh là $8(m)$. Hỏi mực nước của con kênh vào lúc 4 giờ chiều là nhiêu mét?

Lời giải

Trả lời: 12,5

Vì mực nước của con kênh vào lúc 4 sáng là $9,5(m)$ nên ta có:

$$a + b \cos\left(\frac{\pi \cdot 4}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 9,5 \Leftrightarrow a - \frac{1}{2}b = 9,5.$$

$$\text{Mà } a > 0; b > 0 \text{ và } -1 \leq \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \text{ nên } h(t)_{\min} = a - b \Rightarrow a - b = 8.$$

$$\Rightarrow \text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} a - \frac{1}{2}b = 9,5 \\ a - b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow h(t) = 11 + 3 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) \quad (a > 0; b > 0).$$

Vậy mực nước của con kênh vào lúc 4 giờ chiều là:

$$h(16) = 11 + 3 \cos\left(\frac{\pi \cdot 16}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 12,5(m).$$

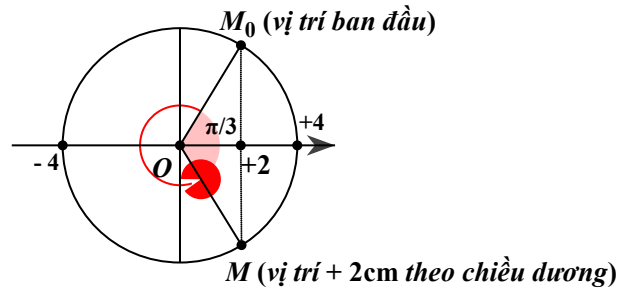
Câu 4: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 4 \cos(6\pi t + \frac{\pi}{3})$, (x tính bằng cm, t tính bằng giây). Xác định thời điểm vật qua vị trí $x = 2cm$ theo chiều dương lần thứ 2 kể từ thời điểm ban đầu.

Lời giải

Trả lời: 0,56

Ta có: $x = 2 \Rightarrow 4 \cos(6\pi t + \frac{\pi}{3}) = 2 \Rightarrow \cos(6\pi t + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow 6\pi t + \frac{\pi}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

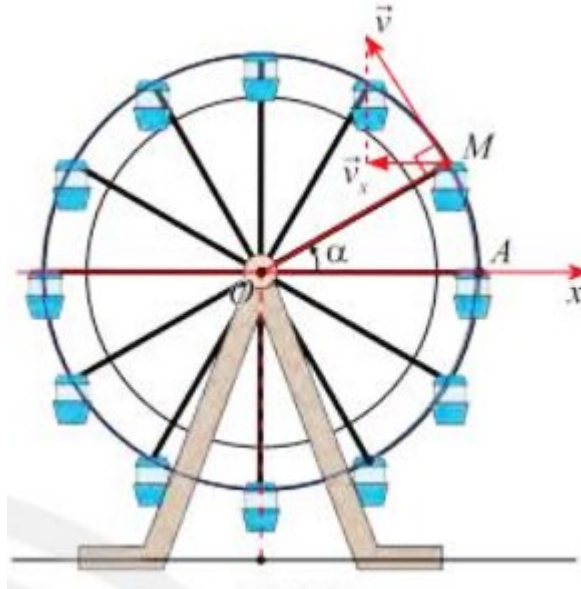
Vật qua vị trí $x = 2$ cm theo chiều dương $\Rightarrow 6\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{-\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$



$$\Rightarrow 6\pi t = -\frac{2\pi}{3} + k.2\pi \Rightarrow t = -\frac{1}{9} + \frac{k}{3} \geq 0 \text{ với } k = 1; 2; 3$$

Vậy vật đi qua lần thứ 2, ứng với $k = 2 \Rightarrow t = -\frac{1}{9} + \frac{2}{3} = \frac{5}{9}$ s

Câu 5: Khi đu quay hoạt động, vận tốc $\vec{v}$ của cabin M theo phương tiếp xúc với vòng quay có độ lớn không đổi là $0,2(m/s)$. Giả sử $\alpha = (Ox, OM)$, $\vec{v}_x$ là vận tốc của cabin M theo phương ngang phụ thuộc góc α . Khi đu quay hoạt động, giá trị lớn nhất của v_x là bao nhiêu?



