

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:

Câu 1: Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_{-1}^5 [2f(x) + 3g(x)] dx = -5$; $\int_{-1}^5 [3f(x) - 5g(x)] dx = 21$.

Tính $\int_{-1}^5 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. -5 B. 1 C. 5 D. -1

Câu 2: Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ B. $A_n^k = k!C_n^k$ C. $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$ D. $C_n^k = k!A_n^k$

Câu 3: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + 2i)z$

- A. -4 B. 7 C. 4 D. $4i$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha) : x - 2y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(\alpha) // mp(Oxy)$ B. $(\alpha) // Oz$ C. $Oz \subset (\alpha)$ D. $Oy \subset (\alpha)$

Câu 5: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x + 2$ B. $y = x^4 + 2x^2 + 2$
C. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ D. $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$

Câu 6: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Tìm $F(x)$?

- A. $F(x) = -e^{-x} - \cos x + 2$ B. $F(x) = -e^{-x} + \cos x$
C. $F(x) = e^{-x} + \cos x - 2$ D. $F(x) = -e^x - \cos x + 2$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm khẳng định đúng

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$
C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt
D. Hàm số có đúng một cực trị

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	-
$f(x)$	$+\infty$	0	1	$-\infty$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải là phương trình mặt cầu?

- A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$ B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - z = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 7y + 5z - 1 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 4y + \sqrt{3}z + 7 = 0$

Câu 9: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9a^3}{4}$

B. $\frac{3a^3}{4}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 10:

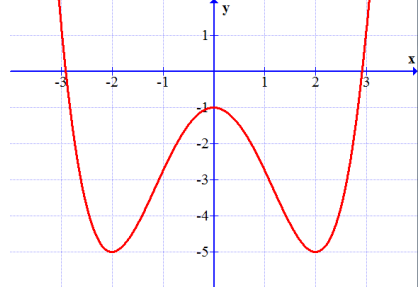
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong 4 hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -\frac{x^4}{4} + x^2 - 1$

B. $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - 1$

C. $y = \frac{x^4}{4} - x^2 - 1$

D. $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 1$



Câu 11: Cho $0 < a \neq 1$; $b, c > 0$ thỏa mãn $\log_a b = 3$; $\log_a c = -2$. Tính $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$.

A. -18

B. 7

C. 10

D. 8

Câu 12: Cho hình trụ có đường cao bằng 5 và đường kính đáy bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 40π

B. 20π

C. 80π

D. 160π

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$; công bội $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của (u_n) .

A. -513

B. -1023

C. 513

D. 1023

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$; $B(3; 2; -8)$. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

A. $\vec{u}(1; 2; -4)$

B. $\vec{u}(2; 4; 8)$

C. $\vec{u}(-1; 2; -4)$

D. $\vec{u}(1; -2; -4)$

Câu 15: Cho $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1$; $x, y > 0$, $m \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\log_a x = \log_a b \cdot \log_b x$

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

D. $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x$

Câu 16: Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. (C) có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$

B. (C) có đúng một trục đối xứng

C. (C) có tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$

D. (C) có đúng một tâm đối xứng

Câu 17: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$.

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$

B. $4\pi a^3\sqrt{3}$

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$

D. $4\pi a^3$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$; $d_2: x=1-t, y=2t, z=1$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với cả d_1 và d_2 .

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=3-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-1-2t \\ z=3+3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2-t \\ z=3+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=3-3t \end{cases}$

Câu 19: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$; $AD=a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với đáy một góc 45° . Gọi M là trung điểm cạnh SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = \frac{1}{2}NC$. Tính thể tích khối chóp $SAMN$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Câu 20: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3$, $y=10-x$ và trục Ox là

A. 32

B. 26

C. 36

D. 40

Câu 21: Biết $\log_{12} 27 = a$. Tính $\log_6 16$ theo a .

A. $\frac{4(3-a)}{3+a}$

B. $\frac{4(3+a)}{3-a}$

C. $\frac{3-a}{4(3+a)}$

D. $\frac{3+a}{4(3-a)}$

Câu 22: Biết rằng đồ thị hàm số $y=2x^3-5x^2+3x+2$ chỉ cắt đường thẳng $y=-3x+4$ tại một điểm duy nhất $M(a;b)$. Tổng $a+b$ bằng

A. -6

B. -3

C. 6

D. 3

Câu 23: Biết rằng phương trình $5\log_3^2 x - \log_3(9x) + 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tìm khẳng định đúng?

A. $x_1 x_2 = \sqrt[5]{3}$

B. $x_1 x_2 = \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$

C. $x_1 + x_2 = \frac{1}{5}$

D. $x_1 x_2 = -\frac{1}{5}$

Câu 24: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình: $z^2 - 5z + 7 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$

A. $4\sqrt{7}$

B. 56

C. 14

D. $2\sqrt{7}$

Câu 25: Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác cân có một góc 120° và cạnh bên bằng a . Tính thể tích khối nón.

A. $\frac{\pi a^3}{8}$

B. $\frac{3\pi a^3}{8}$

C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$

D. $\frac{\pi a^3}{4}$

Câu 26: Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ C. $(1; 2)$ D. $\mathbb{R}$

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0$ là

- A. $\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$ B. $(0; +\infty)$ C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

Câu 28: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\angle ABC = 60^\circ$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Tính góc giữa SA và $mp(SBD)$.

- A. 60° B. 90° C. 30° D. 45°

Câu 29: Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx = \frac{a}{e+1} + b \ln \frac{2}{e+1} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a+b+c$

- A. -1 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 30: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đi qua điểm $A(3; 2)$?

- A. 3 B. 0 C. 1 D. 2

Câu 31: Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - 2}$. Khi đó ta có:

- A. $9M + m = 0$ B. $9M - m = 0$ C. $M + 9m = 0$ D. $M + m = 0$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 3; 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng

$$(P): 2x - y + 2z + 11 = 0.$$

- A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$ B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$
C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$ D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn: $z(1+2i) - \bar{z}(2-3i) = -4+12i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .

- A. $M(3; 1)$ B. $M(3; -1)$ C. $M(-1; 3)$ D. $M(1; 3)$

Câu 34: Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \frac{f(x)+3}{g(x)+1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $f(1) > -3$ B. $f(1) < -3$ C. $f(1) \leq -\frac{11}{4}$ D. $f(1) \geq -\frac{11}{4}$

Câu 35: Trên các cạnh AB , BC , CA của tam giác ABC lần lượt lấy $2, 4, n$ ($n > 3$) điểm phân biệt (các điểm không trùng với các đỉnh của tam giác). Tìm n , biết rằng số tam giác có các đỉnh thuộc $n+6$ điểm đã cho là 247.

- A. 6 B. 8 C. 7 D. 5

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\ln 2} f(e^x + 1)dx = 5$ và $\int_2^3 \frac{(2x-3)f(x)}{x-1}dx = 3$. Tính $I = \int_2^3 f(x)dx$.

- A. $I = 2$ B. $I = 4$ C. $I = -2$ D. $I = 8$

Câu 37: Cho khối hộp $ABCD A'B'C'D'$ có thể tích V . Các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AD'}$. Tính thể tích khối chóp $AMNP$ theo V .

- A. $6V$ B. $8V$ C. $12V$ D. $4V$

Câu 38: Số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$, $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17}$ và z có phần ảo dương. Tìm tổng phần thực và phần ảo của z .

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{1}$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua d .

- A. $B(-3;4;-4)$ B. $B(2;-1;3)$ C. $B(3;4;-4)$ D. $B(3;-4;4)$

Câu 40: Ông An có một khu đất hình elip với độ dài trục lớn 10 m và độ dài trục bé 8 m. Ông An muốn chia khu đất thành hai phần, phần thứ nhất là một hình chữ nhật nội tiếp elip dùng để xây bể cá cảnh và phần còn lại dùng để trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 1000000 đồng trên $1m^2$ và chi phí trồng hoa là 1200000 đồng trên $1m^2$. Hỏi ông An có thể thiết kế xây dựng như trên với tổng chi phí thấp nhất gần nhất với số nào sau đây?

- A. 67398224 đồng B. 67593346 đồng C. 63389223 đồng D. 67398228 đồng

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và $mp(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d với (α) , A thuộc d sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến $mp(\alpha)$.

- A. 2 B. 3 C. 6 D. $\sqrt{14}$

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một cực trị?

- A. 2019 B. 2020 C. 2018 D. 2017

Câu 43: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} + mx$ có tiệm cận ngang. Tổng các phần tử của S là

- A. -2 B. 2 C. -3 D. 3

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = -\ln(x^2 + x)$. Tính $P = e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(2019)}$.

A. $P = \frac{2020}{2019}$

B. $P = \frac{2019}{2020}$

C. $P = e^{2019}$

D. $P = -\frac{2019}{2020}$

Câu 45: Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn phương trình $|z - 2 - 3i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $R = 8$

B. $R = 4$

C. $R = 2\sqrt{2}$

D. $R = 2$

Câu 46: Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 1$ và hàm số $f(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1$. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $Q = f\left(\frac{5x - y + 2}{x + y + 4}\right)$. Tổng $M + m$ bằng

A. $-4 - 3\sqrt{2}$

B. $-4 - 5\sqrt{2}$

C. $-4 - 4\sqrt{2}$

D. $-4 - 2\sqrt{2}$

Câu 47: Trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà khoảng cách từ A đến $mp(SBC)$ bằng $2a$, khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$

B. $2a^3$

C. $3\sqrt{3}a^3$

D. $4\sqrt{3}a^3$

Câu 48: Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3^{x^2+2x+1-2|x-m|} = \log_{x^2+2x+3}(2|x-m|+2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là

A. 3

B. -2

C. -3

D. 2

Câu 49: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 4b = 4$. Tính $P = a + 2b + 3c$ khi biểu thức $|2a + b - 2c + 7|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. 7

B. 3

C. -3

D. -7

Câu 50: Cho cấp số cộng (a_n) , cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0, b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $b_n > 2019a_n$.

A. 17

B. 14

C. 15

D. 16

-----HẾT-----

mamon	made	cautron	dapan
Toán	001	1	D
Toán	001	2	D
Toán	001	3	C
Toán	001	4	C
Toán	001	5	C
Toán	001	6	A
Toán	001	7	B
Toán	001	8	D
Toán	001	9	A
Toán	001	10	B
Toán	001	11	D
Toán	001	12	A
Toán	001	13	B
Toán	001	14	A
Toán	001	15	C
Toán	001	16	B
Toán	001	17	C
Toán	001	18	D
Toán	001	19	B
Toán	001	20	C
Toán	001	21	A
Toán	001	22	D
Toán	001	23	A
Toán	001	24	C
Toán	001	25	A
Toán	001	26	B
Toán	001	27	D
Toán	001	28	C
Toán	001	29	B
Toán	001	30	D
Toán	001	31	A
Toán	001	32	A
Toán	001	33	B
Toán	001	34	C
Toán	001	35	C
Toán	001	36	B
Toán	001	37	B
Toán	001	38	D
Toán	001	39	D
Toán	001	40	A
Toán	001	41	B
Toán	001	42	A
Toán	001	43	A
Toán	001	44	B
Toán	001	45	A
Toán	001	46	C
Toán	001	47	A
Toán	001	48	C
Toán	001	49	B
Toán	001	50	D



THPT CHUYÊN HÀ TĨNH

(Đề thi có 6 trang)

NĂM HỌC 2018 - 2019

MÔN: TOÁN

Thời gian: 90 phút

Bản quyền thuộc tập thể thầy cô nhóm STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

Nhóm làm 1-2 câu/tuần nhận lại cả ngàn câu đã qua phản biện 3-4 lần! Mời thầy cô tham gia nhóm!

Câu 1. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_{-1}^5 [2f(x) + 3g(x)] dx = -5$;

$$\int_{-1}^5 [3f(x) - 5g(x)] dx = 21. \text{ Tính } \int_{-1}^5 [f(x) + g(x)] dx.$$

- A. -5. B. 1. C. 5. D. -1.

Câu 2. Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. B. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$. C. $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$. D. $C_n^k = k! \cdot A_n^k$.

Câu 3. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + 2i)z$

- A. -4. B. 7. C. 4. D. $4i$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(\alpha) // (Oxy)$. B. $(\alpha) // Oz$. C. $Oz \subset (\alpha)$. D. $Oy \subset (\alpha)$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.
C. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$. D. $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$.

Câu 6. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Tìm $F(x)$?

- A. $F(x) = -e^{-x} - \cos x + 2$. B. $F(x) = -e^{-x} + \cos x$.
C. $F(x) = e^{-x} + \cos x - 2$. D. $F(x) = -e^x - \cos x + 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm khẳng định đúng

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$ $	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				1		$-\infty$
				0			

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.
C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.
D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây không phải phương trình mặt cầu?

A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - z = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 7y + 5z - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 4y + \sqrt{3}z + 7 = 0$.

Câu 9. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

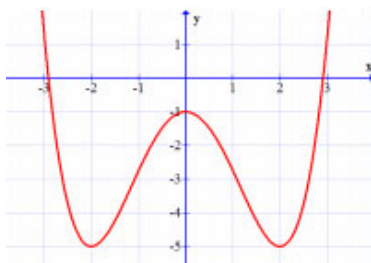
A. $\frac{9a^3}{4}$.

B. $\frac{3a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - 1$.

B. $y = -\frac{x^4}{4} + x^2 - 1$.

C. $y = \frac{x^4}{4} - x^2 - 1$.

D. $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 1$.

Câu 12. Cho hình trụ có đường cao bằng 5 và đường kính đáy bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 40π .

B. 20π .

C. 80π .

D. 160π .

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của (u_n) .

A. -513 .

B. -1023 .

C. 513 .

D. 1023 .

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 0)$; $B(3; 2; -8)$. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

A. $\vec{u} = (1; 2; -4)$.

B. $\vec{u} = (2; 4; 8)$.

C. $\vec{u} = (-1; 2; -4)$.

D. $\vec{u} = (1; -2; -4)$.

Câu 15. Cho $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1; x, y > 0, m \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\log_a x = \log_a b \cdot \log_b x$.

B. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_b y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x$.

Câu 16. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. (C) có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

B. (C) có một trục đối xứng.

C. (C) có tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$.

D. (C) có một tâm đối xứng.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

B. $4\pi a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $4\pi a^3$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$;

$$d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}. \text{Viết phương trình đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } A \text{ vuông góc với } d_1 \text{ và } d_2.$$

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$; $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với đáy một góc 45° . Gọi M là trung điểm cạnh SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = \frac{1}{2}NC$. Tính thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 20. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 10 - x$ và trục Ox là

A. 32. **B.** 26. **C.** 36. **D.** 40.

Câu 21. Biết $\log_{12} 27 = a$. Tính $\log_6 16$ theo a

A. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. **B.** $\frac{4(3+a)}{3-a}$. **C.** $\frac{3-a}{4(3+a)}$. **D.** $\frac{3+a}{4(3-a)}$.

Câu 22. Biết rằng đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 2$ chỉ cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại một điểm duy nhất $M(a; b)$. Tổng của $a + b$ bằng

A. -6. **B.** -3. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 23. Biết rằng phương trình $5\log_3^2 x - \log_3(9x) + 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tìm khẳng định đúng?

A. $x_1 x_2 = \sqrt[5]{3}$. **B.** $x_1 x_2 = \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$. **C.** $x_1 + x_2 = \frac{1}{5}$. **D.** $x_1 x_2 = -\frac{1}{5}$.

Câu 24. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 5z + 7 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $4\sqrt{7}$. **B.** 56. **C.** 14. **D.** $2\sqrt{7}$.

Câu 25. Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác cân có một góc 120° và cạnh bên bằng a . Tính thể tích khối nón.

A. $\frac{\pi a^3}{8}$. **B.** $\frac{3\pi a^3}{8}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. **B.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0$ là:

A. $\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Tính góc giữa SA và $mp(SBD)$.

A. 60° .B. 90° .C. 30° .D. 45° .

Câu 29. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx = \frac{a}{e+1} + b \ln \frac{2}{e+1} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a+b+c$.

A. -1 .B. 1 .C. 3 .D. 2 .

Câu 30. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đi qua điểm $A(3;2)$?

A. 3 .B. 0 .C. 1 .D. 2 .

Câu 31. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - 2}$. Khi đó ta có

A. $9M + m = 0$.B. $9M - m = 0$.C. $M + 9m = 0$.D. $M + m = 0$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(-1;3;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$.

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+2i) - \bar{z}(2-3i) = -4+12i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .

A. $M(3;1)$.B. $M(3;-1)$.C. $M(-1;3)$.D. $M(1;3)$.

Câu 34. Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x), y = \frac{f(x)+3}{g(x)+1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $f(1) > -3$.B. $f(1) < -3$.C. $f(1) \leq -\frac{11}{4}$.D. $f(1) \geq -\frac{11}{4}$.

Câu 35. Trên các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC lần lượt lấy $2, 4, n(n > 3)$ điểm phân biệt (các điểm không trùng với các đỉnh của tam giác). Tìm n biết rằng số tam giác có các đỉnh thuộc $n+6$ điểm đã cho là 247

A. 6 .B. 7 .C. 5 .D. 8 .

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\ln 2} f(e^x + 1) dx = 5$ và $\int_2^3 \frac{(2x-3)f(x)}{x-1} dx = 3$. Tính

$$I = \int_2^3 f(x) dx.$$

A. $I = 2$.B. $I = 4$.C. $I = -2$.D. $I = 8$.

Câu 37. Cho khối hộp $ABCD A'B'C'D'$ có thể tích V . Các điểm M, N, P thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB'}$, $\overrightarrow{AP} = 4\overrightarrow{AD'}$. Tính thể tích khối chóp $AMNP$ theo V .

A. $6V$.B. $8V$.C. $12V$.D. $4V$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$, $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17}$ và z có phần ảo dương. Tìm tổng phần thực và phần ảo của z .

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{1}$. Tìm tọa độ điểm B đối xứng với A qua d .

- A. $B(-3;4;-4)$. B. $B(2;-1;3)$. C. $B(3;4;-4)$. D. $B(3;-4;4)$.

Câu 40. Ông An có một khu đất hình elip với độ dài trục lớn 10 m và độ dài trục bé 8 m. Ông An muốn chia khu đất thành hai phần, phần thứ nhất là một hình chữ nhật nội tiếp elip dùng để xây bể cá cảnh và phần còn lại dùng để trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 1000000 đồng trên $1m^2$ và chi phí trồng hoa là 1200000 đồng trên $1m^2$. Hỏi ông An có thể thiết kế xây dựng như trên với tổng chi phí thấp nhất gần nhất với số nào sau đây?

- A. 67398224 đồng. B. 67593346 đồng. C. 63389223 đồng. D. 67398228 đồng.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d với (α) , A thuộc d sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến (α) .

- A. 2. B. 3. C. 6. D. $\sqrt{14}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một điểm cực trị.

- A. 2019. B. 2020. C. 2018. D. 2017.

Câu 43. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} + mx$ có tiệm cận ngang. Tổng các phần tử của S là

- A. -2. B. 2. C. -3. D. 3.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = -\ln(x^2 + x)$. Tính $P = e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(2019)}$.

- A. $P = \frac{2020}{2019}$. B. $P = \frac{2019}{2020}$. C. $P = e^{2019}$. D. $P = -\frac{2019}{2020}$.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn phương trình $|z-2-3i|=5$ và $|z_1-z_2|=6$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

- A. $R = 8$. B. $R = 4$. C. $R = 2\sqrt{2}$. D. $R = 2$.

Câu 46. Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 1$ và hàm số $f(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1$.

Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $Q = f\left(\frac{5x-y+2}{x+y+4}\right)$. Tổng

$M + m$ bằng

- A. $-4 - 3\sqrt{2}$. B. $-4 - 5\sqrt{2}$. C. $-4 - 4\sqrt{2}$. D. $-4 - 2\sqrt{2}$.

Câu 47. Trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà khoảng cách từ A đến mp(SBC) bằng $2a$, khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $2a^3$.

