

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8 = 0$. Đường thẳng d thay đổi đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B . Tính diện tích S lớn nhất của tam giác OAB .

- A. $S = 2\sqrt{7}$. B. $S = \sqrt{7}$. C. $S = 2\sqrt{2}$. D. $S = 4$.

Câu 2: Tính tích phân $I = \int_1^{\sqrt{5}} 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng cách đặt $u = \sqrt{x^2-1}$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $I = \int_1^{\sqrt{5}} 2u^2 du$. B. $I = 2 \int_0^2 u du$. C. $I = \int_0^2 u^2 du$. D. $I = \int_0^2 2u^2 du$.

Câu 3: Biết $\int_2^4 \frac{x^2+x+1}{x+1} dx = a + \ln \frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính

$S = a + b + c$.

- A. $S = 8$. B. $S = 10$. C. $S = 5$. D. $S = 14$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

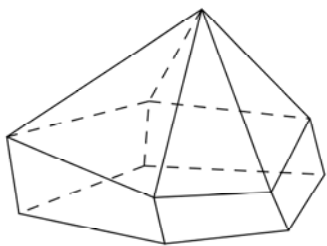
Câu 5: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , SD tạo với mặt phẳng (SAC) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{6}$.

Câu 6: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, \sqrt{a} \neq b$ và $\log_a b = \sqrt{2}$. Tính $P = \log_{\frac{b}{\sqrt{a}}} \sqrt{\frac{a}{b}}$.

- A. $P = \frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-1}$. B. $P = \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}$. C. $P = \frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+1}$. D. $P = \frac{1+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-1}$.

Câu 7: Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh ?



- A. 15. B. 5. C. 20. D. 10.

Câu 8: Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{(2\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\log 2016} (2\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\log 2016 + 1}}{2016}$.

- A. $P = 10$. B. $P = 2\sqrt{3} + \sqrt{2}$. C. $P = 2016$. D. $P = 2\sqrt{3} - \sqrt{2}$.

Câu 9: Tính thể tích V của khối trụ có đáy là hai đường tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương có cạnh bằng a .

- A. $V = \frac{\pi a^3}{12}$. B. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 10: Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A. $\min_{(1; +\infty)} y = 5$. B. $\min_{(1; +\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$. C. $\min_{(1; +\infty)} y = 6$. D. $\min_{(1; +\infty)} y = 3\sqrt[3]{4}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

x	$-\infty$	-1	$+\infty$	
y'		+	0	+
y	$-\infty$	-3	$+\infty$	

- A. $y_{CT} = -3$. B. Hàm số không có cực trị.
C. $x_{CB} = -1$. D. $\min_{\mathbb{R}} y = -3$.

Câu 12: Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Tính $P = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 z_2}$.

- A. $P = -1$. B. $P = 2$. C. $P = 0$. D. $P = 1$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$.

- A. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 - 2\cos 2x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính

$$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

- A. $I = 4$. B. $I = 2$. C. $I = -4$. D. $I = 0$.

Câu 15: Tính thể tích V của khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a . Chiều cao bằng $2a$.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{12}$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \ln\left(\frac{1}{1+x}\right)$; mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $xy' + 1 = e^y$. B. $xy' + 1 = e^{-y}$. C. $xy' - 1 = e^y$. D. $xy' + 1 = -e^y$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(2x)dx = 7$ và $f(2) - \frac{1}{2}f(0) = 3$. Tính $I = \int_0^2 f(x)dx$.

- A. $I = -2$. B. $I = -16$. C. $I = 16$. D. $I = 2$.

Câu 18: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-2) + \log_2(x+1) = 2$.

A. $S = \{-2; 3\}$.

B. $S = \{3\}$.

C. $S = \left\{ \frac{1-\sqrt{17}}{2}; \frac{1+\sqrt{17}}{2} \right\}$.

D. $S = \emptyset$.

Câu 19: Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện: $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$?

A. 3.

B. 0.

C. 4.

D. 2.

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + 2(m+1)x^2 + 2x - 3$ có cực đại.

A. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$.

