

## CẤU TRÚC

PHẦN	TT	NỘI DUNG	CÁC DẠNG TOÁN	Trang
ĐẠI SỐ	1	<b>MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 20 câu Bài tập tự luận: 05 bài	Nhận dạng các mệnh đề đúng, sai	2
			Lập mệnh đề phủ định của một mệnh đề	
			Viết các tập hợp theo hai cách	
			Nhận dạng tập hợp con, tập hợp bằng nhau...	
			Xác định hợp, giao, hiệu của hai tập hợp	
	Sai số tương đối, tuyệt đối, làm tròn số...			
	2	<b>THỐNG KÊ</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 03 bài với 09 câu hỏi	Nhận dạng các thông tin cơ bản của mẫu số liệu	5
			Tính toán các số đặc trưng của mẫu số liệu	
	3	<b>HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ HÀM SỐ BẬC HAI</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 45 câu Bài tập tự luận: 08 bài	Tính giá trị của hàm số tại một điểm	7
			Tìm tập xác định của hàm số	
			Xác định sự biến thiên, tính chẵn lẻ của hàm số	
			Các bài toán về hàm số bậc nhất...	
Các bài toán về hàm số bậc hai...				
Hàm số chứa dấu trị tuyệt đối và ứng dụng				
4	<b>PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 30 câu Bài tập tự luận: 10 bài	Tìm điều kiện xác định của phương trình	17	
		Nhận dạng phương trình tương đương		
		Giải và biện luận phương trình bậc nhất, bậc hai...		
		Giải các phương trình quy về bậc nhất, bậc hai...		
		Các phương trình có chứa tham số...		
Giải hệ phương trình bậc nhất nhiều ẩn...				
Các hệ phương trình bậc hai, đối xứng...				
HÌNH HỌC	5	<b>VECTƠ VÀ CÁC PHÉP TOÁN</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 30 câu Bài tập tự luận: 06 bài	Nhận dạng vectơ cùng hướng, bằng nhau...	22
			Xác định vectơ tổng, hiệu, tích với 1 số...	
			Tính độ dài vectơ tổng, hiệu, tích với 1 số...	
			Chứng minh đẳng thức, tìm điểm, tìm tập hợp điểm...	
			Các bài toán về tọa độ vectơ...	
	Các bài toán về tọa độ điểm...			
	6	<b>TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ</b> Câu hỏi trắc nghiệm: 20 câu Bài tập tự luận: 05 bài	Các công thức lượng giác thường gặp	27
			Xác định góc giữa hai vectơ	
			Tính tích vô hướng của hai vectơ	
			Chứng minh đẳng thức, tìm điểm, tìm tập hợp điểm...	
Các bài toán về tọa độ vectơ...				
Các bài toán về tọa độ điểm...				

# PHẦN I: ĐẠI SỐ

## CHƯƠNG 1: MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP

### I. Lý thuyết

#### 1. Kiến thức

- Trình bày được định nghĩa mệnh đề, mệnh đề phủ định, mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo, mệnh đề tương đương, khái niệm mệnh đề chứa biến và nêu được ý nghĩa kí hiệu  $\forall$  và  $\exists$ .
- Trình bày được khái niệm tập hợp, tập con, hai tập hợp bằng nhau, các tập con của tập  $\mathbb{R}$ .
- Trình bày được khái niệm số gần đúng, sai số, số quy tròn.

#### 2. Kỹ năng

- Xác định được tính đúng sai của mệnh đề. Biết lập mệnh đề đảo của một mệnh đề cho trước. Phân biệt được giả thiết và kết luận. Biết sử dụng thuật ngữ: điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và điều kiện đủ.
- Sử dụng đúng các kí hiệu  $\in, \notin, \subset, \supset, \emptyset, \setminus, C_E A$ . Biểu diễn được tập hợp bằng các cách: liệt kê hoặc chỉ ra tính chất đặc trưng. Thực hiện thành thạo các phép toán lấy giao, hợp của hai tập hợp, phần bù của một tập hợp trong tập hợp khác...
- Viết được số quy tròn của một số căn cứ vào độ chính xác cho trước, Biết sử dụng máy tính bỏ túi để tính toán các số gần đúng.

### II. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 1:** Câu nào sau đây **không phải** là mệnh đề?

- A. Bạn bao nhiêu tuổi? B. Hôm nay là chủ nhật.  
C. Trái đất hình tròn. D.  $4 \neq 5$ .

**Câu 2:** Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì hai tam giác đó bằng nhau.  
B. Tam giác có ba cạnh bằng nhau thì có ba góc bằng nhau.  
C. Tam giác có ba góc bằng nhau thì có ba cạnh bằng nhau.  
D. Tổng ba góc trong một tam giác bằng  $180^0$ .

**Câu 3:** Cho mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ". Mệnh đề nào là mệnh đề phủ định của mệnh đề trên?

- A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$ . B.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$ .  
C.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$ . D.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$ .

**Câu 4:** Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$ . B.  $\exists n \in \mathbb{N}, n < 0$ .  
C.  $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 = 2$ . D.  $\forall x \in \mathbb{Z}, \frac{1}{x} > 0$ .

**Câu 5:** Cho các tập hợp số  $\mathbb{R}; \mathbb{Z}; \mathbb{N}; \mathbb{Q}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ . B.  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{N}$ . C.  $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$ . D.  $\mathbb{R} \subset \mathbb{Z}$ .

**Câu 6:** Cho  $A = \{0; 2; 4; 6\}$ . Tập  $A$  có bao nhiêu tập con có 2 phần tử?

- A. 4. B. 6. C. 7. D. 8.

**Câu 7:** Cho tập hợp  $A = \{a, b, c, d\}$ . Tập  $A$  có mấy tập con?

- A. 16. B. 15. C. 12. D. 10.

**Câu 8:** Cho  $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$ , khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $X = \{0\}$ .                      B.  $X = \{1\}$ .                      C.  $X = \left\{\frac{3}{2}\right\}$ .                      D.  $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$ .

**Câu 9:** Cho  $A = \{a; b; c\}$  và  $B = \{a; c; d; e\}$ . Hãy chọn khẳng định đúng

- A.  $A \cap B = \{a; c\}$ .                      B.  $A \cap B = \{a; b; c; d; e\}$ .  
C.  $A \cap B = \{b\}$ .                      D.  $A \cap B = \{d; e\}$ .

**Câu 10:** Cho 2 tập hợp  $A = \{2; 4; 6; 8\}; B = \{4; 8; 9; 0\}$ . Xét các khẳng định:

- 1)  $A \cap B = \{4; 8\}$ ;                      2)  $A \cup B = \{0; 2; 4; 6; 8; 9\}$ ;                      3)  $B \setminus A = \{2; 6\}$ .

Có bao nhiêu khẳng định **đúng** trong ba khẳng định trên?

- A. 2.                      B. 3.                      C. 0.                      D. 1.

**Câu 11:** Một lớp có 45 học sinh. Mỗi em đều đăng ký chơi ít nhất một trong hai môn: bóng đá và bóng chuyền. Có 35 em đăng ký môn bóng đá, 15 em đăng ký môn bóng chuyền. Hỏi có bao nhiêu em đăng ký chơi cả 2 môn?

- A. 5.                      B. 10.                      C. 30.                      D. 25.

**Câu 12:** Hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A.  $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$ .                      B.  $B = (A \cap B) \cap (A \setminus B)$ .  
C.  $B = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$ .                      D.  $A = (A \cap B) \cap (A \setminus B)$ .

**Câu 13:** Cho  $A = (-\infty; 5]; B = (0; +\infty)$ . Tập hợp  $A \cup B$  là

- A.  $(-\infty; +\infty)$ .                      B.  $(0; 5]$ .                      C.  $(0; 5)$ .                      D.  $[0; 5]$ .

**Câu 14:** Cho  $A = (-\infty; 5]; B = (0; +\infty)$ . Tập hợp  $A \cap B$  là

- A.  $(0; 5]$ .                      B.  $[0; 5)$ .                      C.  $(0; 5)$ .                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 15:** Cho  $A = (2; 5]$ . Khi đó  $\mathbb{R} \setminus A$  là

- A.  $(-\infty; 2] \cup (5; +\infty)$ .                      B.  $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$ .                      C.  $(2; 5)$ .                      D.  $(-\infty; 2) \cup [5; +\infty)$ .

**Câu 16:** Cho hai tập hợp  $A = (-4; 3)$  và  $B = (m - 7; m)$ . Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để  $B \subset A$ .

- A.  $m \leq 3$ .                      B.  $m \geq 3$ .                      C.  $m = 3$ .                      D.  $m > 3$ .

**Câu 17:** Cho hai tập  $A = (-\infty; 9a)$ ,  $B = \left[\frac{4}{a}; +\infty\right)$ . Tìm tất cả các giá trị âm của  $a$  để  $A \cap B \neq \emptyset$ .

- A.  $a = -\frac{2}{3}$ .                      B.  $-\frac{2}{3} \leq a < 0$ .                      C.  $-\frac{2}{3} < a < 0$ .                      D.  $a < -\frac{2}{3}$ .

**Câu 18:** Cho hai tập hợp  $A = [-4; 1]$ ,  $B = [-3; m]$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để  $A \cup B = A$ .

- A.  $m \leq 1$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $-3 \leq m \leq 1$ .                      D.  $-3 < m \leq 1$ .

**Câu 19:** Cho  $A = (-\infty; 5)$ ,  $B = (-\infty; a)$  với  $a$  là số thực. Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $A \setminus B = \emptyset$ .

- A.  $a \geq 5$ .                      B.  $a \leq 5$ .                      C.  $a = 5$ .                      D.  $a > 5$ .

- Câu 20:** Khi sử dụng máy tính bỏ túi với 10 chữ số thập phân ta được:  $\sqrt{8} = 2,828427125\dots$  Giá trị làm tròn của  $\sqrt{8}$  chính xác đến hàng phần trăm là
- A.** 2,80.                      **B.** 2,81.                      **C.** 2,82.                      **D.** 2,83.