C. $3\sqrt{3}a^3$.

D. $4\sqrt{3}a^3$.

Câu 48. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3^{x^2+2x+1-2|x-m|} = \log_{x^2+2x+3}(2|x-m|+2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là

A. 3.

B. -2.

C. -3.

D. 2.

Câu 49. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 4b = 4$. Tính $P = a + 2b + 3c$ khi biểu thức $|2a + b - 2c + 7|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 7$.

B. $P = 3$.

C. $P = -3$.

D. $P = -7$.

Câu 50. Cho cấp số cộng (a_n) , cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0$, $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $b_n > 2019a_n$

A. 17.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

PHÂN TÍCH BÌNH LUẬN ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC CHUYÊN HÀ TĨNH

- Câu 1.** Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_{-1}^5 [2f(x) + 3g(x)] dx = -5$;
 $\int_{-1}^5 [3f(x) - 5g(x)] dx = 21$. Tính $\int_{-1}^5 [f(x) + g(x)] dx$.
A. -5 . **B.** 1 . **C.** 5 . **D.** -1 .

Lời giải

Tác giả: Lê Hữu Đức; Fb: Le Huu Duc

Chọn D

$$\text{Đặt } I = \int_{-1}^5 f(x) dx; J = \int_{-1}^5 g(x) dx$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2I + 3J = -5 \\ 3I - 5J = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I = 2 \\ J = -3 \end{cases} \Rightarrow \int_{-1}^5 [f(x) + g(x)] dx = I + J = -1.$$

- Câu 1.1.** Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_5^{-2} g(x) dx = 3$. Tính

$$I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx.$$

- A.** -11 . **B.** 13 . **C.** 27 . **D.** 3 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } I = \int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx + 4 \int_5^{-2} g(x) dx - x \Big|_{-2}^5 = 8 + 4 \cdot 3 - (5 + 2) = 13.$$

- Câu 1.2.** Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_1^3 [3f(x) + 2g(x)] dx = 1$;

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = -3. \text{ Tính } \int_0^1 f(2x+1) dx.$$

- A.** $-\frac{5}{7}$. **B.** $-\frac{10}{7}$. **C.** $\frac{11}{14}$. **D.** $-\frac{5}{14}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Hữu Đức; Fb: Le Huu Duc

Chọn D

$$\text{Đặt } I = \int_1^3 f(x) dx; J = \int_1^3 g(x) dx$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} 3I + 2J = 1 \\ 2I - J = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I = -\frac{5}{7} \\ J = \frac{11}{7} \end{cases} \Rightarrow \int_0^1 f(2x+1) dx = \frac{1}{2} \int_1^3 f(t) dt = -\frac{5}{14}.$$

- Câu 2.** Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

B. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$.

C. $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$.

D. $C_n^k = k! \cdot A_n^k$.

Lời giải

Tác giả: Lục Minh Tân; Fb: Lục Minh Tân

Chọn D

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{A_n^k}{k!}.$$

Câu 2.1. Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $C_n^k = C_n^{n-k}$.

B. $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

C. $C_n^k = \frac{P_n}{k!}$.

D. $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

Lời giải

Tác giả: Lục Minh Tân; Fb: Lục Minh Tân

Chọn C

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{1}{k!} \cdot A_n^k \Rightarrow A_n^k = k! \cdot C_n^k$$

Câu 2.2. Với k, n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $4 \leq k \leq n$ mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $C_n^{k-4} + C_n^{k-3} + C_{n+1}^{k-2} + C_{n+2}^{k-1} + C_{n+3}^k = C_{n+4}^k$.

B. $C_n^{k-2} = \frac{n!}{(k-2)!(n-k-2)!}$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

D. $A_n^k = k! \cdot C_n^k$.

Lời giải

Tác giả: Lục Minh Tân; Fb: Lục Minh Tân

Chọn B

$$C_n^{k-2} = \frac{n!}{(k-2)!(n-(k-2))!} = \frac{n!}{(k-2)!(n-k+2)!}.$$

Câu 3. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + 2i)z$

A. -4 .

B. 7 .

C. 4 .

D. $4i$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thơm; Fb: Thom nguyen

Chọn C

Ta có $w = (1 + 2i)z = (1 + 2i)(3 - 2i) = 7 + 4i$. Số phức w có phần ảo bằng 4

Câu 3.1. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1 + i)z$

A. -1 .

B. 5 .

C. 1 .

D. i .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thơm; Fb: Thom nguyen

Chọn C

Ta có $w = (1 + i)z = (1 + i)(3 - 2i) = 5 + i$. Số phức w có phần ảo bằng 1

Câu 3.2. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của $w = (2 - i)\bar{z}$

A. -1 .B. 5 .**C. 1 .**D. i .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thơm; Fb: Thom nguyen

Chọn C

Ta có $w = (2 - i)\bar{z} = (2 - i)(3 + 2i) = 8 + i$. Số phức liên hợp của w có phần ảo bằng -1 .

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\alpha) \parallel (Oxy)$.B. $(\alpha) \parallel Oz$.**C. $Oz \subset (\alpha)$.**D. $Oy \subset (\alpha)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Bảo Mai; Fb: Bao An

Chọn C

(α) đi qua điểm $O(0;0;0)$ nên loại phương án A và B.

(α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 0)$ và $\vec{n} \cdot \vec{k} = 0$ nên $Oz \subset (\alpha)$.

Câu 4.1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\alpha) \parallel (Oxy)$.**B. $(\alpha) \parallel Oz$.**C. $Oz \subset (\alpha)$.D. $(\alpha) \perp Oz$.

Lời giải

Chọn B

(α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 0)$ và nên $(\alpha) \parallel Oz$ hoặc $Oz \subset (\alpha)$.

(α) không đi qua điểm $O(0;0;0)$ nên $(\alpha) \parallel Oz$.

Câu 4.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2z - 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(\alpha) \equiv (Oxy)$.B. $(\alpha) \parallel Oz$.C. $Oz \subset (\alpha)$.**D. $(\alpha) \perp Oz$.**

Lời giải

Chọn D

(α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 0; 2)$ cùng phương với $\vec{k} = (0; 0; 1)$ và nên (α) không đi qua điểm $O(0;0;0)$ nên $(\alpha) \perp Oz$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x + 2$.B. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.**C. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$.**D. $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Văn Tuấn; Fb: Phạm Tuấn

Chọn C

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ loại đáp án A.

Xét hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 2$ là hàm số bậc 4 trùng phương nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ loại đáp án B.

Xét hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ có $y' = -3x^2 + 4x - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5.1. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x\sqrt{2} + 1.$

B. $y = x^3 - 3x + 1.$

C. $y = x^2 + 1.$

D. $y = x^3 + 3x + 1.$

Lời giải

Tác giả: Phạm Văn Tuấn; Fb: Phạm Tuấn

Chọn D

Xét hàm số $y = -x\sqrt{2} + 1$ có $y' = -\sqrt{2} < 0 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow$ hàm số không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y = x^2 + 1$ có $y' = 2x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow$ hàm số không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 6. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Tìm $F(x)$?

A. $F(x) = -e^{-x} - \cos x + 2.$

B. $F(x) = -e^{-x} + \cos x.$

C. $F(x) = e^{-x} + \cos x - 2.$

D. $F(x) = -e^x - \cos x + 2.$

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Thu Trang; Fb: Trang Phạm

Chọn A

Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int (e^{-x} + \sin x)dx = \int e^{-x}dx + \int \sin x dx = -e^{-x} - \cos x + C.$

Lại có $F(0) = 0 \Leftrightarrow -e^0 - \cos 0 + C = 0 \Leftrightarrow C = 2.$

Vậy $F(x) = -e^{-x} - \cos x + 2.$

Câu 6.1. Cho hàm số $f(x) = \frac{4m}{\pi} + \sin^2 x$. Giá trị của tham số để nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$

thỏa mãn điều kiện $F(0) = 1$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8}$ là:

A. $m = -\frac{4}{3}.$

B. $m = \frac{3}{4}.$

C. $m = -\frac{3}{4}.$

D. $m = -\frac{4}{3}.$

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Thu Trang; Fb: Trang Phạm

Chọn C

Ta có $\int \left(\frac{4m}{\pi} + \sin^2 x\right)dx = \int \frac{4m}{\pi}dx + \int \sin^2 x dx = \frac{4m}{\pi}x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C.$

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} F(0) = 1 \\ F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 1 \\ \frac{4m}{\pi} \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{2} + C = \frac{\pi}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 1 \\ m = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm khẳng định đúng

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$ $	$-$
$f(x)$	$+\infty$			1		$-\infty$
			0			

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -1$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Vân; Fb: Thanh Van

Chọn B

Theo bảng biến thiên ta có

$f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$;

$f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 0$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 7.1 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ bằng -2 .

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Vân; Fb: Thanh Van

Chọn D

Vì hàm số không xác định tại $x = -1$ thuộc khoảng $(-\infty; 3)$ nên hàm số không đơn điệu trên khoảng đó.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào sau đây không phải phương trình mặt cầu?

A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - z = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 7y + 5z - 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 4y + \sqrt{3}z + 7 = 0$.

Phân tích:

✓ Nhận dạng bài toán: Bài toán nhận dạng phương trình mặt cầu.

✓ Kiến thức cần nhớ: Phương trình mặt cầu là phương trình có dạng:

$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ (1) với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$.

✓ Phương pháp giải:

- Bước 1: Kiểm tra phương trình đã cho có đúng dạng chưa? Lưu ý: Ở phương trình (1) hệ số của x^2, y^2, z^2 bằng nhau và bằng $k \neq 0$ đều có thể đưa về dạng (1) bằng cách chia cả 2 vế của phương trình cho k .
- Bước 2: Kiểm tra điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ (đặc biệt: nếu $d < 0$ thì $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ luôn luôn đúng), rồi kết luận.

Lời giải

Tác giả: Vũ Nga; Fb: Nga Vu

Chọn D

- Cả 4 đáp án đều có dạng (1).

- Đáp án A, B, C đều thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ và ở đáp án D có $a = \frac{3}{2}$, $b = 2$,

$a = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $d = 7 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = 0$ (không thỏa mãn).

Câu 8.1 Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào sau đây không phải phương trình mặt cầu ?

A. $3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2x = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y - z - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - z^2 + 2x - 4y + 6z + 7 = 0$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Nga; Fb: Nga Vu

Chọn D

- Phương trình ở đáp án D không đúng dạng (1) do hệ số của x^2, y^2, z^2 không bằng nhau.

Câu 8.2 Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 7m^2 - 1 = 0$ là phương trình mặt cầu. Số phần tử của S là

A. 6.

B. 7.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Tác giả: Vũ Nga; Fb: Nga Vu

Chọn D

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 7m^2 - 1 = 0$ là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow (m+2)^2 + 4m^2 + m^2 - (7m^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 5 \Rightarrow$ có 5 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 9. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9a^3}{4}$.

B. $\frac{3a^3}{4}$.

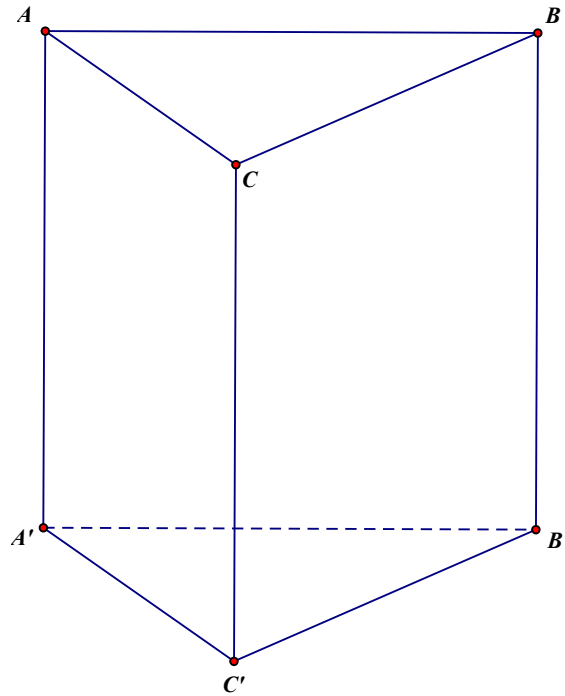
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Danh Được; Fb: Danh Được Vũ

Chọn A



Xét khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$.

Khi đó $S_{\triangle ABC} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$. Do đó thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V = a\sqrt{3} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{4}$.

Câu 9.1. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $BB' = a$, đáy $ABCD$ là hình thoi với $AC = 2a, BD = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

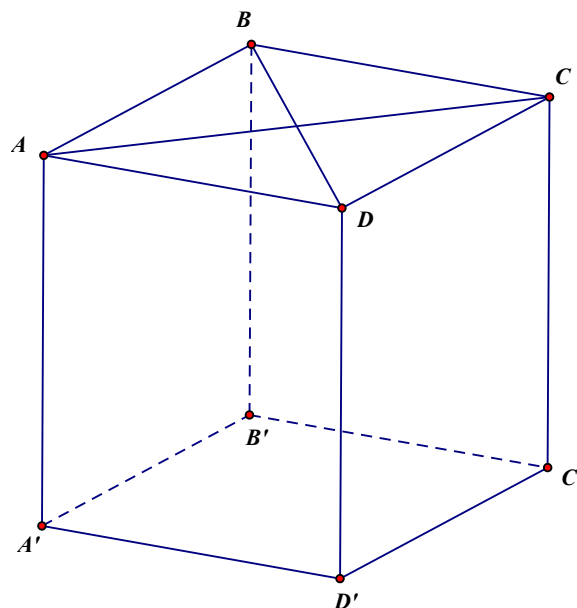
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Danh Được; Fb: Danh Được Vũ

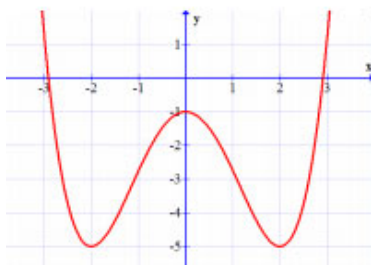
Chọn A



Ta có $S_{\Delta ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = a^2 \sqrt{3}$.

Do đó thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V = a \cdot a^2 \sqrt{3} = a^3 \sqrt{3}$.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 - 1$.

B. $y = -\frac{x^4}{4} + x^2 - 1$.

C. $y = \frac{x^4}{4} - x^2 - 1$.

D. $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 1$.

Lời giải

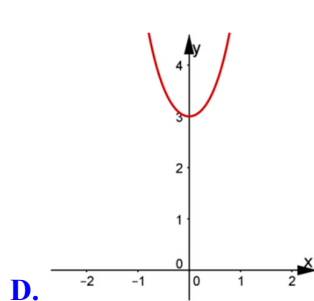
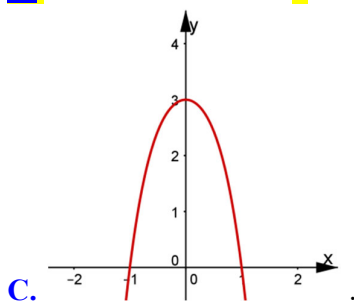
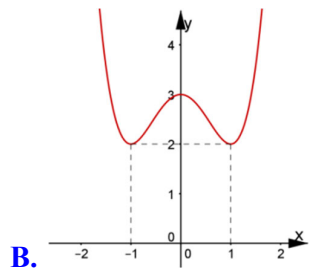
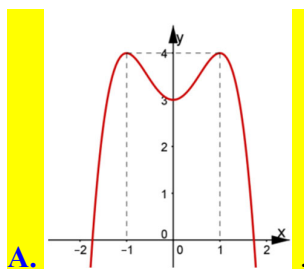
Tác giả: Quỳnh Giao; Fb: QGiaoDo

Chọn A

Vì đồ thị hàm số có bề lõm quay lên trên và có ba điểm cực trị là $x = 2$, $x = 0$ và $x = -2$ nên chọn đáp án A

Phát triển

Câu 10.1. Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$



Lời giải

Tác giả: Quỳnh Giao; Fb: QGiaoDo

Chọn A

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị là $x = 1$; $x = 0$ và $x = -1$ đồng thời có bề lõm quay xuống dưới nên chọn A

Câu 11. Cho $0 < a \neq 1$; $b, c > 0$ thỏa mãn $\log_a b = 3$; $\log_a c = -2$. Tính $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$.

A. -18.

B. 7.

C. 10.

D. 8.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thanh My ; Fb: Thanh My Phạm

Chọn D

Ta có

$$\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2 \log_a b + \frac{1}{2} \log_a c = 8$$

Câu 11.1. Cho $0 < a \neq 1$; $b, c > 0$ thỏa mãn $\log_{a^2} b = 3$; $\log_a (b^2 c) = \frac{27}{2}$. Tính $\log_a \frac{a^3 \sqrt[3]{b}}{c}$.

A. 2.

B. $\frac{3}{2}$.C. $\frac{105}{2}$.D. $\frac{11}{2}$.**Lời giải***Tác giả: Phạm Thanh My ; Fb: Thanh My Phạm***Chọn B**

Ta có

$$\log_{a^2} b = 3 \Leftrightarrow \log_a b = 6$$

$$\log_a (b^2 c) = \frac{27}{2} \Leftrightarrow 2 \log_a b + \log_a c = \frac{27}{2} \Rightarrow \log_a c = \frac{3}{2}$$

$$\log_a \frac{a^3 \sqrt[3]{b}}{c} = \log_a a + \frac{1}{3} \log_a b - \log_a c = 1 + 2 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

Câu 12. Cho hình trụ có đường cao bằng 5 và đường kính đáy bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 40π .B. 20π .C. 80π .D. 160π .**Lời giải***Tác giả: Trần Thị Thơm; Fb: Tranthom***Chọn A**Gọi h, l và r lần lượt là đường cao, đường sinh và bán kính đáy của hình trụ.Ta có: $r = 4, h = l = 5$.Ta có: $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi r h = 40\pi$.

Câu 12.1 Diện tích toàn phần của hình trụ có đường kính và đường sinh cùng bằng 4 cm là

A. 16 cm^2 .**B. $24\pi\text{ cm}^2$.**C. $16\pi\sqrt{2}\text{ cm}^2$.D. $32\pi\sqrt{2}\text{ cm}^2$.**Lời giải***Tác giả: Trần Thị Thơm; Fb: Tranthom***Chọn B**Gọi l và r lần lượt là đường sinh và bán kính đáy của hình trụ.Ta có: $r = 2, l = 4$.Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_p = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 24\pi (\text{cm}^2)$.

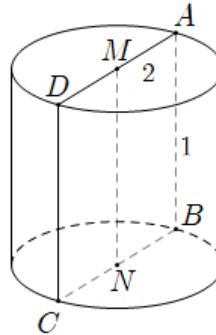
Câu 12.2 Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_p của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 4\pi$.

B. $S_{tp} = 2\pi$.

C. $S_{tp} = 6\pi$.

D. $S_{tp} = 10\pi$.

Lời giải*Tác giả: Trần Thị Thơm; Fb: Tranthom***Chọn A**

Gọi l và r lần lượt là đường sinh và bán kính đáy của hình trụ.

Ta có: $r = \frac{AD}{2} = 1, l = AB = 1$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 4\pi$.

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của (u_n) .

A. -513.

B. -1023.

C. 513.

D. 1023.

Lời giải*Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang 215; Fb: Trang Nguyễn***Chọn B**

Áp dụng công thức $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$, ta có

$$S_{10} = \frac{3[1-(-2)^{10}]}{1-(-2)} = -1023.$$

Câu 13.1. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công bội $q = -\frac{1}{3}$. Khi đó $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ

A. 10.

B. 9.

C. 8.

D. 7.

Lời giải*Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang 215; Fb: Trang Nguyễn***Chọn B**

Áp dụng công thức $u_n = u_1 q^{n-1}$, ta có

$$\frac{2}{6561} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \frac{1}{6561} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Leftrightarrow n-1 = 8 \Leftrightarrow n = 9.$$

Câu 13.2. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q = 2$, tổng 10 số hạng đầu tiên bằng $-\frac{1023}{2}$. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) .