B. $m \leq 0$.

C. $-5 < m < 1$.

D. $-1 < m < 5$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 6 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .

A. $d = 1$.

B. $d = 0$.

C. $d = 4$.

D. $d = 3$.

Câu 22: Cho hình nón có bán kính đáy bằng $2a$ và độ dài đường sinh $l = \frac{3a}{2}$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng

A. $10\pi a^2$.

B. $11\pi a^2$.

C. $3\pi a^2$.

D. $7\pi a^2$.

Câu 23: Cho a là số thực dương, a khác 1 và $P = a^{\log_3 a^2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P = 8$.

B. $P = \sqrt{3}$.

C. $P = \sqrt[3]{2}$.

D. $P = 9$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đường kính AB với $A(2;1;2)$; $B(1;0;-1)$ Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?

A. $x + y + 3z - 9 = 0$.

B. $x - y - 3z + 5 = 0$.

C. $x + y + 3z - 3 = 0$.

D. $x + y - 3z + 3 = 0$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-3}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $2x - y + z - 4 = 0$?

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -4 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -4 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = -4 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + 3t \\ z = -2 - t \end{cases}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;0)$. Tìm tọa độ điểm B trên trục hoành sao cho $AB = 5$.

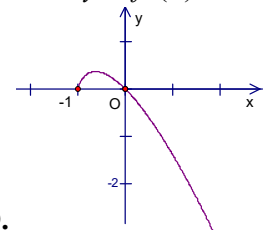
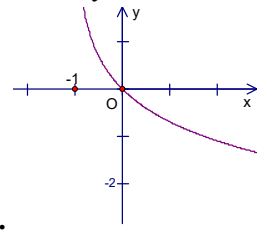
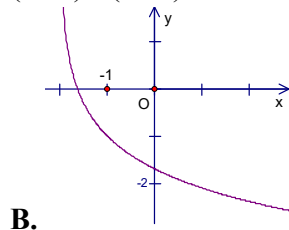
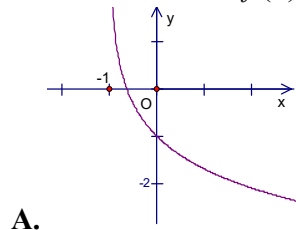
A. $D(0;0;0)$ hoặc $D(6;0;0)$.

B. $D(-2;0;0)$ hoặc $D(6;0;0)$.

C. $D(0;0;0)$ hoặc $D(2;0;0)$.

D. $D(2;0;0)$ hoặc $D(-6;0;0)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = -(x+1)\ln(x+1)$. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$?



Câu 28: Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình trụ (T) nội tiếp mặt cầu (S) có một đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h > 0$). Tính h để thể tích khối trụ (T) có giá trị lớn nhất.

A. $h = 2R\sqrt{3}$.

B. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

C. $h = R\sqrt{3}$.

D. $h = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - \frac{2}{x}$. ($x \neq 0$)

A. $\int f(x)dx = 12x^2 - \frac{2}{x^2} + C.$

B. $\int f(x)dx = 12x^2 + \frac{2}{x^2} + C.$

C. $\int f(x)dx = x^4 - \frac{2}{x^2} + C.$

D. $\int f(x)dx = x^4 - 2\ln|x| + C.$

Câu 30: Xét các số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $|z| \geq 2$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$. Tính $T = m^2 + M^2$.

A. $T = \frac{28}{3}.$

B. $T = \frac{41}{4}.$

C. $T = \frac{5}{2}.$

D. $T = \frac{17}{4}.$

Câu 31: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 2$) thì được thiết diện là một hình thoi có độ dài hai đường chéo là $2x$ và $\sqrt{x^2+1}$.

A. $V = \frac{136\pi}{15}.$

B. $P = \frac{1+5\sqrt{5}}{3}.$

C. $P = \frac{5\sqrt{5}-1}{3}.$

D. $V = \frac{136}{15}.$

Câu 32: Cho phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(m+6x) + \log_2(3-2x-x^2) = 0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[-6; 22]$ để phương trình có nghiệm duy nhất?