### III. Bài tập tự luận

**Bài 1.** Xác định các tập:  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$  biết:

- a)**  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 5\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 4\}$                       **b)**  $A = [1; 5]$ ;  $B = (-3; 2) \cup (3; 7)$
- c)**  $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{|x-1|} \geq 2\right\}$ ;  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-2| \leq 1\}$                       **d)**  $A = [0; 2] \cup (4; 6)$ ;  $B = (-5; 0] \cup (3; 5)$

**Bài 2.** Tìm phần bù của các tập hợp sau trong  $\mathbb{R}$  :

- a)**  $A = [-12; 10)$                       **b)**  $B = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- c)**  $C = [3; +\infty) \setminus \{5\}$                       **d)**  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x + 2 \leq 5\}$

**Bài 3.** Xác định điều kiện của  $a, b$  để:

- a)**  $A \cap B \neq \emptyset$  với  $A = (a-1; a+2)$ ;  $B = (b; b+4]$ .
- b)**  $E \subset (C \cup D)$  với  $C = [-1; 4]$ ;  $D = \mathbb{R} \setminus (-3; 3)$ ;  $E = [a; b]$ .

**Bài 4.** Tìm  $m$  sao cho:

- a)**  $A \cup B = \mathbb{R}$  biết  $A = (-\infty; 3]$ ;  $B = [m; +\infty)$ .
- b)**  $C \cup D$  là một khoảng (tùy theo  $m$  xác định khoảng đó), biết  $C = (m; m+2)$ ;  $D = (-3; 1)$ .

**Bài 5.** Cho  $A = (-4; 5]$ ;  $B = (2m-1; m+3)$ , tìm  $m$  sao cho:

- a)**  $A \subset B$                       **b)**  $B \subset A$                       **c)**  $A \cap B = \emptyset$                       **d)**  $A \cup B$  là một khoảng.

## CHƯƠNG 2: THỐNG KÊ

### I. Lý thuyết

#### 1. Kiến thức

- Mô tả được mẫu số liệu, phân biệt được số trung bình, số trung vị, phương sai và độ lệch chuẩn.

#### 2. Kỹ năng

- Đọc được tần số, tần suất, một của một mẫu số liệu. Đọc và vẽ được các biểu đồ tần số, tần suất.

- Vận dụng được công thức tính số trung bình, số trung vị, phương sai và độ lệch chuẩn vào bài tập thực tế.

### II. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 21:** Để may đồng phục cho khối học sinh lớp một của trường tiểu học A, người ta chọn ra lớp 1E. Thống kê chiều cao của học sinh trong lớp (tính bằng cm) được ghi lại như sau:

102	102	113	138	111	109	98	114	101
103	127	118	111	130	124	115	122	126
107	134	108	118	122	99	109	106	109
104	122	133	124	108	102	130	107	114
147	104	141	103	108	118	113	138	112

Dấu hiệu điều tra, đơn vị điều tra ở đây là gì? Kích thước mẫu bằng bao nhiêu?

- A. Dấu hiệu là lớp 1E, đơn vị điều tra là chiều cao của các học sinh, kích thước mẫu  $N = 45$ .  
B. Dấu hiệu là trường tiểu học A, đơn vị điều tra là một học sinh lớp 1E, kích thước mẫu  $N = 45$ .  
C. Dấu hiệu là 45 học sinh, đơn vị điều tra là lớp 1E, kích thước mẫu  $N = 45$ .  
D. Dấu hiệu là chiều cao của mỗi học sinh, đơn vị điều tra là một học sinh lớp 1E, kích thước mẫu  $N = 45$ .

**Câu 22:** Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó.

Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

1. Một của mẫu số liệu trên là

- A.  $M_0 = 7$                       B.  $M_0 = 5$                       C.  $M_0 = 8$                       D.  $M_0 = 4$

2. Tìm số trung vị của mẫu số liệu trên.

- A.  $M_e = 5,5$                       B.  $M_e = 7,5$                       C.  $M_e = 6,5$                       D.  $M_e = 6$

3. Tìm số trung bình của mẫu số liệu trên.

- A. 6,26                              B. 6,25                              C. 6,24                              D. 6,23

4. Tìm phương sai (chính xác đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu trên.

- A. 3,99                              B. 3,96                              C. 3,98                              D. 3,97

5. Tìm độ lệch chuẩn (chính xác đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu trên.

- A. 1,99                              B. 1,98                              C. 1,97                              D. 1,96

**Câu 23:** Đo chiều cao (cm) của 40 học sinh nam ở một trường THCS, mẫu số liệu được ghi lại thành bảng tần số - tần suất ghép lớp như sau:

Lớp	Tần số	Tần suất (%)
[141;146]	6	15.0
[147;152]	4	10.0
[153;158]	2	5.0
[159;164]	6	15.0
[165;170]	10	25.0
[171;176]	12	30.0
	$N = 40$	

1. Chiều cao trung bình của các học sinh nói trên gần đúng là

- A. 160,4.                      B. 162,4.                      C. 162,3.                      D. 161,4.

2. Phương sai của mẫu số liệu trên là

- A.  $s^2 = 116,17$                       B.  $s^2 = 116,15$                       C.  $s^2 = 116,14$                       D.  $s^2 = 116,19$

3. Độ lệch chuẩn là của mẫu số liệu trên là

- A.  $s = 10,74$                       B.  $s = 10,72$                       C.  $s = 10,78$                       D.  $s = 10,71$

## CHƯƠNG 3: HÀM SỐ BẬC NHẤT – HÀM SỐ BẬC HAI

### I. Lý thuyết

#### 1. Kiến thức

- Trình bày được khái niệm hàm số, tập xác định của hàm số, đồ thị của hàm số, hàm số đồng biến, nghịch biến, hàm số chẵn, lẻ. Minh họa được tính chất đồ thị của hàm số chẵn, lẻ. Nêu được các phép tịnh tiến đồ thị.

- Trình bày được bảng biến thiên và đồ thị của hàm số bậc nhất. Cách vẽ đồ thị hàm số bậc nhất và đồ thị hàm số chứa dấu trị tuyệt đối

- Trình bày được sự biến thiên của hàm số bậc hai. Giải thích được phép tịnh tiến đồ thị để có ĐTHS bậc hai. Cách vẽ đồ thị hàm số bậc hai.

#### 2. Kỹ năng

- Tìm được tập xác định của hàm số. Xét được tính đồng biến, nghịch biến của một số hàm số trên một khoảng cho trước, xét được tính chẵn lẻ của một hàm số. Vẽ được đồ thị hàm số mới khi sử dụng phép tịnh tiến đồ thị.

- Xác định được chiều biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số bậc nhất và đồ thị hàm số chứa dấu trị tuyệt đối. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng có phương trình cho trước. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số cho bởi các hàm bậc nhất trên các khoảng khác nhau.

- Lập được bảng biến thiên của hàm số bậc hai. Vẽ được đồ thị hàm số bậc hai, xác định được: trục đối xứng của đồ thị, các giá trị của  $x$  để  $y > 0$ ,  $y < 0$ . Tìm phương trình  $y = ax^2 + bx + c$  khi biết tính chất đồ thị.

### II. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 24:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} -2(x-2) & \text{khi } -1 \leq x < 1 \\ \sqrt{x^2-1} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$ . Giá trị  $f(-1)$  bằng?

- A. -6.                                      B. 6.                                      C. 5.                                      D. -5.

**Câu 25:** Cho hàm số:  $y = f(x) = |2x-3|$ . Tìm  $x$  để  $f(x) = 3$ .

- A.  $x = 3$ .                                      B.  $x = 3$  hay  $x = 0$ .                                      C.  $x = \pm 3$ .                                      D.  $x = \pm 1$ .

**Câu 26:** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{x-2} + \frac{2x+5}{x-4}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$ .                                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .  
C.  $D = (-\infty; 2]$ .                                      D.  $D = [2; +\infty) \setminus \{4\}$ .

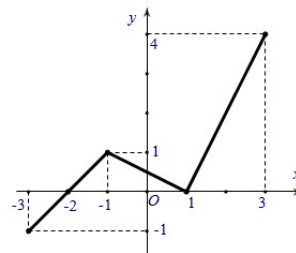
**Câu 27:** Tập xác định của hàm số  $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$  là

- A.  $D = (1; 3]$ .                                      B.  $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$ .  
C.  $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$                                       D.  $D = \emptyset$ .

**Câu 28:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có tập xác định là  $[-3; 3]$  và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-3; -1)$  và  $(1; 3)$
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-3; 1)$  và  $(1; 4)$
- C. Đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-2; 1)$



**Câu 29:** Xét sự biến thiên của hàm số  $y = \frac{1}{x^2}$ . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 0)$ , nghịch biến trên  $(0; +\infty)$ .
- B. Hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty)$ , nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$ .
- C. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 1)$ , nghịch biến trên  $(1; +\infty)$ .
- D. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

**Câu 30:** Xét sự biến thiên của hàm số  $y = \frac{x}{x-1}$ . **Chọn** khẳng định đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
- B. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
- C. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; 1)$ , nghịch biến trên  $(1; +\infty)$ .
- D. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ , đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .

**Câu 31:** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để hàm số  $y = -x^2 + (m-1)x + 2$  nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

- A.  $m \geq 5$ .
- B.  $m > 5$ .
- C.  $m \leq 3$ .
- D.  $m < 3$ .

**Câu 32:** Trong các hàm số sau, hàm số nào không phải là hàm số lẻ?

- A.  $y = x^3 + 1$ .
- B.  $y = x^3 - x$ .
- C.  $y = x^3 + x$ .
- D.  $y = \frac{1}{x}$ .

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = 3x^4 - 4x^2 + 3$ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A.  $y$  là hàm số chẵn.
- B.  $y$  là hàm số lẻ.
- C.  $y$  là hàm số không có tính chẵn lẻ.
- D.  $y$  là hàm số vừa chẵn vừa lẻ.