A. $u_1 = -2$.

B. $u_1 = -\frac{1}{2}$.

C. $u_1 = \frac{1}{2}$.

D. $u_1 = 2$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang 215; Fb: Trang Nguyễn

Chọn B

Áp dụng công thức $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$, ta có

$$u_1 = \frac{S_n(1-q)}{(1-q^n)} \Rightarrow u_1 = \frac{-\frac{1023}{2}(1-2)}{1-2^{10}} = -\frac{1}{2}.$$

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$; $B(3;2;-8)$. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

A. $\vec{u} = (1;2;-4)$.

B. $\vec{u} = (2;4;8)$.

C. $\vec{u} = (-1;2;-4)$.

D. $\vec{u} = (1;-2;-4)$.

Tác giả: Nguyễn Ngọc Chi; Fb: Nguyễn Ngọc Chi

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;4;-8)$, vậy đường thẳng AB có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1;2;-4)$.

Câu 14.1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$; $\overrightarrow{OB} = -2\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

A. $\vec{u} = (2;5;-1)$.

B. $\vec{u} = (2;3;-5)$.

C. $\vec{u} = (-2;-5;-1)$.

D. $\vec{u} = (2;5;-9)$.

Tác giả: Nguyễn Ngọc Chi; Fb: Nguyễn Ngọc Chi

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k} \Rightarrow A(2;3;-5)$ và $\overrightarrow{OB} = -2\vec{j} - 4\vec{k} \Rightarrow B(0;-2;-4)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;-5;1)$, hay đường thẳng AB có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2;5;-1)$.

Câu 15. Cho $0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1; x, y > 0, m \in \mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\log_a x = \log_a b \cdot \log_b x$.

B. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_b y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tất Thành; Fb: Thanh Nguyen

Chọn C

Ta có: $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Câu 15.1. Với các số thực x, y dương bất kì, $y \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{x}{y} \right) = \frac{\log_2 x}{\log_2 y}$

B. $\log_2 (xy) = \log_2 x + \log_2 y$

C. $\log_2 (x^2 - y) = 2 \log_2 x - \log_2 y$

D. $\log_2 (xy) = \log_2 x + \log_2 y$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tất Thành; Fb: Thanh Nguyen

Chọn B

Ta có: $\log_a (x.y) = \log_a x + \log_a y$.

Câu 15.2. Cho $a = \log_2 5$, $b = \log_2 9$. Biểu diễn của $P = \log_2 \frac{40}{3}$ theo a và b là

A. $P = 3 + a - 2b$.

B. $P = 3 + a - \frac{1}{2}b$.

C. $P = \frac{3a}{2b}$.

D. $P = 3 + a - \sqrt{b}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tất Thành; Fb: Thanh Nguyen

Chọn B

Ta có $P = \log_2 \frac{40}{3} = \log_2 40 - \log_2 3 = \log_2 8 + \log_2 5 - \frac{1}{2} \log_2 9 = 3 + a - \frac{1}{2}b$.

Câu 16. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. (C) có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.

B. (C) có một trục đối xứng.

C. (C) có tiệm cận đứng là $x = \frac{1}{2}$.

D. (C) có một tâm đối xứng.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Mạnh Dũng; Fb: Mạnh Dũng

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{2x-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow$ (C) có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2} \Rightarrow$ A đúng.

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{x+2}{2x-1} = +\infty \Rightarrow$ (C) có tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2} \Rightarrow$ C đúng.

$I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị $\Rightarrow$ D đúng.

(C) có 2 trục đối xứng là $y = \frac{1}{2}$ và $x = \frac{1}{2} \Rightarrow$ B sai.

Câu 16.1. Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x^2-4}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (C) có 2 tiệm cận đứng là $x = 2$; $x = -2$.

B. (C) không có tiệm cận đứng.

C. (C) có tiệm cận ngang là $y = 2$.

D. (C) có 1 tiệm cận đứng là $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+4}{x^2-4} = 0 \Rightarrow (C)$ có tiệm cận ngang $y = 0 \Rightarrow A$ sai.

Giải phương trình: $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+4}{x^2-4} = +\infty \Rightarrow (C)$ có tiệm cận đứng $x = 2 \Rightarrow B$ sai.

Tuy nhiên $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{2x+4}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{2x+4}{x^2-4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -2$ không thể là tiệm cận đứng của (C)

$\Rightarrow C$ sai.

Câu 16.2. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+mx+4}$ có đúng 1 tiệm cận đứng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

TH1: $x^2+mx+4=0$ có nghiệm kép. $\Leftrightarrow \Delta_m = 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 4 \end{cases}$.

TH2: $x^2+mx+4=0$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm là $x = -1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_m > 0 \\ (-1)^2 - m + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5.$$

Vậy có 3 giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+mx+4}$ có đúng 1 tiệm cận đứng.

Nhận xét admin :

$$\text{Đặt } f(x) = x^2 + mx + 4. \text{ Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \vee m = 4 \\ m = 5 \end{cases}$$

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

B. $4\pi a^3\sqrt{3}$.

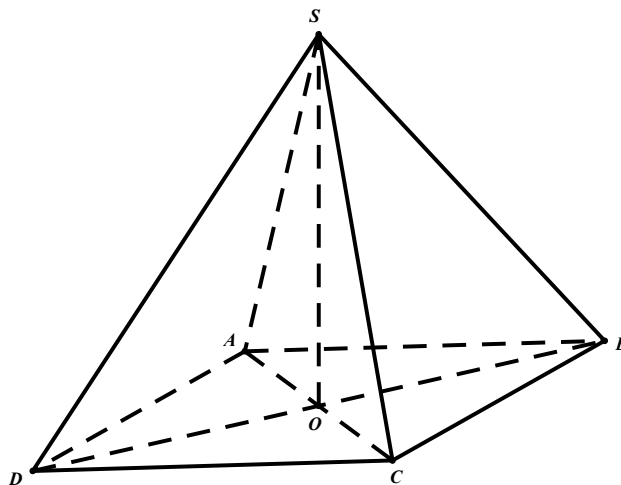
C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $4\pi a^3$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Đình Hải ; Fb: Nguyen Dinh Hai

Chọn C



Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD .

Ta có $\widehat{ABC} = 90^\circ$, $\widehat{ADC} = 90^\circ$ và $\widehat{ASC} = 90^\circ$ suy ra các đỉnh B, D, S cùng nhìn đoạn thẳng AC dưới một góc vuông nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$ và

$$R = OA = \frac{AC}{2} = a.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3.$$

Câu 17.1 (THPTQG năm 2017 Mã đề 104) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \frac{5a}{2}.$

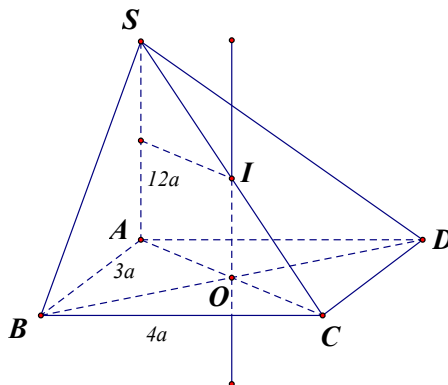
B. $R = \frac{17a}{2}.$

C. $R = \frac{13a}{2}.$

D. $R = 6a.$

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5a$

Vì $SA \perp AC$ nên

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 13a$$

Nhận thấy: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$. Tương tự: $CD \perp SD$

Do các điểm A, B, D đều nhìn đoạn thẳng SC dưới một góc vuông nên gọi I là trung điểm của đoạn thẳng SC thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{Vậy } R = \frac{SC}{2} = \frac{13a}{2}.$$

Câu 17.2 (THPT QG 2017 Mã đề 105) Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

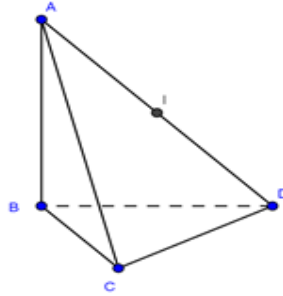
B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác BCD vuông tại C nên áp dụng định lý Pitago, ta được $BD = 5a$.

Tam giác ABD vuông tại B nên áp dụng định lý Pitago, ta được $AD = 5a\sqrt{2}$.

Vì B và C cùng nhìn AD dưới một góc vuông nên tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là trung điểm I của AD . Bán kính mặt cầu này là: $R = \frac{AD}{2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 17.3 (Đề tham khảo lần 2 2017) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \sqrt{3}a$.

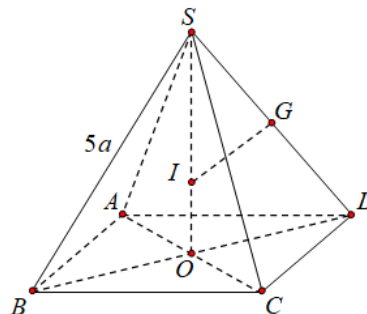
B. $R = \sqrt{2}a$.

C. $R = \frac{25a}{8}$.

D. $R = 2a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, G là trung điểm SD , $GI \perp SD$, $I \in SO$.

Ta có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$ nên $BD = 3\sqrt{2}a \cdot \sqrt{2} = 6a$, $OD = 3a$.

Xét $\triangle SOD$ vuông tại O ta có: $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = 4a$

Ta có $\triangle SOD \sim \triangle SGI$ (g-g), suy ra $\frac{SO}{SG} = \frac{SD}{SI} \Rightarrow 4a \cdot R = \frac{1}{2}(5a)^2 \Rightarrow R = \frac{25a}{8}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$;

$$d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}. \text{Viết phương trình đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } A \text{ vuông góc với } d_1 \text{ và } d_2.$$

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Tác giả: Văn Bùi Vũ ; Fb: Van Tuan Vu

Chọn D

Đường thẳng d_1 có vtcp $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$, đường thẳng d_2 có vtcp $\vec{u}_2 = (-1; 2; 0)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với d_1 và d_2 nên nhận $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-2; -1; 3)$ hoặc $\vec{u} = (2; 1; -3)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Câu 18.1 Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$;

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 - 5t \end{cases}. \text{Viết phương trình đường thẳng } \Delta \text{ đi qua } A \text{ vuông góc với } d_1 \text{ và } d_2.$$

A. $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -3 + 2t \\ z = -5 + 7t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 - 7t \\ y = -1 + 11t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -7 + t \\ y = 11 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Tác giả: Văn Bùi Vũ ; Fb: Van Tuan Vu

Chọn B

Đường thẳng d_1 có vtcp $\vec{u}_1 = (2; 1; 1)$, đường thẳng d_2 có vtcp $\vec{u}_2 = (1; 2; -5)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với d_1 và d_2 nên nhận $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-7; 11; 3)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 7t \\ y = -1 + 11t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

Câu 18.2 Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Lời giải

Tác giả: Văn Bùi Vũ ; Fb: Van Tuan Vu

Chọn D

Gọi $N(1+2t; -1+t; -t)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và đường thẳng d .

Lúc đó đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{MN} = (2t-1; t-2; -t)$ làm vectơ chỉ phương.

Mặt khác Δ vuông góc với đường thẳng d nên ta có: $2(2t-1) + t - 2 + t = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{3}$.

Với $t = \frac{2}{3}$ đường thẳng Δ nhận $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ hoặc $\vec{u} = (1; -4; -2)$ làm vtcp.

Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$; $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với đáy một góc 45° . Gọi M là trung điểm cạnh SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = \frac{1}{2}NC$. Tính thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

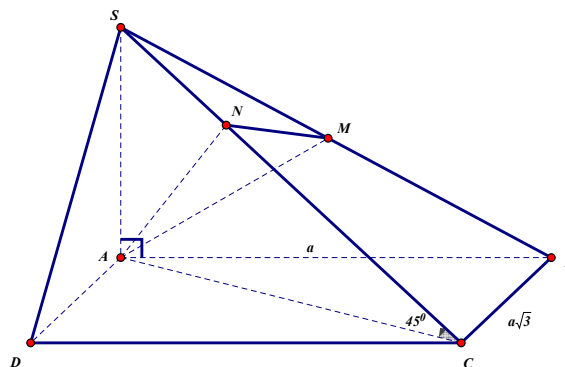
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Nghĩa ; Fb: Nghĩa Văn Nguyễn

Chọn B



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $mp(ABCD)$, suy ra $\widehat{goc}(SC; mp(ABCD)) = \widehat{goc}(SC; AC) = \widehat{SCA}$ và $\widehat{SCA} = 45^\circ$

Tính được $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$ và $\tan(\widehat{SCA}) = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = 2a$

Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Ta lại có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SA}{SA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{V_{S.ABC}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{18}$

Câu 19.1 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = a$; $AB = a\sqrt{3}$; $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với đáy một góc 30° . Gọi M là trung điểm cạnh SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = \frac{1}{3}NC$. Tính thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

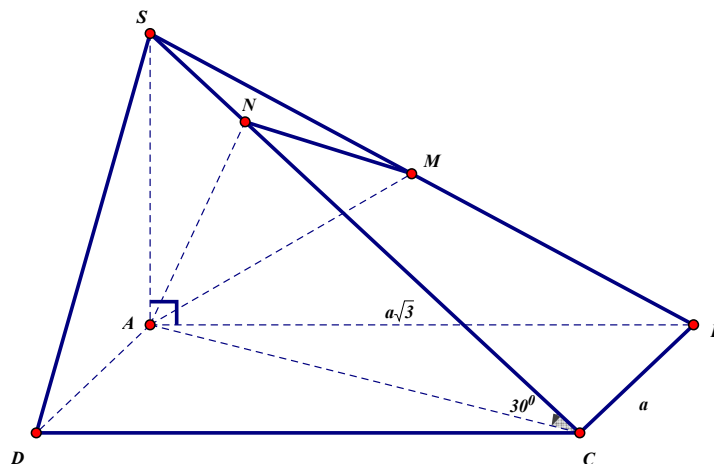
C. $\frac{a^3}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Nghĩa ; Fb: Nghĩa Văn Nguyễn

Chọn C



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $mp(ABCD)$, suy ra $\widehat{goc}(SC; mp(ABCD)) = \widehat{goc}(SC; AC) = \widehat{SCA}$ và $\widehat{SCA} = 30^\circ$

Tính được $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$ và $\tan(\widehat{SCA}) = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{3}$$

$$\text{Ta lại có } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SA}{SA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{V_{S.ABC}}{8} = \frac{a^3}{24}$$

Câu 19.2 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = a$; $AB = a\sqrt{3}$; $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với đáy một góc 45° . Gọi M là trung điểm cạnh SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN = \frac{2}{3}NC$. Tính thể tích khối chóp $A.MNCB$.

A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{15}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$.

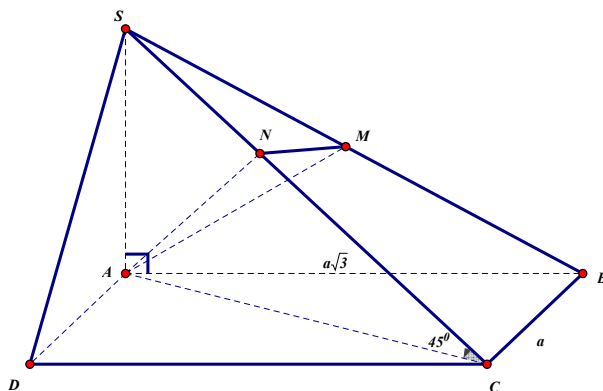
C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Nghĩa ; Fb: Nghĩa Văn Nguyễn

Chọn A



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên $mp(ABCD)$, suy ra $\widehat{goc}(SC; mp(ABCD)) = \widehat{goc}(SC; AC) = \widehat{SCA}$ và $\widehat{SCA} = 45^\circ$

Tính được $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$ và $\tan(\widehat{SCA}) = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = 2a$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Ta lại có } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SA}{SA} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{V_{S.ABC}}{5} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{15}$$

$$\text{Suy ra } V_{A.MNCB} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3} - \frac{a^3 \sqrt{3}}{15} = \frac{4a^3 \sqrt{3}}{15}$$

Câu 20. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 10 - x$ và trục Ox là

A. 32.

B. 26.

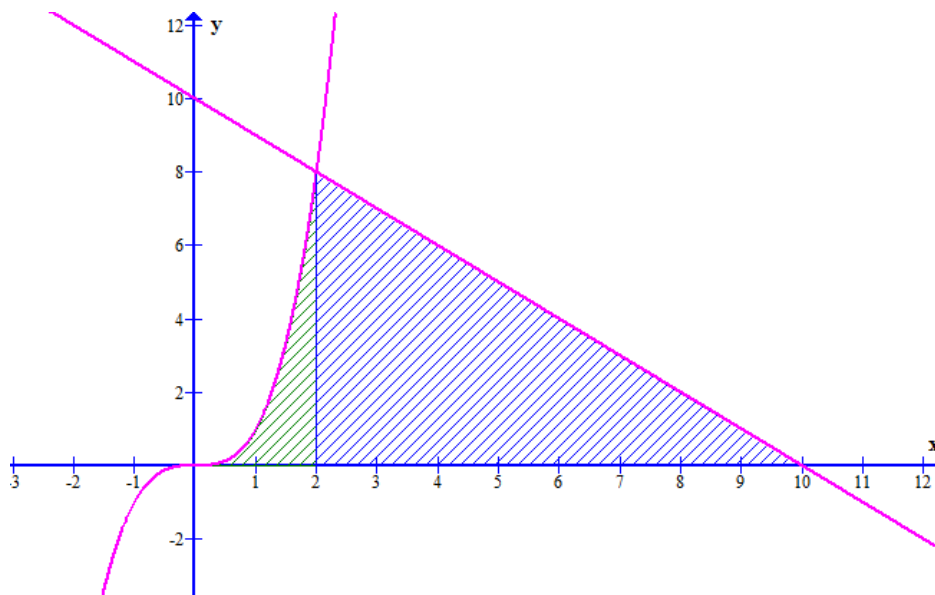
C. 36.

D. 40.

Lời giải

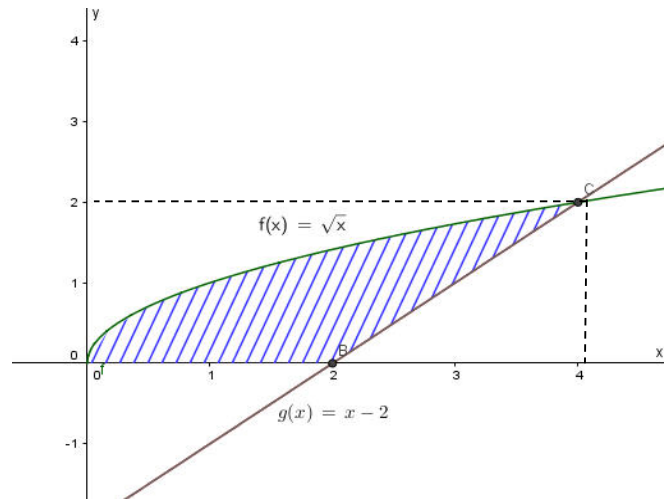
Tác giả: Giáp Văn Quân ; Fb: quanbg.quan

Chọn C



Dựa đồ thị hàm số ta có diện tích hình phẳng $S = \int_0^2 x^3 dx + \int_2^{10} (10 - x) dx = 36$.

Câu 20.1 Diện tích hình phẳng là phần bị gạch chéo trong hình vẽ sau là



A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{11}{3}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Giáp Văn Quân ; Fb: quanbg.quan

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có diện tích hình phẳng : $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x-2) dx = \frac{10}{3}$.

Câu 21 . Biết $\log_{12} 27 = a$. Tính $\log_6 16$ theo a

A. $\frac{4(3-a)}{3+a}$.

B. $\frac{4(3+a)}{3-a}$.

C. $\frac{3-a}{4(3+a)}$.

D. $\frac{3+a}{4(3-a)}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Phương Liên; Fb: Phuonglien Le

Chọn A

Ta có $\log_{12} 27 = a \Leftrightarrow \frac{\log_2 27}{\log_2 12} = a \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{3-a}$.