A. 29.

B. 23.

C. 27.

D. 25.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'			+	-
y		$+\infty$		$+\infty$

Đồ thị của hàm số có các đường tiệm cận tại $x = -2$ và $x = 1$. Tại $x = -2$, $y \rightarrow +\infty$. Tại $x = 1$, $y \rightarrow +\infty$. Đồ thị có dạng như hình vẽ bên.

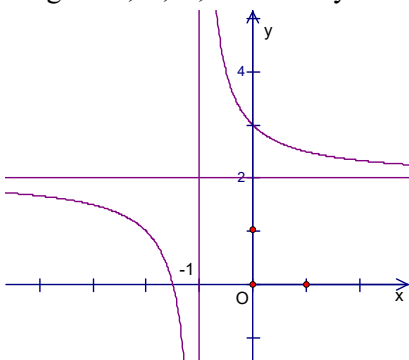
A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 34: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



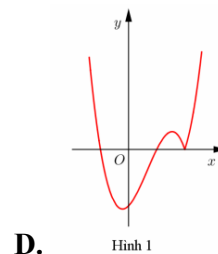
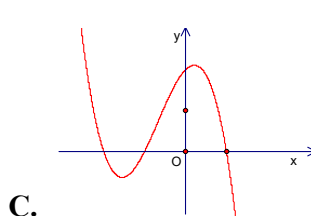
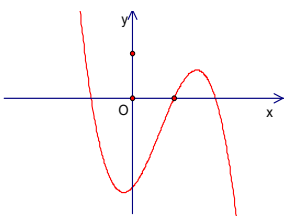
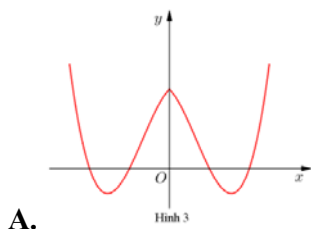
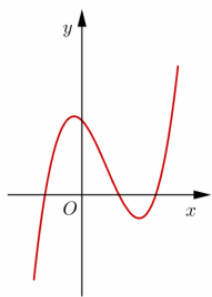
A. $y = \frac{2x-2}{x-1}.$

B. $y = \frac{2x+3}{x+1}.$

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}.$

D. $y = \frac{2x+1}{x-1}.$

Câu 35: Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (|x|-2)(x^2-1)$?



Câu 36: Tính môđun của số phức z biết $\bar{z} = \frac{4-3i}{1+i}$.

- A. $|z| = 5\sqrt{2}$. B. $|z| = 2\sqrt{5}$. C. $|z| = \frac{2\sqrt{5}}{2}$. D. $|z| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37: Hỏi phương trình $\frac{3}{2}x^2 + 3x - \ln(x+1)^3 - 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 38: Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = (2-3i)(2+i)$. Tìm a, b .

- A. $a = 7; b = 4$. B. $a = 1; b = -8$. C. $a = 7; b = -4$. D. $a = 1; b = -4$.

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B cách đều đường thẳng $y = x - 1$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. -1. B. 0. C. $-\frac{3}{2}$ D. 1.

Câu 40: Cho khối hộp chữ nhật có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là tâm của các mặt của khối hộp chữ nhật đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

- A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{3}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{6}$.

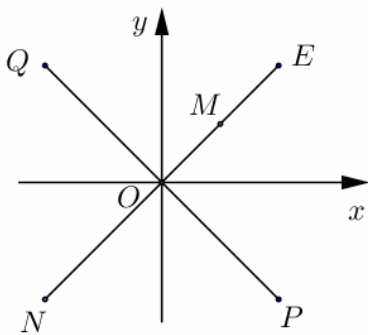
Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$.

- A. $I(-2; 1; -3), R = 4$. B. $I(2; -1; 3), R = 2\sqrt{3}$. C. $I(2; -1; 3), R = 4$. D. $I(4; -2; 6), R = \sqrt{31}$.

Câu 42: Tìm đạo hàm của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

- A. $y' = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2$. B. $y' = -\frac{1}{2^x \ln 2}$. C. $y' = \frac{1}{2^x \ln 2}$. D. $y' = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2$.

Câu 43: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2\bar{z}$.