Lời giải

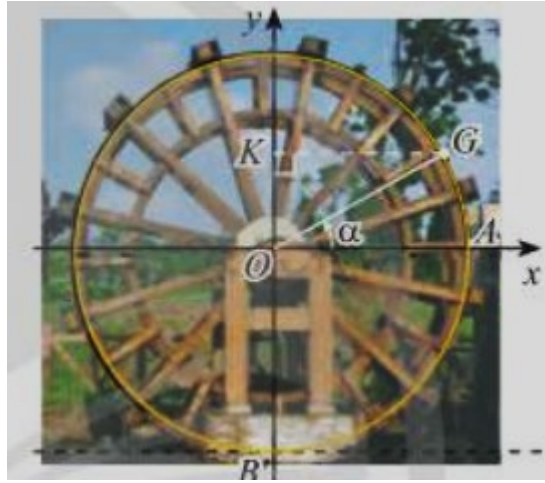
Trả lời: 0,2

Đặt $\overrightarrow{MN} = \vec{v}$ và $\overrightarrow{MP} = \vec{v}_x$. Ta có $v_x = |\vec{v}| \cdot \cos(MN, MP) = 0,2 \cdot \sin \alpha$.

$|\vec{v}_x| = 0,2 \cdot |\sin \alpha| \leq 0,2$. Nên giá trị lớn nhất của v_x khi đu quay hoạt động là $0,2(m/s)$. Khi đó

$\sin \alpha = \pm 1 \Leftrightarrow \alpha = \pm \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Chọn đáp án: GTLN là 0.2

Câu 6: Khoảng cách từ tâm của một guồng nước đến mặt nước và bán kính của guồng đều bằng $2m$. Xét gàu G của guồng. Ban đầu gàu G nằm vị trí A . Gọi $h(\alpha)$ là hàm biểu diễn chiều cao của gàu G so với mặt nước theo góc $\alpha = (\overline{OA}, \overline{OG})$. Guồng nước quay hết mỗi vòng là 24 giây. Lần đầu tiên gàu G cách mặt nước $3m$ là sau khi quay bao nhiêu giây?



Lời giải

Trả lời: 2

Ta có $h(\alpha) = 2 + y_K = 2 + y_G = 2 + OG \cdot \sin \alpha = 2 + 2 \sin \alpha$.

$$h(\alpha) = 3 \Leftrightarrow 2 + 2 \sin \alpha = 3 \Leftrightarrow 2 \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

Guồng quay được góc 2π trong 24 giây.

$$\text{Guồng quay được góc } \frac{\pi}{6} \text{ trong } \frac{\frac{\pi}{6} \cdot 24}{2\pi} = \frac{24\pi}{6 \cdot 2\pi} = 2 \text{ giây.}$$

----- Hết -----

ĐỀ THỬ SỨC 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A. $y = \sin x$. B. $y = x + \sin x$. C. $y = x \cdot \cos x$. D. $y = \frac{\sin x}{x}$.

Câu 2: Rút gọn $M = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $M = \sqrt{2} \sin x$. B. $M = -\sqrt{2} \sin x$. C. $M = \sqrt{2} \cos x$. D. $M = -\sqrt{2} \cos x$.

Câu 3: Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$.

- A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\cot x = 1$. D. $\cot^2 x = 1$.

Câu 4: Hai phương trình được gọi là tương đương khi

- A. Có cùng tập xác định. B. Có số nghiệm bằng nhau.
C. Có cùng dạng phương trình. D. Có cùng tập hợp nghiệm.

Câu 5: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị lượng giác nào sau đây luôn dương?

- A. $\sin(\pi + \alpha)$. B. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$. C. $\cos(-\alpha)$. D. $\tan(\pi + \alpha)$.

Câu 6: Điều kiện của tham số m để phương trình $\cos x = m - 2021$ có nghiệm là

- A. $-1 < m < 1$. B. $-1 \leq m \leq 1$. C. $-2021 \leq m \leq 2021$. D. $2020 \leq m \leq 2022$

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k 2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k \pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin(\alpha - \pi) \geq 0$. B. $\sin(\alpha - \pi) \leq 0$. C. $\sin(\alpha - \pi) < 0$. D. $\sin(\alpha - \pi) > 0$.