Suy ra $\log_6 16 = \frac{\log_2 16}{\log_2 6} = \frac{4}{1+\log_2 3} = \frac{4(3-a)}{3+a}$

Câu 21.1 Biết $\log_{21} 49 = a$. Tính $\log_{63} 81$ theo a

A. $\frac{4(2-a)}{2+a}$.

B. $\frac{4(2+a)}{2-a}$.

C. $\frac{4-a}{4(2-a)}$.

D. $\frac{4(2-a)}{4-a}$.

Câu 22. Biết rằng đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 2$ chỉ cắt đường thẳng $y = -3x + 4$ tại một điểm duy nhất $M(a;b)$. Tổng của $a+b$ bằng

A. -6.

B. -3.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: Đoàn Thị Hương; Fb: Đoàn Thị Hương

Chọn D

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 2 \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x + 4 = 2x^3 - 5x^2 + 3x + 2 \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 2x^3 - 5x^2 + 6x - 2 = 0 \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Vậy $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b = 3.$

Câu 22.1. Biết rằng đường thẳng $y = 2x - 3$ và đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + 2x - 3$ có hai điểm chung phân biệt A và B , biết điểm $B(x_B; y_B)$ có hoành độ âm. Tìm $x_B + y_B$.

- A.** $x_B + y_B = -6$. **B.** $x_B + y_B = -3$. **C.** $x_B + y_B = -5$. **D.** $x_B + y_B = -1$.

Lời giải

Tác giả: Đoàn Thị Hường; Fb: Đoàn Thị Hường

Chọn A

Hoành độ giao điểm A, B là nghiệm của phương trình

$$x^3 + x^2 + 2x - 3 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^3 + x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vì $x_B < 0 \Rightarrow x_B = -1 \Rightarrow y_B = -5 \Rightarrow x_B + y_B = -6$.

Câu 22.2. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = -3x + 1$ và đường cong $y = \frac{2x-5}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

- A.** $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Đoàn Thị Hường; Fb: Đoàn Thị Hường

Chọn D

Hoành độ giao điểm M, N là nghiệm của phương trình

$$-3x + 1 = \frac{2x-5}{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x - 5 = (x-1)(-3x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 3x^2 - 2x - 4 = 0 \end{cases} \quad (1).$$

Để thấy (1) có hai nghiệm x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = \frac{2}{3}$ và do đó $x_M + x_N = \frac{2}{3} \Rightarrow x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{1}{3}$.

Câu 23. Biết rằng phương trình $5\log_3^2 x - \log_3(9x) + 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tìm khẳng định đúng?

- A.** $x_1 x_2 = \sqrt[5]{3}$. **B.** $x_1 x_2 = \frac{1}{\sqrt[5]{3}}$. **C.** $x_1 + x_2 = \frac{1}{5}$. **D.** $x_1 x_2 = -\frac{1}{5}$.

Lời giải

Tác giả: Đoàn Thị Hường; Fb: Đoàn Thị Hường

Chọn A

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có } 5\log_3^2 x - \log_3(9x) + 1 = 0 \Leftrightarrow 5\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } \log_3 x = t \text{ phương trình (1) trở thành } 5t^2 - t - 1 = 0 \quad (2).$$

Để thấy phương trình (2) có hai nghiệm t_1, t_2 và $t_1 + t_2 = \frac{1}{5}$ và do đó phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \frac{1}{5} \Rightarrow \log_3(x_1 x_2) = \frac{1}{5} \Rightarrow x_1 x_2 = 3^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{3}$.

Câu 23.1. Biết rằng phương trình $4^x - 2^{x+2} + 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Tìm khẳng định đúng?

A. $x_1 + x_2 = 0$.

B. $x_1 x_2 = 1$.

C. $x_1 + x_2 = 4$.

D. $x_1 x_2 = 2$.

Lời giải

Tác giả: Đoàn Thị Hường; Fb: Đoàn Thị Hường

Chọn A

$$\text{Ta có } 4^x - 2^{x+2} + 1 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 4 \cdot 2^x + 1 = 0 \quad (1).$$

$$\text{Đặt } 2^x = t \ (t > 0) \text{ phương trình (1) trở thành } t^2 - 4t + 1 = 0 \quad (2).$$

Để thấy phương trình (2) có hai nghiệm $t_1, t_2 > 0$ và $t_1 t_2 = 1$ và do đó phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 1 \Leftrightarrow 2^{x_1 + x_2} = 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0$.

(Học sinh có thể sử dụng máy tính cho câu 23 và pt23.1)

Câu 23.2 Cho phương trình $12\log_9^2 x - (3m+1)\log_3 x + m - 3 = 0 \quad (1)$ (m là tham số). Giả sử $m = m_0$ là giá trị thỏa mãn phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \cdot x_2 = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1 < m_0 < 2$.

B. $3 < m_0 < 4$.

C. $0 < m_0 < \frac{3}{2}$.

D. $2 < m_0 < 3$.

Lời giải

Tác giả: Đoàn Thị Hường; Fb: Đoàn Thị Hường

Chọn C

$$\text{Ta có: } 12\log_9^2 x - (3m+1)\log_3 x + m - 3 = 0 \quad (1) \quad \text{Đk: } x > 0$$

$$\Leftrightarrow 12(\log_3^2 x) - (3m+1)\log_3 x + m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 12\left(\frac{1}{2}\log_3 x\right)^2 - (3m+1)\log_3 x + m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\log_3^2 x - (3m+1)\log_3 x + m - 3 = 0$$

$$\text{Đặt } t = \log_3 x. \text{ Khi đó phương trình (1) trở thành } 3t^2 - (3m+1)t + m - 3 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Phương trình đã cho có hai nghiệm } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } x_1 \cdot x_2 = 3 \Leftrightarrow \log_3(x_1 \cdot x_2) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 1 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 1$$

$$(\text{Với } t_1 = \log_3 x_1 \text{ và } t_2 = \log_3 x_2)$$

Áp dụng hệ thức Vi-et cho phương trình (2) ta có $t_1 + t_2 = 1 \Leftrightarrow \frac{-b}{a} = 1 \Leftrightarrow \frac{3m+1}{3} = 1 \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}$.

Thử lại phương trình (2) dễ thấy $m = \frac{2}{3} = m_0$ phương trình (2) có hai nghiệm.

Vậy $0 < m_0 < \frac{3}{2}$ là mệnh đề đúng.

Câu 24. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 5z + 7 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

A. $4\sqrt{7}$.

B. 56.

C. 14.

D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2 - 5z + 7 = 0$ có hai nghiệm $z = \frac{5-i\sqrt{3}}{2}$ và $z = \frac{5+i\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 14$.

Câu 24.1. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Tính $P = z_1^3 + z_2^3$.

A. -20.

B. 20.

C. $14\sqrt{7}$.

D. $28\sqrt{7}$.

Câu 25. Cho khối nón có thiết diện qua trục là tam giác cân có một góc 120° và cạnh bên bằng a . Tính thể tích khối nón.

A. $\frac{\pi a^3}{8}$.

B. $\frac{3\pi a^3}{8}$.

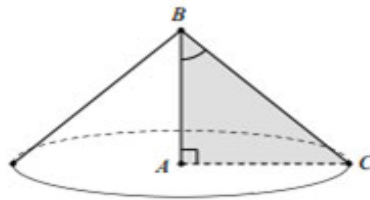
C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Giáp Văn Quân ; Fb: quanbg.quan

Chọn A



Ta có: tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $BC = a$.

Do đó hình nón có độ dài đường sinh $l = a$,

Bán kính đáy $r = AC = BC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Đường cao hình nón $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \frac{a}{2}$

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{\pi a^3}{8}$.

Câu 25.1 Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a .

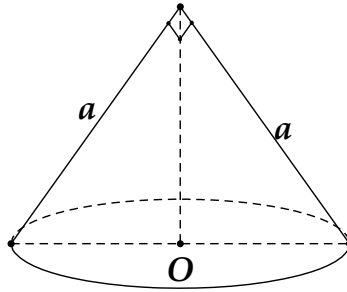
Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

C. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

D. $\frac{2\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

Lời giải*Tác giả: Giáp Văn Quân ; Fb: quanbg.quan***Chọn B**

Thiết diện qua trục là một tam giác vuông cạnh a nên đường sinh của hình nón là a và bán kính đáy là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên ta có $S_{xq} = \pi r l = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải*Tác giả: Nguyễn Văn Nghĩa ; Fb: Nghĩa Văn Nguyễn***Chọn B**

+ Vì $\frac{1}{3}$ không là số nguyên nên điều kiện là $x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

+ Chọn B

Câu 26.1 Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-3}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải*Tác giả: Nguyễn Văn Nghĩa ; Fb: Nghĩa Văn Nguyễn***Chọn A**

+ Vì -3 là số nguyên âm nên điều kiện là $x^2 - 3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$

+ Chọn A

Câu 26.2 Tập xác định của hàm số $y = (-2x^2 - x + 3)^{2e-1}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{2}; 1\right\}$.

B. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

C. $\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải*Tác giả: Nguyễn Văn Nghĩa ; Fb: Nghĩa Văn Nguyễn***Chọn C**

+ Vì $2e-1$ không là số nguyên nên điều kiện là $-2x^2 - x + 3 > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{3}{2}; 1\right)$

+ Chọn C

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0$ là:

A. $\left(-\frac{1}{4}; 0\right)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải

Tác giả: Văn Bùi Vũ ; Fb: Van Tuan Vu

Chọn D

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0 \Leftrightarrow 0 < 2x+1 < 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$.

Tập nghiệm của bất phương trình: $S = \left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 27.1 Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là:

A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$ B. $(-\infty; 2)$ **C. $(2; 3)$** D. $(3; +\infty)$

Lời giải

Tác giả: Văn Bùi Vũ ; Fb: Van Tuan Vu

Chọn C

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0 \Leftrightarrow 0 < x^2 - 5x + 7 < 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Tập nghiệm của bất phương trình: $S = (2; 3)$.

Câu 27.2 Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là.

A. $S = (1; 9)$ B. $S = (9; +\infty)$ C. $S = [1; 9)$ D. $S = (-\infty; 9)$

Lời giải

Tác giả: Văn Bùi Vũ ; Fb: Van Tuan Vu

Chọn A

Ta có: $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow 0 < x-1 < 8 \Leftrightarrow 1 < x < 9$.

Tập nghiệm của bất phương trình: $S = (1; 9)$.

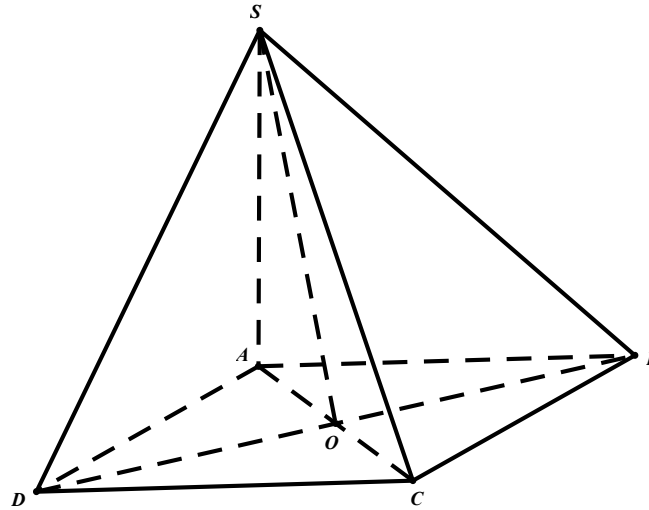
Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp (ABCD)$. Tính góc giữa SA và $mp(SBD)$.

A. 60° .B. 90° .**C. 30° .**D. 45° .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Đình Hải ; Fb: Nguyen Dinh Hai

Chọn C



Ta có $\left. \begin{matrix} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{matrix} \right\} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ mà $BD \subset (SBD) \Rightarrow (SAC) \perp (SBD)$ và

$(SAC) \cap (SBD) = SO$ suy ra $(SA, (SBD)) = (SA, SO) = \widehat{ASO}$ vì tam giác SAO vuông tại A .

Ta có tam giác ABC đều cạnh $2a \Rightarrow OA = \frac{1}{2} AC = a$.

Xét tam giác vuông SAO ta có: $\tan \widehat{ASO} = \frac{OA}{SA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ASO} = 30^\circ$.

Vậy $(SA, (SBD)) = 30^\circ$.

Câu 28.1 (THPT QUỐC GIA 2018 - MÃ ĐỀ 102) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° .

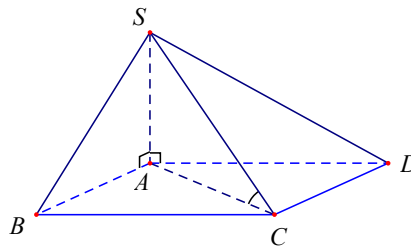
B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A

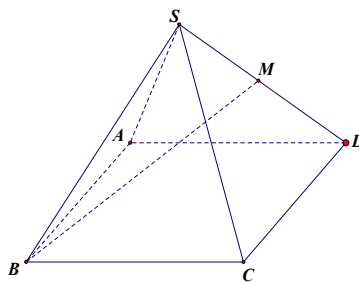


Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng góc $\widehat{SCA}$.

Ta có $SA = \sqrt{2}a$, $AC = \sqrt{2}a \Rightarrow \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45° .

Câu 28.2 (Tham khảo 2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

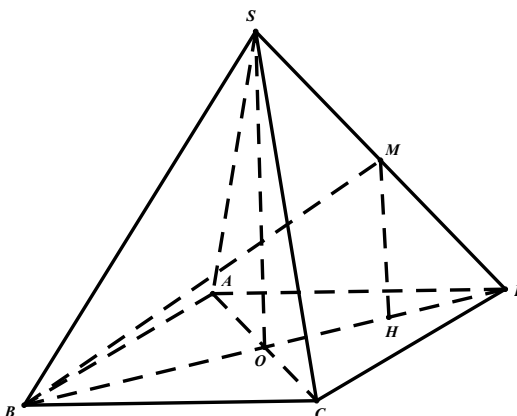
B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông. Ta có $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

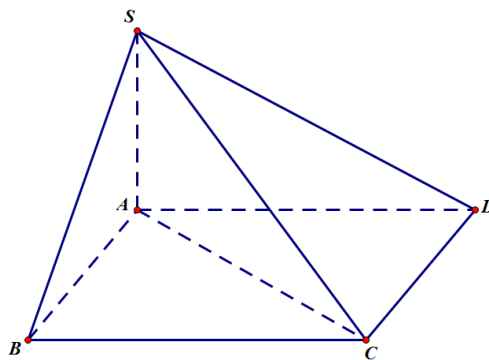
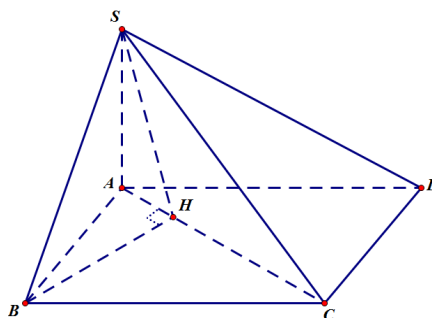
Gọi M là trung điểm của OD ta có $MH \parallel SO$ nên H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(ABCD)$ và $MH = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Do đó góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{MBH}$.

$$\text{Khi đó ta có } \tan \widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{3}.$$

Vậy tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\frac{1}{3}$

Câu 28.3 (THPT Chuyên - ĐH Vinh - Lần 3 - 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a$, $AD = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) bằng

**A.** 30° .**B.** 60° .**C.** 45° .**D.** 75° .**Lời giải****Chọn A**Vẽ $BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (SAC)$ Suy ra góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) là $\widehat{BSH}$

$$BH = \frac{BA \cdot BC}{AC} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$$

$$\sin \widehat{BSH} = \frac{BH}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BSH} = 30^\circ.$$

Câu 29. Biết $\int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx = \frac{a}{e+1} + b \ln \frac{2}{e+1} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $a+b+c$.

A. -1 .**B.** 1 .**C.** 3 .**D.** 2 .**Lời giải***Tác giả: Nguyễn Mạnh Dũng; Fb: Mạnh Dũng***Chọn B**

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{(1+x)^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{-1}{1+x} \end{cases}.$$

$$\int_1^e \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx = -\frac{\ln x}{1+x} \Big|_1^e + \int_1^e \frac{1}{x(1+x)} dx = -\frac{1}{e+1} + \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx.$$

$$= -\frac{1}{e+1} + (\ln x - \ln(x+1)) \Big|_1^e = -\frac{1}{e+1} + 1 - \ln(e+1) - \ln 1 + \ln 2.$$

$$= -\frac{1}{e+1} + \ln \frac{2}{e+1} + 1 = \frac{a}{e+1} + b \ln \frac{2}{e+1} + c \Rightarrow a = -1; b = 1; c = 1 \Rightarrow a + b + c = 1.$$

Câu 29.1. Biết $\int \frac{1}{1+\cos x} dx = a \cdot \tan \frac{x}{b} + C$. Giá trị của $S = a - b$ là

A. 1.

B. -1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải**Chọn B**

Nhận xét: Do chưa thể áp dụng các công thức nguyên hàm cơ bản, quan sát mẫu thấy rằng có thể áp dụng công thức hạ bậc: $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2} \Rightarrow 1+\cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$.

$$\text{Ta có: } \int \frac{1}{1+\cos x} dx = \int \frac{1}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} dx = \int \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}} d\left(\frac{x}{2}\right) = \tan \frac{x}{2} + C = 1 \cdot \tan \frac{x}{2} + C.$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 2 \Rightarrow S = a - b = 1 - 2 = -1.$$

Câu 29.2. Cho hàm số $y = e^x \sin x$. Họ nguyên hàm của hàm số trên là

A. $\frac{1}{2} e^x \cos x + \frac{1}{2} e^x \sin x + C.$

B. $-\frac{1}{2} e^x \cos x - \frac{1}{2} e^x \sin x + C.$

C. $\frac{1}{2} e^x \cos x - \frac{1}{2} e^x \sin x + C.$

D. $-\frac{1}{2} e^x \cos x + \frac{1}{2} e^x \sin x + C.$

Lời giải**Chọn D**

Phương pháp: Áp dụng phương pháp nguyên hàm từng phần.

$$\text{Đặt } I = \int e^x \sin x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = -\cos x \end{cases} \Rightarrow I = -e^x \cos x + \int e^x \cos x dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u_1 = e^x \\ dv_1 = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = e^x dx \\ v_1 = \sin x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = -e^x \cos x + e^x \sin x - \int e^x \sin x dx = -e^x \cos x + e^x \sin x + C_1 - I.$$

$$\Rightarrow 2I = -e^x \cos x + e^x \sin x + C_1 \Rightarrow I = -\frac{1}{2} e^x \cos x + \frac{1}{2} e^x \sin x + C \text{ (với } C = \frac{1}{2} C_1 \text{)}.$$

Câu 30. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đi qua điểm $A(3;2)$?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.**Lời giải**

Tác giả: Nguyễn Tất Thành; Fb: Thanh Nguyen

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x.$$

Giả sử $B \in (C) \Rightarrow B(x_0; y_0) \Rightarrow y_0 = x_0^3 - 3x_0^2 + 2$.

Phương trình tiếp tuyến (T) của (C) tại B là $y - (x_0^3 - 3x_0^2 + 2) = (3x_0^2 - 6x_0)(x - x_0)$.

(T) đi qua $A(3; 2)$ nên $2 - (x_0^3 - 3x_0^2 + 2) = (3x_0^2 - 6x_0)(3 - x_0)$.

$$\Leftrightarrow 2x_0^3 - 12x_0^2 + 18x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 3 \end{cases}.$$

Khi đó hai tiếp tuyến là: $y = 2$ hoặc $y = 9x - 25$.

Vậy có 2 tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua $A(3; 2)$.

Câu 30.1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) xuất phát từ $M(-1; 3)$.