**Câu 34:** Trong các hàm số sau đây:  $y = |x|$ ,  $y = x^2 + 4x$ ,  $y = -x^4 + 2x^2$  có bao nhiêu hàm số chẵn trên tập xác định của nó?

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

**Câu 35:** Biết rằng khi  $m = m_0$  thì hàm số  $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$  là hàm số lẻ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$ .
- B.  $m_0 \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$ .
- C.  $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$ .
- D.  $m_0 \in [3; +\infty)$ .

**Câu 36:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+2m+2}{x-m}$  xác định trên  $(-1; 0)$ .

- A.  $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$ .
- B.  $m \leq -1$ .
- C.  $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$ .
- D.  $m \geq 0$ .



**Câu 37:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$  xác định trên  $(0;1)$ .

- A.  $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup \{2\}$ .    B.  $m \in (-\infty; -1] \cup \{2\}$ .    C.  $m \in (-\infty; 1] \cup \{3\}$ .    D.  $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$ .

**Câu 38:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$  xác định trên khoảng  $(-1;3)$ .

- A. Không có giá trị  $m$  thỏa mãn.    B.  $m \geq 2$ .  
C.  $m \geq 3$ .    D.  $m \geq 1$ .

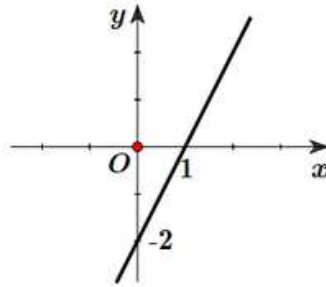
**Câu 39:** Cho hàm số  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ). Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $a > 0$ .    B. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $a < 0$ .  
C. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $b > 0$ .    D. Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $b < 0$ .

**Câu 40:** Cho hàm số  $y = 2x - 1$  có đồ thị là đường thẳng  $d$ . Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng  $d$ ?

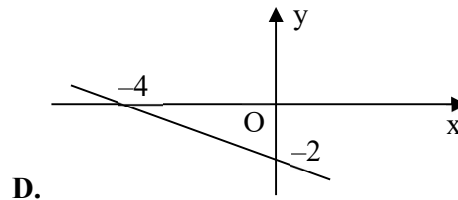
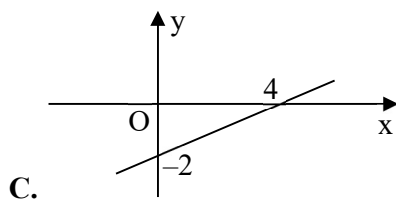
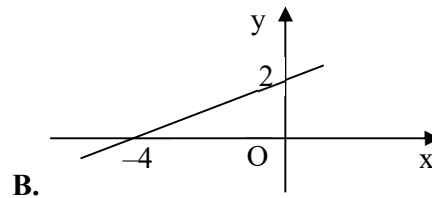
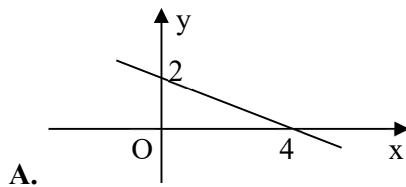
- A.  $P(3;5)$ .    B.  $K(-1;3)$ .    C.  $H\left(\frac{1}{2};1\right)$ .    D.  $Q(0;1)$ .

**Câu 41:** Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?

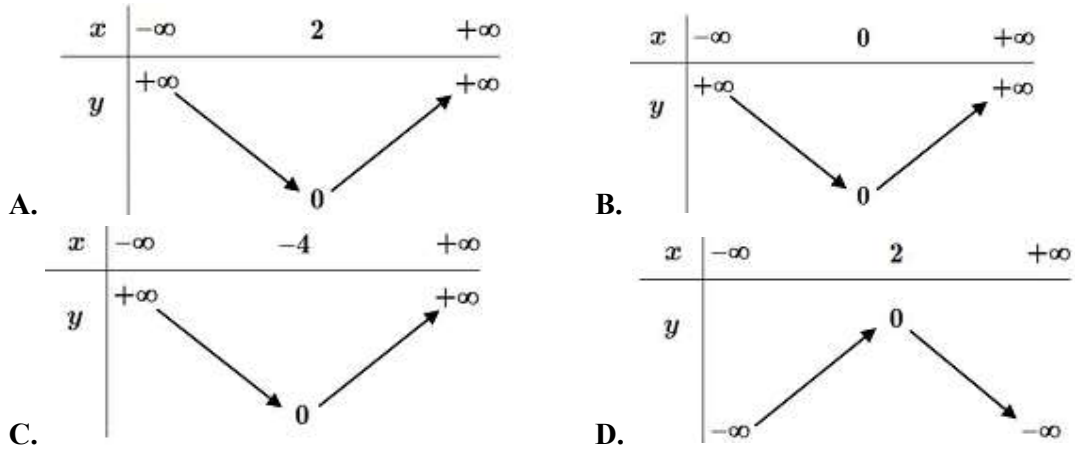


- A.  $y = 2x - 2$ .    B.  $y = x - 2$ .    C.  $y = -2x - 2$ .    D.  $y = -x - 2$ .

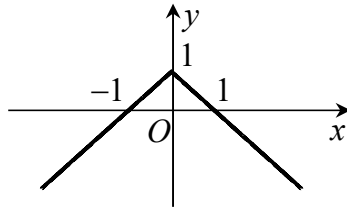
**Câu 42:** Đồ thị của hàm số  $y = -\frac{x}{2} + 2$  là hình nào?



**Câu 43:** Cho hàm số  $y = |2x - 4|$ . Bảng biến thiên nào sau đây là bảng biến thiên của hàm số đã cho?

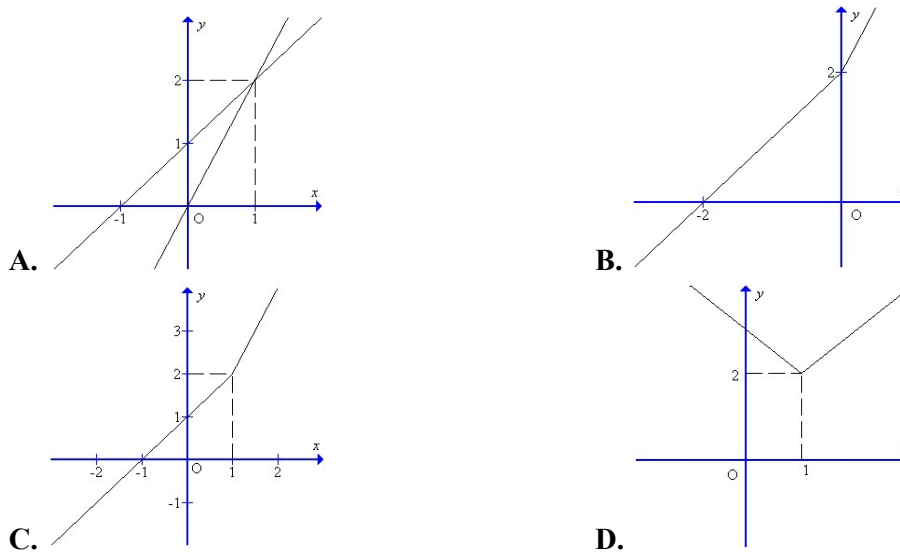


**Câu 44:** Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?



- A.  $y = |x|$ .      B.  $y = |x| + 1$ .      C.  $y = 1 - |x|$ .      D.  $y = |x| - 1$ .

**Câu 45:** Hàm số  $y = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ x+1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$  có đồ thị trong hình nào dưới đây?



**Câu 46:** Với giá trị nào của  $a$  và  $b$  thì đồ thị hàm số  $y = ax + b$  đi qua các điểm  $A(-2;1)$ ,  $B(1;-2)$ ?

- A.  $a = -2$  và  $b = -1$ .      B.  $a = 2$  và  $b = 1$ .      C.  $a = 1$  và  $b = 1$ .      D.  $a = -1$  và  $b = -1$ .

**Câu 47:** Cho hai đường thẳng  $d_1: y = x + 100$  và  $d_2: y = -\frac{1}{2}x + 100$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $d_1$  và  $d_2$  trùng nhau. B.  $d_1$  và  $d_2$  cắt nhưng không vuông góc.  
C.  $d_1$  và  $d_2$  song song với nhau. D.  $d_1$  và  $d_2$  vuông góc.

**Câu 48:** Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $y = x + 2$  và  $y = -\frac{3}{4}x + 3$  là

- A.  $\left(\frac{4}{7}; \frac{18}{7}\right)$ . B.  $\left(\frac{4}{7}; -\frac{18}{7}\right)$ . C.  $\left(-\frac{4}{7}; \frac{18}{7}\right)$ . D.  $\left(-\frac{4}{7}; -\frac{18}{7}\right)$ .

**Câu 49:** Đồ thị hàm số  $y = ax + b$  cắt trục hoành tại điểm  $x = 3$  và đi qua điểm  $M(-2; 4)$  khi và chỉ khi

- A.  $a = \frac{1}{2}$ ;  $b = 3$ . B.  $a = -\frac{1}{2}$ ;  $b = 3$ . C.  $a = -\frac{1}{2}$ ;  $b = -3$ . D.  $a = \frac{1}{2}$ ;  $b = -3$ .

**Câu 50:** Xác định  $m$  để ba đường thẳng  $y = 1 - 2x$ ,  $y = x - 8$  và  $y = (3 + 2m)x - 5$  đồng quy.

- A.  $m = -1$ . B.  $m = \frac{1}{2}$ . C.  $m = 1$ . D.  $m = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 51:** Đường thẳng đi qua  $A(1; 2)$  và song song với đường thẳng  $y = -2x + 3$  có phương trình là

- A.  $y = -2x - 4$ . B.  $y = -2x + 4$ . C.  $y = -3x + 5$ . D.  $y = 2x$ .