Câu 9: Giải phương trình $\cot\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

A. $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \frac{5\pi}{4} + \frac{k3\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 10: Cho a, b thỏa mãn $\tan a = \tan b = 3$. Tính $\tan(a+b)$

A. $-\frac{4}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $-\frac{3}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 11: Một đường tròn có bán kính $R = 3$ cm. Tính độ dài ℓ của cung trên đường tròn đó có số đo bằng 60° .

A. $\ell = \frac{\pi}{2}$ cm.

B. $\ell = \pi$ cm.

C. $\ell = \frac{\pi}{4}$ cm.

D. $\ell = 2\pi$ cm.

Câu 12: Cho góc α thỏa mãn $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$. Tính $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $P = \frac{11}{100}$.

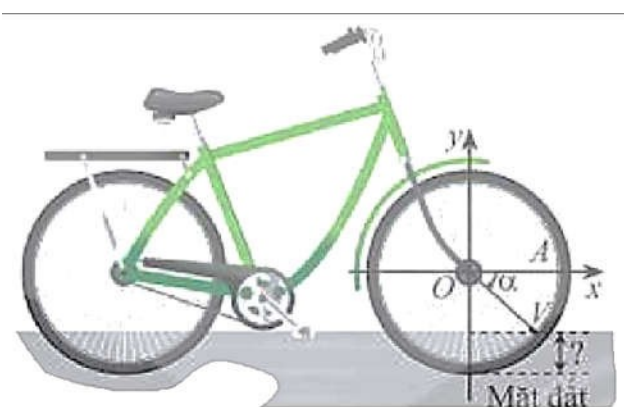
B. $P = -\frac{11}{100}$.

C. $P = \frac{7}{25}$.

D. $P = \frac{10}{11}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ không đổi 12 rad/s . Ban đầu van V ở vị trí A. Sau 2 phút di chuyển, khoảng cách từ van V đến mặt đất là h, biết bán kính $OA = 60 \text{ cm}$. Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể. Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.



Hình 13

a) Khi góc $\alpha = 20^\circ$ thì số đo góc lượng giác $(OA, OV) = 20^\circ + k.360^\circ$.

b) Với mỗi góc lượng giác $(OA, OV) = \alpha$, sau 25 vòng quay bánh xe thì $(OA, OV) = \beta$ ta luôn có $\sin \beta = \sin \alpha$.

c) Biết $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, và vị trí van V như hình vẽ. Khi đó $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

d) $h = 114,78 \text{ cm}$.

Câu 2: Cho biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

a) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

b) $\sin 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

c) $\cot 2\alpha = \frac{7\sqrt{2}}{8}$.

d) Cho $3\sin \beta = \sin(2\alpha + \beta)$. Khi đó $\tan(\alpha + \beta) = 2\tan \alpha$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \tan 2x - 1$. Khi đó:

a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{8}$ bằng 0.

b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$, $k \in \mathbb{Z}$.

c) Có ba giá trị x thuộc $[0; \pi]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2 .

d) Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

Câu 4: Cho phương trình $(2\cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$ (1).

a) $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1).

b) Khi $m = 2$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$.

c) Khi $m = 1$ thì các nghiệm của phương trình (1) được biểu diễn bởi 4 điểm trên đường tròn lượng giác.

d) Có một giá trị của m để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

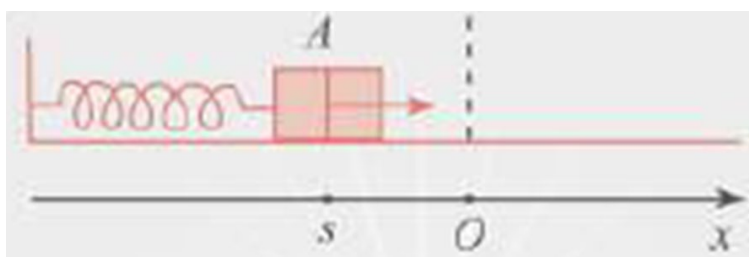
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chiếc xe mô tô có đường kính bánh xe là 70cm đi một quãng đường là 1km . Hỏi bánh xe quay một góc có giá trị $\cos$ là bao nhiêu?