- A. $y = 3x - 1$; $y = -3x$. B. $y = 13$; $y = -3x$. C. $y = 3$; $y = -3x + 1$. **D. $y = 3$; $y = -3x$.**

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tất Thành; Fb: Thanh Nguyen

Chọn D

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$. Gọi $M(x_0; y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến d với $(C) \Rightarrow y_0 = \frac{x_0^2 - x_0 + 1}{x_0 - 1}$

$$d: y = \frac{x_0^2 - 2x_0}{(x_0 - 1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0^2 - x_0 + 1}{x_0 - 1}$$

$$\text{Cách 1: } M \in d \Leftrightarrow 3 = \frac{x_0^2 - 2x_0}{(x_0 - 1)^2}(-1 - x_0) + \frac{x_0^2 - x_0 + 1}{x_0 - 1}$$

$$\Leftrightarrow 3(x_0 - 1)^2 = (x_0^2 - 2x_0)(-x_0 - 1) + (x_0 - 1)(x_0^2 - x_0 + 1)$$

$$\Leftrightarrow 2x_0^2 - 5x_0 + 2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2, x_0 = \frac{1}{2}$$

- Với $x_0 = 2 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y = 3$.
- Với $x_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y = -3x$.

Cách 2: Gọi d là đường thẳng đi qua $M(-1; 3)$, có hệ số góc k , khi đó phương trình d có dạng:
 $y = k(x + 1) + 3$.

d tiếp xúc đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ phương trình sau có nghiệm x_0 :

$$\begin{cases} \frac{x_0^2 - x_0 + 1}{x_0 - 1} = k(x_0 + 1) + 3 & (1) \\ \frac{x_0^2 - 2x_0}{(x_0 - 1)^2} = k & (2) \end{cases}$$

Thế (2) vào (1) ta được: $\frac{x_0^2 - x_0 + 1}{x_0 - 1} = \frac{x_0^2 - 2x_0}{(x_0 - 1)^2}(x_0 + 1) + 3$

$$\Leftrightarrow 2x_0^2 - 5x_0 + 2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2, x_0 = \frac{1}{2}.$$

• Với $x_0 = 2 \Rightarrow k = 0 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y = 3$.

• Với $x_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow k = -3 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y = -3x$.

Câu 30.2. Cho hàm số: $y = x^4 - 2x^2$ có đồ thị là (C) . Tìm những điểm M trên trục Oy để từ M kẻ được 4 tiếp tuyến đến (C) .

A. $M(0; m)$ với $0 < m < 1$. B. $M(0; m)$ với $-1 < m < \frac{1}{3}$.

C. $M(0; m)$ với $0 < m < \frac{2}{3}$. **D. $M(0; m)$ với $0 < m < \frac{1}{3}$.**

Lời giải

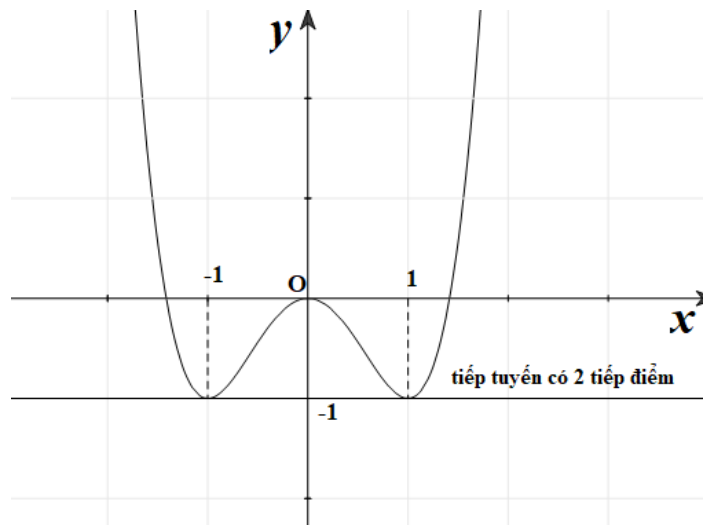
Tác giả: Nguyễn Tất Thành; Fb: Thanh Nguyen

Chọn D

$$M \in Oy \Rightarrow M(0; m); B \in (C) \Rightarrow B(x_0; y_0) \Rightarrow y_0 = x_0^4 - 2x_0^2.$$

Phương trình tiếp tuyến (T) của (C) tại B là $y - (x_0^4 - 2x_0^2) = (4x_0^3 - 4x_0)(x - x_0)$.

$$(T) \text{ đi qua } M(0; m) \text{ nên } m - (x_0^4 - 2x_0^2) = (4x_0^3 - 4x_0)(-x_0) \Leftrightarrow 3x_0^4 - 2x_0^2 + m = 0 \quad (*).$$



Khi $m = -1$ thì tiếp tuyến có 2 tiếp điểm là $(-1; -1)$ và $(1; -1)$.

Vậy từ $M(0; m)$ kẻ được 4 tiếp tuyến đến đồ thị (C) khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt khác ± 1 .

$$\text{Đặt } X = x_0^2 \text{ ta có phương trình } 3X^2 - 2X + m = 0 \quad (**)$$

Phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt khác ± 1 khi và chỉ khi $(**)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - 3m > 0 \\ P = \frac{m}{3} > 0 \\ S = \frac{2}{3} > 0 \\ 1 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{3}$$

Vậy từ những điểm $M(0; m)$ với $0 < m < \frac{1}{3}$ kẻ được 4 tiếp tuyến đến đồ thị (C) của hàm số đã cho.

Câu 31. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\cos x + 1}{\cos x - 2}$. Khi đó ta có

A. $9M + m = 0$.

B. $9M - m = 0$.

C. $M + 9m = 0$.

D. $M + m = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\cos x = t$ ($|t| \leq 1$) ta có $f(t) = \frac{2t+1}{t-2}$, với $\forall t \in [-1; 1]$.

$$f'(t) = \frac{-5}{(t-2)^2} < 0 \text{ với } \forall t \in [-1; 1] \Rightarrow \text{hàm số nghịch biến trên } [-1; 1].$$

$$\Rightarrow M = \max_{[-1; 1]} f(t) = f(-1) = \frac{1}{3} \text{ và } m = \min_{[-1; 1]} f(t) = f(1) = -3.$$

Vậy $9M + m = 0$.

Nên chọn A.

Câu 31.1. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{3 - 2\sin x}$. Khi đó ta có

A. $M + 2019m = 2$.

B. $M - 2019m = -2019$.

C. $2M + 3m = 0$.

D. $M + m = 1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\sin x = t$ ($|t| \leq 1$) ta có $f(t) = \frac{t+1}{3-2t}$ với $\forall t \in [-1; 1]$.

$$f'(t) = \frac{5}{(3-2t)^2} > 0 \text{ với } \forall t \in [-1; 1] \Rightarrow \text{hàm số đồng biến trên } [-1; 1].$$

$$\Rightarrow M = \max_{[-1; 1]} f(t) = f(1) = 2 \text{ và } m = \min_{[-1; 1]} f(t) = f(-1) = 0.$$

Vậy $M + 2019m = 2$.

Nên chọn A.

Câu 31.2. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + m}{3 - 2\sin x}$ thuộc đoạn $[-2; 2]$. Khi đó số phần tử của S là

A. 11. **B.** 10.

C. Vô số.

D. 9.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\sin x = t$ ($|t| \leq 1$) ta có $f(t) = \frac{t+m}{-2t+3}$ với $\forall t \in [-1; 1]$.

Ta có $f'(t) = \frac{2m+3}{(-2t+3)^2}$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên ta xét hai trường hợp sau

+TH1: $\forall m \geq -1$ thì hàm số đồng biến trên $[-1; 1]$.

$$\Rightarrow \max_{[-1; 1]} f(t) = f(1) = m+1.$$

Xét $m+1 \in [-2; 2] \Rightarrow -3 \leq m \leq 1$. Vậy $m \in \{0; \pm 1\}$.

+TH2: $\forall m \leq -2$ thì hàm số nghịch biến trên $[-1; 1]$.

$$\Rightarrow \max_{[-1; 1]} f(t) = f(-1) = \frac{m-1}{5}.$$

Xét $\frac{m-1}{5} \in [-2; 2] \Rightarrow -9 \leq m \leq 11$. Vậy $m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2\}$.

Vậy tập S có 11 phần tử.

Nên chọn A.

Nhận xét của Admin tổ 4:

Cách khác liên quan đến bản chất Max, Min của hàm số:

Để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + m}{3 - 2 \sin x}$ thuộc đoạn $[-2; 2]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sin x + m}{3 - 2 \sin x} \leq 2, \forall x \in \mathbb{R} & (1) \\ \exists x \in \mathbb{R} : \frac{\sin x + m}{3 - 2 \sin x} \geq -2 & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 6 - 5 \sin x, \forall x \in \mathbb{R} \\ \exists x \in \mathbb{R} : m \geq -6 + 3 \sin x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -9 \leq m \leq 1.$$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(-1; 3; 0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$.

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$. **B.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$. **D.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang 215; Fb: Trang Nguyễn

Chọn A

Vì mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng (P) nên có bán kính $r = d(I, (P)) = \frac{|2(-1) - 3 + 0 + 11|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.

Câu PT 32.1. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(1; -1; 2)$ và tiếp xúc với đường

$$\text{thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}.$$

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 11$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 121$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 11$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 121$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang 215; Fb: Trang Nguyễn

Chọn A

Gọi $H(1+t; 3-t; 1+2t)$ là hình chiếu của I trên đường thẳng Δ , suy ra $\overrightarrow{IH} = (t; 4-t; 2t-1)$.

Đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương $u_\Delta = (1; -1; 2)$.

Theo bài ra, ta có $\overrightarrow{u_\Delta} \cdot \overrightarrow{IH} = 0 \Leftrightarrow t + t - 4 + 4t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Suy ra $H(2; 2; 3)$, khi đó mặt cầu có bán kính $r = \sqrt{11}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 11$.

Câu PT 32.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Viết phương trình của mặt cầu (S) .

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 13$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 169$.

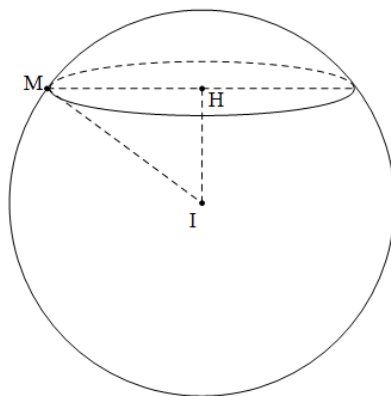
C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 13$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 169$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thu Trang 215; Fb: Trang Nguyễn

Chọn A



Giả sử đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có tâm H , bán kính HM .

$$IH = d(I, (P)) = \frac{|2+1+2+1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2.$$

Bán kính của mặt cầu (S) là $r = IM = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

Vậy phương trình của mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 13$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 4\pi$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+2i) - \bar{z}(2-3i) = -4+12i$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức z .

A. $M(3;1)$.

B. $M(3;-1)$.

C. $M(-1;3)$.

D. $M(1;3)$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thơm; Fb: Tranthom

Chọn B

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Khi đó: $z(1+2i) - \bar{z}(2-3i) = -4+12i$

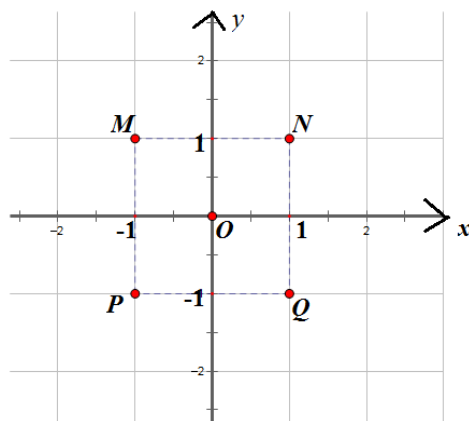
$$\Leftrightarrow (a+bi)(1+2i) - (a-bi)(2-3i) = -4+12i$$

$$\Leftrightarrow -a+b+(5a+3b)i = -4+12i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -a+b = -4 \\ 5a+3b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$$

Do đó điểm M biểu diễn số phức z có tọa độ là $(3;-1)$.

PT 33.1 Cho số phức z thỏa mãn $(1+3i)z - 3\bar{z} = -5+7i$. Điểm nào sau đây trong các điểm M, N, P, Q biểu diễn cho số phức z ?

A. Điểm M .**B. Điểm N .**C. Điểm P .D. Điểm Q .**Lời giải***Tác giả: Trần Thị Thơm; Fb: Tranthom***Chọn B**Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Khi đó: } (1+3i)z - 3\bar{z} = -5 + 7i$$

$$\Leftrightarrow (1+3i)(a+bi) - 3(a-bi) = -5 + 7i$$

$$\Leftrightarrow -2a - 3b + (3a + 4b)i = -5 + 7i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a - 3b = -5 \\ 3a + 4b = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}.$$

Do đó điểm biểu diễn cho số phức z có tọa độ là $(1;1)$ là điểm N trên hình vẽ.**PT 33.2** Cho số phức z thỏa mãn $(2i+3)z - (1-i)\bar{z} = -2 + 8i$. Khoảng cách từ điểm biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy đến điểm $M(1;2)$ bằng**A. 1.**

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải*Tác giả: Trần Thị Thơm; Fb: Tranthom***Chọn A**Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

$$\text{Khi đó: } (2i+3)z - (1-i)\bar{z} = -2 + 8i$$

$$\Leftrightarrow (2i+3)(a+bi) - (1-i)(a-bi) = -2 + 8i$$

$$\Leftrightarrow 2a - b + (3a + 4b)i = -2 + 8i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = -2 \\ 3a + 4b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Do đó điểm N biểu diễn cho số phức z có tọa độ là $(0;2)$.Ta có khoảng cách cần tìm là $MN = 1$.

Câu 34. Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x), y = \frac{f(x)+3}{g(x)+1}$. Hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x=1$ bằng nhau và khác 0. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $f(1) > -3$.

B. $f(1) < -3$.

C. $f(1) \leq -\frac{11}{4}$.

D. $f(1) \geq -\frac{11}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thanh My ; Fb: Thanh My Phạm

Chọn C

$$\text{Đặt } y = h(x) = \frac{f(x)+3}{g(x)+1}$$

$$\text{Ta có } h'(x) = \frac{f'(x)[g(x)+1] - g'(x)[f(x)+3]}{[g(x)+1]^2}$$

$$\text{Theo bài ra ta có } f'(1) = g'(1) = h'(1) \neq 0$$

$$\Rightarrow h'(1) = \frac{f'(1)[g(1)+1] - g'(1)[f(1)+3]}{[g(1)+1]^2}$$

$$\Leftrightarrow [g(1)+1]^2 = g(1) - f(1) - 2$$

$$\Leftrightarrow f(1) = -g^2(1) - g(1) - 3$$

$$\Leftrightarrow f(1) = -\left[g(1) + \frac{1}{2}\right]^2 - \frac{11}{4} \leq -\frac{11}{4}$$

PT 34.1. Cho tiếp tuyến của các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x), y = \frac{f(x)+3}{g(x)+1}$ lần lượt tạo với chiều dương của trục Ox các góc $60^\circ, 60^\circ, 30^\circ$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $f(1) > -\frac{9}{4}$.

B. $f(1) < -\frac{9}{4}$.

C. $f(1) \leq -\frac{27}{4}$.

D. $f(1) \geq -\frac{27}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thanh My ; Fb: Thanh My Phạm

Chọn D

$$\text{Đặt } y = h(x) = \frac{f(x)+3}{g(x)+1}$$

$$\text{Ta có } h'(x) = \frac{f'(x)[g(x)+1] - g'(x)[f(x)+3]}{[g(x)+1]^2}$$

$$\text{Theo bài ra ta có } f'(1) = g'(1) = \sqrt{3}, h'(1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow h'(1) &= \frac{f'(1)[g(1)+1] - g'(1)[f(1)+3]}{[g(1)+1]^2} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{3}[g(1)+1] - \sqrt{3}[f(1)+3]}{[g(1)+1]^2} \\ \Leftrightarrow [g(1)+1]^2 &= 3g(1) - 3f(1) - 6 \\ \Leftrightarrow 3f(1) &= -g^2(1) + g(1) - 7 \\ \Leftrightarrow 3f(1) &= -\left[g(1) - \frac{1}{2}\right]^2 - \frac{27}{4} \leq -\frac{27}{4} \\ \Rightarrow f(1) &\leq -\frac{9}{4} \end{aligned}$$

Câu 35. Trên các cạnh AB , BC , CA của tam giác ABC lần lượt lấy 2, 4, n ($n > 3$) điểm phân biệt (các điểm không trùng với các đỉnh của tam giác). Tìm n biết rằng số tam giác có các đỉnh thuộc $n+6$ điểm đã cho là 247

A. 6 . **B. 7 .**

C. 5 .

D. 8 .

Lời giải*Tác giả: Quỳnh Giao; Fb: QGiaoDo***Chọn B**

Lấy ba điểm phân biệt không thẳng hàng sẽ tạo thành một tam giác nên số tam giác tạo thành là:

$$C_{n+6}^3 - C_4^3 - C_n^3 = 247 \Leftrightarrow n = 7$$

Phát triển

Câu 35.1. Cho tam giác ABC , gọi S là tập hợp gồm 4 đường thẳng song song với AB , 6 đường thẳng song song với BC và 8 đường thẳng song song với AC . Hỏi có bao nhiêu hình bình hành được tạo thành từ các đường thẳng thuộc tập S

A. 2712 .

B. 678 .

C. 652 .

D. 2436 .

Lời giải*Tác giả: Quỳnh Giao; Fb: QGiaoDo***Chọn B**

Ta chia tập S thành 3 nhóm, nhóm 1 gồm 4 đường thẳng song song với AB , nhóm 2 gồm 6 đường thẳng song song với BC , nhóm 3 gồm 8 đường thẳng song song với AC . Khi đó cứ 2 đường thẳng thuộc nhóm này và hai đường thẳng thuộc nhóm khác sẽ tạo thành một hình bình hành. Khi đó số hình bình hành là:

$$C_4^2 \cdot C_6^2 + C_8^2 \cdot C_6^2 + C_4^2 \cdot C_8^2 = 678$$

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\ln 2} f(e^x + 1) dx = 5$ và $\int_2^3 \frac{(2x-3)f(x)}{x-1} dx = 3$. Tính

$$I = \int_2^3 f(x) dx.$$

A. $I = 2$.**B. $I = 4$.**C. $I = -2$.D. $I = 8$.**Lời giải***Tác giả: Vũ Danh Được; Fb: Danh Được Vũ***Chọn B**

$$\text{Đặt } t = e^x + 1 \Rightarrow dt = e^x dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{t-1}.$$

$$\text{Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 2; x = \ln 2 \Rightarrow t = 3.$$

$$\text{Do đó } \int_0^{\ln 2} f(e^x + 1) dx = 5 \Rightarrow \int_2^3 \frac{f(t)}{t-1} dt = 5 \Rightarrow \int_2^3 \frac{f(x)}{x-1} dx = 5.$$

$$\text{Ta có } \int_2^3 \frac{(2x-3)f(x)}{x-1} dx = \int_2^3 \frac{(2x-2-1)f(x)}{x-1} dx = \int_2^3 \left[2f(x) - \frac{f(x)}{x-1} \right] dx = 3.$$

$$\text{Suy ra } 2I - \int_2^3 \frac{f(x)}{x-1} dx = 3 \Rightarrow 2I = 8 \Leftrightarrow I = 4.$$

PT 36.1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 4f(x) - x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x) dx = 1$

$$\text{. Tính tích phân } I = \int_1^2 f(x) dx.$$

A. $I = 9$.**B. $I = 6$.**C. $I = 5$.D. $I = 8$.**Lời giải***Tác giả: Vũ Danh Được; Fb: Danh Được Vũ***Chọn B**

$$\text{Ta có } K = \int_0^1 f(2x) dx = \int_0^1 [4f(x) - x] dx = 4 \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 x dx = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}.$$

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx. \text{ Đổi cận } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = 2.$$

$$K = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt \Rightarrow \int_0^2 f(t) dt = 7 \Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 7.$$

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx \Rightarrow I = \int_1^2 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = 7 - 1 = 6.$$

Câu 37. Cho khối hộp $ABCD A' B' C' D'$ có thể tích V . Các điểm M, N, P thỏa mãn $\overline{AM} = 2\overline{AC}$, $\overline{AN} = 3\overline{AB'}$, $\overline{AP} = 4\overline{AD'}$. Tính thể tích khối chóp $AMNP$ theo V .