**Câu 52:** Đường thẳng đi qua  $A(1; 2)$  và vuông góc với đường thẳng  $y = -2x + 3$  có phương trình là

- A.  $2x + y - 4 = 0$ . B.  $x - 2y + 3 = 0$ . C.  $x - 2y - 3 = 0$ . D.  $2x - y + 3 = 0$ .

**Câu 53:** Biết đường thẳng  $d: y = ax + b$  đi qua điểm  $I(1; 2)$  và cắt hai trục  $Ox, Oy$  lần lượt tại các điểm  $A; B$  sao cho diện tích tam giác  $OAB$  bằng 4. Phương trình của đường thẳng  $d$  có thể là

- A.  $y = -2x - 4$ . B.  $y = -2x + 4$ . C.  $y = 2x - 4$ . D.  $y = 2x + 4$ .

**Câu 54:** Cho hàm số  $y = x^2 - 2x$  có đồ thị  $(P)$ . Tọa độ đỉnh  $I$  của  $(P)$  là

- A.  $(0; 0)$ . B.  $(1; -1)$ . C.  $(-1; 3)$ . D.  $(2; 0)$ .

**Câu 55:** Cho hàm số:  $y = x^2 - 2x + 3$ . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên  $(0; +\infty)$ . B. Hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .  
C. Đồ thị hàm số có đỉnh  $I(1; 0)$ . D. Hàm số đồng biến trên  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 56:** Bảng biến thiên của hàm số  $y = -2x^2 + 4x + 1$  là bảng nào sau đây?

A. 

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$y$	$-\infty$	1	$-\infty$

B. 

$x$	$-\infty$	2	$+\infty$
$y$	$+\infty$	1	$+\infty$

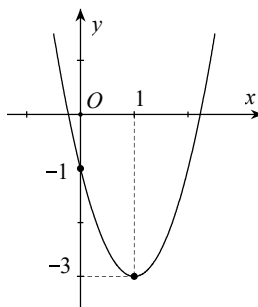
C. 

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$y$	$-\infty$	3	$-\infty$

D. 

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$y$	$+\infty$	3	$+\infty$

**Câu 57:** Cho parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình của parabol này là

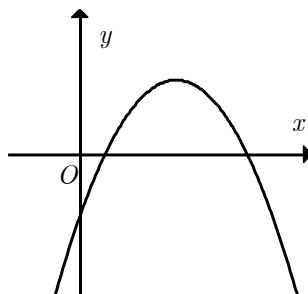
**A.**  $y = 2x^2 - 4x - 1.$

**B.**  $y = 2x^2 + 3x - 1.$

**C.**  $y = 2x^2 + 8x - 1.$

**D.**  $y = 2x^2 - x - 1.$

**Câu 58:** Cho hàm số  $y = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

**A.**  $a > 0, b > 0, c < 0.$     **B.**  $a > 0, b < 0, c > 0.$     **C.**  $a < 0, b > 0, c < 0.$     **D.**  $a < 0, b > 0, c > 0.$

**Câu 59:** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = f(x) = x^2 - 3x$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

**A.**  $M = 0; m = -\frac{9}{4}.$

**B.**  $M = \frac{9}{4}; m = 0.$

**C.**  $M = -2; m = -\frac{9}{4}.$

**D.**  $M = 2; m = -\frac{9}{4}.$

**Câu 60:** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = f(x) = -x^2 - 4x + 3$  trên  $[0; 4]$ .

**A.**  $M = 4; m = 0.$

**B.**  $M = 29; m = 0.$

**C.**  $M = 3; m = -29.$

**D.**  $M = 4; m = 3.$

**Câu 61:** Parabol  $y = ax^2 + bx + c$  đi qua  $A(8; 0)$  và có đỉnh  $A(6; -12)$  có phương trình là

**A.**  $y = x^2 - 12x + 96.$

**B.**  $y = 2x^2 - 24x + 96.$

**C.**  $y = 2x^2 - 36x + 96.$

**D.**  $y = 3x^2 - 36x + 96.$

**Câu 62:** Parabol  $(P): y = ax^2 + bx + 2$  đi qua hai điểm  $M(1; 5)$  và  $N(-2; 8)$  có phương trình là

**A.**  $y = x^2 + x + 2.$

**B.**  $y = x^2 + 2x.$

**C.**  $y = 2x^2 + x + 2.$

**D.**  $y = 2x^2 + 2x + 2.$

**Câu 63:** Parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$  đi qua các điểm  $A(0; -1), B(1; -1), C(-1; 1)$  có phương trình là

**A.**  $y = x^2 - x + 1.$

**B.**  $y = x^2 - x - 1.$

**C.**  $y = x^2 + x - 1.$

**D.**  $y = x^2 + x + 1.$

**Câu 64:** Tọa độ giao điểm của  $(P): y = x^2 - 4x$  với đường thẳng  $d: y = -x - 2$  là

A.  $M(-1; -1), N(-2; 0)$ .

B.  $M(1; -3), N(2; -4)$ .

C.  $M(0; -2), N(2; -4)$ .

D.  $M(-3; 1), N(3; -5)$ .

**Câu 65:** Giá trị nào của  $m$  thì đồ thị hàm số  $y = x^2 + 3x + m$  cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

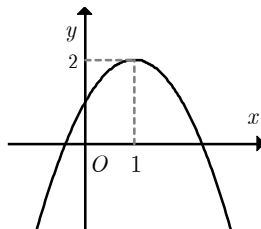
A.  $m < -\frac{9}{4}$ .

B.  $m > -\frac{9}{4}$ .

C.  $m < \frac{9}{4}$ .

D.  $m > \frac{9}{4}$ .

**Câu 66:** Cho hàm số  $f(x) = ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) + m - 2021 = 0$  có duy nhất một nghiệm.



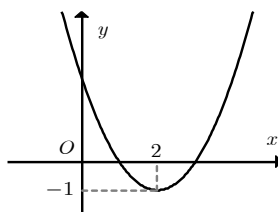
A.  $m = 2023$ .

B.  $m = 2022$ .

C.  $m = 2020$ .

D.  $m = 2019$ .

**Câu 67:** Cho hàm số  $f(x) = ax^2 + bx + c$  đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực  $m$  thì phương trình  $|f(x)| = m$  có đúng 4 nghiệm phân biệt.



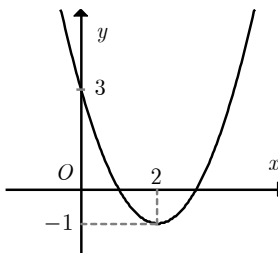
A.  $0 < m < 1$ .

B.  $m > 3$ .

C.  $m = -1, m = 3$ .

D.  $-1 < m < 0$ .

**Câu 68:** Cho hàm số  $f(x) = ax^2 + bx + c$  đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực  $m$  thì phương trình  $f(|x|) - 1 = m$  có đúng 3 nghiệm phân biệt.



A.  $m = 3$ .

B.  $m > 3$ .

C.  $m = 2$ .

D.  $-2 < m < 2$ .

### III. Bài tập tự luận

**Bài 1.** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a)  $y = \frac{2x+1}{x^2 - 2020x - 2021}$

b)  $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 + x + 1}$

c)  $y = \frac{1}{\sqrt{x-3} - \sqrt{5-x}}$

d)  $y = \sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+2}$

e)  $y = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}$

**Bài 2.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để:

a) Hàm số  $y = \frac{3x+1}{x^2-2mx+4}$  xác định trên  $\mathbb{R}$ .

b) Hàm số  $y = \sqrt{2m-x}$  xác định với mọi  $x \in [0;1]$ .

c) Hàm số  $y = \frac{x-1}{x-2m}$  xác định với mọi  $x \in (-2;5]$ .

d) Hàm số  $y = \sqrt{2x-5m+7} + \frac{x^2-x-2}{x+4-m}$  xác định với mọi  $x \in [4;+\infty)$ .

**Bài 3.** Xác định tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a)  $y = 2x^4 + x^2 - 1$

b)  $y = |x|.x^3$

c)  $y = \sqrt{x^2 - 4x}$

d)  $y = x^2 + 2x$

e)  $y = |x+1| + |x-1|$

f)  $y = \sqrt{1+2x} - \sqrt{1-2x}$

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = (3m-2)x + 6m - 9$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để:

a) Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .

b) Đồ thị hàm số vuông góc với đường thẳng  $(d_1): x + 4y + 20 = 0$ .

c) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng  $(d_2): x - 2y - 4 = 0$  tại điểm có tung độ bằng  $-1$ .

d) Đồ thị hàm số cắt 2 trục  $Ox; Oy$  lần lượt tại  $M, N$  sao cho tam giác  $OMN$  cân.

e) Bất phương trình  $y > 0$  đúng với mọi  $x \in [-2;3]$ .

f) Bất phương trình  $(3m-2)x + 6m - 9 < 0$  đúng với mọi  $x \in (2;+\infty)$ .

**Bài 5.** Cho hàm số  $y = |3x-2| - |x+2|$

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

b) Dựa vào đồ thị tìm các giá trị của  $x$  để  $y > 0$ .

c) Dựa vào đồ thị biện luận theo  $m$  số nghiệm phương trình  $|3x-2| - |x+2| = m$ .

**Bài 6.** Cho hàm số  $y = (m-1)x^2 - 2x - m + 3$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để:

a) Đồ thị hàm số là một đường thẳng.

b) Đồ thị hàm số là parabol có trục đối xứng là đường thẳng  $x = \frac{-3}{2}$ .

c) Đồ thị hàm số là parabol có đỉnh nằm trên trục hoành.

d) Đồ thị hàm số cắt trục  $Ox$  tại hai điểm  $M, N$  sao cho  $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{ON}$ .

e) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$ .

f) Bất phương trình  $y \leq 0$  đúng với mọi  $x \in [1;3]$ .