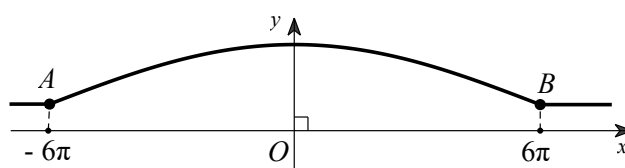
Câu 2: Rút gọn biểu thức $\frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x} = \tan \frac{ax}{b}$. Tính giá trị $T = 1000a + 100b + a - b$.

Câu 3: Một con lắc đơn có phương trình dao động là $x(t) = 4\cos(4\pi t)$ (cm), trong đó t là thời điểm, $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t . Khoảng thời gian giữa hai thời điểm đầu tiên mà vật đạt được li độ bằng $2\sqrt{2}\text{ cm}$ là phân số tối giản $\frac{a}{b}$ giây. Tổng $S = a + b$ là

Câu 4: Vật nặng khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O . Toạ độ $s(\text{cm})$ của A trên trục Ox vào thời điểm t sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s = 10\sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$. Trong 2 giây đầu tiên, có bao nhiêu lần vật A đi qua vị trí $s = -5\sqrt{3}\text{ cm}$?



Câu 5: Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB biểu thị bởi đồ thị hàm số $y = \frac{38\sqrt{3}}{15}\cos\frac{x}{18} + 2$ với $x \in [-6\pi; 6\pi]$ trong hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị trục là mét như hình minh họa dưới đây:



Biết quy định chiều cao tối đa của các phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt dưới gầm ít nhất $0,8$ mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Tính bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng quy định.

Câu 6: Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(\text{cm})$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian t trong một ngày ($0 \leq t \leq 24$) cho bởi công thức



$h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 10$. Hỏi vào thời điểm nào trong ngày, mực nước của con kênh đạt độ cao lớn nhất?

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 03

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	B	C	D	B	D	B	B	B	C	B	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
c) Đ	c) S	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	-0,1	5203	11	15	18,6	20

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A.** $y = \sin x$. **B.** $y = x + \sin x$. **C.** $y = x \cdot \cos x$. **D.** $y = \frac{\sin x}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ 2π .

Câu 2: Rút gọn $M = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

- A.** $M = \sqrt{2} \sin x$. **B.** $M = -\sqrt{2} \sin x$.
C. $M = \sqrt{2} \cos x$. **D.** $M = -\sqrt{2} \cos x$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{a-b}{2}$ ta được

$$M = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -2 \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{4} = -\sqrt{2} \cdot \sin x.$$

Câu 3: Phương trình nào dưới đây có tập nghiệm trùng với tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$.

A. $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\cot x = 1$.

D. $\cot^2 x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

$\cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Hai phương trình được gọi là tương đương khi

A. Có cùng tập xác định.

B. Có số nghiệm bằng nhau.

C. Có cùng dạng phương trình.

D. Có cùng tập hợp nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập hợp nghiệm.

Câu 5: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị lượng giác nào sau đây luôn dương?

A. $\sin(\pi + \alpha)$.

B. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$.

C. $\cos(-\alpha)$.

D. $\tan(\pi + \alpha)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$; $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$; $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$.

Do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \\ \tan \alpha < 0 \end{cases}$

Câu 6: Điều kiện của tham số m để phương trình $\cos x = m - 2021$ có nghiệm là

A. $-1 < m < 1$.

B. $-1 \leq m \leq 1$.

C. $-2021 \leq m \leq 2021$.

D. $2020 \leq m \leq 2022$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\cos x = m - 2021$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \leq m - 2021 \leq 1 \Leftrightarrow 2020 \leq m \leq 2022$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\sin(\alpha - \pi) \geq 0$. **B.** $\sin(\alpha - \pi) \leq 0$. **C.** $\sin(\alpha - \pi) < 0$. **D.** $\sin(\alpha - \pi) > 0$.

Lời giải

Chọn B

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin \alpha = -\frac{1}{4} < 0.$$

Câu 9: Giải phương trình $\cot\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

- A.** $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). **B.** $x = \frac{5\pi}{4} + \frac{k3\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). **D.** $x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Lời giải

Chọn B

$$\cot\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{4} + \frac{3k\pi}{2} \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 10: Cho a, b thỏa mãn $\tan a = \tan b = 3$. Tính $\tan(a + b)$

- A.** $-\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $-\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b} = \frac{3 + 3}{1 - 3 \cdot 3} = -\frac{3}{4}.$$

Câu 11: Một đường tròn có bán kính $R = 3$ cm. Tính độ dài ℓ của cung trên đường tròn đó có số đo bằng 60° .