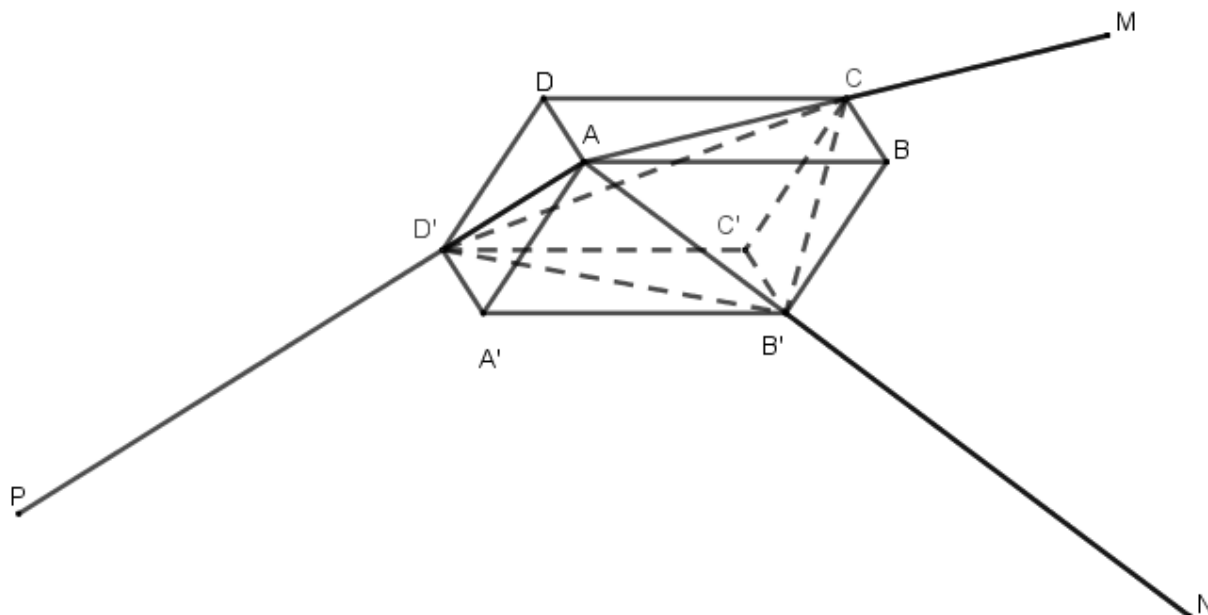
A. $6V$.**B. $8V$.**C. $12V$.D. $4V$.**Phân tích:**

- ✓ Nhận dạng bài toán: Đây là bài toán tính thể tích khối đa diện thông qua tỉ số thể tích.
- ✓ Kiến thức cần nhớ: Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các đường thẳng SA, SB, SC lần lượt

$$\text{lấy ba điểm } A', B', C' \text{ khác } S. \text{ Ta có: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

Lời giải

Tác giả: Vũ Nga; Fb: Nga Vu

Chọn B

Ta có: $\frac{V_{A.MNP}}{V_{A.CB'D'}} = \frac{AM}{AC} \cdot \frac{AN}{AB'} \cdot \frac{AP}{AD'} = 2.3.4 = 24 \Rightarrow V_{A.MNP} = 24V_{A.CB'D'}.$

Mà: $V_{A.CB'D'} = V_{ABCD A'B'C'D'} - V_{A.A'B'D'} - V_{A.B'BC} - V_{A.D'DC} - V_{C.C'B'D'} = V - 4 \cdot \frac{1}{6}V = \frac{V}{3} \Rightarrow V_{A.MNP} = 8V.$

Câu PT 37.1 Cho khối hộp $ABCD A'B'C'D'$ có thể tích V . Lấy điểm M đối xứng với A qua C , điểm N đối xứng với A qua B' , điểm P thỏa mãn $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AD'}$. Tìm k để thể tích khối chóp $AMNP$ bằng $\frac{V}{2}$.

A. $k = \frac{3}{8}.$

B. $k = \pm \frac{3}{8}.$

C. $k = \frac{1}{2}.$

D. $k = \pm \frac{1}{2}.$

Lời giải

Tác giả: Vũ Nga; Fb: Nga Vu

Chọn B

Ta có: $\frac{V_{A.MNP}}{V_{A.CB'D'}} = \frac{AM}{AC} \cdot \frac{AN}{AB'} \cdot \frac{AP}{AD'} = 2.2 \cdot |k| = 4|k| \Rightarrow V_{A.MNP} = 4|k|V_{A.CB'D'}.$

Mà: $V_{A.CB'D'} = V_{ABCD A'B'C'D'} - V_{A.A'B'D'} - V_{A.B'BC} - V_{A.D'DC} - V_{C.C'B'D'} = V - 4 \cdot \frac{1}{6}V = \frac{V}{3} \Rightarrow V_{A.MNP} = \frac{4}{3}|k|V.$

$\Rightarrow V_{A.CB'D'} = \frac{V}{2} \Leftrightarrow |k| = \frac{3}{8}.$

Câu PT 37.2 Cho khối lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$ có thể tích V . Điểm M là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(C'B'M)$ chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện có thể tích là V_1 và V_2 , biết V_1 là khối chứa điểm A . Tính V_2 theo V .

A. $V_2 = \frac{7}{12}V$.

B. $V_2 = \frac{5}{12}V$.

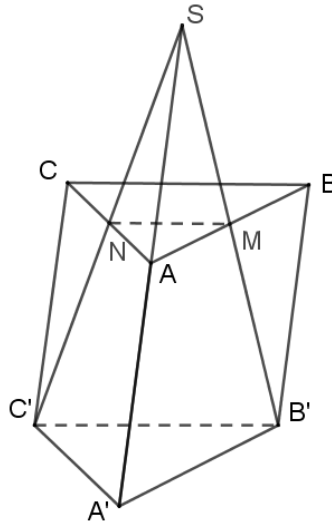
C. $V_2 = \frac{5}{6}V$.

D. $V_2 = \frac{17}{24}V$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Nga; Fb: Nga Vu

Chọn B



Do $C'B' \parallel (ABC)$ nên $(C'B'M)$ cắt AC tại điểm N thỏa mãn $MN \parallel B'C' \Rightarrow N$ là trung điểm AC .

Dễ thấy 3 đường $C'N, B'M, A'A$ đồng quy tại S và $V_{S.AMN} = \frac{1}{8}V_{S.A'B'C'} \Rightarrow V_1 = \frac{7}{8}V_{S.A'B'C'}$.

Gọi h, S lần lượt là chiều cao và diện tích đáy của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$, ta có:

$$V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{3}d(S; (A'B'C')). S = \frac{1}{3}.2h.S = \frac{2}{3}V, \text{ vậy } \Rightarrow V_1 = \frac{7}{12}V \Rightarrow V_2 = \frac{5}{12}V.$$

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$, $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17}$ và z có phần ảo dương. Tìm tổng phần thực và phần ảo của z .

A. 2. B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Vân; Fb: Thanh Van

Chọn D

Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b > 0$).

Ta có

$$|z-1|=5 \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2a = 24 \quad (1)$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow \frac{1}{a+bi} + \frac{1}{a-bi} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow \frac{2a}{a^2+b^2} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow a^2+b^2 - \frac{34}{5}a = 0 \quad (2)$$

Trừ vế - vế của (1) cho (2) ta có $a=5 \Rightarrow b=3 \Rightarrow a+b=8$.

PT 38.1 Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=5$, $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17}$ và z có phần ảo âm. Tìm tổng phần thực và phần ảo của z .

A. 2. **B. 4.**

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Vân; Fb: Thanh Van

Chọn A

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b < 0$).

Ta có

$$|z-1|=5 \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2a = 24 \quad (1)$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow \frac{1}{a+bi} + \frac{1}{a-bi} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow \frac{2a}{a^2+b^2} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow a^2 + b^2 - \frac{34}{5}a = 0 \quad (2)$$

Trừ vế - vế của (1) cho (2) ta có $a=5 \Rightarrow b=-3 \Rightarrow a+b=2$.

PT 38.2 Cho số phức z thỏa mãn $|z-2|=5$, $\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{10}{41}$ và z có phần ảo dương. Tìm tổng phần thực và phần ảo của z .

A. 2. **B. 1.**

C. 9.

D. 8.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh Vân; Fb: Thanh Van

Chọn C

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, b > 0$).

Ta có

$$|z-2|=5 \Leftrightarrow (a-2)^2 + b^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 4a = 21 \quad (1)$$

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} = \frac{10}{41} \Leftrightarrow \frac{1}{a+bi} + \frac{1}{a-bi} = \frac{10}{41} \Leftrightarrow \frac{2a}{a^2+b^2} = \frac{10}{41} \Leftrightarrow a^2 + b^2 - \frac{41}{5}a = 0 \quad (2)$$

Trừ vế - vế của (1) cho (2) ta có $a=5 \Rightarrow b=4 \Rightarrow a+b=9$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{1}. \text{ Tìm tọa độ điểm } B \text{ đối xứng với } A \text{ qua } d.$$

A. B(-3;4;-4).

B. B(2;-1;3).

C. B(3;4;-4).

D. B(3;-4;4).

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Thu Trang; Fb: Trang Phạm

Chọn D

Từ phương trình đường thẳng d ta có véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u}(2;1;1)$

Gọi H là hình chiếu của A trên d , suy ra $H(6+2t;1+t;5+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH}(5+2t;-1+t;3+t)$. Khi đó
 $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(5+2t) + (-1+t) + (3+t) = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Với $t = -2$ thì $H(2;-1;3)$.

Gọi B là điểm đối xứng với A qua d thì H là trung điểm $AB \Rightarrow B(3;-4;4)$.

Câu PT 39.1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-6}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y+z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P) .

A. $\begin{cases} x = -6t \\ y = -2 - 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 6t \\ y = -2 - 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -6t \\ y = -2 + 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -6t \\ y = -2 - 5t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Thu Trang; Fb: Trang Phạm

Chọn A

Gọi $I = d \cap (P)$, khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 5 + t \\ 2x + 3y + z + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ x = 0 \\ y = -2 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow I(0; -2; 2).$$

Lấy $A(6;1;5) \in d$, gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) suy ra PT đường thẳng Δ

có dạng: $\begin{cases} x = 6 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases}$. Gọi $J = \Delta \cap (P)$, ta tính được $J\left(-\frac{18}{7}; -\frac{29}{7}; \frac{23}{7}\right)$.

Khi đó đường thẳng d' đi qua 2 điểm I, J có PTTS là: $\begin{cases} x = -6t \\ y = -2 - 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

Nhận xét Admin tổ 4 – Strong

Bài 39 + 39.1 đều có điều chung là cần tìm hình chiếu của 1 điểm tới 1 mặt. Ta có thể giải nhanh:

Cho $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$

$A(m;n;k)$. Gọi H là hình chiếu của A lên (α) .

Khi đó $\begin{cases} h = -\frac{am + bn + ck + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \\ H(m + ah; n + bh; k + ch) \end{cases}$

Câu 39: Ta có d qua $M(6;1;5)$; VTCP $\vec{u} = (2;1;1)$.

(P) qua A , $\perp d$ có phương trình:

$$2(x-1)+1(y-2)+1(z-2)=0$$

$$\Leftrightarrow 2x+y+z-6=0$$

H là hình chiếu của M lên $(P) \Rightarrow H(2;-1;3)$

B đối xứng với A qua $H \Rightarrow B(3;-4;4)$

Câu 39.1

$$I = d \cap (P) \Rightarrow I(0;-2;2)$$

$$A(6;1;5) \in d$$

$$H \text{ là hình chiếu của } A \text{ lên } (P) \Rightarrow H\left(-\frac{18}{7}; -\frac{29}{7}; \frac{23}{7}\right).$$

$$\Rightarrow d' \text{ qua } IH : \begin{cases} x = -6t \\ y = -2 - 5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$$

Câu 40. Ông An có một khu đất hình elip với độ dài trục lớn 10 m và độ dài trục bé 8 m. Ông An muốn chia khu đất thành hai phần, phần thứ nhất là một hình chữ nhật nội tiếp elip dùng để xây bể cá cảnh và phần còn lại dùng để trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 1000000 đồng trên $1m^2$ và chi phí trồng hoa là 1200000 đồng trên $1m^2$. Hỏi ông An có thể thiết kế xây dựng như trên với tổng chi phí thấp nhất gần nhất với số nào sau đây?

A. 67398224 đồng.

B. 67593346 đồng.

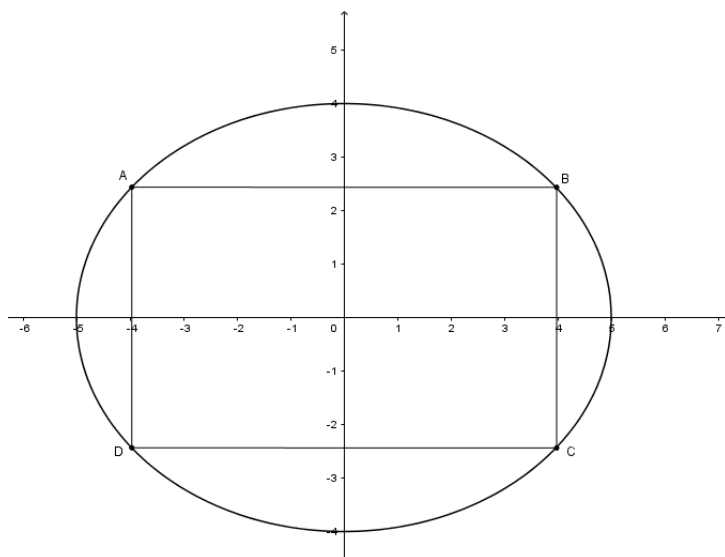
C. 63389223 đồng.

D. 67398228 đồng.

Lời giải

Tác giả: Phạm Văn Tuấn ; Fb: Phạm Tuấn

Chọn A



Gắn mảnh vườn hình elip của ông An vào hệ trục tọa độ như hình vẽ. Độ dài trục lớn 10m và độ dài trục bé bằng 8m nên ta có $a=5$ và $b=4$.

Phương trình của elip là: $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Diện tích của elip là: $S_{(E)} = \pi ab = 20\pi$.

Hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp elip. Đặt $AB = 2x$ ($0 < x < 5$) $\Rightarrow AD = 8\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $S_{ABCD} = 16x\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$.

Diện tích phần còn lại trồng hoa là: $S_{hoa} = 20\pi - 16x\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$.

Tổng chi phí xây dựng là:

$$\begin{aligned} T &= 16000000x\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} + 1200000 \cdot \left(20\pi - 16x\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} \right) \\ &= 24000000\pi - 3200000x\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}. \end{aligned}$$

$$\text{Mặt khác ta có: } 16000000 \cdot \frac{x}{5} \sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} \leq 16000000 \cdot \frac{\frac{x^2}{25} + 1 - \frac{x^2}{25}}{2} = 8000000.$$

$$\Rightarrow T = 24000000\pi - 3200000x\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} \geq 24000000\pi - 8000000 = 67398223.69.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{x}{5} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} \Leftrightarrow x = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy tổng chi phí thiết kế xây dựng thấp nhất gần với số 67398224.

Câu 40.1. Một cái hồ rộng có hình chữ nhật. Tại một góc nhỏ của hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí K cách bờ AB là 1 m và cách bờ AC là 8 m, rồi dùng một cây sào ngăn một góc nhỏ của hồ để thả bè (như hình vẽ). Tính chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB , AC và cây cọc K (bỏ qua đường kính của sào).

A. $\frac{5\sqrt{65}}{4}$.

B. $5\sqrt{5}$.

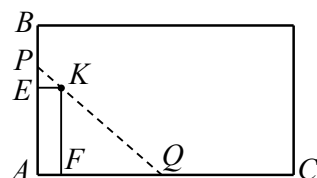
C. $9\sqrt{2}$.

D. $\frac{5\sqrt{71}}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Văn Tuấn ; Fb: Phạm Tuấn

Chọn B



Đặt $AP = a, AQ = b$ ($a, b > 0$). Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của K xuống AB và AC . Suy ra $KE = 1, KF = 8$.

Ta có: $\frac{KE}{AQ} = \frac{PK}{PQ}; \frac{KF}{AP} = \frac{QK}{PQ} \Rightarrow \frac{KF}{AP} + \frac{KE}{AQ} = 1$ hay $\frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

(Hoặc có thể dùng phép tọa độ hóa: Gán $A = (0; 0), P = (0; a), Q = (b; 0)$. Khi đó $K = (1; 8)$.

Phương trình đường thẳng $PQ: \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$. Vì PQ đi qua K nên $\frac{1}{b} + \frac{8}{a} = 1$.)

Cách 1:

Ta có: $PQ^2 = a^2 + b^2$. Vì $\frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow \frac{8k}{a} + \frac{k}{b} = k \quad \forall k > 0$.

$$a^2 + b^2 + k = \left(a^2 + \frac{8k}{a}\right) + \left(b^2 + \frac{k}{b}\right) = \left(a^2 + \frac{4k}{a} + \frac{4k}{a}\right) + \left(b^2 + \frac{k}{2b} + \frac{k}{2b}\right) \geq 3\sqrt[3]{16k^2} + 3\sqrt[3]{\frac{k^2}{4}}.$$

Suy ra PQ nhỏ nhất $\Leftrightarrow a^2 + b^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{4k}{a} \\ b^2 = \frac{k}{2b} \\ \frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 250 \\ a = 10 \\ b = 5 \end{cases}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của PQ là $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$. Từ đó suy ra chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB, AC và cây cọc K là $5\sqrt{5}$.

Cách 2:

Vì $\frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow b = \frac{a}{a-8}$ với $a > 8$. Khi đó $PQ^2 = a^2 + b^2 = a^2 + \left(\frac{a}{a-8}\right)^2$ với $a > 8$.

Xét hàm số $f(a) = a^2 + \left(\frac{a}{a-8}\right)^2$ với $a > 8$.

Ta có $f'(a) = 2a + \frac{2a}{a-8} \cdot \frac{-8}{(a-8)^2} = \frac{2a[(a-8)^3 - 8]}{(a-8)^3}$; $f'(a) = 0 \Rightarrow a = 10$.

BBT của $f(a)$:

a	8	10	$+\infty$
$f'(a)$	—	0	+
$f(a)$	$+\infty$	125	$+\infty$

Vậy GTNN của $f(a)$ là 125 khi $a=10$.

Từ đó suy ra chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB , AC và cây cọc K là $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$.

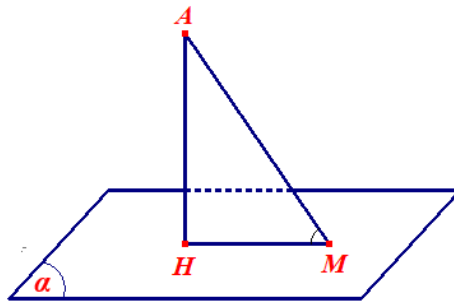
Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d với (α) , A thuộc d sao cho $AM = \sqrt{14}$. Tính khoảng cách từ A đến (α) .

- A. 2. **B. 3.** C. 6. D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Bảo Mai; Fb: Bao An

Chọn B



(α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -3)$ và d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

Gọi φ là góc giữa (α) và d , H là hình chiếu của A trên (α) .

$$\text{Ta có } \sin \varphi = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AH = AM \sin \varphi = \sqrt{14} \cdot \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + (-3)(-1)|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{14} \cdot \frac{9}{\sqrt{14} \cdot 3} = 3$$

PT 41.1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$. Gọi M là giao điểm của d với (α) , A thuộc d và cách (α) một khoảng bằng 3. Tính độ dài đoạn thẳng AM .