**Bài 7.**

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị  $(P)$  của hàm số  $y = x^2 - 6x + 5$ .

b) Từ đồ thị  $(P)$  trình bày cách vẽ và vẽ đồ thị  $(P_1)$  và  $(P_2)$  với:

**b1)**  $(P_1): y = |x^2 - 6x + 5|$

**b2)**  $(P_2): y = x^2 - 6|x| + 5$

c) Biện luận theo tham số  $m$  số nghiệm phương trình sau:

**c1)**  $|x^2 - 6x + 5| = 2m - 1$

**c2)**  $x^2 - 6|x| + 5 = m$

d) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - 6x + 5 = m$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $1 < x_1 < x_2 < 5$ .

**Bài 8.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để:

**a)** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m + 2$  trên  $[0; 2]$  bằng 3.

**b)** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -2x^2 - 2mx + m + 5$  trên  $[1; 3]$  bằng 5.

## CHƯƠNG 4: PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH

### I. Lý thuyết

#### 1. Kiến thức

- Trình bày được khái niệm phương trình, phương trình có tham số, phương trình nhiều ẩn, nghiệm của phương trình, hai phương trình tương đương, các phép biến đổi tương đương.
- Trình bày được cách giải và biện luận phương trình dạng  $ax + b = 0$ ,  $ax^2 + bx + c = 0$ .
- Trình bày được cách giải một số phương trình quy về dạng  $ax + b = 0$ ,  $ax^2 + bx + c = 0$ , phương trình có ẩn ở mẫu thức, chứa dấu giá trị tuyệt đối, phương trình đưa về phương trình tích.
- Trình bày được khái niệm nghiệm phương trình bậc nhất hai ẩn và hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, các dạng hệ phương trình bậc hai hai ẩn.

#### 2. Kỹ năng

- Nhận biết một số là nghiệm của phương trình, nhận biết hai phương trình tương đương. Tìm điều kiện xác định của phương trình, biến đổi tương đương phương trình.
- Áp dụng cách giải và biện luận phương trình dạng  $ax + b = 0$ ,  $ax^2 + bx + c = 0$  vào làm bài tập. Biết sử dụng định lý Viet tìm tham số để phương trình thỏa mãn điều kiện cho trước.
- Biến đổi bài toán để đưa về các dạng được học: phương trình bậc nhất, bậc hai, phương trình có ẩn ở mẫu thức, phương trình có chứa dấu giá trị tuyệt đối, phương trình đưa về phương trình tích. Áp dụng vào giải các bài toán thực tế.
- Giải và biểu diễn tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn. Giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn bằng định thức. Giải một số hệ phương trình bậc hai hai ẩn: hệ gồm một phương trình bậc hai và một phương trình bậc nhất, hệ phương trình đối xứng, hệ giải bằng phương pháp phân tích thành nhân tử.

### II. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 69:** Tập xác định của phương trình  $\frac{2x+1}{\sqrt{4-5x}} + 2x - 3 = 5x - 1$  là:

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{5} \right\}$ .      B.  $D = \left( -\infty; \frac{4}{5} \right]$ .      C.  $D = \left( -\infty; \frac{4}{5} \right)$ .      D.  $D = \left( \frac{4}{5}; +\infty \right)$ .

**Câu 70:** Với giá trị nào sau đây của  $x$  thỏa mãn phương trình  $\sqrt{2x-3} = x-3$ .

- A.  $x=9$ .      B.  $x=8$ .      C.  $x=7$ .      D.  $x=6$ .

**Câu 71:** Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình  $x^2 = 9$ ?

- A.  $x^2 - 3x + 4 = 0$ .      B.  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .  
C.  $|x| = 3$ .      D.  $x^2 + \sqrt{x} = 9 + \sqrt{x}$ .

**Câu 72:** Cho phương trình  $ax + b = 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu phương trình có nghiệm thì  $a$  khác 0.  
B. Nếu phương trình vô nghiệm thì  $a = 0$ .  
C. Nếu phương trình vô nghiệm thì  $b = 0$ .  
D. Nếu phương trình có nghiệm thì  $b$  khác 0.

**Câu 73:** Phương trình  $(m^2 - m)x + m - 3 = 0$  là phương trình bậc nhất khi và chỉ khi:

- A.  $m \neq 0$ .      B.  $m \neq 1$ .      C.  $m \neq 0$  hoặc  $m \neq 1$ .      D.  $m \neq 1$  và  $m \neq 0$ .



- Câu 74:** Phương trình  $(m^2 - 4m + 3)x = m^2 - 3m + 2$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi  
**A.**  $m \neq 1$ .                      **B.**  $m \neq 3$ .                      **C.**  $m \neq 1$  và  $m \neq 3$ .                      **D.**  $m = 1$  và  $m = 3$ .
- Câu 75:** Tìm tất cả giá trị của  $m$  để phương trình  $(m^2 - 4)x = m(m + 2)$  có tập nghiệm là  $\mathbb{R}$ .  
**A.**  $m = 2$ .                      **B.**  $m = -2$ .                      **C.**  $m = 0$ .                      **D.**  $m \neq -2$  và  $m \neq 2$ .
- Câu 76:** Hai số  $1 - \sqrt{2}$  và  $1 + \sqrt{2}$  là các nghiệm của phương trình:  
**A.**  $x^2 - 2x - 1 = 0$ .                      **B.**  $x^2 + 2x - 1 = 0$ .                      **C.**  $x^2 + 2x + 1 = 0$ .                      **D.**  $x^2 - 2x + 1 = 0$ .
- Câu 77:** Số nghiệm của phương trình  $\frac{2x}{x-3} + \frac{5x+3}{x+3} = 1$  là  
**A.** 2.                      **B.** 1.                      **C.** 0.                      **D.** 3.
- Câu 78:** Tập nghiệm của phương trình:  $|x - 2| = |3x - 5|(1)$  là  
**A.**  $\left\{\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right\}$ .                      **B.**  $\left\{-\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right\}$ .                      **C.**  $\left\{-\frac{7}{4}; -\frac{3}{2}\right\}$ .                      **D.**  $\left\{-\frac{7}{4}; \frac{3}{2}\right\}$ .
- Câu 79:** Phương trình  $-2x^2 - 4x + 3 = m$  có nghiệm khi và chỉ khi  
**A.**  $m \leq 5$ .                      **B.**  $m \geq 5$ .                      **C.**  $m > 5$ .                      **D.**  $m < 5$ .
- Câu 80:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $2(x^2 - 1) = x(mx + 1)$  có nghiệm duy nhất?  
**A.**  $m = \frac{17}{8}$ .                      **B.**  $m = 0$ .                      **C.**  $m = 2$ .                      **D.**  $m = 2$  hoặc  $m = \frac{17}{8}$ .
- Câu 81:** Với giá trị nào của  $m$  thì phương trình  $(m - 1)x^2 + 3x - 1 = 0$  có 2 nghiệm phân biệt trái dấu?  
**A.**  $m > 1$ .                      **B.**  $m < 1$ .                      **C.**  $\forall m$ .                      **D.** Không tồn tại  $m$ .
- Câu 82:** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m = 0$  có hai nghiệm thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 8$ .  
**A.**  $\begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$ .                      **B.**  $\begin{cases} m = -2 \\ m = -1 \end{cases}$ .                      **C.**  $\begin{cases} m = 2 \\ m = 1 \end{cases}$ .                      **D.**  $\begin{cases} m = -2 \\ m = 1 \end{cases}$ .
- Câu 83:** Với giá trị nào của  $m$  thì phương trình  $\frac{2x - 3m}{x - 2} + \frac{x + 2}{x - 1} = 3$  vô nghiệm?  
**A.**  $\frac{7}{3}$ .                      **B.**  $\frac{4}{3}$ .                      **C.**  $\frac{7}{3}$  hoặc  $\frac{4}{3}$ .                      **D.** 0.
- Câu 84:** Với giá trị nào của tham số  $a$  thì phương trình  $(x^2 - 5x + 4)\sqrt{x - a} = 0$  có hai nghiệm phân biệt?  
**A.**  $a < 1$ .                      **B.**  $1 \leq a < 4$ .                      **C.**  $a \geq 4$ .                      **D.** Không có  $a$ .
- Câu 85:** Phương trình  $(x^2 - 3x + m)(x - 1) = 0$  có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  
**A.**  $m < \frac{9}{4}$ .                      **B.**  $\begin{cases} m \leq \frac{9}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$ .                      **C.**  $\begin{cases} m < \frac{9}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$ .                      **D.**  $m > \frac{9}{4}$ .
- Câu 86:** Phương trình  $-x^4 - 2(\sqrt{2} - 1)x^2 + (3 - 2\sqrt{2}) = 0$  có bao nhiêu nghiệm phân biệt?  
**A.** 2.                      **B.** 3.                      **C.** 4.                      **D.** 0.

**Câu 87:** Biết rằng phương trình:  $2(x^2 + 2x)^2 - (4m - 3)(x^2 + 2x) + 1 - 2m = 0$  có đúng 3 nghiệm phân biệt  $\in [-3; 0]$ . Số giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn là

- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 0.

**Câu 88:** Tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\sqrt{2x-3} = x-3$  là

- A.  $S = \{6; 2\}$ .              B.  $S = \{2\}$ .              C.  $S = \{6\}$ .              D.  $S = \emptyset$ .

**Câu 89:** Tổng các nghiệm của phương trình  $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$  bằng

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 90:** Tập nghiệm của phương trình  $\sqrt{4x+1} = |x-5|$  là

- A.  $\{12; -2\}$ .              B.  $\{2\}$ .                      C.  $\{12\}$ .                      D.  $\{12; 2\}$ .

**Câu 91:** Tìm nghiệm của hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases}$$

- A.  $\left(\frac{17}{23}; -\frac{7}{23}\right)$ .              B.  $\left(-\frac{17}{23}; \frac{7}{23}\right)$ .              C.  $\left(-\frac{17}{23}; -\frac{7}{23}\right)$ .              D.  $\left(\frac{17}{23}; \frac{7}{23}\right)$ .