- A.** $\ell = \frac{\pi}{2}$ cm. **B.** $\ell = \pi$ cm. **C.** $\ell = \frac{\pi}{4}$ cm. **D.** $\ell = 2\pi$ cm.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \ell = \alpha \cdot R = \frac{\pi}{3} \cdot 3 = \pi \text{ cm.}$$

Câu 12: Cho góc α thỏa mãn $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$. Tính $P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $P = \frac{11}{100}$.

B. $P = -\frac{11}{100}$.

C. $P = \frac{7}{25}$.

D. $P = \frac{10}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$, ta được

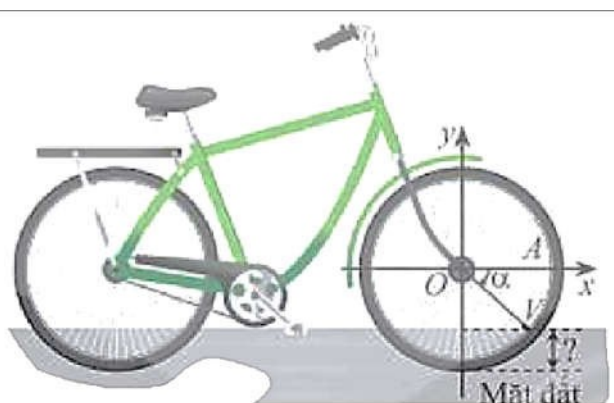
$$P = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{3} - \cos 2\alpha \right).$$

Ta có $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$.

Thay vào P , ta được $P = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{25} \right) = \frac{11}{100}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với tốc độ không đổi 12 rad/s . Ban đầu van V ở vị trí A. Sau 2 phút di chuyển, khoảng cách từ van V đến mặt đất là h , biết bán kính $OA = 60 \text{ cm}$. Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể. Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.



Hình 13

- a) Khi góc $\alpha = 20^\circ$ thì số đo góc lượng giác $(OA, OV) = 20^\circ + k.360^\circ$.
- b) Với mỗi góc lượng giác $(OA, OV) = \alpha$, sau 25 vòng quay bánh xe thì $(OA, OV) = \beta$ ta luôn có $\sin \beta = \sin \alpha$.
- c) Biết $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, và vị trí van V như hình vẽ. Khi đó $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.
- d) $h = 114,78 \text{ cm}$.

Lời giải

a) Vì bánh xe quay theo chiều kim đồng hồ nên $(OA, OV) = -20^\circ + k.360^\circ$. Suy ra mệnh đề **sai**

b) **Đúng** vì sau 25 vòng thì điểm M biểu diễn góc lượng giác α trên đường tròn lượng giác trở về vị trí ban đầu.

c) Từ hình vẽ suy ra $\sin \alpha < 0$; $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\frac{4}{5}$. Suy ra mệnh đề **đúng**

d) Sau 2 phút = 120, van V quay được một góc là $-12.120 = -1440(\text{rad})$

Khoảng cách từ van đến mặt đất là $h = 60 + 60 \cdot \sin(-1440) \approx 5,22 \text{ cm}$. Suy ra mệnh đề **sai**

Câu 2: Cho biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

a) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

b) $\sin 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

c) $\cot 2\alpha = \frac{7\sqrt{2}}{8}$.

d) Cho $3 \sin \beta = \sin(2\alpha + \beta)$. Khi đó $\tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$.

Lời giải

a) Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$.

Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **Vậy mệnh đề đúng.**

b) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$. **Vậy mệnh đề đúng.**

c) $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 1 - 2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}$

$\tan 2\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = -\frac{4\sqrt{2}}{7}$; $\cot 2\alpha = \frac{1}{\tan 2\alpha} = -\frac{7\sqrt{2}}{8}$. **Vậy mệnh đề sai.**

d) $3 \sin \beta = \sin(2\alpha + \beta) \Leftrightarrow 3 \sin[(\alpha + \beta) - \alpha] = \sin[(\alpha + \beta) + \alpha]$

$\Leftrightarrow 3[\sin(\alpha + \beta) \cos \alpha - \cos(\alpha + \beta) \sin \alpha] = \sin[\sin(\alpha + \beta) \cos \alpha + \cos(\alpha + \beta) \sin \alpha]$

$\Leftrightarrow 2 \sin(\alpha + \beta) \cos \alpha = 4 \cos(\alpha + \beta) \sin \alpha \Leftrightarrow \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = 2 \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Leftrightarrow \tan(\alpha + \beta) = 2 \tan \alpha$

Vậy mệnh đề đúng.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \tan 2x - 1$. Khi đó:

a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{8}$ bằng 0.

b) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$, $k \in \mathbb{Z}$.

c) Có ba giá trị x thuộc $[0; \pi]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2 .

d) Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

Lời giải

a) $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \tan\left(2 \cdot \frac{\pi}{8}\right) - 1 = 1 - 1 = 0$. Suy ra mệnh đề **Đúng**

b) Điều kiện: $2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Do đó, tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$ Suy ra mệnh đề **Đúng**

c) Ta có: $f(x) = -2 \Leftrightarrow \tan 2x - 1 = -2 \Leftrightarrow \tan 2x = -1$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2} \in (k \in \mathbb{Z}).$$

Vì $x \in [0; \pi]$ nên $x \in \left\{ \frac{3\pi}{8}; \frac{7\pi}{8} \right\}.$ Suy ra mệnh đề **Sai**.

d) Tập xác định hàm số là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Với mọi $x \in D$, ta có: $x \pm \frac{\pi}{2} \in D$ và

$$f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 1 = \tan(2x + \pi) - 1 = \tan 2x - 1 = f(x).$$

Vậy hàm số đã cho là hàm tuần hoàn. Suy ra mệnh đề **Đúng**.

Câu 4: Cho phương trình $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0$ (1).

a) $x = \frac{7\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình (1).

b) Khi $m = 2$ thì phương trình (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z}).$

c) Khi $m = 1$ thì các nghiệm của phương trình (1) được biểu diễn bởi 4 điểm trên đường tròn lượng giác.

d) Có một giá trị của m để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right].$

Lời giải

a) Thay $x = \frac{7\pi}{3}$ phương trình (1) ta được

$$\left(2 \cos \frac{7\pi}{3} - 1\right) \left(\sin 2 \cdot \frac{7\pi}{3} - m\right) = 0 \Leftrightarrow \left(2 \cdot \frac{1}{2} - 1\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - m\right) = 0, \text{ luôn đúng với mọi } m \in \mathbb{R}. \text{ Suy}$$

ra mệnh đề **đúng**.

b) Khi $m = 2$ thì phương trình đã cho trở thành $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = 2 \end{cases} \quad (VN) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \text{ Suy ra mệnh đề sai.}$$

c) Khi $m = 1$ phương trình đã cho trở thành $(2 \cos x - 1)(\sin 2x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k, l \in \mathbb{Z}) \\ x = \frac{\pi}{4} + l\pi \end{cases}$$

Do đó các nghiệm của phương trình (1) được biểu diễn bởi 4 điểm trên đường tròn lượng giác.

Suy ra mệnh đề **đúng**.

$$\text{d) Ta có } (2 \cos x - 1)(\sin 2x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\ \sin 2x = m \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Mà } x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right].$$

$$\text{Với } x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \text{ thì } -\frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow -\frac{7}{24} < k \leq \frac{5}{24}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}.$$

$$\text{Với } x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \text{ thì } -\frac{\pi}{4} < -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{24} < k \leq \frac{13}{24}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{không có } k \text{ nào.}$$

Do đó để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ thì phương trình $\sin 2x = m$

có 1 nghiệm thuộc $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ khác $\frac{\pi}{3}$.

$$\text{Ta có } x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right] \Leftrightarrow 2x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow \sin 2x \in [-1; 1].$$