- A. $\frac{2\sqrt{14}}{3}$. B. 3. C. $2\sqrt{14}$. **D. $\sqrt{14}$.**

Lời giải

Chọn D

(α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -3)$ và d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

Gọi φ là góc giữa (α) và d , H là hình chiếu của A trên (α) .

$$\text{Ta có } \sin \varphi = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AM = \frac{AH}{\sin \varphi} = \frac{3}{\frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + (-3)(-1)|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} \sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}}} = \sqrt{14}$$

PT 41.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm A thuộc đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-12}{-1}$ và cắt mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-3=0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$. Biết rằng giao điểm M của d với (α) cũng thuộc (S) , tính bán kính của (S) .

A. $\frac{2\sqrt{14}}{3}$.

B. 3.

C. $2\sqrt{14}$.

D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn D

(α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -3)$ và d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 2; -1)$.

Gọi φ là góc giữa (α) và d , H là hình chiếu của A trên (α) .

Ta có $MH = \sqrt{5}$ và $\sin \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{d}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{d}|} = \frac{3}{\sqrt{14}} \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}}$.

Mà $\cos \varphi = \frac{MH}{AM} \Rightarrow AM = \frac{MH}{\cos \varphi} = \frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}}} = \sqrt{14}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = m^2 x^4 - (m^2 - 2019m)x^2 - 1$ có đúng một điểm cực trị.

A. 2019.

B. 2020.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thơm; Fb: Thom nguyen

Chọn C

Xét $m = 0$ thì $y = 1$ đồ thị hàm số không có cực trị.

Xét $m \neq 0$

Để đồ thị hàm số có 1 cực trị $\Leftrightarrow m^2(-m^2 + 2019m) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2019$

Do m nguyên nên có 2018 giá trị của m .

PT 42.1 Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = m^2 x^4 - (m^2 - 5m)x^2 + 7$ có đúng một điểm cực trị.

A. 20.

B. 5.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thơm; Fb: Thom nguyen

Chọn D

Xét $m = 0$ thì $y = 7$ đồ thị hàm số không có cực trị.

Xét $m \neq 0$

Để đồ thị hàm số có 1 cực trị $\Leftrightarrow m^2(-m^2 + 5m) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 5$

Do m nguyên nên có 4 giá trị của m .

PT 42.2 Tính tổng các giá nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = m^2x^4 - (m^2 - 11m)x^2 + 20$ có đúng một điểm cực trị.

A. 20.

B. 55.

C. 45.

D. 10.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thơm; Fb: Thom nguyen

Chọn B

Xét $m = 0$ thì $y = 1$ đồ thị hàm số không có cực trị.

Xét $m \neq 0$

Để đồ thị hàm số có 1 cực trị $\Leftrightarrow m^2(-m^2 + 11m) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 11$

Do m nguyên nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$

Tổng các giá trị của m bằng 55.

Câu 43. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} + mx$ có tiệm cận ngang. Tổng các phần tử của S là

A. -2.

B. 2.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: Lục Minh Tân; Fb: Lục Minh Tân

Chọn A

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} y &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} + mx \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - x + 2x - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} + (m-1)x \right) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - x \right) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} \right) = -\frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} * \lim_{x \rightarrow -\infty} y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} + mx \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - x - 2x - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} + (m+3)x \right) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 2} - x \right) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 + 3x + 2} \right) = \frac{3}{4}$$

$$* \text{ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang } \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} y \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow +\infty} y \text{ hữu hạn } \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=0 \\ m+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-3 \end{cases}$$

Câu PT 43.1. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{8x^3 - 5x^2 - 2} - \sqrt{25x^2 - 7x + 2} - \frac{m}{2}x$ có tiệm cận ngang. Tích các phần tử của S là

A. 8. **B. -84.**

C. 21.

D. -21.

Lời giải**Tác giả: Lục Minh Tân; Fb: Lục Minh Tân****Chọn B**

$$\begin{aligned} * \lim_{x \rightarrow +\infty} y &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 - 5x^2 - 2} - \sqrt{25x^2 - 7x + 2} - \frac{m}{2}x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 - 5x^2 - 2} - 2x + 5x - \sqrt{25x^2 - 7x + 2} - \left(\frac{m}{2} + 3 \right)x \right) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 - 5x^2 - 2} - 2x \right) = -\frac{5}{12}; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(5x - \sqrt{25x^2 - 7x + 2} \right) = \frac{7}{10}$$

$$\begin{aligned} * \lim_{x \rightarrow -\infty} y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 - 5x^2 - 2} - \sqrt{25x^2 - 7x + 2} - \frac{m}{2}x \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 - 5x^2 - 2} - 2x - 5x - \sqrt{25x^2 - 7x + 2} + \left(7 - \frac{m}{2} \right)x \right) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 - 5x^2 - 2} - 2x \right) = -\frac{5}{12}; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(5x - \sqrt{25x^2 - 7x + 2} \right) = -\frac{7}{10}$$

$$* \text{ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang } \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} y \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow +\infty} y \text{ hữu hạn } \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} + 3 = 0 \\ 7 - \frac{m}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = 14 \end{cases}$$

Câu PT 43.2. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số

$y = \sqrt{9x^2 - 5x + 3} - \sqrt[3]{64x^3 + 3x^2 - 5x + 2} + mx$ có tiệm cận ngang. Tổng bình phương tất cả các phần tử của S là

A. 10. **B. 15.****C. 50.**

D. 51.

Lời giải**Tác giả: Lục Minh Tân; Fb: Lục Minh Tân****Chọn C**

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} y &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{9x^2 - 5x + 3} - \sqrt[3]{64x^3 + 3x^2 - 5x + 2} + mx \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{9x^2 - 5x + 3} - 3x + 4x - \sqrt[3]{64x^3 + 3x^2 - 5x + 2} + (m-1)x \right) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{9x^2 - 5x + 3} - 3x \right) = \frac{-5}{6}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(4x - \sqrt[3]{64x^3 + 3x^2 - 5x + 2} \right) = -\frac{1}{16}$$

$$\begin{aligned} * \lim_{x \rightarrow -\infty} y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{9x^2 - 5x + 3} - \sqrt[3]{64x^3 + 3x^2 - 5x + 2} + mx \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{9x^2 - 5x + 3} + 3x + 4x - \sqrt[3]{64x^3 + 3x^2 - 5x + 2} + (m-7)x \right) \end{aligned}$$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{9x^2 - 5x + 3} - 3x \right) = \frac{5}{6}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(4x - \sqrt[3]{64x^3 + 3x^2 - 5x + 2} \right) = -\frac{1}{16}$$

* Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} y$ hoặc $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ hữu hạn $\Leftrightarrow \begin{cases} m-1=0 \\ m-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=7 \end{cases}$

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = -\ln(x^2 + x)$. Tính $P = e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(2019)}$.

A. $P = \frac{2020}{2019}$.

B. $P = \frac{2019}{2020}$.

C. $P = e^{2019}$.

D. $P = -\frac{2019}{2020}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Hữu Đức; Fb: Le Huu Duc

Chọn B

TXĐ: $D = (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$

Ta có $e^{f(x)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}, \forall x \in D$

Suy ra $e^{f(1)} = 1 - \frac{1}{2}$

$$e^{f(2)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

...

$$e^{f(2019)} = \frac{1}{2019} - \frac{1}{2020}$$

$$P = e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(2019)} = 1 - \frac{1}{2020} = \frac{2019}{2020}$$

Nhận xét: Câu 44 học sinh có thể dùng máy tính để tính biểu thức P

Câu PT 44.1. Cho hàm số $f(x) = -\log(x^2 + 2x)$. Tính $P = 10^{f(1)} + 10^{f(3)} + 10^{f(5)} + \dots + 10^{f(2019)}$.

A. $P = \frac{1010}{2021}$.

B. $P = \frac{2022}{2021}$.

C. $P = 10^{2021}$.

D. $P = \frac{2020}{2021}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Hữu Đức; Fb: Le Huu Duc

Chọn A

TXĐ: $D = (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

Ta có $10^{f(x)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right), \forall x \in D$

Suy ra $10^{f(1)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} \right)$

$$10^{f(3)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right)$$

$$10^{f(5)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right)$$

...

$$10^{f(2019)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2019} - \frac{1}{2021} \right)$$

$$P = 10^{f(1)} + 10^{f(3)} + 10^{f(5)} + \dots + 10^{f(2019)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2021} \right) = \frac{1010}{2021}$$

Câu PT 44.2. Tính $P = \frac{1}{\log_2 2019!} + \frac{1}{\log_3 2019!} + \dots + \frac{1}{\log_{2019} 2019!}$

A. $P = 2019$.B. $P = 1$.C. $P = 0$.D. $P = 2019!$.

Lời giải

Tác giả: Lê Hữu Đức; Fb: Le Huu Duc

Chọn B

$$P = \frac{1}{\log_2 2019!} + \frac{1}{\log_3 2019!} + \dots + \frac{1}{\log_{2019} 2019!} = \log_{2019!} 2 + \log_{2019!} 3 + \dots + \log_{2019!} 2019$$

$$= \log_{2019!} (2.3 \dots 2019) = 1$$

Câu PT 44.3. Cho số tự nhiên n , biết biểu thức $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_{2^2} x} + \frac{1}{\log_{2^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2^n} x} = \frac{120}{\log_2 x}$ luôn đúng $\forall x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$. Giá trị n thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(19; 25)$.B. $(14; 17)$.C. $(6; 10)$.D. $(11; 14)$.

Lời giải

Tác giả: Lê Hữu Đức; Fb: Le Huu Duc

Chọn B

$$\text{Ta có } \frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_{2^2} x} + \frac{1}{\log_{2^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2^n} x} = \log_x 2 + \log_x 2^2 + \log_x 2^3 + \dots + \log_x 2^n$$

$$= (1 + 2 + 3 + \dots + n) \log_x 2 = \frac{n(n+1)}{2 \log_2 x}.$$

$$\text{Do đó phương trình đã cho tương đương } \frac{n(n+1)}{2} = 120 \Leftrightarrow n^2 + n - 240 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \text{ (t/m)} \\ n = -16 \text{ (l)} \end{cases}.$$

Vậy $n \in (14; 17)$.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn phương trình $|z - 2 - 3i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2$ là một đường tròn. Tính bán kính đường tròn đó.

A. $R = 8$.B. $R = 4$.C. $R = 2\sqrt{2}$.D. $R = 2$.

Lời giải*Tác giả: Lương Văn Huy ; Fb: Lương Văn Huy***Chọn A**

Giả sử A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Theo giả thiết ta có

A, B thuộc đường tròn tâm $I(2;3)$, bán kính $r=5$ và $AB=6$.

Gọi M là trung điểm của AB khi đó M cũng là điểm biểu diễn số phức $u = \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{w}{2}$.

Lại có

$$IM^2 = IA^2 - AM^2 = r^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 16 \Rightarrow IM = 4.$$

Vậy M thuộc đường tròn tâm $I(2;3)$ bán kính $r'=4$.

Suy ra các điểm biểu diễn số phức $w = z_1 + z_2 = 2u$ là một đường tròn bán kính $R = 2r' = 8$

Câu 46. Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x^2 + y^2 - xy = 1$ và hàm số $f(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1$.

Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $Q = f\left(\frac{5x-y+2}{x+y+4}\right)$. Tổng

$M+m$ bằng

A. $-4-3\sqrt{2}$.

B. $-4-5\sqrt{2}$.

C. $-4-4\sqrt{2}$.

D. $-4-2\sqrt{2}$.

Lời giải*Tác giả: Trần Thị Thanh Thủy; Fb: Song tử mắt nâu***Chọn C**

Ta có: $x^2 + y^2 - xy = 1 \Leftrightarrow \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} = 1$. Ta đặt: $t = \frac{5x-y+2}{x+y+4}$

$$\Rightarrow t(x+y+4) = 5x-y+2 \Leftrightarrow (t-5)x + (t+1)y + 4t - 2 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (t-5)\left(x - \frac{y}{2}\right) + (\sqrt{3}t - \sqrt{3})\frac{\sqrt{3}y}{2} = 2 - 4t.$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có:

$$(2-4t)^2 = \left[(t-5)\left(x - \frac{y}{2}\right) + (\sqrt{3}t - \sqrt{3})\frac{\sqrt{3}y}{2}\right]^2 \leq \left[(t-5)^2 + (\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2\right] \left[\left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4}\right]$$

$$\Rightarrow (2-4t)^2 \leq \left[(t-5)^2 + (\sqrt{3}t - \sqrt{3})^2\right] \cdot 1$$

$$\Leftrightarrow 12t^2 - 24t \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}.$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 - 3t^2 + 1$ với $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$.

Có: $f'(t) = 6t^2 - 6$ nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 6t^2 - 6t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases}$.

Ta có: $f(-\sqrt{2}) = -5 - 4\sqrt{2}$, $f(0) = 1$, $f(1) = 0$, $f(\sqrt{2}) = -5 + 4\sqrt{2}$

Do đó $M = f(0) = 1$, $m = f(-\sqrt{2}) = -5 - 4\sqrt{2}$.

Vậy $M + m = -4 - 4\sqrt{2}$.

Bài toán gốc: Cho $ax^2 + by^2 + cxy = d$. Tìm MGT $t = \frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}$

Phương pháp giải:

Cách 1. Lượng giác hóa (Song Tử Mắt Nâu)

Ta có: $ax^2 + by^2 + cxy = d \Leftrightarrow (a'x + b'y)^2 + (c'x + d'y)^2 = 1$

Đặt $\begin{cases} a'x + b'y = \sin \alpha \\ c'x + d'y = \cos \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \sin \alpha \\ y = n \cos \alpha \end{cases}$

Suy ra: $t = \frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2} \Leftrightarrow A \sin \alpha + B \cos \alpha = C$

Ta có: $A^2 + B^2 \geq C^2$ suy ra MGT của t .

Cách 2. (Một cách nhìn khác đồng nhất hệ số Ng.Việt Hải)

- $t = \frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2} \Leftrightarrow A(mx + ny) + B(kx + qy) = C$

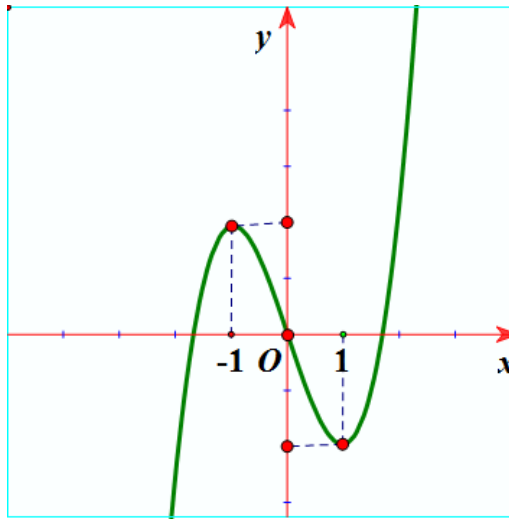
- Chọn m, n, k, q sao cho $(mx + ny)^2 + (kx + qy)^2 \equiv ax^2 + by^2 + cxy$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + k^2 = a \\ n^2 + q^2 = b \\ 2mn + 2kq = c \end{cases}$$

- Áp dụng BĐT Bunhiacoxki ta có: $C^2 \leq (A^2 + B^2)d$ suy ra MGT của t .

Câu PT 46.1. Cho 2 số x, y thỏa mãn $x^2 + 5y^2 = 1 + 4xy$ và hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như

hình vẽ. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P = f\left(\frac{2x - 3y - 3}{-x + 4y + 4}\right)$.



Tích $M.m$ bằng

A. $\frac{-1436}{1331}$

B. $\frac{3380}{1331}$

C. $\frac{1436}{1331}$

D. $\frac{1944}{1331}$

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thanh Thủy; Fb: Song tử mắt nâu

Chọn C

Để thấy $f(x) = x^3 - 3x$

Từ $x^2 + 5y^2 = 1 + 4xy \Leftrightarrow (x - 2y)^2 + y^2 = 1$

Đặt $\begin{cases} x - 2y = \sin \alpha \\ y = \cos \alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sin \alpha + 2\cos \alpha \\ y = \cos \alpha \end{cases}$. Khi đó

$$\text{Xét } t = \frac{2x - 3y - 3}{-x + 4y + 4} = \frac{2(\sin \alpha + 2\cos \alpha) - 3\cos \alpha - 3}{-(\sin \alpha + 2\cos \alpha) + 4\cos \alpha + 4} = \frac{2\sin \alpha + \cos \alpha - 3}{-\sin \alpha + 2\cos \alpha + 4}$$

Ta có: $t(-\sin \alpha + 2\cos \alpha + 4) = 2\sin \alpha + \cos \alpha - 3 \Leftrightarrow (t + 2)\sin \alpha + (1 - 2t)\cos \alpha = 4t + 3$ (*)

Phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow (t + 2)^2 + (2t - 1)^2 \geq (4t + 3)^2 \Leftrightarrow -2 \leq t \leq \frac{-2}{11}$

Khi đó $P = f(t) = t^3 - 3t$ với $-2 \leq t \leq \frac{-2}{11}$

Để dàng tìm được $M = 2$, $m = \frac{718}{1331}$. Vậy $M.m = \frac{1436}{1331}$

Câu PT 46.2. Cho các số thực x, y thay đổi thỏa mãn $x^2 + 5y^2 + 2xy = 1$ và hàm số

$$f(t) = t^4 - 2t^2 + 2 \text{ Gọi } M, m \text{ là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của } Q = f\left(\frac{x + y - 1}{x + 3y - 2}\right).$$

Tổng $M + m$

A. $4\sqrt{3} + 2$.

B. $8\sqrt{3} - 2$.

C. 66.

D. $9\sqrt{3} + 17$

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thanh Thủy; Fb: Song tử mắt nâu

Chọn C

Ta có: $x^2 + 5y^2 + 2xy = 1 \Leftrightarrow (x+y)^2 + 4y^2 = 1$

Đặt $t = \frac{x+y+1}{x+3y-2} \Rightarrow t(x+3y-2) = x+y+1 \Leftrightarrow (2t+1) = (t-1)(x+y) + 2ty$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có:

$$(2t+1)^2 = [(t-1)(x+y) + 2ty]^2 \leq ((t-1)^2 + t^2)((x+y)^2 + 4y^2) \Rightarrow (2t+1)^2 \leq (t-1)^2 + t^2$$

$$\Leftrightarrow 2t^2 + 6t \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq t \leq 0$$

Xét hàm số $f(t) = t^4 - 2t^2 + 2$ với $-3 \leq t \leq 0$

Có: $f'(t) = 4t^3 - 4t$, nên $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -1 \\ t = 1 \end{cases}$

$$f(0) = 2, f(-1) = 1, f(-3) = 65$$

Do đó $M = f(-3) = 65; m = f(-1) = 1$

Vậy: $M + m = 66$

Câu PT 46.3. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $\begin{cases} xy + yz + zx = 8 \\ x + y + z = 5 \end{cases}$ và hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 5$

Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$. Tổng $M + m$

A. 3. **B.** $\frac{28}{9}$. **C.** $\frac{19}{9}$. **D.** 2

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Thanh Thủy; Fb: Song tử mắt nâu

Chọn A

Viết lại điều kiện: $\begin{cases} xy + yz + zx = 8 \\ x + y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} zy = 8 - x(y+z) \\ y + z = 5 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} yz = 8 - x(5-x) \\ y + z = 5 - x \end{cases} (*)$

Vì x, y, z thỏa mãn $(*)$ nên y, z là hai nghiệm của phương trình

$$T^2 - (5-x)T + 8 - 5x + x^2 = 0 (**)$$

Điều kiện có nghiệm của phương trình $(**)$ là:

$$\Delta = (5-x)^2 - 4(8-5x+x^2) \geq 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 10x + 7 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{7}{3}$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 5$ với $1 \leq x \leq \frac{7}{3}$

Có $f'(x) = 2x - 4$ nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$$f(1) = 2; f(2) = 1; f\left(\frac{7}{3}\right) = \frac{10}{9}$$

Do đó $M = f(1) = 2, m = f(2) = 1$.