**Câu 92:** Nghiệm của hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ y + 2z = 2 \\ z + 2x = 3 \end{cases}$$
 là

- A.  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ .              B.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ .              C.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ .              D.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ .

**Câu 93:** Hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 12 \end{cases}$$
 có nghiệm là

- A.  $x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{3}$ .              B.  $x = \frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$ .              C.  $x = -\frac{1}{2}; y = \frac{1}{3}$ .              D. Vô nghiệm.

**Câu 94:** Hệ phương trình: 
$$\begin{cases} |x-1| + y = 0 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$
 có nghiệm là

- A.  $x = -3; y = 2$ .              B.  $x = 2; y = -1$ .              C.  $x = 4; y = -3$ .              D.  $x = -4; y = 3$ .

**Câu 95:** Hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + my = -1 \end{cases}$$
 vô nghiệm khi và chỉ khi

- A.  $m \in \emptyset$ .                      B.  $m = -4$ .                      C.  $m = \frac{1}{-4}$ .                      D.  $m \neq -4$ .

**Câu 96:** Hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + 3y + 4 = 0 \\ 3x + y - 1 = 0 \\ 2mx + 5y - m = 0 \end{cases}$$
 có duy nhất một nghiệm khi và chỉ khi

A.  $m = \frac{10}{3}$ .

B.  $m = 10$ .

C.  $m = -10$ .

D.  $m = \frac{-10}{3}$ .

**Câu 97:** Với giá trị nào của  $a$  thì hệ phương trình  $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2a-1 \end{cases}$  có nghiệm  $(x, y)$  thỏa mãn  $x > y$ ?

A.  $a > \frac{1}{2}$ .

B.  $a > \frac{1}{3}$ .

C.  $a > -\frac{1}{2}$ .

D.  $a < \frac{1}{2}$ .

**Câu 98:** Cho một tam giác vuông. Khi ta tăng mỗi cạnh góc vuông lên  $2cm$  thì diện tích tam giác tăng thêm  $17cm^2$ . Nếu giảm các cạnh góc vuông lần lượt đi  $3cm$  và  $1cm$  thì diện tích tam giác giảm đi  $1cm^2$ . Tính diện tích của tam giác vuông ban đầu.

A.  $50 cm^2$ .

B.  $25 cm^2$ .

C.  $50\sqrt{5} cm^2$ .

D.  $50\sqrt{2} cm^2$ .

### III. Bài tập tự luận

**Bài 1.** Giải và biện luận các phương trình sau:

a)  $m^2(x+1) - 4x = 2m^2 + m - 6$

b)  $(m+2)x^2 + 2mx + 1 = 0$

c)  $\frac{(2m-1)x+2}{x-2} = m+1$

d)  $|4x-3m| = 2x+m$

**Bài 2.** Giải và biện luận các hệ phương trình sau theo tham số  $m$ :

a)  $\begin{cases} (m-1)x + 2y = 3m-1 \\ (m+2)x - y = 1-m \end{cases}$

b)  $\begin{cases} (m+4)x - (m+2)y = 4 \\ (2m-1)x + (m-4)y = m \end{cases}$

**Bài 3.** Giải các phương trình sau:

a)  $|3x^2 - 7x + 10| = |2x^2 + 3x - 14|$

b)  $|x^2 - 6x - 2| = 3 - 2x$

c)  $|3x - 5| = 2x^2 + x - 3$

d)  $\sqrt{3x^2 - 4x - 4} = \sqrt{2x + 5}$

e)  $\sqrt{x^2 - 2x + 3} = 2x - 1$

f)  $\sqrt{3x-7} - \sqrt{x+1} = 2$

g)  $(x+1)(x+4) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$

h)  $\sqrt{x+3} + \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+3)(6-x)} = 3$

**Bài 4.** Giải các hệ phương trình sau:

a)  $\begin{cases} 6x^2 + 13xy + 6y^2 = 0 \\ 2x^2 - x - y^2 - y + 2 = 0 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x^2 - 3x = y^2 + 1 \\ y^2 - 3y = x^2 + 1 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x - \frac{1}{x} = y - \frac{1}{y} \\ 2y = x^3 + 1 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = 11 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 17 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} 3y = \frac{y^2 + 2}{x^2} \\ 3x = \frac{x^2 + 2}{y^2} \end{cases}$

f)  $\begin{cases} x + y + xy = 11 \\ x^2 + y^2 + 3(x+y) = 28 \end{cases}$

**Bài 5.** Cho phương trình  $x^2 - (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$  (\*)

- a) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (\*) có nghiệm kép.
- b) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (\*) có hai nghiệm dương phân biệt.
- c) Tìm  $m$  để phương trình có một nghiệm  $x = \frac{1}{3}$  và tính nghiệm còn lại.
- d) Tìm  $m$  để phương trình (\*) có hai nghiệm thỏa mãn:  
d1)  $x_1 = 2x_2$                       d2) Hiệu hai nghiệm bằng 1.

**Bài 6.** Cho phương trình  $(m^2 - 9)x^2 + 2(m+3)x + 1 = 0$

- a) Tìm  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm.
- b) Tìm  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

**Bài 7.** Cho phương trình  $mx^2 - 2x - 4m - 1 = 0$

- a) Chứng minh rằng với mọi  $m \neq 0$  phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.
- b) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình có một nghiệm nhỏ hơn 1, còn nghiệm kia lớn hơn 1.
- c) Tìm các giá trị của  $m$  sao cho phương trình có hai nghiệm và tổng các bình phương của các nghiệm cộng với tổng các nghiệm bằng 11.

**Bài 8.** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để:

- a) Phương trình  $(x^2 + 2x + 2)^2 + 2(x^2 + 2x + 2) - 3 = m$  có nghiệm.
- b) Phương trình  $(x^2 - 1)(x + 3)(x + 5) = m$  có bốn nghiệm phân biệt.

**Bài 9.** Tùy theo giá trị của  $m$  hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $F = (x - 2y + 1)^2 + (2x + my + 5)^2$ .

**Bài 10.** Tìm  $m$  để hệ phương trình sau có nghiệm: 
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 1 - 3m \end{cases}$$

# PHẦN II: HÌNH HỌC

## CHƯƠNG 1: CÁC PHÉP TOÁN VECTO

### I. Lý thuyết

#### 1. Kiến thức

- Trình bày được khái niệm vectơ, vectơ không, độ dài vectơ, hai vectơ cùng phương, hai vectơ bằng nhau.
- Trình bày được cách xác định tổng, hiệu hai vectơ, quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành và các tính chất của tổng vectơ: giao hoán, kết hợp, tính chất của vectơ không.
- Trình bày được định nghĩa và các tính chất của tích vectơ với một số. Tính chất trung điểm, trọng tâm; điều kiện để hai vectơ cùng phương, ba điểm thẳng hàng, biểu thị một vectơ theo hai vectơ không cùng phương.
- Trình bày được định nghĩa toạ độ của vectơ và của điểm đối với một hệ trục toạ độ. Các biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ, toạ độ trung điểm của đoạn thẳng và toạ độ trọng tâm của tam giác.

#### 2. Kỹ năng

- Chứng minh hai vectơ bằng nhau. Cho điểm A và vectơ  $\vec{a}$ , dựng được điểm B để  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ .
- Vận dụng quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành, quy tắc trừ  $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{CB}$  khi lấy tổng, hiệu hai vectơ cho trước và chứng minh các đẳng thức vectơ.
- Xác định được  $\vec{b} = k\vec{a}$ . Diễn đạt được bằng ngôn ngữ vectơ: ba điểm thẳng hàng, trung điểm của một đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác, hai điểm trùng nhau. Sử dụng được tính chất trung điểm của đoạn thẳng, trọng tâm của tam giác để giải một số bài toán hình học.
- Tính được toạ độ của vectơ nếu biết toạ độ hai đầu mút. Sử dụng được biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ trong các bài toán. Xác định được toạ độ trung điểm của đoạn thẳng, toạ độ trọng tâm tam giác.

### II. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 99:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, AC$ . Cặp vectơ nào sau đây cùng hướng?

- A.  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{MB}$ .      B.  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{CB}$ .      C.  $\overrightarrow{MA}$  và  $\overrightarrow{MB}$ .      D.  $\overrightarrow{AN}$  và  $\overrightarrow{CA}$ .

**Câu 100:** Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  của hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?

- A.  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .      C.  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$ .      D.  $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ .

**Câu 101:** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 3, BC = 5$ . Độ dài của vectơ  $\overrightarrow{AC}$  là:

- A. 4.      B. 6.      C. 8.      D.  $\sqrt{34}$ .

**Câu 102:** Cho tam giác  $ABC$ , trọng tâm  $G$ . Kết luận nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$ .      B.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ .  
C.  $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}$ .      D.  $GA = GB = GC$ .

**Câu 103:** Cho  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Với điểm  $M$  bất kỳ, ta luôn có:

- A.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI}$ .      B.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$ .      C.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MI}$ .      D.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MI}$ .

**Câu 104:** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ .      B.  $|\overrightarrow{QP}| = |\overrightarrow{MN}|$ .      C.  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ .      D.  $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$ .

**Câu 105:** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB, AC, BC$ . Hỏi  $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$  bằng vectơ nào?

- A.  $\overrightarrow{AM}$ .                      B.  $\overrightarrow{PB}$ .                      C.  $\overrightarrow{AP}$ .                      D.  $\overrightarrow{MN}$ .

**Câu 106:** Cho  $O$  là tâm hình bình hành  $ABCD$ . Hỏi vectơ  $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO}$  bằng vectơ nào?

- A.  $\overrightarrow{BA}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC}$ .                      C.  $\overrightarrow{DC}$ .                      D.  $\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 107:** Cho điểm  $B$  nằm giữa hai điểm  $A$  và  $C$ , với  $AB = 2a, AC = 6a$ . Đẳng thức nào dưới đây là đẳng thức đúng?

- A.  $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AB}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AB}$ .                      C.  $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BA}$ .