A. Điểm Q .

B. Điểm N .

C. Điểm P .

D. Điểm E .

Câu 44: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} - 3 > 0$.

A. $S = (-\infty; -2)$.

B. $S = (-1; +\infty)$.

C. $S = (1; +\infty)$.

D. $S = (-2; +\infty)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = x^4 - x^2 - 12$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 46: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{13}$. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = \frac{13\pi a^2}{18}$.

B. $S = \frac{169\pi a^2}{162}$.

C. $S = \frac{169\pi a^2}{81}$.

D. $S = \frac{169\pi a^2}{324}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ và điểm $A(2;1;1)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua d , tính OA' .

A. $OA' = \sqrt{26}$.

B. $OA' = 2\sqrt{2}$.

C. $OA' = \sqrt{11}$.

D. $OA' = 3$.

Câu 48: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$?

A. $y = x^4 + 3x^2$.

B. $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

D. $y = -x^3 + 3x$.

Câu 49: Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m-2)x^3 + (m-2)x^2 - 2x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 0.

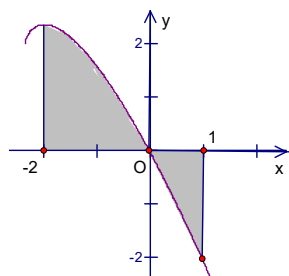
B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 50: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 1$ (như hình vẽ bên).

Đặt $a = \int_{-2}^0 f(x)dx$, $b = \int_0^1 f(x)dx$, mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = b + a$.

B. $S = -b + a$.

C. $S = b - a$.

D. $S = -b - a$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

Câu	Mã đề 001	Mã đề 002	Mã đề 003	Mã đề 004	Mã đề 005	Mã đề 006	Mã đề 007	Mã đề 008	Mã đề 009	Mã đề 010	Mã đề 011	Mã đề 012
1	B	D	A	C	C	B	B	D	B	A	D	B
2	D	A	A	A	B	B	D	A	D	B	B	A
3	D	A	B	D	B	C	A	C	D	C	A	C
4	C	B	D	D	A	C	D	B	B	B	C	C
5	A	C	D	A	D	B	D	B	B	B	D	C
6	A	A	A	C	A	A	C	D	C	B	C	A
7	C	A	A	B	C	C	A	B	B	D	B	D
8	D	A	B	D	A	C	A	A	C	B	D	C
9	C	C	A	B	C	D	B	B	D	D	A	B
10	D	D	B	B	B	B	C	D	A	D	A	B
11	B	C	B	A	C	C	B	C	D	B	D	B
12	C	D	D	B	D	A	D	B	D	A	C	C
13	C	C	B	C	D	B	A	C	A	C	C	C
14	B	D	C	A	C	C	D	B	A	C	C	B
15	D	A	B	C	B	C	A	B	D	D	A	D
16	A	B	C	D	A	C	C	C	B	A	B	A
17	B	D	C	B	D	D	C	B	D	C	A	D
18	B	C	D	A	B	B	D	B	C	D	B	A
19	A	B	A	C	A	D	D	C	C	B	D	C
20	D	D	B	B	C	B	C	B	D	A	A	D
21	B	B	D	A	D	B	C	C	A	D	C	D
22	D	B	C	C	C	A	C	D	C	D	D	B
23	A	D	B	C	A	D	D	A	D	C	D	B
24	A	B	C	B	D	A	D	B	D	C	D	C
25	C	B	B	A	A	C	B	D	B	D	B	D
26	B	A	C	D	A	C	D	D	A	A	B	A
27	A	D	A	A	B	A	A	C	A	C	C	B
28	B	B	A	C	C	B	A	D	C	C	C	C
29	D	C	A	D	C	D	A	B	A	A	D	D
30	C	B	D	D	A	C	B	D	D	B	C	C
31	D	D	D	C	B	A	C	C	B	A	A	B
32	B	A	B	A	C	D	A	C	C	C	A	A
33	D	C	D	B	B	B	B	C	B	B	A	B
34	B	C	B	B	D	C	B	D	C	C	B	A
35	A	C	C	C	A	B	B	A	C	D	C	D
36	D	A	C	D	B	A	C	D	A	D	D	D
37	A	D	A	D	D	A	B	D	C	A	D	C
38	C	B	C	B	B	D	D	D	B	C	B	B
39	C	B	B	D	D	D	A	A	C	B	B	D
40	D	A	C	B	D	B	A	A	A	A	A	A
41	C	D	C	C	C	D	C	C	A	C	A	A
42	A	C	A	C	A	D	A	A	D	D	B	A
43	C	B	D	A	D	A	B	A	C	B	B	C
44	A	A	D	D	B	A	A	A	D	B	D	C
45	C	A	D	B	B	B	B	A	A	D	C	A
46	C	D	A	D	A	A	B	A	B	A	C	A
47	A	A	B	C	A	A	C	A	B	A	D	B
48	C	C	B	A	C	D	A	B	C	A	A	A
49	B	A	C	A	A	B	C	D	A	D	B	D
50	B	C	D	C	D	D	D	C	B	D	D	D