Từ suy ra $m = 1$ hoặc $m = -1$ hoặc $m = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chiếc xe mô tô có đường kính bánh xe là 70cm đi một quãng đường là 1km . Hỏi bánh xe quay một góc có giá trị $\cos$ in là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: $-0,1$

$$\text{Ta có bánh xe có bán kính là } R = \frac{70}{2} = 35\text{cm}$$

$$\text{Chu vi bánh xe là } C = 2\pi R = 2\pi \cdot 35 = 70\pi\text{cm}$$

$$\text{Số vòng bánh xe đi được sau } 1\text{ km là } \frac{100000}{70\pi} = \frac{10000}{7\pi}$$

$$\text{Bánh xe quay được một góc lượng giác là } \frac{10000}{7\pi} \cdot 2\pi = \frac{20000}{7}\text{rad}$$

$$\cos \frac{20000}{7} \approx -0,1.$$

Câu 2:

Rút gọn biểu thức $\frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x} = \tan \frac{ax}{b}$. Tính giá trị $T = 1000a + 100b + a - b$.

Lời giải

Trả lời: 5203

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x} &= \frac{(\sin 3x + \sin x) + (\sin 4x + \sin 2x)}{(\cos 3x + \cos x) + (\cos 4x + \cos 2x)} \\ &= \frac{2 \sin 2x \cos x + 2 \sin 3x \cos x}{2 \cos 2x \cos x + 2 \cos 3x \cos x} \\ &= \frac{2 \cos x (\sin 2x + \sin 3x)}{2 \cos x (\cos 2x + \cos 3x)} \\ &= \frac{2 \sin \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \cos \frac{5x}{2} \cos \frac{x}{2}} \\ &= \tan \frac{5x}{2} \end{aligned}$$

Suy ra $a = 5, b = 2$

Vậy $T = 1000a + 100b + a - b = 5000 + 200 + 5 - 2 = 5203$.

Câu 3:

Một con lắc đơn có phương trình dao động là $x(t) = 4 \cos(4\pi t)$ (cm), trong đó t là thời điểm, $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t . Khoảng thời gian giữa hai thời điểm đầu tiên mà vật đạt được li độ bằng $2\sqrt{2}$ cm là phân số tối giản $\frac{a}{b}$ giây. Tổng $S = a + b$ là

Lời giải

Trả lời: 11.

$$\text{Ta có: } 4 \cos(4\pi t) = 2\sqrt{2} \Rightarrow \cos(4\pi t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{16} + \frac{1}{2}k \\ t = -\frac{1}{16} + \frac{1}{2}m \end{cases} \quad (k, m \in \mathbb{Z}).$$

Khoảng thời gian giữa hai thời điểm đầu tiên mà vật đạt được li độ bằng $2\sqrt{2}$ cm lần lượt là

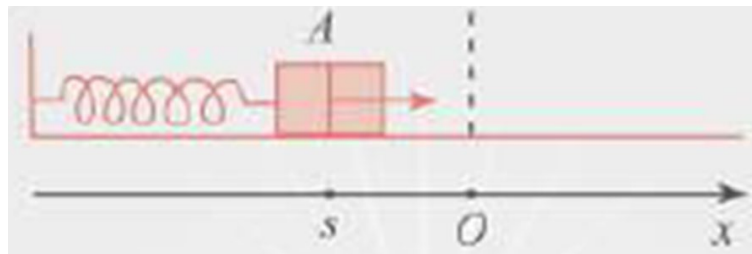
$$t_1 = \frac{1}{16} \text{ (s) khi } k = 0 \text{ và } t_2 = \frac{7}{16} \text{ (s) khi } m = 1.$$

$$\text{Suy ra khoảng thời gian là } \frac{7}{16} - \frac{1}{16} = \frac{3}{8} \text{ (s).}$$

Vậy $S = 11$.

Câu 4:

Vật nặng khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O . Toạ độ s (cm) của A trên trục Ox vào thời điểm t sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s = 10 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$. Trong 2 giây đầu tiên, có bao nhiêu lần vật A đi qua vị trí $s = -5\sqrt{3}$ cm?



Lời giải

Trả lời: 15.