Vậy $M + m = 3$.

Câu 47. Trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà khoảng cách từ A đến mp(SBC) bằng $2a$, khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$.

B. $2a^3$.

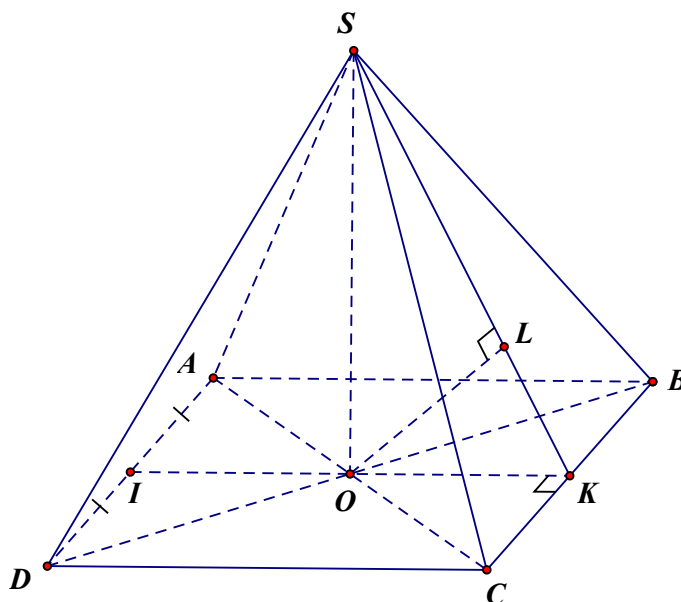
C. $3\sqrt{3}a^3$.

D. $4\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Tác giả : Võ Thị Ngọc Ánh ; Fb: Võ Ánh

Chọn A.



Gọi I là trung điểm của AD ; K là trung điểm của CB , O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$.

Trong tam giác SOK kẻ đường cao OL .

Ta có $d(O; (SBC)) = OL$ và $d(O; (SBC)) = \frac{1}{2}d(I; (SBC)) = \frac{1}{2}d(A; (SBC)) = a$.

Suy ra $OL = a$.

Đặt $OK = x$, $x > a$ suy ra độ dài cạnh đáy hình chóp đều $S.ABCD$ là $2x$.

Xét trong tam giác SOK vuông tại O có OL là đường cao, ta có

$$\frac{1}{OS^2} = \frac{1}{OL^2} - \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - a^2}{a^2 x^2} \Rightarrow OS = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$\text{Suy ra thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3}4x^2 \cdot \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{4a}{3} \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{4a}{3} \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$f'(x) = \frac{4a}{3} \cdot \frac{3x^2\sqrt{x^2 - a^2} - x^3 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}}{x^2 - a^2} = \frac{4a}{3} \cdot \frac{x^2(2x^2 - 3a^2)}{(x^2 - a^2)\sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Bảng biến thiên:

x	a	$\frac{a\sqrt{6}}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$			

$$\text{Suy ra } \min V = \min_{x \in (a; +\infty)} f(x) = f\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right) = \sqrt{12}a^3 = 2\sqrt{3}a^3$$

PT 47.1 Trong các khối chóp tam giác đều $S.ABC$ mà khoảng cách từ A đến mp(SBC) bằng $3a$, khối chóp có thể tích nhỏ nhất bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{9a^3}{2}$.

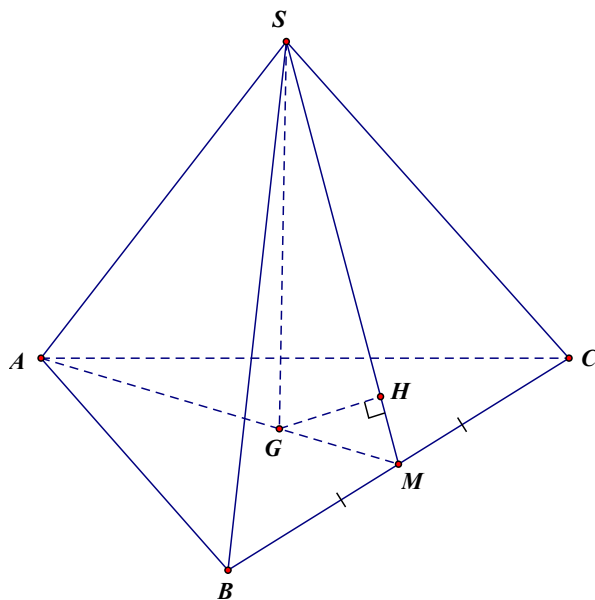
C. $9a^3$.

D. $12\sqrt{3}a^3$.

Tác giả : Võ Thị Ngọc Ánh ; Fb: Võ Ánh

Lời giải

Chọn B.



Gọi M là trung điểm của BC ; G là trọng tâm tam giác đều ABC . Trong tam giác SGM kẻ đường cao GH .

Ta có $d(G; (SBC)) = GH$ và $d(G; (SBC)) = \frac{1}{3}d(A; (SBC)) = a$. Suy ra $GH = a$.

Gọi $GM = x$, $x > a$ suy ra độ dài cạnh đáy của tam giác ABC là $3x \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 2x\sqrt{3}$.

Xét trong tam giác SGM vuông tại G có GH là đường cao, ta có

$$\frac{1}{GS^2} = \frac{1}{GH^2} - \frac{1}{GM^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - a^2}{a^2x^2} \Rightarrow SG = \sqrt{\frac{a^2x^2}{x^2 - a^2}} = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot (2x\sqrt{3})^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{ax}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \sqrt{3}a \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - a^2}}$

$$\text{Đặt } f(x) = \sqrt{3}a \cdot \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$f'(x) = \sqrt{3}a \cdot \frac{3x^2\sqrt{x^2 - a^2} - x^3 \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}}{x^2 - a^2} = \sqrt{3}a \cdot \frac{x^2(2x^2 - 3a^2)}{(x^2 - a^2)\sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Bảng biến thiên:

x	a	$\frac{a\sqrt{6}}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	
		–	+
$f(x)$			

$$\text{Suy ra } \min V = \min_{x \in (a; +\infty)} f(x) = f\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right) = \frac{9a^3}{2}$$

Câu 48. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3^{x^2+2x+1-2|x-m|} = \log_{x^2+2x+3}(2|x-m|+2)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là

A. 3. B. -2.

C. -3.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Lưu Huyền Trang ; Fb: Lưu Huyền Trang

Chọn C

Ta có

$$\begin{aligned}
 3^{x^2+2x+1-2|x-m|} &= \log_{x^2+2x+3} (2|x-m|+2) \\
 \Leftrightarrow \frac{3^{x^2+2x+3}}{3^{2|x-m|+2}} &= \frac{\ln(2|x-m|+2)}{\ln(x^2+2x+3)} \\
 \Leftrightarrow \ln(x^2+2x+3) \cdot 3^{x^2+2x+3} &= \ln(2|x-m|+2) \cdot 3^{2|x-m|+2}
 \end{aligned}$$

Xét $f(t) = \ln(t) \cdot 3^t, \forall t \geq 2$

$$f'(t) = \frac{1}{t} 3^t + \ln(t) 3^t \ln(3) > 0, \forall t \geq 2$$

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến.

$$\begin{aligned}
 f(x^2+2x+3) &= f(2|x-m|+2) \\
 \Leftrightarrow x^2+2x+3 &= 2|x-m|+2 \\
 \Leftrightarrow x^2+2x+1 &= 2|x-m| \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1-2m & (1) \\ x^2+4x = -1+2m & (2) \end{cases}
 \end{aligned}$$

Điều kiện cần để phương trình có 3 nghiệm là :

Th1 : (1) có nghiệm kép $\Rightarrow m = \frac{-1}{2}$ thử lại ta thấy thỏa mãn

Th2 : (2) có nghiệm kép $\Rightarrow m = \frac{-3}{2}$ thử lại ta thấy thỏa mãn

Th3 : (1) và (2) có nghiệm chung $\Rightarrow x = m$. Thế (1) vào ta có $m = -1$

$$\text{Ta có } \frac{-1}{2} + \frac{-3}{2} + (-1) = -3$$

Bình luận : Bài toán là sự giao thoa giữa phương pháp sử dụng tính đơn điệu hàm số với biện luận nghiệm.

Câu 48.1 Tìm các giá trị m để phương trình $3^{\sin x + \sqrt{5} \cos x - |m| + 5} = \log_{\sin x + \sqrt{5} \cos x + 10} (|m| + 5)$ có nghiệm.

A. $\sqrt{6} \leq m \leq \sqrt{6}$.

B. $-5 \leq m \leq 5$.

C. $5 - \sqrt{6} \leq m \leq 5 + \sqrt{6}$.

D. $-\sqrt{6} \leq m \leq 5$.

Lời giải

Tác giả: Lưu Huyền Trang ; **Fb:** Lưu Huyền Trang

Chọn C

Ta có :

$$\begin{aligned}
 3^{\sin x + \sqrt{5} \cos x - |m| + 5} &= \log_{\sin x + \sqrt{5} \cos x + 10} (|m| + 5) \\
 \Leftrightarrow \frac{3^{\sin x + \sqrt{5} \cos x + 10}}{3^{|m|+5}} &= \frac{\ln(|m| + 5)}{\ln(\sin x + \sqrt{5} \cos x + 10)} \\
 \Leftrightarrow 3^{\sin x + \sqrt{5} \cos x + 10} \cdot \ln(\sin x + \sqrt{5} \cos x + 10) &= 3^{|m|+5} \cdot \ln(|m| + 5)
 \end{aligned}$$

Xét $f(t) = \ln(t) \cdot 3^t, \forall t \geq 5$

$$f'(t) = \frac{1}{t} 3^t + \ln(t) 3^t \ln(3) > 0, \forall t \geq 5$$

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến.

$$f(\sin x + \sqrt{5} \cos x + 10) = f(|m| + 5)$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{5} \cos x + 10 = |m| + 5$$

$$\Leftrightarrow \sin x + \sqrt{5} \cos x + 5 = |m|$$

$$\text{Mà } -\sqrt{6} \leq \sin x + \sqrt{5} \cos x \leq \sqrt{6}$$

Vậy để phương trình có nghiệm ta phải có $5 - \sqrt{6} \leq m \leq 5 + \sqrt{6}$

Câu 49. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 4b = 4$. Tính $P = a + 2b + 3c$ khi biểu thức $|2a + b - 2c + 7|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 7$.

B. $P = 3$.

C. $P = -3$.

D. $P = -7$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Ngọc Hiệp; Fb: Nguyễn Ngọc Hiệp

Chọn B

Cách 1: phương pháp đại số.

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 4b = 4 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = 9.$$

Áp dụng bất đẳng thức giá trị tuyệt đối và bất đẳng thức BCS, ta có kết quả sau:

$$\begin{aligned} |2a + b - 2c + 7| &= |2(a-1) + (b-2) - 2c + 11| \leq |2(a-1) + (b-2) - 2c| + 11 \\ &\stackrel{BCS}{\leq} \sqrt{[(a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2][2^2 + 1^2 + (-2)^2]} + 11 = 20. \end{aligned}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi: } \begin{cases} 2(a-1) + (b-2) - 2c > 0 \\ \frac{a-1}{2} = \frac{b-2}{1} = \frac{c}{-2} \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } P = a + 2b + 3c = 3 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-2) = 3.$$

Cách 2: phương pháp hình học.

Trong không gian $Oxyz$, gọi mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$, bán kính $R = 3$. Khi đó:

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 4.$$

và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 7 = 0$.

$$\text{Gọi } M(a; b; c), \text{ ta có: } d(M; (P)) = \frac{|2a + b - 2c + 7|}{3}.$$

$$\text{Vì } a^2 + b^2 + c^2 - 2a - 4b = 4 \Rightarrow M \in (S).$$

Bài toán đã cho trở thành: Tìm $M \in (S)$ sao cho $d(M; (P))$ lớn nhất.

$$\text{Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng qua } I \text{ và vuông góc } (P) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2t \end{cases}.$$

Điểm M cần tìm chính là 1 trong 2 giao điểm của Δ với (S) : $M_1(3; 3; -2), M_2(-1; 1; 2)$.

$$\text{Ta có: } d(M_1; (P)) = \frac{20}{3} > d(M_2; (P)) = \frac{2}{3} \Rightarrow \text{Max} d(M; (P)) = \frac{20}{3} \Leftrightarrow M \equiv M_1.$$

$$\text{Vậy } P = a + 2b + 3c = 3 + 2.3 + 3.(-2) = 3.$$

Phân tích: Khi quan sát 2 cách giải, đối với giáo viên ta sẽ dễ chọn **Cách 1** vì ngắn gọn và tiết kiệm thời gian. Tuy nhiên học sinh không nhiều em đã từng được tiếp cận bất đẳng thức BCS. Đối với **Cách 2**, về mặt trình bày có thể dài hơi, nhiều tính toán hơn nhưng đó chỉ là những bước tính toán khá cơ bản, một học sinh khá nếu nhận ra ý đồ tác giả thì việc giải bài toán cũng không mất quá nhiều thời gian. Bài toán sẽ dễ hơn nếu đề bài chỉ yêu cầu tìm Min hoặc Max của biểu thức $|2a + b - 2c + 7|$.

Câu PT 49.1. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 4b - 6c = 10$ và $a + c = 2$.

Tính giá trị biểu thức $P = 3a + 2b + c$ khi $Q = a^2 + b^2 + c^2 - 14a - 8b + 18c$ đạt giá trị lớn nhất.

A. 10. B. -10 .

C. 12.

D. -12 .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Ngọc Hiệp; Fb: Nguyễn Ngọc Hiệp

Chọn D

Gọi (S) là mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = \sqrt{24}$. Khi đó:

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z = 10.$$

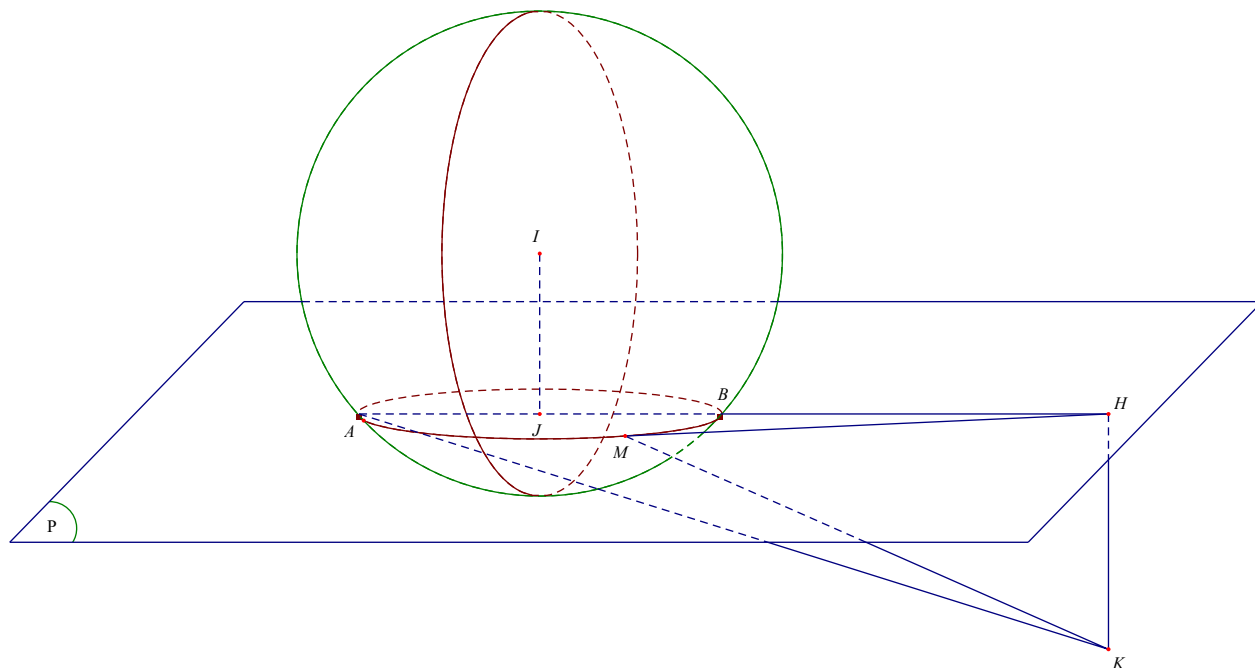
Gọi (P) là mặt phẳng có phương trình $x + z = 2$ và điểm $K(7; 4; -9)$.

Với $M(a; b; c)$. Theo giả thiết ta có: $M \in (S)$ và $M \in (P) \Rightarrow M \in (S) \cap (P)$.

Hơn nữa:

$$Q = a^2 + b^2 + c^2 - 14a - 8b + 18c = (a - 7)^2 + (b - 4)^2 + (c + 9)^2 - 146 = KM^2 - 146.$$

Bài toán trở thành: Tìm M nằm trên đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) sao cho KM lớn nhất.



(P) có VTPT $\vec{n} = (1; 0; 1)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua K và vuông góc $(P) \Rightarrow \Delta : \begin{cases} x = 7 + t \\ y = 4 \\ z = -9 + t \end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu của K lên mặt phẳng $(P) \Rightarrow H = \Delta \cap (P) \Rightarrow H(9; 4; -7)$.

Ta có: $KM^2 = KH^2 + HM^2$, mà KH không đổi nên KM lớn nhất khi HM lớn nhất.

Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc $(P) \Rightarrow d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Gọi J là tâm đường tròn giao tuyến của (S) và $(P) \Rightarrow J$ là hình chiếu của I lên (P)

$\Rightarrow J = d \cap (P) \Rightarrow J(0; -2; 2)$.

Phương trình đường thẳng $HJ : \begin{cases} x = 3t \\ y = -2 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$.

Gọi A, B là các giao điểm của HJ và $(S) \Rightarrow A(-3; -4; 5), B(3; 0; -1)$.

Ta có: $HA = 4\sqrt{22} > HB = 2\sqrt{22}$.

Vậy $\text{Max} HM = 4\sqrt{22} \Leftrightarrow M \equiv A(-3; -4; 5)$. Khi đó: $P = 3a + 2b + c = -12$.

Câu 50. Cho cấp số cộng (a_n) , cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0$, $b_2 > b_1 \geq 1$ và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $b_n > 2019a_n$

A. 17. B. 14.

C. 15.

D. 16.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trường Giang; Fb: Giang Nguyen

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ với $x \in [0, +\infty)$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ từ đó ta suy ra bảng biến thiên của $f(x)$ trên $[0, +\infty)$ như sau:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	0	-2	$+\infty$

Vì $a_2 > 0$ nên $f(a_2) \geq -2 \Rightarrow f(a_1) = f(a_2) + 2 \geq 0$ (1)

Giả sử $a_1 \geq 1$, vì $f(x)$ đồng biến trên $[1, +\infty)$ nên $f(a_2) > f(a_1)$ suy ra $f(a_1) + 2 > f(a_1)$ vô lý. Vậy $a_1 \in [0, 1)$ do đó $f(a_1) \leq 0$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} f(a_1) = 0 \\ f(a_2) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 1 \end{cases}$

Vậy số hạng tổng quát của dãy cấp số cộng (a_n) là $a_n = (n-1)$.

Một cách tương tự, đặt $t_1 = \log_2 b_1$ và $t_2 = \log_2 b_2$ suy ra $f(t_2) + 2 = f(t_1)$, vì $1 \leq b_1 < b_2$ nên $0 \leq t_1 < t_2$, theo lập luận trên ta có:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 b_1 = 0 \\ \log_2 b_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 1 \\ b_2 = 2 \end{cases}$$

Vậy số hạng tổng quát của dãy cấp số nhân (b_n) là $b_n = 2^{n-1}$.

Do đó $b_n > 2019a_n \Leftrightarrow 2^{n-1} > 2019(n-1)$ (*). Trong 4 đáp án $n = 16$ là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa (*).