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = -4.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-4	-3		1	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-		
$f(x)$				18		-6

- Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow m \in (-6; 18)$ thỏa yêu cầu bài toán.

$$(*) \Leftrightarrow \log_2(m + 6x) = \log_2(3 - 2x - x^2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2x - x^2 > 0 \\ m + 6x = 3 - 2x - x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ m = -x^2 - 8x + 3 \end{cases}$$

- Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ tìm tham số m để phương trình $f(x) = -x^2 - 8x + 3 = m$ có nghiệm duy nhất $x \in (-3; 1)$.
- Xét hàm số $f(x) = -x^2 - 8x + 3$ trên khoảng $(-3; 1)$.
 $f'(x) = -2x - 8$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB :

- A. $S = \sqrt{7}$. B. $S = 4$. C. $S = 2\sqrt{7}$. D. $S = 2\sqrt{2}$.

Giải:

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Ta có: $OM = 1 < R \Rightarrow M$ thuộc miền trong của mặt cầu (S) .

Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng với mặt cầu. Gọi H là chân đường cao hạ từ O của tam giác OAB .

$$\text{Gọi } x = OH \ (0 < x \leq OM = 1) \Rightarrow HA = \sqrt{R^2 - OH^2} = \sqrt{8 - x^2}.$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = OH \cdot HA = x\sqrt{8 - x^2}.$$

Xét: $f(x) = x\sqrt{8 - x^2}$ với $x \in (0; 1]$.

$$\Rightarrow f'(x) = \sqrt{8 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{8 - x^2}} = \frac{8 - 2x^2}{\sqrt{8 - x^2}} > 0 \text{ với } x \in (0; 1].$$

$$\Rightarrow S_{\Delta OAB} = \max_{(0; 1]} f(x) = f(1) = \sqrt{7}.$$

Câu 38. Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $|z| \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của

$$P = \left| \frac{z+i}{z} \right|.$$

A. $\min P = \frac{1}{2}; \max P = \frac{3}{2}$

B. $\min P = \frac{1}{2}; \max P = 2$

C. $\min P = 2; \max P = \frac{5}{2}$

D. $\min P = \frac{1}{3}; \max P = \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Ta có $P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \left| 1 + \frac{i}{z} \right|$ và $1 - \left| \frac{i}{z} \right| \leq \left| 1 + \frac{i}{z} \right| \leq 1 + \left| \frac{i}{z} \right|$ nên:

$$1 - \left| \frac{i}{z} \right| \leq P \leq 1 + \left| \frac{i}{z} \right| \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|}$$

Mặt khác, theo bài ra $|z| \geq 2$ nên $\frac{1}{|z|} \leq \frac{1}{2}$ vì thế:

$$\frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|} \leq \frac{3}{2}$$

Vì $P = \frac{1}{2}$ chẳng hạn với $z = -2i$ và $P = \frac{3}{2}$ chẳng hạn với $z = 2i$ nên:

Vậy, giá trị lớn nhất của P là $\frac{3}{2}$, giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{1}{2}$.

Vậy chọn đáp án A.