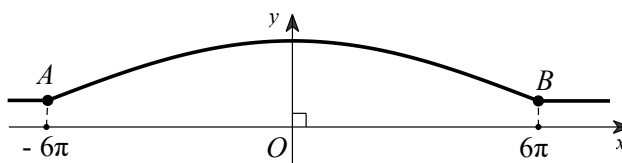
Ta có: $10 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = -5\sqrt{3} \Leftrightarrow \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10t + \frac{\pi}{2} = -\frac{2\pi}{3} + n2\pi \\ 10t + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{3} + m2\pi \end{cases} \quad (m, n \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{7\pi}{6} + n\frac{\pi}{5} \\ t = \frac{7\pi}{6} + m\frac{\pi}{5} \end{cases} \quad (m, n \in \mathbb{Z})$$

Với $t \in [0; 2]$ thì ta có $\begin{cases} 0 \leq -\frac{7\pi}{6} + n\frac{\pi}{5} \leq 2 \\ 0 \leq \frac{7\pi}{6} + m\frac{\pi}{5} \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{35}{6} \leq n \leq \frac{95}{6} \\ -\frac{35}{6} \leq m \leq \frac{25}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n \in \{6, 7, 8, \dots, 15\} \\ m \in \{0, 1, 2, \dots, 4\} \end{cases}$

Vậy có 15 lần vật A qua vị trí $s = -5\sqrt{3}$ cm.

Câu 5: Một chiếc cầu bắc qua sông, mặt dưới gầm cầu có dạng cung AB biểu thị bởi đồ thị hàm số $y = \frac{38\sqrt{3}}{15} \cos \frac{x}{18} + 2$ với $x \in [-6\pi; 6\pi]$ trong hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị trục là mét như hình minh họa dưới đây:

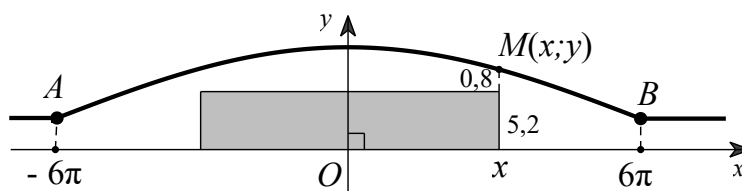


Biết quy định chiều cao tối đa của các phương tiện giao thông hàng hóa qua lại dưới gầm cầu phải thấp hơn mặt dưới gầm ít nhất 0,8 mét. Một sà lan chở khối hàng hóa có hình dạng là một khối hộp chữ nhật với độ cao 5 mét so với mặt nước sông muốn đi qua gầm cầu. Tính bề rộng tối đa của khối hàng hóa để sà lan qua được gầm cầu đúng quy định.

Lời giải

Trả lời: 18,6

Xét điểm $M(x; y)$ nằm trên cung AB, khoảng cách từ điểm M đến mặt nước tương ứng với giá trị tung độ y của điểm M.



Ta có $5 + 0,8 = 5,8$.

Xét phương trình $\frac{38\sqrt{3}}{15} \cos\left(\frac{x}{18}\right) + 2 = 5,8$.

$$\Leftrightarrow \cos \frac{x}{18} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos \frac{x}{18} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{18} = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\forall x \in [-6\pi; 6\pi] \Rightarrow \frac{x}{18} \in \left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right] \text{ nên ta có } \cos \frac{x}{18} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{18} = \pm \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm 3\pi \text{ hay } |x| = 3\pi.$$

Đề sà lan có thể đi qua được gầm cầu đúng quy định thì bề rộng khối hàng là $2|x| \leq 6\pi = 6 \times 3,1 = 18,6$.

Vậy bề rộng tối đa của khối hàng là 18,6 mét.

Câu 6: Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(cm)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian t trong một ngày ($0 \leq t \leq 24$) cho bởi công thức $h = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 10$. Hỏi vào thời điểm (giờ) nào trong ngày, mực nước của con kênh đạt độ cao lớn nhất?

Lời giải

Trả lời: 20

$$\text{Ta có } 3 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 10 \leq 13$$

$$\text{Mà } 3 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 10 = 13 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \quad \frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3} = k2\pi \Leftrightarrow t = 24k - 4 (k \in \mathbb{Z}) \text{ nên}$$

$$0 \leq 24k - 4 \leq 24 \Leftrightarrow \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{7}{6} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow t = 20.$$

Vậy vào thời điểm $20h$ trong ngày, mực nước của con kênh đạt độ cao lớn nhất là $13(cm)$.

----- Hết -----