**Câu 108:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- A.  $-3\vec{a} + \vec{b}$  và  $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$  và  $2\vec{a} + \vec{b}$ .  
C.  $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$  và  $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ .                      D.  $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$  và  $\vec{a} - 2\vec{b}$ .

**Câu 109:** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Nếu  $\overrightarrow{AB} = -3\overrightarrow{AC}$  thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

- A.  $\overrightarrow{BC} = -4\overrightarrow{AC}$ .                      B.  $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{AC}$ .                      C.  $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$ .                      D.  $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 110:** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu  $M$  là trung điểm đoạn thẳng  $AB$  thì  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ .  
B. Nếu  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  thì  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ .  
C. Nếu  $ABCD$  là hình bình hành thì  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$ .  
D. Nếu ba điểm phân biệt  $A, B, C$  nằm tùy ý trên một đường thẳng thì  $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AC}|$ .

**Câu 111:** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  phân biệt. Khi đó,  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD}$  bằng vectơ nào sau đây?

- A.  $\vec{0}$ .                      B.  $\overrightarrow{BD}$ .                      C.  $\overrightarrow{AC}$ .                      D.  $2\overrightarrow{DC}$ .

**Câu 112:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$ .                      B.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$ .  
C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .                      D.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{CD}$ .

**Câu 113:** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$ ?

- A.  $2a\sqrt{2}$ .                      B.  $3a$ .                      C.  $a\sqrt{2}$ .                      D.  $2a$ .

**Câu 114:** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  và  $AB = 3, AC = 4$ . Vectơ  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$  có độ dài bằng

- A.  $\sqrt{13}$ .                      B.  $2\sqrt{13}$ .                      C.  $2\sqrt{3}$ .                      D.  $\sqrt{3}$ .

**Câu 115:** Trên đường thẳng chứa cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$  lấy một điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$ . Khi đó đẳng thức nào sau đây **đúng**?

- A.  $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$                       B.  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$   
C.  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$                       D.  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

**Câu 116:** Cho tam giác  $ABC$ . Điểm  $M$  thỏa mãn điều kiện  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ . Khẳng định nào đúng?

- A.  $M$  là điểm sao cho tứ giác  $ABMC$  là hình bình hành.
- B.  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .
- C.  $M$  là điểm sao cho tứ giác  $BAMC$  là hình bình hành.
- D.  $M$  thuộc trung trực của  $AB$ .

**Câu 117:** Cho tam giác  $ABC$ . Tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn  $|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}|$  là

- A. đường thẳng  $AB$ .
- B. đường trung trực của đoạn  $BC$ .
- C. đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $BC$ .
- D. đường thẳng qua  $A$  và song song với  $BC$ .

**Câu 118:** Cho tam giác  $ABC$  và đường thẳng  $d$ . Gọi  $O$  là điểm thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ .

Tìm điểm  $M$  trên đường thẳng  $d$  sao cho vectơ  $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$  có độ dài nhỏ nhất.

- A. Điểm  $M$  là hình chiếu vuông góc của  $O$  trên  $d$ .
- B. Điểm  $M$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $d$ .
- C. Điểm  $M$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $d$ .
- D. Điểm  $M$  chính là điểm  $O$ .

**Câu 119:** Cho  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  và  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ . Tìm tọa độ của  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ .

- A.  $\vec{c} = (1; -1)$ .
- B.  $\vec{c} = (3; -5)$ .
- C.  $\vec{c} = (-3; 5)$ .
- D.  $\vec{c} = (2; 7)$ .

**Câu 120:** Cho  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = m\vec{j} + \vec{i}$ . Nếu  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương thì

- A.  $m = -6$ .
- B.  $m = 6$ .
- C.  $m = -\frac{2}{3}$ .
- D.  $m = -\frac{3}{2}$ .

**Câu 121:** Cho hai vectơ  $\vec{a} = (1; -4)$ ;  $\vec{b} = (-6; 15)$ . Tìm tọa độ vectơ  $\vec{u}$  biết  $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b}$ .

- A.  $(7; 19)$ .
- B.  $(-7; 19)$ .
- C.  $(7; -19)$ .
- D.  $(-7; -19)$ .

**Câu 122:** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  cho  $A(4; 2), B(1; -5)$ . Tìm trọng tâm  $G$  của tam giác  $OAB$ .

- A.  $G\left(\frac{5}{3}; -1\right)$ .
- B.  $G\left(\frac{5}{3}; 2\right)$ .
- C.  $G(1; 3)$ .
- D.  $G\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .

**Câu 123:** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  cho ba điểm  $A(1; 3), B(-1; 2), C(-2; 1)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ ?

- A.  $(-5; -3)$ .
- B.  $(1; 1)$ .
- C.  $(-1; 2)$ .
- D.  $(4; 0)$ .

**Câu 124:** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  cho ba điểm  $A(2; 1), B(0; -3), C(3; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.  $(5; 5)$ .
- B.  $(5; -2)$ .
- C.  $(5; -4)$ .
- D.  $(-1; -4)$ .

**Câu 125:** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  cho  $A(2; 5), B(1; 1), C(3; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $E$  sao cho  $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ .

- A.  $(3; -3)$ .
- B.  $(-3; 3)$ .
- C.  $(-3; -3)$ .
- D.  $(-2; -3)$ .

**Câu 126:** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$   $Oxy$ , cho  $A(1; 2), B(-2; 3)$ . Tìm tọa độ điểm  $I$  sao cho

$$\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0}.$$

- A.  $(1; 2)$ .      B.  $\left(1; \frac{2}{5}\right)$ .      C.  $\left(-1; \frac{8}{3}\right)$ .      D.  $(2; -2)$ .

**Câu 127:** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  cho hai điểm  $A(2; -3), B(3; 4)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  nằm trên trục hoành sao cho ba điểm  $A, B, M$  thẳng hàng.

- A.  $M(1; 0)$ .      B.  $M(4; 0)$ .      C.  $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .      D.  $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$ .

**Câu 128:** Cho 3 vector  $\vec{a} = (5; 3); \vec{b} = (4; 2); \vec{c} = (2; 0)$ . Hãy phân tích vector  $\vec{c}$  theo 2 vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

- A.  $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ .      B.  $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$ .      C.  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ .      D.  $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ .

### III. Bài tập tự luận

**Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$ , hãy xác định các điểm  $I, J, K, L$  biết rằng:

- a)  $\vec{IA} - 2\vec{IB} = \vec{0}$     b)  $\vec{JA} - \vec{JB} - 2\vec{JC} = \vec{0}$   
 c)  $\vec{KA} + \vec{KB} + \vec{KC} = \vec{BC}$     d)  $\vec{LA} + \vec{LB} + 2\vec{LC} = \vec{0}$

**Bài 2.** Cho tam giác  $ABC$ , tìm tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn:

- a)  $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = \frac{3}{2}|\vec{MB} + \vec{MC}|$     b)  $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MB} + \vec{MC}|$

**Bài 3.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là điểm trên đoạn  $BC$  sao cho  $MB = 2MC$ .

- a) Phân tích véc tơ  $\vec{AM}$  theo hai véc tơ  $\vec{AB}, \vec{AC}$ .  
 b) Chứng minh: véc tơ  $\vec{v} = \vec{NB} + \vec{NC} - 2\vec{NA}$  không phụ thuộc vào vị trí của điểm  $N$ .

Hãy thể hiện véc tơ  $\vec{v}$  bằng hình vẽ.

c) Gọi  $N$  là trung điểm của cạnh  $AC$ ,  $I$  nằm trên đoạn  $AM$  sao cho  $AI = \frac{3}{5}AM$ . Chứng minh: ba điểm  $B, I, N$  thẳng hàng.

d) Đặt  $a = BC, b = AC, c = AB$  và gọi  $J$  là tâm của đường tròn nội tiếp  $\Delta ABC$ .

Chứng minh:  $a.\vec{JA} + b.\vec{JB} + c.\vec{JC} = \vec{0}$

e) Chứng minh: nếu  $\Delta ABC$  thỏa mãn  $a.\vec{GA} + b.\vec{GB} + c.\vec{GC} = \vec{0}$  ( $G$  là trọng tâm) thì  $\Delta ABC$  đều.

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$ .

- a) Xác định vị trí điểm  $I$  thỏa mãn  $3\vec{IA} - 2\vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$   
 b) Chứng minh hai đường thẳng nối hai điểm  $M, N$  xác định bởi hệ thức:  $\vec{MN} = 2\vec{MA} - 2\vec{MB} + \vec{MC}$  luôn đi qua một điểm cố định.  
 c) Tìm tập hợp các điểm  $H$  sao cho  $|\vec{3HA} - 2\vec{HB} + \vec{HC}| = |\vec{HA} - \vec{HB}|$ .



**Bài 5.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là hai điểm trên hai đoạn thẳng  $AB, CD$  sao cho:  $3AM = AB, 2CN = CD$ .

a) Biểu diễn  $\overrightarrow{AN}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .

b) Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BMN$ . Biểu thị  $\overrightarrow{AG}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .

c) Gọi  $I$  thỏa mãn  $\overrightarrow{BI} = \frac{6}{11}\overrightarrow{BC}$ . Chứng minh ba điểm  $A; I; G$  thẳng hàng.

d) Tìm tập hợp điểm  $M$  sao cho  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 4AB$ .

**Bài 6.** Trong mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$  cho các điểm  $A(2;4), B(1;2), C(6;2)$ .

a) Chứng minh: Ba điểm  $A; B; C$  tạo thành một tam giác, tính độ dài các cạnh của tam giác đó.

b) Tam giác  $\triangle ABC$  là tam giác gì? Tính diện tích tam giác đó.

c) Tìm tọa độ trọng tâm  $G$ , tọa độ tâm  $I$  và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $\triangle ABC$ .

d) Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục  $Ox$ ,  $N$  trên trục  $Oy$  sao cho 4 điểm  $A, B, M, N$  thẳng hàng.

e) Tìm tọa độ điểm  $J$  trên trục  $Ox$  sao cho  $J$  cách đều hai điểm  $A$  và  $B$ .

f) Tìm tọa độ điểm  $K$  trên trục  $Ox$  sao cho  $|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}|$  đạt giá trị nhỏ nhất.

g) Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .

## CHƯƠNG 2: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO

### I. Lý thuyết

#### 1. Kiến thức

- Trình bày được định nghĩa tỉ số lượng giác của góc bất kì từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ$  và nhớ được giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt.

- Trình bày được khái niệm góc giữa hai vector, tích vô hướng của hai vector, các tính chất tích vô hướng, biểu thức toạ độ của tích vô hướng.

#### 2. Kỹ năng

- Áp dụng quy tắc tìm GTLG của các góc tù bằng cách đưa về GTLG của các góc nhọn.

- Xác định được góc giữa hai vector. Vận dụng được các tính chất của tích vô hướng của hai vector trong tính toán, chứng minh đẳng thức, tìm tập hợp điểm thỏa mãn tính chất.

### II. Câu hỏi trắc nghiệm

**Câu 129:** Cho  $\alpha$  là góc tù. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\sin \alpha < 0$ .      B.  $\cos \alpha > 0$ .      C.  $\tan \alpha < 0$ .      D.  $\cot \alpha > 0$ .

**Câu 130:** Cho  $\alpha$  là góc tù và  $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ . Giá trị của biểu thức  $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$  là

- A. 3.      B.  $-\frac{9}{13}$ .      C. -3.      D.  $\frac{9}{13}$ .

**Câu 131:** Biết  $\cos x = \frac{1}{2}$  ( $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ ). Tính giá trị biểu thức  $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$ .

- A.  $\frac{13}{4}$ .      B.  $\frac{7}{4}$ .      C.  $\frac{11}{4}$ .      D.  $\frac{15}{4}$ .

**Câu 132:** Tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$  và có góc  $\widehat{B} = 50^\circ$ . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A.  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 130^\circ$ .      B.  $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AC}) = 40^\circ$ .      C.  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}) = 50^\circ$ .      D.  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}) = 120^\circ$ .

**Câu 133:** Tam giác  $ABC$  vuông ở  $A$  và  $BC = 2AC$ . Tính cosin của góc  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB})$ .

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $-\frac{1}{2}$ .      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 134:** Cho tam giác  $ABC$  đều có cạnh bằng 4. Khi đó, tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  ta được kết quả là

- A. 8.      B. -8.      C. -6.      D. 6.

**Câu 135:** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = c, CA = b, BC = a$ . Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$  theo  $a, b, c$ .

- A.  $\frac{1}{2}(b^2 + c^2 - a^2)$ .      B.  $\frac{1}{2}(a^2 - b^2 - c^2)$ .      C.  $\frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2)$ .      D.  $\frac{1}{2}(b^2 - c^2 - a^2)$ .

**Câu 136:** Cho hình thang vuông  $ABCD$  có đáy lớn  $AB = 4a$ , đáy nhỏ  $CD = 2a$ , đường cao  $AD = 3a$ ;  $I$  là trung điểm của  $AD$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC} = 8a^2$ .      B.  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .      C.  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ .      D.  $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB} = 0$ .

- Câu 137:** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  có  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ . Xác định góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  để hai vectơ  $\frac{2}{5}\vec{a} - 3\vec{b}$  và  $\vec{a} + \vec{b}$  vuông góc với nhau.  
**A.**  $90^\circ$ .                      **B.**  $180^\circ$ .                      **C.**  $60^\circ$ .                      **D.**  $45^\circ$ .
- Câu 138:** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $\vec{a} = (1; 3)$ ,  $\vec{b} = (-2; 1)$ . Tích vô hướng  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  bằng  
**A.** 1.                      **B.** 2.                      **C.** 3.                      **D.** 4.
- Câu 139:** Trong mặt phẳng  $(Oxy)$  cho  $\vec{a} = (1; -2)$ ,  $\vec{b} = (-1; -3)$ . Tính số đo của góc giữa  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .  
**A.**  $45^\circ$ .                      **B.**  $60^\circ$ .                      **C.**  $30^\circ$ .                      **D.**  $135^\circ$ .
- Câu 140:** Cho  $\vec{OM} = (-2; -1)$ ,  $\vec{ON} = (3; -1)$ . Tính số đo của góc  $\widehat{MON}$ .  
**A.**  $135^\circ$ .                      **B.**  $45^\circ$ .                      **C.**  $150^\circ$ .                      **D.**  $120^\circ$ .
- Câu 141:** Cho hai điểm  $A = (1; 2)$  và  $B = (3; 4)$ . Giá trị của  $\overline{AB}^2$  bằng  
**A.** 4.                      **B.**  $4\sqrt{2}$ .                      **C.**  $6\sqrt{2}$ .                      **D.** 8.
- Câu 142:** Trong mặt phẳng  $(Oxy)$ , tìm tất cả các giá trị của  $x$  để khoảng cách giữa hai điểm  $A(6; -1)$  và  $B(x; 9)$  bằng 12.  
**A.**  $6 \pm 4\sqrt{10}$ .                      **B.**  $-6 \pm 4\sqrt{5}$ .                      **C.**  $6 \pm 2\sqrt{7}$ .                      **D.**  $6 \pm 2\sqrt{11}$ .
- Câu 143:** Trong mặt phẳng  $(Oxy)$  cho 3 điểm  $A(2; 4)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(6; 2)$ . Tam giác  $ABC$  là tam giác gì?  
**A.** Vuông cân tại  $A$ .                      **B.** Cân tại  $A$ .                      **C.** Đều.                      **D.** Vuông tại  $A$ .
- Câu 144:** Cho hai điểm  $A(-3; 2)$ ,  $B(4; 3)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục  $Ox$  và có hoành độ dương để tam giác  $MAB$  vuông tại  $M$ .  
**A.**  $M(7; 0)$ .                      **B.**  $M(5; 0)$ .                      **C.**  $M(3; 0)$ .                      **D.**  $M(9; 0)$ .
- Câu 145:** Trong mặt phẳng  $(Oxy)$ , cho  $\Delta ABC$  với  $A(1; 3)$ ,  $B(4; -1)$ ,  $C(-2; -3)$ . Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$  là  
**A.**  $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .                      **B.**  $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .                      **C.**  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ .                      **D.**  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .
- Câu 146:** Trong mặt phẳng  $(Oxy)$ , cho  $\Delta ABC$  với  $A(-5; 6)$ ,  $B(3; 2)$ ,  $C(0; -4)$ . Chân đường phân giác trong của góc  $A$  có tọa độ là  
**A.**  $(5; -2)$ .                      **B.**  $\left(\frac{5}{2}; -\frac{2}{3}\right)$ .                      **C.**  $\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ .                      **D.**  $\left(-\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ .
- Câu 147:** Cho 2 điểm  $A, B$  và  $O$  là trung điểm của  $AB$ ,  $OA = a$ . Tập hợp các điểm  $M$  sao cho  $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = a^2$  là đường tròn tâm  $O$ , có bán kính bằng  
**A.**  $a$ .                      **B.**  $2a$ .                      **C.**  $a\sqrt{2}$ .                      **D.**  $2a\sqrt{2}$ .
- Câu 148:** Cho đoạn thẳng  $AB = a$  cố định. Tập hợp các điểm  $M$  mà  $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = a^2$  là  
**A.** Đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $a$ .  
**B.** Đường tròn tâm  $B$ , bán kính  $a$ .  
**C.** Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $A$ .  
**D.** Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $B$ .

### III. Bài tập tự luận

**Bài 1.** Cho tam giác  $ABC$ .

a) Chứng minh:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2)$ . Từ đó hãy viết các hệ thức khác tương tự.

b) Áp dụng kết quả trên tính giá trị  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  với  $AB = 5$ ;  $BC = 7$ ;  $CA = 8$ . Tính số đo góc  $A$ .

c) Biện luận theo giá trị của  $k$  quỹ tích các điểm  $M$  thoả mãn  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$  ( $k \in \mathbb{R}$ ).

**Bài 2.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$  và hai điểm  $M, N$  lần lượt nằm trên các cạnh  $AB, AC$  sao cho:

$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = k \cdot \overrightarrow{AC}$ . Hãy tìm giá trị của  $k$  để:

a)  $BN \perp CM$

b) Góc giữa  $\overrightarrow{BN}$  và  $\overrightarrow{CM}$  bằng  $120^\circ$ .

**Bài 3.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Gọi  $I, J$  là hai điểm sao cho  $2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$  và  $\overrightarrow{JA} + 3\overrightarrow{JC} = \vec{0}$

a) Hãy xác định các điểm  $I$  và  $J$ .

b) Hãy biểu diễn các vecto  $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{BJ}, \overrightarrow{IJ}$  theo  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ .

c) Tính các tích vô hướng  $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BJ}$ ;  $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{AB}$ ;  $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BC}$ .

d) Tính độ dài đoạn thẳng  $IJ$ .

**Bài 4.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 6, AC = 8, \hat{A} = 60^\circ$ . Kẻ đường phân giác trong  $AD$  của tam giác.

a) Hãy biểu diễn  $\overrightarrow{AD}$  theo  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ .

b) Tính độ dài đường phân giác  $AD$ .

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$ , với  $G$  là trọng tâm.

a) Chứng minh:  $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2, \forall M$

b) Biện luận theo giá trị của  $k$  quỹ tích các điểm  $M$  thoả mãn  $MA^2 + MB^2 + MC^2 = k^2$ .

c) Tìm vị trí điểm  $M$  để tổng  $MA^2 + MB^2 + MC^2$  nhỏ nhất.

d) Tìm vị trí điểm  $M$  trên mặt phẳng để  $MA^2 + MB^2 - MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất.

e) Tìm tập hợp các điểm  $M$  thoả mãn:  $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}) = 0$

--- HẾT ---